## Л.М. Свирская, А.В. Карпушев

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ФИЗИКА В ЛАБОРАТОРИИ СПЕЦИАЛЬНОГО ФИЗИЧЕСКОГО ПРАКТИКУМА

## МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

## Л.М. Свирская, А.В. Карпушев

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ФИЗИКА В ЛАБОРАТОРИИ СПЕЦИАЛЬНОГО ФИЗИЧЕСКОГО ПРАКТИКУМА

Учебно-практическое пособие

Челябинск 2020 УДК 53 (076) (021) ББК 22.3 я73 С 24

Свирская, Л.М. Экспериментальная физика в лаборатории специального физического практикума: учебно-практическое пособие / Л.М. Свирская, А.В. Карпушев. – Челябинск: Изд-во Южно-Урал. гос. гуман.-пед. ун-та, 2020. – 251 с.

#### ISBN 978-5-907409-26-2

Учебно-практическое пособие содержит описание лабораторных работ, выполняемых студентами факультета математики, физики, информатики в лаборатории специального физического практикума. В него включены работы по изучению электрических, магнитных, тепловых свойств металлов и полупроводников, а также некоторых оптических явлений. Работы проводятся параллельно с изучением курса «Основы теоретической физики», что открывает возможности для последовательного теоретического обоснования исследуемых эффектов. Предназначается для студентов физических специальностей педвузов.

Рецензенты: А.В. Толчев, д-р хим. наук, профессор Н.А. Векессер, канд. физ.-мат. наук, доцент

ISBN 978-5-907409-26-2

- © Л.М. Свирская, А.В. Карпушев, 2020
- © Издательство Южно-Уральского государственного гуманитарно-педагогического университета, 2020

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ РАБОТЫ СТУДЕНТА В	0
ЛАБОРАТОРИИ СПЕЦФИЗПРАКТИКУМА	8
2. ОПИСАНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ	10
2.1. Кинетические явления в металлах и полу-	
проводниках	10
Лабораторная работа 1. Исследование темпера-	
турной зависимости электросопротивления ме-	
таллов	10
Лабораторная работа 2. Измерение наведённой	
термоЭДС меди	36
Лабораторная работа 3. Изучение температур-	
ной зависимости электропроводности полупро-	
водников	48
Лабораторная работа 4. Изучение гальваномаг-	
нитных эффектов в полупроводниках	70
Лабораторная работа 5. Внутренний фотоэф-	
фект	90
Лабораторная работа 6. Экспериментальное	
исследование распределения термоэлектронов	
по скоростям 1	.15
2.2. Изучение ферромагнетиков и сегнето-	
электриков 1	.33
Лабораторная работа 7. Изучение ферромагнит-	
ного гистерезиса с помощью датчика Холла 1	.33

Лабораторная работа 8. Исследование темпе-	
ратурной зависимости электросопротивления	
ферромагнетиков	159
Лабораторная работа 9. Исследование тепло-	
вого расширения твёрдых тел	179
Лабораторная работа 10. Наблюдение измене-	
ния доменной структуры молибдата гадоли-	
ния в поляризованном свете и определение его	
температуры Кюри	201
2.3. Оптические явления	220
Лабораторная работа 11. Изучение дифракции	
Фраунгофера от одной щели	220
Лабораторная работа 12. Изучение поляриза-	
ции света с помощью лазера	234
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	246
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	247

#### введение

Дисциплина «Экспериментальная физика» проводится на старших курсах факультета математики, физики, информатики. Предполагается, что студенты уже получили начальные навыки работы с экспериментальными установками в лабораториях общей физики. Необходимость данного курса обусловлена следующими причинами:

1. Студенты-физики должны на протяжении всего периода обучения находиться в экспериментальных лабораториях, постоянно совершенствуя умение проводить физический эксперимент.

2. В соответствии с учебным планом занятия по экспериментальной физике проводятся параллельно с изучением курса «Основы теоретической физики», что открывает возможности для последовательного теоретического обоснования исследуемых эффектов. Для объяснения, либо предсказания экспериментальных результатов необходимо использовать знания, полученные в курсах классической механики, электродинамики, квантовой механики, статистической физики и физики твердого тела.

3. Работы специального физического практикума носят исследовательский характер. Их выполнение способствует формированию исследовательских умений будущего учителя, который в последующей профессиональной деятельности будет формировать их у своих учеников, что соответствует требованиям Федерального государственного образовательного стандарта для бакалавриата. Приведенные здесь описания относятся к работам, которые выполняются на базе двух лабораторий специального физического практикума.

Создавая данное учебно-практическое пособие, авторы опирались на опыт, накопленный в течение многих десятилетий преподавателями и сотрудниками физикоматематического факультета ЧГПИ – ЧГПУ – ЮУрГГПУ. В первую очередь, хотелось бы отметить основополагающие работы физиков-экспериментаторов профессора Николая Федоровича Кунина и доцента Николая Аверьяновича Карелина, которые занимались исследованиями наведенной термоЭДС. Такая ЭДС возникает под влиянием разности температур в замкнутой цепи из одного и того же металла, одна часть которого подвергнута пластической деформации.

Экспериментальные исследования наведённой термоЭДС были начаты ещё в 1940 г. на кафедре физики ЧИМЭСХ, где под руководством профессора Н.Ф. Кунина работала большая группа учёных. В 1948 г. под его руководством в ЧГПИ была организована аспирантура по физике твёрдого тела, в рамках которой было подготовлено большое количество кандидатских и докторских диссертаций, связанных с исследованиями механических и электрических свойств деформированных металлов. Затем метод наведённой термоЭДС был применён для исследования процессов, происходящих при упругой и пластической деформации, в лаборатории специального физического практикума, которая была организована в ЧГПИ в 1949 г. по инициативе Н.А. Карелина. На протяжении многих лет лабораторию спецфизпрактикума возглавлял доцент Борис Павлович Вирачев, который неустанно занимался её развитием и поддержанием работоспособности лабораторного оборудования. При этом «твёрдотельная» тематика по-прежнему сохранилась в качестве основной, но, вместе с тем, была осуществлена постановка и других работ. Значительный вклад в совершенствование лаборатории внесла доцент Сусанна Маврикиевна Горяинова. Благодаря датчикам Холла, которые она приобрела во время стажировки в Институте физики металлов УрО РАН (г. Екатеринбург), удалось значительно повысить качество измерений в ряде работ.

Соединение труда физиков-экспериментаторов и физиков-теоретиков в лаборатории спецфизпрактикума позволило обеспечить гармоничное сочетание эксперимента и теории в процессе выполнения исследований и тем самым продемонстрировать единство физики, которая является одновременно наукой как экспериментальной, так и теоретической.

Особую благодарность хотелось бы выразить нашим замечательным и отзывчивым студентам 5 курса, оказавшим существенную помощь в процессе подготовки пособия к изданию: Борисову Сергею, Ваулину Максиму, Горбунову Павлу, Горбуновой Кристине, Калининой Светлане, Костниковой Ирине, Рахманназаровой Розай, Тютюеву Дмитрию.

### 1. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ РАБОТЫ СТУДЕНТА В ЛАБОРАТОРИИ СПЕЦФИЗПРАКТИКУМА

В лаборатории специального физического практикума установлен следующий порядок выполнения работ.

1. На первом занятии проводится инструктаж по технике безопасности, в процессе которого преподаватель даёт подробное обоснование всех требований, обеспечивающих безопасную работу студентов и сохранность лабораторного оборудования.

2. Изучение описания лабораторной работы. При этом в тетрадь вносятся основные сведения из теоретической части, схема экспериментальной установки, подготавливаются необходимые таблицы результатов измерений.

3. Знакомство с экспериментальной установкой, в процессе которого студент осуществляет нахождение всех приборов, указанных на схемах, проверяет соответствие монтажа схемам, приведенным в описаниях лабораторных работ, определяет цену деления измерительных приборов.

4. Допуск к работе. В процессе беседы с преподавателем студент должен продемонстрировать понимание

- целей и задач работы;

- теоретических основ изучаемого явления;

- назначения и принципов работы используемых приборов;

- последовательности измерений;

 - содержания вычислительных приёмов, обеспечивающих установление необходимых функциональных зависимостей;

- возможных (ожидаемых) результатов исследования.

При этом студент имеет возможность задать вопросы, позволяющие уточнить необходимые детали работы и тем самым создать достаточно ясную картину предстоящего эксперимента.

5. Работа с экспериментальной установкой. Первое измерение проводится совместно с преподавателем или лаборантом. Последующая самостоятельная работа осуществляется под контролем лаборанта.

6. Обработка результатов измерений. Данные измерений и вычислений, внесённые в таблицы, получают графическую иллюстрацию. Графики строятся на миллиметровой бумаге либо с помощью программы Microsoft Excel. Вычисление погрешностей измерений повысит обоснованность полученных результатов.

7. Подготовка отчёта по работе. Отчёт должен содержать краткие теоретические сведения, относящиеся к изучаемому явлению, схему экспериментальной установки, таблицы, графики, необходимые вычисления и выводы по работе.

8. Получение зачёта по выполненной работе. Студент представляет отчёт, отвечает на контрольные вопросы и даёт теоретическое обоснование всех полученных результатов.

К выполнению следующей работы студент допускается только после получения зачёта по проведённому исследованию.

9

#### 2. ОПИСАНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

## 2.1. Кинетические явления в металлах и полупроводниках

#### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1

## Исследование температурной зависимости электросопротивления металлов

*Цель работы:* исследовать температурную зависимость электропроводности металла и влияние на неё пластической деформации.

Приборы и принадлежности: одинарно-двойной мост постоянного тока Р-329, медная проволока, источник питания ИЭПП-1, гальванометр, амперметр, магазин сопротивлений МСР-63, печь, термометр, ключ, прокатный станок, провода, наждачная бумага.

#### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Более 70 элементов Периодической системы Д.И. Менделеева – металлы. Вместе со сплавами они образуют огромное количество веществ с разнообразными свойствами. Металлы отличаются по величине электропроводности, по своим оптическим свойствам, магнитным, гальвано- и термомагнитным характеристикам. Различны и механические свойства металлов: твердость, пластичность и т.д.

Электропроводность металлов относится к числу ключевых вопросов физики конденсированного состояния. С тех пор как опытами Стюарта и Толмена (1916 г.) было убедительно доказано, что носителями тока в металлах являются электроны, прошло уже более 100 лет, на протяжении которых природа электропроводности металлов приобретала всё большую ясность. Это достигалось путём смены моделей, начиная от простой классической теории Друде – Лоренца и заканчивая современными моделями, учитывающими межэлектронное взаимодействие.

Согласно электронной теории высокая электропроводность металлов обусловлена наличием в них «свободных» электронов. Металл можно рассматривать как совокупность положительно заряженных ионов, образующих квазипериодическую пространственную решетку кристалла, и систему относительно свободных коллективизированных электронов, заполняющих решетку. Отличие одного металла от другого связано с разной валентностью атомов, особенностями их электронной структуры, а также с симметрией кристаллической решетки. Существенную роль в кристаллах играют дефекты.

Дефекты в кристаллах – нарушения идеальной периодичности кристаллической решетки. Дефекты подразделяются на нульмерные (точечные), одномерные (линейные), двумерные (плоские) и трёхмерные (объёмные).

Нульмерные дефекты, в свою очередь, подразделяются на энергетические, электронные и атомные. Основные энергетические дефекты – это фононы (кванты энергии тепловых колебаний кристаллической решетки). Кристалл можно рассматривать как ящик, заполненный газом фононов, распределённых в соответствии с условиями теплового равновесия. К энергетическим дефектам относятся также временные несовершенства или возбуждённые

состояния, вызываемые радиационным воздействием на кристалл (свет, рентгеновское облучение, поток  $\alpha$ -частиц,  $\gamma$ -излучение, потоки нейтронов). К электронным дефектам относятся избыточные электроны, недостаток электронов (дырки), а также экситоны, которые можно рассматривать как дефекты, состоящие из электронов и дырок, связанных кулоновским взаимодействием. Атомные дефекты представляют собой нарушения в виде вакансий, т.е. отдельных узлов решетки, не занятых атомами или ионами; в виде неправильного расположения атомов, избытка или недостатка атомов одного элемента и присутствия в решетке посторонних атомов примеси.

Наиболее известные точечные дефекты - дефекты по Френкелю и по Шоттки. Дефект по Френкелю представляет собой пару, состоящую из вакансии и междоузельного атома (иона). Образуется в результате перемещения атома (иона) из узла кристаллической решётки в междоузлие. Этот вид дефектов назван по имени Я.И. Френкеля, впервые развившего представления о механизме образования термодинамически равновесных точечных дефектов. Дефекты по Френкелю образуются в результате нагрева кристаллов, а также при облучении кристаллов потоками частиц или высокоэнергичными квантами электромагнитного излучения. Дефект по Шоттки это вакансия атома в кристаллической решетке. Дефект по Шоттки отличается тем, что его образование не сопровождается возникновением междоузельного атома (иона), как это происходит при образовании дефекта по Френкелю. Название дефекта связано с именем В. Шоттки, впервые рассмотревшего дефекты этого рода.

К одномерным дефектам относятся краевые и винтовые дислокации. Дислокация – это граница области незавершённого сдвига в кристалле. Дислокации характеризуются вектором сдвига (вектором Бюргерса) и углом  $\varphi$  между ним и линией дислокации. При  $\varphi=0$  дислокация называется винтовой; при  $\varphi=90^{\circ}$  – краевой; при других углах – смешанной, в этом случае она может быть разложена на винтовую и краевую компоненты. Дислокации возникают в процессе роста кристалла, при его пластической деформации и во многих других случаях.

К двумерным дефектам относятся границы между зёрнами кристалла, плоскости двойникования, ряды линейных дислокаций. Поверхность кристалла также можно рассматривать как дефект.

К трёхмерным дефектам относятся скопления вакансий, образующие поры и каналы; частицы, оседающие на различных дефектах (например, пузырьки газов); скопления примесей в виде секторов и зон роста. Как правило, это поры или включения примесных фаз. Такие дефекты могут возникать вследствие нарушения режимов роста кристалла, распада пересыщенного твердого раствора, загрязнения образцов. В некоторых случаях объемные дефекты специально вводят в материал для модификации его физических свойств. Дефекты сильно влияют на физические свойства кристаллов, резко меняя их пластичность, вязкость, пределы упругости и прочности, теплопроводность и электропроводность.

Рассмотрим элементарную теорию электропроводности металла. В классической электронной теории металлов (Друде – 1900 г., Лоренц – 1905 г.) предполагалось, что в металле имеется газ свободных электронов, который подчиняется классической статистике Максвелла – Больцмана. В отсутствие внешнего электрического поля электроны совершают беспорядочное тепловое движение. При включении внешнего электрического поля на тепловое движение электронов накладывается направленное движение (дрейф), которое приводит к появлению электрического тока. Сталкиваясь с ионами, электроны передают им кинетическую энергию, полученную под влиянием внешнего электрического поля, что приводит к нагреванию металла. Длина свободного пробега электрона является конечной величиной за счет столкновений с кристаллической решеткой.

Классическая теория позволила объяснить основные опытные закономерности, наблюдаемые в металлах (в частности, законы Ома, Джоуля – Ленца, Видемана – Франца; эффект Холла).

На каждый свободный электрон со стороны внешнего электрического поля действует сила

$$F_x = eE_x , \qquad (1)$$

где  $E_x$  – напряжённость электрического поля, направленная вдоль оси *x*. По второму закону Ньютона она создаёт ускорение

$$a_x = \frac{eE_x}{m}, \qquad (2)$$

где *m* – масса электрона. За время *т* между двумя последовательными столкновениями с ионами металла электрон отдаёт всю накопившуюся при ускорении энергию ионам

металла. При этом скорость электрона меняется от нуля до максимального значения

$$v_{max} = a\tau = \frac{eE_x}{m} \tau_x$$

а его средняя скорость равна половине этой величины:

$$\bar{v}_x = \frac{e\tau}{2m} E_x.$$
 (3)

Плотность электрического тока, обусловленная движением электронов, определяется выражением

$$j_x = e n \bar{v}_x, \tag{4}$$

где *n* – концентрация электронов. Подставляя в это равенство среднюю скорость (3), будем иметь:

$$j_x = \frac{ne^2\tau}{2m} E_x.$$
 (5)

Согласно классической статистике средняя скорость теплового движения частиц газа определяется выражением

$$u = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} . \tag{6}$$

Подставляя сюда массу электрона  $m \sim 9 \cdot 10^{-28}$  г, находим при температуре  $T \sim 300 K$  среднюю скорость хаотического теплового движения электронов:

$$u \sim 10^7 \frac{\mathrm{CM}}{\mathrm{c}} \sim 100 \frac{\mathrm{KM}}{\mathrm{c}}.$$

Это довольно значительная скорость: в отсутствие столкновений электрон, двигаясь с такой скоростью, мог бы преодолеть расстояние от Челябинска до Екатеринбурга за 2 секунды!

В области слабых электрических полей, когда  $\bar{v}_x \ll u$ , время свободного пробега электрона определяется в основном тепловой скоростью и равно

$$\tau = \frac{l}{u},\tag{7}$$

где *l* – длина свободного пробега. Подставляя (7) в (5), получаем:

$$j_x = \frac{ne^2l}{2mu}E_x = \lambda E_x.$$
(8)

Множитель

$$\lambda = \frac{ne^2l}{2mu},\tag{9}$$

входящий в правую часть выражения (8), не зависит от напряженности электрического поля и называется коэффициентом удельной электропроводности металла (или просто удельной электропроводностью). Таким образом, в рамках теории Друде – Лоренца удалось теоретически вывести закон Ома в дифференциальной форме:

$$j_x = \lambda E_x. \tag{10}$$

Оценим величину средней длины *l* свободного пробега электрона в металле, используя экспериментальное значение  $\lambda$ . Например, для серебра, у которого  $n = 5.8 \cdot 10^{22}$  см<sup>-3</sup> при комнатной температуре  $\lambda = 6.7 \cdot 10^7 \text{Om}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ , получаем из (9):  $l \sim 10^{-6}$ см. Это значение на два порядка превышает межатомное расстояние  $a \sim 10^{-8}$ см. Это говорит о том, что при комнатной температуре электроны проводимости сталкиваются примерно с одним из ста атомов серебра, т.е. металл весьма «прозрачен» для электронов проводимости, которые большую часть времени ведут себя как свободные.

Теоретическое обоснование других экспериментальных законов на основе классической электронной теории подробно рассмотрено в учебнике М.С. Свирского «Электронная теория вещества». Несмотря на значительные успехи классической теории Лоренца, в ней обнаружились существенные трудности. «Камнем преткновения» оказалась проблема электропроводности металлов. Классическая теория не смогла дать удовлетворительного объяснения температурной зависимости электросопротивления металлов, ни в области высоких, ни в области низких температур (рис. 1).



Рис. 1. Температурная зависимость удельного сопротивления чистых металлов

Первое успешное решение проблемы электропроводности металлов было дано в 1928 г. в квантовой теории Зоммерфельда, в которой описание электронного газа в металле было проведено на основе квантовой статистики Ферми – Дирака.

## Температурная зависимость электропроводности металла в области высоких температур

Удельное сопротивление связано с коэффициентом удельной электропроводности соотношением

$$\rho = \frac{1}{\lambda}.$$
 (11)

Поэтому температурная зависимость сопротивления определяется поведением длины свободного пробега *l*, входящей в формулу для коэффициента электропроводности согласно квантовой теории

$$\lambda = \frac{ne^2 l}{m^* v_F},\tag{12}$$

где  $v_F$  – скорость электронов на поверхности Ферми (не зависящая от температуры),  $m^*$  – эффективная масса электрона.

В области достаточно высоких температур квантовые эффекты не играют заметной роли и поэтому можно отвлечься от квантования колебаний кристаллической решётки. Зависимость R(T) можно качественно объяснить следующим образом. Длина свободного пробега l связана с амплитудой  $a_1$  тепловых колебаний атома равенством

$$l = \frac{1}{n_1 \pi a_1^2} = \frac{1}{n_1 S} \,, \tag{13}$$

где  $n_1$ - концентрация атомов,  $\pi a_1^2$  – площадь круга радиуса  $a_1$ . В области высоких температур ( $T \gg T_D$ ), где  $T_D$  – температура Дебая, можно использовать теорему о равномерном распределении энергии по степеням свободы:

$$\frac{1}{2}\gamma a_1^2 = kT , \qquad (14)$$

где  $\gamma$  – коэффициент упругой связи,  $1/2 \gamma a_1^2$  - потенциальная энергия атома, отклоненного от узла на расстояние  $a_1$ , k – постоянная Больцмана. Из (13) и (14) следует

$$l \sim \frac{1}{T} \,. \tag{15}$$

Поэтому согласно (12)

$$\lambda \sim \frac{1}{T}$$
. (16)

Соответственно для удельного электросопротивления будем иметь:

$$\rho = \frac{1}{\lambda} \sim T \,. \tag{17}$$

Эта формула согласуется с опытом в области комнатных и более высоких температур:

$$R = R_0(1 + \alpha t), \tag{18}$$

где  $R_0$  – сопротивление при 0°С,  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления.

## Температурная зависимость электропроводности металла в области низких температур в теории Зоммерфельда

В области низких температур ( $T < T_D$ ) необходимо учесть квантование колебаний кристаллической решётки, т.е. существование фононов – квазичастиц, представляющих собой элементарные возбуждения кристалла. В этой области температур квантовая электронная теория металлов приводит к выводу о том, что удельное электросопротивление  $\rho$  пропорционально  $T^5$ :

$$\rho \sim T^5. \tag{19}$$

Этот результат можно качественно объяснить следующим образом. В области низких температур столкновение

электрона с одним фононом не может существенно изменить импульс электрона. Поэтому вместо длины свободного пробега электрона между двумя столкновениями *l* необходимо ввести транспортную длину свободного пробега

$$L \sim \frac{n_{\rm CT}}{n_{\rm \Phi}},\tag{20}$$

где  $n_{\phi}$  – концентрация фононов,  $n_{cm}$  – число столкновений, которые могут существенно изменить импульс электрона. Очевидно, что  $L=n_{cm}l$ . В области низких температур

$$n_{\Phi} \sim T^3. \tag{21}$$

Величину  $n_{cm}$  можно оценить следующим образом. Очевидно, что для того чтобы столкновения с фононом могли существенно изменить импульс электрона проводимости на величину порядка  $p_F$  (импульс Ферми), необходим целый ряд столкновений, число  $n_{cm}$  которых может быть определено из условия

$$n_{\rm ct}\Delta p_x \sim p_F, \tag{22}$$

где  $\Delta p_x$  – изменение импульса электрона при одном взаимодействии с фононом,  $p_F$  – импульс электрона до поглощения фонона (рис. 2).



Рис. 2. Изменение импульса электрона, обусловленное поглощением фонона

Изменение импульса электрона вдоль первоначального направления движения определяется равенством

$$\Delta p_x = p_F - p_F \cos \varphi = p_F (1 - \cos \varphi) \approx p_F \cdot \frac{\varphi^2}{2}, \quad (23)$$

где учтена достаточная малость угла рассеяния <br/>  $\varphi$ . Из рис. 2 видно, что

$$\varphi \approx \frac{p_{\Phi}}{p_F}.$$

Но  $p_{\phi} \sim \frac{kT}{u}$ , где u – скорость звука в кристалле, поэтому

$$\Delta p_x = \frac{(kT)^2}{2p_F u^2} \,. \tag{24}$$

Из (22) и (24) следует, что

$$n_{\rm ct} \sim \left(\frac{up_F}{kT}\right)^2$$
.

Поэтому число столкновений, которые могут существенно изменить импульс электрона,

$$n_{\rm CT} \sim \frac{1}{T^2}.$$
 (25)

Подставляя  $n_{\rm ct}$  из (25) и  $n_{\rm d}$  из (21) в (20), получаем:

$$L \sim \frac{1}{T^5} \,. \tag{26}$$

С учетом равенства  $L = v_F \tau$  (где  $\tau$  – время релаксации) из (11), (12) и (26) следует, что

$$\rho \sim T^5, \ R \sim T^5.$$
 (27)

## Природа остаточного электросопротивления металлов. Механизм Вонсовского–Свирского

Удельное электросопротивление *ρ* металла обычно представляется в виде суммы

$$\rho = \rho_L + \rho_i , \qquad (28)$$

где  $\rho_L$  – удельное решеточное электросопротивление, обусловленное взаимодействием электронов с колебаниями атомов (или ионов) около узлов кристаллической решетки,  $\rho_i$  – удельное электросопротивление, обусловленное рассеянием электронов на примесях. Предполагается, что при температурах  $T \rightarrow 0$  величина  $\rho_L$  стремится к нулю и  $\rho_L(0)=0$ . При этом согласно (28) при очень низких температурах все остаточное электросопротивление обусловлено величиной  $\rho_i$ . Известно, однако, что если очистить металл от примесей, то при понижении температуры существует предел, ниже которого электросопротивление не уменьшается. Этот факт приводит к выводу о возможности остаточного решеточного электросопротивления металла.

Как показали С.В. Вонсовский и М.С. Свирский, остаточное решеточное электросопротивление металла определяется выражением:

$$\rho_L(0) \approx \frac{C^2 V_0 m^2 k_F^2}{3\pi M u \hbar^2 n e^2}, \qquad (29)$$

где С – 1эВ,  $V_0$  – объем элементарной ячейки, m – масса электрона,  $k_F$  – волновой вектор Ферми, M – масса атома (или иона), u – скорость звука, n – концентрация электронов проводимости, e – электрический заряд электрона.

Выражение (29) допускает следующую интерпретацию. В металлах скорость звука имеет порядок величины

 $10^5$  см/с, а скорость Ферми  $v_F$ является величиной порядка  $10^8$  см/с. Поэтому электроны с энергией порядка или больше энергии Ферми  $E_F$ являются сверхзвуковыми. Следовательно, если электрон оказывается под влиянием внешнего электрического поля над поверхностью Ферми, то может иметь место фононный эффект Черенкова, в результате которого электрон будет терять энергию, приобретенную под влиянием электрического поля, опускаясь на незанятые электронные уровни.

Таким образом, выражение (29) для остаточного решеточного электросопротивления соответствует стационарному процессу, при котором увеличение энергии электронов проводимости под влиянием внешнего электрического поля компенсируется уменьшением их энергии при спонтанном излучении ими фононов.

Отсюда следует, что механизм остаточного сопротивления связан с эффектом, аналогичным оптическому эффекту Вавилова-Черенкова, при котором равномерно движущийся электрон в диэлектрике с показателем преломления n может испускать фотон. В случае оптического эффекта Черенкова скорость электрона превышает фазовую скорость света в среде v > c/n, а в случае электрона, движущегося вблизи поверхности Ферми, его скорость превышает скорость звука в данном кристалле:  $v_F > u$ .

Таким образом, при T=0 исчезают только тепловые колебания атомов, ответственные за высокотемпературную часть электросопротивления металлов. Однако остаются нулевые колебания, обусловливающие возможность фононного эффекта Вавилова-Черенкова.

В металлах с магнитным упорядочением (например, в ферромагнетиках) к взаимодействию электронов с фононами добавляется рассеяние электронов проводимости на магнонах – квантах энергии спиновых возбуждений.

Таким образом, в нормальных (несверхпроводящих) металлах существуют два основных механизма, обеспечивающих конечную электропроводность:

1) рассеяние электронов проводимости на фононах (квазичастицах – квантах энергии колебаний кристаллической решётки) и

2) рассеяние электронов проводимости на дефектах и примесях кристаллической решётки.

Оба этих механизма играют существенную роль при конечных температурах. При понижении температуры до *T=0* главным механизмом становится взаимодействие электронов проводимости, находящихся вблизи поверхности Ферми, с виртуальными, нетепловыми фононами в соответствие с механизмом, предложенным С.В. Вонсовским и М.С. Свирским, – фононным аналогом эффекта Вавилова-Черенкова.

В случае переходных и редкоземельных металлов приближение независимых электронов (т.е. модель газа свободных электронов) оказывается недостаточным. В этом случае становится существенным межэлектронное взаимодействие (в частности, кулоновское отталкивание электронов, принадлежащих данному узлу решётки и электронов соседних узлов кристаллической решётки). Эта проблема находит последовательное решение в моделях с сильными электронными корреляциями, например: в полярной модели кристалла Шубина – Вонсовского (1934–36 гг.), в модели Хаббарда (1965–66 гг.) или в современной модели – динамической теории среднего поля (DMFT). Динамическая теория среднего поля представляет собой некий мостик между моделью свободных электронов и атомным пределом физики конденсированного состояния.

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

В данной работе исследуется температурная зависимость сопротивления металлов при нагревании и охлаждении и влияние деформации на электропроводность. Измерение сопротивления проводится на мостах постоянного тока. Работа содержит две части:

I. Освоение метода измерения сопротивлений с помощью одинарного и двойного моста, и определение погрешностей измерений.

II. Исследование температурной зависимости электросопротивления недеформированной медной проволоки и проволоки, подвергнутой пластической деформации.

Измерения на мостах постоянного тока

Мостами являются приборы сравнения, предназначенные для измерения сопротивления или величин, функционально с ними связанных. В мостах применяется мостовая измерительная цепь (рис. 3), состоящая из четырехполюсника АВСД.

К двум входным зажимам AB подается напряжение, к двум выходным зажимам CД присоединяется указатель равновесия – гальванометр. В одну из ветвей включается измеряемое сопротивление  $R_x$ . Цепь четырехполюсника такова, что путем изменения одного или нескольких ее сопротивлений её можно привести в равновесие, т. е. к такому состоянию, при котором ток через гальванометр не идёт. В положении равновесия потенциалы в точках С и Д равны, поэтому

$$I_1 R_1 = I_4 R_4$$
,  
 $I_2 R_2 = I_3 R_3$ .



Рис. 3. Одинарный мост постоянного тока

В момент равновесия  $I_1=I_2$  ,  $\ I_3=I_4$  , поэтому  $\frac{R_1}{R_2}=\frac{R_4}{R_3},$ 

откуда получаем условие равновесия моста:

$$R_1 R_3 = R_2 R_4 \ . \tag{30}$$

Оно означает, что в момент равновесия произведение сопротивлений противоположных плеч равны.

Если измеряемое сопротивление включено в плече  $R_1$ , т.е.  $R_x = R_1$ , то из условия равновесия (30) получаем:

$$R_x = R_2 \frac{R_4}{R_3}.$$
 (31)

Одинарный мост дает возможность измерять сопротивление не меньше 1 Ома. При измерении сопротивлений меньше 1 Ома погрешность увеличивается за счет наличия соединительных проводников и переходных сопротивлений в местах присоединения измеряемого сопротивления. Чтобы избежать этой погрешности, используют двойной мост, в котором погрешность сведена к малым значениям. Схема измерительной цепи двойного моста приведена на рис. 4.



Рис. 4. Схема измерительной цепи двойного моста

Здесь измеряемое сопротивление  $R_x$  и образцовое  $R_n$  снабжены токовыми (X и N) и потенциальными (x и n) зажимами и соединены последовательно так, что через них проходит один и тот же ток  $I_x$ . С помощью потенциальных зажимов (x и n) к ним присоединены две пары сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$ ;  $R_3$  и  $R_4$ , между которыми включен гальванометр Г. Если мост приведен в равновесие, т. е. гальванометр показывает нуль, то, пользуясь обозначением на рис. 4, можно написать следующие уравнения:

a) 
$$I_x R_x + I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0,$$
  
b)  $I_x R_N + I_1 R_4 - I_2 R_3 = 0,$   
c)  $I_x - I_1 R_1 - I_1 (R_1 + R_4) = 0,$   
b)  $(I_x - I_1) R - I_1 (R_1 + R_4) = 0,$ 

где R – сопротивление соединительного проводника. Из уравнений (32) получаем соответственно: из а)

$$R_x + \left(\frac{I_1}{I_x}\right)R_1 - \left(\frac{I_2}{I_x}\right)R_2 = 0$$

изб)

$$R_N + \left(\frac{I_1}{I_x}\right)R_4 - \left(\frac{I_2}{I_x}\right)R_3 = 0,$$

из в)

$$\frac{I_1}{I_x} = \frac{R}{R+R_1+R_4} \,.$$

Исключая отношение  $I_1/I_x$  и  $I_2/I_x$ , находим:

$$R_{x} = \left[R_{N} * \frac{R_{2}}{R_{3}}\right] + \left[\frac{R * R_{4}}{R + R_{1} + R_{4}} * \left(\frac{R_{2}}{R_{3}} - \frac{R_{1}}{R_{4}}\right)\right].$$
 (33)

Сравнивая (33) с условием равновесия для одинарного моста (31), мы видим, что оно отличается вторым слагаемым в правой части (33), куда входит сопротивление соединительного провода R. Даже если выполнить этот соединительный провод в виде шины достаточно большого сечения, в условиях измерения весьма малых сопротивлений дополнительное слагаемое в (33) может внести значительную погрешность. Однако, если связать механически рукоятки переключателей  $R_2$  и  $R_1$ , а также  $R_3$  и  $R_4$  так, чтобы изменение сопротивления  $R_2$  или  $R_3$ , необходимое

для изменения отношения  $R_2/R_3$  и уравновешивания моста, сопровождалось равным изменением сопротивления  $R_1$  или  $R_4$  и чтобы всегда соблюдалось равенство  $R_2/R_3 = R_1/R_4$ , то дополнительное слагаемое в (33) обратится в нуль. Таким образом, можно исключить погрешность от соединительных проводников.

В данной работе используется комбинированный одинарно-двойной мост Р-329 (рис. 5), предназначенный для точных измерений на постоянном токе сопротивлений от 10 - 6 до 10 6 Ом.



Рис. 5. Одинарно-двойной мост Р-329

Питание одинарного моста осуществляется от источника постоянного тока напряжением 2 В. Согласно табл. 1 питание двойного моста осуществляется от источника постоянного тока, обеспечивающего максимально допустимый ток:

Таблица 1

Номинальное значение	Максимальная допустимая				
сопротивления, Ом	Сила Тока, А				
0.001	30				
0.01	10				
0.1	3				
1	1				

#### Максимально допустимый ток

### ПОРЯДОК ИЗМЕРЕНИЙ

1. <u>Одинарный мост (измерение сопротивления от 50</u> до 10<sup>6</sup> Ом):

а) собрать цепь по схеме одинарного моста (рис. 6);

б) в зависимости от значения измеряемого сопротивления выставить на мосте ориентировочные значения сопротивлений  $R_2$  и  $R_3$ ;

в) замкнуть цепь батареи ключом;

г) нажать кнопку «ГРУБО» и вращением ручек декад сравнительного плеча сопротивления  $R_1$  добиться равновесия моста;

д) нажать кнопку «ТОЧНО» и снова добиться равновесия моста;

е) провести вычисление сопротивления по формуле

$$R_x = R_1 \frac{R_2}{R_3},$$
 (34)

где  $R_1$  – отсчет по лимбам,  $R_2$ ,  $R_3$  – отсчет по штепсельным плечам.

Кнопки «успокоение 10 кОм» и «успокоение 51 Ом» используют для уменьшения излишних колебаний стрелки гальванометра.



Рис. 6. Мост Р-329 в схеме одинарного моста

2. <u>Двойной мост (измерение сопротивления от 10<sup>-6</sup></u> <u>до 10<sup>2</sup> Ом):</u>

а) собрать цепь по схеме двойного моста со встроенными образцовыми сопротивлениями (рис. 7);

б) замкнуть цепь батареи ключом и установить необходимый ток, регулируя сопротивление реостата;

в) в зависимости от значения измеряемого сопротивления выставить на мосте ориентировочные значения  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ ;

г) нажимая сначала кнопку «ГРУБО», а затем «ТОЧНО» уравновесить мост вращением ручек декад;

д) значение измеряемого сопротивления в Омах определить по формуле

$$R_x = N \frac{R_1}{R_2}, \qquad (35)$$

где  $R_1$  – отсчёт по лимбам,  $R_2 = R_3$  – отсчёт по штепсельному плечу, N=1 – образцовое сопротивление.



Рис. 7. Схема двойного моста

Для исключения влияния термоЭДС необходимо изменить направление тока в цепи с помощью переключателя и повторить измерение ещё раз. Окончательным результатом будет среднее арифметическое из двух замеров.

Схемы сборки цепей одинарного и двойного моста расположены на металлических пластинах, которые укреплены на вертикальной панели лабораторного стола. Обратите внимание на положение замыкающих пластинок ПП. Оно различно в случае одинарного и двойного моста. При сборке схемы двойного моста необходимо строго соблюдать указанную на рис. 7 полярность.

Обычно один из токовых зажимов образцового резистора, входящего в состав моста, и зажим «+» объекта измерения соединяют медной шиной ( $R_{\rm m}$ ), сопротивление которой не превышает 0,001 Ом.

#### Практическая часть

1. Измерить сопротивление декад магазина сопротивлений и составить таблицу погрешностей при измерении по схеме одинарного и двойного моста. На каждой декаде провести измерение не менее трёх различных сопротивлений. Для каждого измеряемого сопротивления на данной декаде вычислить абсолютную и относительную ошибку, а затем найти среднюю относительную ошибку для данной декады. Результаты занести в табл. 2.

Таблица 2

	104	10 <sup>3</sup>	102	10	1	10-1	10-2
Измеряемое							
сопротивление							
Показания моста							
Абсолютная							
ошибка							
Относительная							
ошибка							
Средняя относи-							
тельная ошибка							
для декады							

2. Исследовать изменение сопротивления медной проволоки в зависимости от температуры при нагревании до 200 °С и при охлаждении до комнатной температуры. Сопротивление измерять через каждые 10 °С. Результаты измерений занести в табл. 3.

3. Для проведения измерений медную проволоку, длиной примерно равной двум длинам лабораторного стола, намотать на стеклянную трубочку и поместить в печь. Концы проволоки зачистить наждачной бумагой для обеспечения надежных контактов с измерительным мостом.

Внимание!

Печь подключается к задней панели источника питания ИЭПП-1.

Таблица 3

t°C					
R					

4. Пропустить проволоку через прокатный станок и исследовать изменение сопротивления деформированной проволоки в зависимости от температуры при нагревании и охлаждении. Результаты измерений занести в табл. 4, составленную по аналогии с табл. 3.

5. По результатам измерений построить графики *R*(*t*) для недеформированной и деформированной проволоки.

6. Рассчитать температурный коэффициент сопротивления *α*, используя формулу (18):

$$\alpha = \frac{(R_t - R_0)}{R_0 \cdot t} \,. \tag{36}$$

Сравнить полученный результат с табличными значениями.

7. Сформулировать выводы по проделанной работе и объяснить полученные результаты.

### Контрольные вопросы для допуска к работе

1. Выведите формулу (30) условия равновесия одинарного моста.

2. Дайте обоснование соотношений (32) для двойного моста, используя законы Кирхгофа для разветвлённых цепей.

3. Каким способом в схеме двойного моста достигается уменьшение погрешности измерения сопротивления, вносимой соединительными проводниками? 4. Какова теоретически ожидаемая зависимость электросопротивления от температуры недеформированной медной проволоки?

5. Как изменится температурная зависимость сопротивления медного образца в результате пластической деформации?

Контрольные вопросы для защиты работы

1. Природа электрического тока в металлах.

2. Электропроводность металлов согласно классической теории Друде-Лоренца. В чем заключаются затруднения классической электронной теории проводимости металлов?

3. Какова природа электросопротивления металлов с точки зрения квантовой теории Зоммерфельда? Дайте обоснование температурной зависимости сопротивления металла в области высоких и низких температур.

4. Природа остаточного сопротивления металлов.

5. В чём заключается влияние пластической деформации металла на его электропроводность?

#### Литература

- Вонсовский, С.В. Современная естественно-научная картина мира. / С.В. Вонсовский. Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика»; Институт компьютерных исследований, 2006. Раздел 1.9. Основы электронной теории металлов – 680 с. – ISBN 5-93972-574-0.
- Вонсовский, С.В. О возможности остаточного решеточного электросопротивления металлов / С.В. Вонсовский, М.С. Свирский // ФММ. – Т. 85. Вып. 4. – 1998. – С. 175–177.
- Киттель, Ч. Введение в физику твердого тела / Ч. Киттель. – Москва: Наука, 1978. – 792 с.
- Павлов, Н.В. Физика твердого тела / Н.В. Павлов, А.Ф. Хохлов. – Москва: Высшая школа, 2000. – 494 с. – ISBN 5-06-003770-3.
- Свирский, М.С. Электронная теория вещества: учеб. пособие для студ. физ.-мат. фак. пед. ин-тов / М.С. Свирский. – Москва: Просвещение, 1980. – 288 с.
- Шубин, С.П. К электронной теории металлов / С.П. Шубин, С.В. Вонсовский // Избранные труды по теоретической физике. – Свердловск, 1991. – 376 с. (оригиналы статей: Phys. Zs. Ud SSR 1935. – Bd. 7. – Р. 292–328; 1936. – V. 10. – Р. 348–377).
- Hubbard, J. Electron correlations in narrow energy bands / J. Hubbard // Proc. Roy. Soc., A 276. – 1963. – P. 238–257.
- Georges, A. Dynamical mean-field theory of strongly correlated fermion systems and the limit of infinite dimensions / A. Georges, G. Kotliar, W. Krauth, M. Rozenberg et al. // Reviews of Modern Physics. – 1996. V. 68 (1). – P. 13.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2

#### Измерение наведённой термоЭДС меди

*Цель работы:* изучить явление наведённой термоэлектродвижущей силы и установить зависимость наведённой термоЭДС медной проволоки от деформации кручения.

Приборы и принадлежности: отожжённая медная проволока, печь, установка для создания деформации кручения и растяжения, нановольтамперметр.

#### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

В цепи, состоящей из разных металлов, в местах контактов, когда их температура неодинакова, возникает термоэлектродвижущая сила. В простейшем случае, когда цепь состоит из двух различных металлов (материалов), она носит название термоэлемента или термопары. Термоэлектродвижущая сила термопары зависит от температуры горячего  $T_2$  и холодного  $T_1$  концов и от состава материалов, образующих термопару.

В малом интервале температур термоЭДС можно считать пропорциональной разности температур:

$$\mathcal{E} = \alpha (T_2 - T_1), \tag{1}$$

более строго

$$d\mathcal{E} = \alpha \, dT$$
,

где коэффициент

$$\alpha = \frac{d\mathcal{E}}{dT} \tag{2}$$

называется дифференциальной термоЭДС. Коэффициент термоЭДС термопары, составленной из любой пары материалов, определяется как разность коэффициентов термо-ЭДС этих материалов по отношению к свинцу.

Для металлов и полупроводников в вырожденном состоянии (когда газ носителей зарядов подчиняется квантовой статистике Ферми-Дирака) величина термоЭДС на 1°определяется выражением:

$$\alpha = \frac{\pi^2 k^2 T}{3e} \left( \frac{1}{E} + \frac{1}{l} \frac{dl}{dE} \right) |_{E=\varepsilon_F},\tag{3}$$

где *k* – постоянная Больцмана, *е* – заряд электрона, *T* – абсолютная температура, *E* – кинетическая энергия электрона

или дырки, l – длина свободного пробега,  $\varepsilon_F$  – энергия Ферми.

Можно считать, что  $l{\sim}E^2$ , тогда

$$\frac{dl}{dE} = 2E|_{E=\varepsilon_F},\tag{4}$$

$$\left(\frac{1}{E} + \frac{1}{l}\frac{dl}{dE}\right)|_{E=\varepsilon_F} = \frac{3}{\varepsilon_F}.$$
(5)

С учётом (4) и (5) из (2) следует выражение для дифференциальной термоЭДС для металлов и полупроводников в вырожденном состоянии:

$$\alpha = \frac{\pi^2 k^2 T}{e \varepsilon_F} \,. \tag{6}$$

По значениям  $\alpha$  и соответствующему значению температуры T определяется энергия Ферми  $\varepsilon_F$  и концентрация носителей заряда:

$$n = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{2m^*}{h^2} \varepsilon_F\right)^{3/2},$$
 (7)

**n**.

где  $m^*$  – эффективная масса токоносителей (электронов или дырок),  $m^* \sim (0,1-0,001) m_e$ .

ТермоЭДС металлов имеет значение порядка милливольт. Знак электродвижущей силы определяется по следующему правилу: если в термопаре ток течёт в холодном спае из металла *A* в металл *B*, то электродвижущая сила металла *A* по отношению к металлу *B* считается положительной, в данном случае металл *A* термоэлектрически положителен по отношению к металлу *B* (рис. 8). Когда на конце металла в холодном спае возникает положительный полюс, то термоЭДС металла положительна; отрицательный полюс указывает на отрицательную термоЭДС металла.





Рис. 8. Термопара из двух металлов *А* и *В* Рис. 9. Термопара из частично

из частично деформированной проволоки

Нельзя составить термопару из одного и того же металла. Однако если взять проволоку, придать ей U-образную форму (рис. 9) и одну ветвь подвергать деформации, то при создании температурного градиента наводится термоэлектродвижущая сила. ТермоЭДС термопары, составленной из деформированного и недеформированного металла, по предложению профессора Н.Ф. Кунина, называется наведённой термоЭДС. Она зависит от деформации металла, от степени неоднородностей, возникающих в результате термической обработки, и воздействия ряда других факторов. Метод исследования свойств металлов с помощью такой термопары называется термоэлектрическим методом, или методом термосил. Термоэлектрический метод нашёл широкое применение для исследования явлений, связанных с внутренними изменениями вещества. В частности, метод термосил успешно применяется при исследовании пластической деформации меди, алюминия, железа; для исследования процесса отдыха металлов, упрочнённых пластической деформацией; для изучения процесса закалки и отпуска легированных сталей.

Наведение термосилы деформацией представляет сложное явление, состоящее из более простых. Механизм простых явлений различен. Так, например, термосила, вызываемая упругой деформацией, имеет иную природу, чем термосила, возникающая при пластической деформации. Термосила, наведённая упругой деформацией, как и сама деформация, исчезает после снятия нагрузки. Возникновение в металле пластической деформации, не исчезающей при снятии нагрузки, приводит к появлению наведённой термосилы, так же не исчезающей при снятии напряжений. Таким образом, в металле, нагруженном выше предела текучести, полная наведённая термосила состоит из двух слагающих: упругой и остаточной.

Оказывается, аналогичное влияние производит пластическая деформация и на электропроводность металлов. При пластической деформации металлов изменяется их электрическое сопротивление. Н.Ф. Кунин и В.Н. Кунин провели параллельные измерения изменения удельного сопротивления и величины наводимой термосилы при пластической деформации. В результате исследования меди, серебра и других металлов, подвергнутых пластической деформации прокаткой, кручения и растяжения, установлена линейная зависимость удельного сопротивления и наведённой термо-ЭДС от степени деформации. Таким образом, наведённое сопротивление зависит от деформации следующим образом:

$$\Delta \rho = B \cdot i, \tag{8}$$

где В – постоянная,  $\rho$  – удельное сопротивление. Для серебра постоянная В оказалась равной:  $B = 1,3 \cdot 10^{-9}$  Ом · см.

Наведённая термосила зависит от относительной деформации *i* так же линейно:

$$S = B' \cdot i. \tag{9}$$

Постоянная *В'* для деформации растяжения оказалась равной

$$B' = 28 \cdot 10^{-4} \frac{\text{микровольт}}{\text{К}}.$$

Из уравнений (8) и (9) получаем:

$$\frac{S}{\Delta\rho} = \frac{B'}{B} = C.$$
 (10)

Таким образом, изменение термосилы на градус и изменение сопротивления, возникающие при пластической деформации, прямо пропорциональны друг другу. Этот результат показывает, что у серебра и меди эффекты изменения термо-ЭДС и сопротивления, вызванные пластической деформацией, имеют одинаковую природу.

При деформации длина свободного пробега электронов изменяется в соответствии с правилом Матиссена

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{l_0} + \frac{1}{l_1},\tag{11}$$

где слагающая  $l_1$  соответстваует изменению длины свободного пробега, вызванному деформацией. Подставляя это выражение в (3) при  $S = \alpha$ , получим:

$$d\alpha = \frac{\pi^2 k^2 T}{3e} \left( \frac{1}{l} \frac{dl}{dE} - \frac{1}{l_0} \frac{dl_0}{dE} \right), \tag{12}$$

что может быть представлено в виде

$$d\alpha = \frac{\pi^2 k^2 T}{3e} \frac{d\rho}{\rho_0} \left( \frac{1}{l_1} \frac{dl_1}{dE} - \frac{3S_0 e}{\pi^2 k^2 T} + \frac{1}{\varepsilon_F} \right).$$
(13)

Здесь  $\rho_0$  – удельное сопротивление недеформированного металла,  $S_0$  – его абсолютная термосила при температуре Т. Вводя вместо длины свободного пробега эффективное сечение рассеяния электронов Q, будем иметь

$$d\alpha = \frac{\pi^2 k^2 T}{3e} \frac{d\rho}{\rho_0} \left( \frac{1}{Q} \frac{dQ}{dE} - \frac{3S_0 e}{\pi^2 k^2 T} + \frac{1}{\varepsilon_F} \right). \tag{14}$$

В выражении (14) все величины, кроме  $\frac{1}{Q} \frac{dQ}{dE'}$ , при данной температуре постоянны. Поэтому имеет место пропорциональное изменение наведённой термосилы и наведённого сопротивления при изотермической деформации.

В то время как пластическая деформация вызывает образование искажений кристаллической решётки, нарушающих её периодичность, при упругой деформации периодичность решётки не нарушается. В этом случае изменение эффективного сечения рассеяния электронов будет равно нулю. Тогда из (14) получим

$$d\alpha = -\frac{S_0}{\rho_0} d\rho + \frac{\pi^2 k^2 T}{3e\varepsilon_F}.$$
 (15)

Отсюда видно, что изменение термосилы и удельного сопротивления при упругой деформации пропорциональны друг другу, но противоположны по знаку.

При упругом растяжении удельное сопротивление большинства металлов растёт. Поэтому абсолютная термосила при упругой деформации должна уменьшаться. Упруго деформированный металл должен иметь термосилу меньшую, чем недеформированный, т.е. должен быть отрицательным по отношению к недеформированному. Качественно это может быть объяснено уменьшением концентрации электронов вследствие увеличения объёма при деформации. Тогда диффузия электронов в горячем спае будет проходить из нерастянутого металла в растянутый, а ток будет иметь обратное направление. Таким образом, в горячем спае нерастянутый металл будет положительным, а термосила упруго деформированного металла будет отрицательной. В отличие от этого пластически деформированные медь и серебро положительны по отношению к недеформированному металлу.

Таким образом, упругая наведённая термосила имеет другой знак, чем пластическая. В начальной стадии деформирования имеет место инверсия знака наведённой термосилы, что объясняется различием знака упругой и пластической деформации. При малых деформациях преобладает упругая составляющая. При больших деформациях упругая деформация составляет лишь малую долю полной, преобладает пластическая деформация.

При некоторой деформации упругая и остаточная компоненты наведённой термосилы взаимно равны и полная термосила равна нулю. Кривая термосилы пересекает ось деформаций в точке, соответствующей такой деформации.

Таким образом, можно сформулировать следующие выводы:

1. Наведённая термоЭДС и удельное сопротивление при пластической деформации пропорциональны друг другу.

2. В соответствии с уравнениями электронной теории металлов изменение термосилы и удельного сопротивления при пластической деформации могут быть объяснены изменением длины свободного пробега электронов вследствие искажений кристаллической решётки.

3. Упругая наведённая термосила имеет другой знак, чем пластическая. Поэтому по изменению знака наведённой термоЭДС можно судить о переходе из области упругой деформации в область пластической деформации. Наведённые термосилы имеют очень малые значения, порядка 0,01–0,02 µВ/град, поэтому для их измерения используется метод последовательного наведения и снятия температурного градиента.

#### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

На рис. 10 представлена схема экспериментальной установки для измерения наведённой термо-ЭДС медной проволоки в зависимости от деформации кручения.



Рис. 10. Схема экспериментальной установки 1 – нановольамперметр, 2 – изолятор, 3 – неподвижный зажим, 4 – вращающийся зажим.

Подготовка нановольтамперметра к работе

1. Усилитель прибора должен быть включен в сеть за 1 час до выполнения измерений.

2. Проверить настройку прибора. Для этого необходимо установить «0» электрическим корректором нуля при отжатой кнопке «измерение» следующим образом: установить «0» по напряжению ручкой «O<sub>2</sub>», а затем «O<sub>3</sub>», постепенно повышая чувствительность прибора до диапазона 1 μV. Установить «0» по току ручкой «O<sub>1</sub>» при положении переключателя диапазонов измерений в «O<sub>1</sub>».

Методика проведения измерений наведённой термоЭДС

Берётся образец отожжённой медной проволоки и сгибается в U-образную форму. Один конец образца продевается в отверстие изолятора не вращающегося зажима. Проволока скручивается в три витка и оба её конца продеваются в печь, которая насаживается на вращающийся изолятор в месте скрутки. Один конец термопары закрепляется в изоляторе вращающегося зажима. Для подсоединения термопары к нановольтамперметру необходимо её концы зачистить наждачной бумагой.

Включить электропечь в сеть и прогреть в течение 30 мин. (для установления в ней стабильной температуры).

Подсоединить зачищенные концы термопары к нановольтамперметру. В момент закрепления термопары в изоляторах зажимов рычаг отжимов должен находиться в положении, при котором расстояние между зажимами минимальное. После закрепления термопары рычаг отжима отвести в положение, при котором за счёт груза создаётся натяжение деформированного конца термопары.

После этого проводить измерения в следующем порядке.

1. Нажать кнопку «измерение» и зафиксировать её. Снять показания нановольтамперметра с учётом знака термоЭДС. Отжать кнопку «измерение», сделать 5 оборотов вращающегося зажима, нажать кнопку «измерение». Снять показания прибора, отжать кнопку «измерение» и т.д. через каждые 5 оборотов до разрыва проволоки. Данные занести в табл. 4.

Таблица 4

Число оборотов, N	5	10	15	20	25	30	и т.д.
ε, μV							

2. Построить график зависимости  $\mathcal{E}(N)$ .

3. Повторить пункт 1 с новым образцом, проводя измерения наведённой термоЭДС через 1 оборот. Данные занести в табл. 5.

Таблица 5

Число оборотов,	1	2	3	4	5	6	и т.д.
N							
ε, μV							

4. По данным этой таблицы построить график зависимости  $\mathcal{E}(N)$ .

5. Объяснить полученные результаты.

На рис. 11 представлена экспериментальная установка для изучения наведённой термоЭДС. С этой работы начиналась история лаборатории спецфизпрактикума.



Рис. 11. Установка для изучения наведённой термоЭДС

#### Контрольные вопросы для допуска к работе

1. При каких условиях возникает термоэлектродвижущая сила?

2. Что такое дифференциальная термоЭДС? Как по её значению можно определить концентрацию носителей заряда?

3. Что такое наведённая термоЭДС? Каковы условия её возникновения?

4. Как определить знак наведённой термоЭДС?

5. Чем обусловлено пропорциональное изменение наведённой термосилы и удельного сопротивления при пластической деформации?

6. Как можно экспериментально установить влияние степени деформации на величину наведённой термоЭДС?

#### Контрольные вопросы для защиты работы

1. Как зависит наведённая термоЭДС от степени деформации?

2. Какова причина изменения знака термоЭДС при переходе из упругой области в пластическую?

3. Чем может быть обусловлен немонотонный характер зависимости  $\mathcal{E}(N)$ , выявляемый при измерении наведённой термоЭДС через один оборот?

#### Литература

 Кунин, Н.Ф. Наведение термоэлектродвижущей силы при деформации металлов / Н.Ф. Кунин // Учёные записки. – Челябинск, 1958. – Т. 5. – Вып. 1. – С. 7–21.

- 2. Акулов, Н.С. Дислокации и пластичность / Н.С. Акулов. Минск: Изд-во АН БССР, 1961. 109 с.
- Эйрих, Ф.Р. Реология. Теория и приложения / Ф.Р. Эйрих. – Москва: Изд-во ИЛ, 1962. – 824 с.
- Сивухин, Д.В. Общий курс физики в 5 томах / Д.В. Сивухин. Т. III. Москва: Физматлит, 2020. 656 с. ISBN: 978-5-9221-1643-5.

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА З

# Изучение температурной зависимости электропроводности полупроводников

*Цель работы:* исследовать зависимость сопротивления полупроводника от температуры и определить энергию активации.

Приборы и принадлежности: одинарно-двойной мост Р-3009, полупроводник, печь, термометр, автотрансформатор, блок питания, вольтметр, реостат, ключ, провода.

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Электрические свойства твёрдых тел определяются особенностями электронного энергетического спектра. Согласно квантовой теории в отдельном изолированном атоме электроны, окружающие ядро, могут занимать дискретный набор уровней энергии. Нижние энергетические уровни обычно заняты, а верхние отвечают возбуждённым состоянием атома.

При сближении атомов до расстояний порядка атомных размеров образуется регулярная периодическая структура. При образовании кристалла атомы «возмущают» друг друга, происходит перекрытие электронных волновых функций, в результате чего каждый энергетический уровень расщепляется в энергетическую полосу (или зону) возможных значений энергии. Между отдельными зонами могут возникать разрывы – области запрещенных значений энергии, возникает зонная структура энергетического спектра, состоящая из совокупности разрешенных и запрещенных полос (рис. 12).



Рис. 12. Схема образования энергетических зон в зависимости от расстояния *а* между атомами

Число уровней в энергетической зоне совпадает с числом атомов, образовавших кристалл. При достаточном сближении атомов энергетические зоны, возникающие из разных атомных уровней, могут расшириться настолько, что оказывается возможным их перекрытие. На рис. 13 показан случай перекрывающихся энергетических полос для металла натрия.

Наивысшая из заполненных зон называется <u>валент-</u> <u>ной зоной</u> (v). Ближайшая к ней вышележащая разрешенная зона, которая является пустой или частично заполненной, называется <u>зоной проводимости</u> (с, от англ. «conductivity»). В этой зоне имеется значительное число свободных уровней, на которые электроны могут переходить, получив дополнительную энергию извне (например, под влиянием внешнего электрического поля) (рис. 12). От степени заполнения зон электронами и характера их взаимного расположения зависит тип электропроводности кристалла.



Рис. 13. Образование перекрывающихся энергетических полос для кристалла натрия

Рассмотрим возможные схемы заполнения энергетических зон.

1. Пусть кристалл образован из одновалентных элементов (Li, Na, K, Cu, Ag, Au). Каждый из N атомов отдает в зону проводимости по одному электрону, т.е. имеется N электронов (S – состояние) и 2N состояний (с учетом двух возможных проекций спина). Поэтому зона оказывается заполненной только наполовину. Кристалл с такой зоной обладает хорошей электропроводностью и является **металлом** (рис. 14). При включении электрического поля  $\vec{\mathcal{E}} \neq 0$  электроны могут ускоряться, переходить на более высокие свободные уровни и участвовать в электропроводности уже при T = 0.



Рис. 14. Зонная схема одновалентного металла

2. Пусть в узлах решетки находятся атомы двухвалентных элементов (*Be*, *Mg*, *Zn*, *Ca*, *Cd*). Каждый из *N* атомов отдает в зону два электрона, поэтому число электронов в зоне равно 2*N*. В этом случае все 2*N* состояний оказываются заполненными. Однако проводимость возможна за счет перекрытия заполненной зоны с вышележащей пустой зоной (рис. 15). При этом электроны заполненной зоны могут переходить на свободные уровни более высокой зоны и вещество оказывается в металлическом состоянии. В соответствии с критерием Вильсона (1931 г.) это – полуметалл.

3. Если заполненная зона и вышележащая зона не перекрываются, то электропроводность кристалла будет зависеть от соотношения между шириной запрещенной зоны  $\Delta E$  и энергией теплового движения электронов kT (здесь k – постоянная Больцмана).



Рис. 15. Зонная схема полуметалла

4. В случае, когда  $\Delta E \gg kT$ ,  $\Delta E > 2$ эВ тепловое движение не может перебросить электроны из валентной зоны в зону проводимости. Поэтому твердое тело является диэлектриком (рис. 16).



Рис. 16. Зонная схема диэлектрика

5. Если ширина запрешенной зоны удовлетворяет условию  $\Delta E \leq kT$ , то за счет теплового движения могут возникать 2 типа носителей тока: отрицательные электроны в зоне проводимости и положительно заряженные дырки в валентной зоне (рис. 17). В этом случае твердое тело является полупроводником с собственной проводимостью.



Рис. 17. Возникновение электропроводности в полупроводнике с собственной проводимостью *а* – схема ковалентных связей; б – зонная схема

Для объяснения собственной проводимости в качестве примера рассмотрим германий (Ge) - химический элемент, принадлежащий IV группе таблицы Менделеева. Аналогичная картина будет иметь место и для кремния (Si). Германий образует кристаллическую решетку типа алмаза, в которой каждый атом связан ковалентными связями с четырьмя ближайшими соседями (на рис. 17а ковалентные связи показаны двойными линиями). Каждую такую связь обеспечивает пара электронов с антипараллельными спинами (↑↓). При повышении температуры энергии теплового движения может оказаться достаточной для разрыва отдельных пар. На месте, покинутом электроном, возникает избыточный положительный заряд (+е), называемый дыркой. На это место может перескочить другой электрон из соседних пар. Таким образом, возникает движение свободных электронов и дырок по кристаллу. При встрече свободного электрона и дырки происходит их рекомбинация (исчезновение пары носителей заряда).

На «зонном языке» процесс собственной проводимости полупроводника объясняется следующим образом. При T = 0 K электронов в зоне проводимости нет, и кристалл ведёт себя как диэлектрик. С повышением температуры за счет теплового возбуждения кристалла всё большее число электронов забрасывается в зону проводимости, вместе с этим растёт и число дырок в валентной зоне (рис. 17б). При включении электрического поля возникает направленное движение носителей тока: электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне.

Таким образом, механизм электропроводности полупроводника носит активационный характер: за счет термической активации растет концентрация носителей тока – электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне, что приводит к возрастанию электропроводности.

5. Если ширина запрещенной зоны  $\Delta E > kT$ , то межзонные переходы становятся невозможными. Однако в этом случае может реализоваться **примесная проводимость**.

### Донорные примеси

Пусть в кристалл германия внедряется примесь пятивалентных атомов, например, мышьяка. Для осуществления ковалентных связей в решетке германия необходимы всего четыре валентных электрона, поэтому пятый электрон мышьяка оказывается слабо связанным с атомом (рис. 18*a*). Благодаря малой энергии связи он легко отрывается от атома и становится свободным электроном. При включении электрического поля такие электроны начинают переносить ток, обеспечивая примесную проводимость.



Рис. 18. Объяснение электропроводности германия с примесью пятивалентного мышьяка *a* – схема ковалентных связей; б – зонная схема донорного полупроводника

С точки зрения зонной теории возникает следующая картина.

Если  $\Delta E_1 \ll kT$  ( $\Delta E_1$  – интервал между донорным уровнем и дном зоны проводимости), то за счет теплового движения электроны, слабо связанные с примесными атомами, могут совершать квантовые скачки с донорного уровня в зону проводимости (рис. 18б). При этом примесные атомы, отдавшие электроны в зону проводимости, превращаются в положительно заряженные ионы. Таким образом, при выполнении условия

$$\Delta E_1 < kT < \Delta E$$

имеет место электронная проводимость полупроводника (полупроводник *n*-типа).

#### Акцепторные примеси

В случае введения в решетку германия примеси с меньшей валентностью (например, трехвалентный индий),

одна из ковалентных связей оказывается незаполненной (рис. 19*a*). В исходной матрице под влиянием тепловой энергии *kT* может произойти разрыв ковалентной связи, из которой может быть заимствован недостающий электрон. Образовавшаяся дырка будет распространяться по кристаллу как свободный положительный заряд. При включении электрического поля дырки будут обеспечивать электропроводность кристалла.



Рис. 19. Объяснение электропроводности германия с примесью трехвалентного индия *а* – схема ковалентных связей; б – зонная схема акцепторного полупроводника

С точки зрения зонной картины электроны из валентной зоны могут быть захвачены примесными уровнями акцепторов. В этом случае электропроводность полупроводника обусловлена дырками (она называется дырочной, или акцепторной, проводимостью). Примесные атомы, захватившие электроны из валентной зоны, превращаются в отрицательно заряженные ионы, уровни энергии которых расположены вблизи потолка валентной зоны (рис. 19б). Поскольку ток в этом случае переносится положительными квазичастицами – дырками, вещество называется **полупроводником** *p***-типа**. Данный тип проводимости реализуется при условии

 $\Delta E_2 < kT < \Delta,$ 

где  $\Delta E_2$  – интервал между потолком валентной зоны и акцепторным уровнем.

6. Если валентная зона и зона проводимости не перекрываются, но касаются в одной точке, определяемой свойствами симмерии кристалла, то вещество является **бесще**левым полупроводником (рис. 20). Примерами бесщелевых полупроводников являются HgTe, *a* – Sn (серое олово), HgSe.



Рис. 20. Схема бесщелевого энергетического спектра полупроводника

Полупроводники занимают промежуточное место по электропроводности между проводниками и диэлектриками. Удельное электросопротивление большинства полупроводников при комнатной температуре имеет значение в интервале от 10<sup>-2</sup> до 10<sup>9</sup> Ом·см. Оно зависит от различных внешних воздействий (свет, электрическое поле, ионизирующее излучение и т.д.). При включении электрического поля напряженностью  $\vec{\mathcal{E}}$  электроны и дырки приобретают ускорение в противоположных направлениях: электроны – против поля, дырки – вдоль направления поля (рис. 21). При этом плотности токов электронов и дырок складываются:

$$j_x = e n_e v_{e,x} + e_h n_h v_{h,x} , \qquad (1)$$

где  $n_e$  и  $v_{e,x}$  – концентрация и средняя скорость дрейфа электронов в проекции на ось x;  $n_h$  и  $v_{h,x}$  – аналогичные величины для дырок.



Рис. 21. Дрейф электронов и дырок в электрическом поле

Скорость направленного движения токоносителей можно выразить через подвижность и напряженность электрического поля:

$$v_{e,x} = \mu_e \, \mathcal{E}_x$$
,  $v_{h,x} = \mu_h \, \mathcal{E}_x$ . (2)  
Поэтому из (1) и (2) следует  
 $j_x = (en_e \mu_e + e_h n_h \mu_h) \mathcal{E}_x$ ,

или

$$j_x = \lambda \mathcal{E}_x. \tag{3}$$

Формула (3) представляет собой закон Ома в дифференциальной форме, где коэффициент удельной электропроводности

$$\lambda = e n_e \mu_e + e_h n_h \mu_h \,.$$

Учитывая, что  $\mu_e < 0, e_h = -e > 0$ , получаем следующее выражение для коэффициента удельной электропроводности полупроводника:

$$\lambda = e_h(n_e|\mu_e| + n_h\mu_h). \tag{4}$$

Из формулы (4) следует, что температурная зависимость электропроводности полупроводника  $\lambda$ (T) определяется температурной зависимостью концентрации токоносителей n(T) и их подвижности  $\mu(T)$ .

Рассмотрим случай собственной проводимостии полупроводника, когда  $n_e = n_h$ . Температурную зависимость концентрации токоносителей можно качественно получить следующим образом. Число переходов электронов из валентной зоны в зону проводимости под влиянием теплового движения (рис. 17б) пропорционально множителю Больцмана:

$$N_{\uparrow} = Ae^{-\frac{\Delta E}{kT}}.$$

Число рекомбинаций электронов и дырок (при которых электроны переходят из зоны проводимости в валентную зону) пропорционально произведению концентраций  $n_e \cdot n_h$  (в соответствии с теоремой умножения вероятностей):

$$N_{\downarrow} = Bn_e \cdot n_h.$$

В статистическом равновесии число электронов, переходящих из валентной зоны в зону проводимости, должно быть равно числу рекомбинаций, т.е.

$$Ae^{-\frac{\Delta E}{kT}} = Bn_e \cdot n_h \,, \tag{5}$$

где А и В - постоянные коэффициенты.

Для полупроводника с собственной проводимостью, когда  $n_e = n_h = n$ ,

из (5) следует

$$n^2 = \frac{A}{B} e^{-\frac{\Delta E}{kT}}.$$

Извлекая корень, получим

$$n = n_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}},\tag{6}$$

где

$$n_0 = \sqrt{\frac{A}{B}} \; .$$

Последовательные вычисления в квазиклассическом приближении (проводимые в курсе физики твердого тела), приводят к следующему выражению для *n*<sub>0</sub>:

$$n_0 = 2\left(\frac{2\pi kT}{h^2}\right)^{3/2} \left(m_e m_h\right)^{3/4} , \qquad (7)$$

где  $m_e$  и  $m_h$  – эффективные массы электрона и дырки, h – постоянная Планка.

Таким образом, температурная зависимость концентрации токоносителей определяется произведением двух сомножителей:

$$n(T) \sim T^{3/2} \cdot e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}.$$
(8)

Первый множитель  $T^{3/2}$  медленно меняется с температурой, тогда как множитель  $e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}$  сильно зависит от температуры. Поэтому концентрация токоносителей зависит от температуры главным образом по экспоненциальному закону.

Теперь необходимо определить зависимость подвижности токоносителей от температуры. Ограничимся случаем невырожденного полупроводника, в котором носители тока подчиняются классической статистике Максвелла-Больцмана. В собственном полупроводнике число электронов, переходящих в зону проводимости, обычно значительно меньше числа энергетических уровней в этой зоне, т.е. лишь малая часть уровней зоны проводимости занята электронами. Поэтому критерий невырожденности электронного газа

$$n\left(\frac{h^2}{2\pi m^* kT}\right)^{3/2} \ll 1 \tag{8}$$

выполняется достаточно хорошо.

Средние добавочные скорости электрона и дырки, вызванные ускоряющим действием электрического поля, равны:

$$|\Delta \vec{v}_e| = \frac{e|\vec{\mathcal{E}}|}{m_e} \tau_e, \tag{9}$$

$$|\Delta \vec{v}_h| = \frac{e|\mathcal{E}|}{m_h} \tau_h \,, \tag{10}$$

где  $\tau_e$  и  $\tau_h$  – время движения электрона и дырки между столкновениями с колеблющимися атомами или дефектами кристаллической решетки. Подвижности носителей заряда определяются следующим образом:

$$\mu_e = \frac{|\Delta \vec{v}_e|}{|\vec{\mathcal{E}}|} = \frac{el_e}{m_e v_e} , \qquad (11)$$

$$\mu_h = \frac{|\Delta \vec{v}_h|}{|\vec{\mathcal{E}}|} = \frac{el_h}{m_h v_h}, \qquad (12)$$

где  $l_e$  и  $l_h$  – средняя длина свободного пробега электрона и дырки.

В области высоких температур энергия тепловых колебаний решетки растёт пропорционально температуре:

$$\frac{1}{2}\gamma a_1^2 = kT , \qquad (13)$$

где  $\gamma$  – коэффициент упругой связи с узлом кристаллической решетки,  $\frac{1}{2}\gamma a_1^2$  – потенциальная энергия атома, отклоненного от узла на расстояние  $a_1$ , k – постоянная Больцмана. Длина свободного пробега l связана с амплитудой  $a_1$ тепловых колебаний атома равенством

$$l = \frac{1}{n_1 \pi a_1^2} = \frac{1}{n_1 S} , \qquad (14)$$

где  $n_1$  – концентрация атомов,  $\pi a_1^2$  – площадь круга радиуса  $a_1$ . Из (13) и (14) следует, что

$$l \sim \frac{1}{T} \,. \tag{15}$$

Средняя скорость теплового движения носителей заряда в невырожденном полупроводнике зависит от температуры, так же как скорость движения молекул идеального газа:

$$v \sim \sqrt{T}$$
. (16)

Подставляя значения *l* (15) и *v* (16) в (11) и (12), получим:

$$\mu \sim T^{-3/2}$$
, (17)

т.е. с ростом температуры подвижность, обусловленная рассеянием на тепловых колебаниях решетки, уменьшается.

Согласно (4) коэффициент удельной электропроводности  $\lambda$  определяется произведением концентрации

и подвижности токоносителей. Поэтому с учетом (8) и (17) получаем следующую температурную зависимость:

$$\lambda = \lambda_0 \, e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}.\tag{18}$$

С ростом температуры электропроводность растёт по экспоненциальному закону. Учитывая, что удельное сопротивление

$$\rho = \frac{1}{\lambda}, \qquad (19)$$

приходим к заключению, что при  $T \to 0$  удельная электропроводность полупроводника стремится к нулю, а удельное сопротивление неограниченно растёт:  $\rho \to \infty$ . С увеличением температуры растёт концентрация носителей тока (электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне), что приводит к росту электропроводности и уменьшению электросопротивления. График зависимости сопротивления полупроводника от температуры

$$R = R_0 \, e^{\frac{\Delta E}{2kT}} \tag{20}$$

представлен на рис. 22.



Рис. 22. Зависимость электросопротивления от температуры полупроводника с собственной проводимостью

Влияние примесей на электропроводность полупроводника можно проиллюстрировать с помощью графика поведения логарифма концентрации токоносителей от обратной температуры (рис. 23).



Рис. 23. Температурная зависимость натурального логарифма концентрации электронов в зоне проводимости

На графике имеются три области. Область 1 – это область ионизации примесей. Например, в случае полупроводника п-типа (с донорными примесями) в этой области электроны с донорных уровней забрасываются в зону проводимости, преодолевая щель  $\Delta E_1 = (E_c - E_d)$ . С повышением температуры (область 2) наступает истощение примесей, когда все примесные атомы уже отдали электроны в зону проводимости. При дальнейшем росте температуры (область 3) всё большую роль начинает играть собственная проводимость, при которой оказываются возможными межзонные переходы электронов. Таким образом, в примесном полупроводнике при низких температурах преобладает примесная проводимость, а при высоких – собственная.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Для определения температурной зависимости сопротивления и энергии активации исследуемого полупроводникового образца используется одинарно-двойной мост P-3009. В данной работе измерение сопротивления проводится по схеме одинарного моста MO-2 (рис. 24).



Рис. 24. Мост Р-3009 в схеме одинарного моста МО-2

Мост Р-3009 состоит из блока измерительного, блока автокомпенсатора АК и блока усилителя У. Вход АК подключается к выходу БИ нажатием и фиксацией кнопки «Измерение».

На лицевой панели БИ (рис. 25) находятся:

1 - декады плеча сравнения,

2 – штепсельные разъёмы постоянных плеч моста  $\mu_1$ и  $\mu_2$ ,

3 и 4 – зажимы для подключения сопротивления по схеме MO-2,

5 - зажим «общая точка»,

6 - переключатель рода работ ПРР.



Рис. 25. Лицевая панель БИ моста



Рис. 26. Лицевая панель автокомпенсатора

На лицевой панели АК обозначены:

1 - переключатель «чувствительность»,

- 2 выходной прибор АК,
- 3, 4, 5 регуляторы «установки нуля» («01», «02», «03»).
- 6 кнопки «01», «02», «03».

7 - кнопка «измерение».

Усилитель выполнен в виде двух отсеков, расположенных на общем металлическом основании. На лицевую панель второго отсека выведена лампочка, сигнализирующая о включении усилителя, а на панель первого – ручка механического корректора нуля.

## Порядок выполнения работы

1. Убедиться в правильности собранной на столе схемы (схему не разбирать!)

2. Включить усилитель в сеть.

3. Переключатель ПРР установить в положение, соответствующее схеме измерения одинарного моста MO-2.

4. Выставить на мосте рекомендуемые значения  $\mu_1$  и  $\mu_2$ .

Следующие пункты 5 и 6 выполнять только под контролем лаборанта!

5. С помощью механического корректора нуля установить стрелку выходного прибора АК на «нуль».

6. С помощью регулятора «установка нуля» («01», «02», «03») провести настройку АК. Для этого нажать кнопку «01», затем, повышая чувствительность нуль-индикатора регуляторами «01» («грубо»), «02» и «03» («точно»), установить стрелку выходного прибора на нулевое деление.

7. Кнопку «01» отжать, переключатель чувствительности перевести в крайнее левое положение.

8. Замкнуть цепь батареи ключом, с помощью реостата добиться показания вольтметра 1,5 В.

9. Включить и зафиксировать кнопку «Измерение».

10. Напряжение разбаланса моста определяется по указателю выходного прибора АК. Уравновесьте мост декадами плеча сравнения (постепенно повышая чувствительность (до положения 0)). 11. Отжать кнопку «Измерение». Провести подсчёт измеряемого сопротивления по формуле

 $R_X = \mu_1 \mu_2 R,$ 

где µ<sub>1</sub>и µ<sub>2</sub> – числовые коэффициенты, отображающие постоянные плечи моста, *R* – отсчёт по декадам плеча сравнения.

12. Для дальнейшего повышения температуры подать напряжение на печь (начиная примерно с 49–50 В), постепенно повышая его по мере замедления роста температуры.

Максимальное напряжение не должно превышать 90 В!

Провести измерение сопротивления через каждые 10 °C до 150 °C.

Результаты измерений занести в таблицу:

Таблица 6

t <sup>0</sup> C	T <sup>0</sup> K	$^{1}/_{T^{0}}$	$R_X$	$\ln R_X$

13. Используя данные таблицы 6, построить график зависимости сопротивления от температуры.

14. Зависимость сопротивления полупроводника от температуры имеет вид:

$$R_x = R_0 \, e^{\frac{\Delta E}{kT}}.\tag{21}$$

Логарифмируя это выражение, находим

$$\ell n R_{\chi} = \ell n R_0 + \frac{\Delta E}{KT} \,. \tag{22}$$

График зависимости  $\ell nR_x$  от 1/T представляет собой прямую линию, тангенс угла наклона которой равен  $\frac{\Delta E}{K}$ . Построить этот график, найти тангенс угла наклона, а затем вычислить энергию активации полупроводника  $\Delta E$  в эВ.

15. Сформулировать выводы по работе.

# Контрольные вопросы для допуска к работе

1. Какая существует классификация кристаллов по типу электропроводности на основе зонной теории?

2. Каков механизм собственной и примесной проводимости полупроводников?

3. Какова температурная зависимость электросопротивления полупроводника?

4. Что такое энергия активации? Как её можно определить экспериментально?

#### Контрольные вопросы для защиты работы

1. Дайте объяснение полученной температурной зависимости электросопротивления полупроводника.

2. Объясните температурную зависимость концентрации носителей заряда в полупроводнике с собственной проводимостью. Объясните, как меняется эта зависимость при наличии примесей.

3. Объясните температурную зависимость подвижности носителей заряда в невырожденном полупроводнике.

4. Укажите, каков физический смысл энергии активации, определенной в данной работе. Сопоставьте полученное значение с табличными данными.

#### Литература

- Свирский, М.С. Электронная теория вещества / М.С. Свирский. – Москва: Просвещение, 1980. – 288 с.
- Лысов, В.Ф. Практикум по физике полупроводников / В.Ф. Лысов. – Москва, 1976. – 208 с.
- Шалимова, К.В. Физика полупроводников: учебник / К.В. Шалимова. – Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 400 с. – ISBN 978-5-8114-092 -8.
- Епифанов, Г.И. Физика твердого тела: учебное пособие / Г.И. Епифанов. – Санкт-Петербург: Лань, 2011. – 288 с. – ISBN 978-5-8114-1001-9.
- Ашкрофт, Н. Физика твердого тела / Н. Ашкрофт, Н. Мермин. – Москва: Мир, 1979. – Т. 2. – 424 с.
- Киттель, Ч. Введение в физику твердого тела / Ч. Киттель. – Москва: Наука, 1978. – 792 с.

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4 Изучение гальваномагнитных эффектов в полупроводниках

*Цель работы:* исследовать гальваномагнитные эффекты в полупроводниках (эффект Холла и магнетосопротивление), экспериментально проверить теоретические закономерности.

Приборы и материалы: датчик Холла, электромагнит, выпрямитель BC-24 М, потенциометр постоянного тока, гальванометр, амперметр, реостат, источник питания, милливеберметр, двухполюсные переключатели.

#### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Гальваномагнитными эффектами называют эффекты, возникающие в веществе при одновременном действии электрического и магнитного полей, т.е. при пропускании тока по образцу, находящемуся в магнитном поле. Эффект Холла и эффект магнетосопротивления относятся к гальваномагнитным эффектам.

1. Эффект Холла

Пусть на образец из проводника или полупроводника, по которому течет ток, действует магнитное поле (рис. 27).



Рис. 27. Возникновение силы Лоренца, действующей на электроны и дырки в магнитном поле

Электрическое поле направлено вдоль оси ОХ, магнитное поле - вдоль оси ОZ. При включении электрического поля возникает электрический ток с плотностью  $\vec{j}$ :

$$\vec{j} = \lambda \vec{E},$$
 (1)
где λ – электропроводность. Носители заряда получают скорость направленного движения  $\vec{v}$  – дрейфовую скорость по полю для дырок и против поля для электронов. При включении магнитного поля на электроны и дырки действует сила Лоренца:

$$\vec{F}_{\Pi} = e \left[ \vec{v} \vec{B} \right]. \tag{2}$$

Дрейфовая скорость  $\vec{v} = \mu \cdot \vec{E}$ , где  $\mu$  – подвижность носителей заряда, равная

$$\mu = \frac{e\langle \tau \rangle}{m},$$

где  $\langle \tau \rangle$  – среднее время свободного пробега электронов и дырок. Подставляя это выражение в (2), получим:

$$\vec{F}_{\Pi} = \frac{e^2 \langle \tau \rangle}{m} [\vec{E}\vec{B}].$$
(3)

Формула (3) означает, что электроны и дырки отклоняются в одну и ту же сторону, если их скорость определяется электрическим полем. Таким образом, в результате действия полей  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  электроны и дырки будут двигаться по траектории в виде прямой линии, усредняющей *n* циклоид, под углом *a* к полю  $\vec{E}$ . Вектор  $\vec{j}$  будет повернут на угол *a* относительно вектора  $\vec{E}$ , причем направление поворота зависит от знака заряда, в силу того что и электроны и дырки отклоняются в одну и ту же сторону (рис. 28 и 29).



Рис. 28. Траектория электронов



Рис. 29. Траектория дырок

Так протекает явление в неограниченном веществе. Поскольку образец всегда имеет конечные размеры, то на стороне 1 произойдет накопление носителей заряда, а на стороне 2 возникнет их дефицит (рис. 30). В результате разделения зарядов возникает поперечное по отношению к  $\vec{E}$ и  $\vec{B}$  электрическое поле, называемое полем Холла (E<sub>холл</sub>).



Направление поля Холла зависит от знака носителей заряда. Величина поля Холла будет расти до тех пор, пока не скомпенсируется действие силы Лоренца. После этого заряды будут двигаться по прямым линиям вдоль оси X, вектор  $\vec{j}$  будет направлен по полю  $\vec{E}$ . Однако суммарное электрическое поле  $\vec{E'} = \vec{E} + \vec{E}_{Xолл}$  будет повернуто на угол *а* относительно оси X. Угол с называется углом Холла (рис. 31).

Эдвин Холл в 1879 г. экспериментально определил, что возникающая разность потенциалов (ЭДС Холла) имеет вид

$$U_x = R \frac{\mathcal{I}B}{d},\tag{4}$$

где *R* – постоянная Холла, *d* – толщина образца в направлении магнитного поля.



а) для электронов б) для дырок Рис. 31. Ориентация суммарного электрического поля

Рассмотрим элементарную теорию эффекта Холла. Изменение зарядов боковых сторон прекращается, когда действие силы Лоренца уравновешивается электрической силой, действующей на заряженную частицу со стороны поля Холла:

$$eE_{XOJJ} = evB. \tag{5}$$

Отсюда находим поле Холла:

$$E_{\rm XOJJ} = vB. \tag{6}$$

Напряжение между боковыми сторонами пластины равно

$$U_{\chi} = E_{\text{Холл}} \cdot b$$

где *b* – размеры образца в направлении оси *y*. С учетом (6) получаем

$$U_x = vBb. \tag{7}$$

Из электронной теории вещества известно, что плотность электрического тока

$$\vec{j} = en\vec{v}$$
,

поэтому

$$U_x = \frac{1}{en} jBb.$$
(8)

В эксперименте изменяется не *j*, а сила тока, которая равна

$$J = jS = jbd$$

Умножив и разделив (8) на толщину образца d, получаем

$$U_x = \frac{1}{en} \frac{JB}{d} \,. \tag{9}$$

Из сравнения (4) и (9) получаем выражение для постоянной Холла:

$$R = \frac{1}{en},$$
 (10)

где *п* – концентрация носителей заряда.

По экспериментальным данным можно определить постоянную Холла:

$$R = \frac{U_x \cdot d}{\mathcal{I} \cdot B}, \qquad (11)$$

а затем вычислить концентрацию носителей заряда:

$$n = \frac{1}{Re}.$$
 (12)

Если все величины измеряются в системе СИ, то размерность постоянной Холла:

$$[R] = \frac{M^3}{K\pi}.$$

При наличии электронной и дырочной проводимости в полупроводнике постоянная Холла определяется выражением (см. [1]):

$$R = \frac{1}{e_h} \cdot \frac{n_h \mu_h^2 - n_e \mu_e^2}{(n_e |\mu_e| + n_h \mu_h)^2},$$
 (13)

где  $n_e$  и  $\mu_e$  – концентрация и подвижность электронов,  $n_h$  и  $\mu_h$  – концентрация и подвижность дырок. При этом учтено, что  $e = -e_h$ , где  $e_h$  – заряд дырки.

В случае электронной проводимости (когда $n_h=0, \ n_e=n),$ из (13) следует:

$$R_e = \frac{1}{en} < 0,$$
 (14)  
75

что внешне совпадает с выражением (10), которое получается в теории металлов. Однако поскольку в полупроводнике с электронной проводимостью концентрация электронов на много порядков меньше, чем в металлах, то постоянная Холла в полупроводниках может оказаться на много порядков больше, чем в металлах.

В случае дырочной проводимости (когда  $n_e = 0, n_h = n$ ), из (13) следует:

$$R_h = \frac{1}{e_h n_h} > 0.$$
 (15)

Таким образом, в случае дырочной проводимости постоянная Холла положительна. По знаку эффекта Холла можно определить тип проводимости.

2. Магнетосопротивление

Эффект магнетосопротивления – это возрастание электрического сопротивления материала в магнитном поле. Магнитное поле влияет на электропроводность. Без магнитного поля заряженная частица движется прямолинейно и между двумя столкновениями проходит путь, равный длине свободного пробега  $\ell_0$ . При включении магнитного поля в результате действия силы Лоренца происходит искривление траектории частицы. В результате за время свободного пробега вдоль направления электрического поля частица пройдёт путь, меньший, чем  $\ell_0$ , т.е.

$$\ell_{\rm x} = \ell_0 \cos \alpha, \qquad (16)$$

где  $\alpha$  – угол Холла. Его можно определить следующим образом (рис. 31):

$$tg \ \alpha = \frac{E_{\mathrm{Xonn}}}{E}.$$

Учитывая, что  $E_{X_{0ЛЛ}} = vB$ , находим:

$$tg \ \alpha = \frac{\nu B}{E} = \frac{\mu E B}{E} = \mu B.$$

В слабых магнитных полях µВ < 1. Тогда угол Холла мал и

$$tg \ \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha \approx \mu B.$$

Учитывая это, находим:

$$\cos \alpha = 1 - \frac{1}{2}\alpha^2 = 1 - \frac{\mu^2 B^2}{2}.$$
 (17)

Подставляя это выражение в (16), получаем:

$$\ell_{\rm x} = \ell_0 \left( 1 - \frac{\mu^2 B^2}{2} \right). \tag{18}$$

Электропроводность вещества, согласно электронной теории, зависит от длины свободного пробега. В отсутствие магнитного поля электропроводность λ<sub>0</sub> имеет вид:

$$\lambda_0 = \frac{ne^2\ell_0}{mv_F},\tag{19}$$

где *v<sub>F</sub>* - скорость электрона на поверхности Ферми. В магнитном поле с напряжённостью *Й* электропроводность определяется выражением:

$$\lambda_{H} = \frac{ne^{2}\ell_{x}}{mv_{F}} = \frac{ne^{2}\ell_{0}}{mv_{F}} \left(1 - \frac{\mu^{2}B^{2}}{2}\right).$$
 (20)

Учитывая (19), получаем:

$$\lambda_H = \lambda_0 \left( 1 - \frac{\mu^2 B^2}{2} \right). \tag{21}$$

Удельное сопротивление в магнитном поле связано обратным соотношением с электропроводностью, поэтому

$$\rho_{H} = \frac{1}{\lambda_{H}} = \frac{1}{\lambda_{0}} \frac{1}{\left(1 - \frac{\mu^{2}B^{2}}{2}\right)} = \rho_{0} \left(1 - \frac{\mu^{2}B^{2}}{2}\right)^{-1},$$

где

$$\rho_0 = \frac{1}{\lambda_0}.$$

Поскольку  $\mu^2 B^2 \ll 1$ , то можно приближённо положить, что

$$\left(1 - \frac{\mu^2 B^2}{2}\right)^{-1} \approx 1 + \frac{\mu^2 B^2}{2}$$

Тогда будем иметь:

$$\rho_H \approx \rho_0 \left( 1 + \frac{\mu^2 B^2}{2} \right). \tag{22}$$

Обозначив  $\Delta \rho_H = \rho_H - \rho_0$ , получим относительную величину изменения удельного электросопротивления в магнитном поле:

$$\frac{\Delta\rho_H}{\rho_0} = \frac{\mu^2 B^2}{2} \,. \tag{23}$$

Учитывая статистический разброс длины свободного пробега, окончательно получим:

$$\frac{\Delta\rho_H}{\rho_0} = \mu^2 B^2. \tag{24}$$

Из (24) следует, что электросопротивление образца в магнитном поле возрастает. Это явление называется магниторезистивным эффектом (или эффектом магнетосопротивления). Измеряя экспериментально  $\Delta \rho_H / \rho_0$  и индукцию магнитного поля *B*, можно по данным эксперимента определить подвижность носителей заряда  $\mu$ .

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Работа состоит из трех частей:

- 1. Снятие характеристики электромагнита.
- 2. Исследование эффекта Холла в полупроводниках.

3. Исследование магнетосопротивления полупроводников.

Исследование эффекта Холла и магнетосопротивления проводится с помощью датчика Холла промышленного изготовления. Датчик Холла наклеен на пластинку из оргстекла, которая жестко закреплена в зазоре между полюсными наконечниками электромагнита. Продольные (токовые) и поперечные (холловские) зонды выведены на соответствующие клеммы пластинки.

Внимание! Датчик очень чувствителен к малейшим деформациям, поэтому категорически запрещается вынимать пластину с датчиком и разбирать схему.

Схема измерения эффекта Холла и магнетосопротивления приведена на рис. 32. Здесь Д – датчик Холла, П – потенциометр постоянного тока для измерения ЭДС Холла и магнетосопротивления.

1,1 – зонды для подачи тока в датчик, выведенные на верхние клеммы ключа К<sub>1</sub>. К средним клеммам ключа К<sub>1</sub> подключена цепь питания датчика, состоящая из источника питания, миллиамперметра и реостата для регулировки тока в цепи датчика.

2,2 – зонды для измерения ЭДС Холла, выведенные на верхние клеммы ключа К<sub>2</sub>. От средних клемм ключа К<sub>2</sub> напряжение подается на вход потенциометра П (клеммы X).

Изменение напряжения при исследовании магнетосопротивления проводится на участке цепи между зондами 1-1. Поэтому напряжение с верхних клемм К<sub>1</sub> подается на верхние клеммы К<sub>3</sub>, затем от средних клемм К<sub>3</sub> на средние клеммы К<sub>2</sub> и на вход потенциометра П (клеммы Х).



Рис. 32. Схема установки для изучения гальваномагнитных эффектов

<u>При исследовании эффекта Холла должны быть за-</u> мкнутыми ключи К<sub>1</sub> и К<sub>2</sub>, а для измерения магнетосопротивления – ключи К<sub>1</sub> и К<sub>3</sub>.

К потенциометру П подключен гальванометр Г, нормальный элемент Н.Э. и батарея питания Б $_2$ .

Магнитное поле создается электромагнитом (рис. 33). Питание обмотки электромагнита осуществляется с помощью выпрямителя ВС-24 М, который включается в сеть напряжением 220 В.



Рис. 33. Схема подключения электромагнита

Внимание! При включенном выпрямителе никаких переключений в цепи электромагнита производить нельзя. Включение и выключение выпрямителя из сети проводить только при нулевом значении тока и напряжения в обмотке электромагнита. К металлическим частям электромагнита при включенном выпрямителе не прикасаться! Схемы 32 и 33 не разбирать!

Магнитный поток между полюсами электромагнита измеряется с помощью милливеберметра.

Порядок проведения исследований

Часть 1. Снятие характеристики электромагнита:

- Изучить схему питания и устройство электромагнита (рис. 33).

- Изучить устройство и правила пользования милливеберметром. - Включить в сеть выпрямитель ВС-24 М (при этом должна загореться контрольная лампочка на панели выпрямителя).

– Измерить зависимость магнитного потока в зазоре от силы тока обмотки, изменяя последовательно ток от 0,5 A до 3,5 A через 0,5 A. Ток регулировать плавно ручкой на панели выпрямителя. Для каждого значения тока провести не менее трех измерений магнитного потока при вынесении измерительной катушки из зазора.

- По значениям магнитного потока рассчитать магнитную индукцию по формуле:

$$B = \frac{\Phi}{S \cdot n},\tag{25}$$

где  $\Phi$  – среднее значение магнитного потока для данного тока обмотки, S – площадь, n – число витков измерительной катушки (диаметр и число витков указаны на катушке). Вычисления провести в системе СИ. Размерность магнитной индукции в этой системе единиц [Вб/м<sup>2</sup> = Тл].

- Данные занести в таблицу 7.

Таблица 7

<i>I</i> <sub>эм</sub> , А	$\Phi_1$	Φ <sub>2</sub>	$\Phi_3$	Ф <sub>ср</sub> , Вб	В, Тл
0,5					
1					
3,5					

- Построить график зависимости магнитной индукции от силы тока в обмотке электромагнита. Часть 2. Исследование эффекта Холла

Перед тем, как приступить к исследованию эффекта Холла, необходимо выполнить два подготовительных этапа.

Первый этап. Подготовить электромагнит к работе, т.е. снять остаточную намагниченность. Для этого обмотку электромагнита подключить к клеммам «~» выпрямителя. Включить выпрямитель в сеть и, плавно увеличивая напряжение ручкой до 20 В, а затем уменьшая до 0 В, размагнитить электромагнит. Выключить выпрямитель. Снова подключить обмотку электромагнита к клеммам «+» и «-». Размагничивание проводить перед каждой частью роботы, т.е. перед снятием характеристики электромагнита, перед исследованием эффекта Холла и магнитосопротивления.

Второй этап. Подготовить потенциометр к работе, т.е. установить рабочий ток.

Последовательность действий:

- Включить в сеть осветитель гальванометра. На шкале вблизи нуля должен появиться «зайчик».

 - Поставить переключатель гальванометра в положение 100.

- Переключатель на потенциометре поставить в положение НЭ.

- Нажать кнопку «2 500». При этом «зайчик» должен отклониться от нуля. Поворотом ручек «грубо», «точно» добиваются установления «зайчика» на нуль.

– Такую же регулировку провести, нажав кнопку «О». При этом кнопка «2 500» должна быть отжата.

- Поставить переключатель гальванометра в положение 10 и повторить всю регулировку (сначала на 2 500, потом на 0). - Через несколько минут проверить стабильность настройки, нажав -копку «О», «зайчик» при этом смещаться не должен.

Для питания потенциометра используется источник электропитания ИЭПП-1. Напряжение поставить 4,5 В.

Такую же подготовку потенциометра необходимо провести перед исследованием магнетосопротивления.

Подготовка к исследованию завершена.

Из формулы (4) для холловской разности потенциалов вытекают два направления исследований эффекта Холла: 1) установление зависимости разности потенциалов Холла от индукции магнитного поля при фиксированном значении тока через образец ( $\mathcal{I} = const$ ); 2) установление зависимости холловской разности потенциалов от тока в образце при неизменном магнитном поле (B = const,  $\mathcal{I}_{эм} = const$ ).

Для установления зависимости разности потенциалов Холла от индукции магнитного поля  $U_x(B)$  необходимо выполнить следующие действия:

- Переключатель на потенциометре поставить в положение «Х» («измерение»).

- Переключатель шкалы амперметра должен быть на 15 mA. При этом в цепь питания датчика должен быть включен один элемент напряжением 1,5 B.

- Замкнуть ключ К<sub>1</sub>, реостатом установить в датчике ток 2 mA.

- Замкнуть ключ К<sub>2</sub>. «Зайчик» при этом должен быть на нуле.

- Включить выпрямитель и подать в обмотку ток 0,5 А.

- Нажать кнопку «О» потенциометра. «Зайчик» при этом должен отклониться от нуля. Поворотом ручек декад

потенциометра «1mV», «0,1 mV» и т.д. добиваются установки «зайчика» на нуль. Если при вращении ручек отклонение «зайчика» увеличивается, надо изменить полярность, т.е. ключ К<sub>2</sub> переключить в противоположное положение.

- Записать результаты измерения по цифрам в окнах декадных переключателей.

 Аналогичные измерения провести, изменяя ток в обмотке через каждые 0,5 А до 3,5 А включительно. Данные измерений внести в табл. 8.

Таблица 8

$\mathcal{I}_{_{\Im M'}}$ A	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5
$U_x$ , $mV$								
$R, \frac{M^3}{K\pi}$								

Для установления зависимости холловской разности потенциалов от тока в образце  $U_x(\mathcal{I})$  при неизменно токе в обмотке (например, 3 А) провести измерение ЭДС при различных токах в цепи датчика, изменяя значения тока через каждые 0,5 mA (до 5 mA). Данные занести в табл. 9.

Таблица 9

$\mathcal{I}_{\rm датч},{ m mA}$	0	0.5	1	1.5	2	2.5	 5
$U_x$ , $mV$							
$R, \frac{M^3}{K\pi}$							

По окончании исследования необходимо провести обработку его результатов, построить графики зависимости ЭДС Холла от магнитной индукции *U*<sub>x</sub>(*B*) при постоянном

токе через датчик и от тока датчика  $U_x(\mathcal{I})$  при постоянном значении магнитной индукции.

По формуле (11) рассчитайте постоянную Холла. Значения магнитной индукции выберите из таблицы 7 для соответствующего тока обмотки. Обратите внимание, что в формуле (11) должен стоять ток датчика в амперах, а холловское напряжение – в вольтах. Толщина датчика в направлении магнитного поля d = 0,3 мм. Все данные перевести в систему СИ. Вычислить среднее значение постоянной Холла, а затем по формуле (12) определить среднее значение ние концентрации носителей заряда.

Часть 3. Исследование магнетосопротивления

Поскольку размеры датчика почти не меняются при пропускании тока, то магнетосопротивление равно:

$$\frac{\Delta \rho_{\rm H}}{\rho_0} = \frac{\rho_{\rm H} - \rho_0}{\rho_0} = \frac{R_{\rm H} - R_0}{R_0},\tag{26}$$

где  $R_{\rm H}$  – сопротивление образца в магнитном поле,  $R_0$  – сопротивление без поля.

При одной и той же силе тока, пропускаемой через датчик, имеем:

$$\frac{U_{\rm H}-U_0}{U_0} = \frac{\mathcal{I}\cdot R_{\rm H}-\mathcal{I}\cdot R_0}{\mathcal{I}\cdot R_0} = \frac{R_{\rm H}-R_0}{R_0} = \frac{\Delta\rho_{\rm H}}{\rho_0}$$

Здесь  $U_{\rm H}$  – разность потенциалов между зондами 1–1 в магнитном поле (продольная, в отличие от холловской),  $U_0$  – разность потенциалов без магнитного поля. Разность потенциалов измеряется с помощью потенциометра П. Таким образом, относительное изменение сопротивления образца в магнитном поле определяется выражением

$$\frac{\Delta \rho_{\rm H}}{\rho_0} = \frac{U_{\rm H} - U_0}{U_0}.$$
 (27)

Из (24) и (27) вытекает формула для подвижности носителей заряда:

$$\mu = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{U_{\rm H} - U_0}{U_0}} \,. \tag{28}$$

Перед началом исследования проводим такую же подготовительную работу, как и при исследовании эффекта Холла. Для этого, переключив ручку потенциометра на «НЭ», снова надо добиться установки «зайчика» на нуль. Затем необходимо размагнитить электромагнит и снова подключить обмотку к клеммам «+» и «-».

Исследование магнетосопротивления проводят в следующем порядке:

- Переключить ручку потенциометра в положение «Х».

- Замкнуть ключи К<sub>1</sub> и К<sub>3</sub>, с помощью реостата установить ток в датчике 2 mA.

– Провести измерение *U*<sub>0</sub> (в отсутствие тока в обмотке электромагнита) по той же методике, что и ЭДС Холла.

- Включить выпрямитель в сеть, провести измерения разности потенциалов, повышая ток в обмотке от 0,5 A до 3,5 A.

- Рассчитать магнетосопротивление и значение подвижности при различных значениях магнитной индукции. Вычислить среднее значение подвижности μ<sub>ср</sub>.

Данные занести в табл. 10.

Таблица 10

<i>Э</i> <sub>эм</sub> , А	U, mV	$\frac{\Delta \rho_{\rm H}}{\rho_0} = \frac{U_{\rm H} - U_0}{U_0}$	$\mu = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{\Delta \rho_{\rm H}}{\rho_0}}$
0			
0.5			
3.5			

Построить график зависимости магнетосопротивления от магнитной индукции.

В заключение работы сформулировать выводы по каждой части проведенных исследований и объяснить полученные результаты.

Контрольные вопросы для допуска к работе:

1. Какой закон лежит в основе определения магнитного потока в зазоре электромагнита с помощью измерительной катушки?

2. Как определить зависимость магнитной индукции от тока в обмотке электромагнита по измерениям магнитного потока?

3. Что такое эффект Холла? Дайте объяснение этого эффекта для полупроводника *n*- и *p*-типа.

4. Какой знак может быть у постоянной Холла? От чего это зависит?

5. Каков теоретически ожидаемый характер зависимости холловской разности потенциалов от индукции магнитного поля и тока через образец?

6. Что такое магнетосопротивление? Каков теоретически ожидаемый характер зависимости изменения электропроводности образца в магнитном поле?

### Контрольные вопросы для защиты работы:

1. Объяснить градуировочный график зависимости магнитной индукции от тока в обмотке электромагнита.

2. Дать объяснение зависимости разности потенциалов Холла от индукции магнитного поля и тока в образце.

3. В каком случае порядок величины постоянной Холла будет больше: в металле или в полупроводнике? Объяснить причину этого факта.

4. Объяснить полученную экспериментально зависимость магнетосопротивления от индукции магнитного поля. Объяснить, чем обусловлен квадратичный характер этой зависимости.

## Литература

- Свирский, М.С. Электронная теория вещества / М.С. Свирский. – Москва: Просвещение, 1980. – 288 с.
- Шалимова, К.В. Физика полупроводников: учебник / К.В. Шалимова. – Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 400 с. – ISBN 978-5-8114-092 -8.
- Киреев, П.С. Физика полупроводников / П.С. Киреев. Москва: Высшая школа, 1975. – 586 с.
- Епифанов, Г.И. Физика твердого тела: учебное пособие / Г.И. Епифанов. – Санкт-Петербург: Лань, 2011. – 288 с. – ISBN 978-5-8114-1001-9.

# лабораторная работа 5 Внутренний фотоэффект

*Цель работы*: исследовать внутренний фотоэффект в полупроводнике; оценить ширину запрещенной зоны.

Приборы и материалы: фоторезистор, монохроматор УМ-2, лампа накаливания К-12, вольтметр универсальный В7-21, конденсор.

# ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Основным свойством полупроводников является сильная зависимость электропроводности от воздействия внешних факторов (температуры, электромагнитного излучения, электрических и магнитных полей).

Явление фотопроводимости (или фоторезистивный эффект) состоит в изменении проводимости полупроводника под воздействием излучения. В основе фотопроводимости лежит внутренний фотоэффект – переход электронов из связанных состояний в свободные при поглощении квантов излучения. В отличие от внешнего фотоэффекта, при котором электроны вырываются из вещества под действием электромагнитного излучения, при внутреннем фотоэффекте электроны остаются внутри него.

При температуре T = 0 все электроны связаны с атомами, свободных электронов нет, поэтому полупроводники в этих условиях являются хорошими изоляторами. Для того чтобы электрон оторвать от атома и сделать его способным перемещаться по кристаллу, ему необходимо сообщить энергию. Связь электронов в полупроводнике может быть разорвана тепловым движением (повышением температуры), а также другими внешними воздействиями: светом, потоком быстрых заряженных частиц и т.д. Высокая чувствительность электропроводности полупроводников к внешним воздействиям, а также к содержанию примесей и дефектов в кристалле лежит в основе разнообразных применений полупроводниковых материалов.

Полупроводники называют собственными, если в них нет примесных центров, и примесными, если в них кроме атомов основного вещества имеются еще и чужеродные атомы (примеси).

Собственная проводимость полупроводников. Сначала рассмотрим процесс образования токоносителей (электронов проводимости и дырок) за счёт термического возбуждения на примере типичного полупроводника - германия (Ge). Германий - химический элемент, принадлежащий IV группе таблицы Менделеева. Германий образует кристаллическую решетку типа алмаза, в которой каждый атом связан ковалентными связями с четырьмя ближайшими соседями (на рис. 34 ковалентные связи показаны двойными линиями). Каждую такую связь обеспечивает пара электронов с антипараллельными спинами (↑↓). При повышении температуры энергия теплового движения может оказаться достаточной для разрыва отдельных пар. На месте, покинутом электроном, возникает избыточный положительный заряд (+е), называемый дыркой. На это место может перескочить другой электрон из соседних пар. При наличии электрического поля электроны перемещаются против поля, а дырки - по направлению поля.



Рис. 34. Схема ковалентных связей беспримесного германия

Образование электронно-дырочных пар может произойти также и под влиянием излучения. Для появления фотопроводимости необходимо, чтобы энергия фотона удовлетворяла неравенству:

$$h\nu \ge \varepsilon,$$
 (1)

где *є* – энергия, необходимая для образования токоносителей. Физический смысл этой величины выясняется в рамках зонной теории кристаллов: у полупроводников с собственной проводимостью *є* равна энергетической щели между зоной проводимости и валентной зоной.

Примесная проводимость. При наличии примесей электропроводность полупроводников сильно возрастает. Например, добавка 0,001 % фосфора в чистый кремний увеличивает его проводимость в 10<sup>5</sup> раз. Рассмотрим два типа примесей – донорные и акцепторные.

### Донорные примеси

Пусть в кристалл германия внедряется примесь пятивалентных атомов, например, мышьяка. Для осуществления ковалентных связей в решетке германия необходимы всего четыре валентных электрона, поэтому пятый электрон мышьяка оказывается слабо связанным с атомом (рис. 35*a*). Благодаря малой энергии связи он легко отрывается от атома и становится свободным электроном. При включении электрического поля такие электроны начинают переносить ток, обеспечивая примесную проводимость.

#### Акцепторные примеси

В случае введения в решетку германия примеси с меньшей валентностью (например, трехвалентный индий), одна из ковалентных связей оказывается незаполненной (рис. 35 б). В исходной матрице под влиянием тепловой энергии *kT* может произойти разрыв ковалентной связи, из которой может быть заимствован недостающий электрон. Образовавшаяся дырка будет распространяться по кристаллу как свободный положительный заряд. При включении электрического поля дырки будут обеспечивать электропроводность кристалла.



Рис. 35. Ковалентные связи при наличии примесей

Если концентрация электронов проводимости n значительно больше концентрации дырок p, то полупроводник имеет электронную проводимость, или проводимость n-типа. Если же  $p \gg n$ , то электропроводность называется дырочной, или p-типа. Носители заряда, составляющие большинство (электроны в полупроводнике n-типа и дырки в полупроводнике p-типа), получили название основных носителей заряда, а составляющие меньшинство – неосновных. Если же  $n \sim p$ , то имеет место смешанная проводимость.

Для возникновения фотопроводимости в примесных полупроводниках энергия фотона должна быть равна энергии связи электрона, т.е. должно снова выполняться условие (1). При этом, согласно зонной теории, у полупроводника с проводимостью *n*-типа  $\varepsilon$  равна разности энергий дна зоны проводимости и донорного уровня, а у полупроводника *p*-типа  $\varepsilon$  равна разности энергий акцепторного уровня и верхнего уровня валентной зоны.

Рассмотрим объяснение фотопроводимости полупроводника на основе зонной теории кристаллов. В кристалле атомы располагаются в периодической решетке настолько близко друг к другу, что их взаимное влияние приводит к расширению атомных энергетических уровней в энергетические зоны. Стремление системы к наименьшей энергии приводит к тому, что электроны заполняют в первую очередь нижние зоны, а более высокие остаются пустыми. Наивысшая из заполненных зон называется валентной зоной. При T = 0 она полностью заполнена электронами. Ближайшая к ней вышележащая разрешенная зона, которая является пустой или частично заполненной, называется <u>зоной</u>

<u>проводимости</u>. В этой зоне имеется значительное число свободных уровней, на которые электроны могут переходить, получив дополнительную энергию извне (рис. 36).



Рис. 36. Зонная схема полупроводника с собственной проводимостью

Разрыв валентной связи под действием излучения и образование свободного электрона и дырки означает переход электрона из валентной зоны в зону проводимости. Образование электронно-дырочных пар оказывается возможным при условии

$$h\nu \ge \Delta E,$$
 (2)

где hv – энергия фотона,  $\Delta E$  – ширина запрещенной зоны полупроводника. Таким образом, энергия  $\varepsilon$  в условии (1) в случае полупроводника с собственной проводимостью равна ширине запрещённой зоны  $\Delta E$ .

Примесные атомы создают дополнительные энергетические уровни, которые расположены в запрещенной зоне (рис. 37). Донорные уровни находятся вблизи дна зоны проводимости. Если  $\Delta E_d \ll kT$  ( $\Delta E_d$  – интервал между донорным уровнем и дном зоны проводимости), то за счет теплового движения электроны, слабо связанные с примесными атомами, могут совершать квантовые скачки с донорного уровня в зону проводимости (рис. 37а). При этом примесные атомы, отдавшие электроны в зону проводимости, превращаются в положительно заряженные ионы. Энергия ионизации донорного атома  $\Delta E_d$  невелика, она составляет величину равную сотым долям эВ. Такой полупроводник имеет проводимость n-типа.

Акцепторные уровни находятся вблизи потолка валентной зоны. При выполнении условия  $\Delta E_a \ll kT$  (где  $\Delta E_a$  – разность энергий между акцепторным уровнем и потолком валентной зоны) электроны из валентной зоны могут быть захвачены примесными уровнями акцепторов (рис. 37б), а в валентной зоне образуются дырки. Примесные атомы, захватившие электроны из валентной зоны, превращаются в отрицательно заряженные ионы. Поскольку ток в этом случае переносится положительными квазичастицами – дырками, вещество является полупроводником *p*-типа.

Если полупроводник содержит примеси, то <u>фотопро-</u> <u>водимость</u> может возникать и при  $h\nu < \Delta E$ . Для полупроводника с донорной примесью фотон должен обладать энергией

$$h\nu \ge \Delta E_d,$$
 (3)

а для полупроводника с акцепторной примесью -

$$h\nu \ge \Delta E_a. \tag{4}$$

Механизмы фотопроводимости иллюстрирует рис. 38.



Рис. 37. Зонная схема полупроводника при наличии примесей: а) донорные примеси, б) акцепторные примеси.



Рис. 38. Механизмы фотопроводимости: а) в полупроводнике с собственной проводимостью; б) в донорном полупроводнике; в) в акцепторном полупроводнике

Рассмотрим элементарную теорию фотопроводимости для полупроводника с собственной проводимостью. В неосвещенном полупроводнике, когда электроны и дырки образуются только за счет термического возбуждения, удельная электропроводность определяется выражением:

$$\sigma_0 = e \left( n_0 \mu_n + p_0 \mu_p \right), \tag{5}$$

где  $n_0$  и  $p_0$  – равновесная концентрация электронов и дырок,  $\mu_n$  и  $\mu_p$  – подвижность электронов и дырок. Равновесные концентрации  $n_0$  и  $p_0$  устанавливаются при наличии термодинамического равновесия, когда скорость тепловой генерации носителей заряда равна скорости их рекомбинации (исчезновения). Проводимость  $\sigma_0$  называется темновой. Процесс образования свободных носителей под действием света называется их оптической генерацией. В результате генерации увеличивается проводимость полупроводника:

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p),\tag{6}$$

где  $n = n_0 + \Delta n$ ,  $p = p_0 + \Delta p$ ; а  $\Delta n$  и  $\Delta p$  – соответствующие концентрации избыточных (неравновесных) электронов и дырок, появившихся в результате освещения полупроводника, т. е. полная проводимость полупроводника определяется равновесными носителями заряда  $n_0$  и  $p_0$  и фотоносителями  $\Delta n$  и  $\Delta p$ .

Удельная фотопроводимость – это разность между удельной проводимостью при освещении и в темноте:

$$\Delta \sigma = \sigma - \sigma_0 = e(\mu_n \Delta n + \mu_p \Delta p). \tag{7}$$

Кроме генерации свободных носителей имеет место и обратный процесс – их рекомбинация. В начале освещения, пока избыточных носителей мало, рекомбинация мала, но по мере увеличения n и p она увеличивается. Через некоторое время после начала освещения устанавливается стационарная фотопроводимость  $\Delta \sigma_{cr}$ , которой отвечают стационарные значения  $\Delta n_{cr}$  и  $\Delta p_{cr}$ . Таким образом, каждый неравновесный носитель находится в свободном состоянии некоторое время до рекомбинации (время жизни). Для различных носителей, например, дырок, в одном и том же полупроводнике время жизни различно, поэтому вводится понятие среднего времени жизни т.

Изменение концентрации электронов и дырок за счет процессов генерации и рекомбинации описывается следующими уравнениями:

$$\frac{d(\Delta \mathbf{n})}{dt} = G - \frac{\Delta \mathbf{n}}{\tau_n},\tag{8}$$

$$\frac{d(\Delta \mathbf{p})}{dt} = G - \frac{\Delta \mathbf{p}}{\tau_p}.$$
(9)

Здесь *G* – скорость (темп) генерации электронно-дырочных пар в единичном объёме полупроводника под действием света,  $\Delta n/\tau_n$  и  $\Delta p/\tau_p$  – убыль избыточных носителей в единичном объёме в единицу времени за счет рекомбинации. Для стационарной фотопроводимости:

$$\frac{d(\Delta n)}{dt} = 0, \qquad \frac{d(\Delta p)}{dt} = 0,$$

поэтому стационарная концентрация электронов и дырок в собственном полупроводнике согласно (8) и (9):

$$\Delta n_{\rm ct} = G\tau = \Delta p_{\rm ct}.$$

Следовательно, удельная фотопроводимость:

$$\Delta\sigma_{\rm CT} = e\Delta n_{\rm CT} (\mu_n + \mu_p) = Ge(\mu_n \tau_n + \mu_p \tau_p). \tag{10}$$

Таким образом, при неизменном темпе генерации удельная фотопроводимость больше в тех полупроводниках, у которых свободные носители имеют большую подвижность и большее время жизни. Темп генерации *G* определяется процессами взаимодействия света с веществом.

Концентрации избыточных носителей заряда  $\Delta n$  и  $\Delta p$  зависят от интенсивности и длины волны света. Пусть на слой вещества толщиной dx, имеющего коэффициент поглощения  $\alpha$ , падает свет интенсивности J. Количество световой энергии, поглощаемой за одну секунду в слое единичной площади толщиной dx, определяется выражением:

$$d\mathcal{I} = -\mathcal{I}(x) \cdot \alpha \cdot dx. \tag{11}$$

Тогда энергия, поглощаемая в единичном объёме в единицу времени:

$$\frac{d\mathcal{I}}{dx} = -\alpha \mathcal{I}.$$
 (12)

Очевидно, что отношение  $\alpha J/h\nu$  определяет число поглощённых квантов. Интенсивность монохроматического света J на глубине x подчиняется закону Бугера–Ламберта:  $J = J_0 \cdot e^{-ax}$ , (13)

где  $\mathcal{I}_0$  – интенсивность у поверхности полупроводника.

Коэффициент поглощения  $\alpha$ , входящий в формулы (11)–(13), зависит от материала и длины волны света  $\lambda$ , которым освещают образец. Спектральная зависимость коэффициента поглощения  $\alpha(\lambda)$  для кремния *p*-типа при комнатной температуре представлена на рис. 39.

В области малых длин волн энергия фотона велика, поскольку

$$E_{\phi \text{or}} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}.$$
 (14)

При  $E_{\phi o \tau} > \Delta E$  фотоны могут разрывать электронные связи атомов кристаллической решетки и образовывать электронно-дырочные пары. Поскольку концентрация атомов решетки достаточно большая (~10<sup>22</sup> 1/см<sup>3</sup>), то в этой области поглощение будет весьма значительным. По мере увеличения длины волны света и, соответственно, уменьшении энергии фотона до величины  $E_{\phi o \tau} \sim \Delta E$  коэффициент поглощения будет падать. Энергии  $E_{\phi o \tau} = \Delta E$  соответствует красная граница собственного внутреннего фотоэффекта:

$$\lambda_{\rm rp} = \frac{hc}{\Delta E} \,. \tag{15}$$

В соответствии с рис. 39 при увеличении  $\lambda$  до значения  $\lambda_{\rm rp}$  значение  $\alpha$  резко падает и остаётся небольшим при дальнейшем росте длины волны.

Проиллюстрируем численно зависимость  $\alpha(\lambda)$  в области собственного поглощения. В кремнии энергия образования электронно-дырочной пары, совпадающая с шириной запрещённой зоны, равна 1,1. эВ. Согласно формуле (14) условие  $E_{\phi o \tau} = \Delta E$  выполняется при длине волны  $\lambda_{\rm rp} \approx 1.13$  мкм. Как видно из рис. 39, при  $\lambda \approx \frac{\lambda_{\rm rp}}{2} \approx 0,5$  мкм коэффициент поглощения составляет ~10<sup>4</sup> см<sup>-1</sup>. С увеличением длины волны коэффициент поглощения резко уменышается и при  $\lambda \approx 1,3$  мкм величина  $\alpha$  даже в не очень хорошо очищенном кремнии ( $N_a = 4 \cdot 10^{16}$  см<sup>-3</sup>, кривая 1) составляет всего  $\approx 0,36$  см<sup>-1</sup>.

Фотоны с энергией  $E_{\phi o \tau} < \Delta E$  не могут образовывать электронно-дырочные пары. Но эта энергия может оказаться достаточной для разрыва связи между донором и электроном и создания свободного фотоэлектрона (либо для перескока электрона от атома решётки к атому акцепторной примеси с образованием дырки). Поскольку концентрация примесей весьма мала по сравнению с концентрацией атомов полупроводника, то коэффициент *α* в области примесного поглощения будет значительно меньше, чем для собственного поглощения.



Рис. 39. Зависимость коэффициента поглощения  $\alpha$  от длины волны  $\lambda$  при комнатной температуре для кремния (Si) p-типа. Разные кривые соответствуют различным уровням легирования образца акцепторной примесью (бор):  $1 - N_a = 4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ;  $2 - 3 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ;  $3 - 8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ;  $4 - 2,5 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ;  $5 - 7 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ 

Как видно из графика зависимости  $\alpha(\lambda)$ , при дальнейшем увеличении длины волны наблюдается рост коэффициент поглощения. Монотонное увеличение  $\alpha$  с ростом  $\lambda$  при  $\lambda > \lambda_{\rm rp}$  обусловлено поглощением света на свободных носителях заряда. Этот механизм не является фотоактивным процессом (не приводит к появлению электрона или дырки) и поэтому не меняет проводимость кристалла. Небольшой пик коэффициента поглощения на кривой 1 в области длины волны  $\lambda \approx 9$  мкм обусловлен примесным поглощением.

Поскольку процессы поглощения света могут быть как фотоактивными, так и нефотоактивными, то число возникающих токоносителей не равно числу поглощённых квантов. Отношение числа возникших под действием света электронно-дырочных пар (при собственном поглощении) или числа электронов (дырок) при примесном поглощении к общему числу поглощённых квантов называется квантовой эффективностью или внутренним квантовым выходом. Эта величина обычно обозначается буквой β. Если все поглотившиеся в образце кванты исчезли за счёт нефотоактивного процесса поглощения, например, на свободных носителях, то квантовый выход  $\beta = 0$ . Например, в случае кремния квантовая эффективность поглощения для длины волны  $\lambda \approx 3$  мкм практически равна нулю. Напротив, для длины волны  $\lambda \approx 0.7$  мкм величина  $\beta \rightarrow 1$ . Это означает, что каждый поглощённый квант в области сильного собственного поглощения генерирует электронно-дырочную пару.

Пользуясь графиком рисунка 39, можно рассчитать квантовую эффективность для разных длин волн и для разного уровня легирования. Вырежем в кремниевом образце полоску толщиной  $\Delta x$ . Пусть плотность потока фотонов в этой полоске будет равна *N*. Число фотонов, которое поглотится внутри полоски в единицу времени за счёт фотоактивного поглощения с созданием электронно-дырочных пар, определяется выражением:

$$-\Delta N_1 = \alpha_1 \cdot N \cdot \Delta x. \tag{16}$$

Общее число поглощённых квантов:

$$-\Delta N = \alpha \cdot N \cdot \Delta x. \tag{17}$$

Согласно определению, квантовая эффективность:

$$\beta = \frac{\Delta N_1}{\Delta N} = \frac{\alpha_1}{\alpha} \,. \tag{18}$$

В чистом кремнии коэффициент поглощения света с длиной волны  $\lambda \approx 1,06$  мкм приближённо равен  $\alpha_1 = 10$  см<sup>-1</sup> (рис. 39, кривая 1). При этом всё поглощение фотоактивно,  $\beta = 1$ . В кремнии, легированном бором до концентрации порядка  $7 \cdot 10^{18}$  см<sup>-3</sup>, коэффициент поглощения  $\alpha$  на той же длине волны  $\lambda \approx 1,06$  мкм равен приблизительно 100 см<sup>-1</sup> (рис. 39, кривая 5). Поэтому согласно (18) в таком легированном кремнии внутренний квантовый выход на указанной длине волны равен приблизительно 0,1.

Если энергия кванта значительно превосходит энергию создания электронно-дырочной пары ( $E_{\phi o \tau} \gg \Delta E$ ), то один такой квант может создать в полупроводнике тысячи и даже миллионы электронно-дырочных пар. Например, один квант  $\gamma$ -излучения с энергией  $E_{\phi o \tau} \approx 1$  МэВ создаёт в кремнии примерно  $4 \cdot 10^5$  электронно-дырочных пар (т.е.  $\beta \approx 4 \cdot 10^5$ ).

В фотосопротивлениях величина  $\beta$  обычно очень близка к 1. Исключения составляют фотосопротивления для регистрации рентгеновских и  $\gamma$ -лучей, для которых  $\beta \gg 1$ . Число электронно-дырочных пар, генерируемых в единичном объёме за одну секунду фотонами с энергией *hv* есть, по определению, темп генерации *G*, определяющий удельную фотопроводимость (10):

$$G = \beta \cdot \frac{\alpha \mathcal{I}}{h\nu}.$$
 (19)

С учетом отражения света от поверхности полупроводника скорость генерации светом носителей заряда на расстоянии *x* от освещаемой поверхности равна:

$$G = \frac{\alpha \beta \mathcal{I}_0 (1 - R)}{h\nu} e^{-ax}, \qquad (20)$$

где R — коэффициент отражения света от поверхности. Таким образом, при заданных  $\alpha$ ,  $\beta$  и R скорость генерации носителей по глубине полупроводника различна. Поскольку коэффициент поглощения  $\alpha$  зависит от энергии излучения, темп генерации также различен для разных частот (и длин волн) падающего излучения.

Из (10) и (19) следует выражение для стационарной фотопроводимости:

$$\Delta \sigma_{\rm cr} = e \alpha \beta \frac{\mathcal{I}}{h \nu} (\mu_n \tau_n + \mu_p \tau_p). \tag{21}$$

Возникает вопрос, за какое время и по какому закону в образце устанавливается стационарная удельная фотопроводимость  $\Delta \sigma_{cT}$ . Сразу после начала освещения полупроводника фотопроводимость не достигает максимального значения. Это связано с тем, что по мере увеличения концентрации неравновесных носителей заряда нарастает процесс рекомбинации. Скорость генерации неравновесных носителей остаётся постоянной при неизменной интенсивности света. Поэтому через какой-то промежуток времени интенсивность рекомбинации достигнет интенсивности генерации и установится стационарное состояние, при котором концентрации фотоносителей заряда  $\Delta n_{\rm ct}$  и  $\Delta p_{\rm ct}$  примут постоянные значения (рис. 40).



Рис. 40. Изменение концентрации носителей заряда при включении освещения

Зависимость, определяющая увеличение концентрации фотоносителей со временем, имеет вид:

$$\Delta n = \Delta n_{\rm cT} - \Delta n_{\rm cT} e^{-\frac{t}{\tau}} = \Delta n_{\rm cT} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right).$$
(22)

В момент t = 0 в соответствии с (22) величина  $\Delta n = 0$ . При  $t \to \infty$  концентрация избыточных электронов стремится к стационарной величине  $\Delta n_{ct}$ . Если с момента включения света прошло время, равное времени жизни  $(t = \tau)$ , то по формуле (22) получается  $\Delta n \approx 0,63\Delta n_{ct}$ . Через  $t = 2\tau$  концентрация составит  $\approx 86$  % от стационарной, а через  $t = 3\tau$  отношение  $\frac{\Delta n}{\Delta n_{ct}} = 0,95$ , т. е. стационарное состояние практически установилось. Характерное время нарастания концентрации неравновесных носителей после включения света определяется временем жизни  $\tau$ . Для его нахождения надо построить касательную к графику  $\Delta n(t)$  в начальный момент времени. Проекция точки пересечения касательной к графику (A) со стационарным уровнем концентрации на ось времени даёт время жизни  $\tau$ .

Зная закон изменения концентрации фотоносителей, можно определить и временную зависимость фотопроводимости:

$$\Delta \sigma = \Delta \sigma_{\rm cr} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right). \tag{23}$$

После включения света фотопроводимость возрастает от нуля до установившегося значения  $\Delta \sigma_{\rm ct}$  за время порядка  $3\tau$ .

Закон, описывающий изменение концентрации со временем после выключения света, имеет вид:

$$\Delta n = \Delta n_{\rm cr} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$
 (24)

Соответственно, фотопроводимость спадает после выключения света со временем, как

$$\Delta \sigma = \Delta \sigma_{\rm cr} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$
 (25)

За время  $t = \tau$  фотопроводимость уменьшится в *е* раз (почти в 3 раза).

Зависимость  $\Delta \sigma(t)$  показана на рис. 41.

Спектральной характеристикой фотопроводимости называется зависимость фототока от длины волны (или частоты излучения). Типичный вид спектрального распределения фототока приведен на рис. 42. Фототок в собственном
полупроводнике появляется, начиная с длины волны, определяемой формулой (15):

$$\Delta \sigma$$
  
 $\Delta \sigma_{CT}$ 
CBET  
BKЛЮЧЕН  
 $\tau$ 
 $t$ 
 $\tau$ 
 $t$ 
 $0$ 
 $t$ 

$$\lambda_{\rm rp} = \frac{hc}{\Delta E}.$$

Рис. 41. Зависимость фотопроводимости от времени

Здесь  $\lambda_{rp}$  – красная граница внутреннего фотоэффекта, или край собственного поглощения полупроводника. С увеличением энергии фотона *hv* фототок быстро достигает максимума, а затем начинает уменьшаться, хотя энергии фотона вполне достаточно для возникновения фотопроводимости (рис. 42). Это обусловлено тем, что с ростом *v* (т.е. с уменьшением длины волны) растёт коэффициент поглощения *α* (рис. 42), уменьшается глубина генерации носителей фототока. что приводит к поглощению света в тонком приповерхностном слое. Носители заряда активно рекомбинируют на поверхности, не успевая диффундировать в объеме полупроводника, что приводит к уменьшению фотопроводимости. На начальном участке кривой рис. 42 скорость рекомбинации мала, поэтому фототок по мере увеличения энергии кванта *hv* увеличивается до определённого значения. При большой скорости поверхностной рекомбинации фототок, достигнув максимума, уменьшается.



Рис. 42. Спектральное распределение фототока

Значение энергии кванта света со стороны длинноволнового края поглощения, соответствующее приведённому фототоку  $J_{\phi}/J_{\phi,max} = 1/2$ , позволяет оценить ширину запрещённой зоны полупроводникового материала, из которого выполнен фоторезистор.

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Схема экспериментальной установки для изучения спектральной характеристики фоторезистора приведена на рис. 43. Свет из источника U фокусируется линзой Л на входную щель 1 призменного монохроматора. Фотоприемник  $\Phi\Pi$  установлен непосредственно за выходной щелью 2 монохроматора. Ток в цепи фотоприемника регистрируется универсальным вольтметром B7-21A. Фотоприемником

в работе является фоторезистор типа Cd. Поворот призмы монохроматора с помощью барабана *Б* позволяет изменять длину волны света, падающую на фотоприёмник, и таким образом снимать спектральную зависимость фототока. Зависимость длины волны спектра от угла поворота барабана дана на отдельном графике.



Рис. 43. Схема лабораторной установки

Источник света представляет собой лампу накаливания типа К-12, рассчитанную на напряжение 12 В. Конденсорная линза (конденсор) установлена на подставке, фокусное расстояние F=94мм.

На панели вольтметра В7-21 имеются два переключателя. Левый переключатель устанавливается на предел измерения 100 мА. Вольтметр подсоединяется к фоторезистору соединительными проводами клеммами «0» и «1». Перед работой вольтметр необходимо прогреть в течении 30 минут. Устройство монохроматора УМ-2 представлено на рис. 44.



1 - входная щель; 2 - микрометрический винт для регулировки ширины щели; 3-коллиматор; 4 - призменный столик; 5 - призма - диспергирующий элемент; 6 – выходная труба; 7 - зрительная труба; 8 – окуляр; 9-барабан поворота призменного столика с отсчетными делениями; 10 - рельс, на котором крепятся источник света и конденсор

Рис. 44. Монохроматор УМ-2

Порядок проведения исследований

1. Перед началом работы убедиться, что внешний свет не падает на фотоприемник. Для этого снять показания с вольтметра при отключенной лампе. Показания вольтметра не должны превышать 0,1 мА.

2. Включить лампу и убедиться в равномерном освещении входной щели монохроматора.

3. Установить рабочую ширину щелей (1мм).

4. Поворачивая барабан монохроматора во время интервала его хода, наблюдать за показаниями вольтметра. Данные измерений занести в таблицу. Измерения проводить через 100–200°, начиная с 900°.

$arphi^{\circ}$					
<i>Ĵ</i> <sub>ф</sub> , мА					
λ, м					
$\nu, c^{-1}$					
hv, эВ					

5. По показаниям барабана при помощи графика зависимость  $\lambda$  ( $\phi$ ) найти длину волн и построить зависимость  $J_{\phi}$  (*hv*).

6. Оценить ширину запрещенной зоны полупроводникового материала (выразить её в эВ).

Контрольные вопросы для допуска к работе

1. Что такое внутренний фотоэффект? В чем его отличие от внешнего фотоэффекта?

2. Что такое собственная и примесная проводимость полупроводника?

Дайте объяснение этих видов проводимости на основе зонной теории кристаллов.

3. Каковы условия реализации фотопроводимости чистого полупроводника и полупроводника при наличии примесей?

4. Что такое край собственного поглощения полу-проводника?

5. Каков теоретически ожидаемый вид спектральной зависимости фототока для полупроводника?

6. Как определить ширину запрещённой зоны полупроводника, используя график спектральной зависимости фототока?

7. Каков принцип действия монохроматора УМ-2?

## Контрольные вопросы для защиты работы

1. Дайте объяснение полученному графику спектральной зависимости фототока для исследованного полупроводника.

2. Дайте физическую интерпретацию вычисленной ширине запрещённой зоны полупроводника.

3. Назовите механизмы поглощения света в полупроводнике, относящиеся к фотоактивным. Укажите условия, при которых поглощение света не фотоактивно.

4. Объясните поведение коэффициента поглощения в зависимости от длины волны (рис. 39).

5. Дайте определение внутреннего квантового выхода (или квантовой эффективности).

6. Дайте определение стационарной фотопроводимости. Объясните зависимость фотопроводимости от времени (рис. 41).

7. Оцените значение стационарной проводимости  $\Delta \sigma_{cr}$  для кремния. Для вычислений принять следующие данные:

1) на кремниевую пластинку падает красный свет ( $h\nu = 1.65$  эВ ≈  $2.65 \cdot 10^{-19}$ Дж);

2) интенсивность падающего света  $\mathcal{I} = 0,1 \, \text{Дж}/(\text{см}^2 \cdot \text{c});$ 

3) времена жизни токоносителей в кремни<br/>и $\tau_n$ = $\tau_{\rm p}$ = 10-5 с;

4) величину коэффициента поглощения *α* определить по длине волны света с помощью графика рис. 39;

5) значение квантовой эффективности *β* в области сильного собственного поглощения принять равным 1;

6) подвижности электронов и дырок составляют  $\mu_n = 0.13 \text{ м}^2/(\text{B}\cdot\text{c}), \ \mu_p = 0.05 \text{ м}^2/(\text{B}\cdot\text{c});$ 

Для того, чтобы выяснить, большое или маленькое значение получилось для  $\Delta \sigma_{\rm cr}$ , сравните его со следующими данными.

– Темновая проводимость пластинки из кремния с собственной проводимостью равна  $\sigma_{\rm T} \approx 3 \cdot 10^{-6} \, {\rm Om^{-1} cm^{-1}}$ . Во сколько раз изменилась проводимость под действием света?

– Пластинка *р*-кремния, легированная до концентрации  $10^{18}$  см<sup>-3</sup>, обладает проводимостью  $\sigma \approx 30$  Ом<sup>-1</sup>см<sup>-1</sup>. На сколько процентов изменилась проводимость под действием света в этом случае?

### Литература

- Левинштейн, М.Е. Знакомство с полупроводниками / М.Е. Левинштейн, Г.С. Симин. – Москва: Наука, 1984. – Библиотечка «Квант». – Вып. 33. – 240 с.
- Свирский, М.С. Электронная теория вещества / М.С. Свирский. – Москва: Просвещение, 1980. – 288 с.
- Киттель, Ч. Введение в физику твердого тела / Ч. Киттель. – Москва: Наука, 1978. – 792 с.
- Шалимова, К.В. Физика полупроводников: учебник / К.В. Шалимова. – Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 400 с. – ISBN 978-5-8114-092 -8.
- Тарасов, Л.В. Введение в квантовую оптику. Учебное пособие / Л.В. Тарасов. – Москва: URSS, 2020. – 304 с. – ISBN 978-5-382-01951-2.

#### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 6

# Экспериментальное исследование распределения термоэлектронов по скоростям

*Цель работы*: экспериментальное исследование распределения Максвелла.

Приборы и принадлежности: электронная лампа-пентод 6П9, выпрямитель универсальный полупроводниковый ВУП-2М, выпрямитель селеновый ВС-24м, микроамперметр, сопротивления 5 Ом, 200 Ом, вольтметр, потенциометр.

#### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

В замкнутом сосуде, наполненном газом, устанавливается термодинамическое равновесие, которое характеризуется определенным распределением молекул по скоростям. Устанавливается такое распределение, которое в дальнейшем не изменяется вследствие молекулярного движения и столкновений. В силу случайного характера столкновений скорость молекулы газа можно рассматривать как случайную величину, при этом любое направление движения молекул равновероятно.

В состоянии равновесия газа функция распределения скоростей не будет зависеть от времени. Для получения вида этой функции удобно перейти к пространству скоростей (рис. 45). В этом пространстве некоторому случайному вектору скорости молекулы будет соответствовать точка, совпадающая с концом этого вектора.

Вероятность того, что *x*-составляющая скорости молекулы находится в интервале от  $v_x$  до  $v_x + dv_x$ , а две другие составляющие могут быть какими угодно, пропорциональна ширине этого интервала  $dv_x$ . Обозначим эту вероятность:  $dW(v_x) = \rho(v_x)dv_x$ .

Коэффициент пропорциональности  $\rho(v_x)$ , зависящий от величины  $v_x$ , называется функций распределения. Она характеризует распределение молекул по проекции скорости  $v_x$ .

Аналогично можно записать вероятность того, что молекула имеет *y*-составляющую проекции скорости в интервале от  $v_y$  до  $v_y + dv_y$ , а составляющие  $v_x$  и  $v_z$  могут быть какими угодно:

$$dW(v_y) = \rho(v_y)dv_y.$$

Наконец,

$$dW(v_z) = \rho(v_z)dv_z$$

есть вероятность того, что *z*-составляющая скорости молекулы лежит в интервале от  $v_z$  до  $v_z + dv_z$ , а две остальные составляющие могут быть какими угодно.



Рис. 45. Элемент объёма в пространстве скоростей

Вероятность того, что скорость молекулы находится в элементарном объёме пространства скоростей  $dv_x dv_y dz$ (рис. 45) определяется выражением:

 $dW(v) = \rho(v)dv_xdv_ydz.$ 

Такое попадание молекулы в элемент объема скоростного пространства есть сложное событие, вероятность которого можно определить по теореме умножения вероятностей независимых событий. Согласно гипотезе Максвелла, проекции скоростей молекулы можно рассматривать как независимые случайные величины, тогда вероятность того, что скоростная точка молекулы окажется одновременно внутри трёх интервалов ( $v_x$ ,  $v_x + dv_x$ ), ( $v_y$ ,  $v_y + dv_y$ ), ( $v_z$ ,  $v_z + dv_z$ ) будет определяться произведением

 $dW(v_x, v_y, v_z) = \rho(v_x) \rho(v_y) \rho(v_z) dv_x dv_y dz.$ 

Но для этой же вероятности мы уже записали:

 $\rho(v)dv_xdv_ydz.$ 

Из сравнения этих двух выражений находим, что функция распределения:

$$\rho(v) = \rho(v_x) \,\rho(v_y) \rho(v_z). \tag{1}$$

Заметим, что положительные и отрицательные направления координатных осей в газе совершенно равноправны. Поэтому  $\rho(v_x) = \rho(-v_x)$ . Это означает, что функция  $\rho(v_x)$  может зависеть только от модуля или от квадрата скорости  $v_x$ . Точно так же, ввиду изотропности газа, функция  $\rho(v)$  может зависеть только от квадрата полной скорости:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$
,

но не от её направления.

Поэтому уравнение (1) запишется в виде:

$$\rho(v_x^2)\rho(v_y^2)\rho(v_z^2) = \rho(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2).$$
(2)

Для дальнейших рассуждений удобно перейти от квадратов скоростей к соответствующим кинетическим энергиям:

$$\begin{split} \varepsilon_x &= \frac{1}{2} m v_x^2 , \varepsilon_y = \frac{1}{2} m v_y^2 , \varepsilon_z = \frac{1}{2} m v_z^2 , \\ \varepsilon &= \frac{1}{2} m v^2 = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z . \end{split}$$

Сохраняя для обозначения функций прежние буквы, будем иметь

$$\rho(\varepsilon_x)\,\rho(\varepsilon_y)\rho(\varepsilon_z) = \rho(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z). \tag{3}$$

Пусть составляющие кинетической энергии удовлетворяют двум условиям: 1)  $\varepsilon_z = const$ , 2)  $\varepsilon_x + \varepsilon_y = const$ . При этом из уравнения (3) следует, что

$$\rho(\varepsilon_x)\,\rho(\varepsilon_y) = const.$$

Логарифмируя это уравнение, а затем дифференцируя его, получим:

$$\frac{\rho'(\varepsilon_x)}{\rho(\varepsilon_x)}d\varepsilon_x + \frac{\rho'(\varepsilon_y)}{\rho(\varepsilon_y)}d\varepsilon_y = 0.$$
 (4)

Согласно условию 2):  $d\varepsilon_x = -d\varepsilon_y$ . Это даёт возможность разделить переменные в уравнении (4):

$$\frac{\rho'(\varepsilon_x)}{\rho(\varepsilon_x)} = \frac{\rho'(\varepsilon_y)}{\rho(\varepsilon_y)}.$$

Это равенство выполняется только при условии, если левая и правая части равны одной и той же константе. Обозначим её –β. Тогда получим

$$\frac{\rho'(\varepsilon_{\chi})}{\rho(\varepsilon_{\chi})} = \frac{\rho'(\varepsilon_{y})}{\rho(\varepsilon_{y})} = -\beta,$$

или

$$\frac{d\rho(\varepsilon_{\chi})}{\rho(\varepsilon_{\chi})} = -\beta \cdot d\varepsilon_{\chi}.$$

В результате интегрирования будем иметь:

$$\rho(\varepsilon_{\chi}) = A_1 e^{-\beta \varepsilon_{\chi}}, \ \rho(\varepsilon_{y}) = A_1 e^{-\beta \varepsilon_{y}}, \ (\varepsilon_z) = A_1 e^{-\beta \varepsilon_z}, \tag{5}$$

где *A*<sub>1</sub> – константа, определяемая из условия нормировки. Из (5) следует выражение для функции распределения

$$\rho(\varepsilon) = A e^{-\beta \varepsilon} \,, \tag{6}$$

где  $A = A_1^3$ .

Для проекции скорости *v<sub>x</sub>* условие нормировки имеет вид:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \rho(v_x^2) \, dv_x = 1,$$
или  $A_1 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\beta \frac{m v_x^2}{2}} \, dv_x = 1.$  (7)

Обозначим

$$\alpha = \frac{m\beta}{2}.$$

Тогда формула (7) принимает вид:

$$A_1 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha v_x^2} \, dv_x = 1.$$

Входящий сюда интеграл есть интеграл Пуассона:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha v_x^2} \, dv_x = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \, .$$

Поэтому для нормировочной константы *A*<sub>1</sub> получаем следующее выражение:

$$A_1 = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}.$$
 (8)

Из соображений размерности постоянная  $\beta$ , входящая в выражения (5) и (6), равна (строгое доказательство дано в [3]):

$$\beta = \frac{1}{kT},\tag{9}$$

где *k* – постоянная Больцмана, *T* – абсолютная температура газа. Соответственно,

$$\alpha = \frac{m}{2kT} , \ A_1 = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}.$$
 (10)

Из (5) с учётом (9) и (10) следует выражение для функции распределения

$$\rho(v_x) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}}.$$
(11)

График этой функции, совпадающий с гауссовой кривой, представлен на рис. 46. Площадь элементарной полоски, заштрихованной на рисунке, даёт вероятность того, что *x*-составляющая скорости молекулы находится в интервале от  $v_x$  до  $v_x + dv_x$ , а умноженная на число частиц N газа, она даёт вероятное число молекул со скоростями в этом интервале.



Рис. 46. Распределение Максвелла по проекциям скорости

Для объёмной или трёхмерной функции распределения в пространстве скоростей из (6), (9) и (10) получаем максвелловский закон распределения скоростей:

$$\rho(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}.$$
 (12)

Эта формула применима не только к идеальным газам, но и для любых частиц, подчиняющихся классической статистике. С учётом (10) формулу (12) можно переписать в виде:

$$\rho(v) = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} e^{-\alpha v^2} . \tag{13}$$

Найдём теперь распределение молекул газа <u>по абсолют-</u> ным значениям их скоростей (независимо от направления <u>движения</u>). Вероятность того, что абсолютное значение скорости молекулы заключено между v и v + dv, обозначим так: dW(v) = f(v)dv. (14)

Умножив (14) на полное число частиц *N* в газе, получим вероятное (или среднее) число молекул *dN* с такими скоростями, т.е.

$$dN = N \cdot dW(v) = N \cdot f(v) \cdot dv.$$
(15)

Таким образом, искомая функция распределения

$$f(v) = \frac{dN}{Ndv}.$$
 (16)

Она определяет вероятность того, что скорость молекулы попадает в единичный интервал скоростей вблизи заданной скорости v. Установим её связь с ранее введённой функцией  $\rho(v)$ . Для этого построим сферу радиусом v, затем дадим ему бесконечно малое приращение dv. Объём бесконечно тонкого шарового слоя со средним радиусом vи толщиной dv (рис. 47) равен

$$dV_{v} = 4\pi v^{2} dv$$



Рис. 47.К определению объёма шарового слоя в пространстве скоростей

Умножив объёмную плотность вероятности  $\rho(v)$  на объём слоя, получим:

$$\rho(v) \cdot 4\pi v^2 dv = f(v) dv,$$

$$f(v) = 4\pi v^2 \rho(v).$$
 (17)

С учётом (12) будем иметь:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}.$$
 (18)

Формула (18) есть функция распределения молекул газа по модулям скоростей. Это распределение установлено Максвеллом в 1860 г. Функция f(v) удовлетворяет условию нормировки:

$$\int_{0}^{\infty} f(v) \, dv = 1. \tag{19}$$

При более строгом рассмотрении для нахождения распределения молекул по модулю скорости необходимо

перейти в пространстве скоростей к сферической системе координат. Тогда элементарная вероятность будет иметь вид

 $dW(v,\theta,\varphi) = Ae^{-\alpha v^2} \cdot v^2 dv \sin\theta \, d\theta \, d\varphi. \tag{20}$ 

Поскольку движение молекул изотропно, то можно проинтегрировать по углам и получить функцию распределения, зависящую только от модуля скорости:

$$dW(v) = Ae^{-\alpha v^2} \cdot v^2 dv \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \sin\theta \, d\theta \, d\varphi =$$
$$= 4\pi A \, e^{-\alpha v^2} \cdot v^2 dv. \tag{21}$$

При подстановке A и  $\alpha$  из (21) с учетом (14) вытекает функция распределения скоростей молекулы (18) по модулю v.

Из (15) и (18) следует, что среднее число молекул, скорости которых попадают в интервал (v, v + dv):

$$dN = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv.$$
 (22)

В курсе статистической физики показывается, что распределение Максвелла может быть получено как частный случай канонического распределение Гиббса.

Формулу (18) можно записать более компактно:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} v^2 e^{-\alpha v^2}.$$
 (23)

Функция распределения (23) содержит два конкурирующих множителя: монотонно убывающую экспоненту и монотонно возрастающую параболу  $v^2$ . В результате график этой функции асимметричен и имеет колоколообразный вид (рис. 48).



Рис. 48. Наивероятнейшая, средняя и среднеквадратичная скорости распределения Максвелла

Из графика видно, что число молекул dN(v), приходящихся на один и тот же интервал скорости dv, меняется в зависимости от величины самой скорости v. Число таких молекул пропорционально площади заштрихованных полосок с основанием dv. Самое большое число молекул приходится на скорость, соответствующую максимуму кривой f(v). Эта скорость называется <u>наиболее вероятной</u>. Для её нахождения надо использовать условие экстремума:

$$\frac{df(v)}{dv} = 0.$$

В результате получим

$$v_{\rm H} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \,. \tag{24}$$

Кроме наиболее вероятной, можно ввести ещё две характерные скорости частиц: среднюю и среднеквадратичную. Средняя скорость максвелловского распределения определяется следующим образом:

$$\bar{v} = \int_{0}^{\infty} v \cdot dW(v) = \int_{0}^{\infty} v \cdot f(v) \cdot dv.$$
 (25)

Подставляя выражение (22) для f(v), в результате интегрирования получим

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \,. \tag{26}$$

Для нахождения среднеквадратичной скорости надо сначала вычислить средний квадрат скорости

$$\overline{v^2} = \int_0^\infty v^2 \cdot dW(v) = \int_0^\infty v^2 \cdot f(v) \cdot dv = \frac{3kT}{m}.$$

Извлекая корень, получим

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \,. \tag{27}$$

Средняя квадратичная скорость определяет среднюю кинетическую энергию молекулы.

Между характерными скоростями максвелловского распределения существуют следующие соотношения:

$$v_{\rm H}: \bar{v}: \sqrt{\bar{v^2}} = 1:1,13:1,22.$$
 (28)

Для определения границы применимости классического рассмотрения распределения молекул газа по скоростям вводится понятие температуры вырождения газа. В курсе статистической физики показывается, что температура вырождения определяется выражением

$$T_0 = \frac{h^2}{2\pi m k} n^{2/3} , \qquad (29)$$

где h – постоянная Планка, m – масса частицы, n – концентрация частиц газа. Газ называется невырожденным (или классическим), если  $T \gg T_0$ . В противном случае газ является

квантовым (или вырожденным), и классическим способом описания пользоваться нельзя.

Экспериментальная проверка распределения молекул по скоростям является одной из важнейших задач молекулярной физики. Существует несколько методов, прямых и косвенных, доказывающих справедливость этого закона. В работе для исследования вида функции распределения по скоростям предлагается метод **задерживающего потенциала**. Идея метода состоит в следующем.

Известно, что электронный газ, который образуется в пространстве между катодом и управляющей сеткой электронной лампы вследствие термоэлектронной эмиссии, подчиняется статистике Максвелла (электронный газ имеет температуру катода). В многоэлектродной лампе типа пентода электронное облако из-за конструктивных особенностей лампы имеет осевую симметрию (рис. 49). Анод имеет цилиндрическую форму, катод выполнен в виде очень узкого цилиндра, расположенного на оси анода.

Если электроны, вылетающие из облака, заставить проходить через задерживающее электрическое поле, то при некоторой разности потенциалов  $U_3$  преодолеть влияние поля могут только те электроны, у которых радиальная составляющая скорости удовлетворяет условию:

$$\frac{mv_r^2}{2} \ge eU_3 , \qquad (30)$$

где е – заряд электрона, *v<sub>r</sub>* – радиальная составляющая скорости электрона.

Регистрируя число электронов, преодолевающих задерживающее поле, можно получить кривую распределения Максвелла. Покажем, что это действительно так.



Рис. 49. Внешний вид лампы пентод (а) и проекции вектора скорости в цилиндрической системе координат (б)

Учитывая аксиальную симметрию лампы, удобно перейти к цилиндрической системе координат. Тогда для элементарной вероятности dW(v) вместо (20) будем иметь:

 $dW(v_r, v_z, \varphi) = Ae^{-\alpha(v_r^2 + v_z^2)} \cdot v_r \, dv_r \, dv_z \, d\varphi$ . (31) Чтобы найти число электронов, имеющих значение радиальной составляющей скорости в диапазоне от  $v_r$  до  $v_r + dv_r$ , надо проинтегрировать формулу (31) по углу  $\varphi$  от 0 до  $2\pi$  и по компоненте скорости  $v_z$  от  $-\infty$  до  $+\infty$ :

$$dN(v_r) = N \cdot \int_{0}^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dW(v_r, v_z, \varphi),$$
$$dN(v_r) = N \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} e^{-\alpha v_r^2} \cdot v_r \, dv_r \int_{0}^{2\pi} d\varphi \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha v_z^2} \, dv_z.$$

С учётом интеграла Пуассона

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha v_z^2} \, dv_z = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

получим:

$$dN(v_r) = 2\pi N\left(\frac{\alpha}{\pi}\right) e^{-\alpha v_r^2} \cdot v_r \, dv_r. \tag{32}$$

По величине анодного тока можно судить о количестве электронов, преодолевших задерживающий потенциал. За время t электроны пройдут в направлении анода расстояние  $v_r \cdot t$ . Число электронов из объёма  $v_r \cdot t \cdot S_A$  ( $S_A$ - площадь анода), имеющих скорость  $v_r \ge v_r^{(0)}$ , где

$$v_r^{(0)} = \sqrt{\frac{2eU_3}{m}},$$
 (33)

определяется выражением:

$$N(v_r) = \int_{v_r^{(0)}}^{\infty} v_r \cdot t \cdot S_A \cdot dN(v_r).$$

С учётом (32) получим:

$$N(v_r) = t \cdot S_A \int_{v_r^{(0)}}^{\infty} 2\pi N\left(\frac{\alpha}{\pi}\right) e^{-\alpha v_r^2} \cdot v_r^2 \, dv_r.$$
(34)

Величина тока в анодной цепи:

$$\mathcal{I}_{\mathrm{A}} = \frac{q}{t} = \frac{e \cdot N(v_r)}{t}$$

Поэтому с учётом (34) получим:

$$\mathcal{I}_{A} = eS_{A} \int_{v_{r}^{(0)}}^{\infty} 2\pi N\left(\frac{\alpha}{\pi}\right) e^{-\alpha v_{r}^{2}} \cdot v_{r}^{2} dv_{r}.$$
 (35)

Из (35) следует, что производная от анодного тока по  $v_r$  даёт с точностью до постоянной распределение Максвелла по скоростям (см. (18) и (23)):

$$\frac{\partial \mathcal{I}_A}{\partial v_r} = e S_A 2\pi N \left(\frac{\alpha}{\pi}\right) e^{-\alpha v_r^2} \cdot v_r^2 \sim e^{-\alpha v_r^2} \cdot v_r^2.$$
(36)

Из выражения (35) видно, что ток анода определяется интегралом с переменным нижним пределом. Поскольку  $v_r^{(0)} \sim \sqrt{U_3}$ , то меняя величину задерживающей разности потенциалов, можно построить зависимость  $\mathcal{I}_A(\sqrt{U_3})$ , производная которой по  $\sqrt{U_3}$  даст распределение термоэлектронов по скоростям (т. е. распределение Максвелла).

#### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

В работе распределение Максвелла проверяется на установке, схема которой приведена на рис. 50.



Рис. 50. Схема экспериментальной установки

В качестве электронной лампы используется пентод 6П9. Электронное облако образуется в пространстве между катодом и управляющей сеткой, потенциалы которых практически одинаковы. Между сетками g2 и g1 с помощью выпрямителя ВС-24м создается запирающее поле. Величина его может изменяться от 0 до 30 В. Вольтметр V служит для измерения U<sub>3</sub>. Электроны, пролетающие пространство с тормозящим полем, проходят затем ускоряющее поле между анодом и последней сеткой. Ускоряющая разность потенциалов обеспечивается работой ВУП-2М (универсальный выпрямитель). Разность потенциалов между анодом и сеткой подбирается такой, чтобы обеспечить в анодной цепи ток насыщения, т.е. чтобы все электроны, скорость которых превышает  $v_r^{(0)}$ , попадали на анод. Анодный ток регистрируется микроамперметром. Сопротивление утечки сетки R = 5 Ом. Описанная схема позволяет свести к минимуму влияние разности потенциалов между сетками g2 и g3 на плотность электронов в околокатодном пространстве, что существенно при проверке закона их распределения по скоростям. Кроме того, при такой схеме включения пентода минимально взаимное влияние источников питания в анодной цепи, где создается задерживающая разность потенциалов.

### Измерения и обработка результатов

1. При помощи ручки управления ВУП-2М установить анодное напряжение (150 В), обеспечивающее прохождение тока в анодной цепи. В отсутствие задерживающего напряжения анодный ток достигает значения 38 – 40 μA. 2. При помощи ручки на передней панели выпрямителя ВС-24м можно менять величину задерживающего напряжения в пределах от 0 до 7 В. При этом в интервале от 0 до 1,5 В напряжение меняют через 0,1 В; от 1,5 до 3 В – через 0,5 В; от 3 до 7 В – через 1 В. Для каждого значения задерживающего потенциала фиксируют анодный ток. Такие измерения провести 3 раза, результаты измерений занести в таблицу 12.

3. Определить среднее значение величины анодного тока и построить график зависимости:

$$\mathcal{I}_{\mathrm{A}} = f\left(\sqrt{U_3}\right). \tag{37}$$

4. Графически продифференцировать функцию (37) и построить график

$$\frac{\partial \mathcal{I}_{A}}{\partial (\sqrt{U_{3}})} = f\left(\sqrt{U_{3}}\right). \tag{38}$$

T ~	1	0
Гаолина	- 1	
таолица	-	-

<i>U</i> <sub>3</sub> , B	$\mathcal{I}_1$	$\mathcal{I}_2$	$\mathcal{I}_3$	$\mathcal{I}_{\mathrm{среднее}}$ , $\mu\mathrm{A}$	$\sqrt{U_3}$	$\partial \mathcal{I}_{\mathrm{A}}$
						$\partial(\sqrt{U_3})$
0						
0,1						
0,2						
1,5						
2						
2,5						
3						
4						
5						
6						
7						

В соответствии с теорией производная (38) с точностью до постоянной будет совпадать с функцией распределения Максвелла (18). Для проверки этого утверждения следует сравнить поведение полученной кривой с теоретической кривой распределения Максвелла, график которой приведен на рис. 48.

### Контрольные вопросы для допуска к работе

1. В чём заключается физический смысл функции распределения молекул по скоростям? Какую информацию о поведении молекул можно получить, используя эту функцию?

2. Каков вид функции распределения Максвелла по модулю скорости? Проанализируйте график этой функции.

3. Как вычисляется среднее значение абсолютной величины скорости, среднее значение квадрата скорости, значение наиболее вероятной скорости для молекул идеального газа?

4. В чём заключается метод задерживающего потенциала, используемый для экспериментальной проверки распределения Максвелла?

5. Докажите справедливость соотношения (35).

6. В чём состоит метод графического дифференцирования, позволяющий определить  $\frac{\partial \mathcal{I}_A}{\partial (J_{L_2})}$ ?

Контрольные вопросы для защиты работы

1. Используя график  $\frac{\partial J_A}{\partial (\sqrt{U_3})}$ , определить наиболее вероятную скорость термоэлектронов в электронной лампе.

2. Вычислить температуру электронного газа в пентоде.

3. Оценить температуру вырождения электронного газа в лампе и сравнить её с вычисленной температурой термоэлектронов (совпадающей с температурой катода). Сделать заключение об обоснованности применения классической статистики Максвелла–Больцмана к исследованному в работе электронному газу.

4. Вывести формулу (18) для функции распределения молекул газа по модулям скоростей.

5. Перечислите экспериментальные методы проверки распределения Максвелла.

#### Литература

- Ноздрев, В.Ф. Курс статистической физики / В.Ф. Ноздрев, А.А. Сенкевич. – Москва: Высшая школа, 1965. – 288 с.
- Сивухин, Д.В. Общий курс физики: в 5 т. / Д.В. Сивухин. – Москва: Физматлит, 2006. – Том II. Термодинамика и молекулярная физика. – 544 с. – ISBN 978-5-9221-0601-5.
- Фрипп, С.Э. Курс общей физики: в 3 т. / С.Э. Фрипп, А.В. Тиморева. – Санкт-Петербург: Лань, 2009. – Том 1. Физические основы механики. Молекулярная физика. Колебания и волны. – Гл. 7. – § 50. – 480 с.– ISBN 978-5-8114-0663-0.

### 2.2. Изучение ферромагнетиков и сегнетоэлектриков

#### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 7

## Изучение ферромагнитного гистерезиса с помощью датчика Холла

*Цель работы:* снятие петли гистерезиса ферромагнетика; определение магнитной проницаемости сердечника электромагнита.

Приборы и принадлежности: электромагнит, датчик Холла, измерительный пульт с вмонтированными приборами.

#### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Все материалы обладают в той или иной мере магнитными свойствами, т.е. являются магнетиками. По магнитным свойствам, обусловленным микроструктурой вецества, магнитные материалы делятся на слабомагнитные, или магнитонеупорядоченные (диамагнетики, парамагнетики) и сильномагнитные, или магнитоупорядоченные (ферромагнетики, антиферромагнетики, ферриты, неколлинеарные магнитные структуры).

Состояние магнетика характеризуется магнитной индукцией  $\vec{B}$ , магнитной проницаемостью  $\mu$ , магнитной восприимчивостью  $\chi$ , определяющей его отклик на напряженность  $\vec{H}$  внешнего магнитного поля. В магнетике напряжённость истинного, или микроскопического поля быстро меняется в пространстве и во времени. Среднее значение напряжённости микроскопического поля называется магнитной индукцией:

$$\vec{B} = \langle \vec{H}_{\text{MUKPO}} \rangle. \tag{1}$$

Магнитная индукция и напряженность внешнего магнитного поля связаны соотношением:

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi \vec{M}.$$
 (2)

Вектор намагничивания, или намагниченность  $\vec{M}$  определяется как векторная сумма магнитных моментов, находящихся в единице объёма:

$$\vec{M} = \lim_{V \to 0} \left( \frac{1}{V} \sum_{i} \vec{\mu}_{i} \right), \tag{3}$$

где  $\vec{\mu}_i$  – магнитный момент одной молекулы или атома.

Намагниченность является функцией внешнего магнитного поля. Для слабомагнитных веществ эта зависимость имеет линейный характер:

$$\vec{M} = \chi \, \vec{H}. \tag{4}$$

Для диамагнетиков восприимчивость отрицательна ( $\chi < 0$ ). Это означает, что вектор  $\vec{M}$  направлен против  $\vec{H}$ . Абсолютная величина восприимчивости диамагнетиков очень мала (порядка 10<sup>-6</sup>). Типичными представителями этих веществ являются инертные газы, азот, водород, кремний, фосфор, многие органические соединения и ряд металлов (медь, золото, серебро, цинк, висмут, ртуть и др.).

Для парамагнетиков  $\chi > 0$ . Положительный знак парамагнитной восприимчивости означает, что в парамагнетиках магнитный момент направлен вдоль напряжённости внешнего магнитного поля. Величина восприимчивости их также мала (порядка  $10^{-3} - 10^{-6}$ ). К парамагнетикам относятся вещества, атомы или молекулы которых имеют готовые магнитные моменты в отсутствие внешнего магнитного поля. Такие готовые магнитные моменты имеются, например, у атомов и молекул с нечётным числом электронов, у которых полный спин отличен от нуля. Типичными парамагнетиками являются газы – молекулярный кислород  $0_2$ , окись азота NO, щелочные металлы, а также атомы и ионы с недостроенными внутренними (3d, 4d, 5d, 4f, 5f) оболочками.

Наряду с этими так называемыми слабомагнитными телами существует ряд веществ, которые можно назвать сильномагнитными (например, железо, никель, кобальт, редкоземельные металлы от гадолиния до тулия, их соединения и сплавы, а также сплавы хрома и марганца). В этих веществах намагниченность является нелинейной и неоднозначной функцией поля, т.е.  $\vec{M}(\vec{H})$  имеет сложный вид. Рис. 51 иллюстрирует различие в поведении полевой зависимости намагниченности для диа- пара- и ферромагнетиков.



Рис. 51. Полевая зависимость намагниченности диа-, параи ферромагнетиков

Из (2) и (4) следует:

$$\vec{B} = (1 + 4\pi\chi)\vec{H}.$$
(5)

Величина

$$\mu = (1 + 4\pi\chi) \tag{6}$$

называется магнитной проницаемостью. Она показывает, во сколько раз усредненное микрополе в магнетике превосходит напряженность внешнего поля. На рис. 52 показаны кривые Столетова для магнитной проницаемости и магнитной восприимчивости.



и магнитная восприимчивость (б) ферромагнетиков

Если подойти к описанию ферромагнетика с чисто феноменологической стороны, то можно сказать что отличительной особенностью поведения ферромагнетика во внешних магнитных полях *Н* является специфический вид их кривой намагничивания (рис. 53).



Рис. 53. Кривая Столетова

Кривая намагничивания ферромагнетика была впервые подробно изучена в 1871 г. А. Г. Столетовым. На рис. 53 намагниченность ферромагнетика сначала резко возрастает, а затем медленно стремится к насыщению. Величина этого насыщения уменьшается с повышением температуры, выше некоторой определённой для данного вещества температуры (точка Кюри) ферромагнитные свойства вообще исчезают и ферромагнетик превращается в парамагнетик с линейной кривой намагничивания.

Основным внутренним свойством ферромагнитных тел является наличие в них в интервале температур от  $0^{\circ}$ К до точки Кюри самопроизвольной (спонтанной) намагниченности, не зависящей от внешнего магнитного поля и по величине равной наблюдаемому магнитному насыщению  $M_{\rm s}$ .

Доменная структура ферромагнетиков

Чтобы совместить факт отсутствия средней намагниченности ферромагнетика при H = 0 с утверждением о существовании спонтанной намагниченности, П. Вейсс в 1907 г. предположил, что ферромагнетик состоит из малых, спонтанно намагниченных областей – доменов. В отсутствие внешнего магнитного поля магнитные моменты доменов ориентированы таким образом, что результирующая намагниченность ферромагнетика равна нулю. При включении внешнего магнитного поля происходят изменения ориентации и значений модулей магнитных моментов доменов, что приводит к намагничиванию образца (рис. 54).



Рис. 54. Доменная структура ферромагнетика

Три области на рис. З объясняются с этой точки зрения так. В области I происходят главным образом <u>смещения</u> границ доменов. При этом домены, магнитные моменты которых направлены вдоль  $\vec{H}$ , растут за счет доменов, у которых ориентация магнитных моментов не совпадает с направлением  $\vec{H}$ . В области II происходит преимущественно процесс <u>вращения</u> доменов, при котором уменьшаются углы между магнитными моментами доменов и направлением  $\vec{H}$ . В области III происходит истинное намагничивание (<u>парапроцесс</u>): при увеличении *H* уменышается влияние теплового движения, и магнитный момент домена стремится к насыщению.

Первое теоретическое объяснение существования доменов было дано в 1930 г. советскими физиками Я.И. Френкелем и Я.Г. Дорфманом. Внутри каждого домена квантово-механическое обменное взаимодействие приводит к параллельной ориентации спиновых магнитных моментов (рис. 55). Энергия обменного взаимодействия равна

$$E_{\rm oGM} = -2A \sum_{n} \sum_{m} \vec{S}_{n} \vec{S}_{m} , \qquad (7)$$

где *A* – обменный интеграл,  $\vec{S}_n$  и  $\vec{S}_m$  – векторы спинов в узлах *n* и *m*. Если *A* > 0, то согласно (7) выгодна параллельная ориентация спинов, поскольку при этом угол между векторами спинов  $\theta = 0^{\circ}$  и скалярное произведение  $\vec{S}_n \cdot \vec{S}_m$  – максимально, а энергия  $E_{o6M}$  минимальна. Поэтому положительное значение обменного интеграла *A* является критерием ферромагнетизма. Значением *A* > 0 обладают Fe, Со, Ni, а также редкоземельные элементы.



Рис. 55. Основное состояние ферромагнетика (при *T*=0 K)

С другой стороны, каждый домен подобен магниту, поле которого стремится ориентировать соседние домены в направлении, противоположном магнитному моменту данного домена. В результате «борьбы» этих противоположных тенденций устанавливается некоторое равновесие. Обменное взаимодействие электронов характеризуется обменным интегралом:

$$A = \int_{V_1} \int_{V_2} \Psi_a^*(1) \Psi_b(1) \frac{e^2}{r_{1,2}} \Psi_a(2) \Psi_b^*(2) dV_1 dV_2, \tag{8}$$

который экспоненциально быстро уменьшается с увеличением расстояния R между атомами. А магнитные силы уменьшаются по закону  $1/R^3$ , т.е. значительно медленнее.

Поэтому на малых расстояниях, где преобладает обменное взаимодействие, образуются области самопроизвольной намагниченности (домены), а на больших расстояниях проявляется размагничивающее действие магнитных сил, которые сообщают магнитным моментам доменов различные ориентации.

Оценки, проведенные Френкелем и Дорфманом, привели к выводу, что размер домена *а* пропорционален корню квадратному из линейного размера *L* ферромагнетика (если *a* и *L* выразить в сантиметрах, то  $a \sim 0.01 \sqrt{L}$ ).

Термодинамическая теория ферромагнитных доменов, построенная в 1935 г. Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшицем, в основном подтвердила этот вывод. Согласно этой теории, намагниченность в доменах ориентируется вдоль осей легчайшего намагничивания. Распад ферромагнетика на домены происходит потому, что этот процесс «энергетически выгоден». Если бы весь ферромагнетик был намагничен в одном определенном направлении, то в этом случае получился бы минимум энергии обменного взаимодействия электронов. Однако такому ферромагнетику соответствовала бы значительная энергия возбуждаемого им магнитного поля.

У однодоменного ферромагнетика (рис. 56*a*) на поверхности образуются магнитные полюса *N* и *S*. При этом создается магнитное поле, напряженности *H* которого соответствует энергия:

$$W = \frac{1}{8\pi} \int\limits_{V} H^2 dV.$$



Рис. 56. Образование доменов в ферромагнетике

Величина намагниченности и, следовательно, магнитная энергия уменьшаются, если ферромагнетик состоит из нескольких противоположно намагниченных доменов. На рис. 56б приведена доменная структура, магнитная энергия которой примерно вдвое меньше, чем в случае, показанном на рис. 56*a*. В случае, представленном на рис. 56*b*, магнитный поток замыкается внутри образца и магнитные полюса отсутствуют. Таким образом, уменьшение магнитной энергии способствует переходу от однодоменной к многодоменной структуре.

Увеличению числа доменов препятствует обменное взаимодействие и рост энергии анизотропии. В ферромагнетике обменное взаимодействие способствует параллельной ориентации спинов, поэтому наличие границ между противоположно намагниченными доменами связано с увеличением энергии. Соответствующая дополнительная энергия пропорциональна отношению 1/*a*, определяющему число доменов, и длине *L*, характеризующей размеры границы между доменами:

$$W_1 = \alpha \frac{L}{a}, \qquad (9)$$

где α – коэффициент пропорциональности.

Магнитные моменты расположенных вблизи поверхности «замыкающих» доменов (на рис. 56  $\beta$  эти домены показаны треугольными сечениями) направлены перпендикулярно моментам остальных доменов, что приводит к увеличению энергии анизотропии, обусловленной тем, что в ферромагнитных кристаллах существуют оси легкого и трудного намагничивания. Чтобы намагнитить кристалл в направлении оси трудного намагничивания, требуется больше энергии, чем для намагничивания вдоль оси лёгкого намагничивания. Поэтому при расположении «замыкающих» доменов вдоль оси трудного намагничивания происходит увеличение энергии анизотропии на величину  $W_2$ , которая пропорциональна толщине домена:

$$W_2 = \beta a, \tag{10}$$

где  $\beta$  – коэффициент пропорциональности.

Из (9) и (10) следует:

$$W = W_1 + W_2 = \alpha \frac{L}{a} + \beta a. \tag{11}$$

Дифференцируя это выражение по *а*, получаем условие экстремума:

$$\frac{\partial W}{\partial a} = -\alpha \frac{L}{a^2} + \beta = 0.$$
(12)

Отсюда следует, что энергия (11) имеет минимуму, когда толщина домена определяется выражением
$$a = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} \cdot \sqrt{L} \,. \tag{13}$$

Таким образом, толщина домена растет с увеличением размера ферромагнетика пропорционально  $\sqrt{L}$ . Деление на домены обычно энергетически выгодно в тех случаях, когда ферромагнетики имеют не очень малые размеры, больше, чем  $10^{-4}$ – $10^{-5}$  см.

Между соседними доменами нет резкой границы. Существует переходная область, которая называется доменной стенкой или стенкой Блоха. В доменной стенке спиновые магнитные моменты атомов меняют свою ориентацию от значения «вверх» для домена А до значения «вниз» соседнего домена В. При этом спины в стенке постепенно поворачиваются на сравнительно небольшой угол в плоскости, перпендикулярной поверхности доменов. На рисунке 57 показано 7 таких поворотов от спина  $\vec{S}_A$  до спина  $\vec{S}_B$  в плоскости, перпендикулярной плоскости чертежа.

Расстояние между соседними спинами равно, конечно, постоянной решетки *а*. Если в поворотах участвует *N* пар спинов, а общий угол поворота равен п, то угол поворота между соседними спинами равен  $\varphi = \frac{\pi}{N}$ .

Расчеты показывают, что для железа в поворотах участвуют примерно 300 таких пар, а толщина доменной стенки δ~10-<sup>5</sup> см.



Рис. 57. Структура переходного слоя между доменами

Доменная стенка играет главную роль в процессах намагничивания на первом участке кривой намагничивания. В самом деле, если внешнее поле  $\vec{H}$  направлено под небольшим углом  $\theta$  по отношению к оси легчайшего намагничивания Z, то согласно рис. 58 домены A имеют более выгодную ориентацию намагниченности, чем домены B.



Рис. 58. Пунктиром показаны новые границы при некотором Н

Тогда спин в узле 1 стенки (рис. 57) повернется параллельно  $\vec{S}_A$ , спин в узле 2 повернется и получит ориентацию спина в узле 1, спин в узле 3 получит ориентацию спина в узле 2 и т. д. Спин  $\vec{S}_B$  соседнего домена В повернется и получит ориентацию спина в узле 7. Таким образом, стенка надвинется на домен В всего лишь на расстояние, равное *а*. Это происходит при очень малом значении  $\vec{H}$ .

При дальнейшем увеличении H стенка постепенно с шагом a перемещается «вправо» на домен В. Такой же процесс происходит и с правой стороны домена В. Стенка от домена А надвигается на него «влево». Процесс смещения границ заканчивается при некотором поле H, и ферромагнетик становится однодоменным. При дальнейшем увеличении H происходит поворот намагниченности всего домена в сторону уменьшения угла  $\theta$ . Это второй участок кривой намагниченности. Наконец, при достаточно большом поле намагниченность M возрастает почти линейно в зависимости от H. При этом уменьшается влияние теплового движения атомов, которое стремится разориентировать спины. Это третий участок – парапроцесс.

Магнитная индукция  $\vec{B}$  и намагниченность  $\vec{M}$  ферромагнетика зависят не только от напряженности внешнего магнитного поля, но и от предыстории данного образца. Необратимые изменения намагниченности ферромагнетиков при их намагничивании и перемагничивании приводят к явлению магнитного гистерезиса – отставанию магнитной индукции от напряжённости внешнего магнитного

поля. Характерная для ферромагнетика петля гистерезиса представлена на рис. 59.



Рис. 59. Петля гистерезиса

Из рис. 59 видно, что кривая размагничивания ACD идёт выше, чем кривая намагничивания OA. При H=0 магнитная индукция *B* может быть отлична от нуля (отрезки OC и OG). Это остаточная намагниченность  $M_{oct} = B_{oct}/4\pi$ . Для того чтобы размагнитить образец, надо довести кривую до точки D или K. Этим точкам соответствует магнитная напряжённость  $H_k$ , равная отрезкам OD или OK. Эта напряжённость называется коэрцитивной силой. Таким образом, процесс перемагничивания ферромагнетика является необратимым.

Причина необратимого характера процесса намагничивания заключается в следующем. В отсутствие внешнего магнитного поля в ферромагнетике существуют различные равновесные (метастабильные) состояния. Соответствующие этим состояниям минимумы свободной энергии разделены потенциальными барьерами (максимумами свободной энергии). При включении внешнего магнитного поля распределение намагниченности может стать абсолютно неустойчивым. Тогда возможен переход в другие равновесные состояния с меньшей свободной энергией. Такие переходы являются необратимыми, т.к. обратный переход в первоначальное равновесное состояние затруднен вследствие существования энергетических барьеров.

Следуя Е. И. Кондорскому, можно указать три основных механизма гистерезиса.

1. Гистерезис, обусловленный необратимыми процессами вращения.

Рис. 60 дает приближённое наглядное представление о необратимом процессе вращения доменов на примере наличия двух минимумов свободной энергии *F*. В случае, показанном на рис. 60*a*, когда *H*=0 и выполняются неравенства

$$-\left(\vec{\mu}\vec{H}\right) < \Delta_0,$$
$$kT < \Delta,$$

переход из устойчивого состояния 2 в состояние 1 невозможен. В случае, когда  $H \neq 0$ , высота потенциального барьера  $\Delta < \Delta_0$  (рис. 60б). Однако переход в состояние 1 с меньшим значением свободной энергии всё ещё невозможен. При дальнейшем увеличении Н (рис. 60  $\beta$ ), когда средняя тепловая энергия атомных моментов (*kT*) становится  $\sim \Delta$ , возможен переход в состояние 1. Этот переход является необратимым.

2. Гистерезис, обусловленный задержкой роста зародышей перемагничивания. Зародышами перемагничивания являются области с самопроизвольной намагниченностью обратного направления по отношению к основной ориентации намагниченности насыщения образца. Если в каком-то месте образца создается зародыш перемагничивания, то начиная с некоторого поля (поля старта  $H_s$ ) он растет с конечной скоростью и в конце концов поглощает весь объем образца. Однако с ростом размеров данного зародыша связано увеличение поверхностной магнитной энергии, что является своеобразным препятствием для дальнейшего роста зародыша.



Рис. 60. Необратимый характер процесса вращения доменов

3. Гистерезис, обусловленный задержкой смещения границ между доменами. Эти задержки могут быть вызваны дефектами структуры кристалла и примесями.

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

В данной работе получение кривой Столетов и петли гистерезиса ферромагнетика производится с помощью датчика Холла. Он представляет собой однородную пластину из полупроводника, к которой припаяны 4 контакта (рис. 61). Датчик помещен в зазор между полюсами электромагнита перпендикулярно силовым линиям магнитного поля.



Рис. 61. Датчик Холла

Эффект Холла заключается в возникновении поперечной разности потенциалов при помещении образца с током с магнитное поле. На рис. 61 ток пропускается в направлении 1-2, при этом между контактами 3 и 4 возникает холловская разность потенциалов:

$$U_x = R \frac{\mathcal{I}B}{d},\tag{14}$$

где R – постоянная Холла, d – толщина образца в направлении магнитного поля. В правой части этой формулы входит чувствительность датчика

$$C = \frac{R\mathcal{I}}{d}.$$
 (15)

При токе через образец  $\mathcal{I} = 180 \,\mu\text{A}$  чувствительность C=497  $\mu$ B/Tл. Поэтому из формулы (15) можно определить магнитную индукцию

$$B = \frac{U_x}{C}.$$
 (16)

Установка для изучения гистерезиса состоит из электромагнита с датчиком Холла и измерительного пульта. Питание электромагнита осуществляется от распределительного щитка, находящегося в лаборатории.



Рис. 62. Измерительный пульт

Измерительный пульт состоит из следующих блоков (рис. 62):

- На левой тумбе находится вольтметр и контрольная лампа Л<sub>1</sub>.

- На правой тумбе имеется амперметр для измерения тока в обмотке электромагнита (от 0 до 6 А). Величина тока регулируется ручкой ЛАТРа. Переключатель направления тока в обмотке электромагнита находится внизу, под ручкой ЛАТРа. Вертикально установлен микроамперметр для контроля тока в цепи датчика. Для регулирования тока датчика используется магазин сопротивлений, расположенный в нижней боковой части.

 В центральной части пульта находится цифровой электронный вольтметр ВК 2-20 для измерения напряжения Холла.

Схема измерительной установки приведена на рис. 63.



Рис. 63. Схема измерительной установки

### Порядок выполнения работы

1. Перед началом измерений следует заранее прогреть ВК 2-20 в течение некоторого времени (примерно 30 минут). Для этого его нужно включить в сеть, включить на панели тумблер «сеть», переключатель «пределы измерения» поставить в положение 2 mV. Подготовку прибора к работе выполняет лаборант. 2. Замкнуть цепь питания датчика Холла с помощью тумблера, расположенного на панели микроамперметра, при этом показание микроамперметра должно быть равно 180 µА.

3. Подать напряжение в обмотку электромагнита. Эту работу выполняет лаборант.

4. Изменяя ток в обмотке электромагнита, получить петлю гистерезиса. Во время измерений необходимо внимательно отслеживать, какому участку петли гистерезиса (рис. 59) соответствуют значения тока обмотки. <u>Особую внимательность следует проявить при смене полярности</u>. Ток обмотки измеряется по верхней шкале амперметра. Измерения проводить в следующей последовательности:

4.1. Для получения кривой намагничивания ОА плавно увеличивать ток обмотки электромагнита от 0 до 6 А, при этом в интервале от 0 до 1 А увеличивать ток через 0,1 А, затем от 1 до 6 А – через каждые 0,5 А. При каждом значении тока записывать показания холловской разности потенциалов  $U_x$  на ВК 2-20.

4.2. На участке АС (размагничивание) плавно уменьшать ток обмотки от 6 А до нуля, также изменяя его сначала через каждые 0,5 А, затем от 1А до нуля – через 0,1 А.

4.3. В точке С надо проявить внимательность: здесь следует изменить полярность с помощью переключателя направления тока в обмотке электромагнита. При измерении на участке CD следует записывать ток обмотки с отрицательным знаком. Обратите внимание на изменение знака  $U_x$ : он быстро меняется на противоположный. 4.4. На участке DF ток обмотки увеличивается до 6 А. Изменение значений тока на кривой CDF производится по аналогии с п. п. 4.1 и 4.2.

4.5. На участке FG ток обмотки плавно уменьшается до нуля. При этом в точке G снова меняется полярность.

4.6. На участке GK ток обмотки становится снова положительным. На этом участке с помощью вольтметра BK 2-20 удаётся зарегистрировать 1–2 значения в отрицательной области.

4.7. На участке КА ток обмотки плавно увеличивается до 6 А. При этом показания ВК 2–20 имеют положительный знак. На этом измерения заканчиваются.

Внимание!

Перед выключением магнита плавно уменьшить ток обмотки до нуля!

5. По окончании работы выключить вольтметр ВК 2-20 и отключить питание обмотки электромагнита.

6. Данные измерений внести в табл. 13.

7. Построить петлю гистерезиса в координатах  $U_x(\mathcal{I}_{\scriptscriptstyle {\mathfrak{IM}}}),$ рис. 64.

8. Для получения зависимости  $\mu(H)$  необходимо сначала построить график В( $\mathcal{I}_{3M}$ ), рис. 65. Магнитную индукцию рассчитать по формуле (16). Затем на кривой намагничивания выбирается асимптотически линейный участок, при котором происходит парапроцесс. Эту прямую продолжаем до пересечения с осью *В* и переносим в начало координат параллельным переносом. Полученный график и будет графиком зависимости  $H(\mathcal{I}_{3M})$ . Данные вычислений занести в таблицу 14.

9. Построить график зависимости  $\mu(H)$  и объяснить полученные результаты.

Таблица 🛙	13
-----------	----

Участок петли	<i>J</i> <sub>эм</sub> , А	$U_x$ , $mV$
гистерезиса		
OA	0,1	
	0,2	
	0,3	
	1,5	
	2	
	2,5	
	6	
AC	5,5	
	5	
	1	
	0,9	
	0,8	
	0	
CD	- 0,1	
	- 0,2	
Ит.д.	Ит.д.	Ит.д.



Рис. 64. Петля гистерезиса для магнитомягкого материала



Рис. 65. Построение графика зависимости  $H(\mathcal{I}_{_{\mathfrak{IM}}})$ по графику  $B(\mathcal{I}_{_{\mathfrak{IM}}})$ 

Таблица 14

<i>J</i> <sub>эм</sub> , А	В, Тл	Н	$\mu = \frac{B}{H}$
0.1			
0.2			
0.3			
1			
1.5			
2			
6			

Контрольные вопросы для допуска к работе

1. Каковы основные характеристики магнетика?

2. Что такое ферромагнетик? Каковы основные свойства ферромагнетика?

3. Что такое домен? Чем обусловлено разбиение ферромагнетика на домены?

4. В чём заключается эффект Холла? Как эффект Холла может быть использован для изучения ферромагнитного гистерезиса?

5. Какова методика проведения измерений холловской разности потенциалов в зависимости от тока в обмотке электромагнита?

6. Как на основе кривой намагничивания определить зависимость напряжённости магнитного поля от тока в обмотке электромагнита?

7. Как определить зависимость  $\mu(H)$ ?

8. Почему выключение питания обмотки электромагнита можно производить только при нулевом значении тока?

# Контрольные вопросы для защиты работы

1. Что называется кривой Столетова для ферромагнетиков? Дайте объяснение кривой намагничивания с точки зрения доменной структуры.

2. Что такое стенка Блоха, и какова её роль в процессах, относящихся к кривой намагничивания?

3. Что такое ферромагнитный гистерезис и каковы его основные механизмы?

4. К какому классу относится исследованный ферромагнетик – к магнитомягким или магнитотвёрдым материалам?

5. Объяснить график зависимости магнитной проницаемости от напряжённости внешнего магнитного поля.

# Литература

- Боровик, Е.С. Лекции по магнетизму / Е.С. Боровик, В.В. Еременко, А.С. Мильнер. – Москва: Физматлит, 2005. – 512 с. – ISBN 5-9221-0577-9.
- Вонсовский, С.В. Магнетизм / С.В. Вонсовский. Москва: Наука, 1971. – 1 032 с.
- Киттель, Ч. Введение в физику твердого тела / Ч. Киттель. – Москва: Наука, 1978. – 792 с.
- Свирский, М.С. Электронная теория вещества / М.С. Свирский. – Москва: Просвещение, 1980. – 288 с.

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 8

# Исследование температурной зависимости электросопротивления ферромагнетиков

*Цель работы*: исследовать температурную зависимость сопротивления ферромагнитного никеля и определить температуру Кюри.

Приборы и принадлежности: образец из никеля, выполненный в виде спирали, печь, термопара, термопарный гальванометр, проградуированный на измерение температуры в печи; автотрансформатор для питания печи, цифровой мультиметр АРРА.

# ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Ферромагнетики – это магнитоупорядоченные вещества с параллельной ориентацией атомных магнитных моментов (рис. 66).



Рис. 66. Атомная магнитная структура ферромагнетика

Из кристаллов чистых элементов имеется только девять ферромагнетиков. Это три 3d-металла: Fe, Co, Ni и шесть 4f-металлов: Gd, Dy, Tb, Ho, Er, Tm. Практически необозримо число ферромагнитных сплавов и соединений. Тепловое движение ограничивает до определенной температуры, называемой точкой Кюри ( $T_K$ ), температурную область существования ферромагнетизма, влияет на характер намагниченности.

Анализ свойств ферромагнетиков показывает, что одним из условий ферромагнетизма является, прежде всего, наличие нескомпенсированных магнитных спиновых моментов, которые могут возникать только в атомах с незаполненными оболочками, т.е. в 3d- или 4f-элементах. Поскольку существование у электрона спина является чисто квантово-механическим эффектом, чуждым классической теории, то ясно, что объяснение ферромагнетизма должно носить квантовый характер. Квантово-механические расчеты показывают, что если между электронами существует электростатическое взаимодействие, так называемое обменное взаимодействие, то состояние системы электронов будет энергетически более выгодным, когда спиновые магнитные моменты ориентированы параллельно. Это возможно при положительном обменном интеграле. Таким образом, возникновение самопроизвольной намагниченности в ферромагнетиках есть естественный результат квантово-механического обменного взаимодействия электронов.

Эта идея впервые была высказана советским ученым Я.И. Френкелем в 1928 г. Затем В. Гейзенберг в 1928 году

разработал первую квантово-механическую теорию ферромагнетизма. Представление о роли обменного взаимодействия в появлении спонтанного магнитного момента можно получить из задачи об атоме гелия. Как известно из курса квантовой механики, энергия двухэлектронной системы существенно зависит от взаимной ориентации спинов электронов:

$$E_{\uparrow\uparrow} = E_0 + K - A,\tag{1}$$

$$E_{\uparrow\downarrow} = E_0 + K + A,\tag{2}$$

где *К*- кулоновский интеграл, *А* - обменный интеграл. Эти квантовые интегралы имеют вид:

$$K = \int_{V_1} \int_{V_2} \frac{e|\Psi_a(1)|^2 * e|\Psi_b(2)|^2}{r_{1,2}} dV_1 dV_2,$$
(3)

$$A = \int_{V_1} \int_{V_2} \Psi_a^*(1) \Psi_b(1) \frac{e^2}{r_{1,2}} \Psi_a(2) \Psi_b^*(2) dV_1 dV_2.$$
(4)

Решению (1) соответствует триплетное состояние

$$\Psi_{T} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{cases} (1) \uparrow (2) \uparrow & S_{z} = 1\\ (1) \uparrow (2) \downarrow + (1) \downarrow (2) \uparrow & S_{z} = 0\\ (1) \downarrow (2) \downarrow & S_{z} = -1 \end{cases} (S = 1), \quad (5)$$

а решению (2) - синглетное

$$\Psi_{S} = \frac{1}{\sqrt{2}} [(1) \uparrow (2) \downarrow -(1) \downarrow (2) \uparrow], S = 0 S_{z} = 0.$$
(6)

При A > 0 из (1) и (2) следует, что  $E_{\uparrow\uparrow} < E_{\uparrow\downarrow}$ , т.е. энергия триплетного состояния со спином S = 1 меньше энергии синглетного состояния со спином S = 0. Обобщение этого результата для кристалла приводит к выводу, что необходимым условием ферромагнетизма является наличие

положительного интеграла обменного взаимодействия между электронами, находящимися в соседних узлах кристаллической решетки.

Таким образом, для возникновения ферромагнетизма в металлах необходимо выполнение двух условий:

1) наличие нескомпенсированных спиновых магнитных моментов в недостроенных электронных оболочках атомов;

2) наличие положительного интеграла обменного взаимодействия.

Как было показано Слэтером (1930 г.), величина обменного интеграла сильно зависит от межатомного расстояния. На рис. 67 изображена кривая Слэтера, показывающая зависимость обменного интеграла *A* от расстояния *a*/*r*, где *a* – межатомное расстояние, **r** – радиус d (или f) -оболочки.



Рис. 67. Зависимость обменного интеграла от межатомного расстояния

Когда атомы расположены достаточно далеко друг от друга, т.е. *а* велико, то обменное взаимодействие ничтожно

и ферромагнетизм невозможен. При сближении атомов обмен возрастает и заставляет спиновые магнитные моменты ориентироваться параллельно. При достижении определенного значения *а/r* обмен достигает максимума. Затем при дальнейшем сближении уменьшается, обращается в нуль, становится отрицательным. При отрицательном обменном интеграле А, как это следует из квантовой механики, энергетически более выгодным является антипараллельная ориентация спинов. Этим объясняется антиферромагнитное упорядочение, наблюдаемое в хроме и мар-В настоящее время известны ферромагнитные ганце. сплавы, целиком состоящие из неферромагнитных компонентов (сурьма, висмут, сера, марганец). Введение этих компонентов в решетку марганца изменяет взаимное расстояние а/r, в результате чего возникает достаточно большое значение обменного интеграла А, что и объясняет ферромагнетизм этих сплавов.

Ферромагнитный образец при  $T < T_K$  в отсутствие внешнего магнитного поля самопроизвольно разбивается на малые, но всё же макроскопические области – домены, обладающие спонтанной намагниченностью. Линейные размеры доменов порядка 10<sup>-4</sup> см. В целом образец не намагничен, поскольку векторная сумма намагниченностей отдельных доменов равна нулю. Гипотеза о спонтанном разбиении ферромагнетика на домены была высказана ещё в 1907 г. французским физиком П. Вейссом, а её теоретическое обоснование дали в 1935 г. Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшиц.

V однодоменного ферромагнетика (рис. 68a) на поверхности образуются магнитные полюса N и S. При этом вокруг образца создается магнитное поле, обладающее большой положительной энергией. Величина намагниченности и магнитная энергия уменьшаются, если ферромагнетик состоит из нескольких противоположно намагниченных доменов (рис. 68б). Может возникнуть такая структура доменов (рис. 68в), когда магнитный поток целиком замыкается внутри образца за счет появления вторичной поверхностной структуры, и магнитные полюса отсутствуют. Сам процесс образования ферромагнитных доменов есть результат конкуренции двух типов взаимодействия - обменного и магнитного. Обменное взаимодействие является близкодействующим, оно стремится установить атомные магнитные моменты параллельно и поэтому ответственно за однородную спонтанную намагниченность доменов. Величину обменной энергии можно оценить по формуле (4):

А~10<sup>−14</sup> эрг.

Магнитное взаимодействие является дальнодействующим. Порядок величины магнитной энергии в ферромагнитной решетке можно оценить, вычисляя энергию взаимодействия двух магнитных диполей (каждый из которых равен спиновому магнитному моменту электрона), находящихся на расстоянии постоянной решётки ( $a \sim 10^{-8}$  см):

$$U_{\text{MAFH.}} \approx \frac{\mu_{\text{B}}^2}{a^3} \approx \frac{(10^{-20})^2}{(10^{-8})^3} \approx 10^{-16} \text{spr.}$$

Таким образом магнитное взаимодействие между атомами на 2 порядка слабее электростатического обменного взаимодействия, но его роль весьма значительна: оно стремится расположить векторы спонтанной намагниченности домена так, чтобы в сумме магнитный момент образца был равен нулю. Такое состояние ферромагнетика является энергетически наиболее выгодным.



Рис. 68. Разбиение ферромагнетика на домены

То обстоятельство, что ферромагнитные металлы обладают самопроизвольной намагниченностью, обусловливает возникновение в них аномалий физических свойств, таких как электросопротивление, термоЭДС, теплопроводность, теплоемкость и т.д. Эти аномалии легко обнаруживаются при повышении температуры, когда самопроизвольная намагниченность  $M_s$  претерпевает резкие изменения.

На рис. 69 приведено сравнение температурной зависимости относительного удельного сопротивления ферромагнитного никеля Ni и неферромагнитного палладия Pd. Из этого рисунка видно, что в ферромагнетиках при  $T < T_K$  происходит более резкий спад  $\rho$  при охлаждении, чем у переходных металлов без магнитного атомного порядка. При этом в точке Кюри наблюдается более или менее ярко выраженный излом кривой  $\rho(T)$  с максимумом производной  $\partial \rho/\partial T$ .

Исследование температурной зависимости сопротивления ферромагнитных металлов в области высоких, т.е. комнатных температур, позволяет по излому кривой  $\rho(T)$  определять точку Кюри ( $T_{\kappa}$ ).



Рис. 69. Сравнение температурной зависимости относительного удельного сопротивления Ni и Pd

В таблице 15 приведены значения *T<sub>K</sub>* для ферромагнитных металлов: Fe, Co, Ni, Gd и их электронные конфигурации внешней оболочки.

Из таблицы видно, что наиболее доступным для исследования в научной лаборатории является никель, имеющий в сравнении с Fe и Co низкую точку Кюри. Исследование свойств гадолиния затруднено необходимостью использования веществ, охлаждающих Gd ниже 0°C.

Таблица 15

Атомный	Элемент	Электронная конфи-	Температура
номер		гурация внешней	Кюри, <i>Т</i> <sub>к</sub>
		оболочки	
26	Fe	$3d^{6}4s^{2}$	1043
27	Со	$3d^{7}4s^{2}$	1400
28	Ni	$3d^{8}4s^{2}$	631
64	Gd	$4f^{7}5d6s^{2}$	290

С.В. Вонсовский дал качественную микрокартину электрических явлений в ферромагнитных металлах, учитывающую наличие двух подсистем электронов: внешних s-электронов и внутренних d-электронов. Электропроводность металла в основном определяется s-электронами; d-электроны, обусловливающие ферромагнетизм, как более связанные, непосредственно почти не участвуют в проводимости. Однако их влияние на проводимость металла сказывается через магнитное (спин-спиновое) и обменное взаимодействие с s-электронами.

В обычных металлах причиной возрастания электросопротивления с температурой является взаимодействие электронов проводимости с тепловыми колебаниями ионов кристаллической решётки (фононами). В результате этого взаимодействия s-электроны отдают свою энергию и импульс, вследствие чего электросопротивление растёт. Рассеяние электронов на фононах определяет температурную зависимость электросопротивления металлов без магнитного порядка (рис. 70).

При этом в области высоких температур наблюдается линейная зависимость сопротивления от температуры, а в области низких температур выполняется закон Блоха-Грюнайзена:



Рис. 70. Температурная зависимость удельного электросопротивления обычных металлов

В случае ферромагнитных металлов наряду с процессами «столкновений» s-электронов с фононами имеют место процессы «столкновений» s-электронов с ферромагнонами (квазичастицами, являющимися квантами энергии спиновых волн, возникающими в d-подсистеме). Наглядная полуклассическая картина спиновых волн показана на рис. 71.



Рис. 71. Полуклассическая наглядная картина спиновых волн (прецессия векторов спинов в линейной цепочке)

В результате столкновений s-электроны отдают свою энергию и импульс не только фононам, но и ферромагнонам, что приводит к дополнительному увеличению сопротивления ферромагнитного металла.

В элементарной теории, использующей формулу электропроводности Друде-Зинера, учитывается, что в переходном металле может быть два типа носителей тока: sи d-электроны. Тогда электропроводность будет определяться следующим образом:

$$\lambda = \left[\frac{n_d e^2 \tau_d}{m_d}\right] + \left[\frac{n_s e^2 \tau_s}{m_s}\right],\tag{8}$$

где  $n_d$  и  $n_s$  – концентрации,  $\tau_d$  и  $\tau_s$  – времена релаксации,  $m_d$  и  $m_s$  – эффективные массы соответственно d- и s-электронов.

На первый взгляд кажется, что электропроводность переходного металла больше, чем нормального, поскольку в первом больше носителей тока:  $n_d \gg n_s$ . Но это не так, поскольку у d-электронов из-за узости d-полосы эффективная масса  $m_d \gg m_s$ . Кроме того, заметно меньшими оказываются средние времена свободного пробега  $\tau_d$  и  $\tau_s$ , поскольку в переходном металле гораздо больше возможностей для рассеяния электронов проводимости. Эти дополнительные механизмы рассеяния и обусловливают в основном наблюдаемые аномалии электросопротивления в ферро- и антиферромагнетиках, а также в парамагнитных d- и f-металлах. Кроме того, в ферромагнитных металлах и сплавах даже в отсутствие внешнего магнитного поля в объеме каждого домена ниже точки Кюри ( $T_K$ ) всегда существует магнитная индукция  $\vec{B} = 4\pi \vec{M}_s$ , где  $\vec{M}_s$  – спонтанная намагниченность.

Поэтому фактически в ферромагнетиках при  $T < T_K$  мы всегда имеем дело с измерением не удельного сопротивления, а магнетосопротивления во внутреннем магнитном поле  $\vec{B}$ .

Один из первых механизмов, объясняющих специфику электропроводности d-металлов (механизм s – d-рассеяния) был предложен H. Моттом (1936 г.). Этот механизм заключается в следующем. B d-металлах на поверхности Ферми имеются d-подобные участки с большой плотностью электронных состояний. Если эффективная масса d-электронов (m<sub>d</sub>) велика, то их вкладом в электропроводность можно пренебречь. Но большая плотность свободных уровней в d-полосе может оказать существенное влияние и на вклад s-электронов, которые при столкновении с фононами (квантами тепловых колебаний решетки) переходят не только на уровни s- полосы (s – s-переходы), но главным образом в более многочисленные свободные уровни d-полосы (s – d-переходы).

В зонной теории магнетизма, предложенной Стонером (1936 г.), рассматривается система коллективизированных электронов. В атомах переходных элементов имеется не полностью заполненная электронная 3d-оболочка. В металлах 3d-электроны, наряду с внешними валентными электронами, коллективизируются вследствие перекрытия волновых функций 3d-электронов соседних атомов. В результате образуется система коллективизированных электронов, состоящая из 3d-электронов и s-электронов наружных электронных слоев. Так как плотность энергетических состояний 3d-электронов на уровне Ферми достаточно высока, выполняется критерий Стонера

$$A \cdot N(E_F) \ge 1, \tag{9}$$

и возникает ферромагнитное упорядочение. Широко известные ферромагнетики железо, никель, кобальт являются ферромагнетиками с коллективизированными электронами.

Согласно критерию Стонера (9) возникновение ферромагнетизма возможно при достаточно больших значениях обменной энергии A и плотности электронных состояний  $N(E_F)$  на поверхности Ферми. Это обусловлено тем, что при возникновении ферромагнитного упорядочения повышается кинетическая энергия электронной системы, так как часть электронов, переходя из одной энергетической подзоны в другую, занимает более высокие энергетические уровни. Поэтому ферромагнетизм возникнет только в том случае, если обменная энергия достаточно высока, чтобы скомпенсировать это возрастание кинетической энергии.

Эту ситуацию иллюстрирует рис. 72.



Рис. 72 Смещение d-полосы для электронов с противоположными проекциями спинов за счет обменного взаимодействия в ферромагнитных d-металлах

Намагниченность в такой системе возникает в результате того, что в магнитном поле энергия электронов со спинами, ориентированными вдоль поля (спины «+»), становится меньше энергии электронов со спинами, ориентированными против поля (спины «-»), происходит сдвиг подзон электронов со спинами «+» и «-» соответственно вниз и вверх по энергетической шкале, и часть электронов из подзоны со спином «-» переходит в подзону со спином «+».

На рис. 73 заштрихованные участки полуокружностей соответствуют занятым уровням. Рис. 73*a* и 73*г* соответствуют случаю, когда обменного расщепления уровней нет (парамагнитное состояние), поэтому заполнение полос (или зон) для «+» и «-» спинов совершенно одинаковое, и разделение энергетической полосы на подполосы (или подзоны) для электронов с «+» и «-» спинами носит чисто формальный характер. На рис. 73 (*б*, *в*, *д*, *е*) показана картина этих подполос при наличии обменного взаимодействия ( $\Delta E_{\text{обм}} \neq 0$ ). Уровни Ферми в каждой из подполос обозначены через  $\xi^+$  и  $\xi^-$ .

На рис. 73 (б, в) подзоны для «+» и «-» спинов оставлены несмещёнными, показано только изменение их заполнения электронами. На рис. 73 (*д*, *е*) показана картина со смещёнными подзонами, при этом возникает общий уровень Ферми ( $\zeta$ ). Ферромагнитное состояние ( $\delta$ ) и (*д*) – «слабое», оно возникает, когда обменная энергия меньше некоторого критического значения ( $|E_{oбM}| < |E_{oбM}|_{\text{кр,1}}$ ). В случаях ( $\beta$ ) и (*д*) ферромагнитное состояние «сильное», оно соответствует условию  $|E_{oбM}| > |E_{oбM}|_{\text{кр,2}}$ .



Рис. 73. Сдвиг энергетических полос (зон) коллективизированных электронов под влиянием обменного взаимодействия

Поскольку обменная связь в ферромагнитном d-металле смещает d-полосы для электронов с противоположными проекциями спинов, то для d-электронов одной из двух спиновых ориентаций число свободных мест в соответствующей подполосе может значительно уменьшиться (случай 73б) или даже стать равным нулю (73 $\beta$ ). В силу этого s-электроны с такой же ориентацией спина будут рассеиваться слабее, т.е. переходить на свободные места в d-подполосе, или даже совсем не будут рассеиваться в d-полосу, и, таким образом, сопротивление  $\rho_{sd}$  ферромагнитного металла будет меньше, чем у неферромагнитного. Как было показано в дальнейшем Е.А. Туровым (1955 г.), s – d-переходы обусловливают квадратичную зависимость сопротивления от температуры.

В 1935 г. С.П. Шубин отметил, что в переходных ферромагнитных d- и f-металлах, кроме s – d-переходов необходимо учитывать ещё один важный механизм рассеяния электронов проводимости на неоднородностях магнитной подсистемы (спиновых волнах при низких температурах и флуктуациях магнитного момента при высоких). Дальнейшее развитие эта теория получила в работах Турова и других.

В области низких температур, как показал Туров (1955 г.), добавочное сопротивление ферромагнитного металла, вызванное взаимодействием носителей тока со спиновой магнитной подсистемой, может быть представлено суммой двух слагаемых:

$$\rho_{\rm MAFH} = a_1 T + a_2 T^2, \tag{10}$$

где постоянные  $a_1$  и  $a_2$  не зависят от Т. Линейный член в (10) возникает при учете процессов рассеяния, обусловленных электромагнитным взаимодействием тока электронов проводимости с магнитным полем спиновых волн. Второй член в (10), квадратичный, обусловлен электростатической s – d-обменной связью.

При температуре выше  $T_{\rm K}$  обменное взаимодействие ослаблено сильными тепловыми колебаниями атомов и поэтому никакого дальнего магнитного порядка в ферромагнетиках нет. Однако может еще оставаться ближний магнитный порядок, благодаря которому может наблюдаться некоторый спад сопротивления и при  $T > T_{\kappa}$ , что, по-видимому, происходит в гадолинии.

В парамагнитной области, т.е. при *T* >*Tк*, остается один механизм рассеяния s-электронов – фононный, который обусловливает линейную зависимость сопротивления от температуры, как это имеет место в нормальных металлах.

Таким образом, электросопротивление ферромагнитного металла можно представить в виде суммы:

$$\rho(T) = \rho_0 + \rho_{\text{MAFH}}(T) + \rho_{\phi \text{OHOH}}(T), \qquad (11)$$

где  $\rho_0$  – остаточное сопротивление, обусловленное рассеянием электронов проводимости на дефектах и примесях кристалла (предполагается, что оно практически не зависит от температуры).

На рис. 74 представлена температурная зависимость полного удельного электросопротивления никеля, а также фононная  $\rho_{\text{dohoh}}$  и магнитная  $\rho_{\text{магн}}$  части для чистого никеля.



Рис. 74. Температурная зависимость полного удельного электросопротивления никеля, а также фононная  $\rho_{\phi 0 h 0 h}$ и магнитная  $\rho_{Marh}$  части.

Из рисунка видно, что в интервале температур  $0^{0}K < T \leq T_{K}$ для никеля наблюдается специфический температурный ход  $\rho(T)$  по сравнению с нормальными металлами.

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

В лабораторной работе измерение зависимости сопротивления ферромагнитного никеля от температуры осуществляется с помощью цифрового мультиметра APPA.

Схема измерительной установки показана на рис. 75. *Установку не разбирать!* 



Рис. 75. Схема установки

На рисунке цифрами обозначено:

- 1 цифровой мультиметр АРРА;
- 2 никелевая проволока;
- 3 электропечь;

4 - термопарный гальванометр;

5 - термопара.

Внимание! Напряжение, подаваемое на печь, не должно превышать 150 В!

Термопара 5 помещена в печь для измерения температуры в печи. Термопара подключена к термопарному гальванометру 4, проградуированному на температуру.

Необходимо учесть, что для проведения исследования печь должна прогреваться достаточно медленно. Поэтому напряжение на автотрансформаторе следует увеличивать постепенно, доведя его до 150 В в конце измерения.

# Исследование температурной зависимости

#### сопротивления никеля

Сначала проведите измерение при комнатной температуре. Затем включите в сеть предварительно выведенный до нуля автотрансформатор и установите начальное напряжение на выходе 50–60 В. Далее, начиная с температуры 50 °C (начальная отметка на шкале прибора) проводите измерение через каждые 10 °C до температуры 550 °C включительно. По мере замедления роста температуры постепенно добавляйте напряжение на выходе, но не более 150 В. После достижения температуры 550 °C и измерения сопротивления образца при этой температуре начинайте охлаждение образца и печи, постепенно понижая напряжение до нуля.

Внимание! Процесс охлаждения должен быть остаточно медленным, чтобы вы успевали проводить измерения сопротивления через каждые 10 °С при охлаждении. Поэтому напряжение на трансформаторе уменьшайте постепенно, по мере уменьшения температуры. Данные измерений занести в таблицу 16, которую желательно подготовить заранее, записав все необходимые значения температуры. При нагревании таблица заполняется слева направо, при охлаждении – справа налево при тех же значениях температур.

Таблица 16

t °C	50	60	70	•••	550
R <sub>нагрев</sub>					
R <sub>охлажд</sub>					

По результатам измерений постройте графики нагревания и охлаждения на одном листе миллиметровой бумаги (либо в MS EXCEL). Проанализируйте графики и по излому кривой определите точку Кюри.

Сделайте выводы по проделанной работе.

## Контрольные вопросы для допуска к работе

1. Что такое ферромагнетики? При каких условиях возникает ферромагнитное упорядочение?

2. Какова природа ферромагнетизма?

3. Как зависит сопротивление нормальных металлов от температуры?

4. Как зависит сопротивление ферромагнитного металла от температуры? Как по графику этой зависимости определить точку Кюри ферромагнетика?

## Контрольные вопросы для защиты работы

1. Укажите, в чём заключаются аномалии температурной зависимости сопротивления ферромагнитного металла.

2. Дайте элементарное объяснение температурной зависимости электросопротивления ферромагнетиков.

3. Опишите влияние s – d-рассеяния на электропроводность ферромагнитных металлов в зонной теории магнетизма по Стонеру.

### Литература

- Вонсовский, С.В. Магнетизм / С.В. Вонсовский. Москва: Наука, 1971. – 1 032 с.
- Свирский, М.С. Электронная теория вещества / М.С. Свирский. – Москва: Просвещение, 1980. – 288 с.
- Белов, К.П. Упругие, тепловые и электрические явления в ферромагнитных металлах / К.П. Белов. – Москва-Ленинград: ГИТТЛ, 1951. – 256 с.

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 9

## Исследование теплового расширения твердых тел

*Цель работы:* исследовать температурную зависимость коэффициента линейного расширения твердых тел; изучить аномалию теплового расширения ферромагнетика (никеля) и определить точку Кюри.

Приборы и материалы: никелевый стержень, печь, регулятор напряжения РНШ, индикатор малых перемещений, термопара, соединённая с прибором М-64, школьный прибор для измерения линейного расширения твёрдых тел, набор стержней (алюминий, стекло), пробирки, лабораторный термометр.
#### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Опыт показывает, что при нагревании твердые тела расширяются, при этом линейные размеры тел увеличиваются по закону:

$$\ell_t = \ell_0 (1 + \alpha t), \tag{1}$$

где  $\ell_0$  – длина тела при t = 0 °C,  $\ell_t$  – длина тела при данной температуре *t*,  $\alpha$  – коэффициент линейного расширения, который для металлов имеет порядок  $10^{-4} - 10^{-5}$  град<sup>-1</sup>. Упругие свойства и теплоемкость твердых тел объясняются на основе так называемого гармонического приближения. Согласно гармоническому приближению потенциальная энергия частиц при тепловых колебаниях имеет вид:

$$U(x) = \frac{1}{2}bx^2 \tag{2}$$

и графически изображается параболой. Сила, возникающая при смещении частиц из положения равновесия:

$$F = -bx, (3)$$

где *х* – смещение от положения равновесия.

Рассмотрим модель двух атомов (1 и 2), между которыми имеет место упругая сила взаимодействия. Для простоты будем считать, что атом 1 закреплен, а атом 2 совершает колебания. На рисунке 76 показана зависимость потенциальной энергии U(x) для атома 2.

Как видно из рис. 76, при температуре  $T_1$  межатомное расстояние изменяется от  $A_1$  до  $B_1$  со средним значением  $\langle x_1 \rangle = x_0$ , при  $T_2$  межатомное расстояние изменяется от  $A_2$  до  $B_2$  со средним значением  $\langle x_2 \rangle = x_0$  и т.д. Парабола симметрична относительно прямой, проходящей, через положение равновесия атома 2. Поэтому отклонения его влево

и вправо от равновесного положения будут равны. Среднее межатомное расстояние  $\langle x \rangle$  не зависит от амплитуды колебаний атомов и остаётся равным  $x_0$  при любой температуре. Поскольку среднее расстояние между атомами, совершающими гармонические колебания, при нагревании не изменяется, тепловое расширение должно отсутствовать, что противоречит опытным фактам: все твёрдые тела при нагревании расширяются.



Рис. 76. Зависимость потенциальной энергии от смещения атома в гармоническом приближении

Для объяснения теплового расширения необходимо предположить, что кривая потенциальной энергии несимметрична. Асимметрия взаимодействия между атомами вызвана тем, что сила отталкивания при сближении атомов возрастает быстрее, чем сила притяжения при их удалении друг от друга. Это приводит к непараболическому виду кривой потенциальной энергии взаимодействия (рис. 77). При  $T_1$  атомы совершают колебания так, что межатомное расстояние изменяется от  $A_1$  до  $B_1$  со средним значением  $\langle x_1 \rangle$ . При более высокой температуре  $T_2$  межатомное расстояние изменяется от  $A_2$  до  $B_2$  со средним значением  $\langle x_2 \rangle > \langle x_1 \rangle$  и т. д. Поскольку  $\langle x_1 \rangle < \langle x_2 \rangle < \langle x_3 \rangle$  и т.д., то с повышением температуры твёрдое тело расширяется.



Рис. 77. Потенциальная энергия взаимодействия между атомами с учётом ангармонических членов

Таким образом, колебания атомов в твердом теле являются ангармоническими. Факт асимметрии потенциальной энергии учитывается путём введения в формулу (2) ангармонических членов. Поскольку при колебаниях решётки атомы испытывают небольшие отклонения от положений равновесия, то потенциальную энергию можно разложить в ряд Тейлора, ограничившись членами третьего порядка:

$$U(x) = U(x_0) + \frac{dU}{dx}|_{x_0} \cdot x + \frac{1}{2!} \frac{d^2 U}{dx^2}|_{x_0} \cdot x^2 + \frac{1}{3!} \frac{d^3 U}{dx^3}|_{x_0} \cdot x^3 + \dots$$
(4)

В положении равновесия:

$$\frac{dU}{dx}|_{x_0} = 0.$$

Поэтому (4) можно записать в виде

$$U(x) = -U_0 + \frac{1}{2}bx^2 - \frac{gx^3}{3},$$
(5)

где

$$b = \frac{d^2 U}{dx^2}|_{x_0}, \ g = -\frac{1}{2}\frac{d^3 U}{dx^3}|_{x_0}.$$
 (6)

Кривая потенциальной энергии (5) несимметрична. При отклонении атома 2 вправо (x > 0) член  $gx^3/3$  вычитается из  $bx^2/2$ , а при отклонении влево (x < 0) – наоборот, добавляется. В результате левая ветвь параболы поднимается круче правой (рис. 77).

Сила, возникающая при смещении атома 2 от положения равновесия,

$$F = -\frac{\partial U}{\partial x} = -bx + gx^2.$$
<sup>(7)</sup>

Среднее значение этой силы

$$\bar{F} = -b\bar{x} + g\bar{x^2}.$$
(8)

В равновесии при свободных колебаниях  $\bar{F}=0,$  поэтому  $b\overline{x}=g\overline{x^2},$  отсюда

$$\overline{x} = \frac{g}{b}\overline{x^2}.$$
(9)

Полагая, что среднее значение потенциальной энергии

$$\overline{U(x)} = \frac{b\overline{x^2}}{2},$$

находим, что

$$\overline{x^2} = \frac{2\overline{U(x)}}{b}.$$
 (10)

Колеблющаяся частица кроме потенциальной обладает кинетической энергией  $E_k$ , причем в среднем  $\overline{E_k} = \overline{U(x)}$ . Тогда полная энергия частицы:

$$\overline{\overline{c}} = \overline{E_k} + \overline{U}(x) = 2\overline{U(x)}.$$
(11)

Из (9) -(11) следует, что

$$\overline{x} = \frac{g\overline{E}}{b^2}.$$
(12)

В области комнатных и более высоких температур имеет место теорема классической статистики о равномерном распределении энергии по степеням свободы, согласно которой:

$$\overline{E_k} = \frac{kT}{2}, \qquad (13)$$

где *к* – постоянная Больцмана. Поэтому

$$\bar{E} = kT \tag{14}$$

и согласно (12)

$$\overline{x} = \frac{gk}{b^2} T,$$
(15)

т.е. среднее смещение атома от положения равновесия линейно растёт с ростом температуры, что приводит к тепловому расширению кристалла. Эта формула согласуется с экспериментальной зависимостью (1).

Относительное линейное расширение равно:

$$\frac{\overline{x}}{x_0} = \frac{g\overline{E}}{b^2 x_0} \,. \tag{16}$$

Это позволяет ввести коэффициент линейного расширения:

$$\alpha = \frac{1}{x_0} \frac{d\overline{x}}{dT} = \frac{g}{b^2 x_0} \frac{d\overline{E}}{dT} \,. \tag{17}$$

Согласно определению, теплоёмкость тела, отнесённая к одной частице, имеет вид:

$$C_V = \frac{d\bar{E}}{dT} \,. \tag{18}$$

Тогда

$$\alpha = b_1 C_V, \tag{19}$$

где константа

$$b_1 = \frac{g}{b^2 x_0}$$

Таким образом, коэффициент линейного расширения пропорционален теплоёмкости тела. Соотношение (19) носит название правила Грюнайзена. Пользуясь им, можно найти температурную зависимость теплового расширения, если известно, как меняется с температурой теплоёмкость. Формула, подобная (19), впервые была получена Грюнайзеном и имела вид:

$$\alpha = \frac{\gamma \mathscr{X}}{3V} C_V, \tag{20}$$

где æ – коэффициент сжимаемости металла, V – атомный объем,  $\gamma$  – постоянная Грюнайзена, которая для разных металлов лежит в пределах от 1,5 до 2,5. Так как для большинства металлов теплоемкость плавно возрастает с температурой, то и коэффициент  $\alpha$  должен также плавно расти при повышении температуры. Эта закономерность экспериментально хорошо выполняется для диа- и парамагнитных

металлов. Однако для ферромагнитных металлов это правило нарушается, т.е. имеются аномалии теплового расширения.

На рис. 78 приведена кривая температурной зависимости линейного коэффициента расширения никеля. Из рисунка видно, что нет никакого плавного изменения *α* с температурой; наблюдается сильный «выброс» вверх вблизи точки Кюри (положительная аномалия).



Рис. 78. Тепловое расширение никеля вблизи точки Кюри

Отсутствие пропорциональности между  $\alpha$  и C<sub>V</sub> у для ферромагнетиков видно на рис. 79, на котором приведены кривые теплоемкости и коэффициента теплового расширения для сплава пермалоя (52,2 % Ni, 40,8 % Fe). С повышением температуры для этого сплава наблюдается «выброс»  $\alpha$  вниз (отрицательная аномалия), тогда как теплоемкость имеет «выброс» вверх.

Н.С. Акулов обобщил правило Грюнайзена на случай ферромагнетиков. Согласно его теории ферромагнитное изменение объема  $\Delta V/V_0$  пропорционально изменению энергии самопроизвольной намагниченности  $\Delta(aM_s^2)$ , которое возникает при нагревании ферромагнетика, т.е.

$$\frac{\Delta V}{V_0} = b\Delta(aM_s^2),\tag{21}$$

где *b* и *a* – постоянные. Взяв производную от левой и правой части (21) по температуре, получим:

$$\frac{d}{dT}\left(\frac{\Delta V}{V_0}\right) = b \frac{d}{dT} \left[\Delta(aM_s^2)\right].$$



Рис. 79. Температурная зависимость коэффициента линейного расширения и удельной теплоёмкости сплава 59,2 % Ni, 40,8 % Fe.

Учитывая, что

$$\frac{d}{dT} \left( \frac{\Delta V}{V_0} \right) = \frac{1}{V_0} \frac{dV}{dT} ,$$

будем иметь

$$\frac{1}{V_0}\frac{dV}{dT} = b\frac{d}{dT}[\Delta(aM_s^2)].$$
(22)

Член, стоящий справа в (22), пропорционален ферромагнитной части теплоемкости  $C_m$  металла, следовательно:

$$\frac{1}{V_0}\frac{dV}{dT} = b_2 C_m.$$
(23)

Здесь

 $\beta = \frac{1}{V_0} \frac{dV}{dT}$  – «ферромагнитная» часть коэффициента объёмного теплового расширения,

*b*<sub>2</sub> – численная постоянная, в которую входят *а* и *b*.

Для изотропных твердых тел коэффициент объемного расширения

$$\beta = 3\alpha. \tag{24}$$

Складывая (19) и (23), получаем обобщение правила Грюнайзена на случай ферромагнитных тел:

$$\alpha = b_1 C_V + b_2 C_m. \tag{25}$$

Здесь  $b_1$  имеет положительный знак, а  $b_2$ , как показывает опыт, может быть и положительным, и отрицательным. Соотношение (25) даёт возможность найти температурную зависимость коэффициента теплового расширения ферромагнетиков, если известен температурный ход  $C_V$  и  $C_m$ .

При приближении к точке Кюри, где величина самопроизвольной намагниченности и связанные с ней объемные эффекты претерпевают наиболее резкие изменения, аномалии теплового расширения особенно велики. Можно найти связь этих аномалий с магнитострикционными и магнитоупругими эффектами в окрестности точки Кюри, используя метод термодинамики (магнитострикция – это изменение формы и размеров тела при его намагничивании. Термодинамически обратное ему явление – магнитоупругий эффект, т.е. изменение намагниченности ферромагнетика при деформации). Согласно теории фазовых переходов второго рода, в точке Кюри отсутствуют «скачки» энтропии S, объёма V и самопроизвольной намагниченности  $M_S$ , т.е.

$$\Delta S = 0, \, \Delta V = 0, \, \Delta M_S = 0. \tag{26}$$

Вводя независимые переменные: давление P, температуру T и магнитное поле H, можно подробно написать уравнения (26):

$$\Delta \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{P,H} dT + \Delta \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_{T,H} dP + \Delta \left(\frac{\partial S}{\partial H}\right)_{P,T} dH = 0,$$
  

$$\Delta \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{P,H} dT + \Delta \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_{T,H} dP + \Delta \left(\frac{\partial V}{\partial H}\right)_{P,T} dH = 0,$$
  

$$\Delta \left(\frac{\partial M_s}{\partial T}\right)_{P,H} dT + \Delta \left(\frac{\partial M_s}{\partial P}\right)_{T,H} dP + \Delta \left(\frac{\partial M_s}{\partial H}\right)_{P,T} dH = 0$$
(27)

Из второго и третьего уравнений системы (27) при P=const (dP=0) имеем:

$$\Delta \alpha = \frac{\Delta \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial H}\right)_{P,T}}{\Delta \left(\frac{\partial M_s}{\partial H}\right)_{P,T}} \Delta \left(\frac{\partial M_s}{\partial T}\right)_{P,H}, \tag{28}$$

где

$$\Delta \alpha = \Delta \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_{P,H}$$
(29)

скачок коэффициента объёмного расширения в точке Кюри.

Так как

$$\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial H} \right)_{P,T} = - \left( \frac{\partial M_s}{\partial P} \right)_{T,H},$$

то из (28) следует:

$$\Delta \alpha = -\frac{\Delta \left(\frac{\partial M_s}{\partial P}\right)_{T,H}}{\Delta \left(\frac{\partial M_s}{\partial H}\right)_{P,T}} \Delta \left(\frac{\partial M_s}{\partial T}\right)_{P,H}, \qquad (30)$$

где  $\frac{\partial M_s}{\partial P}$  – изменение намагниченности насыщения с давлением.

Аналогично можно получить выражение для скачка коэффициента линейного расширения, заменив в уравнениях (27) давление P на одностороннее растяжение  $\sigma$  и объём V на длину тела  $\ell$ . Тогда для скачка коэффициента линейного расширения в точке Кюри

$$\Delta \alpha = \Delta \frac{1}{\ell} \left( \frac{\partial \ell}{\partial T} \right)_{H,\sigma} \tag{31}$$

получим следующее выражение:

$$\Delta \alpha = \frac{\Delta \frac{1}{\ell} \left(\frac{\partial \ell}{\partial H}\right)_{T,\sigma}}{\Delta \left(\frac{\partial M_s}{\partial H}\right)_{T,\sigma}} \Delta \left(\frac{\partial M_s}{\partial T}\right)_{\sigma,H}.$$
(32)

Соотношение (32) показывает, что аномалия теплового расширения (скачок коэффициента линейного расширения) выражается через скачки магнитных величин: магнитострикции парапроцесса вблизи точки Кюри  $\frac{1}{\ell} \left( \frac{\partial \ell}{\partial H} \right)_{T,\sigma}$ , магнитной восприимчивости  $\left( \frac{\partial M_s}{\partial H} \right)_{T,\sigma}$ и температурного коэффициента намагниченности насыщения  $\left( \frac{\partial M_s}{\partial T} \right)_{\sigma,H}$ .

Магнитострикция парапроцесса, входящая в формулы (28) и (32), соответствует области «истинного» намагничивания на кривой рис. 80. На этой кривой можно выделить три участка.

Участок 1. В слабых магнитных полях (на начальном участке кривой) происходит рост областей с энергетически выгодным направлением магнитного момента относительно магнитного поля за счёт соседних областей с менее выгодным направлением момента. В этой области происходит процесс смещения границ доменов.

Участок 2. В более сильных магнитных полях происходит процесс поворота моментов областей самопроизвольной намагниченности (доменов) к направлению поля (процесс вращения). При полном совпадении магнитных моментов доменов с направлением внешнего магнитного поля получается техническое насыщение. Величина технического насыщения равна величине самопроизвольной намагниченности  $M_s$ .

Участок 3. В области парапроцесса величина  $M_s$  увеличивается за счёт ориентации спиновых моментов отдельных электронов, находящихся внутри областей самопроизвольной намагниченности. При этом с ростом поля вектор  $M_s$  не меняет своего направления, а меняется его абсолютная величина. Возникает состояние абсолютного насыщения.



Рис. 80. Кривая намагничивания ферромагнетика

Магнитострикция, сопутствующая процессам смещения и вращения, проявляется в основном в изменении формы тела. В области технического намагничивания в ферромагнетике возникает преимущественно линейная магнитострикция, связанная с изменением магнитного взаимодействия в кристаллической решётке. Магнитострикция парапроцесса носит объёмный характер. Она связана с квантово-механической обменной энергией в ферромагнетике. По существу она представляет собой термодинамическое следствие того, что обменная энергия зависит от межатомного расстояния (рис. 81).



Рис. 81. Зависимость обменного интеграла от межатомного расстояния

С помощью термодинамики можно найти связь между скачками  $\alpha$  и теплоёмкости в точке Кюри. Для этого используем первое и третье уравнения системы (27), заменяя *P* на  $\sigma$ , тогда при постоянном *H* (*dH* = 0):

$$\Delta \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{\sigma,H} dT + \Delta \left(\frac{\partial S}{\partial \sigma}\right)_{T,H} d\sigma = 0, \tag{33}$$

$$\Delta \left(\frac{\partial M_s}{\partial T}\right)_{\sigma,H} dT + \Delta \left(\frac{\partial M_s}{\partial \sigma}\right)_{T,H} d\sigma = 0.$$
(34)

Учтём следующие равенства:

$$\Delta \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{\sigma,H} dT = \frac{C_{\sigma,H}}{T} dT, \qquad (35)$$
$$dG = V dP - S dT - M dH,$$

где *G* – термодинамический потенциал (энергия Гиббса). Отсюда следует известное из термодинамики соотношение взаимности Максвелла

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = -\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T$$

Заменяя P на  $\sigma$  и переходя от объёма V к линейному размеру  $\ell$  , будем иметь:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial \sigma}\right)_{T,H} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(-\frac{\partial G}{\partial T}\right) = -\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial G}{\partial \sigma}\right) = \left(\frac{\partial \ell}{\partial T}\right)_{\sigma,H}.$$
 (36)

Из (31), (33)-(36) получаем:

$$\Delta \alpha = \frac{1}{\ell T} \cdot \frac{\Delta C_{\sigma,H}}{\Delta \left(\frac{\partial M_S}{\partial T}\right)_{\sigma,H}} \cdot \Delta \left(\frac{\partial M_S}{\partial \sigma}\right)_{H,T}.$$
(37)

Соотношение (37) устанавливает связь скачка коэффициента линейного расширения  $\Delta \alpha$  со скачком теплоёмкости  $\Delta C_{\sigma,H}$ . В точке Кюри аномалия теплового расширения пропорциональна ферромагнитной части теплоемкости.

Заметим, что входящие в (32) величины  $\frac{1}{\ell} \left( \frac{\partial \ell}{\partial H} \right)$ ,  $\frac{\partial M_S}{\partial H}$ ,  $\frac{\partial M_S}{\partial T}$  зависят от «крутизны»  $\frac{\partial A}{\partial a}$  обменного интеграла (они связаны прямой пропорциональностью). Поэтому величина аномалий теплового расширения в данном ферромагнитном металле зависит от того, насколько резка в нем зависимость обменного интеграла А от межатомного расстояния *a* (кривая на рис. 81). Знаки аномалий теплового расширения определяются тем, положительна или отрицательна величина  $\frac{\partial A}{\partial a}$  в данном металле или сплаве.

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ Часть 1. Исследование температурной зависимости теплового расширения никеля Описание установки



Рис. 82. Схема установки для измерения теплового расширения никеля

1 – Испытуемый образец в виде стержня (длина стержня при комнатной температуре равна 125 мм).

2 – Электрическая печь, подключаемая к регулятору напряжения.

3 - Регулятор напряжения школьный (РНШ).

4 – Прибор М-64 с термопарой для измерения температуры образца в печи (цена деления C1 =10 град./дел.).

5 – Индикатор малых перемещений для измерения удлинения никелевого (цена деления C<sub>2</sub> = 0,01 мм).

6,7 - Теплоизоляционные прокладки.

#### Методика выполнения измерений

Перед началом работы стрелка индикатора малых перемещений должна быть установлена на нуль. Выведенный на нуль РНШ включить в сеть и подать напряжение 70–80 В. Изменение длины стержня  $\Delta \ell_t$ , фиксируемое индикатором малых перемещений, занести в таблицу 17.

Таблица 17

t°, C					
$\Delta \ell_t$ , mm					

При выполнении работы необходимо снимать показания индикатора малых перемещений с точностью до ½ деления, т.е. с точностью до 0,005 мм и температуры с точностью до ½ деления, т. е. с точностью до 5 °C. Особенно тщательно следует провести измерения на начальном участке зависимости  $\Delta \ell(t)$  вплоть до предполагаемой температуры Кюри.

После того, как температура в печи достигнет 120–130 °С, добавлять напряжение по 5 В примерно через каждые 30 °С нагрева.

Конечное напряжение не должно превышать 160 В!

Измерения проводить до температуры нагрева 560-580 °C, после чего сбросить напряжение до нуля, и РНШ выключить из сети.

Успех выполнения работы очень сильно зависит от аккуратности и тщательности измерений. Не допустимы толчки и грубые воздействия на поверхность лабораторного стола, которые могут привести к искажению данных.

## Обработка результатов

По данным табл. 17 построить график зависимости  $\Delta \ell = f(t)$ . Методом графического дифференцирования через температурные интервалы 10 °С подсчитать температурный коэффициент линейного расширения по формуле

$$\alpha(t) = \frac{1}{(\ell_0 + \Delta \ell_{t-1})} \cdot \frac{d(\Delta \ell_t)}{dt}, \qquad (38)$$

где  $\ell_0 = 125$  мм. Справедливость формулы (38) обосновать самостоятельно.

Результаты вычислений занести в табл. 18.

Таблица 18

t°, C					
$\alpha(t)$					

По данным таблицы 18 построить график зависимости  $\alpha = f(t)$ , с помощью которого определить точку Кюри ферромагнитного никеля.

Часть 2. Определение коэффициента линейного расширения некоторых твердых тел прибором, выпускаемым для школ <u>Устройство прибора</u>

Схема прибора для определения коэффициента линейного расширения твердых тел приведена на рис. 83.

Прибор состоит из корпуса 5, к которому крепится кожух. Внутри кожуха установлен нагреватель. Пробирка со стержнем помещается в нагреватель через прокладку и отверстие 1 в крышке прибора. На корпусе прибора установлена стойка с кронштейном 4 для индикатора малых перемещений 2, снабженного лимбом 3. Кронштейн может поворачиваться вокруг оси стойки на 90 °.



Рис. 83. Прибор для определения коэффициента линейного расширения

На панели корпуса расположены индикаторная лампа и кнопочный выключатель, а на задней стенке – винт заземления.

Технические данные:

1. Время нагревания испытуемого образца до температуры 100 °С – не более 15 минут.

2. Длина испытуемого образца - 160 мм.

3. Рабочее напряжение - (220 ± 11) В.

4. Потребляемая мощность - 80 Вт.

Относительная средняя квадратичная ошибка измерения составляет 5 %.

### Методика выполнения измерений

1. Пробирки из комплекта на ½ объёма заполнить водой комнатной температуры. Опустить в каждую по испытуемому стержню сферическим концом вниз и поместить на штатив.

2. Проводом сечением не менее 1 мм<sup>2</sup> через винт заземления провести заземление.

3. Штепсельную вилку прибора включить в розетку.

4. В поворотный кронштейн вставить индикатор и отвести его на четверть оборота в сторону до упора.

5. Извлечь стержень из пробирки и лабораторным термометром замерить температуру воды в одной из пробирок.

6. Пробирку с испытуемым стержнем через резиновую прокладку и отверстие в крышке прибора внести в нагреватель.

7. Оттянуть шток индикатора вверх, установить индикатор над пробиркой (повернуть кронштейн в прорези до упора) и опустить шток в углубление на торце стержня. Кронштейн зафиксировать винтом.

8. Заметить положение стрелки на индикаторе (удобнее перед началом эксперимента стрелку индикатора поставить на нулевую отметку путём вращения лимба со шкалой).

9. После этого можно включить питание прибора кнопочным выключателем. При этом должна загореться индикаторная лампочка.

10. При закипании воды в пробирке испытуемый образец принимает температуру, равную температуре кипения воды. Увеличение длины образца определяется по отклонению стрелки индикатора от первоначального положения. Отсчёт проводится с точностью до половины деления шкалы индикатора, т.е. с точностью до 0,005 мм.

11. Для проведения опытов с другим образцом необходимо кнопочным выключателем отключить питание прибора. Индикатор на поворотном кронштейне отвести в сторону до упора, предварительно отвернув шток индикатора. Извлечь из прибора нагретую пробирку и поместить в штатив. С новым образцом повторить все действия, указанные в пунктах 1–10.

# Обработка результатов экспериментов

После снятия показаний приступают к подсчёту численных значений коэффициентов линейного расширения исследованных образцов по формуле

$$\alpha = \frac{\Delta \ell}{\ell_0 (t_1 - t_0)} \, \text{rpag}^{-1} \,, \tag{39}$$

где  $\Delta \ell$  – увеличение длины стержня,  $\ell_0$  – начальная длина образца (160 мм),  $t_0$  – первоначальная температура образца (совпадающая с температурой воды в пробирке),  $t_1$  – конечная температура образца в пробирке (100 °C).

Точность определения удлинения стержня характеризуется среднеквадратичной ошибкой:

$$E = \sqrt{\frac{\sum (\Delta \ell_t - \Delta \ell_{\rm cp})^2}{n-1}} .$$
(40)

### Контрольные вопросы для допуска к работе

1. Что такое гармоническое и ангармоническое приближение в описании тепловых колебаний кристаллической решётки? 2. Какова температурная зависимость линейного расширения твёрдых тел, не обладающих магнитным порядком?

3. В чём заключается причина теплового расширения твёрдых тел?

4. Какова теоретически ожидаемая температурная зависимость удлинения  $\Delta \ell(t)$  и температурного коэффициента линейного расширения  $\alpha(t)$  никелевого стержня?

5. В чём заключается метод графического дифференцирования для нахождения температурного коэффициента линейного расширения?

6. Как по графику зависимости  $\alpha(t)$  определить точку Кюри ферромагнетика?

7. В чем заключается методика проведения измерений теплового расширения ферромагнитного образца и стержней без магнитного порядка (диа- и парамагнетика)?

# Контрольные вопросы для защиты работы

1. Проанализировать полученную графическую зависимость удлинения никелевого стержня от температуры.

2. Объяснить полученную температурную зависимость коэффициента линейного расширения никеля.

3. Дать анализ причин аномального поведения теплового расширения ферромагнетиков.

4. Сформулировать правило Грюнайзена и его обобщение для ферромагнетиков.

5. Доказать соотношение (32) для скачка коэффициента линейного расширения в точке Кюри.

6. Доказать соотношение (37), устанавливающее связь скачка коэффициента линейного расширения  $\Delta \alpha$  со скачком теплоёмкости  $\Delta C_{\sigma,H}$ .

### Литература

- Белов, К.П. Упругие, тепловые и электрические явления в ферромагнитных металлах / К.П. Белов. – Москва-Ленинград: ГИТТЛ, 1951. – 256 с.
- Вонсовский, С.В. Магнетизм / С.В. Вонсовский. Москва: Наука, 1971. – Глава 25. – 1 032 с.
- Киттель, Ч. Введение в физику твердого тела / Ч. Киттель. – Москва: Наука, 1978. – 792 с.
- Павлов, Н.В. Физика твердого тела / Н.В. Павлов, А.Ф. Хохлов. – Москва: Высшая школа, 2000. – 494 с. ISBN 5-06-003770-3.

#### лабораторная работа 10

# Наблюдение изменения доменной структуры молибдата гадолиния в поляризованном свете и определение его температуры Кюри

*Цель работы:* наблюдение изменения доменной структуры сегнетоэлектрика в зависимости от температуры и определение его точки Кюри.

Приборы и материалы: образец из молибдата гадолиния, электрическая нагревательная печь, автотрансформатор, осветитель, микроскоп, термопара, электронный цифровой вольтметр ВК 2-20.

#### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Сегнетоэлектрики – это диэлектрики, обладающие в определённой области температур спонтанной (самопроизвольной) поляризацией. Кристаллическая модификация, в которой сегнетоэлектрик спонтанно поляризован, называется полярной фазой, а модификация, в которой спонтанной поляризации нет, – неполярной фазой. Температура *T<sub>k</sub>*, при которой сегнетоэлектрик переходит из полярной фазы в неполярную (или обратно), называется диэлектрической точкой Кюри в честь Пьера Кюри, который ввел аналогичное понятие в учение о ферромагнетизме. Как правило, сегнетоэлектрик имеет только одну точку Кюри, ниже которой он находится в полярной фазе. Однако встречаются и сегнетоэлектрики, имеющие две точки Кюри, между которыми они обладают спонтанной поляризацией. Примеры сегнетоэлектриков с указанием их температуры Кюри приведены в таблице 19.

Таблица 19

	_
Кристалл	Т <sub>к</sub> °К
$NaK(C_4H_4O_6)\cdot 4H_2O$	297 (верхн.)
(сегнетова соль)	255 (нижн.)
$NaK(C_4H_2D_2O_6)\cdot 4D_2O$	308 (верхн.)
	249 (нижн.)
KH <sub>2</sub> PO <sub>4</sub>	123
BaTiO <sub>3</sub>	391
$Gd_3(MO_4)_3$	432
KNbO3	708
NaNbO <sub>3</sub>	913

Точки Кюри некоторых сегнетоэлектриков

Сегнетоэлектрики обладают целым рядом аномальных физических свойств. Первоначально они были обнаружены на кристаллах сегнетовой соли NaK(C<sub>4</sub>H<sub>4</sub>O<sub>6</sub>)·4H<sub>2</sub>O, которая представляет собой двойную натриево-калиевую соль винной кислоты, содержащую четыре молекулы кристаллизационной воды. Сегнетова соль названа в честь открывшего её в 1655 году французского аптекаря Э. Сеньета (E. Seignette). У нее две точки Кюри:  $T_{K_1} = 255$  K (-18 °C) и  $T_{K_2} = 297$  K (+24 °C).

Детальное исследование диэлектрических свойств сегнетовой соли было проведено в 1930–1934 гг. И.В. Курчатовым и П.П. Кобеко. Ими были установлены все основные свойства сегнетоэлектриков. Перечислим особенности сегнетоэлектриков.

1. В некотором температурном интервале диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектриков достигает аномально больших значений, порядка 10 000. Например, для сегнетовой соли при температуре –18 °C (первая точка Кюри)  $\varepsilon$ ~ 6 000. На рис. 84 приведена полученная И.В. Курчатовым температурная зависимость диэлектрической проницаемости этого сегнетоэлектрика.



Рис. 84. Температурная зависимость диэлектрической проницаемости сегнетовой соли

Другим примером является титанат бария  $BaTiO_3$ , у которого при температуре, соответствующей точке Кюри, также наблюдается резкое увеличение диэлектрической проницаемости ( $\epsilon \sim 6\,000$ ). На рис. 85 приведена зависимость диэлектрической проницаемости титаната бария от температуры, полученная Б.М. Вулом.



Рис. 85. Температурная зависимость диэлектрической проницаемости титаната бария

Диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектриков

$$\varepsilon = 1 + 4\pi \frac{P}{E} \tag{1}$$

достигает огромных значений, поскольку поляризация  $\vec{P}$  отлична от нуля при сколь угодно малом значении напряжённости электрического поля  $\vec{E}$ . Поляризация диэлектрика – это дипольный момент единицы объёма вещества. В обычном диэлектрике поляризованное состояние возникает и продолжает сохраняться только при наличии внешнего электрического поля. После прекращения внешнего воздействия поляризация  $\vec{P}$  исчезает и диэлектрик оказывается неполяризованным. А в сегнетоэлектриках имеется спонтанная поляризация даже в отсутствие внешнего электрического поля.

2. Диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектриков нелинейно зависит от напряженности электрического поля. В полярной фазе поляризация диэлектрика складывается из спонтанной поляризации  $\vec{P}_s$ , не зависящей от поля  $\vec{E}$ , и индуцированной поляризации  $\vec{P}_i$ , вызванной этим полем:

$$\vec{P} = \vec{P}_s + \vec{P}_i.$$
 (2)

Связь между  $\vec{P}$  и  $\vec{E}$  нелинейна. Только в слабых полях можно ограничиться линейным приближением, полагая

$$\vec{P}_i = \alpha \vec{E},\tag{3}$$

так что

$$\vec{P} = \vec{P}_s + \alpha \vec{E}.$$
 (4)

Коэффициент *а* называется поляризуемостью (или диэлектрической восприимчивостью). В сильных полях поляризуемость зависит от напряжённости электрического поля. Диэлектрическая проницаемость связана с поляризуемостью соотношением

$$\varepsilon = 1 + 4\pi\alpha. \tag{5}$$

3. Ниже точки Кюри сегнетоэлектрик в отсутствие внешнего электрического поля разбит на домены – самопроизвольно поляризованные области. Каждый домен имеет своё определённое направление вектора поляризации, и при отсутствии внешнего электрического поля суммарный электрический дипольный момент образца практически равен нулю. Экспериментально домены можно наблюдать с использованием поляризованного света (рис. 86, 87), например, в поляризационном микроскопе.



Рис. 86. Микрофотография доменов сегнетовой соли в поляризованном свете



Рис. 87. Изображение доменной структуры молибдата гадолиния

При температуре выше точки Кюри *Т*<sub>к</sub> спонтанная поляризация исчезает, вследствие чего происходит разрушение доменов. Сегнетоэлектрик превращается в полярный диэлектрик. При охлаждении доменная структура возникает скачком. Таким образом, в точке Кюри происходит фазовый переход второго рода.

Разбиение сегнетоэлектрика на домены соответствует минимуму энергии, т.е. является энергетически выгодным. Если бы сегнетоэлектрик состоял только из одного домена (рис. 88а), то даже в отсутствие внешнего электрического поля он обладал бы огромным электрическим моментом и создавал бы в окружающем пространстве очень сильное собственное поле с большим запасом потенциальной энергии. Эта энергия существенно уменьшается, если кристалл будет состоять из двух, четырех и т. д. доменов, поляризованных так, как это показано на рис. 886 стрелками.



Рис. 88. Механизм возникновения доменов

На границе раздела происходит разворот диполей от одной ориентации к другой. Размеры доменов и их форма определяются минимумом энергии, состоящей из затрачиваемой на создание собственного поля, энергии границ и энергии анизотропии. При этом сегнетоэлектрик разбивается на домены таким образом, что его результирующий электрический момент практически равен нулю (рис. 88в). Энергия двух доменов одинакового объема, но поляризованных в разных кристаллографических направлениях может оказаться различной. Эта разница в энергиях называется энергией анизотропии. Равновесная доменная структура сегнетоэлектриков определяется балансом между уменьшением энергии электростатического взаимодействия доменов при разбиении кристалла на домены и увеличением энергии от образования новых доменных границ.

Если сегнетоэлектрик имеет одну полярную ось, то возможны два взаимно противоположных направления поляризации доменов, параллельные этой оси. Такие сегнетоэлектрики имеют слоистую доменную структуру. При этом электрическое поле, созданное спонтанной поляризацией одной части образца, воздействует на поляризацию другой части так, что энергетически выгоднее противоположная поляризация этих двух частей (рис. 89а). Суммарная поляризация кристалла будет определяться разностью объемов доменов с противоположными направлениями поляризации. Если эти объемы одинаковы, то кристалл как целое будет неполяризованным.



Рис. 89. Доменная структура сегнетоэлектрика с одной полярной осью (а) и в двухосном сегнетоэлектрике (б)

В сегнетоэлектриках с несколькими полярными осями доменная структура более разнообразна. На рис. 89б показана доменная структура в двухосном сегнетоэлектрике.

При наличии внешнего электрического поля энергия оказывается меньше у тех доменов, в которых вектор поляризации образует с направлением поля острый угол, и больше у тех, у которых этот угол тупой, поскольку

$$U = -(\vec{P} \, \vec{E}) = -P \cdot E \cdot \cos \alpha. \tag{6}$$

На рис. 90 представлено изменение доменной структуры сегнетоэлектрика с ростом напряжённости внешнего электрического поля.



Рис. 90. Эволюция доменной структуры сегнетоэлектрика во внешнем электрическом поле

На кривой зависимости P(E) можно выделить следующие участки (рис. 91).

Вначале происходит смещение границ между доменами (участок OA), при этом объем доменов с благоприятной ориентацией вектора  $\vec{P}$  (с меньшей энергией) увеличивается за счет доменов, ориентированных неблагоприятно. Начальное смещение границ (в слабых полях) носит обратимый характер. На участке AB при увеличении поля происходит

вращение доменов, при котором уменьшается угол между вектором поляризации и направлением электрического поля. При дальнейшем увеличении напряженности электрического поля происходит поворот (вслед за полем) электрических моментов доменов (участок ВС), которые устанавливаются параллельно полю при некотором значении его напряженности. Сегнетоэлектрик превращается в один гигантский домен, поляризованный до насыщения (состояние C).



Рис. 91. Кривая поляризации сегнетоэлектрика

4. Поляризация  $\vec{P}$  отстает от напряженности внешнего электрического поля, т. е. зависит от предыстории сегнетоэлектрика. Это явление называется гистерезисом (от греческого «гистерезис» – запаздывание). Сегнетоэлектрик имеет разные значения поляризации при одной и той же напряжённости электрического поля (рис. 92а).

Сначала рост *P* происходит вдоль кривой *OA*. В точке *A* поляризация достигает насыщения. При этом поляризация всех доменов оказывается ориентированной вдоль поля *E*. Начиная с этой точки, дальнейшее возрастание *P* происходит за счет индуцированной поляризации  $\vec{P}_i = \alpha \vec{E}$ , и кривая *ОА* переходит в прямолинейный участок *AD*. Если этот участок продолжить влево, то он отсечет на оси ординат отрезок *OC*, длина которого равна спонтанной поляризации *Ps*.



Рис. 92. Петля гистерезиса сегнетоэлектрика

При уменьшении напряженности электрического поля изменение поляризации  $\vec{P}$  пойдет не по прежней кривой *DAO*, а по новой кривой *DAB*'*A*'*D*', расположенной выше. Это связано с доменной структурой диэлектрика: процесс переориентации и роста доменов в электрическом поле задерживается. При *E* = 0 сегнетоэлектрик сохраняет остаточную поляризацию  $P_{oc}$ , т.е. сегнетоэлектрик остается поляризованным в отсутствие внешнего электрического поля (рис. 92б). Чтобы уничтожить остаточную поляризацию, надо приложить электрическое поле обратного направления (*–E<sub>c</sub>*). Величину *E<sub>c</sub>* называют коэрцитивной силой (от лат. coercitio – удерживание). Если менять электрическое поле в обратном порядке, то зависимость P от E изобразится нижней кривой D'A'BAD, симметричной кривой D'A'B'AD относительно начала координат O. Таким образом, получается замкнутая кривая AB'A'BA, называемая диэлектрической петлей гистерезиса. Можно получить петли гистерезиса меньших размеров, одна из которых изображена на рис. 92а.

Диэлектрические свойства сегнетоэлектриков во многих отношениях аналогичны магнитным свойствам ферромагнетиков. Поэтому их часто называют также ферроэлектриками. У ферромагнетиков наблюдается отличный от нуля спонтанный магнитный момент, гистерезис, доменная структура.

5. Сегнетоэлектрические свойства сильно зависят от температуры. В точке Кюри происходит фазовый переход второго рода, при котором не наблюдается выделения или поглощения скрытой теплоты перехода, но происходит скачкообразное изменение структуры кристаллической решётки, теплоёмкости, диэлектрической проницаемости и ряда других величин. Выше точки Кюри имеет место закон Кюри-Вейсса

$$\varepsilon = \frac{C}{T - T_K},\tag{7}$$

где С – постоянная.

6. В сегнетоэлектриках наблюдается аномально большой пьезоэлектрический эффект – возникновение электрической поляризации в кристаллах при растяжении и сжатии. Сильно выраженный пьезоэффект у сегнетоэлектриков позволяет применять их в качестве приемников звука, преобразующих энергию звукового поля, вызывающего механические деформации, в энергию электрических сигналов.

Сегнетоэлектрики широко используются при производстве электрических конденсаторов, нелинейных элементов в радиотехнике (стабилизаторы тока и напряжения), элементов логических схем, элементов памяти, модуляторов света в устройствах оптико-волоконной связи.

Рассмотрим природу спонтанной поляризации. Типичным примером сегнетоэлектрика является сегнетовая соль NaK(C<sub>4</sub>H<sub>4</sub>O<sub>6</sub>)·4H<sub>2</sub>O. Структурная формула соли следующая:



Гидроксильные группы *ОН* обладают значительным дипольным моментом. Наличие спонтанной поляризации сегнетовой соли связано с ориентацией этих гидроксильных групп.

Другим хорошо известным сегнетоэлектриком является титанат бария BaTiO<sub>3</sub>, спонтанная поляризация в котором вызвана самопроизвольным смещением ионов. Он представляет собой керамический диэлектрик, изготовляемый путем обжига смеси порошков углекислого бария BaCO<sub>3</sub> и двуокиси титана TiO<sub>2</sub>. Точка Кюри титаната бария 120 °C. В неполярной фазе (при температурах выше 120 °C ) BaTiO<sub>3</sub> имеет кубическую структуру типа перовскита (рис. 93). Такой же структурой обладает минерал перовскит CaTiO<sub>3</sub>. Ионы бария Ва<sup>2+</sup> расположены в вершинах ячейки, ионы кислорода O<sup>2-</sup> – в центрах граней, ионы титана Ti<sup>4++</sup>– в центрах ячеек. Такая элементарная ячейка не обладает электрическим дипольным моментом, так как все заряды расположены симметрично. При понижении температуры ионы Ti<sup>4++</sup> и O<sup>2</sup>-начнут смещаться относительно ионов бария Ba<sup>2+</sup> в направлении одного из рёбер куба. При этом решётка сразу меняет свою симметрию, превращаясь из кубической в тетрагональную. Состояние тела при этом меняется непрерывным образом (нет резких изменений плотности, энергии и т. д.), но симметрия решётки при переходе через точку Кюри меняется скачкообразно.



Рис. 93. Структура элементарной ячейки титаната бария

Фазовый переход при температуре 120 °С сводится к тому, что одно из ребер кубической ячейки удлиняется и становится полярной тетрагональной осью симметрии (ось *c*), два других ребра одинаково укорачиваются, переходя в тетрагональные оси, обозначаемые через *a*. Какое из ребер исходной кубической ячейки удлинится и перейдет в полярную ось *с* – процесс случайный. Однако если в результате флуктуации возникнет какое-то случайное удлинение, то оно определит выделенное направление, вдоль которого и будет происходить дальнейшее удлинение. Поскольку все три ребра кубической ячейки эквивалентны, каждое из них может перейти в полярную ось. Поэтому в тетрагональной фазе существует шесть возможных направлений спонтанной поляризации – по два взаимно противоположных направления вдоль ребер кубической ячейки.

Ниже +5 °C титанат бария испытывает второе фазовое превращение. Получается новая сегнетоэлектрическая фаза, устойчивая между +5 и -90 °С и обладающая орторомбической симметрией. Элементарная ячейка может быть получена из исходной кубической ячейки, если ее растянуть вдоль диагонали одной из граней куба и сжать вдоль другой диагонали той же грани. Растянутая диагональ служит полярной осью кристалла. Число граней шесть, число их диагоналей - двенадцать. Однако эти диагонали попарно параллельны. Поэтому в орторомбической фазе существует двенадцать направлений, вдоль которых может ориентироваться вектор спонтанной поляризации кристалла. При -90 °С происходит третий фазовый переход. Кристалл становится ромбоэдрическим с полярной осью вдоль одной из пространственных диагоналей куба, т.е. диагоналей, соединяющих его противоположные вершины. Так как исходная кубическая ячейка содержит четыре эквивалентных пространственных диагонали и каждой диагонали соответствуют два взаимно противоположных
направления спонтанной поляризации, то в ромбоэдрической фазе существует восемь направлений, в которых может ориентироваться вектор спонтанной поляризации.

Таким образом, сегнетоэлектрические переходы связаны с изменением структуры кристалла, при этом изменяется тип кристаллической решётки, она становится менее симметричной в сегнетоэлектрической фазе. Так, с понижением температуры структура титаната бария переходит от кубической к тетрагональной, а затем к ромбической и ромбоэдрической модификации, при этом соответствующим образом меняется направление спонтанной поляризации (рис. 94).

Термодинамическая теория сегнетоэлектричества построена В.Л. Гинзбургом в 1945 г.



Рис. 94. Изменение структуры и направления вектора спонтанной поляризации в кристаллах титаната бария при понижении температуры

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

#### Описание установки

Для наблюдения доменной структуры молибдата гадолиния (Gd<sub>3</sub>(MO<sub>4</sub>)<sub>3</sub>) используется схема, представленная на рис. 95.



Рис. 95. Схема экспериментальной установки

В этой схеме:

С - исследуемый образец,

АТ - автотрансформатор,

ЭП - электрическая нагревательная печь,

ТП - термопара,

ВК 2-20 - электронный цифровой вольтметр.

На столике микроскопа смонтирована печь, в которую помещён исследуемый образец. Печь питается от автотрансформатора.

На зеркало микроскопа направляется свет от осветителя, который подсоединён к блоку питания так, что напряжение на выходе можно менять в пределах 5–13 В. Свет проходит через два поляроида, между которыми расположен образец, и попадает в поле зрения.

#### Выполнение работы

1. Изучить схему установки. Убедиться в правильности сборки. <u>Схему не разбирать!</u>

2. Включить в сеть вольтметр ВК 2-20. Перед началом работы он должен быть прогрет в течение двух часов.

3. Включить лампу осветителя.

4. Наблюдать через микроскоп картину доменной структуры сегнетоэлектрика. Зарисовать наблюдаемую картину.

5. Включить печь, подав на неё напряжение с помощью автотрансформатора. Вначале установить напряжение 110 В, а затем по мере замедления роста температуры постепенно увеличивать напряжение до 120 В.

6. Изменение температуры фиксируется по показаниям ВК 2-20: изменение напряжения на каждые 4 единицы низшего разряда означает изменение температуры на 1 °C при положении тумблера пределов измерения на 20 mV. Нулевое показание на ВК 2-20 соответствует комнатной температуре.

7. Наблюдать доменную структуру при нагревании образца до точки Кюри (но не выше 175 °C; на ВК 2-20 показание будет около 600), т.е. до момента исчезновения доменной структуры. Зафиксировать температуру Кюри.

8. Отключить печь. Образец начнёт охлаждаться. Зафиксировать температуру, при которой домены появятся вновь. Сравнить её с температурой Кюри при нагревании. Вычислить среднее значение точки Кюри. Контрольные вопросы для допуска к работе

1. Что такое сегнетоэлектрик?

2. Каковы основные свойства сегнетоэлектриков?

3. Что такое сегнетоэлектрические домены?

4. Что такое точка Кюри сегнетоэлектриков?

5. Как можно экспериментально определить точку Кюри сегнетоэлектрика?

Контрольные вопросы для защиты работы

1. Как меняется доменная структура при нагревании и охлаждении сегнетоэлектрика?

2. Какова физическая причина разбиения сегнетоэлектрика на домены?

3. Какова природа спонтанной поляризации сегнетоэлектрика?

4. Какова экспериментально определённая температура Кюри молибдата гадолиния?

5. Где находят применение сегнетоэлектрические материалы?

## Литература

- 1. Калашников, С.Г. Электричество / С.Г. Калашников. Москва: Физматлит, 2003. – Гл. V. – 624 с. – ISBN 5-9221-0312-1.
- Свирский, М.С. Электронная теория вещества / М.С. Свирский. – Челябинск, 1972. – 292 с.
- Сидоркин, А.С. Доменная структура и процессы переключения в сегнетоэлектриках / А.С. Сидоркин // Соросовский образовательный журнал. – 1999. – № 8. – С. 103–109.

- Сивухин, Д.В. Общий курс физики: в 5 т. / Д.В. Сивухин. – Москва: Физматлит, 2020. – Т. III. – § 39. – 656 с. – ISBN 978-5-9221-1643-5.
- Физика сегнетоэлектрических явлений / отв. ред. Г.А. Смоленский. – Ленинград: Наука, Ленингр. отд-ние, 1985. – 396 с.
- Физика сегнетоэлектриков. Современный взгляд: пер. с англ. / под ред. К.М. Рабе, Ч.Г. Ана, Ж.-М. Трискона; пер. с англ. Б.А. Струкова и А.И. Лебедева. – Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2017. – 440 с.: ил. – ISBN 9785996303021.

#### 2.3. Оптические явления

#### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 11

## Изучение дифракции Фраунгофера от одной щели

*Цель работы:* изучение распределения интенсивности в картине дифракции от узкой щели при наблюдении в свете лазера.

Приборы и принадлежности: гелий-неоновый лазер ЛГ-75, источник питания лазера, фотодиод, универсальный вольтметр В7-2I, раздвижная дифракционная щель, экран, метровая линейка, оптическая скамья, переключатель.

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Дифракция – это огибание волнами препятствий, встречающихся на их пути. Вследствие дифракции волны могут попадать в область геометрической тени, проникать через небольшие отверстия в экранах и т.д. Дифракция Фраунгофера наблюдается в параллельных лучах, получаемых при помощи оптических систем – коллиматоров. При использовании лазера оптическая система значительно упрощается, так как испускаемые лазером лучи являются когерентными и параллельными и не требуют коллимации. Схема наблюдения дифракции Фраунгофера от одной щели представлена на рис. 96.



Рис. 96. Дифракция Фраунгофера от одной щели

Параллельный пучок света от лазера 1 падает нормально на щель 2, длина которой много больше её ширины. Согласно принципу Гюйгенса каждая точка плоскости щели, до которой дошло колебание, становится источником вторичных волн, распространяющихся во все стороны под углом дифракции  $\varphi$  при прохождении через щель. Дифрагируемые пучки являются когерентными и могут интерферировать. Результат интерференции в виде периодического распределения тёмных и светлых пятен наблюдается в плоскости 3, находящейся на расстоянии  $\ell > \frac{b^2}{\lambda}$ , (b – ширина щели).

Распределение интенсивности полученной картины определяется суммированием элементарных волн, пришедших в данную точку экрана от всех элементов щели, с учетом их амплитуды и фазы по принципу Гюйгенса-Френеля. При небольших углах дифракции наиболее просто рассчитать интенсивность графическим методом, предложенным Френелем. Для этого мысленно разобьём открытую часть волнового фронта в плоскости щели на узкие полоски равной ширины (зоны Френеля), параллельные краям щели. В данном случае фронт волны в плоскости щели совпадает с волновой поверхностью, т.е. фаза всех точек одинакова. Каждая зона играет роль элементарного вторичного источника волн. Колебание от такой зоны имеет одинаковую амплитуду, но отличается по фазе на одну и ту же величину δ от соседних зон. При этом δ зависит от угла дифракции ф, определяющего направление на точку наблюдения. Обозначим вектор амплитуды от одной зоны  $\Delta \vec{A_i}$  . Примем, что все  $\Delta \vec{A_i}$  от различных зон одинаковы по абсолютной величине, но отличаются по фазе б, зависящей от угла дифракции ф. Результирующий вектор амплитуды в данной точке наблюдения определяется векторной суммой:

$$\vec{A} = \sum_{i} \Delta \vec{A}_{i}.$$
 (1)

Графически вектор амплитуды суммарного колебания *Å* изобразится замыкающей ломаной линии, образованной векторами  $\Delta \vec{A}_i$  (рис. 97). Вид этой ломаной линии для различных значений разности фаз б приведен на рис. 98.



Рис. 97. Графическое сложение векторов амплитуд колебаний от щели

Рассмотрим несколько случаев графического сложения амплитуд в зависимости от разности фаз δ и угла дифракции φ (рис. 98).



Рис. 98. Графическое сложение векторов амплитуд, соответствующих разным значениям угла ф

Случай 1. Угол дифракции  $\varphi = 0$ . Тогда разность фаз колебаний от соседних зон Френеля  $\delta = 0$ . Значит, все  $\Delta \vec{A}_i$ равны по величине и направлению. Амплитуда результирующего колебания, согласно (1), равна просто алгебраической сумме амплитуд  $\Delta \vec{A}_i$ . Векторная диаграмма имеет вид, показанный на рис. 98а. Это максимальная амплитуда. Обозначим её  $A_0$ , т.е.  $A_0 = \sum \Delta A_i$ . Соответственно и освещенность максимальна. Таким образом, в центре картины получается максимальная освещенность, т.е. центральный максимум.

Следующие случаи соответствуют углу дифракции: φ≠ 0 (рис. 99).



Рис. 99. К расчёту разности хода лучей 1 и 2

Разность хода лучей 1 и 2, соответствующих краям щели, равна:

$$\Delta = b \sin \varphi. \tag{2}$$

Фаза амплитуд δ связана с разностью хода соотношением:

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} \,, \tag{3}$$

где λ – длина волны.

Случай 2. Разность фаз колебаний, соответствующих краям щели,  $\delta = \pi$ . При этом разность хода лучей 1 и 2:

$$\Delta = \frac{\lambda}{2}$$
 ,

т.е.

$$b\sin\varphi=\frac{1}{2}\,\lambda.$$

Тогда при сложении всех амплитуд  $\Delta \vec{A}_i$  получается полуокружность длиной  $A_0$  (рис. 98 б). Поскольку длина окружности L=2 $A_0$ , причём L=  $\pi A$ , где A – диаметр окружности и, вместе с тем, результирующая амплитуда. Следовательно,

$$A = \frac{2A_0}{\pi} \,. \tag{4}$$

Это значение амплитуды соответствует боковой точке центрального максимума.

Случай 3. Пусть  $\delta = 2\pi$ , т.е.  $\Delta = \lambda$  и  $b \sin \varphi = \lambda$ . Тогда векторы  $\Delta \vec{A}_i$  образуют замкнутую окружность и результирующая амплитуда A = 0. Это соответствует первому минимуму (рис. 98 в), положение которого удовлетворяет условию

$$\sin\varphi = \frac{\lambda}{b}.$$
 (5)

Очевидно, что такой же минимум расположится по другую строну от центрального максимума при

$$\sin\varphi = -\frac{\lambda}{b}.$$
 (6)

При дальнейшем возрастании разности фаз  $\delta$  ломаная линия частично будет перекрываться. Результирующая амплитуда окажется равной нулю каждый раз, когда  $\delta = \pm 2\pi n$ , где n – целое число.

Случай 4. Пусть  $\delta = 3\pi$ , т.е.  $\Delta = \lambda + \frac{\lambda}{2} = \frac{3}{2}\lambda$  и  $b \sin \varphi = \frac{3}{2}\lambda$ . В этом случае (рис. 98 г)

$$A_0 = \pi A + \frac{\pi A}{2} = \frac{3\pi A}{2}$$
,

т.е. результирующая амплитуда равна:

$$A = \frac{2A_0}{3\pi}.$$
 (7)

Это соответствует первому боковому максимуму.

Амплитуды соседних максимумов удовлетворяют отношению:

$$A_0: A_1: A_2: \dots: A_n = 1: \frac{2}{3\pi}: \frac{2}{5\pi}: \dots: \frac{2}{(2n+1)\pi}.$$
 (8)

Поскольку интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды, то для интенсивностей последовательных максимумов имеем:

$$\mathcal{I}_{0}:\mathcal{I}_{1}:\mathcal{I}_{2}:\ldots:\mathcal{I}_{n}=1:\left(\frac{2}{3\pi}\right)^{2}:\left(\frac{2}{5\pi}\right)^{2}:\ldots:\left(\frac{2}{(2n+1)\pi}\right)^{2}.$$
 (9)

Численные оценки показывают, что центральный максимум значительно превосходит по интенсивности остальные максимумы: ему соответствует 90 % всего светового потока, выходящего из щели.

Из проведенного выше рассмотрения ясно, что условия первого минимума и максимума соответственно имеют вид:

$$b \cdot \sin \varphi = \lambda$$
, (10)

$$b \cdot \sin \varphi = \frac{3}{2} \lambda. \tag{11}$$

Следовательно, для минимумов и максимумов любого порядка имеют место равенства:

$$b \cdot \sin \varphi_n = \pm n \,\lambda = \pm 2n \frac{\lambda}{2}$$
,  $n = 1, 2, 3, ...$  (12)

$$b \cdot \sin \varphi_n = \pm (2n+1)\frac{\lambda}{2}$$
,  $n = 1,2,3,...$  (13)

Определим интенсивность для произвольного угла  $\varphi$ . Она получается суммированием вкладов всех зон Френеля. Соответствующие векторы амплитуд образуют дугу окружности (рис. 100), для которой результирующая разность фаз  $\delta$  определяется, согласно (2) и (3), формулой:

$$\delta = \frac{2\pi b \cdot \sin \varphi}{\lambda} \,. \tag{14}$$

Из прямоугольного треугольника (рис. 100) имеем:

$$\sin\left(\frac{\delta}{2}\right) = \frac{A}{2R} \,. \tag{15}$$

Отсюда следует, что

$$A = 2R\sin\left(\frac{\delta}{2}\right).$$
 (16)



Рис. 100. К вычислению результирующей амплитуды

Длина дуги равна  $A_0 = \sum \Delta A_i$ , тогда  $R \cdot \delta = A_0$ , так как  $\delta$  – центральный угол. Отсюда находим  $R = A_0/\delta$ . Подставим эту величину в (15) и получим:

$$A = 2A_0 \frac{\sin\frac{\delta}{2}}{\delta} = A_0 \frac{\sin\frac{\delta}{2}}{\frac{\delta}{2}}.$$
 (17)

Возведя это выражение в квадрат, получаем формулу распределения интенсивностей:

$$\mathcal{I}_{\varphi} = \mathcal{I}_0 \left[ \frac{\sin \frac{\delta}{2}}{\frac{\delta}{2}} \right]^2 = \mathcal{I}_0 \left[ \frac{\sin \left( \frac{\pi b \cdot \sin \varphi}{\lambda} \right)}{\frac{\pi b \cdot \sin \varphi}{\lambda}} \right]^2.$$
(18)

Соотношение (18) показывает, что минимумы наблюдаются при условии:

$$\frac{\delta}{2} = n\pi$$

или с учетом (14) при условии:

$$b\sin\varphi=n\,\lambda,$$

что совпадает с условием (12), полученным выше.

Введём обозначение:

$$u=\frac{\delta}{2}.$$

Тогда из (17) и (18) получим:

$$A = A_0 \frac{\sin u}{u}, \qquad (19)$$

$$\mathcal{I}_{\varphi} = \mathcal{I}_0 \frac{\sin^2 u}{u^2}.$$
 (20)

Таким образом, распределение освещённости даётся ходом функции  $\frac{sin^2 u}{u^2}$ . Это распределение представлено на рис. 101.



Рис. 101. Кривая распределения интенсивности в картине дифракции от одной щели

Положение минимумов определяется значениями  $u=\pm n\pi$ , или значениями угла, удовлетворяющими условию

$$\sin\varphi = \pm n\frac{\lambda}{b}.$$
 (21)

Центральная светлая полоса занимает область между ближайшими правым и левым минимумами, т.е. область, лежащую между  $\sin \varphi = -\frac{\lambda}{b}$  и  $\sin \varphi = +\frac{\lambda}{b}$ . Таким образом, центральная светлая полоса тем шире, чем больше длина волны  $\lambda$  и чем меньше ширина щели *b*. В пределах самой центральной полосы освещённость довольно быстро падает от её середины к краям. При  $\sin \varphi = \pm \frac{1}{2} \frac{\lambda}{b}$  освещённость равна 0,4 от максимальной. На рис. 101 *b* = *a*.

В целом дифракционная картина от одной щели имеет следующий вид: в центре – светлая полоса с максимумом освещённости, по бокам имеются вторичные относительно слабые максимумы, разделённые минимумами с нулевой освещённостью. Вся картина тем шире, чем больше длина волны и чем у́же щель.

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Экспериментальная установка, собранная в соответствии со схемой 96, представлена на рис. 102. Схему не разбирать!



Рис. 102. Экспериментальная установка для изучения дифракции Фраунгофера

Квантовый генератор установлен на оптической скамье так, что часть скамьи (около одного метра) остается свободной. На свободном конце скамьи находятся два рейтера. Один рейтер снабжен держалкой для щели. При этом щель можно перемещать вертикально и менять ширину щели. Другой рейтер установлен в конце оптической скамьи и имеет столик с поперечным направлением, вдоль которого моно перемещать фотодиод. На столике закреплена линейка, фиксирующая положение фотодиода. С помощью линейки длиной около 1 м ценой деления 1 мм измеряется расстояние от щели до фотодиода, необходимое для вычисления ширины щели.

#### Исследование распределения интенсивности

#### в дифракционной картине

1. Разобраться в собранной схеме согласно рис. 96 и рис. 102.

2. Поскольку вместо интенсивности в работе измеряется фототок, то лаборант включает для измерения силы тока универсальный вольтметр В7-2I согласно инструкции. Вольтметр В7-2I необходимо прогреть до начала работы примерно в течение 30 мин.

3. После ознакомления студентов с установкой лаборант включает лазер. Далее работу проводят сами студенты.

4. За дифракционной решеткой перед фотодиодом поставить небольшой экран или лист белой бумаги. Убедиться в наличии четкой дифракционной картины на уровне фотодиода с четко различимыми максимумами и минимумами. При необходимости за счет регулировки ширины щели и перемещения ее в вертикальном направлении добиться четкости дифракционной картины. Четкость картины дифракции получится при расстоянии между двумя ближайшими минимумами примерно 5 мм, или, что тоже самое, при ширине центрального максимума в 10 мм.

5. Подсчитать, сколько побочных максимумов может различить ваш глаз.

6. Закрыть луч лазера экраном и с помощью вольтметра B7-2I измерить темновой ток. Для повышения точности результатов измерений темновой ток необходимо вычитать из получаемых данных.

7. Убрать экран. Перемещая фотодиод в вертикальном направлении, установить положение, при котором фототок максимален. В дальнейшем это положение будет соответствовать центру дифракционной картины, т.е. распределению интенсивности, которое вам предстоит построить графически.

8. Перевести фотодиод в крайнее верхнее или нижнее положение, при котором фототок почти не меняется, что будет соответствовать дальним побочным максимумам.

9. Перемещая фотодиод вдоль дифракционной картины вверх или вниз, провести измерения тока через каждые 0,5 мм смещения фотодиода. Данные измерений внести в табл. 20. При этом каждое последующее значение тока будет соответствовать смешению фотодиода от предыдущего положения на 0,5 мм.

Таблица 20

Х, ММ	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3.5	4	и т.д.
<i>I,</i> μΑ									
$\mathcal{I}-\mathcal{I}_{\mathrm{темн.}}$									

10. Построить график распределения интенсивности излучения, прошедшего через щель. Для этого в центре листа миллиметровой бумаги нанести по вертикали значение фототока, соответствующее центральному максимуму, т.е. максимальному току. Затем по обе стороны от центра откладываются значения тока через каждые 0,5 мм смещения

фотодиода. Значения смещений откладываются по горизонтальной оси. При этом необходимо выбрать удобный масштаб, например, 5 мм на миллиметровой бумаге принять за 0,5 мм смещения диода. Нанесенные точки соединить плавными линиями. В итоге должна получиться картина распределения интенсивности с центральным, первыми, вторыми максимумами.

11. Принимая интенсивность центрального максимума за 1, вычислить, какую долю от центрального максимума составляют интенсивности первых и вторых максимумов. Интенсивности побочных максимумов находятся усреднением значений правых и левых максимумов. Составить отношение интенсивностей:

$$\mathcal{I}_0: \mathcal{I}_1: \mathcal{I}_2 = 1:?$$

Сравнить полученное отношение с теоретическим (7).

12. Рассчитайте ширину щели. Длина волны излучения <br/>лазера  $\lambda = 0{,}63$ мкм.

13. Проанализировать полученные результаты. Сделать вывод по работе.

Контрольные вопросы для допуска к работе

1. Что такое дифракция Фраунгофера?

2. Как возникает дифракционная картина при прохождении света через узкую щель?

3. Как вычислить интенсивность максимумов различных порядков?

4. Как рассчитать ширину щели по данным, полученным в работе?

Контрольные вопросы для защиты работы

1. Опишите метод графического сложения амплитуд.

2. Дайте объяснение полученной картины распределения интенсивности.

3. Сопоставьте полученное отношение интенсивностей последовательных максимумов с теоретическим (9).

## Литература

- Ландсберг, Г.С. Оптика: учеб. пособие для вузов / Г.С. Ландсберг. – Москва: Физматлит, 2010. – 848 с. – ISBN 978-5-9221-0314-5.
- Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие для вузов. В 3 т. / И.В. Савельев. – Санкт-Петербург, Лань, 2019. – Т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. – 500 с. – ISBN 978-5-8114-3989-8.
- Фриш, С.Э. Курс общей физики. В 3 т. / С.Э. Фриш, А.В. Тиморева. – Санкт-Петербург, Лань, 2008. – Т. 3. Оптика. Атомная физика. – 656 с. – ISBN 978-5-8114-0665-4.
- Детлаф, А.А. Курс физики. В 3 т. / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский, М.Б. Милковская. – Москва: Высшая школа, 1979. – Том 3. Волновые процессы. Оптика. Атомная и ядерная физика. – 511 с.

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 12

### Изучение поляризации света с помощью лазера

*Цель работы:* изучить явление поляризации; исследовать интенсивность поляризованного света, идущего от лазера; проверить выполнение закона Малюса.

Приборы и принадлежности: гелий-неоновый лазер ЛГ-75, источник питания лазера, фотодиод, универсальный вольтметр В7-2I, анализатор, оптическая скамья, переключатель.

# ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Свет, испускаемый обычными световыми источниками, представляет собой суперпозицию колебаний, испускаемых отдельными атомами. Излучение каждого атома продолжается около 10-<sup>8</sup> с и вновь возобновляется через случайный промежуток времени, уже с другим значением фазы. Случайным оказывается и направление, вдоль которого колеблется вектор электрической напряжённости  $\vec{E}_i$ излучения отдельного i-го атома. Направление, вдоль которого происходят колебания результирующего вектора  $\vec{E}(t) = \sum_i \vec{E}_i(t)$ , так же беспорядочно изменяется в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. Свет, в котором направление колебаний вектора  $\vec{E}$ изменяется беспорядочно, называется неполяризованным или естественным (рис. 103а). Такой свет излучают большинство макроскопических источников.

Свет, у которого направления колебаний вектора электрической напряжённости упорядочены каким-либо образом, называют поляризованным (рис. 103б, 103в). Если колебания вектора электрической напряжённости  $\vec{E}$  совершаются в одной определённой плоскости, то свет называется плоско-поляризованным или линейно-поляризованным.

Плоскость  $(\vec{E}, \vec{k})$ , в которой происходят колебания, называется плоскостью колебаний луча. Плоскость  $(\vec{H}, \vec{k})$ , перпендикулярная плоскости колебаний, называется плоскостью поляризации луча (рис. 104). В естественном свете плоскость световых колебаний хаотически меняет своё направление в пространстве. В плоско-поляризованном свете колебания электрического вектора совершаются в определённых направлениях.



Рис. 103. Естественный и поляризованный свет



Рис. 104. Ориентация векторов  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{k}$ .

Поляризация света наблюдается при различных физических явлениях: при отражении и преломлении света, при двойном лучепреломлении в кристаллах, при прохождении света через мутные среды и т.д. Эти и другие случаи возникновения поляризованных лучей изложены в соответствующих учебных пособиях по оптике.

Обычно в традиционных лабораторных практикумах явление поляризации исследуется с помощью двух поляроидов: поляризатора *P* и анализатора *A* (рис. 105). Отличить естественный свет от поляризованного и определить направления световых колебаний в нем можно с помощью анализаторов. Эти же приборы служат и для получения поляризованных лучей. При попадании на поляризатор P естественного света через поляризатор проходят колебания с амплитудой *а*. Если затем луч попадает на анализатор, плоскость которого (A - A) составляет угол  $\varphi$  с плоскостью поляризации луча (P - P), то амплитуда  $a_1$  колебаний прошедшего через анализатор луча равна

$$a_1 = a \cos\varphi. \tag{1}$$

Тогда интенсивность луча, пропущенного анализатором,

$$\mathcal{I} = ka_1^2 = ka^2 \cos^2 \varphi = \mathcal{I}_0 \cos^2 \varphi, \tag{2}$$

где k – коэффициент прозрачности анализатора,  $J_0$  – максимальная яркость луча при  $\varphi = 0$ , т.е. когда плоскость поляризации луча и плоскость поляризации анализатора совпадают. Соотношение (2) известно как закон Малюса для поляризованного света.



Рис. 105. Взаимное расположение поляроидов

В данной лабораторной работе свет, испускаемый лазером, уже является поляризованным. Для его исследования требуется только один поляроид, выполняющий роль анализатора. Соответственно в формуле (2) *J*<sub>0</sub> – это интенсивность поляризованного света, испускаемого лазером.

С явлением поляризации света связан ряд интересных эффектов. Например, магнитное вращение плоскости поляризации, открытое Фарадеем в 1845 г. Поместив прозрачный диэлектрик между полюсами сильного электромагнита и пропустив вдоль направления магнитного поля линейно- поляризованный свет, Фарадей обнаружил вращение плоскости поляризации на угол:

$$\varphi = V \cdot l \cdot H, \tag{3}$$

где *l* – длина пути света в диэлектрике, *V* – постоянная Верде.

Первоначальное объяснение этого явления было дано в рамках классической электронной теории Г.А. Лоренца на основе модели упруго-связанного электрона, взаимодействующего с электромагнитной волной и магнитным полем. Такое вращение плоскости поляризации является следствием различия показателей преломления электромагнитных волн с правой круговой поляризацией  $n^+$  и с левой круговой поляризацией  $n^-$  при их распространении в намагниченной среде. Волны, поляризованные по правому и левому кругу, распространяются в веществе с разными фазовыми скоростями

$$v_1 = \frac{c}{n_1}$$
,  $v_2 = \frac{c}{n_2}$ .

Поэтому они проходят в диэлектрике равный путь за разные промежутки времени:

$$t_1 = \frac{l}{c} n_1, \qquad t_2 = \frac{l}{c} n_2.$$

За эти промежутки времени электрические напряжённости волн с правой и левой круговой поляризацией поворачиваются в противоположные стороны на углы

$$\varphi_1 = \omega t_1 = \frac{\omega l}{c} n_1$$
,  $\varphi_2 = \omega t_2 = \frac{\omega l}{c} n_2$ .

При этом результирующая напряжённость *E* поворачивается на угол

$$\varphi = \frac{1}{2}(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{\omega l}{2c}(n_2 - n_1).$$
(4)

Данное явление, относящееся к числу магнитооптических эффектов, нашло широкое применение в лазерных гироскопах, лазерной измерительной технике, лазерных передатчиках в системах связи как элемент защитного оптического изолятора, а также при создании ферритовых СВЧ-устройств.

Другой пример – оптическая активность вещества. Это явление, обнаруженное в 1811 г. Араго, заключается в способности ряда веществ (кварца, сахара, винной кислоты и др.) вращать плоскость поляризации света. Для объяснения оптической активности вещества необходимо учесть наряду с электрическим дипольным моментом молекулы также магнитный момент, индуцированный световой волной. Согласно классической электронной теории в веществе распространяются две волны, одна из которых имеет правую круговую поляризацию, а другая – левую. Соответствующие показатели преломления имеют вид:

$$n_{\mp} = n_0 \mp \omega \beta, \tag{5}$$

где *β* – величина, зависящая от матричных элементов электрического и магнитного момента молекулы, *ω* – частота электромагнитной волны.

Согласно (4) показатели преломления (5) приводят к повороту плоскости поляризации на единицу длины на угол

$$\varphi = \frac{\omega}{2c} \cdot 2\omega\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \ \omega\beta. \tag{6}$$

Таким образом, оптическая активность имеется тогда, когда величина β отлична от нуля.

Если молекула имеет центр или плоскость симметрии, то она не является оптически активной ( $\beta = 0$ ). Если молекула состоит из трёх атомов, то через них можно провести плоскость, которая является плоскостью симметрии молекулы, при этом  $\beta = 0$ . Если молекула состоит из четырёх или большего числа атомов, то для наличия оптической активности необходимо, чтобы некоторые из этих атомов находились вне плоскости, которую можно провести через три атома. Этим объясняется то значение, которое открытие оптической активности вещества имело для возникновения учения о пространственном строении молекул.

Вывод о том, что некоторые молекулы имеют не плоское, а пространственное строение, был сделан в XIX веке, на основе эмпирического факта, что одно и то же вещество (например, винная кислота) может находиться в двух разных модификациях, вращающих плоскость поляризации света в противоположных направлениях. В дальнейшем выяснилось также биологическое значение оптической активности вещества. Оказалось, что белки и углеводы представлены в организме либо левовращающей, либо правовращающей модификацией. Таким образом, оптическая активность вещества имеет важное значение не только для физики, но также для химии и биологии.

#### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

В работе используется установка, схема которой изображена на рис. 106.



Рис. 106. Схема экспериментальной установки ОКГ – оптический квантовый генератор ЛГ-75; А – анализатор, укреплённый на стойке, снабжённой лимбом, разделённым на градусы;

Ф - фотодиод, для измерения фототока;

В7-21 - универсальный вольтметр.

Свет, испускаемый лазером, проходит через анализатор A и попадает на фотодиод  $\Phi$ , подключенный через двойной ключ к универсальному вольтметру B7-21. В данной работе B7-21 используется для измерения постоянного тока с помощью встроенного блока токов. При вращении анализатора изменение интенсивности пропускаемого света фиксируется по изменениям тока на электронном цифровом вольтметре B7-21.

Внимание! Установку не разбирать!

### Подготовка лазера к работе

1. Убедиться в наличии заземления источника питания лазера.

2. Установить выключатель (тумблер) «сеть» в выключенное положение.

3. Включить вилку шнура источника питания лазера в сеть.

4. Включить тумблер «сеть». При этом должна загореться сигнальная лампочка. Подождать 2–3 минуты. После этого должно появиться излучение.

Внимание! Категорически запрещается подставлять глаза под луч лазера и работать при наличии украшений (кольца, серьги, браслеты и т.п.)!

Подготовка к работе универсального вольтметра В7-21

1. Включить вилку шнура питания вольтметра в сеть. Нажать клавишу «сеть» на передней панели.

2. Прогреть вольтметр в течение 30 мин.

3. Переключатель пределов измерений тока на встроенном блоке установить в положение I mA.

4. Нажать клавиши а шеения на передней панели вольтметра. После проведения операций 1–4 вольтметр к работе готов. Эти операции, так же как и включение лазера, выполняет лаборант.

#### Методика проведения исследований

1. Изменяя угол между плоскостью поляризации лазерного луча и плоскостью поляризации анализатора путём вращения анализатора, наблюдать изменение интенсивности прошедшего через анализатор луча визуально и по показаниям вольтметра.

2. Провести измерения интенсивности прошедшего через анализатор луча через каждые 10°, вращая анализатор от одного упора в стойку до другого (т.е. почти на 360°).

3. Данные измерений занести в табл. 21. Для угла поворота анализатора  $\varphi$  выделить две строки: в верхней записывать первоначальные значения угла от положения упора, в нижней – истинные значения угла. Истинный нуль можно определить по соответствию первому максимальному значению интенсивности (по максимальному значению тока  $\mathcal{I}$ ). Затем пересчитать остальные углы.

Таблица 21

φ	перво-	0°	10°	20°	30°	40°	50°	 360°
	нач.							
	истин-							
	ный							
<i>Ί</i> , μΑ								

4. Постройте полярную диаграмму распределения интенсивности прошедшего через анализатор света, т.е. зависимость  $\mathcal{I}$  от  $\varphi$ . Для этого выберите полярную ось вдоль листа бумаги. Начало отсчёта поместите посередине листа. Вдоль полярной оси отложите в выбранном масштабе максимальное значение интенсивности  $\mathcal{I}$ . Это соответствует углу поворота анализатора  $\varphi = 0$ °. Затем с помощью транспортира постройте 18 пересекающихся под равными углами прямых так, чтобы получилось 36 лучей, исходящих из начала координат (через каждые 10°). Из начальной точки во всех указанных направлениях отложите соответствующие значения фототока. Соедините концы полученных отрезков плавной кривой. Это и будет полярная диаграмма.

5. Проанализируйте полученную полярную диаграмму и сформулируйте выводы.

6. Проверьте справедливость закона Малюса (2). Для этого по данным табл. 21 и 22 нужно построить график зависимости  $\mathcal{I}$  от  $cos^2 \varphi$ .

Таблица 22

φ	0°	10°	20°	30°	 90°
cosφ					
$\cos^2\varphi$					

Контрольные вопросы для допуска к работе

1. Что такое естественный и поляризованный свет?

2. Как экспериментально отличить естественный свет от поляризованного и определить направления световых колебаний?

3. Какими способами можно получить поляризованный свет?

4. Что называется плоскостью колебаний и плоскостью поляризации светового луча?

5. В чём состоит преимущество использования лазера для изучения поляризации света?

6. В чём заключается закон Малюса?

7. Какова методика построения зависимости  $\mathcal{I}(\varphi)$  в полярной системе координат?

8. Каков теоретически ожидаемый вид полярной диаграммы для распределения интенсивности лазерного луча, прошедшего через анализатор?

## Контрольные вопросы для защиты работы

1. Дайте теоретическое обоснование закона Малюса.

2. Объясните полученное угловое распределение интенсивности лазерного излучения, прошедшего через анализатор.

3. Объясните полученный график зависимости  $\mathcal{I}(\cos^2 \varphi)$ . Чем могут быть обусловлены отклонения от закона Малюса?

4. Дайте объяснение возможности вращения плоскости поляризации в магнитном поле (эффект Фарадея).

5. Объясните, какую роль играет в природе вращение плоскости поляризации света?

# Литература

- Ландсберг, Г.С. Оптика: учеб. пособие для вузов / Г.С. Ландсберг. – Москва: Физматлит, 2010. – 848 с. – ISBN 978-5-9221-0314-5.
- Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие для вузов. В 3 т. / И.В. Савельев. – Санкт-Петербург, Лань, 2019. – Т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. – 500 с. – ISBN 978-5-8114-3989-8.
- Свирский, М.С. Электронная теория вещества / М.С. Свирский. – Челябинск, 1972. – 292 с.
- Фриш, С.Э. Курс общей физики. В 3 т. / С.Э. Фриш, А.В. Тиморева. – Санкт-Петербург, Лань, 2008. – Т. 3. Оптика. Атомная физика. – 656 с. – ISBN 978-5-8114-0665-4.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Курс «Экспериментальная физика», реализуемый в лаборатории специального физического практикума, демонстрирует единство экспериментальных и теоретических методов изучения различных физических эффектов. Однако многие явления, изучаемые в рамках курса теоретической физики, не могут быть проверены в условиях учебной лаборатории, поэтому возникает необходимость в их компьютерном моделировании. Сюда относятся, например, закономерности поведения заряженных частиц в электрических и магнитных полях, квантово-механические явления, рассматриваемые на основе нестационарного уравнения Шрёдингера, статистическое описание неравновесных процессов, кинетические явления в многоэлектронных моделях физики твёрдого тела и т.д. С этой целью часть работ курса «Экспериментальная физика» проводится в рамках компьютерного эксперимента. Описание этих работ выходит за рамки данного пособия.

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- Акулов, Н.С. Дислокации и пластичность / Н.С. Акулов. – Минск: Изд-во АН БССР, 1961. – 109 с.
- Ашкрофт, Н. Физика твердого тела / Н. Ашкрофт, Н. Мермин. – Москва: Мир, 1979. – Т. 2. – 424 с.
- Белов, К.П. Упругие, тепловые и электрические явления в ферромагнитных металлах / К.П. Белов. – Москва–Ленинград: ГИТТЛ, 1951. – 256 с.
- Боровик, Е.С. Лекции по магнетизму / Е.С. Боровик, В.В. Еременко, А.С. Мильнер. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва: Физматлит, 2005. – 512 с. – ISBN 5-9221-0577-9.
- Вонсовский, С.В. Магнетизм / С.В. Вонсовский. Москва: Наука, 1971. – 1 032 с.
- Вонсовский, С.В. Современная естественно-научная картина мира / С.В. Вонсовский. – Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика»; Институт компьютерных исследований, 2006. – 680 с. – ISBN 5-93972-574-0.
- Вонсовский, С.В. О возможности остаточного решеточного электросопротивления металлов / С.В. Вонсовский, М.С. Свирский // ФММ. - 1988. - Т. 85. - Вып. 4. - С. 175-177.
- Детлаф, А.А. Курс физики. В 3 т. / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский, М.Б. Милковская. – Москва: Высшая школа, 1979. – Том 3. Волновые процессы. Оптика. Атомная и ядерная физика. – 511 с.
- Епифанов, Г.И. Физика твердого тела: учебное пособие / Г.И. Епифанов. – Санкт-Петербург: Лань, 2019. – 288 с. – ISBN 978-5-8114-1001-9.
- 10. Калашников, С.Г. Электричество / С.Г. Калашников. Москва: Физматлит, 2003. – Гл. V. – 624 с. – ISBN 5-9221-0312-1.

- Киреев, П.С. Физика полупроводников / П.С. Киреев. Москва: Высшая школа, 1975. – 586 с.
- Киттель, Ч. Введение в физику твердого тела / Ч. Киттель. – Москва: Наука, 1978. – 792 с.
- Кунин, Н.Ф. Наведение термоэлектродвижущей силы при деформации металлов / Н.Ф. Кунин // Учёные записки. Челябинск, 1958. – Т. 5. Вып. 1. – С. 7–21.
- Ландсберг, Г.С. Оптика: учеб. пособие для вузов / Г.С. Ландсберг. – Москва: Физматлит, 2010. – 848 с. – ISBN 978-5-9221-0314-5.
- Левинштейн, М.Е. Знакомство с полупроводниками / М.Е. Левинштейн, Г.С. Симин. – Москва: Наука, 1984. – Библиотечка «Квант». – Вып. 33. – 240 с.
- Лысов, В.Ф. Практикум по физике полупроводников / В.Ф. Лысов. – Москва, 1976. – 208 с.
- Ноздрев, В.Ф. Курс статистической физики / В.Ф. Ноздрев, А.А. Сенкевич. – Москва: Высшая школа, 1965. – 288 с.
- Павлов, Н.В. Физика твердого тела / Н.В. Павлов, А.Ф. Хохлов. – Москва: Высшая школа, 2000. – 494 с. – ISBN 5-06-003770-3.
- Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие для вузов. В 3 т. / И.В. Савельев. – Санкт-Петербург, Лань, 2019. – Т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. – 500 с. – ISBN 978-5-8114-3989-8.
- Свирский, М.С. Электронная теория вещества / М.С. Свирский. – Челябинск, 1972. – 292 с.
- Свирский, М.С. Электронная теория вещества: учеб. пособие для студ. физ.-мат. фак. пед. ин-тов. / М.С. Свирский. – Москва: Просвещение, 1980. – 288 с.

- Сивухин, Д.В. Общий курс физики. В 5 т. / Д.В. Сивухин. – Москва: Физматлит, 2006. – Том II. Термодинамика и молекулярная физика. – 544 с. – ISBN 978-5-9221-0601-5.
- Сивухин, Д.В. Общий курс физики. В 5 т. / Д.В. Сивухин. – Москва: Физматлит, 2020. – Т III. – 656 с. – ISBN 978-5-9221-1643-5.
- Сидоркин, А.С. Доменная структура и процессы переключения в сегнетоэлектриках / А.С. Сидоркин // Соросовский образовательный журнал. – 1999. – № 8. – С. 103–109.
- Тарасов, Л.В. Введение в квантовую оптику: учеб. пособие / Л.В. Тарасов. – Москва: URSS, 2020. – 304 с. – ISBN 978-5-382-01951-2.
- Физика сегнетоэлектриков. Современный взгляд: пер. с англ. / под ред. К.М. Рабе, Ч.Г. Ана, Ж.-М. Трискона; пер. с англ. Б.А. Струкова и А.И. Лебедева. – Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2017. – 440 с.: ил. – ISBN 978-5-996-30302-1.
- Физика сегнетоэлектрических явлений / отв. ред. Г.А. Смоленский. – Ленинград: Наука, Ленингр. отд-ние, 1985. – 396 с.
- Фриш, С.Э. Курс общей физики. В 3 т. / С.Э. Фриш, А.В. Тиморева. – Санкт-Петербург: Лань, 2009. – Том 1. Физические основы механики. Молекулярная физика. Колебания и волны. – 480 с. – ISBN 978-5-8114-0663-0.
- Фриш, С.Э. Курс общей физики. В 3 т. / С.Э. Фриш, А.В. Тиморева. – Санкт-Петербург, Лань, 2008. – Т. 3. Оптика. Атомная физика. – 656 с. – ISBN 978-5-8114-0665-4.
- Шалимова, К.В. Физика полупроводников: учебник / К.В. Шалимова. – Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 400 с. – ISBN 978-5-8114-092 -8.

- Шубин, С.П. К электронной теории металлов / С.П. Шубин, С.В. Вонсовский // Избранные труды по теоретической физике. – Свердловск, 1991. – 376 с. (оригиналы статей: Phys. Zs. Ud SSR 1935. – Bd. 7. – P. 292– 328; 1936. – V. 10. – P. 348–377).
- Эйрих, Ф.Р. Реология. Теория и приложения / Ф.Р. Эйрих. – Москва: изд-во ИЛ, 1962. – 824 с.
- 33. Dynamical mean-field theory of strongly correlated fermion systems and the limit of infinite dimensions / A. Georges, G. Kotliar, W. Krauth, M. Rozenberg et al. // Reviews of Modern Physics. – 1996. V. 68 (1). – P. 13.
- Hubbard, J. Electron correlations in narrow energy bands / J. Hubbard // Proc. Roy. Soc., A 276. – 1963. – P. 238 – 257.

Учебное издание

# Свирская Людмила Моисеевна Карпушев Александр Викторович

# Экспериментальная физика в лаборатории специального физического практикума Учебно-практическое пособие

ISBN 978-5-907409-26-2

Работа рекомендована РИС ЮУрГГПУ Протокол № пункт от 2020

Редактор Л.Н. Корнилова Технический редактор А.Г. Петрова

Издательство ЮУрГГПУ 454080, Челябинск, пр. Ленина, 69

Подписано в печать2020.ФорматОбТиражэкз.За

Объем 6,5 уч.-изд. л. ( п. л.) Заказ №

Отпечатано с готового оригинал-макета в типографии ЮУрГГПУ 454080, Челябинск, пр. Ленина, 69