Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Практико-ориентированные задачи по геометрии в основной школе

Выпускная квалификационная работа
по направлению 44.03.05 Педагогическое образование

Направленность программы бакалавриата
«Математика. Экономика»

Выполнила:
Студентка группы ОФ-513/086-5-1
Бирюкова Екатерина Александровна

Проверка на объем заимствований:
______% авторского текста

Работа рекомендована к защите
рекомендована/не рекомендована

« 3 » апреля 2017 г.
зав. кафедрой математики и методики обучения математике
__________ Суховиенко Е.А.

Научный руководитель:
доцент, кандидат педагогических наук.
Севостьянова Светлана Анатольевна

Челябинск
2017 год

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Практико-ориентированные задачи по геометрии в основной школе

Выпускная квалификационная работа
по направлению 44.03.05 Педагогическое образование

Направленность программы бакалавриата
«Математика. Экономика»

Выполнила:
Студентка группы ОФ-513/086-5-1
Бирюкова Екатерина Александровна

Проверка на объем заимствований:
___________% авторского текста

Работа ________________ к защите
рекомендована/не рекомендована
« ___ » ___________ 20__ г.
зав. кафедрой математики и
методики обучения математике
_____________ Суховиенко Е.А.

Научный руководитель:
доцент, кандидат педагогических наук.
Севостьянова Светлана Анатольевна

Челябинск
2017 год

Содержание

Введение

Модернизация образования последнего десятилетия в Российской Федерации определяет новые подходы к обновлению и развитию всей образовательной системы. В настоящее время в школьном математическом образовании одним из преимущественных направлений является подготовка учащихся к использованию математики в решении широкого круга проблем, возникающих в реальном мире за пределами образовательного процесса. Это обусловлено, с одной стороны, возросшим в последние десятилетия значением математики в общей системе знаний. С другой стороны, причина происходящих в сфере российского образования изменений заключается в том, что математические методы проникают в разнообразные сферы жизнедеятельности людей, знания основ (и не только) математики все больше востребованы в повседневной жизни.

Требования ФГОС ориентированы на становление таких личностных характеристик, как осознание важности образования и способности применять полученные знания на практике.

В системе современного образовании на всех ступенях обучения осуществляется новый подход. Педагоги отказываются от репродуктивного метода обучения и применяют развивающие технологии и компетентностный подход. Эти технологии призваны формировать у учащихся наряду с предметными знаниями универсальные учебные действия. На уроках математики реализация компетентностного подхода осуществляется за счет применения практико-ориентированных задач, а также деятельностных и компетентностно-ориентированных заданий.

В связи с чем, актуализировалась необходимость обеспечения перехода от предметно-ориентированного обучения к практико-ориентированному, реализующему системно-деятельностный подход, предполагающий подготовку школьника к профессиональной и общественной жизни.

Одним из средств реализации выделенных подходов в образовательной практике выступают практико-ориентированные задачи, которые обеспечивают связь изучаемой предметной области (в нашем работе речь идет о разделе школьного курса геометрии) с окружающей действительностью, практическими навыками, умениями, реальной жизнью. Поэтому современные требования к результатам обучения математике включают не только овладение предметными знаниями, но и умениями применять данные знания в ситуациях повседневной жизни, при решении практических задач. В Концепции развития математического образования в РФ от 24 декабря 2013 года также подчеркивается необходимость приобретения школьниками «знаний и навыков, применяемых в повседневной жизни и профессиональной деятельности» [14].

Повышенное внимание к практико-ориентированным заданиям прослеживается и в содержании контрольно-измерительных материалов для ОГЭ и ЕГЭ. Однако результаты государственной итоговой аттестации учащихся 9-х и 11-х классов свидетельствуют о низком уровне сформированности умений использовать математические знания и методы для решения практико-ориентированных задач[22].

Проблема исследования состоит в обосновании необходимости применения практико-ориентированных задач на уроках математики в школе при изучении геометрии.

Объект исследования: процесс изучения геометрии в основной школе.

Предмет исследования: практико-ориентированные задачи в курсе геометрии.

Гипотеза: Обучение геометрии будет более эффективным, если для мотивации, на этапах закрепления и контроля использовать практико-ориентированные задачи.

Целью данной работы является теоретическое и практическое обоснование особенностей применения практико-ориентированных задач в курсе математики и разработка методических рекомендаций по применению практико-ориентированных задач в процессе изучения курса геометрии.

Цель, объект, предмет исследования обусловили постановку следующих **задач:**

1. Рассмотреть понятие практико-ориентированной задачи.
2. Выделить требования к практико-ориентированным задачам;
3. Выявить уровни сложности практико-ориентированных задач;
4. Разработать методические рекомендации по применению практико-ориентированных задач в процессе изучения курса геометрии;
5. Рассмотреть методические особенности обучения решению практико-ориентированных задач;
6. Рассмотреть применение практико-ориентированных задач во внеурочное время.
7. Провести опытную работу по формированию умения решать практико-ориентированные задачи

Глава 1. Роль практико-ориентированных задач при обучении математике

1.1. Понятие практико-ориентированной задачи

Понятие «задача» в педагогической литературе рассматривается в широком и узком смысле. В широком смысле под задачей понимается проблемная ситуация с заданной целью, которую необходимо достичь. В более узком смысле задачей называют саму эту цель, данную в рамках проблемной ситуации, то есть то, что требуется сделать. Т.Ф. Ефремова [17] под задачей предлагает считать цель, которую хотят достичь, а также обстоятельства и затруднения, которые надо преодолеть. Под математической задачей она понимает вопрос математического характера, требующий нахождения решения по известным данным с соблюдением определенных условий.

Одной из главных составляющих содержания учебного предмета математики, включающий и теоретический материал, являются математические задачи. Но в процессе решения задач учащимися усваивается также и теоретический материал, именно поэтому решение задач является основной деятельностью при обучении математике.

В современной педагогической литературе принята следующая классификация задач:

- По характеру требования выделяют задачи на доказательство, задачи на построение и задачи на вычисление.
- По функциональному назначению задачи бывают с дидактическими функциями, с познавательными функциями, а также с развивающими функциями.
- По методам решения задачи подразделяются на задачи на геометрические преобразования, задачи на векторы и др.
- По числу объектов в условии задачи и связей между ними задачи бывают простые и сложные.

- По компонентам учебной деятельности выделяют организационно-действенные, стимулирующие, и контрольно-оценочные задачи.
- По величине проблемности различают задачи стандартные и нестандартные, теоретические и практические, устные и письменные. [1].

Л.М. Фридман четко различает понятие задачи и проблемной ситуации по следующим признакам:

1. у проблемной ситуации содержание больше, т.к. задача – это модель ситуации, которая отражает лишь некоторые ее стороны;

2. для каждой проблемной ситуации обязательно существует одна или несколько задач, которые отличаются друг от друга совокупностью представленных в них свойств ситуации и языком, на котором задача выражена;

3. проблемная ситуация существует реально, и не зависит от языка, а задача всегда связана с языком, на котором она изложена[6].

Таким образом, в данной работе под понятием «задача» будем рассматривать ситуацию, которая включает цель и условия для ее достижения.

В задаче выделяют следующие основные <u>компоненты</u>:

1. условие – начальное состояние;

2. базис решения – теоретические основы решения;

3. решение – преобразование условия задачи для нахождения требуемого;

4. заключение – конечное состояние.

Для формирования и проверки уровня сформированности умений и способностей применять математические знания и способы деятельности в ситуациях, встречающихся в повседневной жизни, необходимо разрабатывать специальные задачи. Такие задачи называют по-разному: компетентностные, контекстные, ситуационные, сюжетные, практиконаправленные, компетентностно-ориентированные, учебно-практические позволяющие проверять уровень сформированности различных компетенций. В нашей работе мы будем их называть «практико-ориентированные задачи», учитывая их целевое назначение в процессе обучения.

Для того, чтобы у учащихся не сложилось впечатление, что математика не связанна с окружающей действительностью необходимо использовать математические знания в различных ситуациях. Наиболее близкими для них являются ситуации, которые связанны с личной повседневной и школьной жизнью, работой и спортом, и т.д. Именно поэтому разработка заданий, в которых рассматриваются ситуации, связанные с повседневной действительностью, является актуальным [16].

В первую очередь под практико-ориентированными понимаются математические задачи. К ним можно отнести задачи, у которых контекст обеспечивает подлинные условия для использования математики при решении, оказывает влияние на решение и его истолкование. Возможно и использование задач, у которых условие исходит из каких-либо гипотез, если оно не слишком отдалено от реальной ситуации.

Данный тип заданий используется с целью формирования умений действовать в социально-значимой ситуации, научить учащихся работать с информацией, то есть добывать, объяснять, отобрать, критически оценить, найти собственное решение, научить взаимодействовать в паре и в группе в процессе решения образовательных задач на основе диалога, развить свои точки зрения, чувства, убеждения и желания в поисковой творческой деятельности учащихся [13].

Таким образом, под практико-ориентированными задачами понимаются математические задачи, в содержание которых описаны ситуации из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков использования математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием материалов краеведения, элементов производственных процессов.

Решение задач такого типа в большей степени сводится к построению модели реальной ситуации, описанной в конкретной задаче. Именно составление модели требует высокого уровня математической подготовки и является результатом обучения, который целесообразно назвать общеобразовательным.

Основными отличительными особенностями практико-ориентированных задач являются:

- значимость получаемого результата, которая обеспечивает познавательную мотивацию учащегося;
- условие задачи сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета – математики, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задачи;
- информация и данные в задаче могут быть представлены в различной форме (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;
- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задачи [4].

Кроме выделенных четырех обязательных характеристических особенностей, практико-ориентированные задачи имеют следующие:

1. По структуре эти задачи являются нестандартными;

2. В условиях задачи имеются избыточные, недостающие или противоречивые данные, именно поэтому формулировка задачи достаточно объёмная;

3. Такие задачи можно решать несколькими способами, и эти способы учащимся могут быть неизвестны и их требуется найти [15].

В связи с тем, что практико-ориентированные задачи позволяют оценить умение логически понимать содержание, уметь представить реальную ситуацию, связать разные части текста, отвлечься от излишних подробностей и нацелено выбрать нужную информацию, то они должны быть очень хорошо продуманными и составленными.

Большую роль играют занимательные задачи практического содержания. Это разнообразные задачи, созданные человечеством в течении многих лет, и показывающие практическое применение математических знаний в повседневной жизни, среди них: математические задачи на различные жизненные ситуации, математические фокусы с игральными картами, задачи на взвешивание монет, задачи, связанные с переливаниями, занимательные задания со спичками и монетами, занимательные задания на товарно-денежные отношения, математические задачи с использованием циферблата часов, задачи с использованием теории множеств. Они позволяют учащимся усвоить материал на достаточно высоком уровне и способствуют развитию логического мышления. Так же имеются задачи на считывание информации, представленной в виде графиков роста акций, температуры и т.д., задач на анализ практической ситуации - оптимальное решение проблемы, моделирующую реальную или близкую к реальной ситуацию (выгодную покупку, экономичную поездку и т.д.).

В задачах геометрического содержания большое внимание уделяется проверке навыков конструктивного мышления, умению находить площади и объемы нестандартных фигур с помощью хорошо известных формул. Решение задач такого типа развивают общеучебные умения школьников, т.к. учебная деятельность при этом приобретает исследовательский и практико-ориентированный характер. При этой работе происходит:

- извлечение основного содержания прочитанного или услышанного;
- точная формулировка мыслей, построение оригинальных высказываний по заданному вопросу или теме;

- исследование различных вариантов решения задач, выбор наилучшего, принимая во внимание различные критерии;
- сотрудничество с другими (учениками и учителем) при выполнении общего задания;
- планирование действий и времени;
- оценка результатов своей деятельности и т.д. [9].

Можно также использовать задания, способствующие формированию творческой информационной компетентности: написание рефератов, эссе, сообщений, составление тестов, кроссвордов и мини – пособий.

При обучении с использованием практико-ориентированных задач у учащихся возникают ассоциации с конкретными событиями, поэтому такое обучение приводит к более прочному усвоению информации. А необычная формулировка задач, связь с жизнью и межпредметные связи повышают у учащихся интерес к предмету и способствуют развитию любознательности и творческой активности. Учащихся захватывает сам процесс поиска путей решения задач и они получают возможность развивать логическое и ассоциативное мышление.

<u>Дидактическими целями</u> практико-ориентированных заданий являются:

1) закрепление и углубление теоретических знаний;
2) овладение умениями и навыками по учебной дисциплине;
3) формирование новых умений и навыков;
4) приближение учебного процесса к реальным жизненным условиям;
5) изучение новых методов научных исследований;
6) овладение общеучебными умениями и навыками;
7) развитие инициативы и самостоятельности.

<u>Виды практико-ориентированных заданий</u>:

1. Аналитические (определение и анализ цели, выбор и анализ условий и способов решения, средств достижения цели);

2. Организационно-подготовительные (планирование и организация практико-ориентированной работы, индивидуальной, групповой или коллективной по созданию объектов, анализ и исследование свойств объектов труда, формирование понятий и установление взаимодействий между ними);

3. Оценочно-коррекционные (формирование действий оценки и коррекции процесса и результатов деятельности, поиск способов совершенствования, анализ деятельности) [2].

Таким образом, практико-ориентированные задания способствуют ознакомлению учащихся с разнообразным математическим материалом, имеющим прикладной характер и развивающим творческие способности и познавательные интересы учащихся.

1.2. Требования к практико-ориентированным задачам

Для создания образовательных продуктов подбирают задачи, которые обеспечивают достижение максимального обучающего, развивающего и воспитательного эффекта в преподавании математики в школе. Л.В. Фридман выделяет функции, свойственные школьным математическим задачам, которые можно выполнить используя практико-ориентированные задачи: формирование мотивации к учению и познавательного интереса; приобретение новых знаний иллюстрация и конкретизация учебного материала; контроль и оценка учебной деятельности и т. д. [5]. Эти функции реализуются как через математический аппарат, используемый при формулировании и решении задачи, так и через ее сюжетную основу.

Наиболее важным этапом решения практико-ориентированной задачи является этап математизации (перевод задачи на язык математики). На этом этапе учащиеся могут опираться только на уже имеющиеся у них знания и жизненный опыт. Если таковые отсутствуют или недостаточны, то у школьников возникнут трудности с решением математической части задачи. Следует учитывать и то, что сама постановка задачи должна быть интересна для школьников. Этот интерес может состоять в получении новой, значимой для него информации об окружающем мире, в возможности проверить на практике результат задачи или в объяснении математической природы явлений, которым он может быть свидетелем в реальной жизни.

Требования к практико-ориентированным задачам выдвигаются разные. М. Мирзоахмедов выдвинул требование соответствия содержания задачи школьного курса программе по математике [4]. Также он считает, что неизвестные учащимся требования не должны быть использованы в задаче. А. Ахлимерзаев предлагает принять похожие требования, предлагая следующие: не узкопрофильная направленность; наличие у учащихся необходимых умений решать стандартные задачи [7]. М.И. Якутова приводит достаточно широкий перечень требования к таким задачам: сохранение в сюжетной основе условий, имеющих место в реальной действительности; использование в задаче известных, легко определяемых или интуитивно ясных учащимся понятий; краткость и простота анализа сюжетного содержания задачи [19].

Л.Э. Хаймина систематизировала ранее сформулированные требования по трем направлениям:

1. Требования к методике использования данных задач в процессе обучения планиметрии:

– рациональное включение прикладных задач в каждую тему;

– наличие в небольшом количестве задач с недостающими, избыточными, противоречивыми данными.

2. Требования к представленным видам деятельности:

– наличие прикладных задач всех типов;

– использование заданий, требующих самостоятельного составления задач.

3. Требования к формулировке прикладной задачи и организации ее в цепочке:

– формулировка ряда прикладных задач в виде последовательных целевых указаний к определенному виду деятельности и установки на порядок ее осуществления: «измерьте…», «рассмотрите…» и т. п.

– наличие «цепочек» познавательных задач различных видов (логических и творческих…)» [6].

В работе В.А. Петрова [26] были сформулированы следующие требования к задачам:

1. Производственная реальность сюжета.

2. Математическая существенность сюжета.

3. Естественность вопроса задачи.

4. Математическая содержательность.

5. Терминологический лаконизм.

Некоторые из рассмотренных требований уже не отвечают современному образованию. Например, требованию краткости и простоты анализа сюжетного содержания или требованию терминологического лаконизма не соответствуют контекстные задачи, которые носят практико-ориентированный характер и обладают довольно сложным и обширным сюжетным содержанием, требующим тщательного анализа условия для построения математической модели. Практико-ориентированные задачи можно использовать на всех этапах обучения, а не только на этапе закрепления [29].

Если обобщить требования, выделенные авторами, то можно выделить требования к сюжету содержания и требования к математическому содержанию задачи.

I. Требования к сюжетному содержанию задачи.

1.1. Отражение в тексте задачи реального объекта, его свойств.

1.2. Демонстрация в содержании сюжета задачи связи математики с другими науками, практическими областями деятельности.

1.3. Наличие в тексте задачи проблемы или свойств объекта, для изучения которых необходимо применить математику.

1.4. Соответствие сюжетного содержания возрастным особенностям (познавательным интересам) школьника.

1.5. Доступность содержания сюжета для понимания учащимся: используемые нематематические термины известны школьникам в результате изучения других дисциплин, легко определяемы или интуитивно ясны.

II. Требования к математическому содержанию задачи.

2.1. Математическая содержательность решения задачи.

2.2. Соответствие численных данных задачи реальным значениям.

2.3. Соответствие фактических данных реальному процессу, объекту, ситуации, описанных в задаче.

2.4. Единство задач, применяемых в преподавании математики в школе [27].

Можно привести примеры, в которых отражена наша трактовка этих требований по отношению к школьному курсу геометрии.

I. Требования к фабуле задачи.

1. Отражение реального объекта, его свойств.

На следующем примере можно показать нарушение этого требования:

- Кузнечик прыгает по прямой большими и малыми прыжками. Большой прыжок составляет 15 см, малый – 8 см. Как ему попасть из точки А в точку Б, находящуюся от О на расстоянии 5 см.

Довольно затруднительно обосновывать практическую значимость этой задачи. Вероятно, что прыжок реального кузнечика может и не соответствовать указанным величинам и направлениям. Анализируя формулировку задачи, у учащихся может возникнуть вопрос «в каком направлении может прыгать кузнечик?» А этот вопрос является существенным для поиска решения.

2. Связь математики с другими науками, практическими областями деятельности.

Это требование состоит в предоставлении в фабуле задачи фактов, свидетельствующих о связи математики с другими науками. Такие задачи носят мировоззренческий характер, иллюстрируя всеобщность математического метода познания, универсальность математических понятий. Приведем примеры задач, иллюстрирующих связь геометрии с естествознанием:

- Полное солнечное затмение – одно из самых удивительных природных явлений. Оно происходит тогда, когда Луна оказывается между Землей и Солнцем, заслоняя собой солнечный свет. Постройте математическую модель этого явления и укажите условия, при которых оно возможно.
- Докажите, что угол подъема Полярной звезды над горизонтом в данной точке численно равен широте этой точки.

3. Наличие проблемы или свойств объекта, для изучения которых действительно необходимо применить математику.

В выше приведённом требовании приведены примеры таких задач. Однако зачастую в литературе встречаются задачи, в которых это требование нарушается.

4. Соответствие возрастным особенностям, познавательным интересам, ведущему типу деятельности школьника)

Интерес школьника к математике может снизиться, если будет несоответствие фабулы задачи его познавательным интересам. А.В. Шевкин справедливо отмечает по поводу использования различных фабул при составлении задач: «…есть ли у нас уверенность, что через фабулу задач можно и нужно решать какие-либо проблемы? …Задачи на оборонную тематику, включенные в предвоенные сборники задач, или задачи про «Продовольственную программу» вряд ли помогли выиграть войну или решить проблемы сельского хозяйства. Спору нет, фабула задач должна иметь связь с жизнью, но эта связь должна проходить в области естественных жизненных интересов ребенка... Сборник школьных задач... не должен подменять энциклопедии...».

Можно привести следующий пример неудачной задачи:

- Стол строгального станка весит вместе с обрабатываемой деталью P = 100кг. Скорость v прохождения стола под резцом равна 1м/с, а время разгона стола до начала резания равно 0,5 с. Определить, каков должен быть коэффициент трения стола о направляющие, чтобы усилие, требуемое для разгона стола до начала резания, не превышало 40 кг.

Фабула этой задачи носит узкопрофессиональный характер, а также довольно сложна для восприятия не только современному школьнику, но и учителю. Такие задачи известный ученый-методист Ю.М. Колягин называет «шпиндельными».

Например, для учащихся в возрасте 10-12 лет ведущей является практическая деятельность. Обучение в этом возрасте происходит в большей степени с опорой на наглядность. Эта особенность отражена в фабулах следующих задач:

- Вы решили использовать рейку для проведения прямых линий. Как убедиться в том, что рейка имеет хотя бы один ровный край?
- Как проверить правильность чертежного треугольника, т.е. убедиться в том, что с его помощью можно строить прямые углы?
- Если под рукой не оказалось чертежного треугольника, то прямой угол можно получить двукратным перегибанием листа бумаги любой формы. Объясните, почему в данном случае получаются прямые углы?

5. Доступность фабулы для понимания учащимся: используемые нематематические термины известны школьникам в результате изучения других дисциплин, легко определяемы или интуитивно ясны.

Фабула задачи может содержать сведения об известных или часто встречающихся в производственной деятельности объектах, а не только факты из различных школьных дисциплин. Например, на уроке планиметрии в основной школе по теме «Тригонометрические функции острого угла» предлагаем использовать такую задачу:

- При строительстве промышленных и сельскохозяйственных зданий небольшой высоты широко используются автомобильные краны. Для правильного выбора крана необходимо знать размеры сооружаемого объекта. Это позволяет заранее определить требуемую длину стрелы крана. Вывести формулу для определения длины стрелы автомобильного крана, с помощью которого можно построить здание, имеющего форму параллелепипеда высоты H, длины d и ширины 21 с плоской крышей (рис. 1).

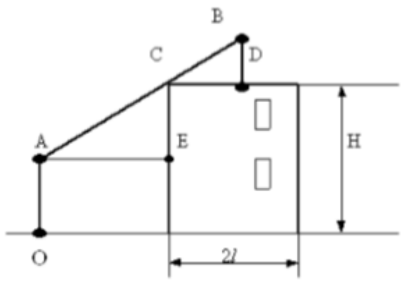


Рисунок 1

II. Требования к математическому содержанию задачи.

1. Математическая содержательность решения задачи.

Выше уже было сказано что, при решении прикладной задачи в науке сначала строят ее содержательную модель, а затем исследуют ее математическими средствами. Нужно учитывать, что основной целью решения таких задач является обучение математике, при подборе задач на приложения для школьников. Задачи, в которых главная идея решения заключается в применении физических, химических, экономических или других закономерностей, а математический аппарат является вспомогательным, решаются на занятиях по соответствующим дисциплинам. Приведем пример задачи, которая не соответствует рассматриваемому требованию:

- На дне водоема глубиной H лежит монета. Мы смотрим на монету по вертикали сверху. Каково кажущееся расстояние от поверхности воды до монеты. Показатель преломления n воды известен.

Сначала для решения этой задачи необходимо построить и подробно исследовать ее физическую модель, а затем построить математическую. Для построения математической модели и внутримодельного решения нужны сведения из тригонометрии на уровне определений. Очевидно, что такая задача должна быть решена в курсе физики.

2. Соответствие численных данных задачи, существующим на практике.

Можно привести пример нарушения требования в части соответствия числовых данных, имеющим место на практике. Здесь речь может идти не только о реалистичности приводимых данных, а например, они приводятся с излишней точностью или, как в следующей задаче, в форме, которую невозможно получить прямым измерением:

- Под каким углом на Землю падает луч Солнца, если вертикально воткнутый в Землю шест возвышается над Землей на 6 м и отбрасывает тень, равную $6\sqrt{3}$м?

Числовые данные в этой задаче подобраны так, чтобы вычисления были удобными. В результате решения имеем: $\mathrm{tg}\alpha = 3$; $\alpha = 60°$. Однако на практике длину тени, равную $6\sqrt{3}$, с помощью измерений, например рулеткой, получить невозможно.

3. Соответствие фактических данных, сделанных допущений и упрощений реальному процессу, объекту, ситуации, описанных в задаче.

Не все сюжетные задачи, называемые авторами практико-ориентированными, отвечают всем указанным выше требованиям. Чаще всего встречается нарушение следующего характера: сюжет не отражает реальной ситуации в полной мере, ее описание дано схематично и упрощенно. Такой была задача о кузнечике. Можно привести ещё один пример:

- Предположим, что вы захотели сварить себе кашу. Возьмите кастрюлю, насыпьте крупу и наклоните кастрюлю так, чтобы крупа закрыла половину дна. Заметьте точку на стенке кастрюли, ближайшую к ее краю, до которой поднялась крупа, и зажмите ее пальцем. Пересыпьте крупу в другое место, а в эту кастрюлю налейте жидкость до полученной отметки. Можете начинать варить кашу. Пока она варится, подумайте, почему отношение объемов крупы и жидкости не зависит ни от количества взятой крупы, ни от размеров кастрюли.

В фабуле задачи не указывается, из какой крупы таким способом можно сварить кашу. Вычисления показывают, что отношения объема крупы и жидкости приблизительно равно 1:4,5. Однако, из опыта известно, что, например, для варки манной каши соотношение жидкости и крупы берется иное – примерно 1:20, что существенно отличается от ответа задачи.

Такие задачи не могут дать правильного представления о приложениях математики, они лишь выполняют общие функции учебных математических задач. Однако ценность задач такого рода в обучении состоит скорее в том, что, используя знакомые школьникам реальные объекты, удается в доступной форме донести суть задания, пояснить математическое содержание, использовать элемент занимательности и т.д. Такие задачи ближе к текстовым задачам, к которым не предъявляются требования реалистичности сюжета.

Если немного изменить фабулу последней задачи:

- Для приготовления порции домашней лапши по рецепту необходимо взять 100 мл воды. Имеется стакан цилиндрической формы объемом 200 мл. Можно ли с его помощью отмерить нужное количество жидкости?

В этом случае надо наклонить стакан так, чтобы оставшаяся в нем жидкость закрыла все дно (рис. 2). Тогда жидкость займет ровно половину объема стакана. Теперь мы указали вполне реальную ситуацию, в которой может быть применен описанный способ.

Рисунок 2

4. Задачи на приложения вместе с задачами, широко применяемыми в преподавании математики, образовывают единое целое.

Это требование связано с механизмами включения задач на приложения в общую систему обучения математики в школе, поэтому здесь нельзя ограничиться несколькими примерами.

В методической литературе выделены три направления использования практико-ориентированных задач на уроке математики:

1) задачи или практические задания для введения новых понятий и теорем;

2) несложные задачи для первичного закрепления введенных понятий и теорем;

3) более сложные задачи для включения понятия в систему известных фактов [28].

Итак, перечень требований к математическому содержанию практико-ориентированных задач позволяет отбирать задачи этого типа из различных источников, переформулировать их согласно заданным требованиям.

Предлагается включать практико-ориентированные задачи в содержание обучения. Они должны быть представлены в форме наиболее близкой к той, в которой такие задачи имеют место в реальности или в соответствующей области знаний. Но для их решения на уроке требуется значительное время, которое, к сожалению, не всегда возможно выделить. Однако эту проблему позволяют решить разнообразные формы внеурочной работы (проектная и исследовательская деятельность, курсы по выбору).

1.3. Уровни сложности практико-ориентированных задач

Необходимой процедурой для обеспечения качественного обучения математике является распределение учебных задач по уровням сложности. В методической литературе этому вопросу уделяется большое внимание. Существуют различные подходы к понятиям «трудности» и «сложности», которые определяются как субъективная и объективная характеристики задачи. Трудность – субъективная характеристика задачи, определяемая взаимоотношениями между задачей и решающим ее учеником. Сложность – это объективная характеристика задачи, которая определяется структурой процесса поиска решения [24].

Разными авторами предложены методики расположения задач по степени возрастания трудности и сложности [18]. Например, Ю.М. Колягин предлагает образец задач в зависимости от числа компонентов, являющихся неизвестными и придающими ситуации проблемный характер [27]. Автор указывает на универсальность своей типологии, которая может быть применена к любым задачам, в том числе и нематематического характера. Частные задачи всех трех этапов реализации практико-ориентированных задач формулируются с учетом, необходимости обучения школьников математизации реальных объектов.

Анализ возможных затруднений учащихся при подборе математической равносильности реальным объектам и отношений между ними в сюжетном содержании задач на приложения математики позволил сделать некий вывод. Наименьшие затруднения у учащихся вызывают задачи, в содержании сюжета которых реальные объекты уже сопоставлены с их математическими моделями. Например, в тексте задачи уже названа геометрическая фигура, которая является моделью реального объекта: «Хоккейная коробка в форме прямоугольника имеет площадь...», «Поверхность откидного столика имеет форму треугольника...». Наибольшие затруднения в решении практико-ориентированных задач связаны с установлением реальных объектов и отношений между ними, которые необходимо математизировать для построения модели.

Таким образом, можно определить крайние уровни сложности этих задач – низкий и высокий. Между этими двумя уровнями сложности можно выделить два переходных. Таким образом, практико-ориентированные задачи по степени возрастания сложности имеют четыре уровня:

1) В тексте задачи имеется прямое указание на математическую модель.

2) Прямого указания на модель нет, но объекты и отношения задачи однозначно сопоставимы с соответствующими математическими объектами и отношениями.

3) Объекты и отношения задачи соотносимы с математическими объектами и отношениями, но неоднозначно, требуется учет реально сложившихся условий.

4) Объекты и отношения задачи явно не выделены или их математическая равносильность неизвестна школьникам [11].

Задачи первого и второго уровня целесообразно использовать на уроках математики, а задачи третьего и четвертого уровней предпочтительнее использовать во внеклассном обучении математике, т.к. они требуют большего учебного времени для решения. Задачи последних двух уровней сложности в основном составляют задачи, направленные на развитие умения применять метод математического моделирования для решения широкого круга задач, связанных с практическими приложениями геометрии, в том числе требующих всестороннего анализа данных и допускающих неоднозначное построение математической модели. К ним могжно отнести задачи с недостающими, лишними, противоречивыми и скрытыми данными. Рассмотрим эти уровни более подробно.

I. В задаче имеется прямое указание на математическую модель.

Задачи, в которых объекты и отношения практически не требуют математизации рассматривают на первом уровне. В тких задачах математическая модель представлена в явном виде. Например, такова следующая задача:

- Для определения того, что керамическая плитка имеет квадратную форму, измеряют и сравнивают ее диагонали. Достаточна ли такая проверка?

Если перевести на математический язык, о мы получим следующую задачу:

- Верно ли, что если диагонали прямоугольника равны то этот прямоугольник – квадрат?

Также задачи на использование различных инструментов для проведения измерений, можно отнести к задачам первого уровня. В содержательной модели таких задач имеется прямое указание на математическую модель. Для их решения необходимо только найти подходящий математически аппарат, т.е. выполнить внутримодельное решение. Этап интерпретации здесь отсутствует. Например:

- Можно ли пользоваться чертежным угольником как центроискателем? Каким образом?

II. Объекты и отношения задачи легко соотносимы с соответствующими математическими объектами и отношениями.

В задачах второго уровня объекты и отношения хорошо знакомы учащимся из жизненного опыта или в результате изучения других школьных дисциплин. В таких задачах школьники могут легко соотнести их с соответствующими математическими объектами и отношениями. Это наиболее многочисленная группа задач. Большинство задач этой группы составляют задачи, назначение в обучении которых связано с формированием математических понятий.

Приведем содержательную модель такой задачи, которая может стать основой для нескольких задач:

- Лестница прислонена к стене дома.

По этой содержательной модели можно составить различный набор задач:

- На какую высоту можно подняться по лестнице длиной L, отстоящей от стены на расстояние b.
- Какой длины должна быть лестница, чтобы по ней можно было взбираться на высоту h? Ее нижний конец при этом отстоит от стены на расстояние b.
- Фонарь висит на стене дома на высоте h. Можно ли в нем заменить лампочку, воспользовавшись лестницей длины L. Лестница не съезжает со стены, если прислонена к ней под углом α.

У этих задач одна математическая модель – прямоугольный треугольник, но для их внутримодельного решения используется разный математический аппарат: для первых двух задач – теорема Пифагора, для последней – определение косинуса угла в прямоугольном треугольнике. Таким образом, подобный набор задач позволяет во взаимосвязи формировать ряд понятий, объединенных понятием прямоугольного треугольника.

В следующем примере уже приведены необходимые упрощения, поэтому составление математической модели такой задачи, как правило, не вызывает затруднений у школьников.

- Человек среднего роста на совершенно ровном месте видит вокруг себя не далее 4,5 км. Как велика в градусной мере, та дуга земной поверхности, которую он видит? Радиус Земли принять равным 6400км.

III. Объекты и отношения задачи соотносимы с математическими объектами и отношениями неоднозначно. Требуется учет реально сложившихся условий.

На третьем уровне соответствующая математическая модель выбирается в зависимости от реальных условий, описанных в задаче.

Например, на карте Московской области Москва и другие города занимают определенную площадь, а, значит, их математической моделью может служить некоторая геометрическая фигура. Но на политической карте Европы столицы государств, в том числе и Москва, отмечены небольшими кружочками. В этом случае математическая модель города – точка, которая, как известно, не имеет размеров. В следующих примерах построение математической модели усложнено тем, что в условии задачи есть объекты, математические интерпретации которых также неоднозначны.

- Найдите расстояние между двумя соседними меридианами на экваторе.

Если использовать в качестве модели формы Земли сферу, то школьники будут решать эту задачу, используя известную им формулу длины дуги окружности. Но если учесть, что Земля имеет форму геоида, то такая модель Земли не позволит решить задачу средствами школьного курса геометрии. Приведем пример задачи, в которой выбор подходящего математического аппарата для внутримодельного решения зависит от конкретных условий, имеющих место в реальности.

- На плоскости обозначены три точки А, В, С, не лежащие на одной прямой. Через точку А проложите прямую, параллельную ВС.

Эта задача имеет несколько решений. В зависимости от условий, которые могут появится в реальной ситуации, зависит выбор подходящего математического аппарата для внутримодельного решения. Например, если необходимо построить забор, параллельно имеющемуся, то возможно предположить, что для построений на местности мы будем ограничены шириной улицы. Также ограничения могут возникнуть со стороны возможности использования геодезических инструментов. А если построения проводятся не на местности, а, например, в плотницком деле для разметки деревянных деталей, то и математическая модель будет соответствовать этим реальным условиям.

III. Объекты и отношения задачи явно не выделены или их математические эквиваленты неизвестны школьникам.

На этом уровне сложности объекты и отношения, подлежащие математизации, в содержательной модели не выделены. Это можно проиллюстрировать на примере следующей задачи:

- Определите, на какой табурет (рис. 3 а, б) можно сесть без риска оказаться на полу?

Рисунок 3а Рисунок 3б

В тексте задачи речь идет о табурете, а объектами, которые необходимо математизировать, являются его ножки и сидение, точнее их взаимное расположение. Математическими эквивалентами этих объектов являются отрезки, которые на рис. 3б образуют треугольник. Именно на такой табурет можно садиться, т.к. эта фигура является жесткой. Но школьники могут указать правильное решения, пользуясь жизненным опытом.

Учителям для определения уровня сложности задачи на приложения целесообразно использовать два критерия: новизна для школьников объектов и отношений содержательной модели задачи; сложность подбора математических эквивалентов к этим объектам и отношениям.

Выбор этих критериев обоснован тем, что у учащихся имеется некоторая сумма знаний и жизненный опыт, соответствующие их возрасту и содержанию школьной программы. Например, поиск решения задачи о табуретах у учащихся старшего школьного возраста не вызовет затруднений, т.к. ими уже накоплены для этого необходимые предметные знания и жизненный опыт. Поэтому для них эта задача будет задачей низкого уровня сложности. А значит, уровень сложности задачи на приложения – характеристика непостоянная. Так, одной и той же задаче, решенной, например, в 7 классе на уроке и в 9 классе на итоговой аттестации, может быть присвоен разный уровень сложности. Это может быть связано, например, с изменением оценивания первого критерия (степени новизны для школьников объектов и отношений содержательной модели) за время обучения. Определение уровней сложности задач на приложения позволит выделить базовые задачи, решение которых является обязательным для всех учащихся заданной возрастной группы. Выбор этих критериев обоснован тем, что у учащихся уже имеются некоторые приобретенные знания и в какой-то мере жизненный опыт, соответствующие их возрасту и содержанию школьной программы [25].

Таким образом, на начальном этапе реализации линии практико-ориентированного обучения целесообразно использовать задачи первых двух уровней сложности, на основном этапе – задачи с первого по третий уровень сложности, и лишь для последнего, заключительного этапа будет характерно присоединение задач четвертого уровня к первым трем.

Глава 2. Методические рекомендации по применению практико-ориентированных задач в процессе изучения курса геометрии

2.1 Методические особенности обучения решению практико-ориентированных задач

Из современных целей школьного математического образования следует целесообразность выделения такой линии как практико-ориентированные задачи. Методологическая функция линии практико-ориентированных задач заключается в изучении понятий и методов, которые объединяют содержание предметных линий всего курса математики, а не только методических. К ее базовому понятию естественно отнести понятие математической модели, т. к. оно проявляется во всех средствах обучения приложениям математики в школе [23], [12].

Можно выделить три этапа работы с практико-ориентированной задачей:

1. Математизация (анализ условия). Учащиеся должны научиться:

– выделять объекты окружающего мира, которые могут быть описаны средствами школьного курса математики;

– заменять исходные объекты и отношения их математическими эквивалентами. Описывать эти объекты и отношения на языке математики.

2. Внутримодельное решение. На этом этапе учащимся необходимо:

– выбирать подходящие методы исследования реальных объектов в зависимости от поставленной задачи;

– составлять математическую модель с учетом требуемой точности описания реальных объектов задачи.

3. Интерпретация результата (истолкование, разъяснение). Учащиеся получают возможность:

– анализировать использованные математические методы решения с точки зрения их рациональности для исследования реального объекта;

– интерпретировать результат исследования математической модели с требуемой погрешностью.

Выделяют следующие принципы конструирования практико-ориентированных задач по математике в основной школе:

1. Математизации знаний.

2. Соответствия содержания практико-ориентированных задач математики познавательным возможностям и интересам учащихся.

3. Доступности для изучения на школьном уровне средств математизации знаний.

4. Достоверности содержания практико-ориентированных задач математики.

5. Открытости содержания линии практико-ориентированных задач [20].

На основе этапов решения практико-ориентированных задач можно выделить 10 типов задач:

1) Формулировку математического утверждения, отбор формул, понятий, которые необходимо использовать для ответа на вопрос задачи (здесь и далее имеется в виду практико-ориентированная задача).

Например: какой математический факт используют строители при расчете количества расходных материалов (обоев) для ремонта квадратной комнаты шириной 4,5 м и высотой 2,5 м.?

2) Выбор задачи, в которой математической моделью является следующее утверждение, понятие, формула из предложенных задач.

Например, найти фигуру на рисунке 4, площадь которой находится по формуле: $S = a^2 \frac{6-\pi}{4}$

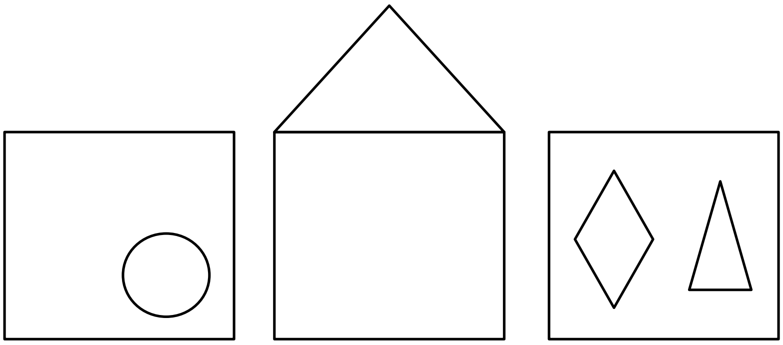


Рисунок 4

3) Среди данных задач найти такие, у которых математические модели совпадают.

4) Описание математической модели реальных объектов (у одного объекта может быть несколько моделей).

Например, опишите модель школьного стадиона.

5) Отобразить ситуацию, описанную в тексте задачи графически, в таблице (и наоборот, перевести табличную, графическую информацию в текстовую).

Например, составить конспект представленного текста.

6) Перевести задачу с естественного языка на математический.

Пример задачи: пол прямоугольной формы выложили квадратными дощечками с длиной стороны 4 дм. Всего потребовалось 280 плиток. Найдите длину пола, если ширина его равна 200 сантиметров.

7) Привести несколько математических моделей решения задачи, выбрать рациональное с точки зрения рассматриваемой реальной ситуации. Для решения задач этого типа можно использовать пример задач рассматриваемых в типе 2.

8) Установить требуемую точность (допустимую погрешность) результата.

Например, дописать единицы измерения для величин:

Площадь комнаты 18 ___

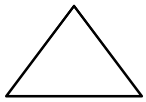
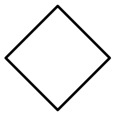
Ширина телевизора 45 ___

Диаметр кружки 0,8 ___

9) Оценка достаточности данных для построения математической модели объекта, есть ли лишние данные. К задачам данного типа относятся все задачи, суть которых заключается в ответе на вопрос: «Хватает ли информации для решения поставленной задачи?»

10) Выбор из предложенных математизаций одного объекта ту, которая соответствует заданному условию.

Например, соотнесите формулу площади и фигуру.

$S = ah$	
$S = \frac{d^2}{h}$	
$S = \frac{ah}{2}$	

Как уже было указано выше, основными компонентами любой математической задачи являются: условие задачи, базис задачи, решение задачи, обоснование решения задачи. В свою очередь в практико-ориентированной задаче можно выделить следующие компоненты, составляющие ее структуру:

– содержательный. Этот компонент включает содержание учебного материала, базовые математические понятия, на которые опирается решение предлагаемой задачи, этапы математического моделирования;

– деятельностный. Данный компонент характеризуется теми практико- ориентированными математическими умениями, которые планируется сформировать у школьников в процессе работы с предложенной задачей;

– задачный. Компонент содержит систему классификаций практико-ориентированных задач и характеристику уровней их сложности;

– процессуальный. Последний по описанию, но не по значению предлагаемый компонент определяет временные этапы реализации практико- ориентированных задач.

Постановка задачи заключается в предложении для решения, выполнения, обсуждения, получения конечного результата, составление исходных материалов и определение необходимой цели для решения задачи [10]. Под формой постановки любой задачи, в том числе и практико-ориентированной понимают точную формулировку условия задачи, в которой описывается вся входная, необходимая для решения, и выходная информация. Выходной информацией по задаче считают те данные, которые будут представлены учащимися как результат работы по решению предложенной задачи.

Предлагая для решения практико-ориентированную задачу, следует помнить о том, что она должна быть привлекательна для учащихся конкретного класса, имеющих свои отличительные особенности в сфере интересов, жизненного опыта и т.п. Этого можно добиться, если предлагать учащимся задачи, оформленные в виде рисунков, схем и др.

Таким образом, представленные выше типология задач, а также требования к форме постановки практико-ориентированной задачи и ее содержанию позволяют сформулировать следующие методические особенности обучения решению практико-ориентированных задач в курсе геометрии [3]:

– предлагая для решения учащимся практико-ориентированную задачу необходимо учитывать их интересы в повседневной жизни и опираться на имеющийся у них жизненный опыт;

– особое внимание следует уделять формулировки задачи, которая должна быть привлекательна и по форме и по содержанию для конкретных учащихся, только тогда можно обеспечить условия, полного включения учащихся в работу над задачей, которую в идеальном варианте они должны воспринимать как цель своей учебной деятельности в определенный момент времени;

– при работе над решением задачи необходимо значительное количество времени отводить на этап моделирования, т.е. представление описанной в задачи ситуации в виде математической модели, работа с которой будет завершающим этапом решения.

2.2. Практико-ориентированные задачи из ОГЭ

В настоящее время составители ОГЭ предлагают учащимся широкий перечень задач практико-ориентированного направления, число и вариативность которых увеличивается. Это обусловлено тем, что требования нового поколения ФГОС ориентированы на становление таких личностных характеристик, как осознание важности образования и способности применять полученные знания на практике. А значит возрастает необходимость увеличения объёма практико-ориентированных задач при подготовке к ОГЭ по математике.

Структура ОГЭ по математике уже несколько лет остаётся без значительных изменений. Первая часть экзамена включает в себя 8 заданий по алгебре, 5 заданий по геометрии и 7 по реальной математике. Каждое из этих заданий хоть и решается по-разному, но оценивается в 1 балл и считается заданием базового уровня сложности. Вторая часть состоит из 3х заданий по алгебре и 3х заданий по геометрии, каждое из которых оценивается в 2 балла.

В контрольно-измерительных материалах ОГЭ практико-ориентированные задачи по геометрии содержатся в задании №17. В этом задании могут встретиться задачи на следующие темы:

- вычисление длин, площадей и объёмов;
- подобие треугольников;
- Теорема Пифагора;

- углы
- длина окружности и площадь круга.

Приведём примеры задач на данные темы.

Вычисление длин, площадей и объёмов.

1. Сколько досок длиной 3,5 м, шириной 20 см и толщиной 20 мм выйдет из четырехугольной балки длиной 105 дм, имеющей в сечении прямоугольник размером 30см×40 см?

2. На карте показан путь Лены от дома до школы. Лена измерила длину каждого участка и подписала его. Используя рисунок 5, определите, длину пути (в м), если масштаб 1 см: 10000 см.

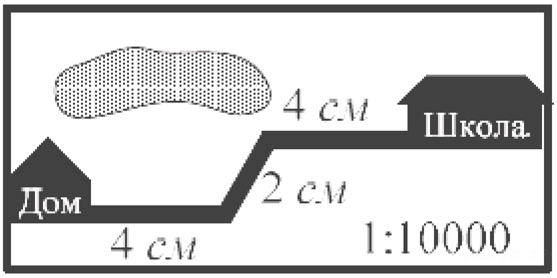


Рисунок 5

3. Глубина бассейна составляет 2 метра, ширина — 10 метров, а длина — 25 метров. Найдите суммарную площадь боковых стен и дна бассейна (в квадратных метрах).

4. Сколько потребуется кафельных плиток квадратной формы со стороной 20 см, чтобы облицевать ими стену, имеющую форму прямоугольника со сторонами 3 м и 4,4 м?

Подобие треугольников.

1. Проектор полностью освещает экран *A* высотой 80 см, расположенный на расстоянии 250 см от проектора(рис.6). На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран *B* высотой 160 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными?

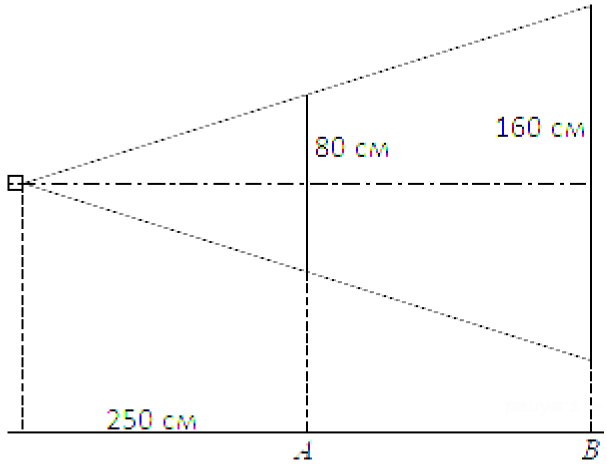


Рисунок 6

2. Человек ростом 1,7 м стоит на расстоянии 8 метров от столба, на котором висит фонарь. Тень человека равна четырем шагам. На какой высоте (в метрах) расположен фонарь?

Теорема Пифагора.

1. От столба к дому натянут провод длиной 10 м, который закреплён на стене дома на высоте 3 м от земли. Вычислите высоту столба, если расстояние от дома до столба равно 8 м (рис.7).

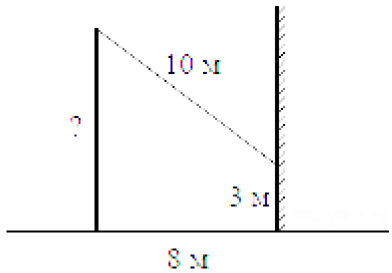


Рисунок 7

2. Девочка прошла от дома по направлению на запад 500 м. Затем повернула на север и прошла 300 м. После этого она повернула на восток и прошла еще 100 м(рис.8). На каком расстоянии (в метрах) от дома оказалась девочка?

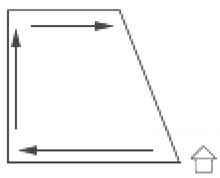


Рисунок 8

3. Лестница соединяет точки A и B и состоит из 35 ступеней. Высота каждой ступени равна 14 см, а длина — 48 см (рис.9). Найдите расстояние между точками A и B (в метрах).

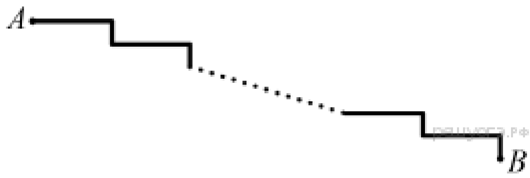


Рисунок 9

Углы

1. Колесо имеет 18 спиц. Найдите величину угла (в градусах), который образуют две соседние спицы.

2. Какой угол (в градусах) описывает минутная стрелка за 10 мин?

3. Короткое плечо шлагбаума имеет длину 1 м, а длинное плечо – 3 м. На какую высоту (в метрах) опустится конец короткого плеча, когда конец длинного плеча поднимается на 1,8 м(рис.10)?

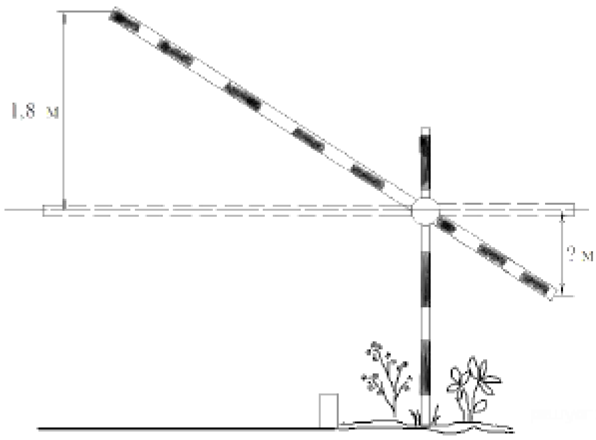


Рисунок 10

4. За сколько часов Земля повернется вокруг своей оси на 120°?

Длина окружности и площадь круга

1. Обхват ствола секвойи равен 4,8 м (рис. 11). Чему равен его диаметр (в метрах)? Ответ округлите до десятых.

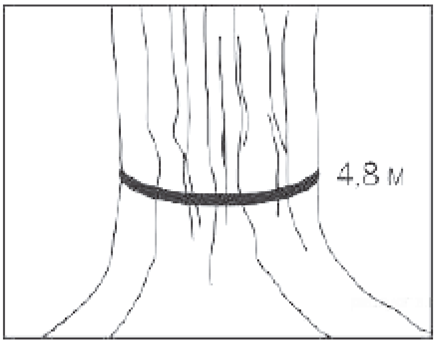


Рисунок 11

2. Две трубы, диаметры которых равны 7 см и 24 см, требуется заменить одной, площадь поперечного сечения которой равна сумме площадей поперечных сечений двух данных. Каким должен быть диаметр новой трубы? Ответ дайте в сантиметрах.

Результаты основного государственного экзамена учащихся 9-х классов свидетельствуют о низком уровне сформированности умений использовать математические знания и методы для решения практико-ориентированных задач. Очевидно, что такие результаты являются следствием недостаточного внимания к обучению школьников практико-ориентированным задачам в силу некоторых причин, среди которых следующие:

- недостаточно разработаны методические аспекты обучения школьников решению практико-ориентированных задач;
- в частности, нет смысловой и методической ясности в вопросе о том, в какой форме и объеме практико-ориентированные задачи целесообразно включить в обязательную программу школьного курса математики, в частности геометрии;
- крайне мало необходимых современных учебно-методических пособий для школьников, содержание которых ориентировано на реализацию практико-ориентированного обучения математике на основной и старшей ступенях общего образования.

У учеников проблемы при решении таких задач могут возникнуть на этапе математизации, т.е. на этапе перевода с естественного язык на математический. А значит включение данных задач необходимо на уроках геометрии или во внеурочной деятельности.

2.3 Практико-ориентированные задачи во внеурочное время

Внеурочное время – это содержательный досуг, организованный образовательными учреждениями. Одна из форм организации образовательного процесса во внеурочное время – это факультативное занятие, которое направлено на расширение и углубление знаний по учебным дисциплинам в соответствии с их требованиями, возможностями и влечениями, повышение активности их познавательной деятельности. Слово «факультативный» означает «необязательный». Именно это является отличительной особенностью данного вида учебной деятельности. Ученикам предоставляется добровольный выбор для углубленного изучения тех предметов, которые их более всего интересуют. Это сближает факультативные занятия с внеклассными формами познавательной деятельности, например, с предметными кружками.

В отличие от внеклассных занятий, факультативы проводятся по области программы, по расписанию, в рамках отведенного времени, с постоянным составом учащихся [8]. Целями факультативных занятий могут быть:

- подготовка старшеклассников к централизованному тестированию;
- подготовка одаренных школьников к олимпиадам;
- формирование профориентационной компетентности учащихся;
- общекультурное развитие учащихся;
- приобщение учащихся к исследовательской деятельности;
- коррекция пробелов в знаниях и умениях учащихся и др.

Видами факультативных занятий являются:

1. Факультативы профориентационной направленности. Их предназначение – помочь выпускникам в образовательном и профессиональном самоопределении.

2. На факультативных занятиях предметной направленности приоритетом для учителя и учащихся является успех на выпускных экзаменах и централизованном тестировании.

3. Общекультурные и развивающие факультативы направлены на становление и развитие у учащихся социальных и учебных компетенций: языковой, правовой, гражданской, исследовательской, проектной, информационной, финансовой, экологической, рефлексивной, здоровьесберегающей [21].

Геометрический материал входит в раздел математики. Развивает мышление, играет важную роль в формировании у школьников умения учиться и связывать практику с теорией, поэтому полезно иметь геометрический материал в разделах математики. Геометрия как наука возникла из жизненной необходимости из древних времен; при решении «жизненных задач».

Факультативный курс для учащихся 8 класса по теме «Геометрия в жизни»

Программа факультативного курса «Геометрия в жизни» предназначена для работы с учащимися 8 классов.

Разработанный факультативный курс способствует развитию логического и аналитического мышления, математической интуиции и формированию познавательного интереса учащихся к геометрии. Внимание школьников акцентируется на практическое применение свойств и теорем в повседневной жизни, показывается связь геометрии с окружающей действительностью.

Систематическое изучение курса геометрии предоставляет широкие возможности рассмотрения и изучения свойств геометрических фигур.

Основная цель курса: на основе решения практико-ориентированных задач по геометрии способствовать развитию у учащихся логического мышления, познавательной и творческой активности.

В результате изучения факультативного курса «Геометрия в жизни» у учащихся:

– расширяются и углубляются знания, связанные с содержанием программы основного курса геометрии;

– усиливается практико-ориентированная направленность изучения геометрии;

– повышается познавательная активность, формируется познавательный интерес, развивается интеллектуальный и творческий потенциал;

– создается комфортная, положительно ориентированная направленность на изучение геометрии.

Тематический план занятий представлен в таблице 1.

Таблица 1

Наименование темы урока.	**Часы.**	**Тип урока**	**Форма контроля**
Вводная лекция.	1	Комбинированный урок (лекция, доклады учащихся)	
Решение практико-ориентированных задач на применение знаний о свойствах четырехугольников.	2	Комбинированный урок (применение ранее полученных знаний в нестандартной ситуации)	Практическая работа
Решение практико-ориентированных задач на применение знаний о площадях многоугольников.	2	Традиционный урок. Групповая работа.	Самостоятельная работа
Решение практико-ориентированных задач на применение теоремы Пифагора.	2	Комбинированный урок.	Самостоятельная работа.
Решение практико-ориентированных задач на применение признаков	2	Урок в форме игры	Лабораторная работа.

подобия треугольников и подобия произвольных фигур			
Решение практико-ориентированных задач на применение тригонометрических функций острого угла прямоугольного треугольника.	2	Комбинированный урок.	Самостоятельная работа.
Решение практико-ориентированных задач по теме «Окружность».	2	Комбинированный урок (учащиеся представляют свои задачи (домашняя работа предыдущего урока))	Тест
Итоговый контроль.	1	Контроль знаний	Контрольная работа
Итого:	14		

Конспект занятия на тему «Решение практико-ориентированных задач на применение знаний о площадях многоугольников»

Цели:

<u>Обучающие</u>: формирование компетенций через решение прикладных задач, показывающих необходимость математических знаний в повседневной жизни.

<u>Развивающие</u>: развитие умений анализировать, сравнивать, делать выводы; развитие вычислительных навыков, устной и письменной математической речи, умения ориентироваться в изображениях геометрических фигур, умения работать в парах и группах; развитие исследовательской и познавательной деятельности.

<u>Воспитательные</u>: воспитание самостоятельности, активности, ответственности за порученное дело; воспитание ответственного отношения к своей деятельности и выбору будущей профессии.

Методы: словесные, наглядные, практические, коллективная работа с учащимися, фронтальная работа с классом.

Оборудование: компьютер, проектор, рабочие тетради учащихся, раздаточный материал.

Тип урока: урок обобщения и закрепления.

Ход урока:

Задача 1: детская площадка, прямоугольной формы имеет длину 20 метров, а ширину 15 метров. Найдите площадь детской площадки.

1 этап – математизация. Учащиеся приходят к выводу, что для нахождения площади детской площадки необходимо найти площадь многоугольника со сторонами 20 метров и 15 метров.

2 этап – внутримодельное решение. Площадь прямоугольника есть произведение его сторон. Поэтому, чтобы найти площадь данного прямоугольника нужно умножить 20 на 15. В ответе получаем 300 м^2.

3 этап – интерпретация результата. Мы нашли площадь прямоугольника, а значит площадь детской площадки равна 300 м^2.

Задача 2: Дизайнер Николай получил заказ на декорирование ящика (рис.12). По рисунку определите, сколько бумаги (в см^2) необходимо закупить Николаю, чтобы оклеить всю внешнюю поверхность чемодана, если каждую грань он будет обклеивать отдельно (без загибов).

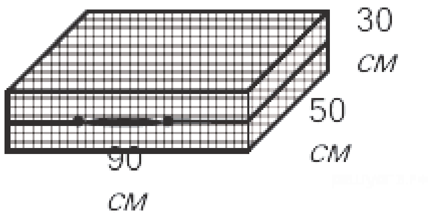


Рисунок 12

1 этап – математизация. Учащиеся приходят к выводу, что для того, чтобы найти сколько необходимо купить бумаги, нужно найти площадь поверхности ящика.

2 этап – внутримодельное решение. Площадь прямоугольника есть произведение его сторон.

1) $90 \cdot 50 = 4500$(см^2) – площадь первого прямоугольника.

2) $90 \cdot 30 = 2700$(см^2) – площадь второго прямоугольника.

3) $50*30=1500$(см^2) – площадь третьего прямоугольника.

4) $2 \cdot (4500+2700+1500)=17400$(см^2)

3 этап – интерпретация результата. Мы нашли площадь поверхности ящика, а значит Николаю необходимо приобрести 17400 см^2 бумаги.

Задача 3: Определите, сколько необходимо закупить пленки (в м^2) для гидроизоляции садовой дорожки, изображенной на рисунке 13, если её ширина везде одинакова.

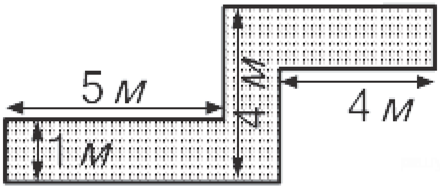


Рисунок 13

1 этап – математизация. Учащиеся приходят к выводу, что для того, чтобы найти сколько необходимо купить плёнки, нужно найти площадь трёх прямоугольников с одинаковой шириной 1 м и длинами 5 м, 4 м и 4 м.

2 этап – внутримодельное решение. Площадь прямоугольника есть произведение его сторон.

5) $5 \cdot 1=5$(м^2) – площадь первого прямоугольника.

6) $4 \cdot 1=4$(м^2) – площадь второго прямоугольника.

7) $4 \cdot 1=4$(м^2) – площадь третьего прямоугольника.

8) $5+4+4=13$(м^2)

3 этап – интерпретация результата. Мы нашли площадь садовой дорожки, а значит необходимо приобрести 13 м^2 плёнки.

Задача 4: Картинка имеет форму прямоугольника со сторонами 19 см и 32 см. Её наклеили на белую бумагу так, что вокруг картинки получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает картинка с окантовкой, равна 1080 см^2. Какова ширина окантовки? Ответ дайте в сантиметрах.

1 этап – математизация. Учащиеся приходят к выводу, что для того, чтобы найти ширину окантовки, нужно составить уравнение.

2 этап – внутримодельное решение. Пусть x – ширина окантовки, тогда ширина картины с окантовкой составляет 19+2x, а длина 32+2x. Площадь картины с окантовкой равна 1080 $см^2$. Площадь прямоугольника есть произведение его сторон. Составим уравнение:

$(19+2x)\cdot(32+2x)=1080$

$608+38x+64x+4x^2=1080$

$4x^2+102x+608=1080$

$4x^2+102x-472=0$

$2X^2+51x-236=0$

$D = 51^2-4\cdot2\cdot(-236)=2601+1888=4489$

$X_1 = -29{,}5$ (см)

$X_2 = 4$ (см)

3 этап – интерпретация результата. Первое решение не удовлетворяет условию задачи, а значит ширина окантовки равна 4 см.

Конспект занятия на тему: «Решение практико-ориентированных задач на применение теоремы Пифагора».

Цели:

<u>Образовательные:</u> добиться усвоения теоремы Пифагора, привить навыки вычисления неизвестной стороны прямоугольного треугольника по двум известным, научить применять теорему Пифагора к решению простейших задач.

<u>Развивающие:</u> способствовать развитию способности к сопоставлению, наблюдательности, внимания, развитие способности к аналитико-синтетическому мышлению, расширение кругозора

<u>Воспитательная:</u> прививать устойчивый интерес к изучению математики, воспитывать культуру общения.

Методы: словесные, наглядные, практические, коллективная работа с учащимися, фронтальная работа с классом.

Оборудование: компьютер, проектор, рабочие тетради учащихся, раздаточный материал.

Тип урока: урок обобщения и закрепления.

Ход урока:

В начале занятия учащиеся повторяют теорему Пифагора и вспоминают как найти неизвестную сторону прямоугольного треугольника по двум заданным.

$c^2=a^2+b^2$ $\quad\quad$ $a^2= c^2-b^2$

$c=\sqrt{a^2+b^2}$ $\quad\quad$ $a= \sqrt{c^2-b^2}$

<u>Задача 1</u>: Лестницу длиной 3 м прислонили к дереву. На какой высоте (в метрах) находится верхний её конец, если нижний конец отстоит от ствола дерева на 1,8 м (рис. 14)?

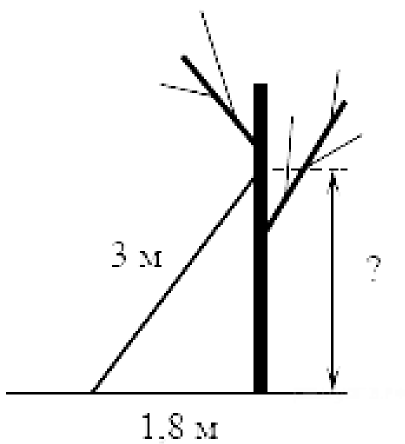


Рисунок 14

1 этап – математизация. Учащиеся приходят к выводу, что для нахождения высоты, необходимо рассмотреть прямоугольный треугольник и найти его катет.

2 этап – внутримодельное решение. Гипотенуза треугольника равна 3 метра, известный катет 1,8 метра. По формуле $a= \sqrt{c^2-b^2}$ находим неизвестный катет.

$$a= \sqrt{3^2-1{,}8^2}=\sqrt{9-3{,}24}=\sqrt{5{,}76}=2{,}4 \text{ (м)}$$

3 этап – интерпретация результата. Мы нашли длину неизвестного катета, а значит верхний конец лестницы находится на высоте 2,4 метра.

Задача 2: Глубина крепостного рва равна 8 м, ширина 5 м, а высота крепостной стены от ее основания 20 м (рис. 14). Длина лестницы, по которой можно взобраться на стену, на 2 м больше, чем расстояние от края рва до верхней точки стены. Найдите длину лестницы.

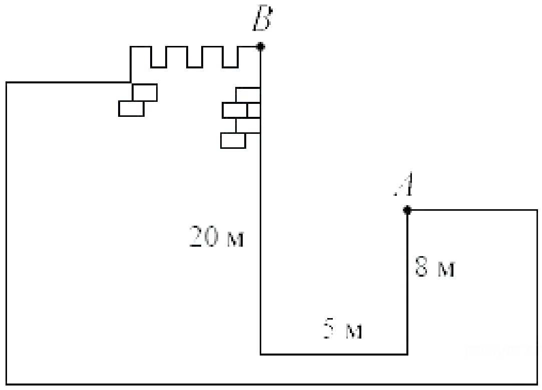
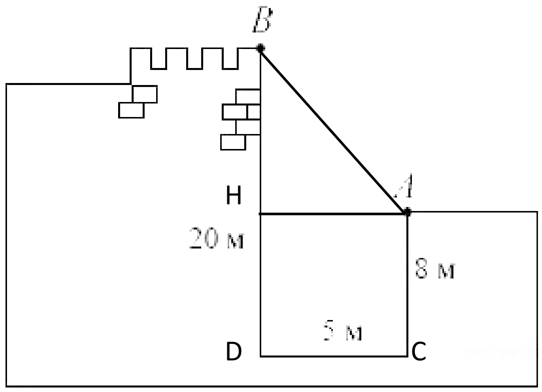


Рисунок 14

1 этап – математизация. Учащиеся приходят к выводу, что для нахождения длины лестницы, необходимо найти длину отрезка АВ.

2 этап – внутримодельное решение.



Фигура ABCD – трапеция. Проведём высоту АН. Треугольник АВН – прямоугольный, АН=CD=5 метров, ВН=20-HD=20-AC=20-8=12 метров

По теореме Пифагора АВ= $\sqrt{5^2+12^2}$=$\sqrt{25+144}=\sqrt{169}=13$ (м)

3 этап – интерпретация результата. Мы нашли длину отрезка АВ, но длина лестницы на 2 метра больше, а значит длина лестницы = 13+2=15 метров.

Задача 3: Длина стремянки в сложенном виде равна 1,85 м, а её высота в разложенном виде составляет 1,48 м (рис. 15). Найдите расстояние (в метрах) между основаниями стремянки в разложенном виде.

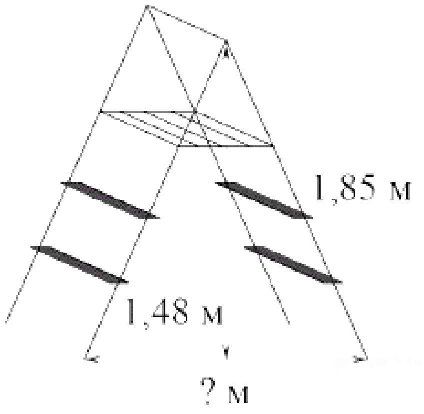


Рисунок 15

1 этап – математизация. Учащиеся приходят к выводу, что нам дан равнобедренный треугольник со сторонами 1,85 метров и высотой 1,48 метра.

2 этап – внутримодельное решение.

По теореме Пифагора a=$\sqrt{1{,}85^2-1{,}48^2}$=$\sqrt{3{,}4225-2{,}1904}=\sqrt{1{,}2321}=1{,}11$ (м)

Высота равнобедренного треугольника является его медианой, а значит основание треугольника равно 1,11·2=2,22 (м)

3 этап – интерпретация результата. Мы нашли длину основаниями треугольника, а значит расстояние между основаниями стремянки равно 2,22 метра.

Задача 4: Мальчик и девочка, расставшись на перекрестке, пошли по взаимно перпендикулярным дорогам, мальчик со скоростью 4 км/ч, девочка — 3 км/ч. Какое расстояние (в километрах) будет между ними через 30 минут?

1 этап – математизация. Учащиеся приходят к выводу, что для нахождения расстояния между мальчиком и девочкой необходимо найти гипотенузу прямоугольного треугольника.

2 этап – внутримодельное решение.

1) 30 минут = 0,5 часа

2) $4 \cdot 0,5=2$(км) – прошёл мальчик

3) $3 \cdot 0,5=1,5$ (км) – прошла девочка

По теореме Пифагора $\sqrt{2^2+1,5^2}=\sqrt{4+2,25}=\sqrt{6,25}=2,5$ (км)

3 этап – интерпретация результата. Расстояние между мальчиком и девочкой равно 2,5 км.

Конспект занятия по теме: «Решение практико-ориентированных задач на применение признаков подобия треугольников»

Цели:

Образовательные: обобщить и систематизировать, расширить знания по теме: «Признаки подобия треугольников»; продолжить формирование у учащихся навыков применения признаков подобия треугольников при решении задач.

Развивающие: развивать логическое мышление, умение сравнивать, обобщать, делать выводы; развивать интерес учащихся к изучаемому предмету, самостоятельность; развивать творческие способности учащихся.

Воспитательные: формировать мотивы познавательной деятельности, эстетическое воспитание учащихся.

- Методы: словесные, наглядные, практические, коллективная работа с учащимися, фронтальная работа с классом.

Оборудование: компьютер, проектор, рабочие тетради учащихся, раздаточный материал.

Тип урока: урок обобщения и закрепления.

Ход урока:

Задача 1: На каком расстоянии (в метрах) от фонаря стоит человек ростом 2 м, если длина его тени равна 1 м, высота фонаря 9 м (рис.16)?

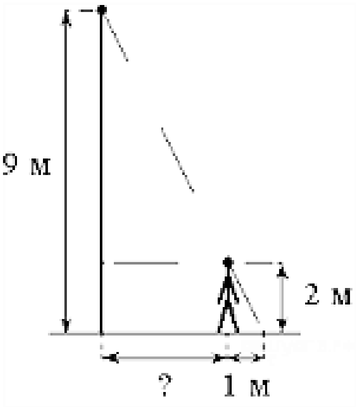
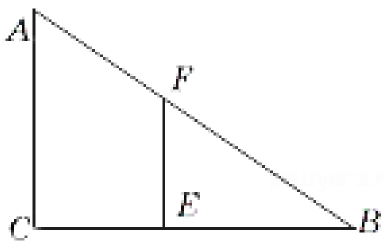


Рисунок 16

1 этап – математизация. Учащиеся приходят к выводу, что для нахождения расстояния от фонаря до человека, необходимо рассмотреть два треугольника и доказать, что они являются подобными.

2 этап – внутримодельное решение.



AC=9 метров, EF=2 метра, EB=1 метр. Найти CF.

Рассмотрим треугольники ABC и EBF. Они являются подобными по первому признаку подобия треугольников, т.к. $\angle$B – общий, $\angle$C=$\angle$E (как соответственные) $\Rightarrow \frac{AC}{EF} = \frac{BC}{BE} \Rightarrow \frac{9}{2} = \frac{1+CE}{1} \Rightarrow$ CE=3,5 метра

3 этап – интерпретация результата. Расстояние от фонаря до человека = 3,5 метра.

<u>Задача 2</u>: Проектор полностью освещает экран *A* высотой 80 см, расположенный на расстоянии 120 см от проектора (рис. 17). На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран *B* высотой 330 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными?

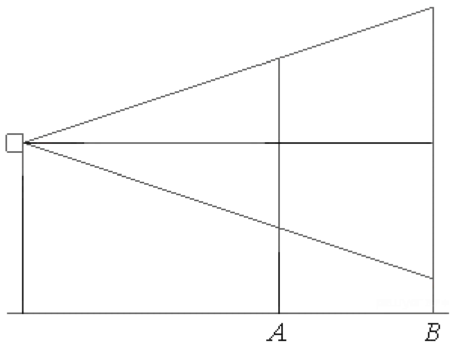
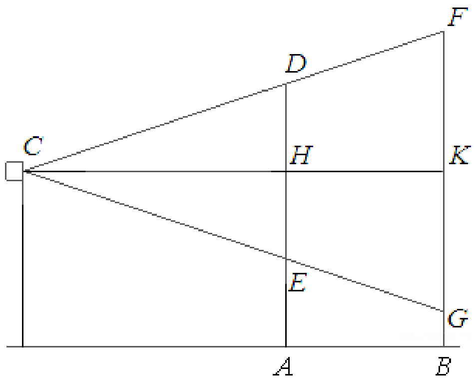


Рисунок 17

1 этап – математизация. Учащиеся приходят к выводу, что для нахождения расстояния от проектора до экрана В, необходимо рассмотреть два треугольника и доказать, что они являются подобными.

2 этап – внутримодельное решение.



DE=80 см, FG=330 см, CH=120 см. Найти CK.

В равнобедренном треугольнике CDE CH является высота и медианой, значит DH=HE=40 см. В треугольнике CFG CK является высотой и медианой, значит FK=KG=165 см.

Рассмотрим треугольники CHE и CKG. Они являются подобными по первому признаку подобия треугольников, т.к. ∠C – общий, ∠G=∠E (как соответственные) $\Rightarrow \frac{\mathrm{CK}}{\mathrm{CH}} = \frac{\mathrm{KG}}{\mathrm{HE}} \Rightarrow \frac{CK}{120} = \frac{165}{40} \Rightarrow$ CK=395 сантиметров

3 этап – интерпретация результата. Расстояние от проектора до экрана равно отрезку CK, а значит равно 395 сантиметров.

2.4 Опытная работа по формированию умения решать практико-ориентированные задачи

Цель: Проверить эффективность методических рекомендаций путем опытного преподавания.

Школа: МОУ СОШ № 1 г. Катав-Ивановск

Класс: 8 б

Учитель: Балыкина Г.В.

В ходе опытного преподавания было проведено три факультативных занятия. На вводном занятии учащимся было предложено решить контрольную работу, состоящую из трех заданий:

1. Площадь прямоугольного земельного участка равна 6 га, ширина участка равна 100 м. Найдите длину этого участка в метрах.

2. Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте 15 м от земли. Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно 8 м (рис. 18). Найдите длину троса.

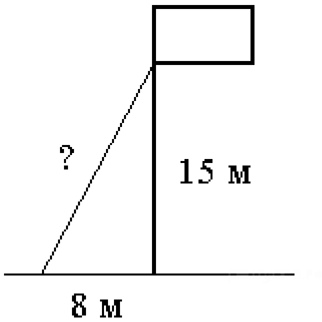


Рисунок 18

3. Человек, рост которого равен 1,8 м, стоит на расстоянии 16 м от уличного фонаря (рис. 19). При этом длина тени человека равна 9 м. Определите высоту фонаря (в метрах).

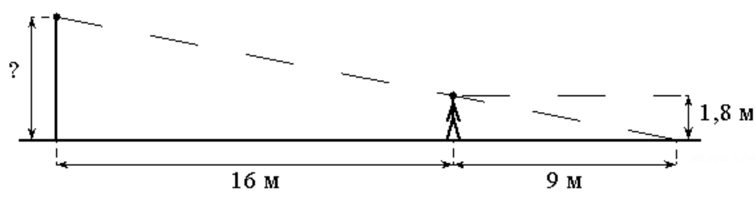


Рисунок 19

Критерии оценивания контрольной работы:

Оценка 5 – все задания выполнены верно;

Оценка 4 – верно выполнено два задания;

Оценка 3– одно задание верно выполнено;

Оценка 2 – не выполнено ни одного задания верно.

В результате с первым заданием справились 53 %, с первым и вторым – 24 %, верно выполнили все три задания – 8 % учащихся. Остальные испытывали затруднения при решении задач.

Анализ контрольной работы, представленный в таблице 2, показал, на каких этапах решения практико-ориентированных задач учащиеся испытывают трудности.

Таблица 2

ФИО учащегося	Этапы решения практико-ориентированных задач		
	1. Математизация	2. Внутримодельное решение	3. Интерпретация результата
Аксенова Диана	+	-	-
Ахмерова Неля	+	+	+
Васягина Антонина	-	-	-
Вяльдин Михаил	+	-	-
Гаврилова Ксения	+	+	+
Денисов Евгений	+	-	-
Корец Яна	+	+	+
Кузнецова Даша	+	-	-
Лукоянов Дмитрий	+	-	-
Лупанов Роман	-	-	-
Марков Сергей	+	+	-
Николаева Маша	+	+	-
Новикова Анастасия	+	-	-
Попова Людмила	+	-	-
Сергеева Милана	+	+	+
Тюрина Даша	+	+	+
Ушаков Егор	+	+	-
Шаронова Ирина	+	-	-
Шишкина Дарья	+	+	+
Яшина Ксения	+	-	-

Затем с учащимися этого класса было проведено три факультативных занятия, посвященные решению задач на темы: «Площади многоугольников», «Теорема Пифагора», «Подобие треугольников».

На занятиях использовалась фронтальная, групповая и индивидуальная формы организации познавательной деятельности. В основном использовались частично-поисковый и исследовательский методы.

По мнению учителя математики Г.В. Балыкиной «использование практико-ориентированных задач на уроках способствовало развитию способностей учащихся распознавать проблемы, которые возникают в реальном мире, и могут быть решены средствами математики. Учащиеся научились формулировать эти проблемы на языке математики, решать их, используя математические знания и методы, анализировать использованные методы решения, интерпретировать полученные результаты с учетом поставленной проблемы, формулировать и записывать окончательные результаты решения поставленной проблемы».

После трех проведённых факультативных занятий, посвящённых решению практико-ориентированных задач, учащимся снова была предложена контрольная работа.

На этот раз процент учащихся, справившихся с первым заданием, составил 65 %, с первым и вторым заданием – 32 %, верно выполнили все предложенные задачи – 16 %.

На диаграмме наглядно видно, насколько изменились результаты учащихся после использования практико-ориентированных задач на факультативных занятиях по математике.

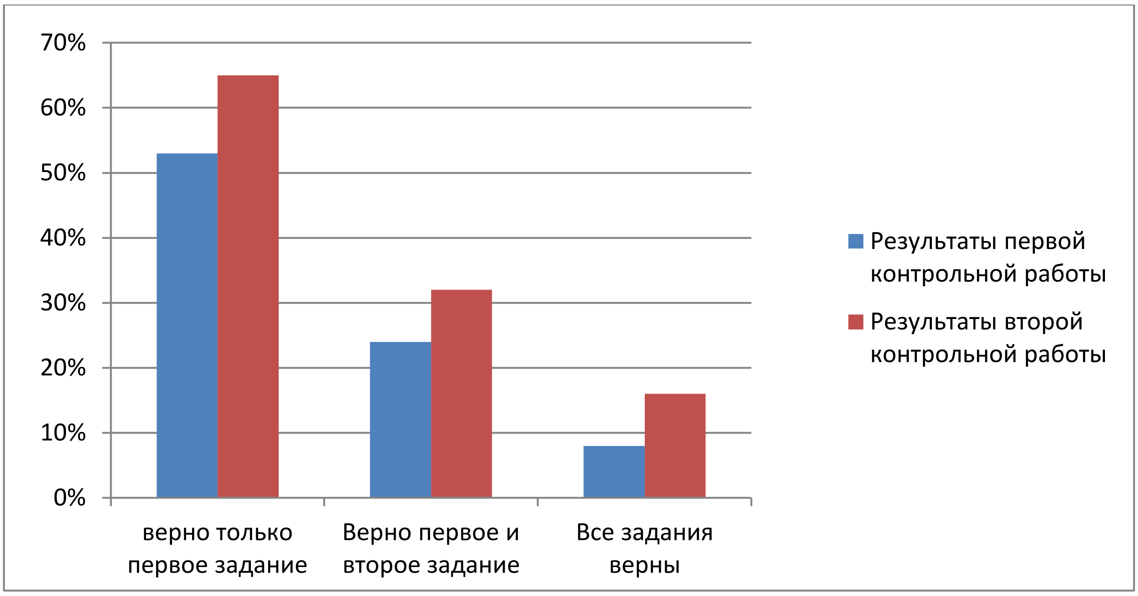


Диаграмма 1 – сравнительный анализ результатов первой и второй контрольной работы

Следовательно, можно сделать вывод, что использование практико-ориентированных задач на уроках математики способствует повышению математической грамотности учащихся, позволяют учащимся усвоить материал на достаточно высоком уровне, способствуют развитию логического мышления, приводят к более плотному усвоению материала.

Заключение

Одним из главных требований к уровню подготовки учеников является формирование у них широкого мировоззрения, основанного на знаниях и жизненном опыте, а также готовности применять полученные знания и умения в процессе своей жизнедеятельности. Это требование можно реализовать, применяя в процессе обучения практико-ориентированные задачи, которые обеспечивают связь изучаемой предметной области с окружающей действительностью, практическими навыками, умениями, реальной жизнью.

Целью данного исследования было разработка методических рекомендаций по применению практико-ориентированных задач в процессе изучения курса геометрии.

При рассмотрении вопроса о роли практико-ориентированных задач при обучении математике мы дали более точное понятие практико-ориентированной задачи. Под практико-ориентированными задачами понимаются математические задачи, в содержание которых описаны ситуации из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков использования математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием материалов краеведения, элементов производственных процессов.

В процессе написания работы мы охарактеризовали и обобщили имеющиеся требования к практико-ориентированным задачам:

1. Требования к сюжетному содержанию задачи (отражение в тексте задачи реального объекта, его свойств; демонстрация в содержании сюжета задачи связи математики с другими науками, практическими областями деятельности; наличие в тексте задачи проблемы или свойств объекта, для изучения которых необходимо применить математику; соответствие сюжетного содержания возрастным особенностям школьника; доступность содержания сюжета для понимания учащимся)

2. Требования к математическому содержанию задачи (математическая содержательность решения задачи; соответствие численных данных задачи реальным значениям; соответствие фактических данных реальному процессу, объекту, ситуации, описанных в задаче).

Выявлены четыре уровня сложности задач:

1) в тексте задачи имеется прямое указание на математическую модель;

2) прямого указания на модель нет, но объекты и отношения задачи однозначно соотносимы с соответствующими математическими объектами и отношениями;

3) объекты и отношения задачи соотносимы с математическими объектами и отношениями, но неоднозначно – требуется учет реально сложившихся условий;

4) объекты и отношения задачи явно не выделены или их математические эквиваленты неизвестны школьникам.

Рассматривая методические особенности обучения решению практико-ориентированных задач, выделены три этапа работы с практико-ориентированной задачей (математизация, внутримодельное решение, интерпретация результата).

Проанализировав содержание контрольно-измерительных материалов и результаты основного государственного экзамена учащихся 9-х классов, сделан вывод, что на уроках математики в основной школе уделяется недостаточно внимания к обучению школьников практико-ориентированным задачам. А значит включение данных задач необходимо на уроках геометрии или во внеурочной деятельности.

Разработанный факультативный курс «Геометрия в жизни», предназначенный для работы с учащимися 8 классов, способствует развитию логического и аналитического мышления, математической интуиции и формированию познавательного интереса учащихся к геометрии. Внимание школьников акцентируется на практическое применение свойств и теорем в повседневной жизни, показывается связь геометрии с окружающей действительностью.

Опытная работа по формированию умения решать практико-ориентированные задачи показала, что обучение геометрии будет более эффективным, если для мотивации, на этапах закрепления и контроля использовать практико-ориентированные задачи.

Таким образом, все задачи решены, цель исследования достигнута.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров А.Д. Геометрия: Учебное пособие для 11 кл. с углубленным изучением математики / А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик. – М.: Просвещение, 2004 – 319 с.

2. Арнольд В.И. Математика и математическое образование в современном мире. / В.И. Арнольд; под.ред. В.Б. Филиппов – М.: Фазис, 2000 – 256 с.

3. Бабанский Ю.К. Развитие познавательного интереса школьников /Ю.К. Бабанский – Дополнительное образование. 2003 – 15с.

4. Брадис В.М. Методика преподавания математики в средней школе / В.М. Брадис – М., Государственное учебно-педагогическое издательство министерства просвещения РСФСР, 1954 – 504 с.

5. Васильев К.К. Математическое моделирование систем связи: учебное пособие / К.К. Васильев, М.Н. Служивый – Ульяновск: УлГТУ, 2008 – 170 с.

6. Гуткин Л.И. Сборник задач по математике с практическим содержанием / Л.И. Гуткин – М.: Высшая школа, 2010 – 112 с.

7. Дидактические аспекты организации факультативов. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://festival.1september.ru/articles/594252/

8. Днепров Э.Д. Сборник нормативных документов. Математика / сост. Э.Д. Днепров, А.Г.Аркадьев – М.: Дрофа, 2007 –. 128 с.

9. Егупова М.В. Методическая система подготовки учителя к практико-ориентированному обучению математике: дис. доктора пед. Наук / М.В. Егупова – М., 2014 – 99 с.

10. Использование практико-ориентированных заданий при обучении математике с целью развития математической грамотности школьников. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://collegy.ucoz.ru/publ/391016692

11. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Часть 1. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся / Ю.М. Колягин – М.: Просвещение, 1977 – 112 с.

12. Манвелов С.Г. Конструирование современного урока математики: кн. для учителя / С.Г. Манвелов – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2005 – 175 с.

13. Оганесян В.А. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. Учеб. Пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / В.А. Оганесян, Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин, В.Я. Саннинский. – 2-е изд., перераб. и доп – М.: Просвещение, 1980 – 114 с.

14. Ожегов С.И. Словарь русского языка: 53000 слов / под общ.ред. проф. Л.И. Скворцова. 24-е изд., испр. – М: Оникс, 2007 – 1200 с.

15. Петров, В.А. Прикладные задачи на уроках математики: Книга для учителя / В.А. Петров – Смоленск: СГПУ, 2001 – 268 с.

16. Печко А. Методика преподавания математики в основной школе. Курс лекций. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.bibliofond.ru/view.aspx?id=696962

17. Практико-ориентированные задачи: структура, уровни сложности и алгоритм их составления. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://festival.1september.ru/articles/642510/

18. Руденко В.Н. Геометрия. Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений / В.Н. Руденко, Г.А. Бахурин, А.Я. Цукарь – М., ИД «Искатель» 2005 – 320 с.

19. Семенова И.Н. Роль и место сюжетных задач в развитии математического мышления и повышении качества знаний учащихся (на материале алгебры и начал анализа). Дисс. на соиск. уч. ст. канд. пед. наук. / И.Н. Семенова – Свердловск, 1990 – 195 с.

20. Смирнова И.М. Педагогика геометрии / И.М. Смирнова – М.: Прометей, 2004 – 336 с.

21. Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: Книга для учителя / Н.А. Терешин – М.: Просвещение, 1990 – 96 с.

22. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://минобрнауки.рф/документы/938/файл/749/10.12.17-Приказ_1897.pdf

23. Фирсова В.В. Избранные вопросы математики. Факультативный курс. 10 кл. / под ред. В.В Фирсова. М.: Просвещение, 1980 – 186 с.

24. Фридман, Л.М. Теоретические основы методики обучения математике / Л.М. Фридман – М.: Либроком, 2009 – 248 с.

25. Хаймина Л.Э. Задачи прикладной направленности в обучении математике: учебно-методическая разработка для учителей школ и студентов математического факультета / Л.Э. Хаймина – Архангельск: Помор.гос. ун-т им. М.В. Ломоносова, 2000 – 47 с.

26. Эрентраут Е.Н. Усиление прикладной направленности в подготовке учителей математики // Методика вузовского образования: Материалы 5-й межвузовской научно-методической конференции/ Е.Н. Эрентраут – Челябинск: Изд-во ЧГПУ, 2001 – 265 с.

27. Эрентраут Е.Н. Прикладной аспект изучения начал анализа в школе // Проблемы вузовской педагогической и математической подготовки специалиста: Материалы Всероссийской научно-практической конференции / Е.Н. Эрентраут - Перм. гос. пед. ун-т. Пермь, 2004. – 114 с.

28. Ябурова М.А. Задачи с практическим содержанием как средство реализации практико-ориентированного обучения математике. [Электронный ресурс] – Режим доступа http://www.content/zadachi-s-prakticheskim-soderzhaniem-kak-sredstvo-realizatsii-praktiko-orientirovannogo-obucheniya

29. Яковлев Е.В. Актуальные проблемы преподавания математики в педагогических вузах и средней школе / Гл. ред. Е.В. Яковлев. - Челябинск, Москва, 2004. - 223 с.