МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ЮЖНО–УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО–ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ» (ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ, ИНФОРМАТИКИ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Преемственность в обучении решению комбинаторных задач между начальной школой и основной

Выпускная квалификационная работа по направлению

44.03.05 Педагогические образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность программы бакалавриата

«Математика. Информатика»

Форма обучения очная

Проверка на объем заимствований:
64,66 % авторского текста

Работа рекомендована к защите
рекомендована / не рекомендована

«20» июня 2024 г.
зав. кафедрой математики и МОМ

_______________ Звягин К. А.

Выполнила:
Студентка группы
ОФ–513/204–5–1

Большакова Екатерина Андреевна

Научный руководитель:
доцент, к. п.н.,

доцент кафедры МиМОМ

_______________ Севостьянова С. А.

Челябинск

2024

Содержание

ВВЕДЕНИЕ

Современное развитие российского общества поставило перед школой задачу воспитания личности, которая могла бы самостоятельно и критически мыслить, сопоставлять и анализировать факты, находить различные варианты решения возникающих проблем, выбирать из них оптимальные, учитывая различные условия и конкретные ситуации.

В связи с этим модернизация общеобразовательной школы на современном этапе ее развития «предполагает ориентацию образования не только на усвоение обучающимися определенной суммы знаний, но и на развитие его личности, его познавательных и созидательных возможностей».

В свете этих тенденций изменяется приоритет математического образования, которое на современном этапе рассматривается как процесс становления личности человека посредством овладения им основами математических знаний.

Одним из направлений модернизации содержания математического образования на современном этапе является включение элементов статистики и теории вероятностей в программу школьного курса математики. В новом проекте концепции образовательной области «Математика» Министерства образования Российской Федерации в разделе «Общая характеристика математического образования» отмечается, «что элементы статистики и теории вероятностей становятся обязательным компонентом школьного образования, усиливающим его прикладное и практическое значение».

При изучении этого материала обогащаются представления учащихся о современной картине мира и методах его исследования.

Возможность включения комбинаторики и теории вероятностей в школьный курс математики была обоснована в ряде диссертационных исследований семидесятых и восьмидесятых годов прошлого столетия.

Рассматривались различные аспекты этой проблемы: совместное изучение элементов комбинаторики и теории вероятностей; выделения в школьном курсе математики сквозной комбинаторико-вероятностной линии; изучение комбинаторики с помощью графов; разработка методики обучения решению комбинаторных задач. Названные исследования ориентировались на учеников основной и средней школы, тем не менее, во всех работах отмечалась целесообразность решения комбинаторных задач в начальной и основной школе как основы сознательного использования учащимися средней школы комбинаторных правил и формул.

Новый этап исследований, связанных с включением комбинаторных и вероятностных задач в школьный курс математики относится к девяностым годам двадцатого века.

Он знаменуется усилением развивающей функции математического образования и появлением работ, в которых выявляется роль комбинаторных задач в развитии мышления учащихся.

В этом вопросе исследования особый интерес представляет работа Е. Е. Белокуровой, в которой обоснована роль комбинаторных рассуждений в совершенствовании умственных операций: анализа, синтеза, сравнения, обобщения и абстрагирования; в развитии действенного, образного и словесно–логического компонентов мышления и их взаимосвязи; в формировании таких качеств мышления как вариативность, гибкость и критичность. Результаты анализа современных учебников математики для начальной школы позволяют констатировать, что тенденция включения комбинаторных задач в процесс обучения младших школьников математике активно реализуется в массовой школьной практике.

С одной стороны это обусловлено развивающими возможностями комбинаторных задач, а с другой — преемственностью курса математики начальной и основной школы. Так в некоторые учебники математики включена тема «Перебор возможных вариантов».

Однако задачи комбинаторного характера по-прежнему классифицируются, как задачи повышенной трудности, они не связаны с усвоением основных вопросов курса и не согласованы с логикой построения его содержания. В связи с этим комбинаторные задачи включаются в учебный процесс эпизодически, бессистемно, что в значительной мере снижает их развивающие и дидактические возможности.

Таким образом, **актуальность** исследования определяется:

1. Модернизацией содержания математического образования на современном этапе развития школы.
2. Потребностью школьной практики в разработке системы комбинаторных задач для обучающихся 5-6 классов и методики их решения.
3. Необходимостью решения проблемы преемственности между начальной и основной школой.

Проблемой исследования является поиск возможных методических путей формирования умений решать комбинаторные задачи.

Объект исследования: процесс обучения математике учащихся 5-6 классов.

Предмет исследования: методическое обеспечение преемственности в обучении решению комбинаторных задач между начальной и основной школой.

Цель исследования: разработать комплекс комбинаторных задач для обучающихся 5-6 классов, построенный с учетом принципа преемственности между начальной и основной школой.

Гипотеза: использование разработанного комплекса заданий позволит эффективно организовать процесс обучения решению комбинаторных задач.

Для достижения поставленных целей и проверки гипотезы необходимо решить следующие **задачи**:

1. На основе анализа психолого-педагогической и методической литературы выявить особенности формирования комбинаторного мышления.
2. Разработать методику обучения решению комбинаторных задач для обучающихся 5-6 классов, с учетом принципа преемственности.

3. Разработать систему комбинаторных задач для 5-6 классов, обеспечивающую усвоение программного содержания, основанную на принципе преемственности.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованных источников и приложения.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РЕАЛИЗАЦИИ ПРЕЕМСТВЕННОСТИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ МЕЖДУ НАЧАЛЬНОЙ И ОСНОВНОЙ ШКОЛОЙ

1.1. Необходимость развития комбинаторного мышления

Для построения системы, развивающего обучение огромное значение играет развитие комбинаторного мышления. Оно помогает развить многие интеллектуальные навыки и овладеть способами интеллектуальной деятельности. это приводит к переходу умственного развития ребенка на более высокую и продуктивную ступень. Дети становятся более самостоятельными и способными к разрешению учебных задач. Также, они могут оптимально построить свою деятельность, исходя из условий знания.

Формированию навыков интеллектуальной деятельности способствует решение комбинаторных задач. Если овладеть навыками решения этой группы задач, то дети начинают развивать навыки решения многих бытовых задач самостоятельно, используя только свои знания и опыт жизнедеятельности.

Комбинаторное мышление – это мыслительный процесс, построенный на способности решения комбинаторных задач т.е. способности выбора различных вариантов разрешения одной и той же задачи при конкретных обстоятельствах.

Комбинаторное мышление неразрывно связано с логикой и во многом зависит от образно логического мышления и способности построения наглядных образов в сознании.

Необходимость развития комбинаторного мышления обусловлено следующими обстоятельствами:

1. *Классическая система образования не делает акцент на развитии логического мышления*. По этой причине учащиеся делают большое количество ошибок логического характера, что приводит к невозможности построения элементарных логических связей в дальнейшей профессиональной и иных сферах деятельности. С логическим упорядочиванием информации

также возникают достаточно серьезные проблемы. Эти проблемы можно ликвидировать посредством развития комбинаторного мышления.

2. *С помощью комбинаторного мышления становится возможным развитие способностей построения нужного сочетания элементов в разнообразных ситуациях и процессах и различных областях деятельности:* это может быть простое общение или решение стратегических и тактических бизнес-задач. Таким образом, с помощью комбинаторного мышления удается найти множество вариантов, базирующихся на различных компонентах того или иного процесса, а также составлять прогнозы практической реализации, построенных сочетаний.

3. *С развитием комбинаторного мышления происходит активизация логического мышления*. Это приводит к развитию логики и образного восприятия, способности строить причинноследственные связи, развивает иные типы мышления.

4. *Посредством построения комбинаторных связей удается развить навыки установления, рассмотрения и учета всех вариантов комбинации разнообразных признаков, процессов или явлений*.

Формирование логического мышления является достаточно сложным процессом. Оно должно пройти длительный путь развития, включая освоение комбинаторного мышления, которое достигается посредством решения комбинаторных задач. Они помогают постепенному развитию навыков формулирования задачи, ее постановки, задаванию разнообразных вопросов. Это развивает способности усвоения понятий и развития умственных навыков деятельности.

Для решения комбинаторных задач необходимо первоначально развить навыки проведения анализа, синтеза и сравнения. Каждая задача требует поиска нескольких вариантов ее решения, подстроенных под определенные условия. Это помогает развивать разнообразные мыслительные операции. Процесс мышление будет постепенно развиваться и становится более глубоким, гибким и вариативным. Кроме того, это помогает развить креативность мышления. Навыки составления комбинаций и их подразделения по определенным параметрам затрагивает множество сфер и областей человеческой жизнедеятельности. [2]

Навыки вариативности нужны людям разных профессий. Они формируют четкость, последовательность и логичность размышлений.

Решение комбинаторных задач положительно сказывается на переходе от наглядно действенного мышления к наглядно–образному и абстрактному мышлению. Это развивает навыки решения задач с реальными объектами окружающего мира.

1.2. Возрастные и психологические особенности учащихся 5-6 классов и их влияние на эффективность изучения математике

Учащиеся 5-6 классов – это дети 11-12 лет. Психологические особенности учащихся этого возраста, по мнению различных авторов, рассматриваются как кризисные и связаны с перестройкой в трех основных сферах: телесной, психологической и социальной. На телесном уровне происходят существенные гормональные изменения, на социальном уровне подросток занимает промежуточное положение между ребенком и взрослым, на психологическом подростковый возраст характеризуется формированием самосознания. Каждый возрастной период носит переходный характер, подготавливая человека к переходу на более высокий возрастной уровень. Развитие всех сторон личности и интеллекта подростка предполагает сотрудничество ребенка и взрослого в процессе собственной деятельности, игры, учения, общения, работы. Такое сотрудничество часто отсутствует в школах.

По мнению Л. И. Божович, главное внимание в воспитании подростка следует сосредоточить на развитии мотивационной сферы личности: определении своего места в жизни, формировании мировоззрения и его влиянии на познавательную деятельность, самосознание и моральное сознание. Именно в этот период формируются нравственные ценности, жизненные перспективы, происходит осознание себя, своих способностей, интересов, желание почувствовать себя и стать взрослым, желание общаться со сверстниками, формируются Общие взгляды на жизнь, на отношения между людьми, на свое будущее, иными словами, формируются личностные смыслы жизни. Основными новообразованиями в подростковом возрасте являются: сознательная регуляция своих поступков, умение учитывать чувства, интересы других людей и ориентироваться на них в своем поведении.

Новообразования не возникают сами по себе, а являются итогом собственного опыта ребенка, полученного в результате активного включения в выполнение различных социальных мероприятий. Л. И. Божович подчеркивала, что в психическом развитии ребенка, не только характер его ведущей деятельности, но и характер системы взаимоотношений с окружающими его людьми, в которую он вступает на различных этапах своего развития, является решающим. Поэтому общение подростков со сверстниками и взрослыми необходимо считать важнейшим условием их личностного развития. Неудачи в общении ведут к внутреннему дискомфорту, которые не могут компенсировать любые объективные высокие показатели в других сферах их жизни и деятельности. Общение субъективно воспринимается подростками как нечто личностно очень важное.

Однако, как показывает анализ современного педагогического процесса, потребность подростков в благоприятном конфиденциальном общении со взрослыми и сверстниками в школе очень часто не получает своего удовлетворения. Это ведет к формированию повышенной тревожности, развития чувства уверенности в себе, связанного с неадекватной и неустойчивой самооценкой, со сложностями в личностном развитии, мешает ориентации в жизненных ситуациях. Все это многократно усугубляется, если ребенок не имеет благоприятного общения в семье. При работе с младшими подростками акцент должен быть сделан на пробуждении интереса и развитии уверенности в себе, на понимании своих возможностей, способностей, черт характера. Важными показателями психического развития детей является уровень формирования их обобщающего мышления, отражающего интеллект, который формируется в их воспитательной деятельности.

Определенный тип организации образовательных воздействий, как правило, приводит к формированию в той или иной конкретной школе некоего "типичного ученика", психологические особенности развития которого соответствуют специфике проводимых воздействий. Это проявляется в особенностях интеллектуального развития студентов, степени их вовлеченности в воспитательную работу на занятиях, образовательных инициативах, активности взаимодействия с преподавателями и одноклассниками. Чем более выражены эти параметры, тем больше уверенности можно говорить об эффективной психологической организации воспитательных воздействий.

В последнее время много говорится о преемственности обучения между начальной и средней школой. Этот вопрос стал настолько острым, потому что произошло значительное снижение успеваемости, когда учащиеся переходят в среднюю школу, растет нежелание посещать школу, снижается интерес к обучению. Есть много причин для этого, например: увеличение нагрузки, трудности в адаптации к новым условиям обучения, физиологические особенности, изменения в психике ребенка и т. д. считается, что система психических операций, которая развивается в 11 лет подготавливает почву для формирования научных понятий и на последнем этапе интеллектуального развития, т. е. период формальных операций, подросток освобождается от конкретной привязанности к объектам и приобретает возможность мыслить так же, как взрослый. Он рассматривает суждения как гипотезы, из которых можно вывести всевозможные следствия; его мышление становится гипотетико-дедуктивным. Позже этот этап заканчивается в 14-15 лет.

Школа обязана строить обучение таким образом, чтобы интенсивно развивать различные качества ребенка, в частности, его логическое мышление. В 5-6 классах этому наиболее полно соответствует математика. В то же время, считается, что «левополушарный» формально–логические компоненты мышления организуют любой материал знака, таким образом, что создается строго упорядоченный и однозначно понимаемый контекст, необходимы для успешного общения между людьми. Это могут быть не только слова, но и другие символы, знаки и даже образы, то есть, когда из всех реальных и потенциальных связей между предметами и явлениями выбирается несколько определенных, не создают противоречий и вписываться в контекст.

В частности, используют моделирование учебных заданий, играя в них на уроках, накопление образов, связанных с собственной эмпатией к тому или иному образовательному заданию. Остановимся на некоторых особенностях содержания учебного материала в 5 классе. Многие темы не соответствуют уровню сформированности логического мышления детей этого возраста, но большинство учителей математики считают, наоборот.

По некоторым данным, созревание правого полушария идет более быстрыми темпами, чем левого, и поэтому в ранний период развития его вклад в обеспечение психологического функционирования превышает вклад левого полушария, даже утверждается, что до 9-10 лет ребенок является правополушарным существом. Такая оценка не лишена некоторых оснований, поскольку соотносится с определенными особенностями психического развития детей в дошкольном, а отчасти и в младшем школьном возрасте.

В возрасте 10-11 лет происходят изменения в головном мозге, более быстрыми темпами начинает развиваться левое полушарие. Это обстоятельство и должно учитываться при обучении математике, как науке особым образом, развивающей логическое мышление. В этом процессе ребенок все чаще начинает мыслить не только образами, но у него появляется возможность к абстрагированию. Именно отсюда при обучении младших подростков математике следует учитывать возрастную ассимитрию полушарий головного мозга. В частности, использовать моделирование учебных задач, проигрывание их на уроке, накопление образов, связанных с собственным сопереживанием той или иной учебной задаче.

1.3. Сущностно – содержательный анализ понятия «преемственность»

Переход учащихся из начальной школы на 2 ступень обучения предъявляет высокие требования к интеллектуальному и личностному развитию, к степени сформированности у них определённых учебных знаний и учебных действий, к уровню развития произвольности психических процессов и способности к саморегуляции. В системе развивающего обучения темп овладения знаниями и навыками определяется тем, насколько он способствует общему развитию школьников.

Однако этот уровень развития учащихся 10-11 лет далеко не одинаков: у одних он соответствует условиям успешности их дальнейшего обучения, у других не достигает допустимого предела. Поэтому данный переходный период может сопровождаться появлением разного рода трудностей, возникающих не только у школьников, но и у педагогов. Первая трудность – психологическая.

Принято считать, что младший школьник, становясь учеником среднего звена, испытывает сильнейший психологический стресс, едва ли не равный по своей силе стрессу первоклассника, пришедшего в школу первого сентября. Мы все знаем, что надо делать, чтобы снять психологическое напряжение и привить первокласснику любовь к учёбе. Но с пятиклассниками такая работа, как правило не ведётся.

Младшие школьники, привыкшие к «своему учителю», к его манере работы, к его требованиям (к концу начальной школы ученики понимают своего учителя едва ли не с полуслова), сталкиваются в средней школе с таким количеством преподавателей, с таким различием их требований и многообразием методов работы, что просто не в силах сразу же к ним приспособиться. Порой камнем преткновения может стать даже темп речи учителя: если в начальной школе учитель говорил быстро, темпераментно, то теперь его выпускникам сложнее воспринимать медленную, спокойную речь. На перестройку младшим школьникам нужно время. Порой этот процесс может занять не один месяц.

Учителю-предметнику некогда вникать в психологические проблемы малышей. Ему не хватает для этого времени, а порой, что скрывать, нет и желания.

Для учителей начальной школы на первый план всегда выходит проблема психологической совместимости со своим учеником, ведь это в значительной степени обеспечивает успешность обучения. В средней школе этот процесс более долгий и не всегда удачный, ведь сюда переходят уже сформировавшиеся личности со своими мыслями и мнениями.

Ещё одна проблема: обучение по обновлённым системам и комплектам («Гармония», «Школа 2100», «Начальная школа 21 века», система Д. Б. Эльконина – В. В. Давыдова) проводится только в начальной школе, в средней – нет продолжения. Из четвёртых классов в пятый перейдут дети, которые обучались по обновлённым традиционным системам обучения и по системам развивающего обучения. Таким образом, в основную школу уже в массовом порядке придут другие ученики, не те, к которым привыкли учителя – предметники. Эти дети по–другому усваивали содержание, они привыкли к другому построению процесса обучения, к другим отношениям и к другой оценке их труда.

Нескоординированность требований программы выпускников 4 классов и 5, отсутствие преемственности в самом важном – в программах и, как следствие, в учебниках — вот корень проблемы снижения успеваемости учащихся. Хотя наличие комплекта учебников — это важная составляющая преемственности, но не решающая. На первый план выходят отношения, в которых протекает учебная деятельность: построение процесса учения школьников как самостоятельного, так и творческого. Именно по системе Л.В. Занкова созданы учебно-методические комплекты для 5-6 классов, которые обеспечивают преемственность – взаимосвязь разных этапов обучения на базе единых психолого-педагогических характеристик. На всех этапах действуют единые цели, задачи, дидактические принципы, типические свойства методической системы, модифицируясь с учётом возрастных особенностей учеников, их интересов и потребностей. Все эти составляющие реализуются в содержании, в построении процесса, в характере отношений, в системе изучения результативности и в организационных формах. Безусловным достижением современного обучения в 5 классе является существенное обогащение его содержания. Те знания, которые ученик получил в начальной школе закрепляются и ещё более углубляются в основном звене школы.

Для того чтобы ученик на всех этапах учёбы находился в единой педагогической среде, чтобы в школах была снята проблема разорванности образования, а осуществлялась непрерывность и преемственность, необходимо, отмечает Н. В. Нечаева, чтобы: учителя – предметники, которые будут принимать 5 класс, заблаговременно изучили программу, учебники и методики для начальных классов и для среднего звена по предмету, ответили на вопрос, с какого старта начнут использовать возможности своего учебного предмета для дальнейшего развития, обучения и воспитания учеников. Ориентирами могут служить сравнительные (с 1 по 4 класс) результаты успешности обучения и развития школьников, которые передаст учитель начальных классов, а также проверочные работы, проведённые в начале года.

Каждому учителю–предметнику необходимо учитывать психологическую аксиому о неравномерном развитии человека. Подхватите совет Л. С. Выготского: при изучении результативности обучения учитывать не только абсолютную успешность (соответствие достижений ученика программным требованиям), но, главным образом, успешность относительную (продвижение ученика по отношению к самому себе). Не у всех школьников относительная успешность будет совпадать с абсолютной.

Узнав уровень развития и сформированности предметных знаний, умений и навыков новых учеников, нужно привести в соответствие с этим уровнем программу и учебники, по которым предпочитают работать учителя среднего звена, если это не занковская система. Исключить дублирование программы начального обучения – повторение пройденного. Начинать нужно сразу с нового материала, его изучение невозможно без привлечения уже известного. Новое знание открывается учеником в результате его сопоставления, сравнения с уже известным. Дидактический принцип системы общего развития – быстрый темп изучения материала – является результатом качественного изменения процесса обучения.

Общий вывод о сформированности учебной мотивации делается на основе анализа взаимосвязи общего отношения к школе и сформированности учебных мотивов.

Высокому уровню соответствует высокий уровень общего отношения к школе и преобладание познавательных мотивов учения.

Среднему уровню – средний уровень общего отношения к школе и преобладание социальных мотивов учения.

Низкому уровню – низкий уровень общего отношения к школе и преобладание социальных мотивов учения, в основном преобладает мотив «избегание неприятностей».

Выявление уровня сформированности психологических новообразований у младшего школьника позволит индивидуализировать или дифференцировать процесс обучения в средней школе и оказать учащемуся необходимую психолого-педагогическую поддержку.

При переходе детей из начальной школы в среднюю у них начинаются проблемы с поведением и успеваемостью.

Важнейшей причиной трудностей, обусловливающих переход в среднюю школу, является дезадаптация детей в новых условиях учебной деятельности.

Кроме объективной новизны ситуации обучения, характерной для 1 и 5 классов, в данном случае добавляется ещё так называемый субъективный фактор: отсутствие единых требований по многим вопросам учебной деятельности между начальной и средней школой по следующим аспектам:

- *взаимодействие программ обучения*. Иногда класс, обучавшийся в начальной школе по одной из развивающих программ, переходя в среднюю школу, возвращается к традиционной системе;

– *преемственность форм и методов обучения*. Темп, объём и уровень изложения предметного материала, а также требования к качеству его оформления;

– *единство подхода к критериально-оценочной деятельности в начальных и средних классах*. Многие «хорошисты» и «отличники» начальной школы при переходе в среднюю меняют свой «статус» на более низкий.

Преподавание математики в школе – сложный, многогранный, противоречивый педагогический процесс. Его закономерности раскрываются на основе объективных связей, существующих между образованием, развитием и воспитанием учащихся: развивающий и воспитывающий аспект обучения проявляется в показателях достигнутого учеником уровня образованности.

При изучении школьного курса математики важен основательный, прочный фундамент, полученный в начальной школе. В настоящее время преемственность математического образования в начальной и основной школе обеспечивается организационными формами работы, характерными для начальной школы, привычными для учащихся приемами учебной деятельности. Вместе с тем целесообразно опираться на уже сформированные знания и умения, имеющийся запас представлений, терминов, учитывать более высокий уровень образования школьников, логику развития изучаемого материала.

Для успешного решения проблемы преемственности на современном этапе необходимо:

– полностью согласовать требования к математической подготовке учащихся, сформулированные в программах начальной и основной школы;

– согласовать методы обучения, обеспечивающие достаточную подготовку учащихся младших классов к восприятию обобщенных фактов, правил, законов, адаптацию школьников к дедуктивному методу изложения;

– строить обучение математике так, чтобы достижение учащимися обязательных результатов обучения было безусловным требованием и непременно контролировалось;

– выявить опорные умения для смежных дисциплин;

– сгладить переход от одного учителя ко многим учителям–предметникам;

– создать оптимальные условия для реализации системы средств обучения, разработать комплекс учебных пособий;

– установить тесную связь в методах работы с учащимися между учителями 4-х и 5-х классов.

Основой осуществления преемственности является установление преемственных и перспективных связей между этапами педагогического процесса. Перспективная связь обращена в будущее, преемственная – в прошлое. Проблема преемственных связей в обучении должна исследоваться как комплексная психолого-педагогическая проблема, и от ее решения зависит успех перехода школ на новые программы и учебники по математике.

Приходя в среднюю школу, дети становятся младшими подростками. Этот переход совпадает с началом кризисного периода, связанного с физическим созреванием, сменой ведущей деятельности, повышением уровня тревожности. Практика выявляет утомляемость, перегрузки, эмоциональное и психологическое напряжение с вытекающим отсюда снижением учебной результативности. Это психологическая сторона проблемы. Эти объективно сложные психологические этапы взросления требуют очень бережного и внимательного отношения со стороны взрослых.

Ещё в современных условиях в связи с резким снижением числа здоровых детей, увеличением количества детей, имеющих хронические заболевания, неврозы из-за гиподинамии, нарушения состояния экологической и социальной среды возникают проблемы, связанные с успеваемостью и поведением.

Главная задача, которую ставит государство и общество перед школой, — сформировать личность, способную занять в жизни достойное место, вырастить человека, способного взять ответственность за себя и своих близких.

Однако существуют проблемы, не решив которые, невозможно выполнить этот социальный заказ:

1. *Отсутствие преемственности и непрерывности между дошкольным образованием и начальной школой*. Сегодня в первом классе тратится до 60 % учебного времени на то, что могли бы сделать дошкольные учреждения, и на коррекцию того, что ими было сделано некомпетентно.

2. *Узко понимаемая преемственность и непрерывность между начальной и основной школой*. Долгое время считалось, что преемственность касается лишь содержания обучения. На самом деле ученикам переход в пятый класс дается тяжело, потому необходимо выстраивать преемственность не только на уровне содержания, но и на дидактическом, психологическом и методическом уровнях.

3. *Отсутствие непрерывности и преемственности между школьным и вузовским или среднетехническим образованием, в частности, в плане развития общеучебных умений*. Выходя из школы, выпускник чаще всего не готов к продолжению образования. Он не владеет приемами получения и переработки информации, не умеет самостоятельно работать с материалом и очень часто пытается по школьной привычке все выучить, то есть зазубрить.

4. *Непонимание того, что комплект учебников не может быть случайным, произвольным набором*, а должен иметь общую методологическую основу, опираться на единую систему психолого–педагогических принципов, иметь одинаково построенный методический аппарат и единое психологическое пространство. А этим требованиям отвечают лишь учебники, написанные в рамках определенной образовательной системы.

5. *Непонимание того, что образовательную систему должна выбирать вся школа* — от первого до выпускного класса – и работать в ее контексте над созданием единой образовательной среды, что учителя математики и словесники, биологи и историки, физики и географы — все должны действовать, опираясь на общие психолого-педагогические принципы, общие методические приемы и в рамках общего психологического пространства — ведь у них общие ученики.

Решение данных проблем позволит оптимизировать учебный процесс, устранить перегрузку ученика, предотвратить школьные стрессы, а самое главное — сделает учебу в школе единым образовательным процессом, базирующемся на идеях гуманизации и гуманитаризации образования. Все вышеперечисленные проблемы попытался решить авторский коллектив, создававший, начиная с конца восьмидесятых годов прошлого века, Образовательную систему «Школа 2100» и комплект учебников, программ и пособий, которые реализуют её на практике.

Преемственность между дошкольным и младшим школьным возрастом рассматривается нами на современном этапе как одно из условий непрерывного образования ребёнка и определяется степенью его готовности самостоятельно добывать и применять знания.

Преемственность — объективная необходимая связь между новым и старым в процессе развития. Непрерывность образования понимается нами как обеспечение этой необходимой связи в процессе, как согласованность и перспективность всех компонентов системы (целей, задач, содержания, методов, средств, форм организации воспитания и обучения) на каждой ступени образования. Таким образом, преемственность — это не только подготовка к новому, но и сохранение и развитие необходимого и целесообразного старого, связь между новым и старым как основа поступательного развития.

Ведущей целью подготовки к школе должно быть формирование у дошкольника качеств, необходимых для овладения учебной деятельностью, —

любознательности, инициативности, самостоятельности, произвольности, творческого самовыражения ребенка и др. Знания, умения и навыки рассматриваются в системе непрерывного образования как важнейшие средства развития ребенка. Концептуальные подходы к решению проблемы преемственности разных ступеней образования в образовательной системе «Школа 2100» изложены в образовательной программе, разработанной авторским коллективом под руководством А. А. Леонтьева в 1999 г. В этом документе непрерывность и преемственность в обучении рассматриваются как факторы, обеспечивающие эффективность образования.

При этом под непрерывностью мы понимаем наличие последовательной цепи учебных задач на всем протяжении образования, переходящих друг в друга и обеспечивающих постоянное, объективное и субъективное продвижение учащихся вперед на каждом из последовательных временных отрезков. Под преемственностью понимается непрерывность на границах различных этапов или форм обучения (детский сад — школа, школа — вуз, вуз — последипломное обучение и т. д.), т. е. в конечном счете — единая организация этих этапов или форм в рамках целостной системы образования.

Таким образом, непрерывность и преемственность предполагают разработку и принятие единой системы целей и содержания образования на всем протяжении обучения от детского сада до последипломного и курсового обучения.

Сложившаяся в современном российском обществе ситуация как раз и характеризуется отсутствием такой единой системы и рассогласованностью целей (и соответственно программ, учебников, контрольных требований) на стыках различных этапов и форм обучения. Учитывая многообразие форм обучения, в особенности на этапе школы, следует, по-видимому, различать внешнюю непрерывность (преемственность), т. е. организационный переход обучения на более высокую ступень, и внутреннюю непрерывность (преемственность), определяемую соотнесенностью содержания образования на каждой предшествующей и последующей ступенях. Это относится ко всей системе образования.

Вместе с тем для каждой ступени и каждой формы обучения должна быть предусмотрена вариативность программ для учащихся с разным уровнем подготовки, разными общими способностями и знаниями, разным уровнем личностно–психологической зрелости (в частности, с разным уровнем доступной им самоорганизации), наконец, относящихся к различным личностно–психологическим типам. Последовательно проведенная стратегия вариативности позволяет в значительной мере снять психологические барьеры, максимально дифференцировать и индивидуализировать процесс обучения, адаптировать его к особенностям учащихся.

Таким образом, важнейшей задачей является обеспечение целевого и содержательного единства учебной деятельности на всем протяжении процесса образования. А так как образование — непрерывный процесс, растянутый на всю жизнь, речь идет о целевом и содержательном единстве всей системы непрерывного образования.

При изучении школьного курса математики важен основательный, прочный фундамент. В то же время, и на прочном фундаменте можно возвести хлипкое сооружение. Потому пути решения проблем преемственности между отдельными ступенями школы, в том числе и в школьном курсе математики, «двусторонние»: с одной стороны, необходимо обеспечить достаточное общее и специальное математическое развитие учеников в начальных классах, а с другой, – учителю в 5 классе не отказываться от полезных организационных форм, характерных для учителя начальной школы, привычных для детей приемов учебной деятельности, опираться на уже сформированные знания и умения, имеющийся запас представлений, понимаемых терминов и т.д., одновременно постепенно избавляясь от «пережитков прошлого» в соответствии с повышением уровня образования школьников, с логикой развития изучаемого материала, применением имеющихся у детей знаний и умений уже на новом уровне.

Проблема преемственности в развитии математического образования школьников актуальна и в данный момент. В связи с реформированием и модернизацией современного образования в последние годы появилось большое количество учебных комплектов. Но имеющиеся комплекты учебников по математике в начальной школе и в 5-6 классах средней школы все-таки недостаточно хорошо соответствуют друг другу и в содержательном, и в процессуально–оперативном плане.

Преемственность в обучении – установление необходимой связи и правильного соотношения между частями учебного предмета на разных ступенях его изучения; понятие преемственности характеризует также требования, предъявляемые к знаниям и умениям учащихся на каждом этапе обучения, формам, методам и приёмам объяснения нового материала и ко всей последующей работе по его усвоению. Преемственность в изложении учебного материала и выборе способа деятельности по овладению этим содержанием происходит с учетом следующих факторов: содержания и логики математической науки и закономерностей процесса усвоения знаний. Преемственность должна осуществляться и между видами деятельности учащихся при усвоении учебного материала. Учащиеся должны выступать не как объект обучения, а становиться субъектами учебной деятельности.

Осуществляя преемственность в обучении пятиклассников, которые в начальных классах учились по системе Л. В. Занкова, учитель вынужден изменить свою позицию. Он не является информатором новых знаний, учащиеся добывают их самостоятельно. Учитель, создает условия для их общего развития, подбирает задания, формулирует вопросы, которые помогают учащимся самостоятельно совершить процесс перехода от незнания к знаниям.

Выполняя задания, совершая поиск ответа, учащиеся от урока к уроку получают возможность наблюдать, размышлять, применять волевые усилия. Одновременно учитель должен продолжать развивать у учащихся умения:

анализировать и систематизировать, абстрагировать и конкретизировать, классифицировать и группировать.

Задача овладения знаниями, умениями и навыками и, одновременно, развитие ума, чувств и воли учащихся реализуется в системе Занкова с помощью дидактических принципов и свойств методической системы, которую необходимо продолжать внедрять и в средней, и в старшей школе.

Принцип обучения на высоком уровне трудности предусматривает создание в процессе обучения таких условий, при которых овладение знаниями, умениями и навыками происходит с напряжением интеллектуальных знаний и эмоциональных сил, а также воли.

Принцип ведущей роли при обучении теоретическим знаниям в значительной мере определяет содержание учебного материала, которое обеспечивает обучение на высоком уровне трудности. Этим материалом являются математические понятия, их отношения, свойства, законы и закономерности. Особое место отводится усвоению терминов, так как за каждым термином стоит понятие со всеми его существенными признаками. Ученики познают теоретический материал в процессе специально организованной учителем поисковой деятельности, основанной на анализирующем наблюдении, сравнении, сопоставлении.

Задача школы научить учащихся мыслить, учиться, действовать творчески. На учителя возлагается обязанность квалифицированно решать эти задачи.

Не следует забывать, что пятиклассники – народ эмоциональный. И во многом школьную жизнь они воспринимают через призму собственных эмоций. Отношение к предмету определяется личностным отношением к учителю, а не наоборот. Если нравится учитель, то нравится и предмет. Это уже в более старшем возрасте школьники будут способны оценить интеллектуальный багаж педагога, его достижения и знания. А пока для них важны забота и внимание со стороны учителя.

Выводы по 1 главе

Как объясняет нам «Словарь нового педагогического мышления» авт. Безрукова, образование – это специально организованный целенаправленная система воспитания и обучения.

Человек получает образование на протяжении большого отрезка своей жизни. В течение этого периода проходит несколько этапов психологического становления личности. И, следовательно, отношение к образованию постоянно меняется. Значительным, наверное, самым большим, временным пространством является школьное образование. Основными целями которого, на современном этапе являются формирование способности к саморазвитию, самоопределению, самообразованию, т.е. прежде всего внутренние изменения личности. Но личность может проявить себя только в деятельности, поэтому изменения касаются и ведущего вида деятельности на каждом возрастном этапе. Для школьников – это учебная деятельность. И внутренняя связь всех этапов школьного образования является главным условием эффективности нашего педагогического воздействия. Соответственно, проблема преемственности в обучении должна рассматриваться не только с позиции непрерывности учебного материала, но и с позиции личностных и деятельностных преобразований учеников.

Преемственность в обучении решению комбинаторных задач между начальной школой и основной школой играет важную роль в формировании математической грамотности у учащихся. На этапе начальной школы дети знакомятся с задачами на перестановки, сочетания и размещения. Важно, чтобы в начальной школе уделялось достаточно внимания этим темам, и чтобы ученики усваивали базовые навыки решения комбинаторных задач.

При переходе в основную школу становится важным обеспечить непрерывность обучения и дальнейшее развитие навыков комбинаторного анализа. Ученики начинают решать более сложные задачи, используя более глубокие знания и навыки, приобретенные в начальной школе. Важно, чтобы учителя основной школы учитывали предшествующий опыт обучения учащихся и строили обучающий процесс с учетом преемственности.

Для успешной реализации преемственности в обучении комбинаторике между начальной и основной школой важно использовать системный подход, включающий последовательное введение новых понятий и методов обучения с учетом предыдущего опыта обучения. Такой подход поможет учащимся лучше усваивать материал и развивать свои навыки в решении комбинаторных задач на протяжении всего периода обучения в школе.

ГЛАВА 2. ОПЫТНАЯ РАБОТА ПО ФОРМИРОВАНИЮ УМЕНИЯ РЕШАТЬ КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ С УЧЕТОМ ПРИНЦИПА ПРЕЕМСТВЕННОСТИ

2.1. Методика обучения решению комбинаторных задач в начальной школе с учетом принципа преемственности

Развитие у учащихся вариативного мышления является одной из важнейших задач курса математики в системе развивающего обучения. В данном курсе оно фактически началось с самых первых уроков 1-го класса, когда дети учились выделять свойства предметов, сравнивать их по различным признакам, находить различные варианты решения одного и того же задания (найти «лишний» предмет, изменить форму и цвет, придумать пример на сложение «мешков» по равенству 2 + 1 = 3 и т. д.)

Несколько позже появились последовательно усложняющиеся задания, требующие от детей перебора вариантов (раскрасить полоски разными способами, составить все возможные трехзначные числа из цифр 2, 5 и 7 и т.д.). Вначале поиск вариантов осуществлялся хаотически, затем дети "открывали" способы упорядоченного перебора для простейших случаев (например, прием поиска перестановок из 3 элементов: один элемент фиксируем, два остальных переставляем). Поэтому к настоящему времени учащиеся в достаточной степени подготовлены к усвоению мысли о целесообразности упорядоченного перебора вариантов по сравнению со случайным перебором. Задача учителя состоит в том, чтобы подчеркнуть эту мысль, показать преимущества рационально организованного перебора и познакомить детей с эффективными инструментами систематического перебора – таблицами и графами («деревом вариантов» или «деревом возможностей»).

Во втором классе учащиеся узнают, что полученное «дерево» позволяет осуществлять упорядоченный перебор всех возможных вариантов решения, поэтому его называют “деревом возможностей”. В отличие от обычных деревьев, ветки «дерева возможностей» могут расти как снизу вверх, так и сверху вниз.

Каждому способу решения соответствует одна ветка дерева, а число всех вариантов равно числу полученных веток (или числу точек на концах этих веток). [3]

В комбинаторных задачах заложены большие возможности для развития мышления учащихся. Кроме того, в процессе обучения решению комбинаторных задач можно расширить знания учащихся о самой задаче, познакомить их с новым способом решения задач, подготовить к решению жизненных практических проблем, научить принимать оптимальное в данной ситуации решение, организовать элементарную исследовательскую и творческую деятельность учащихся.

Специально для младших школьников нами была разработана система комбинаторных задач и методика обучения решению этих задач

Методика обучения решению комбинаторных задач строится с учетом психологических особенностей детей младшего школьного возраста и направлена на развитие мышления. Способы действий не даются «в готовом виде», а дети сами приходят к их «открытию», накапливая опыт. Рассмотрение разнообразных комбинаторных задач и различных возможностей их решения (разный ход рассуждений, средства организации перебора, способы обозначения объектов) обеспечивает ученику выбор путей и средств решения в соответствии с его индивидуальными особенностями. В обучении соблюдается этапность. Основное направление работы — это переход учащихся от осуществления случайного перебора вариантов к проведению систематического перебора сначала без использования средств организации, а затем с их помощью. [1]

Кратко охарактеризуем этапы, которые выделяются нами в обучении школьников решению комбинаторных задач.

Первый этап – подготовительный. На этом этапе учащиеся приобретают опыт образования объектов из отдельных элементов. Новые объекты ученики составляют, осуществляя пока хаотичный перебор, и от них не требуется найти все возможные варианты решения данной задачи.

Например:

1. Составь из трех одинаковых по размеру кубиков красного, желтого и синего цвета несколько отличающихся друг от друга построек.

2. Скажи, из каких фигур составлен первый домик. Дорисуй второй домик так, чтобы изменился порядок расположения фигур. Дорисуй третий домик так, чтобы изменился набор используемых фигур.

Раскрась домики так, чтобы они отличались по цвету друг от друга.

В процессе решения таких задач учащиеся приобретают опыт хаотичного перебора возможных вариантов. И на основе этого опыта в дальнейшем можно будет обучать детей организации систематического перебора.

На подготовительном этапе идет также работа над совершенствованием мыслительных операций (анализа, синтеза, сравнения), которые входят в состав деятельности при решении комбинаторных задач. Особое внимание уделяется сравнению объектов, состоящих из отдельных элементов. В этом случае сравнение может быть проведено по таким основаниям, как число элементов, состав элементов, входящих в объект, порядок расположения элементов в объекте. [1]

Например, предлагаются следующие задания:

1. Рассмотри внимательно колечки из бусинок. Скажи, что изменяется от одного колечка к другому?

2. Найди пуговицу, которая отличается от других. Объясни, в чем ее отличие.

На втором и третьем этапах школьники учатся находить все возможные варианты решения комбинаторных задач, организуя перебор в определенной системе. Но на втором этапе рассматриваются задачи с небольшим числом возможных вариантов решения, а на третьем – более сложные задачи, и для их решения используются такие средства организации перебора, как таблицы и графы. Работа с графическими средствами была отнесена на третий этап: во–первых, при решении задач с небольшим числом вариантов нет необходимости использования этих средств, во–вторых, «язык» графов и таблиц не совсем прост и понятен детям, вследствие чего требуется специальное ознакомление с ним.

Рассмотрим методику работы на втором этапе. Основная цель этого этана обучение школьников решению комбинаторных задач с использованием систематического перебора всех возможных вариантов.

Покажем, каким образом можно подвести учеников к идее организации перебора в определенной системе, как мотивировать переход от хаотичного к систематическому перебору.

Разыгрывается следующая ситуация.

Маша, Шура и Ульяна едут в электричке на дачу. Они сидят на одной скамейке (трое детей садятся у доски на стулья в любом порядке). Детям нужно было проехать 8 остановок. Чтобы не было скучно ехать, они решили на каждой остановке меняться местами. Ставится вопрос: «Смогут ли они каждый раз меняться местами так, чтобы их новое расположение оказывалось все время отличным от предыдущих?» Ученики предлагают варианты расположения детей, которые проигрываются у доски и записываются. Пока перебор осуществляется случайно, хаотично. После того как найдены 6 расположений, ученики стараются составить другой, новый, вариант. Все их попытки сделать это не приводят к успеху. Встает вопрос: «Почему они не нашли седьмой вариант: не могут это сделать или его не существует и уже найдены все возможные рас–положения?» Чтобы ответить на него, учащимся предлагается рассмотреть состав–ленные 6 вариантов, найти и записать пары вариантов, очень похожие друг на друга.

Например, можно выделить такие пары вариантов (записаны в столбик):

1. М. Ш. У.
2. М. У. Ш.
3. Ш. У. М.

4. Ш. М. У.
5. У. М. Ш.
6. У. Ш. М.

Полученная последовательность вариантов анализируется. Учащиеся замечают, что все девочки по очереди сидели у окна (слева), и когда одна из них сидит у окна, то две другие могут разместиться только двумя различными способами. Таким образом, ученики убеждаются, что можно составить только 6 различных вариантов, других быть не может.

Решение комбинаторных задач требует активного использования таких логических приемов как анализ и синтез, сравнение, классификация, обобщение.

Комбинаторные задачи отбирались, во-первых, адекватно выбранному методу (методу перебора), во-вторых, с учетом возрастных психологических особенностей детей.

Способы решения комбинаторных задач, обычно делят на две группы: «формальные» и «неформальные». При «формальном» пути решения нужно определить характер выборки, выбрать соответствующую формулу или комбинаторное правило, подставить числа и вычислить результат. Результат – это количество возможных вариантов, сами же варианты в этом случае не образовываются. Данный путь решения не используется учениками начальной школы.

«Неформальный» способ решения на первый план для учеников начальных классов выводит сам процесс составления различных комбинаторных конфигураций. И главная его задача – правильно найти все возможные варианты.

К неформальным способам решения комбинаторных задач относят непосредственный перебор. При этом методе решения на первый план выходит сам процесс составления различных вариантов. И главное уже не сколько, а какие варианты могут получиться. К «неформальным» относится метод перебора. Почему был выбран именно этот метод?

Можно назвать несколько причин.

Во-первых, метод перебора доступен младшим школьникам.

Во-вторых, он позволяет накапливать опыт практического решения конкретных задач, что, служит основой для введения в дальнейшем комбинаторных принципов и формул.

В-третьих, в жизни человеку приходится не только определять число возможных вариантов, но и непосредственно составлять все эти варианты, а владея приемами систематического перебора, это можно сделать более рационально. Это самый элементарный способ, т.к. он не требует знания определений и формул. Поэтому именно его целесообразно использовать в начальных классах.

Обучение решению комбинаторных задач неформальным способом проводится в три этапа:

1. *Подготовительный этап* (1 класс). Цель данного этапа – формирование мыслительных операций в процессе решения комбинаторных задач методом хаотичного перебора.

На подготовительном этапе детям предлагаются задачи на развитие познавательных способностей, на активизацию таких мыслительных процессов, как: анализ, синтез, сравнение, обобщение. Это могут быть «жизненные» задачи (задачи, решаемые человеком в повседневной жизни), которые детям легко представить.

Для начала можно дать учащимся задачу, привычную для них, чтобы подготовить к дальнейшему изучению перестановок.

Расставляя знаки «+» и «–» между данными числами 8 ... 4 ... 3, составь все возможные выражения.

Проводится полный перебор вариантов:

1) два знака в выражении могут быть одинаковыми, тогда получаем 8 + 4 + 3, 8 – 4 – 3;

2) два знака могут быть разными, тогда получаем 8 + 4 – 3, 8 – 4 + 3, затем можно предложить детям найти значения составленных выражений.

А дальше, для обеспечения мотивации к решению комбинаторных задач во время логических разминок можно решать «жизненные задачи», показывающие возможность применения комбинаторики в повседневной деятельности человека.

Приведу *пример* такой задачи: «У кассы кинотеатра стоят четверо ребят. У двух из них сторублевые купюры, у других двух – пятидесятирублевые. Как должны расположиться ребята, чтобы никому не пришлось ждать сдачи, если билет в кино стоит 50 рублей?»

Задача решается практическим методом (обыгрыванием). К доске выходят пятеро учеников: 4 покупателя (учитель выдаёт им «купюры» по 50 и 100 рублей), и кассир (он получает «билеты»). Обговаривается, что в начале продажи касса пуста.

В итоге дети находят два возможных варианта решения:

1) 50 рублей, 100 рублей, 50 рублей, 100 рублей;

2) 50 рублей, 50 рублей, 100 рублей, 100 рублей.

Таким образом, на подготовительном этапе необходимо создать положительную мотивацию к решению комбинаторных задач, подготовить учащихся к дальнейшему решению более сложных видов задач, а также создать условия для совершенствования мыслительных операций: анализа, синтеза, сравнения, обобщения.

2. *Основной этап* (2-3 классы). Целью этого этапа является ознакомление учащихся с методом организованного перебора с использованием различных моделей: таблицы, графа и дерева возможных вариантов. При знакомстве школьников с методом организационного перебора важно обучить детей выполнять перебор, соблюдая определенную последовательность рассмотрения всех вариантов решений.

Для этого рассматривается следующая задача, в которой важен порядок.

Учитель говорит, что он нарисовал в ряд 4 фигуры: большой и маленький квадраты, большой и маленький круги так, что на первом месте находится круг и одинаковые по форме фигуры не стоят рядом, – и предлагает ученикам отгадать, в какой последовательности расставлены эти фигуры.

Всего существует 24 различных расположения этих фигур. И составлять их все, а потом выбирать соответствующие данному условию нецелесообразно, поэтому проводится сокращенный перебор: «На первом месте может стоять большой круг, тогда маленький круг может быть только на третьем месте, при этом большой и маленький квадраты можно поставить двумя способами – на второе и четвертое место».

Аналогичное рассуждение проводится, если на первом месте стоит маленький круг, и также составляются два варианта.

Составляя эти варианты, ученики находят тот, который был задуман учителем.

Чтобы показать необходимость знакомства с методом организованного перебора можно также проиграть задачу.

Например: Катя, Лиза и Вика едут из школы в автобусе. Они сидят рядом на трех сиденьях (трое детей садятся на стулья около доски в один ряд). Чтобы не было скучно в дороге, они решили меняться местами на каждой остановке. Учителем ставится вопрос: Сколько раз дети могут поменяться местами так, чтобы их новое расположение оказывалось отличным от предыдущих?

Дети предлагают свои варианты расположения, и всё это проигрывается у доски. Методом хаотичного перебора находят 6 вариантов и записывают их. Далее перед учащимися стоит следующая задача: среди всех вариантов выделить похожие: МЛО – МОЛ, ЛОМ – ЛМО, ОМЛ – ОЛМ. Дети делают вывод: когда одна девочка будет крайней слева, другие могут разместиться двумя способами, поэтому есть только 6 вариантов расположения девочек. Следует обратить внимание детей на то, что неудобно искать все возможные варианты в хаотичном порядке.

Например: если бы девочек было бы не 3, а 7 или больше, мы легко могли бы упустить несколько вариантов их расположения. Таким образом учитель должен подвести к тому, что возможные варианты решения удобнее находить не хаотично, а в определенном порядке, который должны выявить дети.

После знакомства с методом упорядоченного перебора следует начать изучение различных моделей, помогающих облегчить поиск всех возможных комбинаций. Сначала детей знакомят с таблицей, так как данный вид модели является для них уже знакомым. При решении первой задачи с помощью таблицы лучше использовать прием работы с готовой моделью. Анализируя которую, учащиеся выявляют принцип её составления, находят способы заполнения: по строчкам, столбцам. [28]

Приведем пример задачи, которую можно решить с помощью таблицы. «В танцевальном кружке занимаются пять девочек: Катя (К), Соня (С), Аня (А), Настя (Н) и Маша (М) и пять мальчиков: Андрей (А), Илья (И), Никита (Н), Кирилл (К) и Максим (М). Сколько различных танцевальных пар можно составить?». Составим таблицы (рисунок 1, рисунок 2).

	К	**С**	**А**	**Н**	**М**
А	КА	СА	АА	НА	МА
И	КИ	СИ	АИ	НИ	МИ
Н	КН	СН	АН	НН	МН
К	КК	СК	АК	НК	МК
М	КМ	СМ	АМ	НМ	ММ

Рисунок 1 – Первый вариант составления таблицы

	К	**С**	**А**	**Н**	**М**
А	АК	АС	АА	АН	АМ
И	ИК	ИС	ИА	ИН	ИМ
Н	НК	НС	НА	НН	НМ
К	КК	КС	КА	КН	КМ
М	МК	МС	МА	МН	ММ

Рисунок 2 – Второй вариант составления таблицы

В данном случае следует обратить внимание детей на то, что можно составить два варианта таблицы, так как. порядок детей в паре не играет роли (т.е. могут быть следующие пары: мальчик – девочка и девочка – мальчик).

Из таблиц наглядно видно, что ответом на задачу будет 25 различных вариантов.

Следующая модель, с помощью которой решают комбинаторные задачи, является граф. Объекты на нём обозначаются точками. Связи между этими объектами могут обозначаться линиями или стрелками, в случае, когда нужно показать направление действия или правильную последовательность объектов.

Знакомство с понятием «граф» можно на примере задачи, решение которой с помощью таблицы записывать неудобно или невозможно. Например: «Пятеро одноклассников встретились после каникул и обменялись рукопожатиями. Каждый из ребят поздоровался со всеми остальными из этой компании. Сколько всего было сделано рукопожатий?». Чтобы подвести детей к новой модели, учитель может предложить обозначить всех людей точками. Далее попросить детей предложить варианты обозначения рукопожатий (удобнее сделать это линиями). После можно предложить поработать в группах и решить данную задачу, используя новую модель. Дети должны прийти к тому, что: сначала нужно составить рукопожатия одного человека (точку соединить со всеми остальными), потом перейти к другому человеку и так действовать до тех пор, пока все не поздороваются друг с другом.

Модель к данной задаче может выглядеть следующим образом (рисунок 3).

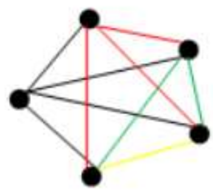


Рисунок 3 – Граф как модель для решения комбинаторной задачи

Далее учащиеся знакомятся с третьей моделью (одной из разновидностей графа) – деревом возможных вариантов.

С детьми выясняем, что данный вид графа, если его перевернуть будет похож на дерево, на котором растут ветки с листьями. Особенность этого дерева в том, что «растет» оно сверху вниз, потому что так удобнее располагать объекты в нужной последовательности. Такой вид графа называется деревом возможных вариантов.

Приведем пример задачи, которую можно решить, используя данную модель. «Составьте все возможные трехзначные числа из цифр 2, 4, 8, так, чтобы цифры в их записи не повторялись».

Дерево возможных вариантов может быть построено следующим образом (рисунок 4):

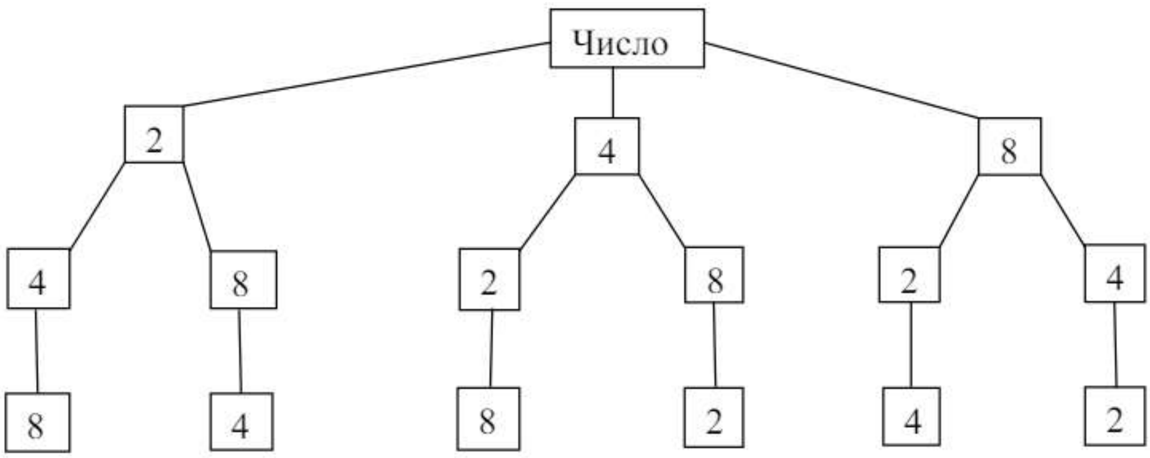


Рисунок 4 – Дерево возможностей как модель решения комбинаторных задач

Таким образом, можно сделать вывод, что на основном этапе дети учатся решать комбинаторные задачи методом организованного перебора с использованием различных моделей.

3. *Отработка умений* (4 класс). На данном этапе ученикам предлагается решать комбинаторные задачи разными способами (методом организованного перебора, с помощью таблиц, с помощью графов), тем самым, с одной стороны, закреплять умение решать такие задачи, с другой – осуществлять действие самоконтроля, являющееся необходимым компонентом учебной деятельности. Соответственно, уровень сложности решаемых задач повышается.

Важно отметить, что решение комбинаторных задач не всем детям даётся легко. Поэтому работу с ними можно организовывать коллективно или дифференцированно.

Большую роль в организации обучения детей решению комбинаторных задач играет процесс дифференциации заданий по уровню сложности.

Например, работу со следующей задачей можно организовать по–разному для детей разного уровня: «Сколько четырёхзначных чисел, в которых 6 тысяч, можно записать цифрами 6, 5, 2?».

Пониженный уровень: «Составьте все возможные варианты записи этих чисел».

Повышенный уровень: «Построить схему–дерево возможных вариантов».

Обобщая все вышесказанное, можем сказать следующее: комбинаторные задачи можно решать формальным и неформальным способом.

В начальной школе такие задачи решают неформальным способом. Обучение решению комбинаторных задач неформальным способом проводится в три этапа: подготовительный, основной, отработка умения. [2]

Процесс обучения решению комбинаторных задач начинается уже в первом классе. В основном на страницах учебников 1-го класса встречаются задачи, решаемые методом хаотичного перебора, направленные на развитие внимания, наблюдательности, умений анализировать, синтезировать, сравнивать. К концу обучения в 1 классе учащиеся должны быть готовы к решению комбинаторных задач способом организованного перебора.

Во 2-3 классах условия задач усложняются и требуют от детей внимания, способствуют развитию логического и образного мышления. Изменяется и способ их решения – организованный перебор вариантов с опорой на различные виды моделей: таблица, граф и дерево возможных вариантов.

В четвёртом классе дети отрабатывают полученные умения и навыки, учатся решать более сложные комбинаторные задачи разными способами, выбирать наиболее рациональный из них.

2.2. Преемственность между начальной и средней школой по формированию комбинаторного мышления

Уже несколько лет в различных регионах России учащиеся основной школы работают по учебным комплектам «Математика 5-6» под редакцией Г. В. Дорофеева и И. Ф. Шарыгина. В учебниках указанных авторов вероятностно-статистическая линия вводится с 5 класса.

Авторы данных учебников в содержании курса «Комбинаторика» основываются на жизненный опыт учащихся. Так в 5 классе изучаются «случайные, достоверные, невозможные события», а в 6 классе – понятие «эксперимента со случайными исходами, частота и вероятность события». Школьники учатся оценивать наступления несложных случайных событий сначала на качественном уровне, после они начинают уже рассчитывать его наступление по формуле. Также ученики знакомятся с комбинаторными задачами, для их решения в 5-6 классах вводится понятие «дерева возможных вариантов», изучают правило комбинаторного умножения.

В учебниках «Математика 5», «Математика 6» (авторы: Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд) представлено большое количество задач. Например, задачи на перебор элементов заданного множества, задачи на составление комбинаций из нескольких элементов, а также задачи, которыми являются числовые ребусы.

Изучение комбинаторных задач начинается в целом в 5-6 классах, школьники рассматривают некоторые приемы решения: перебор вариантов, построение дерева возможных вариантов, нахождение числа перестановок из n элементов.

Изучение элементов комбинаторики, вероятности, статистики целесообразно начинать в 5 классе и продолжать в течение всего дальнейшего периода обучения (постепенный переход от простого к сложному). На всех ступенях обучения фактически формируются одни и те же виды деятельности, но на разных уровнях и различными средствами.

Включение комбинаторных задач в начальный курс математики оказывает положительное влияние на развитие младших школьников.

Решение таких задач дает возможность расширить знания учащихся о самой задаче, например, о количестве и характере результата (задача может иметь не только одно, но и несколько решений – ответов или не иметь решения), о процессе решения (чтобы решить задачу, необязательно выполнять какие–либо арифметические действия).

Учащиеся также знакомятся с новым методом решения задач. На комбинаторных задачах идет обучение методу перебора, который можно в дальнейшем использовать для решения другого типа задач.

Кроме того, целенаправленное обучение решению комбинаторных задач способствует развитию такого качества мышления, как вариативность. Под вариативностью мышления мы понимаем направленность мыслительной деятельности ученика на поиск различных решений задачи в случае, когда нет специального указания на это.

Для достижения перечисленных целей недостаточно комбинаторных задач, представленных в действующих учебниках, так как их число незначительно и используются задачи только некоторых видов. Таким образом, возникает необходимость в отборе комбинаторных задач, которые нужно и можно включать в начальный курс математики.

В ходе исследования были проанализированы 4 комплекта учебников математики: 2 комплекта начальной школы авторов Петерсон Л. Г. и Истоминой Н. Б. и 2 комплекта учебников 5 – 6 классов Виленкина Н. Я. и Дорофеева Г. В. (Таблица 1).

Таблица 1 – Анализ учебников

Типы задач	Петерсон Л.Г.	Истомина Н.Б.	Виленкин Н.Я.	Дорофеев Г.В.
1	*2*	*3*	*4*	*5*
Размещение без повторений	+	–	+	+
Размещение с повторениями	+	+	+	+
Сочетание	+	+	+	+
Перестановки	+	+	+	+
Графы (дерево всех вариантов)	+	–	+	+

На основе таблицы можно сделать выводы.

Размещение с повторениями, сочетание и перестановки начинаются в начальной школе и продолжаются в 5-6 классах, а размещение без повторений и графы есть в учебнике начальной школы Петерсон Л. Г., но нет в учебнике Истоминой Н. Б..

Задачи на размещение без повторений усложняются в 5-6 классах лишь тем, что среди чисел в некоторых заданиях добавляют цифру 0. Тем самым ученик должен задуматься и понять, что с 0 число не может начинаться.

В задачах на размещение с повторениями меняется лишь количество цифр, что делает решение более объемным.

В учебниках Дорофеева Г. В. в 5 классе во 2 главе «Натуральные числа» есть тема «Решение комбинаторных задач», в которой он показывает «метод перебора», «дерево возможных вариантов» и объясняет, что можно заменять предметы из задачи условными обозначениями – кодированием. В 6 классе он продолжает комбинаторную линию в 10 главе «Множества. Комбинаторика» в теме «Комбинаторные задачи», где знакомит учащихся с понятием математическая модель.

Чтобы продолжалась преемственность в развитии решения комбинаторных задач, целесообразнее брать учебники Петерсон Л. Г. для начальной школы, так как там знакомят обучающихся с разнообразными методами решения заданий, объясняется подробное решение и приводятся задачи на закрепление. Если рассматривать учебники Истоминой Н. Б., то там даются только задачи без разбора решения и объяснения этапов. А для 5-6 классов рассматривать учебники Дорофеева Г. В., так как там есть отдельные темы по комбинаторным задачам, что позволяет обучающимся продолжать развитие навыка решения данных задач. В учебниках Виленкина Н. Я. 5 класса задачи даются в конце параграфа, хаотично и с одним методом решения, а именно “дерево возможностей”. А в учебниках для 6 класса комбинаторных задач нет вообще.

2.3. Методика обучения решению комбинаторных задач в 5-6 классах с учетом принципа преемственности

Школьники в настоящее время умственно развиты больше, чем предыдущее поколение и им не интересно и скучно решать просто задачи на вычисление. Им следует предлагать задания, связанные с логическим мышлением, или даже такие задачи, которые можно решать на примерах жизненных ситуациях. Поэтому задачи на комбинаторику и вероятность – это задачи современных школьников, и чтобы предлагать их для решения ученикам, сначала нужно подобрать методы обучения решению таких задач для большей возможности выбора оптимального метода преподавания в школе. Учитывая, что задач по теме «Комбинаторика» в школьной программе 5-6 классов мало, надо постараться свести их решение к интересной игре для детей.

Главная цель при изучении комбинаторных задач: научить выполнять перебор всех возможных вариантов для пересчета объектов или их комбинаций с помощью «дерева вариантов», выделять комбинации, отвечающие заданным условиям».

В 5 классе даются ученикам элементарные комбинаторные задачи, в которых нужно перебрать возможные варианты, расположить в определенном порядке, объединить все варианты (перебрать и расположить по заданному условию). Порой в жизни нам приходится сталкиваться с такими задачами, в которых есть несколько решений данной проблемы, но нам нужно разобрать каждое решение, и понять какое в данном случае будет верным. Чтобы решать такие задачи, следует перебрать все варианты, а для этого необходимо выбрать наиболее удобный способ перебора, при котором мы сможем увидеть все доступные варианты без повторов.

На первом месте перед учителем стоит задача по формированию навыков систематического перебора. Начинать нужно с простых задач, где не так много элементов, важна сама суть перебора всех вариантов.

Задача 1. «Три подруги Катя, Маша, Аня приобрели два билета на футбольный матч. Сколько существует различных вариантов похода на футбол?».

Решение: здесь необходимо перебрать всевозможные пары девочек:

1) Катя, Маша;

2) Катя, Аня;

3) Маша, Аня.

Следующая задача может быть составлена на основе задачи, которую мы решали выше. Допустим, добавим условие, чтобы учитывалось место, на котором сидит та или иная девочка. Получается, что мы будем учитывать в задаче порядок элементов.

Ответ: 3 варианта.

Задача 2. «Три подруги Катя, Маша, Аня приобрели два билета на футбольный матч на 1-е и 2-е места первого ряда стадиона. Сколько существует способов занять эти два места на стадионе? Записать все эти варианты».

Решение: здесь нам помогут результаты первой задачи. В предыдущей задаче нам порядок, как будут сидеть девочки, был не важен. В данной же задаче следует обращать внимание на порядок мест. Рассмотрим подробно один из вариантов. Пусть на матч пойдут Катя и Маша, тогда получаем два варианта как могут сидеть девочки. Первый вариант: на первом месте может сидеть Катя, тогда на втором месте сидит Маша, второй вариант: первое место займет Маша, а на втором будет сидеть Катя. Получается, что два элемента мы можем расположить в разном порядке двумя способами. Таким образом, из решения первой задачи мы получили два решения для нашей задачи. Теперь следует, что на каждый вариант предыдущей задачи у нас получается еще по одному варианту решения, в результате имеем 6 вариантов.

Ответ: 6 вариантов.

Задача 3.

Составь все возможные двузначные числа из цифр 1, 3, 5, 7. (Цифры в записи числа могут повторяться.)

Эту задачу можно выполнить тремя способами: с помощью дерева возможностей, графа и таблицы.

Для варианта решить задачу с помощью дерева возможностей, выбираем для начала первую цифру. Так как цифры могут повторяться, то от каждой первой цифры нужно вести по 4 веточки.

1 способ (рисунок 5, рисунок 6, рисунок 7, рисунок 8):

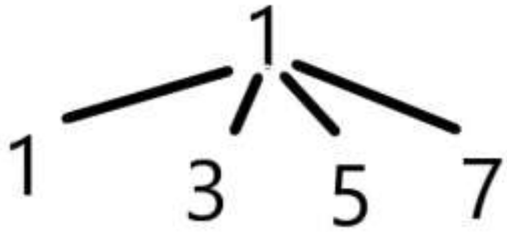


Рисунок 5 – Первая цифра 1

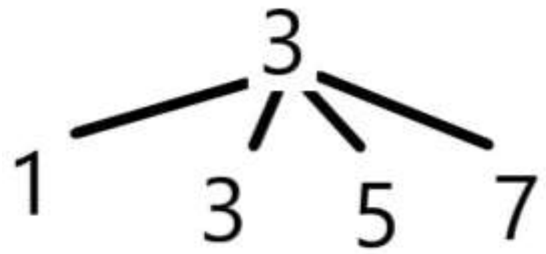


Рисунок 6 – Первая цифра 3

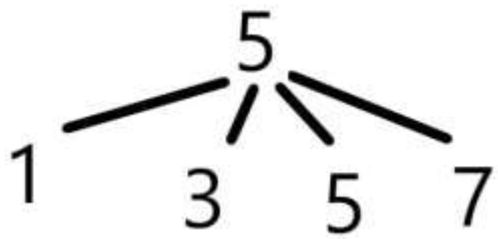


Рисунок 7 – Первая цифра 5

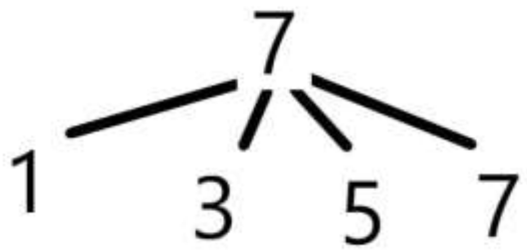


Рисунок 8 – Первая цифра 7

Получилось 16 чисел: 11, 13, 15, 17, 31, 33, 35, 37, 51, 53, 55, 57, 71, 73, 75, 77.

Эту же задачу можно решить вторым способом с помощью графа. (рисунок 9)

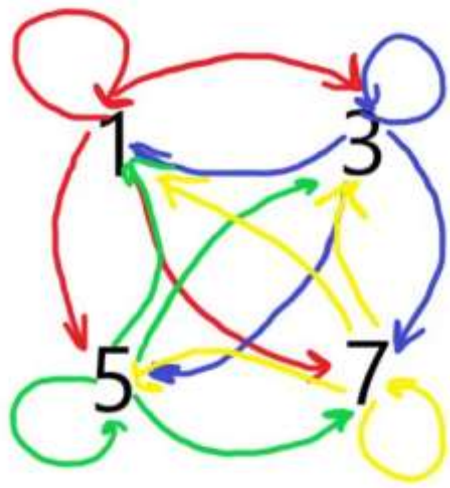


Рисунок 9 – Решение с помощью графа

Этот способ более беспорядочный и неудобный, нет наглядности. Петелька обозначает, что цифра идет в саму себя, тем самым возникает число с двумя одинаковыми цифрами. Если в задаче дано больше цифр, то граф будет загруженным, вероятность того, что произойдет потеря ответов очень высока.

Ответом также будет 16 чисел.

Третьим способом является таблица. Как рассматривалось ранее таблицу можно составить двумя способами, в зависимости от того берем мы строчку или столбец за основу. (рисунок 10, рисунок 11)

Таблица является более удобным способом, даже если будет больше цифр.

	1	3	5	7
1	11	13	15	17
3	31	33	35	37
5	51	53	55	57
7	71	73	75	77

Рисунок 10 – Таблица первым способом (за основу взяли строчки)

	1	3	5	7
1	11	31	51	71
3	13	33	53	73
5	15	35	55	75
7	17	37	57	77

Рисунок 11 – Таблица вторым способом (за основу взяли столбцы)

Также как и в предыдущих вариантах получилось 16 чисел.

В учебнике Виленкина Н. Я. Учащихся знакомят с понятием факториал при помощи данной задачи:

Оле, Лене, Нике, Ярославу и Кириллу купили синий, красный,, желтый, зеленый и сиреневый шарики. Сколькими способами они могут выбрать шарики?

Решение: У первого ребенка (например, Оли) есть 5 вариантов выбора, у следующего (пусть это будет Лена) остается 4 варианта выбора, следующий будет выбирать уже из трех шариков, следующий — из двух, последний же получает оставшийся шарик. Рассмотрим эти способы на схеме. (рисунок 12)

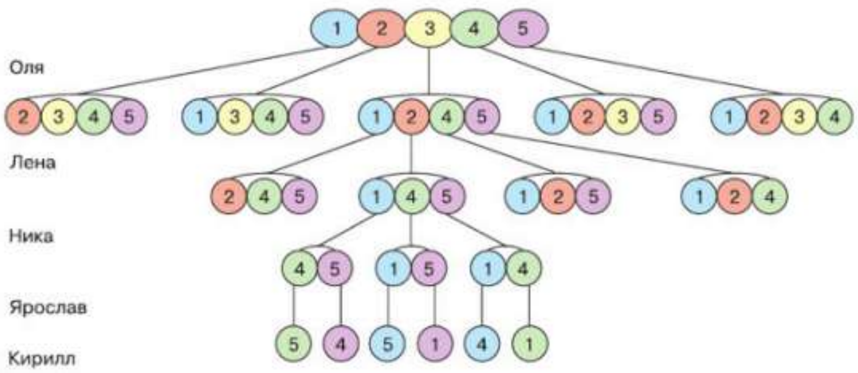


Рисунок 12 – Схема

Каждому выбору шарика Олей соответствует четыре возможных выборы Лены, т. е. всего 5*4 способов. После того как Лена выбрала шарик, у Ники есть три варианта, у Ярослава – два, у Кирилла – один, т. е. всего 3*2*1 способов. Окончательно получаем, что для решения задачи надо найти произведение 5*4*3*2*1. Шарики между детьми можно распределить ста двадцатью способами. Иначе говоря 5! (пять факториал), 5! = 120.

Выводы по 2 главе

Развитие учащихся во многом зависит от той деятельности, которую они выполняют в процессе обучения.

Роль комбинаторных задач в формировании приемов умственной деятельности можно конкретизировать на примере комбинаторных заданий, которые ребенок выполняет на различных этапах обучения математике.

Таким образом, появляется возможность говорить о развитии у младших школьников на основе решения комбинаторных задач содержательного обобщения, которое характеризуется следующими признаками:

1) оно выполняется при таком анализе конкретного факта (задачи), который обнаруживает внутреннюю связь его частных проявлений;

2) оно, исходя из этой связи, позволяет затем сразу обобщить все другие факты (задачи) данного круга, применить найденный способ решения в измененной или новой ситуации.

Первым способом решения задачи для маленького ребенка является практическое действие. Его значение состоит в том, что ребенок, непосредственно воздействуя на вещи, раскрывает их свойства, выявляет признаки и, главное, раскрывает невидимые ему ранее связи, существующие как между вещами и явлениями, так и внутри каждого предмета и явления. Эти связи из скрытых становятся видимыми. Такой путь познания особенно эффективен в младших классах в изучении математики, где может быть использовано практическое действие как начальный путь познания комбинаторной задачи.

Формирование у младших школьников способности комбинировать (возможности создавать разные сочетания, комбинации объектов или их элементов) тесно связано с развитием логического мышления. Ведь само комбинирование направлено на поиск различных вариантов решения задачи, на разработку разных способов достижения цели, что связано с внутренним планированием.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сопоставление результатов работы с поставленными задачами позволяет заключить следующее:

1. В первой главе были рассмотрены теоретические основы развития комбинаторного мышления, проанализирована психолого-педагогическая и методическая литература для выявления особенностей формирования комбинаторного мышления.

2. Рассмотрены методы и приемы развития комбинаторного мышления при обучении математике, с учетом принципа преемственности.

3. Выявлено, что комбинаторные задачи являются эффективным средством развития комбинаторного мышления учащихся.

4. Во второй главе была разработана методика обучения решению комбинаторных задач для начальной школы с учетом принципа преемственности, в результате чего, был сформулирован вывод, что начинать развивать комбинаторное мышление учащихся необходимо с начальной школы. Затем, по мере усвоения материала учащимися, усложнять задания для учащихся 5-6 классов.

5. На основании рассмотренных особенностей разработана система заданий для развития комбинаторного мышления учащихся при решении комбинаторных.

Подводя итог, можно констатировать следующее: все задачи выполнены и цель достигнута, разработана система заданий, направленных на развитие комбинаторного мышления обучающихся.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. **Белокурова, Е. Е.** Методика обучения решению комбинаторных задач / Е. Е. Белокурова // Начальная школа. – 2019. – № 4. – С. 54–59.
2. **Белокурова, Е. Е**. Обучение решению комбинаторных задач с помощью таблиц и графов / Е.Е. Белокурова // Начальная школа. – 2020. – № 1. – С. 68–73.
3. **Белокурова, Е. Е.** Характеристика комбинаторных задач / Е. Е. Белокурова // Начальная школа. – 2019. – № 1. – С. 74–77.
4. **Виленкин, Н. Я** Математика: 6 класс. В 2 частях. Часть 1 / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков. – Москва : «Просвещение», 2023. – 161 с.
5. **Виленкин, Н. Я.** Математика: 5 класс. В 2 частях. Часть 1 / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков. – Москва : «Просвещение», 2023. – 158 с.
6. **Виленкин, Н. Я.** Математика: 5 класс. В 2 частях. Часть 2 / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков. –Москва : «Просвещение», 2023. – 158 с.
7. **Виленкин, Н. Я.** Математика: 6 класс. В 2 частях. Часть 2 / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков. – Москва : «Просвещение», 2023. – 145 с.
8. **Галкин, Е. В.** Нестандартные задачи по математике. Задачи логического характера / Е. В. Галкин. – Москва : Просвещение, 1996. – 160 с.
9. **Дорофеев, Г. В.** Математика: 5 класс / Г. В. Дорофеев, И. Ф. Шарыгин. – Москва : «Просвещение», 2017. – 288 с.
10. **Истомина, Н. Б.** Математика: 1 класс. В 2 частях. Часть 1 / Н. Б. Истомина. – Смоленск : Ассоциация 21 век, 2013. – 120 с.
11. **Истомина, Н. Б.** Математика: 1 класс. В 2 частях. Часть 2 / Н. Б. Истомина. – Смоленск : Ассоциация 21 век, 2013. – 120 с.

12. **Истомина, Н. Б.** Математика: 2 класс. В 2 частях. Часть 1 / Н. Б. Истомина. – Смоленск : Ассоциация 21 век, 2013. – 120 с.

13. **Истомина, Н. Б.** Математика: 2 класс. В 2 частях. Часть 2 / Н. Б. Истомина. – Смоленск : Ассоциация 21 век, 2013. – 120 с.

14. **Истомина, Н. Б**. Математика: 3 класс. В 2 частях. Часть 1 / Н. Б. Истомина. – Смоленск : Ассоциация 21 век, 2013. – 120 с.

15. **Истомина, Н. Б.** Математика: 3 класс. В 2 частях. Часть 2 / Н. Б. Истомина. – Смоленск : Ассоциация 21 век, 2013. – 120 с.

16. **Истомина, Н. Б.** Математика: 4 класс. В 2 частях. Часть 1 / Н. Б. Истомина. – Смоленск : Ассоциация 21 век, 2015. – 120 с.

17. **Истомина, Н. Б.** Математика: 4 класс. В 2 частях. Часть 2 / Н. Б. Истомина. – Смоленск : Ассоциация 21 век, 2015. – 120 с.

18. **Петерсон, Л. Г.** Математика: 1 класс. В 2 частях. Часть 1 / Л. Г. Петерсон. – Москва : Ювента, 2012. – 64 с.

19. **Петерсон, Л. Г.** Математика: 1 класс. В 2 частях. Часть 2 / Л. Г. Петерсон. – Москва : Ювента, 2012. – 64 с.

20. **Петерсон, Л. Г**. Математика: 2 класс. В 3 частях. Часть 1 / Л. Г. Петерсон. – Москва : Ювента, 2013. – 80 с.

21. **Петерсон, Л. Г.** Математика: 2 класс. В 3 частях. Часть 2 / Л. Г. Петерсон. – Москва : Ювента, 2013. – 112 с.

22. **Петерсон, Л. Г.** Математика: 2 класс. В 3 частях. Часть 3 / Л. Г. Петерсон. – Москва : Ювента, 2013. – 112 с.

23. **Петерсон, Л. Г.** Математика: 2 класс. Методические рекомендации. Пособие для учителей / Л. Г. Петерсон. –Москва : «Баласс», «С-инфо», 1997. – 256 с.

24. **Петерсон, Л. Г.** Математика: 3 класс. В 3 частях. Часть 1 / Л. Г. Петерсон. – Москва : Бином Лаборатория знаний, 2018. – 64 с.

25. **Петерсон, Л. Г.** Математика: 3 класс. В 3 частях. Часть 2 / Л. Г. Петерсон. – Москва : Бином Лаборатория знаний, 2018. – 112 с.

26. **Петерсон, Л. Г.** Математика: 3 класс. В 3 частях. Часть 3 / Л. Г. Петерсон. – Москва : Бином Лаборатория знаний, 2018. – 80 с.

27. **Петерсон, Л. Г.** Математика: 4 класс. В 2 частях. Часть 1 / Л. Г. Петерсон. – Москва : Ювента, 2015. – 96 с.

28. **Петерсон, Л. Г.** Математика: 4 класс. В 2 частях. Часть 2 / Л. Г. Петерсон. – Москва : Ювента, 2015. – 128 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

1. Три человека обменялись рукопожатиями. Сколько было рукопожатий? Сколько будет рукопожатий, если рукопожатиями обменяются 4 человека? 5 человек?

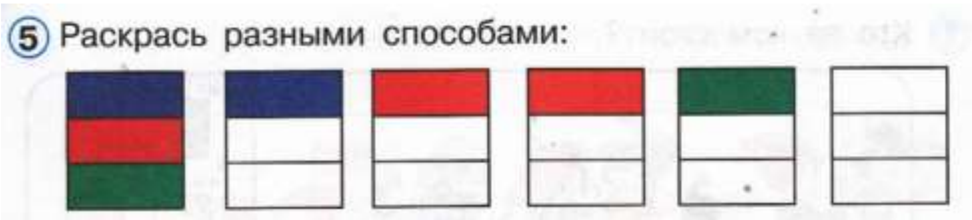
2. 

Рисунок А.1 – Задача 2

3. 
260. Расположи буквы К, Л, О в разном порядке. Сколько вариантов у тебя получилось?

• Сравни свой ответ с рассуждениями Миши и Маши.

У меня 4 варианта: КОЛ, КЛО, ЛОК, ЛКО.

У меня 6 вариантов.

• Какие 6 вариантов записал Миша?

• Есть ли среди всех вариантов слова, которые ты знаешь?

Рисунок А.2 – Задача 3

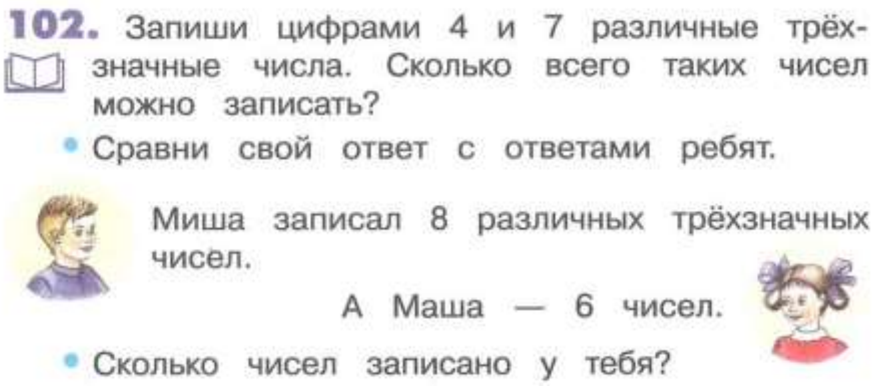
4. Расположи в различном порядке: а) буквы О, С, Н; б) слова СМОТРИТ, КАТЯ, КИНО.

5. Рассмотри различные способы размена: а) 10 рублей; б) 50 рублей.

6. Какими способами можно разбить на части числа 8, 9, 10?

7. Составь все двузначные числа, в записи которых используются цифры 3 и 7. Сколько всего двузначных чисел?

8.



102. Запиши цифрами 4 и 7 различные трёхзначные числа. Сколько всего таких чисел можно записать?

- Сравни свой ответ с ответами ребят.

Миша записал 8 различных трёхзначных чисел.

А Маша — 6 чисел.

- Сколько чисел записано у тебя?

Рисунок А.3 – Задача 8

9. Составь все возможные трехзначные числа из цифр 2, 8 и 3 так, чтобы цифры в записи числа не повторялись.

10. Составь все возможные трехзначные числа их цифр 3, 9, 0, если: а) цифры в записи числа не могут повторяться; б) цифры в записи числа могут повторяться.

11. Сколько двузначных чисел можно записать лишь с помощью цифр 1, 2, 3 и 4?

12. Составь все трехзначные числа, сумма цифр которых равна 4.

13. Сколько существует двузначных чисел, в записи которых содержится хотя бы одна цифра 5?

14. Сколькими способами можно разложить 5 одинаковых ручек в 2 пенала?

15. У Маши 2 пирамидки, 3 мяча и 2 куклы. Она хочет выбрать из этих игрушек одну пирамидку, один мяч и одну куклу. На «дереве» показано, какими способами можно это сделать. Как составлено «дерево»? Какому способу соответствует красный путь? Сколько всего способов?

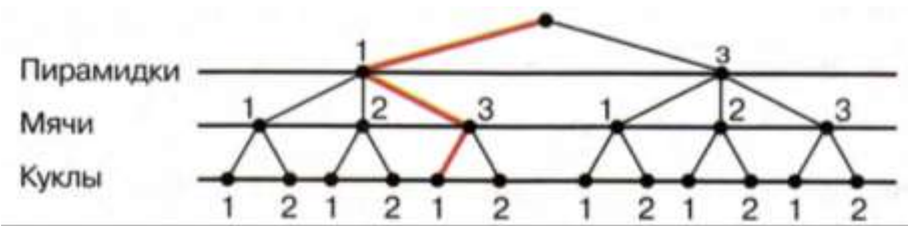


Рисунок А.4 – Задача 15

16. Сколькими способами Ваня может выстроить башню из 2 красных и 3 синих кубиков? Закончи в тетради составление «дерева» и сделай рисунки полученных вариантов решения. Сколько всего вариантов?

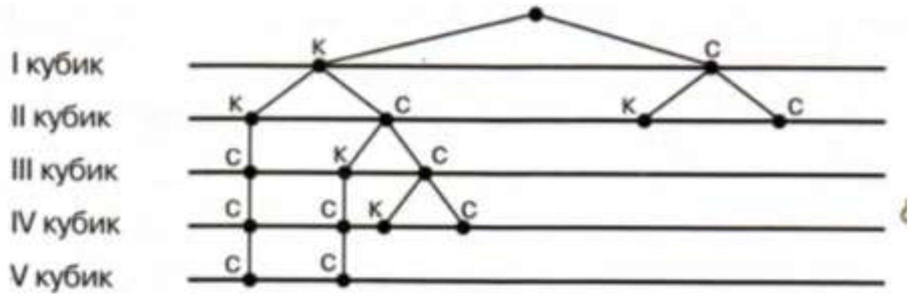


Рисунок А.5 — Задача 16

17. Составьте варианты посещения четырех дополнительных занятий по понедельникам, вторникам, четвергам и субботам. Занятия проходят в одно и то же время: шахматы — в понедельник или четверг, робототехника — в четверг или субботу, брейк-данс — по понедельникам или вторникам, плавание — по вторникам или субботам.

18. 

Разбираемся в решении. Трое друзей Андрей, Николай и Ярослав собрались в поход на лодках. До пристани можно добраться утром на автобусе двумя рейсами.

а) Сколькими вариантами можно доехать до реки?

Решение. Составим таблицу возможных вариантов:

1-й рейс	А, Н, Я	А, Н	А, Я	Н, Я	А	Н	Я	—
2-й рейс	—	Я	Н	А	Н, Я	А, Я	А, Н	А, Н, Я

Видим, что получилось 8 вариантов.

б) Составьте таблицу для задачи, если можно использовать три рейса автобуса.

Рисунок А.6 — Задача 18

19. Трое друзей Андрей, Николай и Ярослав собирались в поход на лодках. До пристани можно добраться утром тремя рейсами. Сколькими вариантами можно доехать до реки?

20. Из цифр 6, 7, 8, 9, 0 и 2 составьте четырехзначные числа так, чтобы цифры не повторялись. Сколько чисел получили?

21. Сколько трехзначных цифр можно составить из различных четных цифр, не считая 0?

22. Фермеру надо засеять пять полей рожью. а) сколькими способами можно установить для них очередность? б) Сколькими способами можно

установить очередность, если первым засеять третье поле, а вторым — четвертое?

23. ПИН-код банковской карты составляется из четырех цифр. Сколько вариантов кода можно составить?

24. Сколько можно составить различных вариантов расписания на четверг для семиклассников, если у них в этот день семь уроков: математика, ОБЖ, история, литература, физика, физкультура, русский язык?

25. Имеется 8 шаров: 4 синих, 3 красных, 1 белый и два ящика, один из которых вмещает не более 3 шаров, другой — не более 5. Сколькими способами можно разместить все эти 8 шаров в двух ящиках?

26. Сколько существует двузначных натуральных чисел, у которых первая цифра больше второй?

27. Сколько существует девятизначных натуральных чисел, у каждого из которых цифры расположены в порядке убывания?

28. Дрессировщик выводит на арену цирка трех львов А, Б, В и двух тигров Г, Д и сажает их в ряд на тумбы. При этом тигров нельзя помещать рядом, иначе драка между ними неизбежна. Сколько всего существует способов размещения зверей?

29. Сколько трехзначных натуральных чисел, с различными цифрами, делящихся на 3, можно составить с помощью цифр 0, 1, 2, 3, 4 и 5?

30. Сколько существует шестизначных натуральных чисел, у каждого из которых цифры расположены в порядке возрастания?