МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ

Методика изучения элементов комбинаторики и теории вероятностей в основной школе

Выпускная квалификационная работа
по направлению 44.03.01 Педагогическое образование,
направленность программы бакалавриата
«Математика»

Проверка на объем заимствований:
____________% авторского текста

Выполнила:
Студентка группы ЗФ-413/087-4-1
Планитко Валентина Юрьевна
____

Работа _______________ к защите
« ___ » ___________ 20__ г.
зав. кафедрой математики и методики обучения математике
_____________ Суховиенко Е.А.

Научный руководитель:
к.п.н., доцент кафедры МиМОМ
Шумакова Екатерина Олеговна
____

Челябинск
2017

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность. Нет никаких сомнений в необходимости введения комбинаторной линии в школьный курс математики. Очень давно идет речь о потребности изучения в школе компонентов теории вероятностей и статистики. Так как изучение и осмысление теории вероятностей и статистических проблем особенно необходимо в нашем перенасыщенном информацией обществе. Однако внедрение комбинаторной линии в школьный курс столкнулось с некоторыми трудностями, во-первых, это методическая неподготовленность преподавателей и отсутствие общей методики и школьных учебников.

Из-за того, что наши дети стали более развиты и им необходимы не просто задачи на вычисление, а задачи, требующие в своем решении участия логического мышления, в дополнение к задачам, которые являются наиболее приближенными к реальной жизни, данная тема актуальна для современных школьников. Аналогичными задачами и являются задачи на комбинаторику и вероятность. Настоящее исследование определяет уровень логического мышления учащихся 10-13 лет. А выявление методов обучения решению подобных задач предоставляет возможность выбора наиболее рационального метода для обучения в школе.

Эта тема исследования занимательна потому, что подобных задач в школьной программе 5-6 классов не много, однако и их решение можно свести к игре, интересной детям.

Проблема исследования. Обоснование необходимости введения элементов комбинаторики и теории вероятностей в основную школу.

Гипотеза исследования. Изучение комбинаторики и теории вероятностей в основной школе станет наиболее эффективным, если преподавание учебного материала будет проводиться в игровой форме.

Цель работы. Рассмотреть методику обучения решению комбинаторных задач.

В соответствии с поставленной целью, определены следующие з**адачи исследования:**

1. Изучить научно-методическую литературу по данной теме.
2. Изучить основные элементы комбинаторики.
3. Продемонстрировать применение основных понятий комбинаторики при решении математических задач.
4. Разработать уроки преподавания комбинаторики и теории вероятностей в основной школе.

Объект исследования. Учебно–воспитателный процесс в основной школе.

Предмет исследования. Методика изучения комбинаторики и теории вероятностей в основной школе.

ГЛАВА I Теоретические основы изучения комбинаторных задач в школе.

1.1Необходимость введения вероятно-статистической линии в школьный курс математики.

Очень давно идет речь о потребности изучения в школе компонентов теории вероятностей и статистики. Так как изучение и осмысление теории вероятностей и статистических проблем особенно необходимо в нашем перенасыщенном информацией обществе. Однако внедрение комбинаторной линии в школьный курс столкнулось с некоторыми трудностями, это методическая неподготовленность преподавателей и отсутствие общей методики и школьных учебников.

Человек изначально слабо приспособлен к осознанию и точной интерпретации вероятностно-статистических данных, на это указывают исследования психологов (Ж. Пиаже, Е. Фишбейн). Наиболее благоприятен для формирования вероятностных понятий возраст 10–13 лет (это 5–7-е классы). Тем более что в средней школе существенно снижается интерес к обучению в целом и к математике в частности. А вероятностно-статистическая линия, изучение которой невозможно без опоры на процессы, наблюдаемые в окружающем мире, на настоящий жизненный опыт учащихся, способна содействовать возвращению интереса к предмету «математика», пропаганде его важности и универсальности.

Устранению укоренившегося ощущения, что происходящее на уроке математики никак не связано с окружающим миром, с повседневной жизнью способствует формированию у школьников знакомство с данной областью математики, где между черным и белым существует целый спектр цветов и оттенков, возможностей и альтернатив, а между однозначным «да» и «нет» существует еще и «может быть» (причем это «может быть» поддается количественной оценке). Учащиеся наблюдают прямую взаимосвязь математики с действительностью, реальной жизнью.

1.2 Основные понятия и формулы комбинаторики в школьном курсе математики.

Задачами о существовании и подсчете разных комбинаций, которые возможно составить из элементов заданного конечного множества занимается, в основном, комбинаторная математика. Готфрид Вильгельм Лейбниц в 1666 г. в своей диссертации об искусстве комбинаторики, в которой он решает фундаментальные комбинаторные задачи, приводящие к биномиальным коэффициентам и к факториалу так назвал данный раздел математики. [3]

Размещения. Множества, составленные из n различных элементов по m элементов, которые отличаются либо составом элементов, либо их порядком, называют размещениями (или упорядоченными выборками без повторений). Число всех возможных размещений определяется формулой

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

(читается *размещения m элементов из n*).

Задача 1:

На станции 7 запасных путей. Сколькими способами можно расставить на них 4 поезда?

Решение:

Варианты, при которых одни и те же поезда стоят на разных путях считаются, разными, поэтому:

$A_7^4 = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} = 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 840.$

Ответ: возможно 840 вариантов.

Задача 2:

Сколькими способами 6 студентов, сдающих экзамен, могут занять места в аудитории, в которой стоит 20 одноместных столов?

Решение:

Число возможных размещений будет равно

$A_{20}^{6} = \frac{20!}{(20-6)!} = \frac{20!}{14!} = 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20 = 27907200.$

Ответ: студенты могут занять места в аудитории 27907200 способами.

Размещения с повторениями. Множества, в которых какие-либо элементы повторяются, нередко встречаются в задачах по комбинаторики. К примеру: в задачах на числа – цифры. При размещениях для подобных задач применяется формула

$$\overline{A}_n^m = n^m$$

Задача 1:

Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?

Решение:

Так как порядок цифр в числе существенен, цифры могут повторяться, то это будут размещения с повторениями из пяти элементов по три, а их число равно $\overline{A}_5^3 = 5^3 = 125.$

Ответ: возможно составить 125 различных чисел.

Перестановки. Перестановками элементов называются множества этих элементов, состоящие из одних и тех же различных элементов и отличающиеся друг от друга только их порядком.

$$P_n = n!$$

(читается *эн-факториал*)

Задача 1:

Курьер должен разнести пакеты в 7 различных учреждений. Сколько маршрутов он может выбрать?

Решение:

Найдем количество всех маршрутов: $\mathrm{P}_7 = 7! = 5040$.

Ответ: возможно составить 5040 различных маршрутов.

Задача 2:

Сколькими способами 9 человек могут встать в очередь в театральную кассу?

Решение:

Количество способов можно найти с помощью формулы: $\mathrm{P}_9 = 9! = 362880$.

Ответ: в театральную кассу можно встать 362880 способами.

Сочетания. Множества, содержащие *m* элементов из числа *n* заданных, и которые отличаются хотя бы одним элементом, называются сочетаниями (или неупорядоченными выборками без возвращения) из *n* различных элементов по m. Число сочетаний из *n* элементов по *m* обозначают: C_n^m. Это число выражается формулой

$$C_n^m = \frac{n!}{m!\,(n-m)!}$$

(читается сочетания m элементов из n).

Сочетания с повторениями. Пусть существуют предметы n различных видов предметов, и из них составляются наборы, содержащие k элементов. Подобные выборки называются сочетаниями с повторением. Их число обозначается $\bar{C}_n^k$.

Число сочетаний с повторениями может быть вычислено по формулам:

$$\bar{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = C_{n+k-1}^{n-1}$$

Задача:

В почтовом отделении продаются открытки 10 видов. Сколькими способами можно купить в нем 8 открыток.

Решение:

Количество покупок равно числу сочетаний восьми видов открыток по десять - $\bar{C}_{10+8-1}^{8-1} = \frac{(10+8-1)!}{10!(8-1)!} = \frac{17!}{7!\cdot 10!} = 11 \cdot 13 \cdot 8 \cdot 17 = 19448.$

Ответ: открытки возможно купить 19448 способами.

Сочетания без повторений. Размещение, при котором порядок следования элементов не имеет значения, называется сочетанием без повторений., Сочетанием из n элементов по m, называется каждое подмножество X состоящее из m элементов. Таким образом, количество вариантов при сочетании будет меньше количества размещений. Число сочетаний из n элементов по m обозначается C_n^m . Число сочетаний без повторения может быть вычислено по формуле:

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_n^m} = \frac{n!}{(n-m)!\,m!}$$

Задача 1:

Сколько четырехкнопочных комбинаций существует на кодовом замке (все три кнопки нажимаются одновременно), если на нем всего 10 цифр.

Решение:

Так как кнопки нажимаются одновременно, то выбор этих трех кнопок – сочетание. Отсюда возможно $C_{10}^4 = \frac{10!}{(10-4)!\cdot 4!} = \frac{7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{2\cdot 3\cdot 4} = 210.$

Ответ: существует 210 комбинаций.

Задача 2:

В классе 7 человек успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих для участия в математической олимпиаде?

Решение:

$$C_7^2 = \frac{7!}{(7-2)!\cdot 2!} = \frac{7!}{5!\cdot 2!} = \frac{6\cdot 7}{2} = 21.$$

Ответ: для выбора учеников существует 21 способ.

Треугольник Паскаля. Бесконечная таблица биномиальных коэффициентов, обладающая треугольной формой. В данном треугольнике на вершине и по бокам стоят единицы. Каждое число равно сумме двух расположенных над ним чисел. Строки треугольника симметричны относительно вертикальной оси. Назван в честь Блеза Паскаля. Числа, образующие треугольник Паскаля, появляются естественным образом в алгебре, комбинаторике, теории вероятностей, математическом анализе, теории чисел. [25]

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 200 252 200 120 45 10 1

Рисунок 1 – Треугольник Паскаля

Формула бинома Ньютона.

$$(1+\mathrm{x})^{\mathrm{n}} = 1 + \mathrm{C}_{\mathrm{n}}^{1}\mathrm{x} + \mathrm{C}_{\mathrm{n}}^{2}\mathrm{x}^{2} + \cdots + \mathrm{C}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{n}}\mathrm{x}^{\mathrm{n}} = \sum_{\mathrm{k}=0}^{\mathrm{n}} \mathrm{C}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{k}}\mathrm{x}^{\mathrm{k}}$$

Доказательство:

Второе равенство представляет собой не что иное, как разные записи одной и той же суммы. Слева стоит эта сумма в “развернутом” варианте, а справа эта же сумма, записанная с помощью знака суммирования. Поэтому доказываем первое равенство.

Рассмотрим выражение: $\mathrm{A} = (1+x_1)(1+x_2)\ldots(1+x_n)$.

Раскрыв скобки, получим сумму

$$A = 1 + \sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{1\le i<j\le n} x_i x_j + \cdots + \sum_{1\le i_1<\cdots<i_1\le n} x_{i_1}, x_{i_2} \ldots x_{i_1} + \cdots + x_1 x_2 \ldots x_n$$

В первой сумме количество слагаемых равно количеству элементов множества $S = \{1,2,\ldots,n\}$, то есть $n = C_n^1$. Во второй сумме количество слагаемых равно количеству двухэлементных подмножеств n-элементного множества S, то есть равно C_n^2. Число слагаемых в k-ой сумме равно количеству k-элементных подмножеств n-элементного множества S, то есть равно C_n^k. Поэтому, если положить в A $x_1 = x_2 = \cdots = x_n = x$, то получим

$$(1+x)^n = 1 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \cdots + C_n^k x^k + \cdots + x^n$$

Теорема доказана.

Простейшие свойства сочетаний.

1° $C_n^0 = C_n^n = 1$

Доказательство:

$$\mathrm{C}_n^0 = \frac{n!}{0!\,(n-0)!} = 1$$

аналогично

$$C_n^n = \frac{n!}{n!\,(n-n)!} = \frac{1}{0!} = 1$$

2° $C_n^1 = C_n^{n-1} = n$

Доказательство:

$$C_n^1 = \frac{n!}{1!\,(n-1)!} = \frac{(n-1)!\cdot n}{(n-1)!} = n$$

аналогично

$$C_n^{n-1} = \frac{n!}{(n-1)!\,(n-n+1)} = \frac{(n-1)!\,n}{(n-1)!} = n$$

3°свойство симметрии

$$C_n^k = C_n^{n-k}$$

Доказательство:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!},\ C_n^{n-k} = \frac{n!}{(n-k)!(n-n+k)!} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

то есть

$$C_n^k = C_n^{n-k}$$

4° $C_{n+1}^k = C_n^{k+1} + C_n^k$ свойство Паскаля.

Доказательство:

$$C_n^{k-1} + C_n^k = \frac{n!}{(k-1)!(n-k+1)!} + \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n!}{(k-1)!(n-k+1)(n-k)!} + \frac{n!}{(k-1)!k(n-k)!} =$$
$$\frac{n!}{(k-1)!(n-k)!}\left(\frac{1}{n-k+1} + \frac{1}{k}\right) = \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!}\left(\frac{k+n-k+1}{(n-k+1)k}\right) = \frac{n!(n+1)}{(k-1)!k(n-k)!(n-k+1)} =$$
$$\frac{(n+1)!}{k!(n+1-k)!} = C_{n+1}^k,$$

что и требовалось доказать;

5° $\sum_{k=0}^{m-1} C_{n+k}^n = C_{n+m}^{n+1}, (m^3 1)$

Это равенство будем доказывать индукцией по m. При $m = 1$ левая часть равна

$$\sum_{k=0}^{0} C_{n+k}^{n} = C_{n}^{n} = 1$$

правая часть равна $C_{n+1}^{n+1} = 1$, то есть при $m = 1$ доказываемое равенство выполняется. Допустим равенство выполняется при $m = 1$, то есть

$$\sum_{k=0}^{l-1} C_{n+k}^{n} \ (l \geq 1)$$

Докажем равенство при $m = 1 + 1$, то есть докажем равенство

$$\sum_{k=0}^{l} C_{n+k}^{n} = C_{n+l+1}^{n+1}$$

В самом деле,

$$\sum_{k=0}^{l} C_{n+k}^{n} = \sum_{k=0}^{l-1} C_{n+k}^{n} + C_{n+l}^{n} = C_{n+l}^{n+1} + C_{n+l}^{n}$$

(по индуктивному предположению),

$$C_{n+l}^{n+1} + C_{n+l}^{n} = C_{n+l+1}^{n+1}$$

(по свойству 4). Пятое свойство доказано.

В обыденной жизни, в практической и научной деятельности нередко приходиться наблюдать те или иные явления, провести несколько экспериментов. В ходе исследования или эксперимента приходится сталкиваться с некоторыми *случайными событиями*, то есть такими событиями, которые могут произойти или не произойти. К примеру, выпадение орла или решки при подкидывании монеты, попадание в мишень или промах при выстреле, победа спортивной команды во встрече с соперником, поражение или ничейный результат – все это случайные события.

Теория вероятностей - это раздел математики, который занимается изучением закономерности случайных событий. Методы теории вероятностей применяются в информатике, физике, астрономии, биологии, медицине и во многих других областях знаний.

В поисках ответа на вопрос: «как часто наступает то ли иное событие в большой серии происходящих в одинаковых условиях испытаний со случайными исходами?», произошло зарождение теории вероятностей.

Рассмотрим пример. Выполнили такие испытания. Подкидывали 100 раз игральный кубик, на гранях которого имеются очки от одного до шести, и отмечали, какое количество раз на верхней грани кубика выпадет шесть очков. При подкидывании игрального кубика на его верхней грани может выпасть одно, два, три, четыре, пять или шесть очков. Всякое из этих шести событий, или, как говорят, шести исходов испытания, считается случайным. Пусть в данной серии экспериментов «шестерка» выпала 17 раз. Число 17, которое показывает, сколько раз в этом испытании случилось данное событие, называют *частотой* этого события, а отношение частоты к общему числу испытаний, равное 17/100, называют *относительной частотой* этого события.

Классическое определение вероятности. Отношение числа тех исходов, в результате которых наступает событие А, к общему числу всех (равновозможных между собой) исходов этого испытания называют вероятностью события А при проведении некоторого испытания. Вероятность события вычисляется по формуле

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Где m – число элементарных событий, благоприятствующих событию А, n – число всех элементарных событий.

Понятие события.

Событие – это одно из главных определений теории вероятностей. Под событием понимают любой факт, который может случиться в последствии опыта или испытания. Опыт, или испытание, подразумевает реализацию определённого комплекса условий.

Примеры событий:

– попадание в цель при выстреле из орудия (опыт — произведение выстрела; событие — попадание в цель);

– выпадение двух гербов при трёхкратном бросании монеты (опыт — трёхкратное бросание монеты; событие — выпадение двух гербов);

– возникновение ошибки измерения в заданных пределах при измерении дальности до цели (опыт — измерение дальности; событие — ошибка измерения).

Можно привести бесчисленное множество аналогичных примеров. События обозначаются заглавными буквами латинского алфавита A, B, C и т.д.

Операции над событиями.

Наиболее значимым при разработке аппарата и методики исследования случайных событий в теории вероятностей, является определение суммы и произведения событий.

Суммой, или объединением, нескольких событий называется событие, состоящее в наступлении хотя бы одного из этих событий.

Сумма S событий A, B, C,…,N обозначается так: $S = A + B + C +…+ N$.

Например, если событие A есть попадание в цель при первом выстреле, событие B — при втором, то событие $C = A + B$ есть попадание в цель вообще, безразлично, при каком выстреле — первом, втором или при обоих вместе.

Произведением, или пересечением, нескольких событий называется событие, состоящее в совместном появлении всех этих событий.

Произведение S событий A, B, C,…, N обозначается S = ABC … N.

Например, если событие A есть попадание в цель при первом выстреле, событие B — при втором, то событие C = AB состоит в том, что в цель попали при обоих выстрелах.

Понятия суммы и произведения событий имеют наглядную геометрическую интерпретацию. Пусть событие A состоит в попадании точки в область A, событие B — в попадании в область B, тогда событие A+B состоит в попадании точки в область, закрашенную на рисунке 2, и событие AB — в попадании точки в область, закрашенную на рисунке 3.

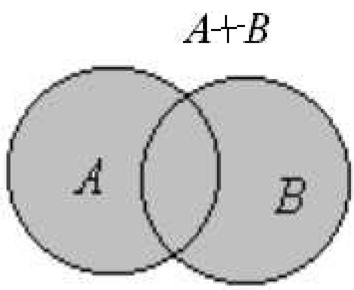


Рисунок 2 – Сумма событий

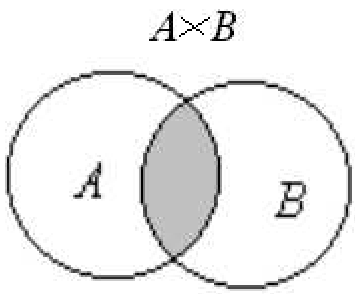


Рисунок 3 – Объединение событий

События, появление одного из которых не исключает возможность появления другого называются **совместными событиями**.

Вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий минус вероятность их совместного появления:

$$p(A+B) = p(A) + p(B) - p(A \times B).$$

События, появление одного из которых исключает возможность появления другого, называются **несовместными событиями**.

Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий:

$$p(A+B) = p(A) + p(B).$$

События, появление одного из которых влияет на появление другого события называются **зависимыми событиями**.

Вероятность произведения двух зависимых событий равна произведению одного из них на условную вероятность другого:

$$p(A \times B) = p(A) \times p\left(\frac{B}{A}\right) = p(B) \times p\left(\frac{A}{B}\right).$$

События, появление одного из которых не влияет на появление другого события называются **независимыми событиями** .

Вероятность произведения двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:

$$p(A \times B) = p(A) \times p(B).$$

Событие, являющееся обратным по отношению к какому либо событию называется **противоположным событием**.

Например, успешному шансу появления четверки на игральной кости будет являться 1/6. А противоположностью этого события будет являться шанс, что кость не выпадет, то есть 5/6.

Вероятность противоположного события равна единице, минус вероятность этого события.

Формула полной вероятности:

Вероятность события А, которое может произойти одновременно с одним из n попарно несовместимых событий $H_1, H_2, \dots, H_n$, называемых гипотезами, образующих полную группу событий, равна:

$$p(A) = p(H_1) \times p\left(\frac{A}{H_1}\right) + p(H_2) \times p\left(\frac{A}{H_2}\right) + \cdots + p(H_n) \times p\left(\frac{A}{H_n}\right).$$

Формула Бернулли. Формула в теории вероятностей, позволяющая находить вероятность появления события А при независимых испытаниях. Формула Бернулли позволяет избавиться от большого числа вычислений — сложения и умножения вероятностей — при достаточно большом количестве испытаний. Названа в честь выдающегося швейцарского математика Якоба Бернулли, который вывел эту формулу.

Теорема. Если вероятность p наступления события A в каждом испытании постоянна, то вероятность $P_{k,n}$ того, что событие A наступит ровно k раз в n независимых испытаниях, равна:

$$P_{k,n} = C_n^k \times p^k \times q^{n-k},$$

где $q = 1 - p$.

Доказательство. Пусть проводится n независимых испытаний, причём известно, что в результате каждого испытания событие A наступает с вероятностью $P(A) = p$ и, следовательно, не наступает с вероятностью $P(\overline{A}) = 1 - p = q$. Пусть, так же, в ходе испытаний вероятности p и q остаются неизменными. Какова вероятность того, что в результате n независимых испытаний, событие A наступит ровно k раз?

Оказывается можно точно подсчитать число "удачных" комбинаций исходов испытаний, для которых событие A наступает k раз в n независимых испытаниях, - в точности это количество сочетаний из n по k:

$$C_n(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

В то же время, так как все испытания независимы и их исходы несовместимы (событие A либо наступает, либо нет), то вероятность получения "удачной" комбинации в точности равна: $p^k \times q^{n-k}$.

Окончательно, для того чтобы найти вероятность того, что в n независимых испытаниях событие A наступит ровно k раз, нужно сложить вероятности получения всех "удачных" комбинаций. Вероятности получения всех "удачных" комбинаций одинаковы и равны $p^k \cdot q^{n-k}$, количество "удачных" комбинаций равно $C_n(k)$, поэтому окончательно получаем:

$$P_{k,n} = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k} = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}.$$

Последнее выражение есть не что иное, как Формула Бернулли. Полезно также заметить, что в силу полноты группы событий, будет справедливо:

$$\sum_{k=0}^{n} \left(P_{k,n}\right) = 1$$

Выводы по главе 1

В первой главе были рассмотрены ключевые определения комбинаторики, такие как размещения, перестановки, сочетания. Так же рассмотрены: треугольник Паскаля, формула бинома Ньютона, простейшие свойства сочетаний, формула Бернулли.

Приведено обоснование необходимости изучения комбинаторной линии в основной школе, так как наиболее благоприятный возраст для формирования вероятностных представлений 10-13 лет (это 5-7-е классы).

ГЛАВА II Реализация методики изучения комбинаторных задач в основной школе

2.1. Методика решения комбинаторных задач в 5 классе.

(на материале учебника под ред. Г.В. Дорофеева и И.Г. Шарыгина [21])

Основными задачами на этом этапе являются:

- Выработка умений заполнять в таблице пустые графы (строки, столбцы).
- Выработка умений и навыков работать с таблицей, выбирать из таблиц данные и анализировать их.
- Показать, что такое дерево возможных вариантов, его использование как один из способов решения комбинаторных задач.
- Формирование умений подсчета комбинаторных объектов, способом обычного перебора.
- Формирование умений и навыков в составлении, подборе и упорядочении комбинаторных наборов.

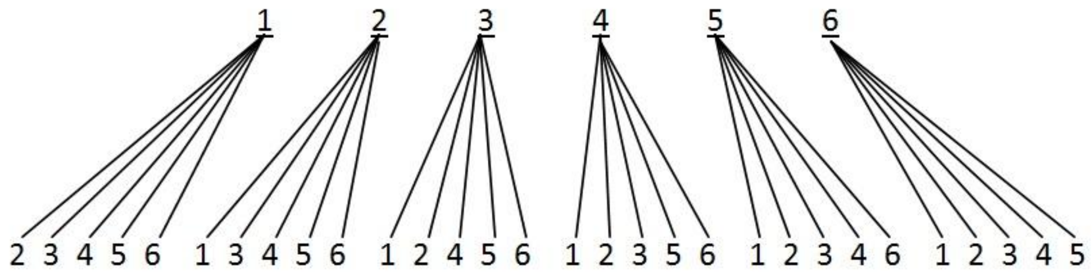
Формирование комбинаторных навыков, как уже говорилось, необходимо начинать как можно раньше.

В 5 классе рассматриваются элементарные комбинаторные задачи, решая которые должна вестись либо работа по перебору возможных вариантов, либо по упорядочиванию, либо их объединение – перебор и упорядочивание вместе. В жизни часто сталкиваемся с подобными задачами, которые имеют несколько различных решений, и перед нами возникает вопрос проанализировать все возможные варианты решения. Для этого нам необходимо отыскать удобный метод перебора, при котором будут рассмотрены различные варианты, и они не повторялись бы.

На первом месте перед учителем стоит задача по формированию навыков систематического перебора. Начинать необходимо с простых задач, где не так много элементов, важна сама суть перебора всех вариантов.

В правление избранно 6 человек. Из них надо выбрать председателя и заместителя председателя. Сколькими способами это можно сделать?

Председателя можно выбрать одного из шести человек. Заместителя председателя можно выбрать любого из оставшихся пяти человек. Составим схему:



Таким образом, общее число способов выбора председателя и заместителя председателя равно $6 \cdot 5 = 30$.

На вершину холма ведут пять тропинок. Сколько существует способов подняться на холм и спуститься с нег, если подниматься и спускаться по разным тропинкам?

Подняться на холм можно по любой из пяти тропинок, однако, спуститься с холма можно всего лишь по четырем тропинкам, так как тропинки не должны повторяться, поэтому общее число способов будет равно $5 \cdot 4 = 20$.

Сколько пятизначных чисел содержат все цифры 1, 2, 3, 4, 5? Сколько содержат все цифры 0, 2, 4, 6, 8?

1) Каждая цифра (1, 2, 3, 4, 5) может стоять на первом месте, то есть для каждой цифры существует по пять вариантов перестановок

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 3125$$

2) Нуль не может стоять на первом месте, поэтому для него существует четыре варианта перестановок, для остальных цифр (2, 4, 6, 8) по пять вариантов перестановок

$$4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2500$$

У Бориса до тренировки по плаванию оставалось время, и он решил съездить в зоопарк. От дома до зоопарка Борис может доехать на метро, трамваем или автобусом, а от зоопарка до бассейна – автобусом, троллейбусом или на метро. Сколькими способами Борис может доехать от дома до бассейна, посетив зоопарк?

От дома до зоопарка Борис может доехать тремя способами – на метро, трамваем или автобусом, от зоопарка до бассейна тоже можно доехать тремя способами, так как Борис может доехать на одном и том же транспорте, например, до зоопарка на автобусе и до бассейна тоже на автобусе. Общее число способов будет равно $3 \cdot 3 = 9$.

В футбольной команде пятого класса 7 человек. Члены команды выбирают капитана и вратаря. Сколькими способами это можно сделать?

Капитана футбольной команды можно выбрать из семи человек, то есть существует семь способов. Вратаря футбольной команды можно выбрать из шести человек. Найдем общее количество способов: $7 \cdot 6 = 42$.

2.2. Методика решения комбинаторных задач в 6 классе.

(на материале учебника под ред. Г.В. Дорофеева и И.Г. Шарыгина [22])

Главные задачи:

- Показать учащимся как можно решать комбинаторные задачи с помощью рассуждений. Познакомить учащихся с правилом умножения при подсчете числа возможных вариантов, сформировать умения по его применению.
- Отработка умений и навыков в составлении и подсчете числа комбинаторных наборов.
- Формирование умений строить дерево возможных вариантов.
- Познакомить с правилом суммы.

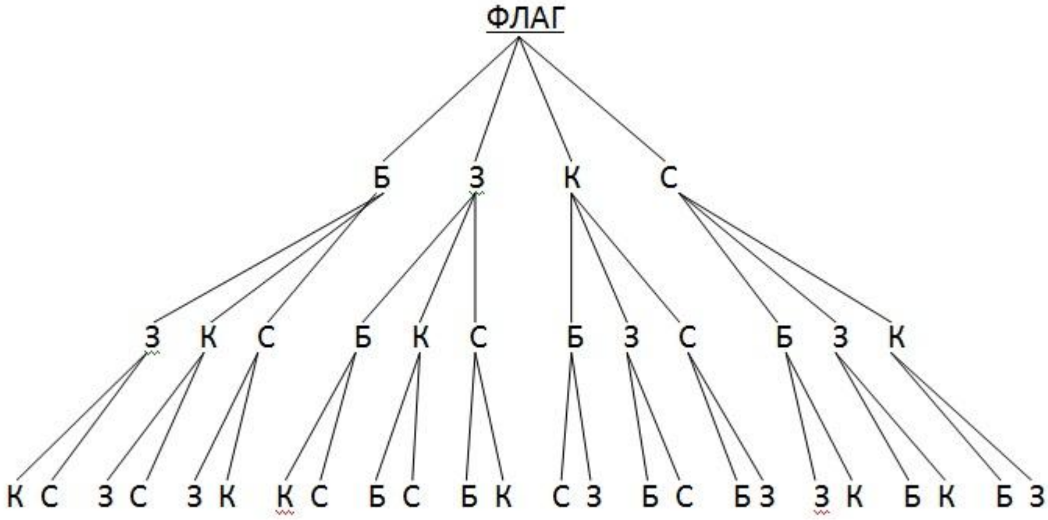
В 6 классе в теме комбинаторика продолжаем рассматривать комбинаторные задачи, на первый план выходят задачи по подсчету числа возможных вариантов.

Существует ряд подходов к преподаванию комбинаторики: теоретико-множественный, лексико-графический и теоретико-вероятностный. В школе преимущество отдается теоретико-множественному подходу, однако будет полезным частично обратиться и к лексико-графическому подходу. При таком подходе все определения опираются на представление об алфавите, словах, длине слов и др.

Решая задачи, в некоторых случаях весьма практично применять кодирование, то есть обращение к лексико-графическому подходу.

Сколько существует флагов, составленных из трех горизонтальных полос одинаковой ширины и различных цветов – белого, зеленого, красного и синего? Есть ли среди этих флагов Государственный флаг Российской Федерации?

Пусть верхняя полоса флага белая (Б), тогда средняя полоса – зеленая (З), нижняя полоса – красная (К) – это один из вариантов флага. Другой вариант может быть следующим, верхняя полоса – Б, средняя полоса – К, нижняя полоса – синяя (С). Для того, чтобы было удобнее ориентироваться составим дерево возможных вариантов:



Мы получили все возможные комбинации цветов для данной задачи. Осталось посчитать общее количество. Верхняя полоса флага может быть выбрана четырьмя способами, средняя полоса – тремя способами и нижняя полоса – двумя способами, поэтому общее количество возможных вариантов будет равно $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$. В данной задаче мы применили кодирование, так как каждый раз прописывать цвета полностью неудобно.

При использовании кодирования, запись решения задачи очень упрощается. Мы имеем множество из трех элементов $\{Ж, К, С\}$. Необходимо сформировать различные комбинации из трех элементов, при этом порядок элементов учитывается. Например, запись «ЖКС» будет обозначать, желтый шар, красный шар, синий шар. Аналогичные задачи мы уже решали методом непосредственного перебора и построением дерева возможных вариантов.

На уроке физкультуры Андрей, Марат, Костя, Саша, Петя и Сережа готовятся к прыжкам в высоту.

А) сколькими способами можно установить для них очередность прыжков?

Б) сколькими способами можно установить очередность прыжков, если начинают обязательно Костя или Саша?

А) Первым может прыгать один из шести ребят, то есть шесть вариантов. Вторым – один из пяти ребят, пять вариантов. Третьим – один из четырех и так далее. Подсчитаем общее количество способов очередности прыжков $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 720$.

Б) В условии задачи сказано, что начинают обязательно Костя или Саша, то есть всего 2 варианта. Второго можем выбрать из пяти ребят, то есть это может быть любой, кроме Кости или Саши. Третьего – из четырех ребят и так далее. Подчитаем общее количество способов $2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 240$.

Сколько трехзначных чисел можно составить из нечетных цифр?

Выпишем все нечетные цифры: 1, 3, 5, 7, 9. Их всего пять. На первом месте может стоять любая из этих цифр. На втором и на третьем месте тоже любая из пяти, та как цифры в записи числа могут повторяться. Найдем количество таких чисел $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$.

Сколько пятизначных чисел можно составить из четных цифр, если цифры в записи числа не повторяются?

Вспомним четные цифры: 0, 2. 4, 6, 8. В данной задаче, в отличие от предыдущей, цифры не должны повторяться. Так как нуль не может стоять на первом месте в числе, поэтому выборку делаем из четырех цифр (2, 4, 6, 8). Если на первом месте стоит 2, то на втором месте любая цифра из оставшихся (0, 4, 6, 8), и так далее. Подсчитаем количество пятизначных чисел $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 96$.

Сколькими способами в девятиместном микроавтобусе могут разместиться 9 пассажиров? Сколькими способами могут разместиться пассажиры, если один из них, хорошо знающий маршрут, сядет рядом с водителем?

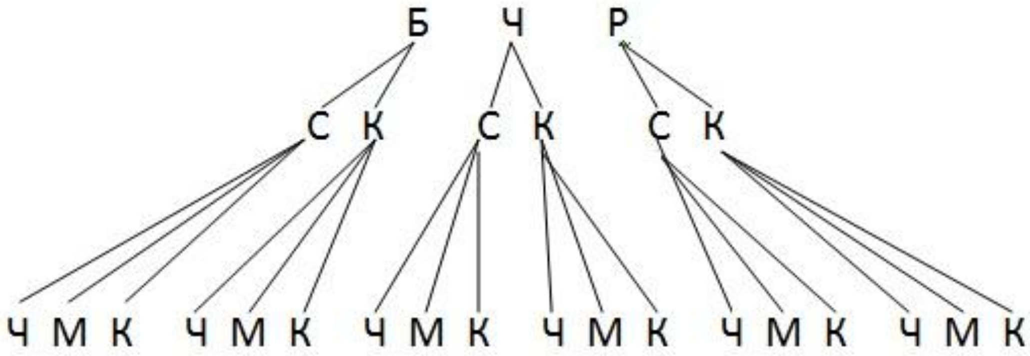
Число способов которыми могут разместиться девять пассажиров в девятиместном автобусе равно: $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 362880$. А если один из них, хорошо знающий маршрут сядет рядом с водителем, то число способов будет равно: $1 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 40320$.

Из двенадцати лучших бегунов шестого класса нужно отобрать четверых для участия в эстафете. Сколькими способами можно составить такую команду? Сколькими способами четыре члена команды могут распределить между собой этапы эстафеты?

Первого участника эстафеты можно выбрать 12 способами, второго – 11, третьего – 10, четвертого – 9 способами. Общее количество способов равно: $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 = 11880$**.** Первый этап эстафеты члены команды могут распределить четырьмя способами, второй – тремя, третий – двумя, и четвертый этап достанется оставшемуся участнику. Найдем общее количество способов $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$.

Для завтрака на кусок белого, черного или ржаного хлеба можно положить сыр или колбасу. Бутерброд можно запить чаем, молоком или кефиром. С помощью дерева возможных вариантов найдите количество возможных завтраков.

Мы имеем три вида хлеба белый (Б), черный (Ч) и ржаной (Р), на каждый можно положить сыр (С) или колбасу (К). Каждый бутерброд можно запить чаем (Ч), молоком (М) или кефиром (К). Составим дерево возможных вариантов.



Посчитаем Количество получившихся вариантов, их 18.

2.3 Методика изучения теории вероятностей в основной школе

Основные цели:

- Сформировать понимание ключевых операций над событиями и умения использовать их с целью описания одних событий посредством других.
- Сформировать понятие о разных методах определения вероятности события (геометрическое, аксиоматическое, статистическое, классическое)
- Выявить алгоритмы нахождения вероятностей событий а) по классическому определению вероятности; б) по теории сложения и умножения; в) по формуле полной вероятности.
- Сформировать предписание, позволяющее правильно подобрать один из алгоритмов при решении определенной задачи.
- Раскрыть содержание теории сложения и умножения вероятностей; выяснить границы применения этих теорем. Продемонстрировать их применения для вывода формул полной вероятности.

В партии из 1000 деталей отдел технического контроля обнаружил 12 нестандартных деталей. Какова относительная частота появления нестандартных деталей?

Для того, чтобы найти относительную частоту случайного события нужно найти отношение числа испытаний, в которых это событие наступило, к числу всех испытаний. В нашем случае это будет отношение $\frac{12}{1000} = 0{,}012$.

В 2006 году в городе Дмитрове в июле и августе было 46 солнечных дней. Какова относительная частота солнечных дней в указанные два месяца?

Задача аналогична предыдущей. Подсчитаем общее количество дней в двух месяцах $31 + 31 = 62$. Теперь найдем относительную частоту $\frac{46}{62} = \frac{23}{31}$.

Для новогодней лотереи отпечатали 1500 билетов, из которых 120 выигрышных. Какова вероятность того, что купленный билет окажется выигрышным?

Для того, чтобы найти вероятность события нужно найти отношение числа благоприятных исходов к числу всех равновозможных исходов. В данной задаче число равновозможных исходов – 1500, а благоприятных – 120. Найдем отношение $\frac{120}{1500} = 0{,}08$.

В кооперативном доме 93 квартиры, из которых 3 находятся на первом этаже, а 6 – на последнем. Квартиры распределяются по жребию. Какова вероятность того, что жильцу не достанется квартира, расположенная на первом или на последнем этаже?

Событие А – «жильцу не достанется квартира, расположенная на первом или на последнем этаже». Найдем число благоприятствующих исходов событию А: $93 - (6 + 3) = 84$.Найдем вероятность события А: Р(А)= $\frac{84}{93} = \frac{28}{31}$

На четырех карточках написаны буквы «о», «т», «к», «р». Карточки перевернули и перемешали. Затем открыли наугад последовательно одну за другой эти карточки и положили их в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «крот»?

Решим задачу с помощью упорядоченной выборки без повторений. Каждая буква выбирается последовательно. Буква «к» выбирается из четырех возможных и вероятность выбора первой буквы «к» равна Р(к) = 1/4. Буква «р» выбирается из оставшихся трех, вероятность выбора второй буквы равна Р(р)=1/3. Далее выбираем букву «о» из оставшихся двух и вероятность выбора третьей буквы «о» равна Р(о)=1/2. Тогда для буквы «т» останется вероятность выбора Р(т)=1. Вероятность искомого события найдем с помощью произведения вероятностей выбора каждой отдельной буквы: P=(к)*P(р)*P(о)*P(т)=1/4*1/3*1/2*1=1/24.

Бросают два игральных кубика. Какова вероятность того, что на одном кубике выпадает одно очко, а на другом - более трех очков?

Вероятность того, что на одном кубике выпадет одно очко равна: $\frac{1}{6}$, вероятность того, что на другом кубике выпадет более трех очков равна: $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Искомая вероятность равна: $2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

Найдите вероятность того, что при одном бросании игрального кубика выпадет:

А) четверка;

Б) четное число очков;

В) число очков больше четырех;

Г) число очков, не кратное трем.

А) Вероятность того, что при бросании кубика выпадет четверка: P=1/6.

Б) У кубика всего шесть граней, три из них имеют четную цифру (2, 4, 6), значит вероятность будет равна P=3/6=1/2.

В) Всего лишь две грани кубика имеют число очков больше четырех (5, 6), тогда вероятность будет равна P=2/6=1/3.

Г) Число очков не кратное трем имеют четыре грани кубика (1, 2, 4, 5), значит вероятность будет равна P=4/6=2/3.

Выводы по главе 2

1. Обучение комбинаторике нужно начинать с решения легких комбинаторных задач методом непосредственного перебора. Операция перебора, служит основой для формирования комбинаторных понятий и хорошей подготовкой к выводу комбинаторных формул и закономерностей и раскрывает идею комбинирования.
2. После того как ученики научаться создавать наборы из элементов заданного множества по заданному свойству, на первый план выходит задача по подсчету количества возможных наборов. Такие комбинаторные задачи решаются с помощью рассуждений, раскрывая принцип умножения. Оптимальной визуальной иллюстрацией правила умножения является дерево возможных вариантов. Важно показать его использование при решении комбинаторных задач.
3. Для того, чтобы решить задачу на нахождение вероятности того или иного события следует: проанализировать разные исходы испытаний; отыскать совокупность единственно возможных, равновозможных и несовместных случаев, подсчитать их общее число n, число случаев m, благоприятствующих данному событию; провести расчет по формуле.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучение комбинаторики важно и продиктовано самой жизнью. Классы задач, решаемые комбинаторными методами, очень многообразны. Для развития интуиции, логики рассуждений, мышления и многого другого, человеку следует ознакомиться со способами решения основных задач.

Исследуя тему «Методика изучения элементов комбинаторики и теории вероятностей в основной школе» проанализировали научно-методическую литературу, ключевые элементы комбинаторики, показали применение ключевых определений комбинаторики при решении математических задач, изучили методику ознакомления учащихся с задачами на комбинаторику. Разработаны уроки преподавания комбинаторики и теории вероятности в основной школе.

Цель исследования выполнена – аргументировали потребность введения элементов комбинаторики и теории вероятности в основную школу.

Гипотеза, положенная в основу исследования подтверждается – если преподавание учебного материала будет проводиться в игровой форме, то изучение комбинаторики и теории вероятностей в основной школе станет наиболее эффективным.

Комбинаторика нужна, в первую очередь, для функциональной грамотности – умений воспринимать и анализировать информацию, представленную в разных формах, понимать вероятностный характер многих реальных зависимостей, производить простейшие вероятностные расчеты. Изучение основ комбинаторики даст возможность учащемуся осуществлять рассмотрение случаев, перебор и подсчет числа вариантов, в том числе в простых прикладных задачах.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алгебра: Учебник для 8 кл.; для 9 кл.; Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики / Н.Я. Виленкин, Р.С. Сурвилло, А.С. Симонов, И.А. Кудрявцев; Под ред. Н.Я. Виленкина. – М.: Просвещение, 1995 – 1996. 256 с., 384 с.
2. Афанасьев В. Введение в теорию вероятностей с помощью графов // Математика . – 1999. - №35.
3. Афанасьев В.В. Теория вероятностей: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности «Математика» / В.В. Афанасьев. – М.: Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2007. – 350 с.
4. Бродский Я. Об изучении элементов комбинаторики, вероятности, статистики в школе // Математика. – 2004, - №31.
5. Бунимович Е.А. Вероятно-статистическая линия в базовом школьном курсе математики // Математика в школе. – 2002. №3.
6. Бунимович Е.А., Булычев В.А. вероятность и статистика 5-9 кл.: пособие для общеобразовательных учебных заведений. – М.: Дрофа, 2002.
7. Бунимович Е.А., Суворова С.Б. Методические указания к теме «Статистические исследования». / Математика в школе.- 2003. - №3.
8. Бычкова Л.О., Селютин В.Д. Об изучении вероятности и статистики в школе // Математика в школе. – 1991. - №6. – С. 9 – 12.
9. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. – М.: Наука, 1969.
10. Дорофеев Г.В. Гуманитарно-ориентированный курс – основа учебного предмета «Математика» в общеобразовательной школе // Математика в школе. – 1997. - №4. – С. 59 – 66.
11. Дорофеев Г.В. О некоторых особенностях реального языка математики // Математика в школе. – 1999. - №5. – С. 41 – 43.
12. Дорофеев Г.В. Непрерывный курс математики в школе и проблема преемственности // Математика в школе. – 1998. - №5. – С. 76.

13. Ерош И.Л. Дискретная математика. Комбинаторика: учебное пособие / СПбГУАП.СПб., 2001.
14. Зубарева И.И., Мородкович А.Г. Математика. 5 кл.: учебник для общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2003.
15. Зубарева И.И., Мордкович А.Г. Математика. 6 кл.: учебник для общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2003.
16. Из опыта преподавания математики в средней школе: Пособие для учителей / Сост. А.В. Соколова, В.В. Пикан, В.А. Оганесян. – М.: Просвещение, 1979. – 192 с.
17. Калбертсон Дж.Т. Математика и логика цифровых устройств. – М.: Просвещение, 1965. – 268 с.
18. Математика: Арифметика. Алгебра. Анализ данных.: 7 кл. Учебник для общеобразовательных учебных заведений / Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бурнишович и др.; Под ред. Г.В. Дорофеева. – М.: Дрофа, 1998, 1999.
19. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. Изучаем элементы статистики. // Математика в школе. – 2004. - №5.
20. Маказычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. Элементы комбинаторики. // Математика в школе. – 2004. - №6.
21. Математика: Учебник для 5 кл. общеобразовательных учреждений / Г.В. Дорофеева, И.Г. Шарыгин, С.Б. Суворова и др.; Под ред. Г.В. Дорофеева, И.Г. Шарыгина. – М.: Просвещение, 2000.
22. Математика. 6 класс: Учебник для общеобразовательных учебных Заведений / Г.В. Дорофеева, И.Г. Шарыгин, С.Б. Суворова и др.; Под ред. Г.В. Дорофеева, И.Г. Шарыгина. – М.: Дрофа, 1997.
23. Медведева О.С. Развитие комбинаторного стиля мышления / математика в школе, 1985, №1.
24. О введении элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей в содержание математического образования основной школы / В.А. Болотов // Математика в школе – 2003. - №9.

25. Об экспериментальном преподавании математики в 10-х классах в 2001 – 2002 учебном году // Математика. – 2001. - №29, №30.
26. Паскаля треугольник // Энциклопедический словарь юного математика / Сост. А. П. Савин. — М.: Педагогика, 1985. — С. 230-232. — 352 с.
27. Плоцки А. вероятность события в стохастической линии школьного математического образования // Математика в школе. – 1997. - №2. – С. 24; №3. – С. 67.
28. Преемственность в обучении математики: Пособие для учителей: Сб. статей / Сост. А.М. Пышкало. – М.: Просвещение, 1978. – 239 с.
29. Преподавание математики в сельской школе. Кн. для учителя: Сб. метод. Статей / Сост. Ю.М. Колягин, О.А. Боковнев. – М.: Просвещение, 1984. – 144 с.
30. Студенецкая В.Н., Фадеева О.М. Новое пособие по теории вероятностей для основной школы. // Математика в школе. – 2004. - №7.
31. Студенецкая В.Н., Фадеева О.М. Статистика и теория вероятностей на пороге основной школы. // Математика в школе. – 2004. - №6.
32. Солодовников А.С. Теория вероятностей / А.С. Солодовников. – М.: Просвещение, 1978. – 192 с.
33. Ткачева М.В., Василькова Е.Н., Чуваева Т.В. О готовности учащихся к изучению стохастики // Математика в школе. – 2003. - №9.
34. Токмазов Г.В. Укрупнение дидактических единиц в задачах по теории вероятностей // Математика в школе. – 1999. - №4. – С. 66 – 68.
35. Элементы теории вероятностей // Математика. – 1999. – №41. - №42.
36. Элементы комбинаторики и теории вероятностей. Методические указания / Сост. Самигуллина З.П. – Челябинск: ЧГПИ, 1981.
37. Элементы комбинаторики, Статистики и теории вероятностей в курсе математики основной школы / составитель В.И. Макарова. – Киров, 2004.

Приложение 1

9 класс

Тема: «Элементы комбинаторики и теории вероятностей. Повторение»

Цели урока: Обобщить знания учащихся, полученные при изучении темы; совершенствовать умения и навыки решения задач по данной теме.

Ход урока:

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1. Организационный момент Настрой учащихся на урок. 2. Проверка домашнего задания Называет учащихся, которые говорят полученный в домашнем задании ответ. 3. Актуализация ранее полученных знаний. Мы с вами научились решать все типы комбинаторных задач. Давайте вспомним формулы по которым они решаются. 4. Решение задач на повторение пройденного материала. Сегодня вы побудете в роли авторов. Составьте задачи, решаемые с помощью размещений, перестановок, сочетаний. 5. Запись домашнего задания, подведение итогов. Обменяйтесь задачами с	1. Организационный момент Учащиеся настраиваются на урок. 2. Проверка домашнего задания. Названные учащиеся говорят полученный дома ответ. 3. Актуализация ранее полученных знаний. Называют формулы: размещения, перестановки, сочетания. 4. Решение задач на повторение пройденного материала. Составляют задачи. 5. Запись домашнего задания, подведение итогов. Обмениваются задачами и записывают домашнее задание в дневники.

соседом по парте и решите их дома.	

Рекомендации к уроку: на этом занятии необходимо уделить внимание правильному составлению задач на сочетания, размещения, перестановки, проверить домашнее задание, решить задачи, нерешенные детьми дома. Работа, и индивидуальная, и групповая.

Приложение 2

6 класс

Тема: «Повторение и обобщение»

Цели урока: Обобщить знания учащихся, в составлении и подсчете числа комбинаторных вариантов; совершенствовать умения строить дерево возможных вариантов.

Ход урока:

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1. Организационный момент Настрой учащихся на урок. 2. Проверка домашнего задания Называет учащихся, которые говорят полученный в домашнем задании ответ. 3. Актуализация ранее полученных знаний. Мы с вами научились решать комбинаторные задачи с помощью составления и подсчета возможных вариантов, строить дерево возможных вариантов. Давайте вспомним как решаются такие задачи. Запишем задачи в тетрадь. *Задача 1: Сколько трехзначных чисел можно составить из нечетных цифр?* **Решение:** Выпишем все нечетные цифры: 1, 3, 5, 7, 9. Их всего пять. На первом месте может стоять любая из этих цифр. На втором и на	1. Организационный момент Учащиеся настраиваются на урок. 2. Проверка домашнего задания. Названные учащиеся говорят полученный дома ответ. 3. Актуализация ранее полученных знаний. Записывают задачи в тетради. 4. Решение задач на повторение пройденного материала. Составляют задачи. 5. Запись домашнего задания, подведение

<table>
<tr>
<td>
третьем месте тоже любая из пяти, та как цифры в записи числа могут повторяться. Найдем количество таких чисел $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$.

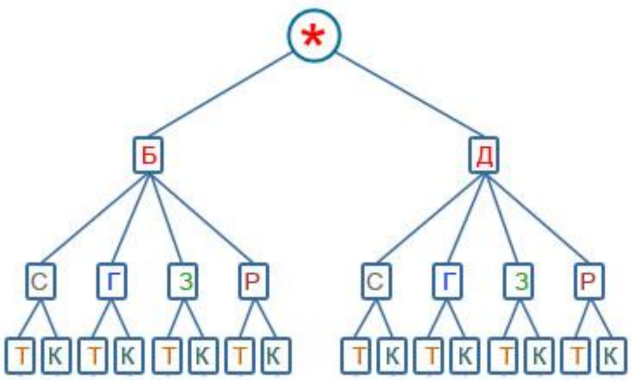
<u>Задача 2:</u> Сколько существует флагов, составленных из трех горизонтальных полос одинаковой ширины и различных цветов – белого, зеленого, красного и синего? Есть ли среди этих флагов Государственный флаг Российской Федерации?

Решение:

Пусть верхняя полоса флага белая (Б), тогда средняя полоса – зеленая (З), нижняя полоса – красная (К) – это один из вариантов флага. Другой вариант может быть следующим, верхняя полоса – Б, средняя полоса – К, нижняя полоса – синяя (С). Для того, чтобы было удобнее ориентироваться составим дерево возможных вариантов:

Мы получили все возможные комбинации цветов для данной задачи. Осталось посчитать общее количество. Верхняя полоса флага может быть выбрана четырьмя способами, средняя полоса – тремя способами и нижняя полоса – двумя способами, поэтому общее
</td>
<td>
итогов.

Обмениваются задачами и записывают домашнее задание в дневники.
</td>
</tr>
</table>

количество возможных вариантов будет равно $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$. В данной задаче мы применили кодирование, так как каждый раз прописывать цвета полностью неудобно. 4. Решение задач на повторение пройденного материала. Сегодня вы побудете в роли авторов. Составьте задачу по выражению: 10*9*8*7*6*5*4*3*2=3628800. Составьте задачу по дереву возможных вариантов:  5. Запись домашнего задания, подведение итогов. Обменяйтесь задачами с соседом по парте и решите их дома.	

<u>Рекомендации к уроку: </u>на этом занятии необходимо уделить внимание правильному составлению задач на сочетания, размещения, перестановки, проверить домашнее задание, решить задачи, нерешенные детьми дома. Работа, и индивидуальная, и групповая.