



МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ, ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ
МАТЕМАТИКЕ И ЕСТЕСТВОЗНАНИЮ

**Формирование у младших школьников действия построения
логической цепи рассуждений при решении задач с
пропорциональными величинами**

**Выпускная квалификационная работа по направлению
44.03.01 Педагогическое образование**

Направленность программы бакалавриата

«Начальное образование»

Форма обучения заочная

Проверка на объем заимствований:

66,41 % авторского текста

Работа рекомендована к защите

« 13 » мая 2021 г.

И.о. зав. кафедрой МЕиМОМиЕ

Звягин Константин

Алексеевич

Выполнила:

Студентка группы ЗФ-508-070-5-1

Смирнова Татьяна Владимировна

Научный руководитель:

канд. пед. наук, доцент

Махмутова Лариса

Гаптульхаевна

Челябинск
2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
ГЛАВА 1. Теоретические аспекты проблемы формирования у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами.....	8
1.1 Действие построения логической цепи рассуждений как логическое универсальное учебное действие	8
1.2 Методика изучения задач с пропорциональными величинами в начальной школе	11
1.3 Приемы формирования у младших школьников логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами	18
Выводы по главе 1.....	26
ГЛАВА 2. Опытно-поисковая работа по формированию у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами	28
2.1 Выявление уровня сформированности логических операций у младших школьников	28
2.2 Комплекс заданий, нацеленный на формирование у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами	38
2.3 Рекомендации педагогам по формированию у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами	50
Выводы по главе 2.....	54
Заключение	55
Список используемых источников.....	58
Приложение	61

ВВЕДЕНИЕ

Динамические изменения, происходящие в системе образования, привели к появлению новых требований к результатам освоения основной образовательной программы начального общего образования (ООП НОО). Основным требованием Федерального государственного образовательного стандарта начального общего образования (ФГОС НОО) является формирование универсальных учебных действий, которые обеспечивают освоение определенных предметных знаний, умений и навыков в рамках конкретных дисциплин и умения учиться [19].

На государственном уровне необходимость и особая важность математического образования младших школьников отражается в «Концепции развития математического образования в Российской Федерации» [16]. Данная Концепция задает основные направления и пути развития математического образования на всех образовательных ступенях, в том числе и начального обучения.

В «Фундаментальном ядре содержания общего образования» [20] справедливо отмечается, что именно успешное и осознанное владение математикой составляет основу формирования универсальных учебных действий, которые в свою очередь порождают компетенции, знания, умения, навыки, а значит, обеспечивают воспитание всесторонне развитой, интеллектуальной, духовной личности, способной адаптироваться в сложном современном мире.

В состав универсальных учебных действий входят логические универсальные учебные действия (УУД). Педагогические аспекты их формирования у младших школьников нашли отражение в трудах таких ученых, как Ю. К. Бабанский [1], В. П. Беспалько [4], П. Я. Гальперин [7], В. В. Давыдов [9] и др.

Основные идеи о формировании логических операций разрабатывались в психологии мышления под руководством психологов

А. Н. Леонтьева [13], С. Л. Рубинштейна [17]. Ими были сделаны выводы о взаимосвязи процесса обучения и развития мышления, об изменении качества аналитико-синтетической деятельности и ее состава, а также о необходимости целенаправленного формирования логических операций у младших школьников. Логические операции универсальны и обладают свойством широкого переноса из одной сферы деятельности в другую.

Результаты современных педагогических и психологических исследований [1; 5; 14] показали, что:

- логические операции, сформированные в период обучения в начальной школе, будут служить фундаментом для получения знаний и развития способностей в основной школе;

- младшему школьнику, не овладевшему приемами логического мышления, труднее будет даваться учеба – решение задач, выполнение упражнений потребует больших затрат, времени и сил;

- младший школьник станет более внимательным, научится мыслить ясно и четко, сумеет в нужный момент сконцентрироваться на сути проблемы, станет меньше ошибаться в практической деятельности.

Формирование у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений – одна из частных задач, решаемых в процессе формирования логических операций. Направления подобной работы выражаются в характере задач, предлагаемых младшим школьникам. Одними из типов задач, направленными на формирование у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений, являются задачи с пропорциональными величинами.

Актуальность обучения младших школьников решению задач с пропорциональными величинами связана с тем, что:

- ФГОС НОО ставит одной из важнейших задач начального курса математики умение решать задачи;

- задачи с пропорциональными величинами являются трудным материалом для усвоения обучающимися начальных классов;

– задачи с пропорциональными величинами входят в состав заданий всероссийских проверочных работ (ВПР).

Однако методических рекомендаций по формированию действия построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами недостаточно.

Проблема исследования заключается в поиске приемов формирования у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами.

Актуальность, недостаточная разработанность проблемы и потребность педагогического сообщества в ее решении обусловили выбор темы нашего исследования: «Формирование у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами».

Цель исследования: на основе теоретического изучения и эмпирического исследования проблемы разработать рекомендации педагогам по формированию у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами.

Объект исследования – процесс обучения младших школьников решению задач с пропорциональными величинами.

Предмет исследования – приемы формирования у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами.

Перечислим задачи исследования:

1. Охарактеризовать действие построения логической цепи рассуждений как логическое универсальное учебное действие.

2. Систематизировать приемы формирования у младших школьников логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами.

3. Исследовать уровень сформированности у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений.

4. Разработать комплекс заданий, нацеленный на формирование у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами.

5. Разработать рекомендации педагогам по формированию у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами.

Методологической базой исследования послужили работы ученых:

– изучавших системно-деятельностный подход (П. Я. Гальперин [7], А. Н. Леонтьев [13], Д. Б. Эльконин [23] и др.);

– исследовавших систему универсальных учебных действий и регулятивных в частности (А. Г. Асмолов [12], Г. В. Бурменская [12] С. В. Молчанов [12], Н. Г. Салмина [12] и др.);

– специализировавшихся на разработке методики обучения математике младших школьников (А. В. Белошистая [3], Н. Б. Истомина [10] и др.);

– изучающих проблему развития логической цепи рассуждений (П. Я. Гальперин [7], В. В. Давыдов [9], А. Н. Леонтьев [13], Д. Б. Эльконин [23], И. Я. Лернер [14] и др.).

Для реализации поставленных задач использовались следующие методы исследования:

1. Теоретические: изучение и анализ психолого-педагогической литературы по проблеме исследования, анализ, сравнение и обобщение результатов работы.

2. Практические: педагогический эксперимент.

3. Методы обработки и интерпретации данных (качественные и количественные).

База исследования: Муниципальное казенное общеобразовательное учреждение «Основная общеобразовательная школа № 19» г. Коркино Челябинской области.

Практическая значимость исследования заключается в том, что полученные материалы могут быть использованы учителями начальных классов, слушателями курсов повышения квалификации и родителями младших школьников по обучению построению логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами.

Структура работы состоит из введения, двух глав с выводами, заключения, списка использованной литературы, приложения. Текст работы иллюстрирован таблицами и рисунками, отражающими основные положения и результаты.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРОБЛЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ ДЕЙСТВИЯ ПОСТРОЕНИЯ ЛОГИЧЕСКОЙ ЦЕПИ РАССУЖДЕНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫМИ ВЕЛИЧИНАМИ

1.1 Действие построения логической цепи рассуждений как логическое универсальное учебное действие

Основным умением, которым должен овладеть младший школьник согласно ФГОС НОО, является «умение учиться». Сформированность этого умения можно рассматривать как начальную ступень по самовоспитанию и самообразованию [19]. Формирование широких познавательных интересов, любознательности, инициативы, творчества, познавательных мотивов, а также способностей организовать свою деятельность осуществляется посредством формирования универсальных учебных действий (УУД) у младших школьников.

Одним из базовых понятий начального курса математики, согласно ФГОС НОО, является универсальное учебное действие (УУД). Данное понятие в широком смысле определяется как способность ученика самосовершенствоваться, саморазвиваться путем активного и сознательного присвоения нового социального опыта [19].

В составе УУД согласно ФГОС НОО выделяют четыре блока: познавательный, личностный, регулятивный, коммуникативный [12].

С точки зрения философии, познание – это процесс отражения объективной реальности человеческим сознанием, который ведет от незнания к знанию, от менее полных знаний к более полным и точным знаниям [11].

На современном этапе школьного обучения приобщение обучающихся к активному познанию окружающей действительности происходит за счет овладения основами учебного познания, в процессе которого ученик открывает для себя то, что ему ранее не было известно.

Учебное познание младшего школьника характеризуется активностью, стремлением к творчеству. Развитие учебного познания младшего школьника происходит путем возникновения противоречий между тем, что уже познано и что предстоит познать [6, с. 42].

В педагогике учебно-познавательная деятельность рассматривается как деятельность субъекта, осуществляющего целеполагание на основе согласования предметных и личностных задач; решение этих задач на основе универсальных способов деятельности; ориентацию на систему значимых ценностных отношений «я – мир» с целью присвоения содержания образования при содействии и поддержке педагога [11]. Учебно-познавательная деятельность сопровождается овладением необходимыми познавательными УУД, которые выступают её структурной единицей.

Согласно ФГОС НОО, познавательные УУД включают: общеучебные, логические учебные действия, а также постановку и решение проблемы [19].

В свою очередь логические универсальные действия включают:

- анализ объектов для выделения несущественных и существенных признаков;
- синтез – составление целого из частей;
- выбор критериев и оснований для сериации, сравнения, классификации объектов;
- выведение следствий, подведение под понятие;
- составление причинно-следственных связей;
- анализ истинности утверждений, построение логической цепочки рассуждений;
- формулирование доказательств;
- выдвижение и обоснование [12].

Постановка и решение проблемы состоит из следующих этапов:

- постановка проблемы;

– самостоятельное отыскание способов решения проблем поискового и творческого характера [12].

Логические действия являются средством для обобщения и систематизации знаний, а также образуют базу для выведения новых, незнакомых и необычных знаний [12]. Многочисленные опыты и исследования продемонстрировали, что именно возраст младшего школьника является пропедевтическим периодом формирования логических УУД, в ходе которого закладываются основные, базовые знания для осуществления логических операций.

Действие построения логической цепи рассуждений известно в методике давно. Оно помогает запомнить и осмыслить большой объем информации, выявить закономерность каких-либо событий, явлений. Действие построения логической цепи рассуждений работает на развитие критического мышления, развитие памяти и умение логически мыслить. Обучать младших школьников построению логической цепи рассуждений можно как на уроках, так и во внеурочной деятельности по всем предметам и на любой стадии урока и внеурочного занятия. Все зависит от целей, которые ставит учитель. Стратегия действия состоит в построении цепочки из фактов, предложений, слов, дат, правил, цитат в логическом или хронологическом порядке. Построение логической цепочки может проводиться совместно с учителем, в группах/парах на уроке и во внеурочной деятельности, может предлагаться в качестве самостоятельной работы или задания на дом.

Действие построения логической цепи рассуждений необходимо использовать уже в 1 классе, без овладения этим действием не происходит полноценного усваивания учебного и внеурочного материала. Ввиду этого педагогу нужно вести целенаправленную и кропотливую работу по формированию у обучающихся важнейших приемов мыслительных операций. Также целесообразно использование на уроках и внеурочных занятиях заданий на формирование действия логической цепи

рассуждений. С их помощью обучающиеся привыкают самостоятельно рассуждать, использовать полученные знания в различных условиях в соответствии с поставленной задачей.

Таким образом, логические действия выступают инструментальной основой математики, они позволяют скорректировать и классифицировать имеющиеся математические знания и создавать новые учебные знания. Логическая цепь рассуждений (в соответствии с ФГОС НОО) – цепь умозаключений на какую-либо тему, изложенных в логически последовательной форме.

1.2 Методика изучения задач с пропорциональными величинами в начальной школе

Прежде всего, отметим, что людям с древнейших времен приходилось сталкиваться с такой необходимостью, как решение различных задач практического вида. Чтобы их можно было решить, им нужно было самостоятельно отыскать все способы их решения. Таким образом, считают, что изначально текстовые задачи были «движущей силой» развития математики. В настоящее время текстовым задачам отводится ведущая роль в начальном курсе математики.

Арифметические задачи, изучаемые в начальной школе можно классифицировать на простые и составные. Первые решаются с использованием лишь одного арифметического действия, для решения вторых следует использовать от двух, но, как правило, не более четырех арифметических действий [21].

Методику обучения решению задач с пропорциональными величинами рассматривали А. В. Белошистая, Г. В. Бельтюкова, Н. Б. Истомина, А. В. Тихоненко и др. Особенности задач с пропорциональными величинами являются:

1. Наличие соответствующих связей между величинами.

2. Наличие прямой или обратной зависимостей между величинами в задаче.

3. Наличие требования распределить одно числовое значение величины (например, стоимости) пропорционально данным числам (например, числу предметов в одной совокупности, и числу предметов в другой совокупности).

Всевозможные задачи на пропорциональные величины, решаемые в курсе математики 1-4 классов, сводятся к четырем основным видам:

- на пропорциональное деление;
- отыскание четвертого пропорционального;
- определение неизвестного по двум разностям;
- задачи на движение.

Задачи на отыскание четвёртого пропорционального должны в обязательном порядке включать три прямо или обратно пропорциональные величины. Одна из величин задачи всегда будет являться постоянной, и две будут переменными. Комбинируя три величины в задачах данного типа, возможно составить шесть задач типов задач, в четырех из которых будет присутствовать прямо пропорциональная зависимость, а еще в двух – использоваться обратная пропорциональность.

Эффективному обучению младших школьников решению задач данного типа способствует использование игровых методов. Так, например, один ученик из класса назначается покупателем, другой – продавцом. Остальные ученики класса совместно с педагогом чертят в тетради таблицы с колонками цена, количество, стоимость, в которые вносят данные, по мере того, как покупатель (первый ученик) «покупает» товар у продавца (второй ученик). Задача остальных младших школьников – составить задачу, заполнить таблицу и рассчитывать стоимость товара, используя умножение, по ходу игры.

Педагог также обращает внимание на то, что если дано количество и стоимость или же цена товара и стоимость, то цену единицы товара можно найти, используя действие «деление».

При обучении младших школьников решению задач с пропорциональными величинами следует не только решать с ними уже готовые задачи, но и учить составлять текстовые задачи по табличным данным или данным рисунка.

С. Е. Царева выделяет следующие этапы решения текстовой задачи [22]:

1. Восприятие и осмысление задачи.
2. Поиск плана решения.
3. Выполнение плана решения.
4. Проверка решения.
5. Формулировка ответа на вопрос задачи.
6. Исследование решения.

Рассмотрим на примерах методику обучения решению составных задач различных видов с пропорциональными величинами.

Задача 1 (составная задача на нахождение четвёртого пропорционального) [10]: Маша приобрела несколько круглых заколок, каждая из которых стоит 5 рублей, и столько же квадратных заколок, цена каждой из которых 10 рублей. За круглые заколки было заплачено 30 рублей. Какова цена круглых заколок?

Решение задачи представлено следующими этапами:

Первый этап. Восприятие и осмысление задачи. Прежде всего, учитель предлагает одному из учеников или нескольким младшим школьникам прочитать текст задачи. После этого проводится беседа по условию задачи с целью выявить степень понимания и осмысления учениками сюжета задачи. Когда младшие школьники поняли сюжет задачи, учитель предлагает им кратко записать условие задачи. Это удобно делать с помощью таблицы (таблица 1).

Таблица 1– Этап 1 решения задачи 1

Цена	Количество	Стоимость
5 р.	Одинаковое	30 р.
10 р.		? р.

Второй этап. На данном этапе младшие школьники выполняют поиск решения задачи, который проводится двумя основными методами: от вопроса к данным, от данных к вопросу. Поиск решения задачи можно проводить, как устно, так и представлять схематично (рис. 1).

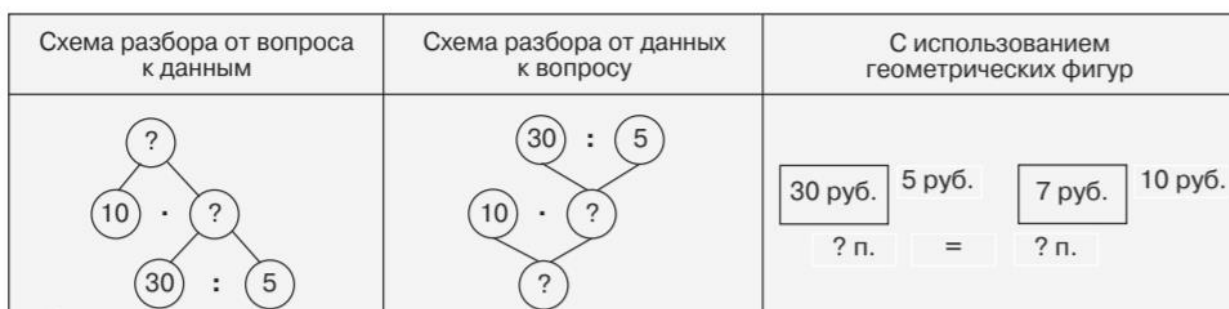


Рисунок 1– Этап 2 решения задачи 1

Третий этап. На этом этапе младший школьник оформляет решение задачи, самостоятельно выбирая форму его записи. Если ученик затрудняется это сделать, но выбор формы записи остается за педагогом.

Первая из форм записи решения – решение задачи по действиям:

- 1) $30 : 5 = 6$ (шт.) – количество круглых заколок;
- 2) $6 \cdot 10 = 60$ (р.) – стоимость квадратных заколок.

Еще одним способом оформления решения задачи является решение с использованием целого выражения, т. е. $10 \cdot (30 : 5) = 60$ (р.).

Четвертый этап. На этом этапе выполняется проверка решения. Ее можно проводить несколькими способами.

Способ 1. Решение задачи другим способом:

1. Во сколько раз больше стоимость квадратных заколок, чем круглых?

$$10 : 5 = 2 \text{ (р.)}$$

2. Сколько было заплачено за круглые заколки?

$$60 : 2 = 30 \text{ (р.)}$$

Способ 2 состоит в составлении и решении обратной задачи.

После проверки решения задачи делается вывод о том, решена ли задача верно или неверно.

Пятый этап. Формулировка и запись ответа на вопрос задачи. Так в задаче 1 следует записать ответ в следующем виде: 60 рублей стоимость квадратных заколок.

Шестой этап. На данном этапе решения задачи учитель обсуждает с учениками, является ли данный способ решения задачи единственным или существуют и другие способы решения задачи. Среди всех способов решения задачи следует выбрать наиболее эффективный.

Задача 2 (составная задача на пропорциональное деление) [10]: Две девочки купили 5 метров ленты по одинаковой цене. Одна заплатила 15 рублей, а другая – 10 рублей. Сколько метров ленты купила каждая девочка?

Данная задача также решается в несколько этапов, подобно задаче 1:

Первый этап. Восприятие и осмысление задачи. После прочтения текста задачи учитель в ходе беседы с обучающимися обсуждает её условие. Составляется краткая запись в виде таблицы (таблица 2).

Таблица 2 – Этап 1 решения задачи 2

Цена	Количество	Стоимость
Одинаковая	5 м $\begin{cases} ? \text{ м} \\ ? \text{ м} \end{cases}$	15 р.
		10 р.

Второй этап. Поиск плана решения. На данном этапе можно использовать различные схемы рассуждения: от вопроса к данным, от данных к вопросу. Обсуждение может проводиться устно, а может фиксироваться на доске в виде схем (рис. 2).

Схемы разбора от данных к вопросу	С использованием геометрических фигур

Рисунок 2 – Этап 2 решения задачи 2

Третий этап. Выполнение плана решения. Учитель может указать на форму записи решения. Если это не сделано, то ученик вправе самостоятельно определить её. Так, к примеру, данную задачу обучающийся может несколькими способами:

Способ 1:

1. $15 + 10 = 25$ (р.).
2. $25 : 5 = 5$ (р.).
3. $15 : 5 = 3$ (м).
4. $5 - 3 = 2$ (м).

Способ 2:

1. $15 + 10 = 25$ (р.).
2. $25 : 5 = 5$ (р.).
3. $15 : 5 = 3$ (м).
4. $10 : 5 = 2$ (м).

Четвертый этап. Проверка решения. Решение задачи различными способами.

Пятый этап. Формулировка ответа на вопрос задачи (вывода о выполнении требования).

Ответ: 3 метра купила первая девочка и 2 метра – вторая.

Шестой этап. Исследование решения. Целесообразно обсудить, какой способ решения более рациональный, в чём их сходство и различие.

Задача 3 (задача на нахождение неизвестных по двум разностям). В одном куске 3 метра ткани, а во втором – 7 метров такой же ткани. Второй кусок стоит на 240 рублей дороже. Сколько стоит каждый кусок? [10]

Данная задача также решается в несколько этапов, как и задачи 1 и 2.

Первый этап. Восприятие и осмысление задачи. После прочтения текста задачи учитель в ходе беседы с обучающимися обсуждает её условие. Составляется краткая запись в виде таблицы (таблица 3).

Таблица 3 – Этап 1 решения задачи 3

Цена	Количество	Стоимость
Одинаковая	3 м	? р.
	7 м	? р., на 240 р. больше

Второй этап. Поиск плана решения. Схемы, используемые на этом этапе, представлены на рисунке 3.

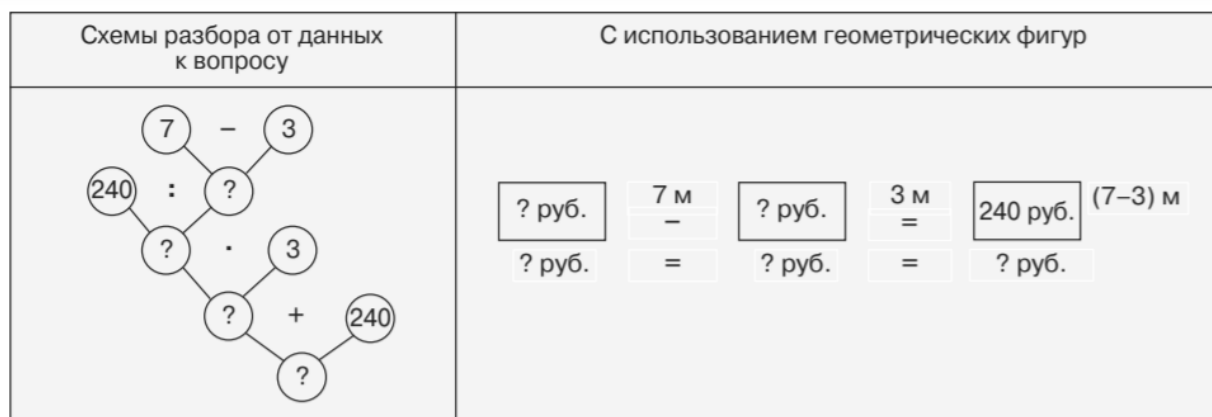


Рисунок 3– Этап 2 решения задачи 3

Третий этап. Выполнение плана решения. Могут быть предложены следующие способы решения.

Способ 1:

- $7 - 3 = 4$ (м).
- $240 : 4 = 60$ (р.).
- $60 \cdot 3 = 180$ (р.).
- $180 + 240 = 420$ (р.).

Способ 2:

- $7 - 3 = 4$ (м).

2. $240 : 4 = 60$ (р.).

3. $60 \cdot 3 = 180$ (р.).

4. $60 \cdot 7 = 420$ (р.).

Четвертый этап. Проверка решения. Решение задачи различными способами.

Пятый этап. Формулировка ответа на вопрос задачи (вывода о выполнении требования). Ответ: 180 руб. стоит первый кусок ткани, 420 руб. – второй кусок.

Шестой этап. Исследование решения. Целесообразно обсудить, какой способ решения задачи более рациональный.

Для более эффективного обучения младших школьников решению задач с пропорциональными величинами следует предлагать им задачи-вопросы, задачи повышенной сложности.

Итак, существуют следующие виды задач с пропорциональными величинами, рассматриваемые в начальной школе: задача на нахождение четвёртого пропорционального, задача на пропорциональное деление, задача на нахождение неизвестных по двум разностям.

Решение задач с пропорциональными величинами в начальной школе идет по тем же этапам что и при решении всех остальных задач. Однако при решении задач с пропорциональными величинами имеются отличия, такие как сведение к единице, наличие постоянной величины, трех величин и т. д.

1.3 Приемы формирования у младших школьников логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами

Решение задач на пропорциональные величины базируется на знании соответствующих связей между величинами. К примеру, по известной цене товара и его количеству можно вычислить стоимость товара, используя умножение цены товара на количество. Значит, для успешного решения задач на пропорциональные величины следует предусмотреть в

подготовительной работе знакомство с новыми величинами и раскрытие связей между ними.

Рассмотрим методические приемы, использующиеся на каждом этапе.

На первом этапе младшие школьники должны понять и осмыслить сюжет задачи. Для этого ученики должны выделить в задаче условия и требования, назвать известные и искомые объекты, выделить все зависимости между ними.

При реализации этого этапа важный момент – начальное чтение текста задачи. Этот момент в школьной практике недооценивается. Следует отметить, что поспешный переход сразу после получения информации для ее трансформации без предварительного анализа обедняет процесс познания. В то же время тщательное предварительное чтение текста, презентация ситуации, описанной в проблеме обучающимся, позволяет сделать много полезных выводов и предположений относительно подходов к ее решению.

В процессе восприятия и осмысления задачи учитель задает следующие вопросы:

1. О чем эта задача?
2. Что требуется найти в задаче?
3. Что обозначают те или иные слова в тексте задачи?
4. Что известно о названных величинах в задаче?
5. Что неизвестно?
6. Что требуется найти? [23].

Существенную помощь в осмыслении задачи оказывает и другой прием – перефразировка текста задачи. Это происходит в результате игнорирования излишней информации, замены описания некоторых понятий соответствующими терминами и наоборот. Данный прием особенно эффективен в сочетании с разбиением текста на смысловые части.

Одной из главных причин, по которым младшие школьники неверно решают ту или иную задачу является неспособность глубоко, осмысленно, внимательно проанализировать то, что дано в задаче (данные), и то, что нужно узнать (вопрос), и взаимосвязи между ними. Следует постоянно напоминать детям: «Внимательно читайте условие и вопрос». Эффективному восприятию и осмыслению задачи способствуют приёмы «Знакомство с текстом» и «Графическая работа с цветом». Представим их.

Знакомство с текстом включает в себя следующие действия:

1. Чтение текста задачи: сначала про себя, затем вслух одним из учеников.
2. Пересказ задачи своими словами (этот приём способствует более глубокому осмыслению прочитанного).
3. Представление жизненной ситуации, описанной в задаче, инсценировка этой ситуации.

Графическая работа с цветом подразумевает:

1. Разбиение текста задачи на смысловые части, подчёркивание условия и вопроса синим и красным цветом, выделение числовых данных.
2. Выделение наиболее важных слов в каждой смысловой части и в вопросе задачи.

В процессе поиска решения задачи используется прием моделирования, представляющий собой замену действий с реальными предметами действиями с уменьшенными образцами, моделями, с их графическими заменителями: рисунками, схемами, чертежами, таблицами. Модель должна помочь ученику понять содержание задачи, выявить отношения между данными и искомым, найти разные способы решения задачи, увидеть новые, не отражённые в задаче отношения.

В процессе поиска решения задачи составная задача также раскладывается на простые, активизируются необходимые теоретические знания.

Для того чтобы самостоятельно решать задачи, младшему школьнику нужно освоить различные виды моделей, научиться выбирать модель, соответствующую предложенной задаче и переходить от одной модели к другой. Задача педагога – научить учеников применять тот способ моделирования, который наиболее подходит к той или иной задаче, помогает увидеть отношения между данными и искомым, найти разные способы решения задачи (если это возможно), увидеть скрытые взаимосвязи, не отражённые явно в тексте задачи.

На наш взгляд, наиболее удачными моделями является схематический чертёж и представление данных в виде таблицы и менее удачной – краткая запись опорными словами. Правильно выполненный чертёж наиболее точно отражает все взаимосвязи, о которых идёт речь в задаче. Но, к сожалению, не к каждой задаче подходит эта модель. После анализа задачи ученикам следует предложить самим выбрать подходящую модель, учить находить «плюсы» и «минусы» той или иной модели. В процессе составления модели текстовой задачи последняя переводится на математический язык.

Для формирования умения моделировать задачу, используются следующие приёмы:

1. Составление краткой записи задачи при помощи опорных слов (рисунка, схемы, таблицы и т. д.). Этот приём чаще всего используется на уроках в начальной школе.

2. Выбор рисунка, схемы к данной задаче.

Выполнение плана решения задачи заключается в поиске ответа на требование задачи, выполнив все действия в соответствии с планом. На этом этапе используются следующие приемы:

1. Запись по действиям (с пояснением, без пояснения, с вопросами).
2. Запись в виде выражения.

Форму записи решения младший школьник выбирает самостоятельно.

Целью проверки решения задачи является установление правильности или ошибочности выполнения решения. На этапе проверки решения задачи используются следующие методические приемы:

1. Составление и решение обратной задачи.
2. Установление соответствия между условиями задачи и полученным результатом.

Для этого найденный результат вводится в текст задачи и на основе рассуждений устанавливается, возникает ли при этом противоречие.

3. Решение задачи другим способом. Если при этом был получен тот же самый ответ, то найденное решение задачи считается верным.

На этапе формулировки ответа решения задачи используются следующие методические приемы:

- построение развернутого истинного суждения вида: «так как ..., то можно сделать вывод, что ...» (формулируется ответ на вопрос задачи полным предложением в устной или письменной форме);
- формулировка полного ответа на вопрос задачи без обосновывающей части устно или письменно;
- формулировка краткого ответа устно или письменно с помощью специальных знаков.

На этапе исследования решения задачи требуется установить, является ли данное решение (результат решения) единственным или возможны другие результаты, удовлетворяющие условию задачи. При этом используются следующие приемы:

- изменение результата решения в соответствии с его смыслом и установление направления изменений в отношениях между измененным результатом и условием задачи;
- подбор другого результата решения и установление соответствия условию задачи; оценка степени возможности удовлетворения условию задачи других вариантов [22; 23].

Распространенным приемом обучения решению задач с пропорциональными величинами является игровой прием «Магазин». Наиболее целесообразно его использовать при ознакомлении с величинами «количество», «цена», «стоимость». Для этого на доску прикрепляют разнообразные товары, например, блокнот, ручка, карандаш, тетрадь и т. д. Ниже учитель указывает цену каждого товара и количество купленного товара. Затем происходит обыгрывание задачи. К примеру, учитель сообщает, что к началу учебного года ученик приобрел 2 блокнота, 3 карандаша, 5 ручек и 20 тетрадей. Сколько всего денег заплатил ученик?

При решении задач с пропорциональными величинами используется прием «Выдели общее и различное». Так, младшим школьникам предлагается посмотреть на данные таблицы 4 и ответить на вопросы:

1. Что общего в данных таблицы 4?
2. В чем разница?
3. Какой вывод можно сделать?

Таблица 4 – Прием «Выдели общее и различное» при решении задач с пропорциональными величинами

Цена	Количество	Стоимость
?	2	24 р.
?	3	24 р.
?	4	24 р.

Распространенным приемом обучения решению задач с пропорциональными величинами является прием «Составь задачу и две обратные ей». Младшим школьникам предлагается посмотреть на данные таблицы 5 и составить задачу и две обратных ей задачи.

Таблица 5 – Прием «Составь задачу и две обратные ей» при решении задач с пропорциональными величинами

Кусочков сахара в стакане	Количество стаканов	Всего стаканов
2	5	?
2	?	10
?	5	10

Еще одним приемом обучения младших школьников решению задач с пропорциональными величинами является прием «Схематичное моделирование». Обучающимся предлагается посмотреть на схему (пример схемы показан на рис. 4), составить задачу по схеме и решить ее.

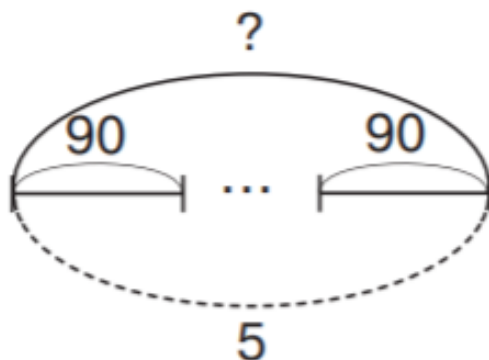


Рисунок 4 – Пример схемы по обучению младших школьников решению задач с пропорциональными величинами

Также при обучении младших школьников решению задач с пропорциональными величинами используются такие методические приемы, как составление задач: по рисунку; по таблице; по заданному решению; подбору вопросов; по условию; по решению; объяснению выражения; по взаимосвязи с жизненными ситуациями.

Итак, в процессе решения текстовой задачи с пропорциональными величинами младшие школьники проходят ряд основных этапов: анализ задачи; поиск и составление плана решения задачи; осуществление плана решения задачи; проверку решения задачи; формулировку ответа на вопрос задачи; исследование решения. В реальном процессе решения текстовой задачи с пропорциональными величинами названные этапы не имеют четких границ.

Отметим также, что при решении составных задач на пропорциональные величины важно, чтобы младшие школьники различали простые и составные задачи. Наряду с обучением младших школьников решению готовых задач с пропорциональными величинами можно предлагать им также составить задачи по краткой записи, по решению или рисунку.

По мере обучения младших школьников решению составных задач на пропорциональные величины следует использовать также принцип усложнения. Последнее может идти по линии включения новых связей или по линии увеличения количества выполняемых действий. Однако количество выполняемых действий в задаче должно соответствовать методике обучения математике младших школьников на каждом возрастном этапе. Так, в первом классе младшие школьники решают задачи в два действия, во втором классе – в два-три действия, в третьем и четвертом классе – в два-четыре действия.

При решении текстовых задач на пропорциональные величины младшим школьникам можно разработать инструкционные карты по работе над текстовой задачей с пропорциональными величинами. Выполняя каждый из этапов, ученики формируют умение решать задачи с пропорциональными величинами. Так, в инструкционную карту по работе над текстовой задачей с пропорциональными данными можно включить следующие этапы работы:

1. Прочитай задачу и представь себе то, о чем в ней говорится.
2. Выполни чертеж или оформи таблицей данные задачи.
3. Выполни краткую запись условия.
4. Объясни, что обозначает каждое число и сформулируй вопрос задачи.
5. Подумай, какое число получится в ответе – больше или меньше, чем данные числа.
6. Подумай, можно ли сразу дать ответ на вопрос задачи? Почему? Что можно узнать вначале? Что потом?
7. Составь план решения задачи.
8. Реши задачу, оформив решение по действиям или целым выражением.
9. Сформулируй ответ задачи и запиши его.

10. Выполни проверку решения задачи, используя для этого любой известный тебе прием.

11. Подумай, возможны ли другие способы решения задачи.

Для того чтобы работа с инструкционными картами была эффективной, у обучающихся должно быть сформировано умение самостоятельной работы над задачей. Также младший школьник должен отчетливо представлять себе каждый этап решения задачи, чему следует его обучать, начиная с первого класса при решении простых арифметических задач.

Выводы по главе 1

Универсальные учебные действия – одно из основных понятий во ФГОС НОО. Термин «универсальные учебные действия» в широком смысле означает умение учиться, т. е. способность субъекта самосовершенствоваться путем активного и сознательного присвоения нового социального опыта.

Логические УУД направлены на установление связей и отношений в любой области знаний. Сформированные логические УУД определяют характер логического мышления.

В начальных классах рассматриваются следующие виды задач с пропорциональными величинами:

1. Задачи на нахождение четвертого пропорционального.
2. Задачи на пропорциональное деление.
3. На нахождение неизвестных по двум разностям.

Решение задач с пропорциональными величинами осуществляется в несколько этапов:

1. Восприятие и осмысление задачи.
2. Поиск плана решения.
3. Выполнение плана решения.
4. Проверка решения.

5. Формулировка ответа на вопрос задачи.

6. Исследование решения.

В процессе обучения младших школьников решению задач с пропорциональными величинами следует обратить внимание на использовании следующих методических приемов:

1. Применение предметов, что облегчает визуальное представление условий задачи, если у обучающихся возникают трудности в процессе их конкретизации и понимания.

2. Составление и решение обратных задач (такой подход позволяет младшим школьникам иметь представление о взаимосвязи между исследуемыми величинами, представленными в условии задачи).

3. Практическое решение, связанное с «проигрыванием» задачи (данный методический прием отражает связь решения задачи с практической реальностью, что позволяет обучающимся накапливать необходимый опыт не только в процессе математического обучения, но и в аспекте повседневной жизни).

4. Решение задач разными способами с применением разных моделей и знаний, в частности, пропорциональной зависимости величин.

ГЛАВА 2. ОПЫТНО-ПОИСКОВАЯ РАБОТА ПО ФОРМИРОВАНИЮ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ ДЕЙСТВИЯ ПОСТРОЕНИЯ ЛОГИЧЕСКОЙ ЦЕПИ РАССУЖДЕНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫМИ ВЕЛИЧИНАМИ

2.1 Выявление уровня сформированности логических операций у младших школьников

Изучение уровня сформированности логических операций у младших школьников проводилось на базе Муниципального казенного общеобразовательного учреждения «Основная общеобразовательная школа № 19» города Коркино Челябинской области. В исследовании приняли участие 20 обучающихся 4 класса (12 девочек, 8 мальчиков) в возрасте 9-10 лет.

В качестве критериев сформированности логических операций у младших школьников были выбраны: умение выполнять анализ и синтез, умение выполнять сравнение, умение выполнять классификацию, умение находить аналогию, умение обобщать.

Исследование проходило в два этапа: разработка материала (текстов задач с пропорциональными величинами для среза); организация проведения среза и анализ полученных результатов.

Были выделены три уровня сформированности логических операций у младших школьников: низкий, средний, высокий. Критерии и уровни сформированности логических операций у младших школьников сведены в таблицу 6.

Таблица 6 – Критериально-уровневая таблица сформированности логических операций у младших школьников

Критерии	Низкий уровень	Средний уровень	Высокий уровень
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
Умение выполнять анализ и синтез	Правильно решено меньше количество всех задач или все задачи решены неправильно	Правильно решено большее количество всех задач	Правильно решены все задачи

Продолжение таблицы 6

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
Умение выполнять сравнение	Правильно решено меньше количество всех задач или все задачи решены неправильно	Правильно решено больше количество всех задач	Правильно решены все задачи
Умение выполнять классификацию	Правильно решено меньше количество всех задач или все задачи решены неправильно	Правильно решено больше количество всех задач	Правильно решены все задачи
Умение находить аналогию	Правильно решено меньше количество всех задач или все задачи решены неправильно	Правильно решено больше количество всех задач	Правильно решены все задачи
Умение обобщать	Правильно решено меньше количество всех задач или все задачи решены неправильно	Правильно решено больше количество всех задач	Правильно решены все задачи

Основываясь на данные критерии, нами был разработан соответствующий диагностический инструментарий (табл. 7).

У каждого школьника был диагностирован уровень сформированности таких логических операций, как анализ и синтез, сравнение, классификация, аналогия, обобщение. Для диагностики уровня сформированности логических операций у младших школьников были разработаны авторские диагностические задачи, которые мы разбили на пять блоков.

Авторская диагностическая методика была разработана нами по той причине, что авторы исследования не смогли подобрать диагностический инструментарий, который бы подходил для младших школьников и проверял сформированность логических операций с использованием математических понятий, категорий, величин. Так, методика «Исследование словесно-логического мышления младших школьников» Э. Ф. Замбиявичене была нами отвергнута по той причине, что задания методики не связаны с математикой. В заданиях методики Э. Ф. Замбиявичене требуется установить зависимость между месяцами,

цветами, животными, овощами и другими нематематическими категориями.

Таблица 7 – Соотнесение критериев, показателей и диагностического инструментария оценки сформированности логических операций у младших школьников

Критерии	Показатели	Диагностические задания
Умение выполнять анализ и синтез	– умение выделять отдельные элементы или их свойства; – умение объединять отдельные объекты их свойства в единое целое	– назови одним словом; – определи правило, по которому записан ряд чисел; – прочитай различными способами и т. д.
Умение выполнять сравнение	– выделение признаков или свойств одного объекта; – установление сходства или различия между признаками двух и более объектов	– чем похожи числа; – сравни выражения; – в чем сходство текстов двух задач?
Умение выполнять классификацию	– выделение признаков предметов или объектов; – выполнение объединения их в одну группу по определенному признаку	– объедини числа в группу по некоторому признаку; – установи основание классификации.
Умение находить аналогию	– выделение существенных признаков предметов или объектов; – приведение примеров предметов или объектов с использованием выделенных признаков	– составь выражение по рисунку; – какое правило можно сформулировать для нахождения членов ряда?
Умение обобщать	– выделение существенных признаков предметов или объектов; – нахождение общего среди предметов или объектов	– найти значение выражения, заменив сложение умножением; – сравнение

Еще одна методика «Диагностика мышления младших школьников» Ю. Л. Гладковой была нами отвергнута по той же самой причине. В процессе проведения диагностики по методике Ю. Л. Гладковой младшие школьники оперируют нематематическими категориями, т. е. устанавливают связи между глаголами, названиями городов, видами мебели, названиями цветов, растениями, животными и т. д.

Автором исследования было проанализировано еще несколько методик. Однако не было ни одной методики, в которой бы проверялось умение классифицировать, сравнивать, находить аналогию, выполнять анализ, синтез, обобщать именно математические категории, понятия, величины. Поэтому автором было принято решение о разработке

собственной диагностической методики с учетом сформированных у обучающихся 4 класса знаний и умений.

Описание диагностических заданий представлено ниже. При составлении задач для среза мы руководствовались тем, что тексты должны быть средними по уровню сложности решения и текстовому объему, соответствовать программе и иметь базовый уровень математических понятий.

При разработке заданий диагностической методики мы опирались на следующие учебники и учебные пособия:

1. Учебник «Математика» для четвертого класса УМК «Школа России» М. И. Моро [18].

2. Методику обучения математики в начальных классах П. У. Байрамуковой, А. У. Уртеновой.

3. Практикум по методике обучения математике в начальной школе Н. Б. Истоминой.

Задания методики разбиты на пять блоков. Каждый из блоков включает в себя пять заданий, каждое из которых оценивается в 1 балл. Таким образом, за правильное выполнение всех заданий методики младший школьник может набрать 25 баллов.

Набранные баллы соотносятся с уровнями сформированности логических операций у младших школьников следующим образом:

1. Низкий уровень (0-12 баллов): у младшего школьника недостаточно сформированы логические операции. Обучающиеся допускает значительное количество ошибок в выполнении задания либо затрудняется их выполнить. Младшие школьники с трудом выделяют из целого отдельные части и объединяют отдельные части в целое, испытывают существенные затруднения при сравнении математических понятий, выражений и чисел, а также их группировке, практически не умеют проводить аналогию и обобщать математические суждения, понятия.

2. Средний уровень (13-19 баллов): у младшего школьника в достаточной мере сформированы логические операции. Обучающиеся допускает ошибки в выполнении заданий. Младшие школьники в целом умеют выделять из целого отдельные части и объединять отдельные части в целое, а также сравнивать математические понятия, выражения и числа, с незначительными ошибками проводят аналогию, допускают ошибки при выполнении группировки, а также обобщении математических суждений, понятий.

3. Высокий уровень (20-25 баллов): у младшего школьника в полной мере сформированы логические операции. Обучающиеся допускают незначительное количество в выполнении заданий. Младшие школьники в целом умеют выделять из целого отдельные части и объединять отдельные части в целое, а также сравнивать математические понятия, выражения и числа, прекрасно проводят аналогию, выполняют группировку, а также обобщение математических суждений, понятий.

Представим диагностические задания методики.

Блок 1 (анализ и синтез). Умение выполнять логические операции «анализ» и «синтез» диагностируется во время решения задач:

1. Прочитай различными способами выражение: $20 - 8$ (возможные ответы: 20 уменьшили на 8, разность чисел 20 и 8, из 20-ти вычешь 8 и т. д.). Нужно назвать не менее двух способов [2].

2. Определи правило, по которому записан ряд чисел: 90, 70, 80, 60, 70, 50, 60, 40, 50... (вначале отняли 20, потом прибавили 10) [17].

3. Как иначе можно назвать квадрат? (Возможные ответы: многоугольник, четырехугольник, прямоугольник.) Необходимо дать минимум два различных ответа [17].

4. По какому правилу записан ряд чисел: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14...

5. Подбери из второго задания пары чисел, разность которых равна 10 и выпиши эти пары. Необходимо выписать все возможные пары.

Блок 2 (сравнение). Умение выполнять сравнение диагностируется во время решения задач:

1. Чем похожи числа: 33 22 77 99 88 55...[14].

2. Даны два столбца чисел:

$$3+7 \qquad 7+8$$

$$4+6 \qquad 6+6$$

$$5+5 \qquad 3+9$$

$$6+4 \qquad 4+8$$

$$7+3 \qquad 6+7$$

Чем похожи выражения в первом столбце? Чем похожи выражения во втором столбце?

3. В чем сходство и различие в текстах задач?

Задача 1. Митя поймал 4 окуня, а Вова – 12. На сколько больше окуней поймал Вова, чем Митя?

Задача 2. Митя поймал 4 окуня, а Вова – 12. Во сколько раз больше окуней поймал Вова, чем Митя?

4. Какому рисунку (рис. 5) соответствуют записи $3+2$ и $3 \cdot 2$? [18]

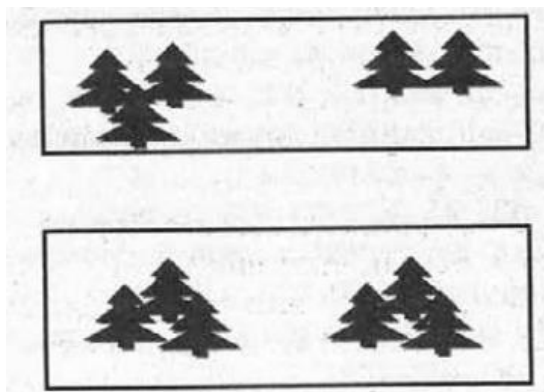


Рисунок 5 – Задание 4 блока 2

5. Продолжи ряд чисел: 12, 23, 34, 45...

Блок 3 (классификация). Умение выполнять классификацию диагностируется во время решения задач:

1. Разбей числа на две группы: 33 84 75 22 13 44 53 (числа образованы при помощи одинаковых цифр или нет).

2. Разбей выражения на две группы: $12+8$, $16+15$, $14+7$, $29+56$, $38+45$, $32+4$ [2].

3. На какие группы можно разбить фигуры (рис. 6) [17]?

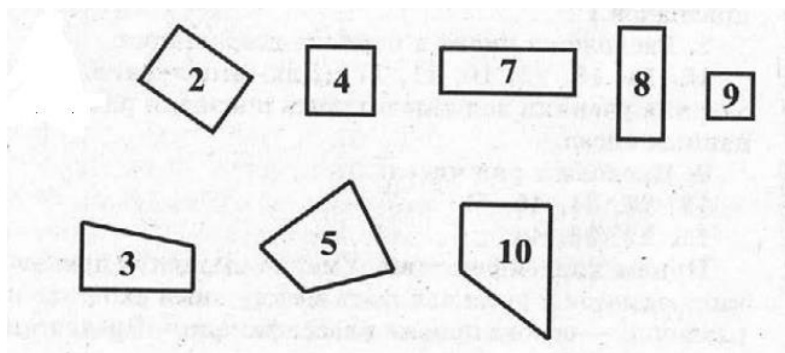


Рисунок 6 – Задание 3 блока 3

4. Найди лишнюю пару чисел [17]

2 и 12	1 и 11	6 и 16	8 и 18	7 и 17
4 и 14	3 и 13	5 и 15	10 и 20	9 и 19

5. Разбей числа на две группы: 91; 81; 82; 95; 87; 85.

Блок 4 (аналогия). Умение устанавливать аналогию диагностируется во время решения задач:

6. Чем похожи выражения в каждом столбце?

$7+8$	$9+4$	$12+3$
$8+7$	$4+9$	$3+12$

7. Посмотри на ряд чисел: 20; 50; 30; 60; 40; 70; 50; 80... Придумай свой ряд, используя то же самое правило.

8. Составь и запиши числовые выражения (рис. 7)

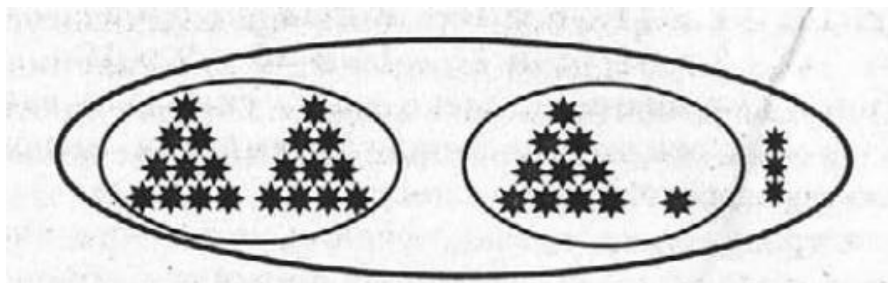


Рисунок 7 – Задание 3 блока 4

9. Дана задача: Митя поймал 4 окуня, а Вова – 12. На сколько больше окуней поймал Вова, чем Митя? Составь задачу, аналогичную данной.

10. Какая фигура недостающая (рис. 8)?

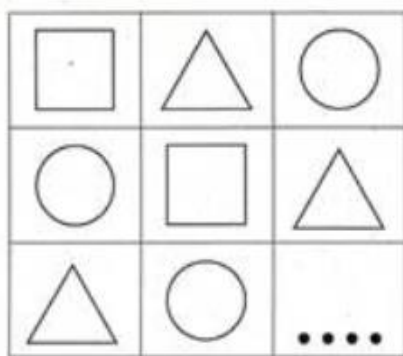


Рисунок 8 – Задание 5 блока 4

Блок 5 (обобщение). Умение обобщать диагностируется во время решения задач:

1. Чем похожи и чем отличаются выражения в каждом столбце? Если множители переставить, то, что можно сказать о произведении? Сделайте вывод.

$$\begin{array}{ccccc}
 3 \cdot 2 & 6 \cdot 8 & 5 \cdot 9 & 7 \cdot 8 & 4 \cdot 3 \\
 2 \cdot 3 & 8 \cdot 6 & 9 \cdot 5 & 8 \cdot 7 & 3 \cdot 4
 \end{array}$$

2. Сравни выражения, найди общее в полученных неравенствах и сделай вывод.

$$\begin{array}{cc}
 2+3 \dots 2 \cdot 3 & 4+5 \dots 4 \cdot 5 \\
 3+4 \dots 3 \cdot 4 & 5+6 \dots 5 \cdot 6
 \end{array}$$

3. Проверь, будет ли делиться каждое слагаемое на 2 и сделай вывод.

$$(2+4) : 2=3.$$

$$(4+4) : 2=4.$$

$$(6+2) : 2=4.$$

$$(6+8) : 2=7.$$

$$(8+10) : 2=9.$$

4. Назови одним словом: квадрат, прямоугольник, ромб.

5. Посмотри на выражения ниже и сформулируй признак делимости на 3.

$$12 : 3, \text{ так как } (1+2) : 3.$$

$$234 : 3, \text{ так как } (2+3+4) : 3.$$

$$612 : 3, \text{ так как } (6+1+2) : 3.$$

Диагностика проводилась в индивидуальной форме. По ответам детей было понятно, что наиболее простыми заданиями для них были задания блока 2 (сравнение) и блока 4 (аналогия). Наибольшую сложность вызывали задания блока 5 (обобщение), так как умение обобщать включает в себя умение проанализировать данные и сделать вывод по ним. В этой связи при проведении формирующей работы следует это учесть и разработать задания на развитие умения обобщать, а также других недостаточно развитых умений.

Результаты уровня сформированности логических операций у младших школьников представлены в таблице 8.

Таблица 8 – Результаты уровня сформированности логических операций у младших школьников

Уровни	Анализ и синтез		Сравнение		Классификация		Аналогия		Обобщение	
	Кол-во детей	В %	Кол-во детей	В %	Кол-во детей	В %	Кол-во детей	В %	Кол-во детей	В %
Низкий	11	55%	7	35%	13	65%	6	30%	14	70%
Средний	9	45%	10	50%	7	35%	12	60%	6	30%
Высокий	0	0%	3	15%	0	0%	2	10%	0	0%

Графическая интерпретация данных таблицы 8 представлена на рисунке 9. Анализ данных рисунка 9 позволяет сделать следующие выводы:

1. Лучше всего у детей сформированы такие логические операции, как сравнение и аналогия. Такой вывод можно сделать в результате того, что количество детей с высоким и средним уровнем сформированности сравнения и аналогии превышает количество детей с низким уровнем сформированности сравнения и аналогии.

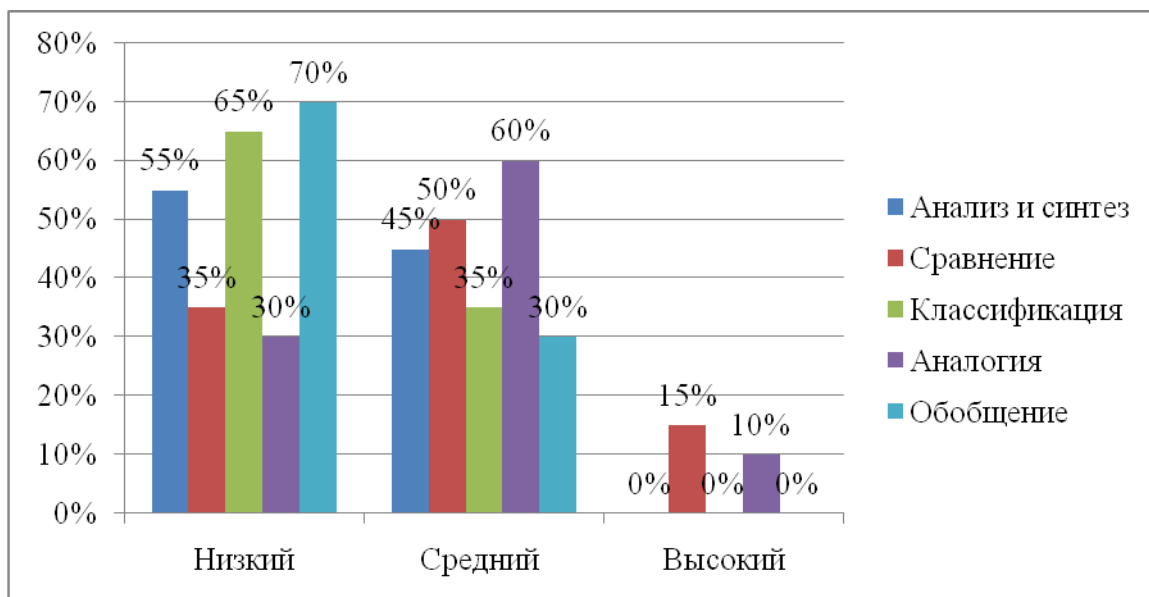


Рисунок 9 – Графическая интерпретация результатов диагностики уровня сформированности логических операций у младших школьников

2. Младшим школьникам сложно даются такие логические операции, как анализ, синтез, классификация, обобщение. Такой вывод можно сделать в результате того, что количество детей с низким уровнем сформированности анализа, синтеза, классификации, обобщения превышает количество детей со средним и высоким уровнями сформированности данных логических операций.

По итогам поведенного тестирования был сделан вывод, что учитель начальных классов при проведении уроков крайне редко дает ученикам задачи на нахождение пропорциональных величин. Подробный анализ задач опускается. Еще одна проблема заключается в том, что учителя недостаточно используют модели (схемы, таблицы или чертежи). Такие модели должны подбираться на основании условий задачи, а значит, дети смогут сами, без помощи взрослых смоделировать любую текстовую задачу, а не только задачи на нахождение пропорциональных величин. Также дети сталкиваются со сложностями при выборе решения из нескольких вариантов.

На основании проведенного исследования можно говорить, что в классе достаточно много детей, которые могут решить задачи с пропорциональными величинами, также ученики в двух классах могут

составить правильную модель к задаче, но при этом эти дети практически не могут объяснить ее при написании и последующем пояснении. Существует также отдельная категория учеников, которые просто отображают все необходимые действия с числами, но при этом не вникают в сущность задачи. Целью этих детей является не анализ, а просто вычисление. Подобные сложности возникают вследствие того, что дети не умеют анализировать задачи, не умеют сопоставлять искомое и известное, обнаружить зависимость между данными задачи и сравнением. Еще одной проблемой является отсутствие системы в требованиях к рассуждению при решении задач, при этом внимание должно быть сосредоточено на конечном результате. Следствием этого становится неосознанное выполнение учениками задач.

Результаты уровня сформированности логических операций у младших школьников показали, что уровень их сформированности у детей недостаточен и требуется разработка комплекса заданий, направленного на совершенствование логических операций. В качестве средства совершенствования логических операций у младших школьников были выбраны задачи с пропорциональными величинами.

2.2 Комплекс заданий, нацеленный на формирование у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами

Для повышения уровня умения решать задачи с пропорциональными величинами у младших школьников для начала нам было необходимо улучшить качество анализа содержания задач.

Для этого нами были предложены следующие простые задачи. Рассмотрим фрагмент урока по формированию у обучающихся умения решать задачи с пропорциональными величинами разными способами.

На слайде представлена задача 1: В 9 одинаковых наборах 54 чашки. Сколько чашек в 5 таких наборах? Сколько таких наборов получится из 60 чашек?

Перечислим вопросы младшим школьникам, которые можно задать по тексту указанной задачи:

1. Как удобнее записать задачу кратко? (В таблице).
2. О чем говорится в задаче? (Об одинаковых наборах из чашек).
3. Что означает число 9? (Количество наборов).
4. Что означает число 54? (Всего чашек в этих наборах).
5. Что надо узнать в задаче? (Сколько чашек в 5 таких наборах? Сколько таких наборов получится из 60 чашек?).
6. Объясните, что значит 9 одинаковых наборов, 5 таких наборов. (Одинаковых – значит число чашек в 1 наборе одинаковое во всех 9 наборах; в таких наборах – в этих наборах число чашек в 1 наборе такое же, как в 9 наборах, т. е. одинаковое).
7. Как назовём первую колонку в таблице? Вторую? Третью? (Чашек в 1 наборе; количество наборов; всего чашек).

Далее на слайде целесообразно представить таблицу 10.

Таблица 10 – Данные задачи 1 в табличном виде

В 1 наборе	Количество наборов	Всего чашек
Одинаково	9 н.	54 ч.
	5 н.	? ч.
	? н.	60 ч.

В процессе работы с таблицей младшим школьникам задаются следующие вопросы:

1. Какая величина в задаче не изменяется? (Число чашек в одном наборе).
2. Какие величины изменяются? (Количество наборов, количество чашек).

3. Что нужно знать, чтобы ответить на первый вопрос задачи: сколько чашек в 5 таких же наборах? (Число чашек в 1 наборе).

4. Каким действием? (Делением).

5. Как можем узнать? (Общее число чашек разделить на количество наборов).

6. Что сказано в задаче про число чашек в 1 наборе? (Одинаковое).

7. Каким действием узнаем число чашек в 5 наборах? (Умножением).

8. Как узнаем? (Число чашек в 1 наборе умножим на количество наборов).

9. Можем ли узнать количество наборов, зная число чашек в 1 наборе и общее их число? (Да).

10. Каким действием? (Делением).

11. Как можем узнать? (Общее число чашек разделить на число чашек в 1 наборе).

Далее младшим школьникам предлагается решить задачу самостоятельно по вариантам: 1 вариант с первым вопросом; 2 вариант со вторым вопросом.

Для удобства таблица разбивается на две (два ученика работают на индивидуальных досках). Первый вариант решения задачи представлен в таблице 11, второй вариант – в таблице 12.

Таблица 11 – Первый вариант решения задачи 1

В 1 наборе	Количество наборов	Всего чашек
Одинаково	9 н.	54 ч.
	5 н.	? ч.

Таблица 12 – Второй вариант решения задачи 1

В 1 наборе	Количество наборов	Всего чашек
Одинаково	9 н.	54 ч.
	? н.	60 ч.

Задачу первого варианта решают по действиям, а задачу второго варианта решают выражением. Далее сравнивают ответы (одинаковые или

разные) и выполняют проверку. После решения задачи можно предложить школьникам составить задачу, подобную данной, а также составить таблицу к ней.

В разработанный нами комплекс заданий вошли 60 задач с пропорциональными величинами, нацеленные на формирование у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений. Приведем примеры некоторых из них с комментариями.

Задача 1. Маша пошла в магазин и купила 2 буханки хлеба по 15 р., 1 пачку молока за 65 р. и 3 плавленых сыра по 45 р. Сколько денег заплатила Маша за всю покупку?

Методический комментарий к решению задачи 1:

Решение задачи начинается с анализа данных задачи (что дано, что найти). Затем для удобства решения задачи педагог предлагает детям оформить данные задачи в табличном виде (таблица 13).

Таблица 13 – Данные задачи 1

Наименование товара	Цена, р.	Количество	Стоимость, р.
Хлеб	15	2	?
Молоко	65	1	?
Плавленный сыр	45	3	?

Младшим школьникам следует задать вопрос: как по известной цене и количеству товара найти его стоимость?

Далее вычисляем стоимость первого товара (хлеб): $15 \cdot 2 = 30$ (р.).

Вычисляем стоимость второго товара (молоко): $65 \cdot 1 = 65$ (р.).

Вычисляем стоимость третьего товара (плавленный сыр):

$45 \cdot 3 = 135$ (р.).

Вычисляем стоимость всей покупки: $30 + 65 + 135 = 230$ (р.).

Записываем ответ: 230 р.

Проверка правильности решения задачи производится методом составления обратной задачи.

Задача 2. Вычисли стоимость каждой покупки (рис. 9).

Цена	Количество	Стоимость
23 р. 		? р.
41 р. 		? р.
15 р. 		? р.
100 р. 		? р.

Рисунок 9 – Рисунок к задаче 2 по формированию у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами

Методический комментарий к решению задачи 2:

Решение данной задачи аналогично решению задачи 1. Решение задачи начинается с анализа данных задачи (что дано, что найти). По каждому товару анализируем его цену и количество.

Далее вычисляем стоимость первого товара (хлеб): $23 \cdot 4 = 92$ (р.).

Вычисляем стоимость второго товара (масло): $41 \cdot 2 = 82$ (р.).

Вычисляем стоимость третьего товара (круассан): $15 \cdot 6 = 90$ (р.).

Вычисляем стоимость четвертого товара (сок): $100 \cdot 3 = 300$ (р.).

Вычисляем стоимость всей покупки: $92 + 82 + 90 + 300 = 564$ (р.).

Записываем ответ: 564 р.

Проверка правильности решения задачи производится методом составления обратной задачи.

Задача 3. Составь выражение к каждой из задач и найди его значение:

Задача 3.1. Цена шарфа 300 р. Чему равна стоимость 6 таких шарфов?

Методический комментарий к решению задачи 3.1.

Решение задачи начинается с анализа данных задачи (что дано, что найти). Решение задачи 3 аналогично задачам 1 и 2.

Стоимость шести шарфов равна: $30 \cdot 6 = 1800$ (р.).

Записываем ответ: 1800 р.

Проверка правильности решения задачи производится методом составления обратной задачи.

Задача 3.2. Метр ткани стоит 200 р. Какова стоимость 7 м ткани?

Методический комментарий к решению задачи 3.2.

Решение задачи 3.2 начинается с анализа данных задачи (что дано, что найти). Решение задачи 3.2 аналогично задаче 3.1.

Стоимость 7 м ткани равна: $200 \cdot 7 = 1400$ (р.).

Записываем ответ: 1400 р.

Проверка правильности решения задачи производится методом составления обратной задачи.

Задача 3.3. Цена пиццы в кафе – 500 р. Сколько нужно заплатить за 3 таких пиццы?

Методический комментарий к решению задачи 3.3.

Решение задачи 3.3 начинается с анализа данных задачи (что дано, что найти). Решение задачи 3.3 аналогично задачам 3.1 и 3.2.

Стоимость 3 пицц равна: $500 \cdot 3 = 1500$ (р.).

Записываем ответ: 1500 р.

Проверка правильности решения задачи производится методом составления обратной задачи.

После решения трех задач младшим школьникам предлагается ответить на вопросы:

1. Что общего во всех этих задачах? (Во всех задачах по двум известным величинам нужно найти третью величину).

2. Какие величины в них используются? (Цена, количество, стоимость).

3. Каким образом можно найти стоимость товара, зная его количество и цену? (Стоимость товара = цена · количество).

Задача 4. Составьте задачу по данным таблицы 14 и решите ее.

Таблица 14 – Данные к задаче 4

Цена	Количество	Стоимость
3 р.	?	27 р.
6 р.	?	36 р.
12 р.	?	48 р.

Методический комментарий к решению задачи 4

Решение задачи начинается с анализа данных задачи (что дано, что найти). Далее педагог предлагает детям ответить на вопросы:

1. Какой товар может стоить 3 р. за штуку? (Спички).
2. Какой товар может стоить 6 р. за штуку? (Зубочистки).
3. Какой товар может стоить 12 р. за штуку? (Приправа).
4. Давайте придумаем имя мальчика или девочки, который мог купить эти товары? (Мальчик Тимур).
5. Зачем он пошел в магазин? (Его отправила мама).
6. Давайте сформулируем первое предложение задачи...(Мама отправила Тимура в магазин и велела ему купить спички, зубочистки, приправу).
7. Когда мальчик купил первый товар, сколько он за него заплатил? (27 р.).
8. А сколько он заплатил за второй товар? (36 р.).
9. Сколько он заплатил за третий товар? (48 р.).
10. Как можно сформулировать второе предложение задачи? (За спички Тимур заплатил 27 р., за зубочистки – 36 р., а за приправу – 48 р.).
11. Что нужно найти в задаче? (Количество каждого купленного товара).
12. Как можно сформулировать вопрос задачи? (Какое количество каждого товара купил Тимур?).

Пример составленной задачи 4 представлен ниже.

Мама отправила Тимура в магазин и велела ему купить спички, зубочистки, приправу. Какое количество каждого товара купил Тимур,

если он заплатил за спички 27 р., за зубочистки – 36 р., а за приправу – 48р.?

Сформулируйте правило, как найти количество товара, если известны его цена и стоимость.

Задача 5. Составьте задачу по схеме (рис. 10) и решите ее.



Рисунок 10 – Данные к задаче 5

Методический комментарий к решению задачи 5

Решение задачи 5 начинается с анализа данных задачи (что дано, что найти). Далее педагог предлагает детям ответить на вопросы:

1. Какой товар может стоить 23 р. за штуку? (Шоколад).
2. Сколько шоколада было куплено? (4 шт.).
3. Какой товар может стоить 41 р. за штуку? (Чай).
4. Сколько пачек чая было куплено? (2 пачки).
5. Какой товар может стоить 15 р. за штуку? (Мороженое).
6. Сколько пачек мороженого было куплено? (6 пачек).
7. Какой товар может стоить 100 р. за штуку? (Масло).
8. Сколько пачек масла было куплено? (3 пачки).
9. Давайте придумаем имя мальчика или девочки, который мог купить эти товары? (Девочка Саша).
10. Зачем она пошла в магазин? (Ее отправила мама).
11. Давайте сформулируем первое предложение задачи...(Мама отправила Сашу в магазин и сказала купить 4 плитки шоколада, 2 пачки чай, 6 пачек мороженого и 3 пачки масла).
12. Какие величины используются в задаче? (Цена, количество, стоимость).
13. Какая величина в задаче является неизвестной? (Стоимость).

14. Как можно сформулировать вопрос задачи? (Сколько Саша заплатила за покупку?).

Пример составленной задачи 5 представлен ниже.

Мама отправила Сашу в магазин и сказала купить 4 плитки шоколада, 2 пачки чай, 6 пачек мороженого и 3 пачки масла. Сколько Саша заплатила за покупку?

Задача 6. Составьте задачу по данным таблицы 15 и решите ее.

Таблица 15 – Данные к задаче 6

Цена	Количество	Стоимость
15 р.	2	?
15 р.	4	?
15 р.	8	?

Ответьте на вопросы:

1. Какая величина не изменяется? (Цена).
2. Как изменяется количество товара? (Увеличивается в 2 раза).
3. Как изменяется стоимость товара? (Увеличивается в 2 раза).

Пример составленной задачи 6 представлен ниже.

Цена некоторого товара составляет 15 р. В первый день было куплено 2 шт. данного товара, во второй день – 4 шт. этого же самого товара, а в третий день – 8 шт. этого товара. Как изменяется стоимость товара день ото дня?

Задача 7. Объясни, как заполнить таблицу 16.

Таблица 16 – Данные к задаче 7

Производительность	Время	Работа
19 деталей в день	5 дн.	<input type="checkbox"/> деталей
23 знака в минуту	<input type="checkbox"/> мин	230 знаков
<input type="checkbox"/> кирпичей в час	2 ч	112 кирпичей

Приведем методический комментарий к решению задачи 7.

Педагог предлагает детям ответить на вопросы:

1. Какие величины содержатся в задачах? (Производительность, время, работа).

2. Какие величины являются известными, а какие неизвестными в первой задаче? (Известные величины – производительность и время, неизвестная величина – работа).

3. Что такое производительность? (Работа в единицу времени).

4. Как по известной производительности и времени найти работу? (Работу нужно умножить на время).

5. Как вы найдете работу в первой задаче? ($19 \cdot 5 = 95$ (дет.)).

6. Какие величины являются известными, а какие неизвестными во второй задаче? (Известные величины – производительность и работа, неизвестная величина – время).

7. Как по известной производительности и работе найти время? (Работу нужно разделить на производительность).

8. Как вы найдете время во второй задаче? ($230 : 23 = 10$ (мин)).

9. Какие величины являются известными, а какие неизвестными в третьей задаче? (Известные величины – работа и время, неизвестная величина – производительность).

10. Как по известной работе и времени найти производительность? (Работу нужно разделить на время).

11. Как вы найдете работу в третьей задаче? ($112 : 2 = 56$ (к./ч)).

Запись ответа: 95 деталей, 10 мин, 56 кирпичей в час.

Задача 8. Реши задачу. Первый бульдозер разровнял 312 м^2 дороги за 4 ч, а второй – 656 м^2 за 8 ч. У какого бульдозера производительность выше и на сколько?

Методический комментарий к решению задачи 8.

Педагог предлагает детям ответить на вопросы:

1. Какие величины используются в задаче? (Работа, время, производительность).

2. Какие известные величины содержатся в задаче? (Работа, время).

3. Какая величина в задаче является неизвестной?
(Производительность).

4. Как найти производительность? (Работу разделить на время)

5. Найдите производительность первого бульдозера ($312:4=78$ (м²/ч)).

6. Найдите производительность второго бульдозера ($656 :8=82$ (м²/ч)).

7. Можно ли по найденным данным понять, у какого бульдозера производительность выше? (Да, у второго).

8. Как определить, насколько выше производительность у второго бульдозера, чем у первого? (Найти разность их производительностей: $82-78=4$ (м²/ч)).

Запись ответа задачи: на 4 м²/ч.

Задача 9. Составь задачу, аналогичную задаче 8 и реши ее.

Методический комментарий к решению задачи 9.

Вопросы младшим школьникам:

1. Какие два объекта или субъекта будут выполнять работу? (два токаря).

2. Что они будут делать? (Точить детали).

3. Какое количество работы выполняет первый токарь и за какое время? Данные следует подобрать так, чтобы они делились без остатка (552 деталей за 4 часа).

4. Какое количество работы выполняет второй токарь и за какое время? Данные следует подобрать так, чтобы они делились без остатка (600 деталей за 6 часов).

5. Что следует найти в задаче? (У какого токаря производительность выше и на сколько?).

Решение задачи записывается по действиям:

1) $552 : 4=138$ (дет./ч) – производительность первого токаря;

2) $600 : 6=100$ (дет./ч) – производительность второго токаря;

3) $138 - 100=38$ (дет./ч).

Запись ответа задачи: на 38 дет./ч больше производительность первого токаря.

Задача 10. Первый крот прорыл подземный ход длиной 360 см за 12 мин, а второй – 315 см за 21 мин. Производительность какого из кротов выше и во сколько раз?

Методический комментарий к решению задачи 10.

Задача 10 решается аналогично задаче 8. Младшим школьникам задают вопросы по условию задачи, представленные в методическом комментарии к задаче 8. Здесь данные вопросы приводиться не будут. Единственное отличие в том, что у детей требуется спросить, как определить, во сколько раз выше производительность крота?

Решение задачи записывается по действиям:

- 1) $360 : 12 = 30$ (см/мин) – производительность первого крота;
- 2) $315 : 21 = 15$ (см/мин) – производительность второго крота;
- 3) $30 : 15 = 2$ (р.) – во столько раз выше производительность первого крота.

Запись ответа задачи: в 2 раза выше производительность первого крота.

Другие задания комплекса, нацеленные на формирование у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами, представлены в приложении А.

На основании проведенного исследования разработаем методические рекомендации педагогам по формированию у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами.

2.3 Рекомендации педагогам по формированию у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами

Для того чтобы сформировать у младших школьников действие построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами, нужно реализовывать следующие действия:

1. Обучить детей качественному анализу содержания задач.
2. Прибегать к моделированию содержания задачи через взаимосвязь между искомыми и данными величинами задачи.
3. Использовать разнообразные методические приемы, такие как составление задач: по рисунку; по таблице; по заданному решению; подбору вопросов; по условию; по решению; объяснению выражения; по взаимосвязи с жизненными ситуациями.
4. Сформировать у младших школьников алгоритм решения простых задач с пропорциональными величинами. Это задачи на цену-количество-стоимость, а также скорость-время-расстояние.
5. Переходить к решению составных задач, после того как обучающиеся будут безошибочно решать простые задачи с пропорциональными величинами.
6. Использовать принцип постепенного нарастания сложности задач.
7. Изучать и закреплять у младших школьников основные понятия о составных частях текстовой задачи.
8. Формировать умение выделять данные части в содержании представленной задачи.
9. Учить младших школьников проводить анализ текста задачи, представлением и выполнением модели, которая иллюстрирует ее содержание.

10. Учителю строить схематический чертеж или вносить данные в таблицу одновременно с анализом задачи. Следует убедиться, что младшие школьники понимают, о чем идет речь в задаче, могут составить краткую запись.

11. Разработать тестовые задачи для того чтобы сократить время на проверку сформированности умения решать задачи с пропорциональными величинами.

12. Развивать умение осуществлять самостоятельный поиск пути решения и выбор способа решения, а также осуществлять проверку правильности решения.

13. Предлагать младшим школьникам сравнить две задачи и выяснить, что между ними различного и общего.

14. Учителю:

- решать задачи разными способами;
- составлять задачи по аналогии;
- дополнять задачу требуемыми данными и формулировать вопрос к задаче;
- составлять задачу, ориентируясь на готовое решение;
- уметь выполнить проверку правильности решения задачи.

15. Мотивировать обучающихся к решению задач с пропорциональными величинами. Ведь в последние десятилетия в начальной школе все меньше и меньше внимания уделяется мотивировке изучения того или иного раздела математики, а иногда и развитию интереса к ней. На всех уровнях обучения обучающиеся нуждаются в сведениях, которые увязывают их предыдущий опыт с новыми знаниями. Для того чтобы мотивировать младших школьников решать задачи с пропорциональными величинами следует увязать их с жизнью, т. е. задачу на цену-количество-стоимость преподнести им на примере конкретной жизненной ситуации: «Мама послала вас в магазин. Вам нужно купить...».

Подобная работа позволит им также показать практическую значимость данных задач.

16. Проводить подготовительную работу к решению задач на нахождение 4-го пропорционального, которая должна предусматривать ознакомление с величинами и связями между ними. Младших школьников следует ознакомить с такими величинами, как цена, стоимость, скорость и т. д. При этом ознакомление с перечисленными величинами следует проводить с одновременным раскрытием связей между ними. С этой целью можно использовать игровой прием «в магазин». Так, младшим школьникам можно предложить решать задачи подобные данной: «Для подготовки в школе ты зашел в магазин «Канцтовары» и купил 3 ручки, 10 тетрадей, 2 карандаша. Сколько ты заплатил за покупку, если 1 ручка стоит 50 р., тетрадь стоит 20 р., а карандаш стоит 30 р.?»

17. Проводить подобную работу еще с двумя группами величин: «скорость – время – расстояние», «длина прямоугольника – ширина – площадь». Связи между этими группами величин младшие школьники могут установить самостоятельно.

18. Осуществлять руководство работой детей и периодически повторять изученный материал. После подготовительной работы по решению задач на нахождение 4-го пропорционального нахождение значений постоянной величины, как правило, не вызывает затруднений у обучающихся.

19. Вводить задачи на пропорциональное деление следует после решения задач на нахождение 4-го пропорционального. Решение задач на пропорциональное деление целесообразно записывать в виде отдельных действий с пояснениями. Вопрос задачи лучше расчленить на два вопроса. Далее следует составить со школьниками план решения и пошагово его реализовать, выполнив проверку в конце. Проверка решения выполняется способом установления соответствия между числами, полученными в ответе и данными задачи.

20. Использовать методику работы по ознакомлению с задачами на нахождение неизвестного по двум разностям, аналогичную методике обучения решению задач на пропорциональное деление. Она состоит в том, что вначале можно предлагать задачи не в готовом виде, а составлять их из задач на нахождение четвертого пропорционального, а затем включать готовые задачи.

21. Предлагать младшим школьникам составлять собственные практические задачи с пропорциональными величинами, составлять к ним таблицу, рисовать чертеж, сравнивать их условия, делать выводы по решению задач.

22. Предлагать младшим школьникам:

- найти ошибки в построенной модели;
- дополнить модель, чтобы она соответствовала задаче;
- выбрать модель, отвечающую данной задаче;
- составить задачу по готовому решению;
- составить задачу по готовой схеме.

23. Акцентировать внимание младших школьников на повторении и формировании осознанности обучающимися в изучении величин, подборе данных, обращать внимание на правильность формулировки вопроса. Также следует обоснованно подходить к выдерживанию всех этапов решения задачи.

В любой задаче существуют связи и зависимости между величинами, и решение задач по существу является средством изучения и познания этих связей и зависимостей. Строя схематический чертёж, мы освобождаем учеников от восприятия несущественных особенностей условий, а существенные представляем в наглядной и доступной для осмысления форме и тем самым помогаем детям установить и понять все возможные связи и зависимости между величинами. Это, в свою очередь, облегчает детям осуществление поиска способа решения.

Выводы по главе 2

Итак, для выявления уровня сформированности логических операций у младших школьников было проведено исследование на базе Муниципального казенного общеобразовательного учреждения «Основная общеобразовательная школа № 19» г. Коркино Челябинской области.

Диагностические задания включали в себя проверку сформированности таких логических операций, как анализ, синтез, сравнение, классификация, аналогия, обобщение. С учетом того, что нам не удалось подобрать подходящий диагностический материал, который был бы направлен на выявление уровня сформированности логических операций у младших школьников средствами математики, авторы исследования разработали самостоятельно диагностический инструментарий.

При разработке диагностической методики мы опирались на:

1. Учебник «Математика» для четвертого класса УМК «Школа России» М. И. Моро.
2. Методику обучения математики в начальных классах П. У. Байрамуковой, А. У. Уртеновой.
3. Практикум по методике обучения математике в начальной школе Н. Б. Истоминой, Ю. С. Заяц.

Результаты диагностики показали, что у младших школьников лучше всего сформированы такие логические операции, как сравнение и аналогия, и недостаточно сформированы такие логические операции, как анализ, синтез, классификация, обобщение.

Для совершенствования логических операций нами был разработан комплекс, состоящий из 60 задач с пропорциональными величинами, а также рекомендации по формированию действия построения логической цепи при решении задач с пропорциональными величинами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, в процессе нашего исследования на основе теоретического изучения и эмпирического исследования проблемы были разработаны методические рекомендации педагогам по формированию младших школьников действия построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами.

В процессе проведения исследования нами были решены определенные задачи.

Охарактеризовано действие построения логической цепи рассуждений как логическое универсальное учебное действие. Автором исследования было установлено, что логические действия выступают инструментальной основой математики, они позволяют скорректировать и классифицировать имеющиеся математические знания и создавать новые учебные знания. Логическая цепь рассуждений (в соответствии с ФГОС НОО) – цепь умозаключений на какую-либо тему, изложенных в логически последовательной форме.

Нами также была представлена методика работы над задачами с пропорциональными величинами в начальной школе. Эти задачи имеют переменные, которые находятся в пропорциональной зависимости, если с увеличением (уменьшением) значений одной из них значение другой соответственно увеличивается (уменьшается) во столько же раз. В начальных классах рассматриваются задачи, связанные с пропорциональными величинами: цена-количество-стоимость, скорость-время-расстояние и другие. К основным видам этих задач относятся задачи на нахождение четвертого пропорционального, на пропорциональное деление и на нахождение неизвестных по двум разностям. Решение задач с пропорциональными величинами в начальной школе идет по тем же этапам что и при решении всех остальных задач. Однако при решении

задач с пропорциональными величинами имеются отличия, такие как сведение к единице, наличие постоянной величины, трех величин и т. д.

Нами были систематизированы приемы формирования у младших школьников логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами: игровой прием, прием составления задач по таблице, по схеме, дополнение условия задачи и др.

С учетом того, что нам не удалось подобрать подходящий диагностический материал, который был бы направлен на выявление уровня сформированности логических операций у младших школьников средствами математики, авторы исследования разработали самостоятельно диагностический инструментарий. При разработке диагностической методики мы опирались на:

1. Учебник «Математика» для четвертого класса УМК «Школа России» М. И. Моро [17; 18].

2. Методику обучения математики в начальных классах П. У. Байрамуковой, А. У. Уртеновой [2].

3. Практикум по методике обучения математике в начальной школе Н. Б. Истоминой [14].

Разработанные диагностические задачи направлены на проверку сформированности умения выполнять такие логические операции, как анализ и синтез, сравнение, классификацию, аналогию, обобщение.

Исследован уровень сформированности у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений. Результаты исследования показали, что уровень их сформированности у детей недостаточен и требуется разработка комплекса заданий, направленных на совершенствование логических операций.

Мы разработали комплекс заданий, нацеленный на формирование у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами. Комплекс состоит из 30 задач с пропорциональными величинами.

Нами были разработаны рекомендации педагогам по формированию у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами. Педагогу рекомендовано научить школьников проводить анализ задач и соблюдать все этапы решения текстовой задачи; вначале решать простые задачи с пропорциональными величинами, а после переходить к составным, основываясь на принципе постепенно нарастающей сложности, использовать различные приемы обучения младших школьников решению задач с пропорциональными величинами, мотивировать их решать задачи с пропорциональными величинами, опираясь на их практическое использование, учитывать знания, имеющиеся у младших школьников и т. д.

Цель, поставленная в работе, достигнута, задачи решены.

Апробация работы проходила на международной молодежной научной конференции, по итогам работы которой в сборник материалов вошла статья:

Смирнова, Т. В. задачи с пропорциональными величинами как средство развития логического мышления младших школьников [Текст] / Т. В. Смирнова // Россия сегодня: национальные цели и региональные интересы. Взгляд молодых: статьи и тезисы докладов XXVI международной молодежной научной конференции, Челябинск, 21 апреля 2021 г. / Акад. труда и соц. отношений, Урал. соц.-эконом. ин-т (фил.). – М.: ИИЦ АТиСО, 2021. – 330-331 с.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Бабанский, Ю. К. Оптимизация учебно-воспитательного процесса [Текст] / Ю. К. Бабанский. – Москва: Просвещение, 1982. – 192 с.
2. Байрамукова, М. У. Методика обучения математике в начальных классах: Курс лекций [Текст] / М. У. Байрамукова, А. У. Уртеннова. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2009. – 229 с.
3. Белошистая, А. В. Методика обучения математике в начальной школе: курс лекций [Текст]: учеб. пособие для студентов высш. пед. учеб. заведений / А. В. Белошистая. – Москва: ВЛАДОС, 2005. – 455 с.
4. Белошистая, А. В. Развитие логического мышления младших школьников [Текст]: учеб. пособие для вузов / А. В. Белошистая, В. В. Левитес. – Москва: Юрайт, 2020. – 129 с.
5. Беспалько, В. П. Слагаемые педагогической технологии [Текст] / В. П. Беспалько. – Москва: Педагогика, 1989. – 192 с.
6. Венгер, Л. А. Основные закономерности психического развития ребенка [Текст] / Л. А. Венгер, В. С. Мухина // Дошкольное воспитание. – 1973. – №5. – С. 29-38.
7. Волков, Б. С. Психология возраста. От младшего школьника до старости. Логические схемы [Текст]: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по пед. специальностям / Б. С. Волков. – Москва: Гуманитарный изд. центр ВЛАДОС, 2013. – 511 с.
8. Гальперин, П. Я. Умственное действие как основа формирования мысли и образа [Текст] / П. Я. Гальперин // Вопросы психологии. – 1957. – № 6. – С. 58–70.
9. Гетманова, А. Д. Логика [Текст]: учебник для бакалавров / А. Д. Гетманова. – Москва: Омега-Л, 2014. – 303 с.
10. Давыдов, В. В. Психологическая теория учебной деятельности и методов начального обучения, основанных на содержательном обобщении [Текст] / В. В. Давыдов. – Томск: Пеленг, 1992. – 114 с.

11. Далингер, В. А. Методика обучения математике в начальной школе [Текст]: учеб. пособие для вузов / В. А. Далингер, Л. П. Борисова. – Москва: Юрайт, 2020. – 187 с.
12. Далингер, В. А. Методика обучения математике. Когнитивно-визуальный подход [Текст]: учеб. для вузов / В. А. Далингер, С. Д. Симонженков. – Москва: Юрайт, 2020. – 340 с.
13. Далингер, В. А. Методика развивающего обучения математике [Текст]: учеб. пособие для вузов / В. А. Далингер, Н. Д. Шатова. – Москва: Юрайт, 2020. – 297 с.
14. Истомина, Н. Б. Методика обучения математике в начальной школе : развивающее обучение [Текст]: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности 031200 (050708) – педагогика и методика нач. образования / Н. Б.Истомина. – Смоленск: Ассоциация XXI век, 2005. – 271 с.
15. Кагермазова, Л. Ц. Возрастная психология (Психология развития) [Текст]: учебник / Л. Ц. Кагермазова. – Москва: Гардарики, 2008. – 159 с.
16. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе: от действия к мысли: пособие для учителя [Текст] / под ред. А. Г. Асмолова. – Москва: Просвещение, 2008. – 151 с.
17. Математика. 4 класс. Учеб. для общеобразоват. организаций. В 2 ч. Ч. 1 / М. И. Моро, М. А. Бантова, Г. В. Бельтюкова и др. – Москва: Просвещение, 2016. – 112 с.
18. Математика. 4 класс. Учеб. для общеобразоват. организаций. В 2 ч. Ч. 2 / М. И. Моро, М. А. Бантова, Г. В. Бельтюкова и др. – Москва: Просвещение, 2016. – 120 с.
19. Мендыгалиева, А. К. Общие вопросы методики преподавания математики в начальной школе [Электронный ресурс] / А. К. Мендыгалиева. – Электрон. дан. – Режим доступа: <http://elib.osu.ru/bitstream/123456789/10390/1/Мендыгалиева%20А.К..pdf>, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус.

20. Леонтьев, А. Н. Лекции по общей психологии [Текст]: учеб. пособие для вузов по спец. «Психология» / А. Н. Леонтьев / под ред. Д. А. Леонтьева, Е. Е. Соколовой. – Москва: Смысл, 2000. – 509 с.
21. Лернер, И. Я. Дидактические основы методов обучения [Текст] / И. Я. Лернер. – Москва: Педагогика, 1981. – 186 с.
22. Новейший философский словарь [Текст] / сост. А. А. Грицанов. – Минск: Изд. В.М. Скакун, 1998. – 896 с.
23. Распоряжение от 24 декабря 2013 года N 2506-р [Об утверждении Концепции развития математического образования в Российской Федерации] [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. – Режим доступа: <https://docs.cntd.ru/document/499067348>, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус.
24. Рубинштейн, С. Л. Основы общей психологии [Текст] / С. Л. Рубинштейн. – Санкт-Петербург: Издательство «Питер», 2000. – 712 с.
25. Сергеева, Л. А. Методика обучения решению арифметических задач в начальной школе [Текст]: учебно-методическое пособие для бакалавров / Л. А. Сергеева. – Псков: ООО «ЛОГОС», 2016. – 94 с.
26. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. – Режим доступа: <https://fgos.ru>, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус.
27. Фундаментальное ядро содержания общего образования [Текст] / под ред. В. В. Козлова, А. М. Кондакова. – Москва: Просвещение, 2009. – 48 с.
28. Царева, С. Е. Обучение решению задач [Текст] / С. Е. Царева // Начальная школа. – 1997. – № 11. – С. 93–98.
29. Царева, С. Е. Обучение решению задач [Текст] / С. Е. Царева // Начальная школа. – 1998. – № 1. – С. 71–77.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Комплекс заданий, нацеленный на формирование у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами

Задача 1. Маша пошла в магазин и купила 2 буханки хлеба по 15 р., 1 пачку молока за 65 р. и 3 плавленых сыра по 45 р. Сколько денег заплатила Маша за всю покупку? [17].

Ответ: 230 р.

Задача 2. Вычисли стоимость каждой покупки (рисунок А.1) [14].

Цена	Количество	Стоимость
23 р.		? р.
41 р.		? р.
15 р.		? р.
100 р.		? р.

Рисунок А.1 – Рисунок к задаче 2 по формированию у младших школьников действия построения логической цепи рассуждений при решении задач с пропорциональными величинами

Ответ: 564 р.

Задача 3. Составь выражение к каждой из задач и найди его значение:

Задача 3.1. Цена шарфа 300 р. Чему равна стоимость 6 таких шарфов?

Ответ: 1800 р.

Задача 3.2. Метр ткани стоит 200 р. Какова стоимость 7 м ткани?

Ответ: 1400 р.

Задача 3.3. Цена пиццы в кафе – 500 р. Сколько нужно заплатить за 3 таких пиццы?

Ответ: 1500 р.

Задача 4. Составьте задачу по данным таблицы А.1 и решите ее.

Таблица А.1 – Данные к задаче 4

Цена	Количество	Стоимость
3 р.	?	27 р.
6 р.	?	36 р.
12 р.	?	48 р.

Пример составленной задачи 4 представлен ниже.

Мама отправила Тимура в магазин и сказала ему купить спички, зубочистки, приправу. Какое количество каждого товара купил Тимур, если он заплатил за спички 27 р., за зубочистки – 36 р., а за приправу – 48 р.?

Задача 5. Составьте задачу по схеме (рис.А.2) и решите ее [18].



Рисунок А.2 – Данные к задаче 5

Пример составленной задачи 5 представлен ниже.

Мама отправила Сашу в магазин и сказала купить 4 плитки шоколада, 2 пачки чай, 6 пачек мороженого и 3 пачки масла. Сколько Саша заплатила за покупку?

Задача 6. Составьте задачу по данным таблицы А.2 и решите ее.

Таблица А.2– Данные к задаче 6

Цена	Количество	Стоимость
15 р.	2	?
15 р.	4	?
15 р.	8	?

Пример составленной задачи 6 представлен ниже.

Цена некоторого товара составляет 15 р. В первый день было куплено 2 шт. данного товара, во второй день – 4 шт. этого же самого товара, а в третий день – 8 шт. этого товара. Как изменяется стоимость товара день ото дня?

Задача 7. Объясни, как заполнить таблицу А.3.

Таблица А.3– Данные к задаче 7

Производительность	Время	Работа
19 деталей в день	5 дн.	<input type="checkbox"/> деталей
23 знака в минуту	<input type="checkbox"/> мин	230 знаков
<input type="checkbox"/> кирпичей в час	2 ч	112 кирпичей

Ответ: 95 деталей, 10 мин, 56 кирпичей в час.

Задача 8. Реши задачу. Первый бульдозер разровнял 312 м^2 дороги за 4 ч, а второй – 656 м^2 за 8 ч. У какого бульдозера производительность выше и на сколько? [17]

Ответ: на $4 \text{ м}^2/\text{ч}$.

Задача 9. Составь задачу, аналогичную задаче 8 и реши ее.

Пример составленной задачи 9: два токаря выполняют работу. Первый токарь точит 552 детали за 4 часа. Второй токарь точит 600 деталей за 6 часов. У какого токаря производительность выше и на сколько?

Ответ: на 38 дет./ч больше производительность первого токаря.

Задача 10. Первый крот прорыл подземный ход длиной 360 см за 12 мин, а второй – 315 см за 21 мин. Производительность какого из кротов выше и во сколько раз? [2]

Ответ: в 2 раза больше производительность первого крота.

Задача 11. Рабочий укладывает 24 м асфальта за 1 мин. Один участок он подготовил за 7 мин, а другой – за 9 мин. Сколько метров асфальта подготовил рабочий за все время?

Ответ: 384 м.

Задача 12. Первая мастерица вяжет 125 см^2 кружева за 1 ч, а вторая – 130 см^2 . Сколько кружев они изготовят за 3 часа, работая совместно? [2]

Ответ: 765 см^2 .

Задача 13. Дана формула « $s = a \cdot v$ ». Закончи предложения [14]:

а) а – количество килограммов огурцов в одной банке, в – количество банок, с – ... (общая масса огурцов в банках);

б) с – общий расход ткани при пошиве наволочек, а – расход ткани на одну наволочку, в – ... (количество наволочек);

в) а – масса одного ящика, в – количество ящиков, с – ... (общая масса ящиков);

г) а – скорость бега кенгуру, в – время его бега, с – ... (расстояние);

Задача 14. На фабрике из 872 м ткани сшили 206 одинаковых наволочек и 115 простыней, расходуя по 4 м на каждую. Объясни, что находят каждым выражением [18]:

– $4 \cdot 115$ (количество материала, используемого для пошива 115 простыней);

– $872 - 4 \cdot 115$ (количество материала, используемого для пошива наволочек);

– $(872 - 4 \cdot 115) : 206$ (количество материала, используемого для пошива 1 наволочки).

Задача 15. Заполни таблицу А.5 по образцу (таблица А.4)

Таблица А.4 – Образец к заполнению таблицы А.5

Мерка	Количество мерок	Целое
Масок, изготовленных каждым классом	Число классов	Всего масок
Книг в каждой посылке	Число посылок	Всего книг
Учебников в каждой пачке	Число пачек	Всего учебников
Человек в каждой команде	Число команд	Всего человек

Таблица А.5 – Данные к задаче 15

Мерка	Количество мерок	Целое
Предметов в одной коробке	(Количество коробок)	Всего предметов
Снимков на одной пленке	Число пленок	(Всего снимков)
(Учебников в одной пачке)	Число пачек	Всего учебников
Деревьев в каждом ряду	(Число рядов)	Всего деревьев

Задача 16. Заполните таблицу А.6 и решите задачу.

Таблица А.6 – Данные к задаче 16

Сколько кроликов сидит в клетке, если всего у них 36 ног?		
Мерка	Количество мерок	Целое

Пример заполнения таблицы А.6 к задаче 16 представлен в таблице А.7

Таблица А.7 – Пример заполнения таблицы А.6 к задаче 16

Сколько кроликов сидит в клетке, если всего у них 36 ног?		
Мерка	Количество мерок	Целое
Количество кроликов	Ног у одного кролика	Всего ног

Ответ: 9 кроликов.

Задача 17. Цена одной вазы 90 рублей. Сколько нужно заплатить за 5 таких ваз?». Ответьте на вопросы:

17.1. О каких объектах говорится в задаче? (О вазах).

17.2. Что о них известно? (Цена одной вазы равна 90 рублям; нужно заплатить за 5 таких ваз).

17.3. Что значит «таких» ваз? (Цена этих ваз одинаковая).

17.4. Какие величины известны? (Цена, количество).

17.5. Назовите данные величины на языке схемы (Мерка; количество мерок.)

17.6. Что требуется найти? (Стоимость).

17.7. Как называется стоимость на языке схемы? (Целое).

Задача 18. Определи, какие величины являются одинаковыми, а какие различными. Запиши вопрос к задаче и реши ее (таблица А.8)?

Таблица А.8– Данные к задаче 18

Цена	Количество	Стоимость
?	2	24 р.
?	3	24 р.

Одинаковые величины – стоимость, различные величины – цена и количество.

Вопрос: какова цена первого и второго товара?

Ответ: 12 р.; 8 р.

Задача 19. Столяр и его ученик ремонтировали стулья. Ученик работал 6 дней, ремонтируя по 10 стульев в день, а столяр сделал такую же работу за 4 дня. Сколько стульев в день ремонтировал столяр?

Ответ: 15 стульев.

Задача 20. Рабочий расфасовал в пакеты 46 кг пшеницы и 42 кг риса. Всего получилось 44 пакета одинаковой массы. Сколько получилось пакетов пшеницы и риса в отдельности?

Ответ: 23 пакета пшеницы; 21 пакет риса.

Задача 21. В один магазин привезли 18 одинаковых бидонов молока, в другой – 12 таких же бидонов. В первый магазин привезли на 240 л молока больше, чем во второй. Сколько литров молока привезли в каждый магазин?

Ответ: 720 л – в первый магазин; 480 л – во второй.

Задача 22. В магазин привезли 12 коробок с печеньем и 18 таких же коробок с вафлями. Вафель на 84 кг больше, чем печенья. Какова масса печенья и масса вафель?

Ответ: 168 кг печенья; 252 кг вафель.

Задача 23. Один велосипедист потратил на дорогу 12 мин, а второй ехал с той же скоростью 18 мин и проехал на 84 м больше, чем первый. Сколько метров проехал каждый велосипедист?

Ответ: 168 м – первый велосипедист; 252 м – второй велосипедист.

Задача 24. В большом зрительном зале 18 одинаковых рядов кресел, а в малом – 12 таких же рядов. В большом зале на 84 кресла больше, чем в малом. Сколько кресел в каждом зале?

Ответ: 252 кресла – в большом зале; 168 кресел – в малом.

Задача 25. Дополни задачу данными и реши ее: автомат штампует 38 деталей в час...

Задача может быть дополнена следующим образом: сколько деталей получит цех за 10 часов работы автомата?

Ответ: 380 деталей.

Задача 26. Составь вопрос к задаче: поезд двигался со скоростью 67 км/ч. Поезд был в пути 8 часов...

Вопрос: какое расстояние он прошел за это время?

Ответ: 536 км.

Задача 27. Составь вопрос к задаче: цена книги 127 р. Нужно купить 5 книг...

Вопрос: сколько понадобится денег для покупки?

Ответ: 635р.

Задача 28. Найди неизвестные величины в таблице А.9

Таблица А.9 – Данные к задаче 28

V	t	S
16 км/ч	? ч	128 км
? км/ч	5 ч	315 км
118 км/ч	2 ч	? км

Ответы представлены в таблице А.10

Таблица А.10 – Ответы к задаче 28

V	t	S
16 км/ч	8 ч	128 км
63 км/ч	5 ч	315 км
118 км/ч	2 ч	236 км

Задача 29. На заводе первый мастер вытачивает 72 детали за 6 часов, а второй – 112 деталей за 8 часов. Какой из мастеров вытачивает в час больше деталей и на сколько?

Ответ: на 2 детали больше вытачивает второй мастер.

Задача 30. Вычисли производительность труда:

- тракторист за 11 мин вспахал участок площадью 286 м²;
- Маша посчитала, что за 23 минут она связала 966 петель;
- барабанщик сделал 972 удара за 3 минуты;
- фермер получил от одной крольчихи 150 крольчат за 5 лет.

Ответ: 26 м²/мин; 42 петли/мин; 324 удара/мин; 30 крольчат/год.