



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-  
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ

Повторение и обобщение знаний по теме "Тождественные преобразования  
выражений" в процессе подготовки к ЕГЭ

Выпускная квалификационная работа  
по направлению 44.03.01 Педагогическое образование,  
направленность программы бакалавриата «Математика»

Проверка на объем заимствований:  
74 % авторского текста

Работа рецензирована к защите  
«3» апреля 2017 г.  
зав. кафедрой математики и методики  
обучения математике  
Суховиенко Суховиенко Е.А.

Выполнила:  
Студентка группы ЗФ-413/087-4-1  
Зинатулина Эльвира Ринатовна

Научный руководитель:  
к.п.н., доцент кафедры МиМОМ  
Севостьянова Светлана Анатольевна

Челябинск  
2017

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ТОЖДЕСТВЕННЫМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯМ ВЫРАЖЕНИЙ.....	7
1.1 Понятие и сущность тождественных преобразований выражений.....	7
1.2 Требования к умениям и навыкам учащихся по проблеме «Тождественные преобразования выражений».....	15
1.3 Роль повторения и обобщения знаний при обучении учащихся.....	20
ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОВТОРЕНИЯ И ОБОБЩЕНИЯ ЗНАНИЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ ВЫПУСКНИКОВ ШКОЛЫ ТОЖДЕСТВЕННЫМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯМ ВЫРАЖЕНИЙ.....	27
2.1 Методические рекомендации организации повторения и обобщения знаний в процессе обучения тождественным преобразованиям.....	27
2.2 Особенности организации повторения и обобщения знаний по теме «Тождественные преобразования выражений» в процессе подготовки к ЕГЭ..	37
ГЛАВА III. ПОВТОРЕНИЕ И ОБОБЩЕНИЕ ЗНАНИЙ НА УРОКАХ И ВО ВНЕКЛАССНОЙ РАБОТЕ КАК ОСНОВА ВЫСОКОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ ВЫПУСКНИКОВ ШКОЛЫ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ТОЖДЕСТВЕННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ВЫРАЖЕНИЙ.....	47
3.1 Элективный курс «Тождественные преобразования выражений» в 11 классе (второе полугодие).....	47
3.2 Примеры разработок уроков и внеурочных занятий.....	52
3.3 Анализ результативности выполнения тождественных преобразований выражений в 11-х классах.....	60
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	67
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	73
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	78

## ВВЕДЕНИЕ

Внедрение федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС) требует больших изменений в организации образовательного процесса. Особое значение в современной модели образования имеет развитие личности обучающегося. Целью современного образования становится развитие личности обучающихся, воспитание личности, способной к самоопределению, самообразованию и самовоспитанию.

Одним из аспектов развития личности является развитие мыслительной деятельности. Ученые доказали, что значительное место в мыслительном процессе занимает обобщение и систематизация знаний, которое оказывают положительное влияние на развитие логического мышления и творческих способностей учащихся, в формировании научного мировоззрения.

Особая роль при новой форме проведения выпускного экзамена в форме ЕГЭ отведена организации всех видов повторения не только в 11 классе, а на протяжении всего курса обучения.

Учащиеся должны осознать, что лишь при их активной позиции по отношению к предмету «математика» можно рассчитывать на успех. А. Дистервег писал: «Развитие и образование ни одному человеку не могут быть даны или сообщены. Всякий, кто желает к ним приобщиться, должен достигнуть этого собственной деятельностью, собственными силами, собственным напряжением. Извне он может получить только возбуждение».

В связи с ЕГЭ особое внимание в современное время должно быть уделено на всех ступенях обучения обобщению и систематизации знаний по теме «Тождественные преобразования выражений», так как эти знания являются фундаментом математических знаний, умений и навыков учащихся для успешного изучения разделов математики в школе, а в дальнейшем математических дисциплин в вузе.

В современной организации образовательного процесса:

- уже в начальной школе вводятся элементарные сведения о переменной и буквенной записи законов арифметических действий на интуитивно-практическом уровне;

- в 5-6-ых классах учащиеся получают начальные представления об использовании букв для записи выражений и свойств арифметических действий, составлении уравнений, формируют простейшие навыки преобразования выражений;

- начиная с 7 класса учащиеся постоянно систематизируют теоретическую базу, на которой основываются различные виды преобразований, и развивают умения и навыки их применения.

Однако многие выпускники не справляются на должном уровне с заданиями, в которых требуется преобразование выражений. Это связано как с резким увеличением числа и разнообразия совершаемых преобразований, так и с усложнением деятельности по их обоснованию и выяснению условий применимости, с выделением и изучением обобщенных понятий тождества, тождественного преобразования, равносильного преобразования.

Выпускники школы получают большой объем различной информации, и невозможно всё удержать в голове и не растерять знания и навыки. Поэтому организация обобщения и систематизации знаний по теме «Тождественные преобразования выражений» в процессе подготовки к ЕГЭ должна занять одно из центральных мест в обучении математики.

Цель выпускной квалификационной работы состоит в разработке методических рекомендаций по организации повторения и обобщения знаний по теме «Тождественные преобразования выражений» в процессе подготовки к ЕГЭ.

Объектом исследования является процесс обучения тождественным преобразованиям выражений, ориентированный на целостное развитие

личности каждого выпускника школы и на получение ими в течение всего обучения прочного математического образования на основе повторения и систематизации знаний.

Предметом исследования являются методические методы и приемы обобщения и систематизации знаний в обучении тождественным преобразованиям в процессе подготовке к ЕГЭ.

В соответствии с целью исследования необходимо решить следующие задачи:

- обобщить понятие и сущность тождественных преобразований выражений, выявить роль повторения и обобщения знаний при обучении учащихся тождественным преобразованиям выражений;

- разработать методические рекомендации по организации повторения и обобщения знаний в процессе обучения тождественным преобразованиям в процессе подготовки к ЕГЭ;

- проверить эффективность предложенных рекомендаций в опытном преподавании на основе сравнительного анализа качества умений и навыков до применения методических рекомендаций и после.

В данной работе выдвинута следующая гипотеза: обучение решению задач на выполнение тождественных преобразований в процессе подготовки к ЕГЭ будет более эффективным, если:

1. формирование навыков будет происходить на основе использования урочной и внеурочной форм обучения;

2. в системе проводить обобщение и систематизацию знаний и умений по тождественному преобразованию выражений с использованием алгоритмизации рациональных приемов.

Для достижения поставленных целей, проверки гипотезы и решения сформулированных выше задач были использованы следующие методы исследования: изучение учебно-методической и математической литературы;

анализ литературы по методике преподавания математике; опытное преподавание.

В выпускной квалификационной работе использованы труды ученых Л. С. Выготского, В. В. Давыдова, А. Н. Леонтьева, А. А. Смирнова, Д. Б. Эльконина и др.

Практическая значимость исследования заключается в том, что разработанные в выпускной квалификационной работе методические рекомендации по проведению поурочного, тематического и итогового этапов обобщающего повторения могут быть использованы учителями математики при организации повторительной работы в школы.

Практический материал будет способствовать не только выработке у учащихся умений и закреплению навыков по тождественному преобразованию выражений, но и формированию устойчивого интереса учащихся к процессу и содержанию деятельности, а также познавательной и социальной активности.

# ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ТОЖДЕСТВЕННЫМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯМ ВЫРАЖЕНИЙ

## 1.1 Понятие и сущность тождественных преобразований выражений

На уроках математики в школе учащиеся часто выполняют задания с выражениями различного вида. Выражение в математике – это очень широкое понятие. Практически все записи, какие встречаются в математике – это набор математических выражений. Любые примеры, формулы, дроби, уравнения и так далее - это всё состоит из математических выражений.

По мере изучения нового материала записи выражений становятся все разнообразнее и сложнее.

В начальной школе изучают числовые выражения – это выражения, которые составлены из чисел с помощью знаков действий и скобок. Обычное число, дробь, любой пример на вычисление без переменных - это числовые выражения. Число, которое получается в результате выполнения действий в числовом выражении, называют значением выражения [11]

В основной школе на уроках математики изучают выражения, составленные с помощью чисел, переменных и их степеней и знаков действий называется выражением с переменными. Такие выражения называются выражениями с переменной. Если в выражении с переменными подставить вместо каждой переменной какое-либо её значение, то получится числовое выражение. Его значение называют значением выражения с переменными при выбранных значениях переменных.

Рассмотрим выражение с переменными  $x$  и  $y$  вида  $3 \cdot x \cdot y + y$ . При  $x=2$  и  $y=4$  получаем числовое выражение  $3 \cdot 2 \cdot 4 + 4$ . Вычислим значение этого выражения:  $3 \cdot 2 \cdot 4 + 4 = 24 + 4 = 28$ . Найденное значение 28 является значением исходного выражения с переменными  $3 \cdot x \cdot y + y$  при выбранных значениях переменных  $x=2$

и  $y=4$ .

В математике для удобства описания заданий выражения, состоящие из схожих элементов, распределили в несколько групп. В таблице 1 приведены основные виды и примеры выражений.

Таблица 1

Виды выражений с переменной

№ п/п	Вид выражения	Пример
1	Одночлены	$5; x; z^3; 5 \cdot x; 7x^27z^7$
2	Многочлены	$x^2 + 3x; 5x^5 - 23xz$
3	Рациональные (алгебраические) дроби	$\frac{3}{x+2}; \frac{2 \cdot a + 3 \cdot b}{4}; \frac{x^2 + 1}{x^2 - 2}$
4	Целые рациональные выражения	$(2 \cdot x - x^2):4; x^2 \cdot y^3 - z + 3/2$
5	Дробные рациональные выражения	$1:x; x:(y-1)$
6	Выражения со степенями	$32^{\frac{1}{5}} + 1; \frac{5^{3,5} \cdot 5^{-2}}{5^{-1,5}}; 3 \cdot x^3 \cdot x^{-1} + \frac{3}{x}; (x \cdot y^2)^{\frac{1}{3}}$
7	Иррациональные выражения, выражения с корнями	$\sqrt{x+6} + \sqrt[3]{x-2} + \frac{1}{\sqrt{4x^{\frac{2}{3}} + 3}} - 1\frac{1}{3}$
8	Тригонометрические выражения	$2 \sin x \cdot (tg^2 x + 3); \frac{4}{3} \cdot tg\left(\pi - \arcsin\left(-\frac{3}{5}\right)\right)$
9	Логарифмические выражения	$\log 39 + \ln 4; \log_2(4 \cdot a \cdot b)$
10	Дроби	$\frac{\frac{1}{\sqrt{3+1}} - \frac{1}{\sqrt{3-1}}}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5}}}; \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{1 + 3tg \alpha}; \frac{2 + \ln 5}{\ln x}$
11	Выражения общего вида	$\sqrt{x^2 - 1} \cdot \sin \frac{x + \pi}{3}; \sin  \arctg x  - \frac{a \cdot  x }{\sqrt{1 + x^2}}$



Среди множества выражений можно выделить тождественно равные выражения. Два выражения называются тождественно равными, если они определены на одном и том же множестве значений переменных и принимают равные числовые значения при всех допустимых значениях переменных, входящих в них. Примерами таких выражений являются  $2*(x + 3)$  и  $2x + 6$ ;  $y - 5y^2$  и  $y(1 - 5y)$  [15].

Если приравнять два тождественно равных выражения, то получим тождество. Тождеством называется равенство двух выражений, справедливое для любых допустимых значений входящих в него букв.

Например, тождеством считают верные числовые равенства. Тождествами также являются равенства, выражающие основные свойства действий над числами:  $a + b = b + a$ ;  $ab = ba$ ;  $(a + b) + c = a + (b + c)$ .

Замену одного выражения другим, тождественно равным ему выражением, но отличным по форме, называют тождественным преобразованием или просто преобразованием выражения. При этом исходное выражение и выражение, полученное после проведения тождественного преобразования, удобно записывать в виде равенства. Например, запись  $x+1+2=x+3$  означает, что исходное выражение  $x+1+2$  преобразовано к виду  $x+3$ . Если последовательно выполняются несколько тождественных преобразований, то это отображается цепочкой равенств. К примеру, запись  $x+1+2=x+3=3+x$  можно понимать как последовательное проведение двух преобразований: сначала выражение  $x+1+2$  преобразовали к виду  $x+3$ , а его – к виду  $3+x$ .

Тождественные преобразования выражений широко применяются при вычислении значений выражений и решении других задач. Целью тождественного преобразования может быть придание выражению вида, более удобного для численных расчетов или дальнейших преобразований.

Для достижения этой цели прибегают к различным тождественным преобразованиям. При этом необходимо обратить внимание на следующие

особенности тождественного преобразования выражения:

- данное и полученное выражение в результате преобразования принимают равные значения при любых значениях входящих в него букв;
- при тождественном преобразовании переходят от выражения, определяющего один способ вычисления, к выражению, определяющему другой способ вычисления того же значения [18].

Примером тождественных преобразований является, например, приведение подобных слагаемых и раскрытие скобок. Напомним правила выполнения этих преобразований:

- чтобы привести подобные слагаемые, нужно сложить их коэффициенты и результат умножить на общую буквенную часть
- если перед скобками стоит знак «плюс», то скобки можно опустить, сохранив знак каждого слагаемого, заключенного в скобки
- если перед скобками стоит знак «минус», то скобки можно опустить, изменив знак каждого слагаемого, заключенного в скобки [25].

Рассмотрим примеры наиболее часто используемых тождественных преобразований, которые проводятся с выражениями различных видов.

Одно из часто встречающихся тождественных преобразований: перестановка местами слагаемых: в любой сумме слагаемые можно переставлять местами. Это правило вытекает из переместительного и сочетательного свойств сложения. Из этих свойств следует, что все выражения, полученные после перестановки местами слагаемых, тождественно равны исходному выражению. Поэтому, перестановка местами слагаемых в сумме является тождественным преобразованием.

Примером может быть вычисление суммы  $3+5+7=5+3+7$ .

Слагаемые в суммах могут быть представлены не только числами, но и выражениями. Их тоже можно переставлять местами. Например, сумму двух слагаемых вида  $3+\sin x$  можно путем перестановки слагаемых преобразовать к

виду  $\sin x + 3$ .

Аналогично перестановке местами слагаемых проводится следующее преобразование – перестановка местами множителей в произведениях. Соответствующее правило звучит так: в произведении можно переставлять местами множители. Оно основано на переместительном и сочетательном свойствах умножения, из которых следует, что в результате перестановки местами множителей получается выражение, тождественно равное исходному выражению. Это и объясняет тот факт, что перестановка местами множителей представляет собой тождественное преобразование.

Перестановка местами слагаемых и множителей находит частое применение при вычислении значений выражений или упрощении их вида, она может также предшествовать группировке.

Под группировкой слагаемых понимают объединение нескольких слагаемых в группу, путем их перестановки и заключения в скобки. То есть, при группировке слагаемые переставляются местами так, чтобы группируемые слагаемые оказались рядом, после чего они заключаются в скобки. Например, после группировки первого слагаемого с третьим, выражение  $5+7+1$  примет вид  $(5+1)+7$ .

Аналогично в произведениях трех, четырех и т.д. множителей может быть проведена группировка множителей. Например, в произведении  $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$  можно сгруппировать первый множитель с третьим, а второй – с четвертым, при этом приходим к выражению  $(2 \cdot 4) \cdot (3 \cdot 5)$ . А если бы мы сгруппировали первый, второй и четвертый множители, то получили бы выражение  $(2 \cdot 3 \cdot 5) \cdot 4$ .

Очень важными в преобразовании выражений являются такие тождественные преобразования, как:

- умножение и деление числителя и знаменателя дроби на одно и то же число, отличное от нуля. Данное тождественное преобразование позволяют сократить дробь, привести дроби к общему знаменателю, освободиться от

иррациональности в знаменателе;

- умножение обеих частей равенства или уравнения на одно и то же число, отличное от нуля. Данное тождественное преобразование позволяет получить более простое уравнение, которое можно решить более рациональным способом. Например, уравнение  $5x^2 + 15x + 10 = 0$  при делении обеих его частей на 5, позволяет получить более простое уравнение  $x^2 + 3x + 2 = 0$ , которое можно решить на основе теоремы Виета [19].

Обобщим сущность части тождественных преобразований в таблице 2.

Таблица 2

Сущность основных видов тождественных преобразований

№ п/п	Вид	Сущность
1	Раскрытие скобок	Числовые выражения и выражения с переменными в своей записи могут содержать скобки. Эти выражения можно заменить тождественно равными выражениями, в которых будет меньшее количество скобок или их не будет вовсе.
2	Замена разностей суммами	Знакомство с противоположными числами позволило нам вычитание из числа $a$ числа $b$ рассматривать как прибавление к числу $a$ числа $-b$ . То есть, справедливо равенство $a-b=a+(-b)$ . На базе этого равенства выполняется замена разностей суммами.
4	Вынесение за скобки общего множителя	Когда слагаемые в выражении имеют одинаковый множитель, то исходное выражение представляется в виде произведения общего множителя и выражения в скобках, состоящего из исходных слагаемых без общего множителя.
5	Приведение подобных слагаемых	Суть приведения подобных слагаемых заключается в вынесении общей буквенной части подобных слагаемых за скобки, и в последующем вычислении суммы числовых коэффициентов в скобках.

6	Замена чисел и выражений тождественно равными им выражениями	Числа и выражения, из которых составлено исходное выражение, можно заменять тождественно равными им выражениями. Такое преобразование исходного выражения приводит к тождественно равному ему выражению.
7	Прибавление и вычитание одного и того же числа	Другим искусственным преобразованием выражения является прибавление и одновременное вычитание одного и того же числа или выражения. Такое преобразование является тождественным, так как оно, по сути, эквивалентно прибавлению нуля, а прибавление нуля не меняет значения.

Кроме основных тождественных преобразований алгебраических выражений существует еще целый ряд тождественных преобразований, относящихся к выражениям конкретного вида. Например, для дробей характерны такие преобразования, как сокращение дробей и приведение к новому знаменателю. Преобразование выражений с корнями и степенями выполняются с использованием свойств степени и свойств корня. Преобразование логарифмических выражений проводится на базе свойств логарифмов, а преобразование тригонометрических выражений – с использованием тригонометрических формул.

Для успешного осуществления тождественных преобразований выражений нужно помнить:

- формулы сокращенного умножения;
- свойства степени с целым показателем;
- формулы корней квадратного трехчлена  $ax^2 + bx + c$ ;
- теорему Виета;
- разложение квадратного трехчлена  $ax^2 + bx + c$  на множители;
- определение арифметического корня  $n$ -ой степени;
- определение модуля числа;

- свойства арифметического корня и т.д.

Особо необходимо обратить внимание на то обстоятельство, что в 8 классе начинается изучение выражений, которые имеют смысл не при любых значениях переменных. При проведении тождественных преобразований таких выражений нужно следить за областью допустимых значений (ОДЗ) переменных. При этом:

- часть тождественных преобразований могут сужать область допустимых значений, например, при переходе от выражения  $\ln x^2$  к выражению  $2 \cdot \ln x$  ОДЗ переменной  $x$  сужается с множества всех действительных чисел, кроме 0, до множества всех положительных действительных чисел;

- часть тождественных преобразований могут сужать область допустимых значений: если заменить выражение  $x^2/x$  тождественно равным ему выражением  $x$ , то ОДЗ переменной  $x$  расширяется с множества действительных чисел за исключением нуля до множества всех действительных чисел.

Если не учитывать возможность сужения и расширения ОДЗ при проведении тождественных преобразований, то можно в ходе преобразований получить неверный ответ [33].

Таким образом, два выражения называются тождественно равными, если они определены на одном и том же множестве значений. Если приравнять два тождественно равных выражения, то получим тождество.

При этом необходимо обратить внимание на следующие особенности тождественного преобразования выражения: данное и полученное выражение в результате преобразования принимают равные значения при любых значениях входящих в него букв; при тождественном преобразовании переходят от выражения, определяющего один способ вычисления, к выражению, определяющему другой способ вычисления того же значения.

Все тождественные преобразования выражений можно разделить на две большие группы: основные тождественные преобразования алгебраических

выражений на основе свойств чисел и тождественные преобразование, относящихся к выражениям конкретного вида (логарифмические, тригонометрические и т.д.).

При проведении тождественных преобразований таких выражений нужно следить за областью допустимых значений (ОДЗ) переменных.

Если не учитывать возможность сужения и расширения ОДЗ при проведении тождественных преобразований, то можно в ходе преобразований получить неверный ответ.

## 1.2 Требования к умениям и навыкам учащихся по теме «Тождественные преобразования выражений»

В настоящее время задача развития математической культуры через систему формирования умений и навыков учащихся выходит на первый план. Под математической культурой понимают правильное употребление математических понятий, умение осознанно применять теорию при решении заданий и т.д. Можно говорить о владении учащимся тем или иным элементом математической культуры на том или ином уровне, если учащийся применяет составляющие этого элемента при решении задач соответствующего уровня сложности, то есть если учащийся:

- умеет выполнять это действие;
- может свободно использовать это действие при решении математической задачи без прямого указания на необходимость его применения [18].

Признаком высокой культуры тождественных преобразований у учащихся являются:

- прочные знания свойств и алгоритмов и умелое их применение;
- рациональные приемы вычислений и преобразований;

- умение обосновать применение приемов и правил вычислений и преобразований;
- автоматизм навыков безошибочного выполнения тождественных преобразований [41].

Требования к умениям и навыкам учащихся по проблеме «Тождественные преобразования выражений» можно разбить на несколько групп.

Первая группа требований к умениям и навыкам учащихся – это непосредственное знание формул и тождеств, которые необходимы для тождественного преобразования выражений. Например:

- свойства степени с целым показателем. Например, необходимо владеть такими умениями, как представлять дробь  $1/x^n$  в виде степени  $x^{-n}$ .

- свойства арифметического корня. При этом ученики очень четко должны владеть такими знаниями, как: корни четной степени извлекаются только из неотрицательных выражений или чисел; корни нечетной степени извлекаются из любых выражений;  $\sqrt[n]{a^{2n}} = |a|$  и т.д.

- свойства логарифмов. Особое внимание должно быть уделено формированию такого умения, как преобразование логарифмического выражения, у которого аргумент представлен в виде степени с четным показателем. Например,  $\log_b a^{2n} = 2n \log_b |a|$

Вторая группа требований к умениям и навыкам учащихся при формировании прочных знаний по проблеме «Тождественные преобразования выражений» – это качественное выполнение простейших заданий по теме. Примером заданий для формирования таких умений и навыков должны быть простейшие задания, например:

- свойство степеней:  $a^3 \cdot a^6 = a^9$ ;

- свойства корней:  $\sqrt{16} = 4$ ;  $\sqrt[5]{-32} = 2$ ;  $\sqrt[n]{x^{2n}} = |x|$  и т.д.

Третья группа требований к умениям и навыкам учащихся связана с



непосредственным изучением новых знаний, умением их применять в заданиях, содержащих действия по применению только одного вида тождественного преобразования.

Например, при изучении темы «Разность квадратов» учащиеся после заучивания формулы должны выполнять задания, в которых необходимо выполнить разложение разности квадратов на множители. Приведем примеры таких заданий.

Цикл заданий для тождества:

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y).$$

а) представить в виде произведения:

$$a^2 - b^2, \quad c^2 - 5^2, \quad 121 - k^2.$$

б) Проверить верность равенства:

$$(100 + 1)(100 - 1) = 10000 - 1.$$

в) Раскрыть скобки в выражении:

$$(4xy + 5x^2)(4xy - 5x^2).$$

г) Вычислить:

$$49 \cdot 51, \quad 25^2 - 24^2, \quad (10^4 - 1)(10^4 + 1).$$

д) Разложить на множители:

$$(ab)^2 - x^2, \quad x^4 - y^4.$$

е) упростить выражение:

$$(a + b)^2 - (a - b)^2.$$

Умение выполнять задания данной группы выражений, учащийся доказывает, что им усвоены структура тождества, операции замещения переменных  $x$  и  $y$  на числа и выражения с числами, буквами и скобками. Очень важное значение имеет в этих заданиях также обогащение языковых средств, показывающих различные аспекты тождества: представление об этих аспектах

дают тексты заданий.

Следующий вид требований к умениям и навыкам учащихся – это умение применять полученные навыки тождественных преобразований в нестандартной ситуации. К этой группе относятся задания, которые выполняются учащимися при изучении других разделов курса алгебры. При изучении тождества «Разность квадратов» к таким заданиям можно отнести:

а) Используя тождество  $a = (\sqrt{a})^2$  при  $a \geq 0$ , разложить на множители многочлен  $x^2 - 5$ .

б) Исключить иррациональность в знаменателе дроби

$$\frac{1}{\sqrt{2} - 1}.$$

и) Доказать что если  $k$  - нечетное число, то  $k^2 - 1$  делится на 4.

к) Функция задана аналитическим выражением

$$f(x) = \frac{x^2 + 2|x| + 1}{x^2 - 1}.$$

Избавиться от знака модуля, рассмотрев два случая:  $x \geq 0$ ,  $x < 0$ .

л) Решить уравнение  $x^3 - 4 \cdot x = 15$ .

Эти задания направлены на возможно более полное использование и учет специфики тождества

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y).$$

Цель приведенных выше заданий – углубить понимание тождества за счет рассмотрения разнообразных приложений его в различных ситуациях, в сочетании с использованием материала, относящегося к другим темам курса математики.

Особенно интересно решение задания л), в котором необходимо применить сразу несколько видов тождественных преобразований:

- от обеих частей уравнения вычесть одно и то же слагаемое:

$$x^3 - 9 \cdot x = 15 - 5 \cdot x$$

- разложить обе части уравнения на множители:

$$x(x-3)(x+3) = 5 \cdot (3-x)$$

- перенести слагаемые в одну сторону:

$$x(x-3)(x+3) - 5 \cdot (3-x) = 0$$

- вынести множитель (-1) из скобки второго слагаемого

$$x(x-3)(x+3) + 5 \cdot (x-3) = 0$$

- вынести общий множитель

$$(x-3)(x(x+3)+5) = 0$$

- приравнять каждый множитель к 0, при этом получаем

$$x - 3 = 0 \text{ или } x^2 + 3x + 5 = 0$$

В результате получаем ответ:  $x = 3$ .

Об уровне математической культуры человека вообще, и школьника в частности, можно судить по тому, насколько рационально он выбирает способ решения задачи в случае, если этих способов несколько. Данное умение можно считать показателем высокого уровня математической культуры, так как если задание имеет несколько возможных путей решения, то не все эти способы оказываются одинаково простыми, короткими, наглядными и т.д. Словом, не все они одинаково рациональны.

Поэтому в процессе изучения тождественных преобразований у учащихся должно быть сформировано умение находить разные решения одного и того же задания, а затем выбрать из них более рациональный способ решения.

Например, тождественное преобразование выражения

$$\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \dots$$

можно выполнить двумя способами:

- приведение к общему знаменателю;
- исключить иррациональность в знаменателе каждой дроби.

Рациональный способ решения данного задания – это исключить иррациональность в знаменателях дробей: для нахождения значения выражения умножим числитель и знаменатель каждой дроби на выражение, сопряженное выражению в знаменателе:

$$\frac{2(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{5 - 3} + \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} - \frac{\sqrt{5} + 2}{5 - 4} = \sqrt{5} + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} - \sqrt{5} - 2 = 0$$

Учащиеся при этом используют следующее правило: если числитель и знаменатель алгебраической дроби умножать на одно и то же число, отличное от нуля, то при этом значение дроби не изменится.

Таким образом, основные требования к умениям и навыкам учащихся при выполнении тождественных преобразований выражений – это: прочные знания свойств и алгоритмов и умелое их применение; рациональные приемы вычислений и преобразований; умение обосновать применение приемов и правил вычислений и преобразований; автоматизм навыков безошибочного выполнения тождественных преобразований.

### 1.3 Роль повторения и обобщения знаний при обучении учащихся

Главная задача обучения математики – это применение эффективных способов, приемов и методов обучения, в основе реализации которых должна лежать не столько память, сколько понимание, связанное с развитием математического мышления обучающихся, их математических способностей. Только в этом случае математическое образование будет иметь практическое значение.

Применение эффективных методов и приемов обучения в условиях

целесообразной организации учебного процесса воспитывает интерес к учебному предмету, волевые качества, настойчивость в преодолении посильных логических трудностей, которых не следует избегать при обучении математике. Именно через преодоление таких трудностей на уроках математики ученик приобретает веру в свои силы, желание трудиться, расширять круг своих математических знаний.

Успех формирования математических понятий, овладения умениями и систематизации знаний зависит не столько от качества конкретного урока, сколько от всей системы их при изучении конкретной темы. Продуманная система уроков позволит добиться ясного понимания и прочного усвоения всеми учащимися изучаемой темы и выработать у них хорошие вычислительные навыки, навыки тождественных преобразований и т.д.

Особое место в усвоении знаний занимает повторение, обобщение и систематизация знаний. Задача повторения заключается не только в закреплении знаний и навыков, но и в пополнении, углублении и систематизации их [27].

Изучение нового материала в математике базируется на ранее изученном материале. Повторение ранее пройденного материала является одним из факторов, оказывающих значительное влияние на глубину и прочность знаний учащихся. Без прочного сохранения приобретенных ранее знаний, без умения воспроизвести ранее пройденный материал в необходимый момент изучения нового материала всегда будет сопряжено с большими трудностями и не дает надлежащего эффекта. Каменский Ян Амос утверждал: «Обучение нельзя довести до основательности без возможно более частых и особенно искусно поставленных повторений и упражнений». В таблице 3 приведены основные типы уроков повторения.

Таблица 3

## Виды уроков повторения

Вид повторения	Цель повторения
Вводное	Активизация элементов ранее изученного материала для облегчения изучения нового материала
Текущее	Борьба с феноменом забывания: активизация в ходе работы над темой ранее изученного материала этой же темы
Поддерживающее	Активизация материала ранее изученных тем этого же курса
Итоговое	Активизация материала изученного курса для прояснения его логической структуры и выстраивания системы внутрипредметных и межпредметных связей
Систематизирующее	Укрупнение логической структуры изученного материала путем объединения его элементов в группы и выстраивания системы взаимосвязи между ними
Обобщающее	Выделение основных содержательных и функциональных линий материала изученной темы, ключевых фактов, алгоритмов

Правильно организованное повторение – один из факторов, способствующих интеллектуальному развитию каждого школьника, достижению им глубоких и прочных знаний. Результаты окажутся более значительными, если учитель не станет относить весь планируемый для повторения материал на конец учебного года, а будет периодически включать повторение в учебный процесс четвертой четверти. Поэтому особое место среди всех видов уроков повторения занимает текущее и сопутствующее повторение – это повторение учащимися ранее изученного материала, организованное учителем на каждом уроке.

При текущем повторении вопросы и упражнения могут быть предложены учащимся из различных разделов программы. Текущее повторение осуществляется в процессе разбора упражнений, включается в домашнее задание. Оно может быть проведено как в начале или в конце урока, так и во время опроса учащихся.

Сопутствующим повторением учитель по ходу работы устраняет неточности в знаниях, напоминает вкратце давно пройденный материал, указывает на его связь с новым.

Например, с целью более качественного изучения учащимися темы «Квадрат суммы и квадрат разности двух выражений» учитель обязан:

- на первом уроке знакомства с этой темой организовать повторение темы «Умножение многочленов»;

- на втором уроке – особенность умножение многочленом, перед которым стоит знак «минус», приведение подобных слагаемых.

Именно текущее и сопутствующее повторение в процессе изучения нового материала помогает устанавливать связь между новым материалом и ранее пройденным. Только в этом случае учащиеся увидят роль ранее изученного материала, что окажет положительное влияние на готовность учеников к активному усвоению нового учебного материала.

Большее внимание необходимо уделить урокам обобщающего и заключительного повторения, которые имеют весьма сходные цели – восстановление, закрепление и систематизацию накопленных учениками знаний. Данные уроки способствуют активизации деятельности учеников, развитию их самостоятельности, и при меньшей затрате времени позволяют дать учащимся большую сумму знаний, прочных навыков и развить их способности.

Ранее пройденный материал должен служить фундаментом, на который опирается изучение нового материала, который в свою очередь, должен обогащать и расширять ранее изученные понятия. Каменский Ян Амос утверждал, что «старое должно подпирать новое, а новое обогащать старое».

Правильно организованное повторение помогает ученику увидеть в старом нечто новое; помогает установить логические связи между вновь изучаемым материалом и ранее изученным; обогащает память ученика;

расширяет его кругозор; приводит знания ученика в систему; дисциплинирует ученика; приучает в нем умение находить необходимого для ответа на поставленный вопрос материал; воспитывает в ученике чувство ответственности.

Обобщение опирается на повторение, но не в той последовательности, как рассматривался материал при изучении темы, а происходит некоторое изменение порядка в целях обобщения и более глубокого понимания связей. Что касается активности учащихся, такие уроки требуют активной самостоятельной мыслительной работы, поэтому вызывают большой интерес у учащихся.

Например, при повторении темы «Одночлены» учитель предлагает систему заданий для приведения одночлена к стандартному виду и одновременно деление одночленов: просит учащихся ответить на вопрос: какие знания из ранее изученного материала необходимы в первую очередь.

$$- (4ac^2)^3 \cdot (0,5a^3c)^2;$$

$$- (-10a^3b^2)^4;$$

$$- (-2/3ab^5)^3 \cdot 18a^5b$$

$$- (5a^9d^5)^2 \cdot (9a^2d^5) / (25a^5d^2)^2.$$

Учащиеся понимают, что в первую очередь работают такие знания, как: возведение в степень произведения; разложение числа на множители, а только потом умножение чисел и степеней с одним основанием. Хотя в прошлом изучение тем было организовано в обратной последовательности.

Благодаря такому анализу, у учащихся формируется общий подход к решению заданий такого типа:

- применить формулу «степень произведения»;

- применить умножение и деление степеней с одним основанием;

- разложить на множители число, при этом иногда вначале уйти от



десятичных дробей;

- если не выполняются три выше перечисленных пункта, то работать с каждой степенью [29].

Благодаря обобщению теоретических знаний в виде последовательности, предложенной выше, учащиеся самостоятельно начинают свободно выполнять тождественные преобразования приведения одночленов к стандартному виду (таблица 4).

Таблица 4

Тестовые задания по теме «Одночлены»

I вариант	II вариант	III вариант	IV вариант
1. Упростите выражение			
$3ax^2 \cdot (-\frac{2}{3}a^2cx^3)$ А) $-2a^2cx^6$ Б) $-2a^3cx^5$ В) $-2a^3x^5$ Г) $2a^3cx^5$	$5a^2b \cdot (-0,4a^4bc^3)$ А) $-2a^8bc^3$ Б) $-2a^6b^2c^3$ В) $-2a^8b^2c^3$ Г) $2a^6b^2c^3$	$4ax^3 \cdot (-0,25a^2cx^2)$ А) $-a^2cx^5$ Б) $a^2cx^5$ В) $-a^3cx^5$ Г) $-a^3cx^6$	$5a^3b \cdot (-0,6a^2bc^4)$ А) $-3a^5bc^4$ Б) $-3a^5b^2c^4$ В) $3a^5b^2c^4$ Г) $-2a^6b^2c^4$
$(-a^2c)^5$ А) $-a^7c^6$ Б) $a^{10}c^5$ В) $-a^{10}c^5$ Г) $-a^7c^6$	$(-a^3c^2)^4$ А) $-a^7c^6$ Б) $a^{12}c^8$ В) $-a^{12}c^8$ Г) $a^7c^6$	$(-a^3c)^4$ А) $-a^{12}c^4$ Б) $a^7c^4$ В) $-a^7c^4$ Г) $a^{12}c^4$	$(-a^2c^3)^5$ А) $-a^7c^8$ Б) $a^{10}c^{15}$ В) $-a^{10}c^{15}$ Г) $a^7c^8$
Какой из указанных ниже одночленов А удовлетворяет равенству			
$81a^4b^6 = A^2$ А) $A = 9a^2b^4$ Б) $A = 9a^2b^3$ В) $A = -9ab^3$ Г) $A = 27a^2b^3$	$64y^8z^6 = A^2$ А) $A = 8y^6z^4$ Б) $A = -8y^4z^3$ В) $A = -8y^4z^4$ Г) $A = 32y^4z^3$	$49a^4b^6 = A^2$ А) $A = -7a^2b^4$ Б) $A = -7a^2b^3$ В) $A = 7a^2b^4$ Г) $A = 24,5a^2b^3$	$49a^6b^8 = A^2$ А) $A = 5a^3b^4$ Б) $A = 5a^4b^6$ В) $A = 5a^4b^4$ Г) $A = -5a^3b^6$

Кроме того, на основе этого алгоритма многие учащиеся выполняют упрощение выражений на деление одночленов повышенной трудности, встречающихся в заданиях на ОГЭ и ЕГЭ, правда, пока без степеней с

отрицательным и дробным показателем.

Повторение пройденного материала должно стать важным элементом в преподавании математики, органической и неотъемлемой частью каждого урока. Выстроенная последовательность ранее изученного материала, позволяет решить учащимся порой не простые на первый взгляд задания.

В процессе повторения развивается у учащихся память. Эмоциональная память, которая опирается на наглядно-образные процессы, постепенно уступает памяти с логическими процессами мышления, которая основана на умении устанавливать связи между известными и неизвестными компонентами, сопоставлять абстрактный материал, классифицировать его, обосновывать свои высказывания.

Таким образом, особое место в усвоении знаний учащихся по теме «Тождественные преобразования выражений» занимает повторение, обобщение и систематизация знаний, цель которых не только закрепить знания и навыки, но и пополнить, углубить и систематизировать их.

Ранее пройденный материал служит фундаментом, на который опирается изучение нового материала.

Систематическая и целенаправленная работа по организации повторения в процессе обучения математике способствует осознанному усвоению школьниками теоретических знаний, успешному их применению к решению разнообразных задач, развитию творческого мышления, подготовки учащихся к различного рода аттестациям, усиливает прикладную направленность преподавания математики и позволяет расширить внутрипредметные и межпредметные связи.

## ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОВТОРЕНИЯ И ОБОБЩЕНИЯ ЗНАНИЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ ВЫПУСКНИКОВ ШКОЛЫ ТОЖДЕСТВЕННЫМ

## ПРЕОБРАЗОВАНИЯМ ВЫРАЖЕНИЙ

Подготовка к ЕГЭ должна начинаться с 5 класса, так как все темы курса математики входят в задания тестов. Необходимо отметить, что выпускники школы во время подготовки к ЕГЭ испытывают трудности, среди которых:

- непредсказуемость содержания заданий ЕГЭ;
- нетипичность и многообразие формулировок заданий в вариантах ЕГЭ;
- нехватка времени для изучения заданий повышенной сложности [35].

Решить данные проблемы только в 11 классе невозможно. Поэтому подготовку к ЕГЭ необходимо начинать заблаговременно. При этом уроки повторения являются важной частью обучения математике школьников, поскольку на этих уроках происходит обобщение и систематизация знаний. Поэтому методические рекомендации организации повторения и обобщения знаний должны включать в себя целевой, содержательный и технологический компоненты.

Целевой компонент определяется формированием целей и задач повторения, а также потребностей и мотивов предстоящей деятельности, которые в целом отвечают на вопрос «зачем нужно повторять».

Содержательный компонент обосновывает выбор учебного материала, на котором будет строиться повторение в зависимости от поставленной цели.

Технологический компонент включает в себя определение методов и способов реализации повторения. Выбор тех или иных методических приёмов обусловлен поставленными целями и особенностями учебного материала, входящего в содержательный компонент.

Эффективность организации повторения в таком случае будет зависеть от того, насколько полно и обоснованно учитель смог сформировать указанные компоненты в конкретных условиях. Для успешности повторения необходимо соблюдать следующие условия:

1. Повторять надо в течение всего учебного года, т.е. чтобы повторение не было работой от случая к случаю, чтобы повторение входило органической частью в саму методику изучения математики.

2. Должна быть четкая целеустремленность в работе, сознательное отношение школьников к повторению, осознание ими задач и результатов, которых они должны добиться при повторении.

3. Тщательно отбирать материал и продумывать планирование его при повторении.

4. Стимулировать активность и самостоятельность в процессе повторения, что достигается разнообразием форм и методов повторения.

5. Правильно распределять и дозировать материал повторения во времени.

6. Соблюдать установку: «Учить, чтобы усвоить и запомнить». Без мотивированной установки даже постоянно организованное повторение в течение года может не предоставить желанного итога.

7. Органически связывать и продумывать сочетание отдельных видов повторения. Основные виды повторения должны дополнять друг друга, представлять стройную систему педагогически целесообразного повторения [24].

Рассмотрим методические рекомендации организации повторения при изучении тождественных преобразований выражений.

Самое главное на всех типах уроков повторения необходимо:

- особое внимание следует уделять работе с формулировками, характерными для экзаменационных материалов. Часто непривычная формулировка сбивает с толку даже вполне подготовленного ученика. Подбирая тренировочные задачи, нужно предлагать возможно большее число вариантов формулировок. Ученик постепенно привыкает к этому разнообразию, учиться вдумчиво читать условие, искать неявные смыслы в тексте;

- внедрять тестовые технологии в систему обучения при повторении,

предлагая задания различного уровня сложности. Тренировки в выполнении тестовых заданий позволят реально повысить тестовый балл. Зная типовые конструкции тестовых заданий, ученик практически не будет тратить время на понимание инструкции. Кроме того, во время таких тренировок формируются соответствующие навыки психологической саморегуляции и самоконтроля, позволяющие мобилизовать себя в решающей ситуации, овладеть собственными эмоциями, способствуют развитию навыков мыслительной работы.

При повторении в начале учебного года (вводное повторение) необходимо сочетать задачи:

- провести общее повторение основных вопросов из материала ранее пройденных тем;
- более глубоко повторить вопросы, непосредственно связанные с очередным материалом по программе учебного года [47].

Основная цель повторения тождественных преобразований в начале учебного года – это вспомнить некоторые правила, теоремы, формулы, алгоритмы и т.п., которые потребуются при изучении нового материала в ближайшее время. Упражнения должны быть составлены так, чтобы эти важные формулы, правила, теоремы, алгоритмы использовались учащимися. При этом уровень сложности заданий зависит от многих факторов: уровня знаний учащихся; количества времени, отведенного для повторения; применения учителем дифференциации и индивидуализации обучения учащихся математике и т.д.

Необходимо учитывать следующие методические рекомендации:

- необходимо провести диагностическую работу с целью выявления уровня знаний учащихся по теме «Тождественные преобразования», чтобы спланировать содержание повторения;
- на основе диагностической работы спланировать основные вопросы,

которые будут отработаны с учащимися в процессе повторения;

- наиболее трудный материал следует повторять в классе, а менее трудный – дома в условиях самостоятельной работы [38].

Например, изучение алгебры в 8 классе по учебнику под редакцией Теляковского С. А. необходимо начать с вводного повторения основных тем 7 класса, так как первая тема по алгебре в восьмом классе «Рациональные дроби» основана на знании таких тем, как:

- основное свойство дроби, сокращение дробей;
  - действия с дробями с одинаковыми и разными знаменателями;
  - свойства степеней с натуральными показателями;
  - преобразование целых выражений. Формулы сокращенного умножения;
- Содержание вводного повторения приведено в таблице 5.

Таблица 5

Содержание вводного повторения по алгебре в 8 классе

№ ур .	Тема	Характеристика основных видов деятельности ученика (на уровне учебных действий):
1	Тождественные преобразования одночленов и многочленов	повторить правила преобразования выражений, содержащих степень с натуральным показателем, действия с одночленами и многочленами
2	Тождественные преобразования многочленов. Решение уравнений.	Повторить формулы сокращенного умножения.
3	Разложение многочлена на множители. Решение уравнений типа: произведение равно нулю.	Повторить алгоритм разложения многочлена на множители.

Рассматривая методику уроков вводного повторения необходимо отметить, что здесь очень важно учитывать сочетание методов, которые применяются на этих уроках: применение беседы с использованием различных средств наглядности; приемы проблемного обучения (создать проблемную

ситуацию и направить проблемное мышление учащихся) и т.д.

В процессе организации уроков повторения и обобщения учебного материала значительную роль играют дидактические приемы: сравнение, классификация, анализ, синтез, обобщение, содействующие интенсивному протеканию процесса запоминания. На этапе предваряющего повторения применяются беседа с учащимися, их доклады и выступления, устное решение задач по готовым записям, работа со сводными таблицами и схемами.

Например, повторяя тождественные преобразования одночленов, необходимо предложить учащимся:

- формулы, выражающие свойства степеней с натуральным показателем (эти формулы должны быть перед глазами учащихся весь урок);

- с помощью компьютера вывести на экран определение понятий «одночлен», «стандартный вид одночлена»;

- предложить выполнить задания устно, записанные на доске или в компьютере с выводом их на экран (например, упростить  $2a^2 \cdot 3a^4 b \cdot b^6$ ;  $3a \cdot (2,5a^3)$

- предложить учащимся два вида задания: записать последовательность операций с помощью правил и формул, применяемых для преобразования выражения  $(3a^2 b)^2 \cdot (2a^3 b^2)^3$  или просто преобразовать данное выражение.

Благодаря такому заданию, часть учащихся обобщит мыслительные операции при преобразовании данных выражений:

- раскрыть скобки;

- поменять местами множители, располагая переменные по алфавиту, при этом числа вперед;

- применить свойства степеней с одним основанием.

Предложить тест, приведенный в таблице 4. На этом этапе урока применить дифференцированный подход. Не все учащиеся готовы выполнить данное задание. Поэтому учитель предлагает оценить, готов ли ученик к выполнению задания. Если часть учеников осознают, что пока не готовы к

выполнению заданий из теста, то учитель предлагает им поработать фронтально, выполняя подобные задания с использованием заданий в компьютере.

А двум-трем учащимся с хорошо развитыми умениями и навыками предложить у доски выполнить более сложные задания, например:

$$\frac{(25a^2b^3)^3}{(125a^2b^3)^2}$$

После самопроверки результатов теста учащимся будет предложено послушать учащихся, выполняющих задания у доски.

В результате за короткий промежуток времени, будет проведено повторение по теме «Умножение одночленов».

Повторение в начале учебного года недостаточно для запоминания основных алгоритмов тождественных преобразований выражений. Этот материал должен постоянно подкрепляться в памяти учащихся. Поэтому необходимо применять текущее повторение – это обновление в памяти ранее изученного материала не на специально отведенных для этой цели уроках, а параллельно с изучением нового материала.

Текущее повторение имеет две основные функции: предупредить забывание важного, с той или иной точки зрения, материала и обеспечить потребности изучения нового материала. Поэтому материал, который предполагается повторить, должен удовлетворять хотя бы одному из двух требований: быть полезным при изучении нового материала или быть важным с точки зрения математической культуры человека.

Если текущее повторение осуществляется в связи с изучением нового материала, то повторение здесь входит составной и неотъемлемой частью во вновь изучаемый материал. Например, при изучении формул сокращенного умножения можно предложить учащимся выполнить тождественное преобразование произведения многочленов и сделать вывод:



1.  $(a - b) \cdot (a + b)$   
 $(m - n) \cdot (m + n)$   
 $(c - k) \cdot (c + k)$
2.  $(a + b) \cdot (a + b)$   
 $(m + n) \cdot (m + n)$   
 $(c + k) \cdot (c + k)$
3.  $(a - b) \cdot (a - b)$   
 $(m - n) \cdot (m - n)$   
 $(c - k) \cdot (c - k)$

Благодаря повторению правила произведения многочленов будут получены три формулы сокращенного умножения на одном уроке. Сравнивая полученные результаты, учащиеся осознают, что:

- на основе ранее изученных знаний получены три формулы сокращенного умножения;
- смогут объяснить отличие результатов каждого из произведений;
- научатся применять сразу три формулы сокращенного умножения пока на несложных примерах.

Предупреждение забывания какого - либо материала требует гораздо меньше времени и сил, чем восстановление в памяти уже забытого. Поэтому одной из важных задач текущего повторения является именно предупреждение забывания материала, т.е. постоянное подкрепление его в памяти учащихся.

Повторение пройденного вне связи с новым материалом необходимо весьма тщательно продумать. Удачный подбор материала, установление его последовательности, важность нового подхода к прошлому материалу, введение элементов новизны в повторяемый материал, продуманная организация работы – все это необходимо учитывать при подготовке к рассматриваемому виду повторения.

При текущем повторении вопросы и упражнения могут быть предложены

учащимся из различных разделов программы. Текущее повторение может быть проведено как в начале или в конце урока, так и во время опроса учащихся.

Одной из важнейших особенностей текущего повторения является то, что его эффективность в домашних условиях не велика, а для того чтобы провести его в классе, надо иметь компьютерную технику. При подобной организации учитель затрачивает на повторение ранее изученного материала 3-4 минуты, что позволяет учителю в течение года провести неоднократное повторение основных вопросов изученных ранее тем.

В процессе работы над материалом особенно большое значение приобретает повторение каждой законченной темы или целого раздела курса, то есть тематическое повторение. При тематическом повторении обобщаются знания школьников по теме на завершающем этапе его прохождения или после некоторого перерыва. Для тематического повторения выделяются специальные уроки. Целью тематического повторения является углубление и систематизации материала каждой изучаемой темы. На тематическое повторение выносятся вопросы исходя из их значимости в структуре материала темы, которая определяется программными требованиями.

Повторение на уроке проводится путём беседы с широким вовлечением школьников в эту беседу. Затем учащимся предлагают задания, связанные с повторением определённого материала, при этом школьников предупреждают, что вопросы повторения будут включены в контрольную работу.

Например, при обобщении темы логарифмы, учитель привлекает учащихся к обобщению темы через систему вопросов:

- дайте определение логарифма и приведите примеры среди предложенных упражнений, которые позволяют выполнять только данное определение. Какие особенности выполнения данных упражнений необходимо помнить?

- предложите классификацию формул по теме «Логарифмы» в

зависимости от цели их применения?

- какие формулы необходимо помнить при решении упражнений с использованием основного логарифмического тождества? [42]

Благодаря системе вопросов весь объем материала разбивается на четыре группы: определение логарифма; основное логарифмическое тождество; формулы, позволяющие изменить основание логарифма; формулы, необходимые для изменения «подлогарифменных» выражений.

Благодаря такой классификации формул, учащимся легче ориентироваться в знаниях, полученных в ходе изучения темы «Логарифмы» в зависимости от цели, которую они преследуют при выполнении конкретного задания.

Особое значение приобретает обобщающее повторение учебного материала, которое преследует цели:

1. Рассмотрение основных понятий; напоминание всего пройденного материала, становление понятий, их развития, их практических и теоретических приложений;

2. Углубления и по возможности расширения знаний школьников по основным вопросам курса в процессе повторения.

3. Некоторой перестройки и иного подхода к ранее изученному материалу, присоединения к повторному материалу новых знаний, допускаемых программой с целью его углубления.

Обобщающее повторение имеет своей целью обобщение основных понятий, с тем чтобы углубить и систематизировать знания учащихся по предмету. При этом изучение ранее изученного материала происходит на более высоком уровне.

При подготовке к повторительно-обобщающим урокам определяются принципиально важные элементы знаний, умений и навыков, которыми должен владеть ученик по повторяемой теме; выделение этих элементов определяет

объем повторяемого материала. Исходя из специфики учебного материала, из особенностей класса, следует установить, надо ли придерживаться той последовательности повторения, которую предлагает учебник, или же целесообразно перекомпоновать материал, определив новую форму сочетания связей.

Методами проведения уроков обобщающих повторений являются повторительно-обобщающая беседа, обзорная лекция, работа с учебником и другой литературой и т. д. Применение любого из этих методов нужно сочетать с самостоятельной работой учащихся. Только в процессе самостоятельной деятельности учащихся знания достигнут высокого уровня обобщенности, системности.

На уроках обобщающего повторения особое внимание необходимо уделить организации обучения учащихся с использованием дифференцированного обучения. Например, в процессе повторения знаний по теме «Квадрат суммы и разности двух выражений» необходимо учащимся наряду с традиционными заданиями предлагать задания повышенного уровня, например: найти значение выражения

1.  $x + 3 + \sqrt{x^2 - 6x + 9}$  при  $x = 0,31$

2.  $\sqrt{30 + 5\sqrt{20}} + \sqrt{30 - 5\sqrt{20}}$

Внимательное распределение учителем теоретического и практического материала, знание которого необходимо при решении тестовых заданий на ЕГЭ, при изучении математики и, особенно, на уроках обобщающего повторения в 5-11 классах позволит учащимся выполнять свободно тождественные преобразования выражений.

Таким образом, подготовку к ЕГЭ по математике необходимо начинать заблаговременно, уделяя особое внимание урокам повторения всех типов. При организации обобщения и систематизации знаний учащихся учитель должен

особое внимание уделить взаимосвязи целевого, содержательного и технологического компонентов деятельности на конкретном уроке.

Необходимо уже в основной школе при организации повторения уделять особое внимание работе с формулировками, характерными для экзаменационных материалов, и активно внедрять тестовые технологии в систему обучения, предлагая задания различного уровня сложности.

При организации уроков повторения очень важно применять сочетание различных методов: беседы с использованием различных средств наглядности; приемы проблемного и дифференцированного обучения и т.д.

## 2.2 Особенности организации повторения и обобщения знаний по теме «Тожественные преобразования выражений» в процессе подготовки к ЕГЭ

Опыт проведения ЕГЭ свидетельствует о необходимости серьезной предварительной подготовки учащихся к этой форме контроля. Одним из главных направлений в решении этой проблемы является организация всех видов повторения. Во время повторения в процессе подготовки к ЕГЭ в 11 классе необходимо уделить особенное внимание изучению таких разделов и тем, которые непосредственно связаны с тождественными преобразованиями выражений:

1. Свойства корня степени  $n$ ;
2. Свойства степени с рациональным показателем;
3. Свойства логарифмов;
4. Тожественные преобразования тригонометрических выражений;
5. Формулы общего члена и суммы  $n$  первых членов арифметической и геометрической прогрессий.

Благодаря усвоению материала по выше перечисленным темам можно научить учащихся решать уравнения и неравенства всех видов:

- Общие приемы решения уравнений и неравенств;
- Решение иррациональных уравнений;
- Решение показательных уравнений и неравенств;
- Решение логарифмических уравнений и неравенств и т.д. [32]

В процессе повторения и обобщения знаний по теме «Тождественные преобразования выражений» учащиеся должны осознать главное правило их применения к конкретному заданию:

- тождественные преобразования позволяют превращать сложный пример в простое выражение, сохраняя суть примера;

- если в цепочке преобразований допустить ошибку, выполнить не тождественное преобразование, дальше будет решаться уже другое задание: с другими ответами, которые очень часто не имеют отношения к правильным.

При подготовке выпускников наряду с обычными требованиями важнейшим становится динамика вариативности в выборе методов, развитие системного мышления, уход от жестких формальных схем и алгоритмов. С этой целью итоговое повторение должно быть разбито на две части:

1. Обобщение и систематизация знаний и способов действий;
2. Проверка, оценка и коррекция знаний и способов действий.

В первой части необходимо организовать повторение и систематизацию базовых знаний и способов действий при решении стандартных задач. Во второй – в процессе повторения ученики должны последовательно перейти от одного уровня математической деятельности к следующему, более высокому. На этой стадии итогового повторения необходимо составить тестовые задания таким образом, чтобы они максимально содействовали не формальному усвоению программного материала, а глубоко осознанному пониманию его и применению при решении задач на уровне узнавания и соотнесения с базовыми знаниями, способами действий и опорными сигналами. Кроме того, при повторении необходимо обеспечить:

- разнообразие типов и уровней заданий по каждой теме;
- быстрый замер уровня усвоения информации учащимися;
- активизацию обучающей функции при контроле знаний и умений учащихся;
- предоставление учащимся быстрой обратной связи о правильности выполненных заданий;
- предоставление учащимся возможности обсуждения типичных ошибок, их анализа и коррекции [51].

Особое внимание необходимо уделить разработке системы задач, направленных на углубление и расширение знаний учащихся по основным темам школьного курса математики.

При этом учитель должен разработать задания по двум направлениям:

- применение общих знаний по применению тождественных преобразований в нескольких темах;
- применение знаний конкретной темы в процессе выполнения тождественных преобразований.

К общим знаниям, применяемым в каждой теме, являются действия с одночленами и многочленами, формулы сокращенного умножения.

Например, желая обратить внимание учащихся на применение формул сокращенного умножения, учитель предлагает упростить выражения из разных тем курса алгебры и начала анализа:

$$(2a + 3)^2;$$

$$(\log_{9000})^2$$

$$(2^x + 3)^2$$

$$(\sin x + 3)^2$$

Необычное задание, но необходимое при выполнении тождественных преобразований выражений: для числа 5 запишите как можно больше равенств:

$$5 = \log_a a^5 \text{ при } a > 0$$

$$5 = 5(\sin^2 a + \cos^2 a)$$

$$5 = a^{\log_a 5} \text{ при } a > 0 \text{ и т. д.}$$

Необходимо обращать внимание на обобщение знаний из разных тем, но требующих общих подходов к их пониманию и запоминанию. Например, запоминание тождеств, приводящих к модулю на основе конкретных примеров:

$$\sqrt[2n]{x^{2n}} = |x|;$$

$$\log_a x^{2n} = |x|$$

Особое внимание необходимо уделить выполнению тождественных преобразований одних и тех же выражений разными способами. Например, ниже записанное выражение можно упростить, используя не менее четырех различных подходов.

$$\frac{\log_3 5\sqrt{6}}{\log_3 \sqrt[4]{150}}$$

Рассмотрим некоторые из них:

$$1. \frac{\log_3 5\sqrt{6}}{\log_3 \sqrt[4]{150}} = \frac{\log_3 \sqrt{5^2 \cdot 6}}{\log_3 \sqrt[4]{150}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \log_3 150}{\frac{1}{4} \log_3 150} = 2$$

$$2. \frac{\log_3 5\sqrt{6}}{\log_3 \sqrt[4]{150}} = \log_{\sqrt[4]{150}} \sqrt{150} = 4 \cdot \frac{1}{2} \log_{\sqrt[4]{150}} 150 = 2$$

$$3. \frac{\log_3 5\sqrt{6}}{\log_3 \sqrt[4]{150}} = \frac{\log_3 5 + \frac{1}{2} \log_3 6}{\frac{1}{4} \log_3 5^2 \cdot 6} = \frac{\frac{1}{2} (2 \log_3 5 + \log_3 6)}{\frac{1}{4} (2 \log_3 5 + \log_3 6)} = 2$$

Предлагая учащимся задания такого типа, учитель должен преследовать главную цель: мотивировать учащихся к систематизации полученных ими знаний по каждой теме, чтобы анализируя задание, они могли ответить на вопрос «А что могу сделать? Какую формулу применить?».

Необходимо убеждать учащихся в следующем: если не получилось сразу выполнить тождественное преобразование выражения, то надо еще раз начать с



анализа его слагаемых и найти другой способ, на основе которого можно получить ответ.

Учащиеся испытывают чувство растерянности именно на этапе определения необходимых знаний для выполнения конкретного задания. Поэтому необходимо требовать от них анализа данного выражения по схеме: сколько слагаемых; чем представлено каждое слагаемое; какими знаниями вы владеете по этой теме.

Применение учителем всех выше перечисленных приемов поможет осознать учащимся, что самое главное в организации повторения в процессе подготовке к ЕГЭ - это систематизация знаний учащихся по каждой конкретной теме. Необходимо убедить учащихся, что именно систематизированные знания помогут каждому выделить из общего объема знаний те, которые необходимы для выполнения конкретного задания. Например, если несколько слагаемых представлены выражениями, содержащими логарифмы, то учащиеся должны применить общий подход к упрощению таких выражений, а именно:

- применение формул, которые позволяют изменить основание логарифма;
- применение формул, которые позволяют изменить «подлогарифменное» выражение;
- применение формул, которые позволяют применить основное логарифмическое тождество;
- замена числа через определение логарифма или основное логарифмическое тождество [44].

Следующее требование к организации повторения в процессе подготовки к ЕГЭ – это хорошо продуманная система заданий, которая ежеурочно будет способствовать расширению, углублению, систематизации знаний учащихся.

Например, после изучения основных формул по теме «Логарифмы» и их применения в практике, учитель должен обратить внимание учащихся и подобрать систему заданий для преобразования выражений на основе тождества

$$\log_a x^{2p} = 2p \log_a |x|.$$

На основе данного тождества учитель предлагает преобразовать выражение

$$\log_3 x^2 + \log_3 (-x).$$

Особое внимание учитель должен уделить разработки и применению технологий обучения учащихся математике, которые позволяют использовать:

- личностно-ориентированный подход;
- проблемное обучение;
- обеспечение положительной мотивации учащихся на повторение ранее изученного материала;
- систематизацию и обобщение ранее изученного с использованием схем, моделей, опорных конспектов, справочников;
- дифференциацию и индивидуализацию обучения.

Особенности этого типа урока заключаются в том, что при их проведении используются обзорные лекции, устный опрос, организация упражнений по углублению практических умений и навыков. Но, главное, на что должен направить внимание учитель, это применение дифференциации и индивидуализации обучения. Использование общих для всего класса заданий и выбор методов и приемов, позволяющих работать со всеми учениками по выполнению этих заданий, необходимо рассматривать как нарушение учителем основного и главного правила в обучении учащихся: личностно-ориентированного подхода.

Каждый ученик индивидуален и в связи с этим может усвоить математику только на определенном уровне. Поэтому система заданий и методы и приемы, применяемые учителем для привлечения учащихся к их выполнению, должны быть направлены на конкретную группу учащихся; в это время другая группа подростков должна выполнять задания другого уровня сложности. С целью высокого уровня эффективности при организации повторения учитель должен в

совершенстве владеть как групповыми, так фронтальными и индивидуальными методами и приемами организации выпускников.

Например, если в начале урока учащиеся со средним и низким уровнем (первая группа детей) знаний повторяют материал через систему устных заданий, то выпускники с высоким уровнем (вторая группа) знаний выполняют тестовые задания с последующей само- или взаимопроверкой.

После повторения через серию устных упражнений первая группа учащихся приступает к выполнению упражнений в парах с использованием схем, таблиц, логического плана, то в это время учитель предлагает второй группе учащихся обратить внимание на задания повышенной трудности, организуя с ними повторение взаимосвязанного материала сразу по нескольким темам.

Например, при повторении темы «Преобразование тригонометрических выражений» учащимся первой группы предлагается опираться на логический план, который позволяет увидеть и последовательно применить весь объем знаний по данной теме:

- период;
- четность-нечетность;
- формулы приведения;
- сумма двух углов равна 90 градусам или  $\frac{\pi}{2}$ ;
- понижение степени или формулы двойного угла;
- остальные формулы тригонометрии.

Учащиеся с высоким уровнем знаний в математике выучивают дополнительно, «искусственные» приемы преобразования, например:

$$\sin a + \cos a = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin a + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos a = \sin\left(\frac{\pi}{4} + a\right).$$

Особое внимание необходимо уделять на уроках учащимся, изучающим математику на уровне, который позволит им набрать на ЕГЭ по математике не

менее 85 и более баллов. У таких детей должна быть составлена индивидуальная программа повторения материала, и они на уроке работают небольшой группой с применением большого количества справочников. Выпускники с таким уровнем развития очень часто готовы «завалить» учителя заданиями повышенной сложности, поэтому особенностью их обучения должен стать полностью личностно-ориентированный подход

Совершенно очевидно, что в условиях классно–урочной системы организовать деятельность каждой группы учащихся на своем уровне развития не просто. Поэтому часть учителей не могут организовать систему повторения, для которой бы были характерными такие черты, с точки зрения дидактики, как грамотность, рациональность, эффективность. В практике наблюдается много недостатков методического плана, часть из которых обобщена в приложении А.

От учителя требуется очень высокий уровень педагогического мастерства. Особое внимание должно быть уделено использованию информационно-коммуникационным технологиям (ИКТ).

Данный вид технологий позволяет увеличить умственную нагрузку на уроках математики, поддерживать интерес к изучаемому материалу у учащихся, активность их деятельность на протяжении всего урока.

Использование ИКТ в образовательном процессе позволяет проводить уроки:

- на высоком эстетическом и эмоциональном уровне;
- обеспечить высокий уровень наглядность;
- привлечь большое количество дидактического материала;
- увеличить объём выполняемой работы на уроке;
- обеспечить высокую степень дифференциации обучения (индивидуальный подход к ученику, применяя разно-уровневые задания).

Применение ИКТ на уроках повторения в процессе подготовки к ЕГЭ оправдано во всех отношениях: повышает качество знаний всех учащихся

класса; продвигает каждого школьника в общем развитии; помогает научить учащихся преодолеть трудности самостоятельно; создает благоприятные условия для лучшего взаимопонимания учителя и учащихся и их сотрудничества в учебном процессе.

По данным различных исследований в области обучения, в памяти человека остается 25% услышанного материала, 33% увиденного, 50% увиденного и услышанного, 75% материала при активных действиях учащихся в процессе изучения математики. Применять ИКТ необходимо на всех этапах урока повторения: при повторении теоретического материала, закреплении в виде устных упражнений, при обобщении материала в виде схем, таблиц, алгоритмов и т.д.

Основная задача состоит в том, чтобы правильно организовать работу учащихся. Поскольку наглядно-образные компоненты мышления играют исключительно важную роль в жизни человека на всех этапах его развития, то использование ИКТ в обучении математики оказывается чрезвычайно эффективным.

Данный вид технологий в предметном обучении основывается на:

- использовании возможностей компьютера для создания условий доступности и наглядности изложения материала;
- деятельности учителя, управляющего этими средствами;
- повышении мотивации и активности обучающихся, вызываемой интерактивными свойствами компьютера.

Самое главное, ИКТ способствуют решить проблему индивидуализации обучения, позволяет без усилий со стороны учителя во время урока предложить каждой группе учащихся повторять материал в удобном для себя темпе и контролировать степень его усвоения, находить и пользоваться необходимой информацией на всех этапах урока. Именно ИКТ позволяют учащимся находить без помощи учителя учебную, наглядную информацию, тренажеры,

использовать средства самодиагностики и самоконтроля.

В целом ИКТ позволяют во время урока более качественно реализовать принципы наглядности и доступности при обучении, эффективности использовать время на уроке. Информационные технологии на уроках повторения в 11 классе повышают информативность урока, эффективность обучения, придают уроку динамизм и выразительность. Итогом применения данного вида технологий на уроках повторения является позитивная динамика изменения мотивации учащихся.

Таким образом, на уроках повторения материала по теме «Голговетвенные преобразования выражений» в 11 классе учитель должен уделить особое внимание разработке системы задач, направленных на углубление и расширение знаний учащихся по основным темам школьного курса математики.

Необходимо применять в системе личностно-ориентированный подход; дифференциацию и индивидуализацию обучения.

Особое внимание необходимо уделить применению ИКТ на уроках повторения в процессе подготовки к ЕГЭ, так как данный вид технологий в предметном обучении создает более высокий уровень условий доступности и наглядности изложения материала; способствует повышению мотивации и активности обучающихся. Самое главное, ИКТ способствуют решить проблему индивидуализации обучения, позволяют без усилий со стороны учителя во время урока предложить каждой группе учащихся повторять материал в удобном для неё темпе, контролировать степень его усвоения, находить и пользоваться необходимой информацией на всех этапах урока.

Применение в системе выше перечисленных технологий и подходов позволит повысить качество знаний всех учащихся класса; продвинуть каждого школьника как в математическом, так и общем развитии.

### ГЛАВА III. ПОВТОРЕНИЕ И ОБОЩЕНИЕ ЗНАНИЙ НА УРОКАХ И ВО ВНЕКЛАССНОЙ РАБОТЕ КАК ОСНОВА ВЫСОКОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ

## КУЛЬТУРЫ ВЫПУСКНИКОВ ШКОЛЫ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ТОЖДЕСТВЕННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ВЫРАЖЕНИЙ

### 3.1 Элективный курс «Тожественные преобразования выражений» в 11 классе (второе полугодие)

Сдача экзамена в форме ЕГЭ требует от учащихся очень большого объема знаний по всем темам курса алгебры и начала анализа, а также по геометрии. Поэтому необходимо проводить целенаправленную систематическую работу по подготовке учащихся к итоговому экзамену.

Учебники по алгебре и началам анализа содержат большей частью стандартные вопросы и задачи. Поэтому у учащихся вырабатывается своего рода стереотипный подход к стандартным заданиям.

Отработать все типы заданий на уроках ЕГЭ невозможно в связи с большими временными затратами для усвоения теоретических положений каждой темы и их практическим применением. Особенно это касается заданий третьей части, то есть заданий типа «С». Для осознания учащимися общих подходов к решению заданий повышенной сложности приходится использовать дополнительную литературу, дополнительное время.

Поэтому для систематизации и обобщения знаний во многих школах выделяются в программах по математике часы для организации с учащимися факультативных занятий и элективных курсов. Программа элективного курса в основном содержит темы, по которым необходимо систематизировать и обобщить учебный материал на более высоком уровне. Кроме того, в процессе проведения элективных курсов происходит углубление и расширение знаний учащихся.

При подготовке к элективным курсам учитель должен стремиться к отбору заданий, содержащих нестандартные формулировки и требующих

нестандартного подхода к их решению. При выполнении таких заданий учащимся необходимо применить свои знания в новой ситуации, не имея готового алгоритма решения. Учащиеся должны разработать самостоятельно алгоритм, используя известные знания и методы решения заданий из различных разделов курса математики средней школы.

В МОУ Агаповская средняя общеобразовательная школа № 1 имени П. А. Скачкова во втором полугодии 2016-2017 года был предусмотрен элективный курс по математике в 11 классе. Поэтому был разработан и реализован данный вид занятий с учащимися по теме «Тожественные преобразования выражений».

Пояснительная записка к элективному курсу «Тожественные преобразования выражений».

#### 1. Цели и задачи программы обучения:

Данный элективный курс нацелен на организацию подготовки учащихся 11 класса к ЕГЭ.

При изучении школьного курса алгебры большой объем времени посвящен тому, чтобы учащиеся могли усвоить и применять правила преобразования выражений с переменными: многочленов, алгебраических дробей, иррациональных выражений, логарифмических выражений, тригонометрических выражений и многих других.

Вместе с тем, при тождественном преобразовании конкретного выражения повышенной трудности учащиеся не знают «с чего начать, от чего оттолкнуться?». Учащихся интересует вопрос «Как учитель видит схему решения задания?».

Данный элективный курс поможет ответить на эти вопросы, узнать новое о разновидностях и методах решения всех этих задач: разобраться во многих вопросах, связанных с использованием основных понятий теории тождественных преобразований.



### Цели курса:

- ликвидировать пробелы в знаниях учащихся по основному курсу алгебры 7-11 классов;
- формировать у учащихся общие подходы к выполнению тождественных преобразований выражений;
- развивать у учащихся интерес к предмету, формировать исследовательский подход, развивать их математические способности;
- обеспечить условия для самостоятельной творческой работы каждого учащегося 11 класса;
- познакомить и обобщить методы тождественных преобразований.

### Достижение целей осуществляется за счёт:

- обобщения общих логических подходов к тождественному преобразованию выражений;
- формирования у учащихся знаний о методах и приёмах решения заданий на преобразование выражений;
- применения заданий повышенной трудности;
- обобщение способов контроля правильности их решения.

### Задачи курса:

- углубить знания учащихся по теме «Тождественные преобразования выражений»;
- обобщить и систематизировать знания учащихся в процессе подготовки к ЕГЭ;
- помочь овладеть рядом интеллектуальных и алгоритмических умений на уровне свободного их использования;
- развивать познавательную и исследовательскую деятельность учащегося;
- устранить у учащихся трудности, которые возникают при преобразованиях выражений.

Курс рассчитан на 14 часов (1 час в неделю), в том числе 2 часа на проведение контрольной работы.

Программа элективного курса предусматривает обобщение теоретического материала в виде чтения установочных лекций, бесед, проведение практикумов.

При изучении курса для обучающихся предусмотрены большие возможности для самостоятельной работы, творческого подхода, исследовательской деятельности благодаря большому объему заданий различного уровня сложности.

Для изучения курса учащиеся должны владеть следующими базовыми знаниями и умениями:

- знать свойства и формулы основных тем курса алгебры: степени с натуральным, целым и дробным показателем, формулы сокращённого умножения, определение и свойства арифметического квадратного корня  $n$ -ной степени, определение модуля числа, методы разложения многочленов на множители, свойства логарифмов, основные тригонометрические формулы и т.д.;

- уметь применять эти знания для тождественных преобразований выражений заданий базового уровня сложности.

После изучения курса учащиеся должны:

- владеть общими логическими алгоритмами к преобразованию выражений;

- уметь качественно проводить анализ задания с целью выявления подходов к его решению;

- применять различные подходы и методы к тождественному преобразованию выражений.

Учебно-тематический план элективного курса приведен в таблице 6.

Таблица 6

## Учебно-тематический план элективного курса

№ п/п	Тема	Количество часов
1	Тождественные преобразования выражений, содержащих степени и корни $n$ -ой степени	4
2	Тождественные преобразования выражений, содержащих логарифмы	4
3	Тождественные преобразования тригонометрических выражений	4
4	Контрольная работа	2
	Итого	14

Календарно-тематическое планирование приведено в таблице 7.

Таблица 7

Календарно-тематическое планирование элективного курса

Структура занятия элективного курса:

№ п/п	Тема	Кол-во часов
1	Тождественные преобразования выражений, содержащих степени и корни $n$ -ой степени	2
2	Решение уравнений и неравенств, содержащих степени и корни $n$ -ой степени	2
3	Тождественные преобразования выражений, содержащих логарифмы	2
4	Решение уравнений и неравенств, содержащих тождественные преобразования логарифмических выражений	2
5	Тождественные преобразования тригонометрических выражений	2
6	Решение уравнений и неравенств, содержащих тождественные преобразования тригонометрических выражений	2
7	Контрольная работа	2

- обобщение знаний учащихся по теме занятия в виде алгоритмов;

- разработка презентаций;

- образцы решения заданий разного уровня сложности по теме занятия;
- решение заданий разного уровня сложности в группах;
- разбор решения заданий;
- ответы на вопросы учащихся.

Образцы заданий, которые были предложены для решения во время проведения элективного курса, рассмотрены в следующем пункте.

Таким образом, с целью обобщения и систематизации основных методов и приемов по теме «Тожественные преобразования выражений» в процессе подготовки к ЕГЭ необходимо организовать проведение элективного курса продолжительностью 14 часов.

### 3.2 Примеры разработок уроков и занятий элективного курса

Фрагменты конспектов уроков математики и занятий элективного курса содержат материал, направленный на повторение и обобщение знаний по теме «Тожественные преобразования выражений» с целью подготовки к ЕГЭ.

Обобщим некоторые особенности организации повторения и обобщение знаний по теме «Тожественные преобразования выражений».

Каждое занятие начиналось с повторения основных теоретических знаний по теме «Тожественные преобразования выражений». При этом повторение тем на уроках было организовано таким образом, чтобы они совпадали с темами, которые запланированы на занятиях элективного курса.

На уроках, как и во время занятий элективного курса, учащимся предлагался обобщенный алгоритм теоретических знаний по теме. К урокам и занятиям были подготовлены папки и презентации с обобщением как теоретического, так и практического (образцов решения заданий) материала.

Приведем пример образца обобщения теоретического материала в виде

алгоритма по теме «Преобразование логарифмических выражений», содержащийся в папке «Тождественные преобразования выражений»:

1. Основной целью преобразования логарифмических выражений является получить выражение вида  $\log_a a^p = p$  или на основе определения логарифма заменить логарифм числом.

2. Определение понятия «логарифм»

$$\log_b a = c, \text{ при условии } b > 0; b \neq 1; a > 0$$

3. Формулы, которые позволяют изменить основание логарифма:

$$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$$

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

$$\log_{b^p} a = \frac{1}{p} \log_b a$$

4. Формулы, которые позволяют изменить «подлогарифменное» выражение:

$$\log_b a + \log_b c = \log_b (a \cdot c)$$

$$\log_b a - \log_b c = \log_b \frac{a}{c}$$

$$p \cdot \log_b a = \log_b a^p$$

$$\log_b a^{2n} = 2n \log_b |a|$$

5. Основное логарифмическое тождество:

$$b^{\log_b a} = a$$

Помните: часто совместно с основным логарифмическим тождеством применяются формулы степеней «в обратную» сторону

$$a^{n+m} = a^n \cdot a^m$$

$$a^{n-m} = \frac{a^n}{a^m}$$

$$a^{n \cdot m} = (a^n)^m$$

6. Выполняя тождественные преобразования выражений, иногда приходится заменять число логарифмом или применять основное логарифмическое тождество

$$c = \log_b a$$

$$a = b^{\log_b a}$$

7. При выполнении тождественных преобразований выражений используйте разложение числа на множители и перевод десятичных дробей в обыкновенные.

Обобщение теоретического материала в виде алгоритмов позволяет учащимся при преобразовании выражений на вопрос: «как могу преобразовать выражение» - подходить к его упрощению на основе логически выстроенных мыслительных операций, что особенно важно для детей с гуманитарным складом ума.

Учащимся предлагалось: если трудно установить последовательность тождественных преобразований конкретного выражения, то следовать полностью предложенному алгоритму, а именно отвечать на вопрос: могу ли я применить пункт 1, пункт 2 и т.д. предложенного выше алгоритма.

При этом учащиеся могли изучать образцы работы с алгоритмом, то есть последовательность мыслительных операций при преобразовании конкретного логарифмического выражения.

Причиной такого подробного разбора заданий на основе алгоритма является то, что часть учащихся выучивают формулы наизусть, а применить их при решении конкретного задания не могут: не видят, какую из ранее выученных формул можно вначале применить.

Образец решения конкретных заданий с логически выстроенной последовательностью действий для заданий простого уровня сложности приведен в таблице 8.

Таблица 8

Решение задания на основе алгоритма «Преобразование логарифмических

выражений»

№ п/п	Решение	Применение алгоритма
	Вычислить $\log_{0,05} 40\sqrt{5}$	
1		Необходимо получить выражение вида $\log_a a^n = n \log_a a = n$
2	$\log_{0,05} 40\sqrt{5} = \log_{\frac{1}{20}} \sqrt{1600 \cdot 5} =$ $\log_{20^{-1}} \sqrt{16 \cdot 100 \cdot 5}$ $= \log_{20^{-1}} (4^2 \cdot 4 \cdot 5^3)^{\frac{1}{2}}$	Проверяем последовательно пункты 1-6 - они пока не работают, поэтому применим п. 7 - уйдем от больших чисел и десятичных дробей, при этом в основании только к степени, применив дополнительно формулу $\log_a \sqrt{a^2} = \frac{1}{2} \log_a a^2 = 1$ при $a > 0$
3	$\log_{20^{-1}} 20^{\frac{3}{2}} =$	Получим в основании логарифма и под логарифмом степени с одинаковым основанием
	$= -1,5$	Применим формулы $\log_b a^p = \frac{1}{p} \cdot \log_b a$ и $\log_b a^p = p \cdot \log_b a$
	- 1,5	Ответ

Благодаря такому подробному анализу решения конкретных заданий часть учащихся решают подобные задания по образцу, понимая как анализировать на основе обобщенного алгоритма по теме.

Учитель предупреждает только о том, что нельзя освоить решение «трудных» заданий, если не сформирован общий подход к выполнению заданий по теме, то есть отсутствуют логически выстроенные знания, которые можно применить по конкретной теме.

В таблице 9 приведен образец применения алгоритма «Преобразование логарифмических выражений» для заданий повышенного уровня сложности.

Решение задания повышенного уровня сложности на основе алгоритма  
«Преобразование логарифмических выражений»

№ п/п	Решение	Применение алгоритма
	Вычислить $lq^2 200 \cdot loq_2 10 - \frac{(lq2 - 2)^2}{lq2}$	
	$(lq(2 \cdot 10^2))^2 \cdot loq_2 10 - (lq^2 2 - 4lq 2 + 4)/lq2$	В задании присутствует два слагаемых. Первое слагаемое представлено произведением квадрата логарифма, второе логарифмом, причем основания логарифмов разные. Следовательно, можно преобразовать квадрат логарифма. Во втором слагаемом раскроем скобки.
	$(lq 2 + 2))^2 \cdot loq_2 10 - (lq^2 2 - 4lq 2 + 4)/lq2$	Применяем логарифм произведения двух выражений
	$(lq^2 2 + 4lq 2 + 4) \cdot lq2 - (lq^2 2 - 4lq 2 + 4)/lq2$	Применяем формулу сокращенного умножения, приводим логарифмы к одному основанию
	$(lq^2 2 + 4lq 2 + 4 - lq^2 2 + 4lq 2) - 4)/lq2$	Приводим к общему знаменателю, раскрываем скобки, приводим подобные слагаемые
	$\frac{8lq 2}{lq 2} = 8$	Ответ

Благодаря приведенному образцу решения задания повышенного уровня сложности на основе алгоритма «Преобразование логарифмических выражений» у учащихся формируется общий подход к решению заданий:

- преобразуем степень логарифма;
- приводим логарифмы к одному основанию;
- получаем равные «подлогарифменные» выражения.

При этом учитель обращает внимание, применять каждый пункт алгоритма можно в любой последовательности, главное, правильно выполнять тождественные преобразования на основе ранее изученных формул.

Особенностью уроков и занятий элективного курса, направленных на



повторение и обобщение знаний по теме «Тожественные преобразования выражений» с целью подготовки к ЕГЭ, является то, что они проводятся на основе дифференцированного и индивидуального подхода. Это позволяет подготовить детей к ЕГЭ на уровне, соответствующим развитию и знаниям каждого ребенка. При этом каждый ученик сам определяет: задания какого уровня он будет выполнять.

Поэтому учащимся предлагается три уровня заданий. Приведем примеры заданий по теме «Тожественные преобразования логарифмических выражений» для каждого уровня.

Задания первого уровня: вычислить

$$1. \log_{0,5} 0,6 - \log_{0,5} 3$$

$$2. \lg 0,0025 + \lg 0,004$$

$$3. 69 \cdot \log_6 \sqrt[3]{36}$$

$$4. \frac{\log_{25} \sqrt[5]{8}}{\log_{0,2} 0,25}$$

Задания второго уровня: вычислить

$$1. \log_{2,25} \log_{18} 54 \cdot \sqrt{2}$$

$$2. (\log_{11} 88 - 1) \cdot (1 - \log_8 88)$$

$$3. (\log_{49} 8 \cdot \log_2 5 \cdot \log_{25} 7)$$

$$4. \log_a (a^5 \cdot b^6), \text{ если } \log_b a = \frac{1}{7}$$

Задания третьего уровня: вычислить

$$1. \log_a \sqrt{a} \sqrt[6]{b}, \text{ если } a^9 - b^5 = 0$$

$$2. \frac{\log_2 1,6}{\lg 2} + \frac{\log_2 0,4}{\log_{0,4} 2}$$

$$3. \lg^2 200 \cdot \log_2 10 - \frac{(\lg 2 - 2)^2}{\lg 2}$$

$$4. \log_{x-1} (-x^2 + 8x - 7) - \frac{1}{16} \log_{x-1}^2 (x - 7)^2.$$

На каждом уроке повторение, соответствующее занятиям элективного курса, было организовано в течение 15 минут.

Урок, на котором запланировано повторение по теме «Тождественные преобразования выражений, содержащих степени и корни n-ой степени», начинался с того, что учащимся предлагалось выбрать последовательность своих действий в соответствии с одним из трех предложенных уровней заданий, приведенных в таблице 10.

Таблица 10

Организация деятельности учащихся при повторении заданий на тождественное преобразование выражений, содержащих степени и корни

1 уровень	2 уровень	3 уровень
<p>1. Вычислить</p> $\frac{3\sqrt[3]{4\sqrt[3]{192}} + 8\sqrt[3]{18\sqrt[3]{81}}}{\sqrt[3]{12\sqrt[3]{24}} + 6\sqrt[3]{375}}$	<p>1. Вычислить</p> <p>a) <math>\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}</math>;</p> <p>б) <math>\frac{3}{\sqrt[3]{64 - \sqrt[3]{25}}} + \frac{\sqrt[3]{40}}{\sqrt[3]{8 + \sqrt[3]{5}}} - \frac{10}{\sqrt[3]{25}}</math>.</p>	<p>1. Повторить основные формулы (папка с алгоритмами) совместно с учителем.</p>
<p>2. Обобщить ошибки, допущенные при решении в группе. Подготовить комментарии</p>	<p>3. Сравнить ответы с решением на доске. Обобщить ошибки, допущенные при решении. Подготовить комментарии совместно с учителем</p>	<p>4. Рассмотреть образцы выполнения заданий, приведенных на доске, приготовить вопросы.</p>
<p>5. Повторить основные способы решения уравнений со степенями (презентация 1)</p>	<p>3. Повторить решение иррациональных уравнений. Решить уравнение <math>\sqrt{222 - x^2} = 0.5x - \sqrt{x + 15}</math></p>	<p>Вычислить:</p> $\frac{\sqrt{0.15} \cdot \sqrt{13.5}}{\sqrt{10}}$ $\sqrt[4]{0.5 - \sqrt{0.2}} \cdot \sqrt[4]{0.5 + \sqrt{0.2}} \cdot \sqrt[4]{125}$

При этом у учащихся есть выбор работы: индивидуально или в группе с учащимися одного уровня развития. В зависимости от выбранной последовательности действий учащихся они могли получить во время повторения соответственно отметку 3; 4 или 5 при индивидуальном решении заданий.

Учащиеся могли воспользоваться алгоритмом: «Обобщение теоретического материала по теме «Радикалы»», который находился в папке для алгоритмов:

1. Цель: получить выражение в виде  $\sqrt[n]{x}$  и заменить, по возможности числом, то есть  $\sqrt[n]{x} = b$ , при этом должны выполняться условия 1.  $b \geq 0$

$$2. b^n = x$$

Помни, для нечетной степени  $b$  принимает любые значения (положительные, отрицательные, 0)

2. Основные формулы корней n-ой степени:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt[n]{a^n} = a, \text{ при условии, что } a \geq 0$$

$$\sqrt[2 \cdot n]{a^{2n}} = |a| \text{ для любого } a$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

$$\sqrt[2 \cdot n + 1]{-a} = -\sqrt[2 \cdot n + 1]{a}$$

3. Уходи от больших чисел и десятичных дробей.

Учитель работал с каждой группой отдельно. В начале занятия он совместно с учащимися, для которых математика является трудным предметом, повторял теорию и обсуждал примеры решение заданий на доске или в

презентации. После этого они приступали к решению заданий по образцу с использованием обобщенных конспектов по теории.

Учитель начинал обсуждать решение заданий со средними по уровню знаний математики учащимися, отвечать на их вопросы.

В течение всего времени он не упускал из виду работу сильных учащихся, подсказывая им правильный ход мыслей в случае затруднения.

Таким образом, благодаря применению дифференцированного подхода на уроках и занятиях элективного курса каждый ученик повторял ранее изученный материал (теоретический и практический) в соответствии с уровнем своих знаний и способностей. При этом каждый ученик мог воспользоваться теорией, обобщенной в виде логически выстроенных конспектов и посмотреть решение подобных заданий. Повторение тождественных преобразований выражений в процессе решения заданий разного уровня с использованием конспектов по теории и образцов решения заданий способствовало формированию навыков преобразования выражений.

### 3.3 Анализ результативности выполнения тождественных преобразований выражений в 11-х классах

Навыки тождественных преобразований – это высокая степень овладения приёмами тождественных преобразований. Приобрести навыки тождественных преобразований – значит, для каждого случая знать, какие операции и в каком порядке следует выполнять, чтобы найти результат задания.

К концу 11 класса учащиеся изучают тождественные преобразования по всем темам курса алгебры и начала анализа. Задания по всем темам тождественных преобразований выражений входят в ЕГЭ, поэтому необходимо провести контроль уровня умений и навыков учащихся по выполнению тождественных преобразований выражений по всем темам.

Цель опытной работы в 11 классе: проверить на практике эффективность системы предложенных методических рекомендаций по внедрению способов и приемов тождественных преобразований выражений на основе полу-письменных заданий.

В процессе проведения занятий элективного курса и повторения заданий на уроках на тему «Тождественные преобразования выражений»:

- повторяли способы и приемы выполнения тождественных преобразований выражений;

- учились применять обобщенные конспекты по конкретной теме.

В эксперименте приняло участие 15 учащихся.

Результативность освоения учащимися способов и приемов тождественных преобразований выражений осуществлялась на основе сравнительного анализа качества умений и навыков до применения методических рекомендаций и после. При этом было организовано два способа сравнительного анализа качества умений и навыков учащихся:

- выполнение тождественных преобразований выражений учащимися по конкретной теме на основе полу-письменных заданий;

- общий уровень выполнения тождественных преобразований выражений.

Проверка навыков тождественных преобразований выражений по конкретной теме была организована следующим образом:

- в начале повторения темы учащимся предлагалась работа, содержащая задания по данной теме на основе 4-х вариантов;

- после изучения темы учащиеся выполняли аналогичные задания: задания были перегруппированы на основе заданий из 4-х вариантов.

Сравним результативность выполнения заданий по теме «Тождественные преобразования логарифмических выражений», так как эта тема для учащихся является одной из наиболее сложных в плане усвоения рациональных подходов к выполнению заданий.

В приложении 1 приведены два варианта заданий по теме «Вычитание смешанных чисел», которая была предложена учащимся.

На выполнение всей работы было выделено 15 минут. При этом учащимся предложено выполнить в быстром темпе только те задания, алгоритм которых ими хорошо усвоен.

Результаты выполнения заданий учащимися до и после эксперимента представлены в таблице 11.

Таблица 11

Результаты выполнения учащимися заданий по теме «Тожественные преобразования выражений» до эксперимента и после

Испытуемые	Выполнили верно до эксперимента	Выполнили верно после эксперимента
Александр А.	6	8
Иван П.	9	10
Ирина М.	5	8
Анна С.	9	10
Арина И.	3	8
Андрей К.	3	5
Иван М.	10	10
Софья А.	9	10
Алексей Р.	8	8
Родион В.	9	10
Владимир С.	10	10
Светлана Г.	8	9
Инга Д.	5	8
Евгений У.	0	0
Дарья Р.	8	8
Итого	102	125
Среднее	6,8	8,3

На основе результатов, приведенных в таблице 11, можно сделать вывод, что навыки выполнения тождественных преобразований выражений у учащихся повысились. Среднее значение правильно выполненных заданий увеличилось на 1,5 балла или на 22,06%.

На рисунке 1 приведено среднее количество заданий, правильно выполненных учащимися до и после эксперимента.

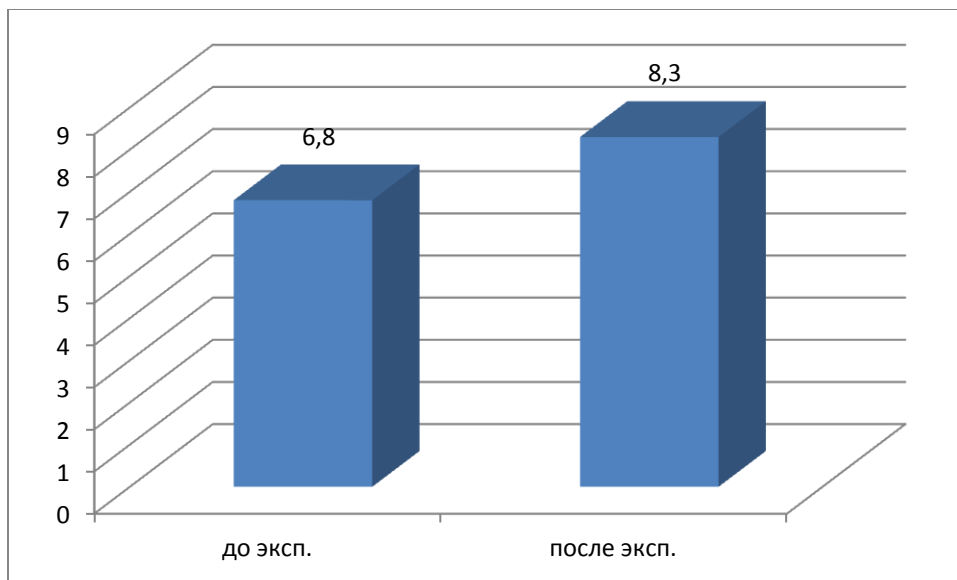


Рисунок 1 - Среднее количество верно выполненных заданий

Чтобы оценить уровень знаний учащихся разобьем количество выполненных заданий на три интервала:

-  $x_{\max} = 10$ ;  $x_{\min} = 0$

-  $h = 10/3 = 3,33$

Найдем количество учащихся, выполнивших задания на низком, среднем и высоком уровне (таблица 12).

Таблица 12

Уровень знаний учащихся

№	Интервал	Уровень	Количество учащихся	Количество учащихся
---	----------	---------	---------------------	---------------------

п/п		знаний	до эксперимента	после эксперимента
1	[0; 3,33]	низкий	3	1
2	[3,33; 6,66]	средний	3	1
3	[6,66; 10]	высокий	9	13

Данные таблицы 12 свидетельствуют о том, что уровень выполнения тождественных преобразований выражений у учащихся повысился (рис. 2).

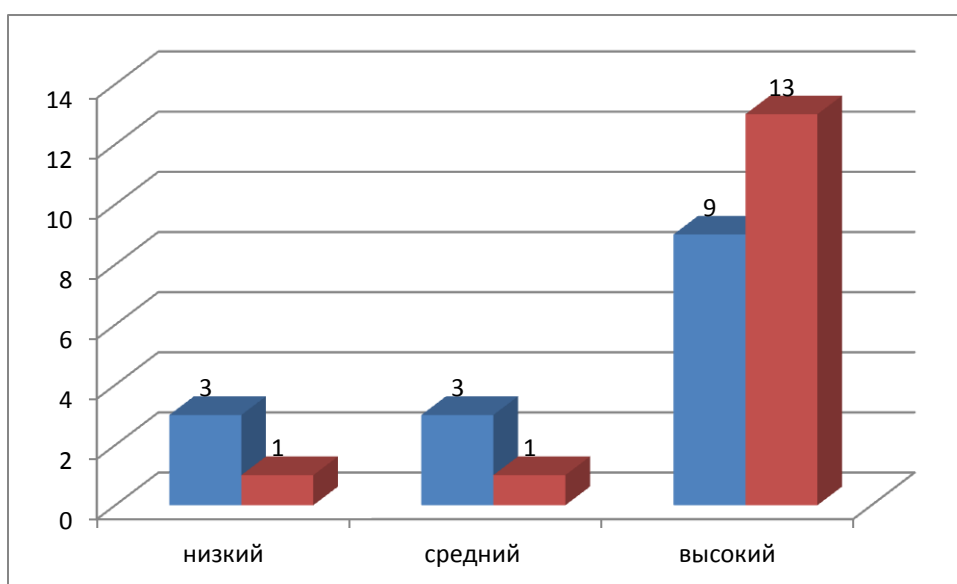


Рисунок 2 – Уровень знаний учащихся до и после эксперимента

Количество учащихся, выполняющих полу-письменные задания по тождественным преобразованиям логарифмических выражений:

- на низком уровне уменьшилось на 2 человека;
- на среднем уровне уменьшилось на 2 человека;
- на высоком уровне увеличилось на 4 человека.

Аналогично анализу уровня знаний учащихся по тождественным преобразованиям логарифмических выражений был проведен анализ в целом по рассматриваемой теме. Результаты среднего значения правильно выполненных



полу-письменных заданий из 40 предложенных в ходе эксперимента и количество учащихся, выполнивших полу-письменные задания на уровнях «низкий», «средний» и «высокий» приведено в таблице 13.

Таблица 13

№ п/п	Параметр	До эксперимента	После эксперимента
1	Среднее значение правильно выполненных заданий	28,8	31,5
2	Низкий уровень знаний	4	2
3	Средний уровень	5	2
4	Высокий уровень	6	11

Данные таблицы 13 свидетельствуют о том, что уровень знаний учащихся по теме «Тождественные преобразования выражений» улучшился, а именно:

- среднее значение правильно выполненных заданий увеличилось на 2,7 балла или на 9,37 % (рис. 3);

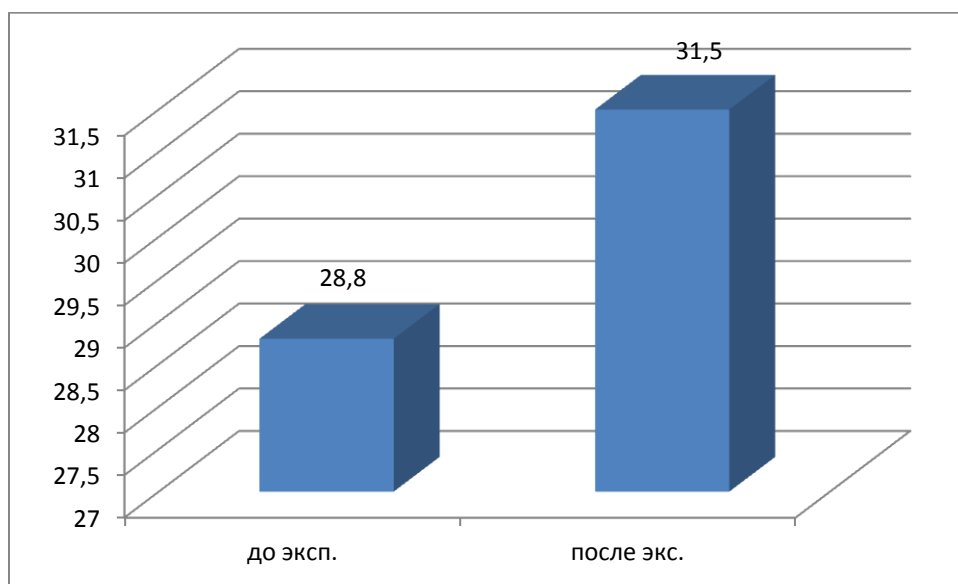


Рисунок 3 - Среднее количество верно выполненных заданий

- количество учащихся, выполняющих полу-письменные задания по тождественным преобразованиям выражений: на низком уровне уменьшилось на 2 человека; на среднем уровне – на 3 человека; на высоком уровне

увеличилось на 5 человек (рис. 4)

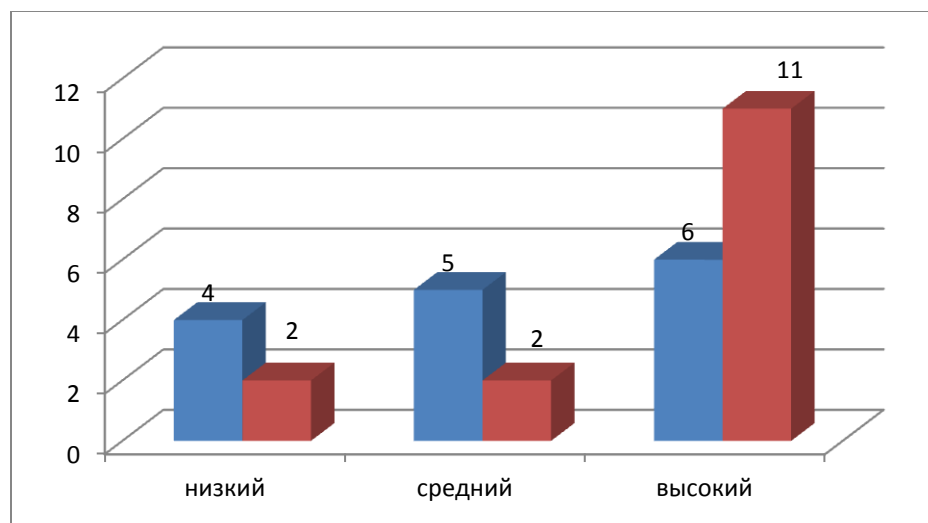


Рисунок 2 – Уровень знаний учащихся до и после эксперимента

Таким образом, в ходе эксперимента доказана гипотеза исследования: обучение решению задач на выполнение тождественных преобразований в процессе подготовки к ЕГЭ будет более эффективным, если:

1. формирование навыков будет происходить на основе использования урочной и внеурочной форм обучения;
2. в системе проводить обобщение и систематизацию знаний и умений по тождественным преобразованиям выражений с использованием алгоритмизации рациональных приемов.

## Заключение

Тождественным преобразованиям выражений в курсе изучения

математики отводится большая роль в связи с тем, что они позволяют придать выражению вид, более удобный для численных расчетов или дальнейших преобразований.

В первой главе выпускной квалификационной работы систематизирован теоретический материал по теме «Тождественные преобразования выражений» благодаря чему получены следующие выводы:

- два выражения называются тождественно равными, если они определены на одном и том же множестве значений переменных, данное и полученное в результате преобразований выражение принимают равные значения при любых значениях входящих в них букв;

- можно выделить две группы тождественных преобразований выражений: первая группа тождественных преобразований выполняется на основе свойств чисел; вторая группа – на основе формул, относящихся к выражениям конкретного вида (логарифмические, тригонометрические и т.д.).

- при выполнении тождественных преобразований особое внимание необходимо уделять области допустимых значений (ОДЗ) переменных. Если не учитывать возможность сужения и расширения ОДЗ при проведении тождественных преобразований, то можно в ходе преобразований получить неверный ответ.

В работе обобщены основные требования к умениям и навыкам учащихся при выполнении тождественных преобразований выражений, это:

- прочные знания свойств и алгоритмов и умелое их применение;
- рациональные приемы вычислений и преобразований;
- умение обосновать применение приемов и правил вычислений и преобразований;
- автоматизм навыков безошибочного выполнения тождественных преобразований.

Особое место в усвоении знаний учащихся по теме «Тождественные

преобразования выражений» занимает повторение, обобщение и систематизация знаний, цель которых не только закрепить знания и навыки, но и пополнить, углубить и систематизировать их.

Систематическая и целенаправленная работа по организации повторения по теме «Тождественные преобразования выражений» в процессе обучения математике способствует осознанному усвоению школьниками теоретических знаний, успешному их применению к решению разнообразных задач, развитию творческого мышления, подготовки учащихся к различного рода аттестациям, усиливает прикладную направленность преподавания математики и позволяет расширить внутрисубъектные и межпредметные связи.

Во второй главе рассмотрены основные требования к организации уроков повторения и систематизации знаний учащихся в процессе подготовки к ЕГЭ:

- при организации обобщения и систематизации знаний учащихся учитель должен особое внимание уделить взаимосвязи целевого, содержательного и технологического компонентов деятельности на конкретном уроке;

- необходимо уделять особое внимание работе с формулировками, характерными для экзаменационных материалов, и активно внедрять тестовые технологии в систему обучения, предлагая задания различного уровня сложности;

- применять сочетание различных методов: беседа с использованием различных средств наглядности; приемы проблемного и дифференцированного обучения и т.д.;

- учитель должен уделить особое внимание разработке системы задач, направленных на углубление и расширение знаний учащихся по основным темам школьного курса математики;

- применять в системе личностно-ориентированный подход; дифференциацию и индивидуализацию обучения.

Особое внимание необходимо уделить применению ИКТ на уроках повторения в процессе подготовки к ЕГЭ, так как данный вид технологий в предметном обучении создает более высокий уровень условий доступности и наглядности изложения материала; способствует повышению мотивации и активности обучающихся. Самое главное, ИКТ способствуют решению проблемы индивидуализации обучения, позволяют без усилий со стороны учителя во время урока предложить каждой группе учащихся повторять материал в удобном для неё темпе, контролировать степень его усвоения, находить и пользоваться необходимой информацией на всех этапах урока.

Применение в системе выше перечисленных технологий и подходов позволит повысить качество знаний многих учащихся класса; усилить у каждого школьника как в математическое, так и общее развитие.

Во второй части выпускной квалификационной работы приведены результаты опытной работы, которая была проведена в МОУ Агаповская средняя общеобразовательная школа № 1 имени П. А. Скачкова по организации повторения темы «Тождественные преобразования выражений в процессе подготовки к ЕГЭ». Целью которой было организовать систематизацию и обобщение знаний по данной теме в сочетании внеурочных и урочных форм обучения.

Был разработан и внедрен в практику элективный курс «Тождественные преобразования выражений», цель которого: ликвидировать пробелы знаний учащихся в курсе алгебры 7-11 классов; сформировать у учащихся общие подходы к формированию выполнения тождественных преобразований выражений.

Курс рассчитан на 14 часов (1 час в неделю), в том числе 2 часа выделено на проведение контрольной работы.

Программа занятий предусматривала обобщение теоретического материала в виде чтения установочных лекций, бесед, проведение практикумов.

При изучении курса для обучающихся были предусмотрены большие возможности для самостоятельной работы, творческого подхода, исследовательской деятельности благодаря большому объему заданий различного уровня сложности.

В ходе опытной работы учащиеся должны были научиться:

- владеть общими алгоритмами к преобразованию выражений;
- качественно проводить анализ задания с целью выявления подходов к его решению;

- применять различные подходы и методы к тождественному преобразованию выражений.

Обобщим некоторые особенности организации повторения и обобщение знаний по теме «Тождественные преобразования выражений»:

- на уроках повторялся материал в соответствие с планом элективных курсов;

- учащимся предлагались обобщенные алгоритмы теоретических знаний по каждой теме;

- каждое занятие начиналось с повторения основных теоретических знаний по теме «Тождественные преобразования выражений»;

- предлагались задания разных уровней сложности с целью применения дифференцированного подхода при повторении и систематизации знаний.

Результативность освоения учащимися способов и приемов тождественных преобразований выражений осуществлялась на основе сравнительного анализа качества умений и навыков до применения методических рекомендаций и после.

При этом было организовано два способа сравнительного анализа качества умений и навыков учащихся:

- выполнение тождественных преобразований выражений учащимися по конкретной теме на основе полу-письменных заданий;

- общий уровень выполнения тождественных преобразований выражений.

В работе приведены результаты выполнения учащимися заданий по теме «Тождественные преобразования логарифмических выражений», которые свидетельствуют о том, что навыки выполнения тождественных преобразований выражений у учащихся повысились:

- среднее значение правильно выполненных заданий увеличилось на 1,5 балла или на 22,06%.

- количество учащихся, выполняющих задания по тождественным преобразованиям логарифмических выражений: на низком уровне уменьшилось на 2 человека; на среднем уровне уменьшилось на 2 человека; на высоком уровне увеличилось на 4 человека.

Аналогичные изменения произошли в целом по теме «Тождественные преобразования выражений» (было предложено 40 заданий в ходе всего эксперимента):

- среднее значение правильно выполненных заданий увеличилось на 2,7 балла или на 9,37 %;

- количество учащихся, выполняющих полу-письменные задания по тождественным преобразованиям выражений: на низком уровне уменьшилось на 2 человека; на среднем уровне – на 3 человека; на высоком уровне увеличилось на 5 человек.

Таким образом, в ходе эксперимента подтвердилась гипотеза исследования: обучение решению задач на выполнение тождественных преобразований в процессе подготовки к ЕГЭ будет более эффективным, если:

1. в системе проводить обобщение и систематизацию знаний и умений по тождественному преобразованию выражений с использованием наиболее рациональных приемов.

2. формирование навыков будет происходить на основе использования урочной и внеурочной форм обучения;

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ



1. Федеральный закон от 29 декабря 2012 г. №273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»
2. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. №413 «Об утверждении Федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования»
3. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 31 марта 2014 г. №253 «Об утверждении федерального перечня учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего и среднего общего образования»
4. Письмо Департамента государственной политики в образовании Министерства образования и науки Российской Федерации от 07.06.2005 г. №03-1263 «Примерные программы основного общего и среднего (полного) общего образования по математике
5. Письмо МОиН РТ от 02.03.2009 г. №1293/9 «Об особенностях изучения математики в условиях перехода на федеральный компонент государственного стандарта основного общего и среднего и среднего (полного) общего образования».
6. Концепция духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России: учебное издание / А. Я. Данилюк, А. М. Кондаков, В. А. Тишков. – М. : Просвещение, 2013.
7. Приказ Министерства образования и науки Челябинской области № 01-1786 от 09.06.2012 г. «О введении ФГОС основного общего образования в общеобразовательных учреждениях Челябинской области с 01 сентября 2012 г.»
8. Приказ Министерства образования и науки Челябинской области от 30.05.2014 № 01/1839 «О внесении изменений в областной базисный учебный план для общеобразовательных организаций Челябинской области, реализующих программы основного общего и среднего общего образования»

Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.12.2010 г. №1897 «Об утверждении Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования»

9. Письмо Министерства образования и науки Челябинской области от 31.07.2013 г. №103/3404 «О разработке рабочих программ учебных курсов, предметов, дисциплин (модулей) в общеобразовательных учреждениях Челябинской области»

10. Балк М.Б., Балк Г.Д. Поиск решения: Для среднего и старшего возраста. - М.: Дет. литература, 1983.

11. Балл Г.А. Теория учебных задач: Психолого-педагогический аспект. - М.: Педагогика, 1990.

12. Башмаков М.И. Уровень и профиль школьного математического образования // Математика в школе. - 1993. - № 2.

13. Болтянский В.Г., Сидоров Ю.В., Шабунин М.И. Лекции и задачи по элементарной математике. - М.: Наука, 1971.

14. Виноградова Л.В. Развитие мышления учащихся при обучении математике. - Петрозаводск: «Карелия», 1989.

15. Волович М.Б. Математика без перегрузок. - М.: Педагогика, 1991.

16. Галицкий М.Л., Мошкович М.М., Шварцбурд С.И. Углубленное изучение курса алгебры и математического анализа: Методические рекомендации и дидактические материалы: Пособие для учителя. - М.: Просвещение, 1986.

17. Гальперин П.Я. Формирование знаний и умений на основе теорий поэтапного формирования умственных действий. - М.: Изд-во МГУ, 1968.

18. Гнеденко Б.В. Математика и математическое образование в современном мире. - М.: Просвещение, 1985.

19. Груденов Я.И. Психолого-дидактические основы методики обучения математике. - М.: Педагогика, 1987.

20. Груденов Я.И. Совершенствование работы учителя математики: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990.
21. Гусев В.А. Индивидуализация учебной деятельности учащихся как основа дифференцированного обучения математике в средней школе // Математика в школе. - 1990. - №4.
22. Гусев В.А. Психолого-педагогические основы обучения математике. - М.: ООО «Издательство «Вербум-М», ООО «Издательский центр «Академия», 2003.
23. Далингер В.А. Методика реализации внутрипредметных связей при обучении математике: Книга для учителя. - М.: Просвещение, 1991.
24. Дистервег Адольф. «О природосообразности и культуросообразности в обучении» (по публ. в ж-ле «Народное образование», 1998, № 7)
25. Дьяченко В.К. Организационная структура учебного процесса и ее развитие. - М.: Педагогика, 1989.
26. Епишева О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода. – М.: Просвещение, 2004.
27. Епишева О.Б., Крупич В.И. Учить школьников учиться математике. - М.: Просвещение, 1990.
28. Зильберберг Н.И. Урок математики, подготовка и проведение. – М.: Просвещение, 1996.
29. Кабанова-Меллер Е.Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственного развития учащихся. - М.: Просвещение, 1984.
30. Карп А.П. Даю уроки математики. Книга для учителя: Из опыта работы. - М.: Просвещение, 1992.
31. Колягин Ю.М., Ткачева М.В., Федорова Н.Е. Профильная дифференциация обучения математике // Математика в школе. -1990. - № 4.
32. Концепция модернизации российского образования на период до 2010 года // Вестник образования. – 2002. –№ 6. – с. 11-40.

33. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования // Вестник образования. – 2002. – декабрь № 4.
34. Крамор В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа. - М.: Просвещение, 1990.
35. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. - М.: Просвещение, 1968.
36. Леонтьева М.Р., Суворова С.Б. Упражнения в обучении алгебре. - М.: Просвещение, 1985.
37. Манвелов С.Г. Конструирование современного урока математики. – М.: Просвещение, 2002.
38. Мордкович А.Г.: Новая концепция школьного курса алгебры // Математика в школе. - 1996. - №6.
39. Никольская И.Л., Семенов Е.Е. Учимся рассуждать и доказывать. - М.: Просвещение, 1989.
40. Окунев А.А. Спасибо за урок, дети! О развитии творческих способностей учащихся. Книга для учителей: Из опыта работы. - М.: Просвещение, 1988.
41. Онищук В.А. Урок в современной школе. - М.: Просвещение, 1981.
42. Повышение эффективности обучения математике в школе: Книга для учителя ./ Сост. Г.Д. Глейзер. - М.: Просвещение, 1989.
43. Саакян С.М., Гольдман А.М., Денисов Д.М. Задачи по алгебре и началам анализа для 10-11 классов. - М.: Просвещение, 1990.
44. Самостоятельная деятельность учащихся при обучении математике.//Формирование умений самостоятельной работы: Сборник статей / Сост. С.И. Демидова, Л.О. Денищева. - М.: Просвещение, 1985.
45. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике. - М.: Просвещение, 1995.
46. Средства обучения математике: Сборник статей / Сост. А.М. Пышкало. - М.: Просвещение, 1980.

47. Стратилатов П.В. О системе работы учителя математики: Методические рекомендации по организации учебного процесса. - М.: Просвещение, 1984.
48. Талызина Н.Ф. Управление процессом формирования знаний. - М.: Изд-во МГУ, 1984.
49. Темербекова А.А. Методика преподавания математики: Учеб. Пособие для студ. Высш. Учеб. Заведений. – М.: Гуманит. Изд. Центр ВЛАДОС, 2003.
50. Унт Инге. Индивидуализация и дифференциация обучения. - М.: Педагогика, 1990.
51. Формирование приемов математического мышления / Под ред. Н.Ф. Талызиной. - М.: ТОО «Вентана-Граф», 1995.
52. Фридман Л.М. Логико-психологический анализ школьных учебных заданий. - М.: Педагогика, 1977.
53. Фридман Л.М. Учитесь учиться математике. - М.: Просвещение, 1985.
54. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач: Учебное пособие для 10 классов средней школы. - М.: Просвещение, 1989.
55. Шарыгин И.Ф., Голубев В.И. Факультативный курс по математике. Решение задач: Учебное пособие для 11 классов средней школы. - М.: Просвещение, 1991.

Карточка по теме Тожественные преобразования логарифмических выражений

Вариант 1	Вариант 2
$\log_{12} \frac{7}{144} - \log_{12} 7$	$\log_2 0,36 - \log_2 0,72$
$\log_4 400 + \log_4 0,16$	$\log_4 20 + \log_4 3,2$
$\log_6 30 - \log_6 \frac{5}{6}$	$\log_6 180 - \log_6 5$
$\log_2 28 + \log_2 \frac{4}{7}$	$\log_2 12 + \log_2 \frac{1}{192}$
$12 - 10^{\lg 5}$	$21 + e^{\ln 3}$
$5 \log_3 81$	$9 \log_7 49$
$\lg \left( \frac{100}{b^3} \right)$ , если $\lg b = 3$	$\log_{\frac{1}{2}} (4a)$ , если $\log_2 a = -3$
$\log_3 a^{\frac{3}{7}}$ , если $\log_3 a = 21$	$\log_5 y$ , если $\log_5 y^5 = 10$
$4 \log_4 2 \cdot \log_2 4 + 2$	$\log_3 8 : \log_3 2 - 4$
$\log_{256} \sin \frac{5\pi}{8} + \log_{256} \sin \frac{6\pi}{8} + \log_{256} \sin \frac{7\pi}{8}$	$\log_{\sqrt{2}} \sin^2 \frac{\pi}{8} + \log_{\sqrt{2}} \sin^2 \frac{3\pi}{8}$