МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ физико-математический

КАФЕДРА математики и методики обучения математике

Методика проведения курса по выбору «Логика для школьников» для учащихся естественно-математического профиля обучения

Выпускная квалификационная работа
по направлению 44.03.05 Педагогическое образование
код, направление
Направленность программы бакалавриата
«Математика. Экономика»

Проверка на объем заимствований:
__________% авторского текста

Работа ______________ к защите
рекомендована/не рекомендована

« ___ » __________ 20__ г.
зав. кафедрой ______________
(название кафедры)
___________ ФИО

Выполнила:
Студентка группы ОФ-513/086-5-1
Гехт Татьяна Олеговна

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук,
доцент, Вагина Мария Юрьевна

Челябинск
2017 год

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ физико-математический

КАФЕДРА математики и методики обучения математике

Методика проведения курса по выбору «Логика для школьников» для учащихся естественно-математического профиля обучения

Выпускная квалификационная работа
по направлению 44.03.05 Педагогическое образование
код, направление
Направленность программы бакалавриата

«Математика. Экономика»

Выполнила:
Студентка группы ОФ-513/086-5-1
Гехт Татьяна Олеговна

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук,
доцент, Вагина Мария Юрьевна

Проверка на объем заимствований:
___________% авторского текста

Работа _______________ к защите
рекомендована/не рекомендована

« ___ » ___________ 20__ г.
зав. кафедрой _______________
(название кафедры)
_____________ ФИО

Челябинск
2017 год

Содержание

Введение

За последние года школа переживает период совершенствования математического образования. За это время в содержание школьной математики вошли новые разделы, изменилось взаимное расположение некоторых тем, которые традиционно входили в школьный курс. Знакомясь с содержанием учебников по математике и информатики, несложно заметить, что в обязательную программу включены новые темы, которые ранее служили содержанием факультативных и внеклассных занятий. Одной из таких тем - «Элементы логики».

Законы, которым подчиняется мышление человека, формы, в которых существуют и выражаются мысли, различные мыслительные операции, изучает наука логика.

Цель исследования: теоретически обосновать и содержательно представить курс по выбору «Логика для школьников» для учащихся 10 классов естественно-математического профиля обучения.

Объектом исследования является процесс обучения математике в средней школе.

В качестве предмета исследования выступает методика преподавания логики для учащихся 10 класса естественно-математического профиля обучения.

Гипотеза – проведение курсов по выбору «Логика для школьников» будет способствовать эффективности обучения старшеклассников в соответствии с их профессиональными интересами и намерениями в отношении продолжения образования.

Исходя из цели и гипотезы, можно выделить следующие задачи исследования:

- проанализировать психолого-педагогические основы курсов по выбору в 10 классах;

- проанализировать школьные учебники с точки зрения исследуемой проблемы;

- разработать структуру, содержание и методику проведения курса по выбору «Логика для школьников» для естественно-математического профиля обучения;

- апробировать результаты исследования в практической деятельности.

Квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы и приложения. В первой главе рассматриваются психолого-педагогические основы постановки курсов по выбору в условиях профильной подготовки учащихся, а во второй главе – методические особенности составления курса по выбору «Логика для школьников».

ГЛАВА 1. Психолого-педагогические основы постановки курсов по выбору в условиях профильной подготовки учащихся

1.1. Исторические аспекты профильной дифференциации обучения

Педагоги всех стран мира ищут способы повышения эффективности обучения. У нас в стране проблема результативности процесса обучения активно исследуется на основе употребления новейших достижений психологии, информатики и теории управления познавательной деятельностью.

За последнее время обучение и воспитание детей перешло на гуманистические способы. Но всё-таки школы в учебном процессе сохраняют противоречия между необходимостью дифференциации образования и единообразием содержания и технологий обучения.

В соответствии со статьей 66 Федерального закона от 29.12.2012 № 273- ФЗ среднее общее образование направлено на подготовку обучающегося к жизни в обществе, самостоятельному жизненному выбору, продолжению образования и началу профессиональной деятельности, а также формированию навыков самостоятельной учебной деятельности на основе индивидуализации и профессиональной ориентации.

Образовательное учреждение предоставляет ученикам возможность формирования индивидуальных учебных планов, включающих обязательные учебные предметы по выбору из обязательных предметных областей.

Профильное обучение - средство дифференциации и индивидуализации обучения, позволяющее за счет изменений в структуре, содержании и организации образовательного процесса более полно учитывать интересы, склонности и способности учащихся, создавать условия для обучения старшеклассников в соответствии с их профессиональными интересами и намерениями в отношении продолжения образования.

Профильное обучение направлено на реализацию личностно-ориентированного учебного процесса. При этом существенно расширяются возможности выстраивания учеником индивидуальной образовательной траектории.

Переход к профильному обучению преследует следующие основные цели:

- обеспечить углубленное изучение отдельных предметов программы полного общего образования;
- создать условия для существенной дифференциации содержания обучения старшеклассников с широкими и гибкими возможностями построения школьниками индивидуальных образовательных программ;
- способствовать установлению равного доступа к полноценному образованию разным категориям обучающихся в соответствии с их способностями, индивидуальными склонностями и потребностями;
- расширить возможности социализации учащихся, обеспечить преемственность между общим и профессиональным образованием, более эффективно подготовить выпускников школы к освоению программ высшего профессионального образования.

Профильное обучение на старшей ступени предусматривает возможность разнообразных комбинаций учебных предметов, что и будет обеспечивать гибкую систему профильного обучения. Эта система должна включать в себя следующие типы учебных предметов:

- базовые общеобразовательные,
- профильные,
- элективные.

Базовые общеобразовательные предметы являются обязательными для всех учащихся во всех профилях обучения. Предлагается следующий набор обязательных общеобразовательных предметов:

- математика,

- история, русский,
- иностранные языки,
- физическая культура,
- интегрированные курсы обществоведения (для естественно-научного, технологического и иных возможных профилей), естествознания (для гуманитарного, социально-экономического и иных возможных профилей).

Профильные общеобразовательные предметы - предметы повышенного уровня, определяющие направленность каждого конкретного профиля обучения.

Профильные учебные предметы являются обязательными для учащихся, выбравших данный профиль обучения.

Элективные курсы - обязательные для посещения курсы по выбору учащихся, входящие в состав профиля обучения на старшей ступени школы.

Элективные курсы реализуются за счет школьного компонента учебного плана и выполняют две функции:

1. Одни из них могут "поддерживать" изучение основных профильных предметов на заданном профильным стандартом уровне. Например, элективный курс "Математическая статистика" поддерживает изучение профильного предмета экономики.
2. Другие элективные курсы служат для внутрипрофильной специализации обучения и для построения индивидуальных образовательных траекторий. Например, курсы "Информационный бизнес", "Основы менеджмента" и др. в социально-гуманитарном профиле; курсы "Химические технологии", "Экология" и др. в естественно-научном профиле.

Курсы по выбору необходимо вводить постепенно. Единовременное введение целого спектра разнообразных курсов по выбору может поставить ученика (семью) перед трудноразрешимой задачей. Необходима целенаправленная, опережающая работа по освоению учеником самого механизма принятия решения, освоения "поля возможностей и ответственности".

Учитель профильной школы обязан не просто быть специалистом высокого уровня, соответствующим профилю и специализации своей деятельности, но и должен обеспечивать:

- вариативность и личностную ориентацию образовательного процесса (проектирование индивидуальных образовательных траекторий);
- практическую ориентацию образовательного процесса с введением интерактивных, деятельностных компонентов (освоение проектно-исследовательских и коммуникативных методов);
- завершение профильного самоопределения старшеклассников и формирование способностей и компетентностей, необходимых для продолжения образования в соответствующей сфере профессионального образования.

Новые требования к учителю в условиях перехода к профильному обучению диктуют необходимость дальнейшей модернизации педагогического образования и повышения квалификации действующих педагогических кадров.

В этой связи для обеспечения необходимого уровня профессиональной подготовки учителей при переходе на профильную школу предполагается всем учителям, изъявившим желание работать в профильной школе, пройти повышение квалификации или переподготовку и получить соответствующее свидетельство (сертификат).

Главное, как в жизни, так и в процессе обучения, чтобы учащийся имел возможность самореализоваться по максимуму. Обучение, основанное на дифференциальном подходе, психологически является более комфортным для него, а именно: повышается мотивация к обучению; снимается проблема сравнивания детей по оценкам; каждый ребёнок начинает работать в собственном ритме, стиле, темпе.

1.2. История возникновения и развития школьных курсов по выбору

Предметные курсы по выбору – одна из форм дифференцированного обучения. В их истории выделено несколько этапов, а именно: 1) 1966-1980; 2) 1980-1988; 3) 1988-2002; 4) 2002-2012; 5) 2012 – по настоящее время. На первых трёх этапах они назывались факультативными курсами и были созданы для углубления знаний по гуманитарным и естественно-математическим наукам, а также для формирования разносторонних интересов учащихся, то есть учитывали индивидуальные склонности, задатки, способности учащихся.

В 1966 году 10 ноября было опубликовано правительственное постановление "О мерах дополнительного улучшения работы средней общеобразовательной школы". В нем отмечалось, что уровень учебно-воспитательной работы школы не соответствует новым, более жестким требованиям, предъявляемым к качеству подготовки учащихся, и не отвечает запросам общества, остро нуждающегося в высококвалифицированных кадрах. Среди мер по ликвидации отставания была предложена такая важная для школы форма обучения, как факультативы. Под факультативами понимался учебный курс, изучаемый учащимися по их желанию для углубления и расширения научно-теоретических знаний. Факультативные занятия вводились с целью углубления знаний по физико-математическим, естественным и гуманитарным наукам, для развития разносторонних интересов и способностей учащихся.

Таким образом, факультативные занятия явились формой дифференциации обучения, учитывающие индивидуальные склонности и способности учащихся.

Внедрение в школьную практику факультативных занятий помогло решить ряд актуальных задач, стоящих перед школой, а именно:

- факультативные занятия стали также важны, как и уроки по обязательной программе;
- факультативные занятия получили четкое место в расписании каждой школы;
- факультативные занятия помогли тысячам школьников определить свой жизненный и трудовой путь, сделать правильный выбор профессии;
- факультативные занятия помогли учителям поднять уровень преподавания на более высокий теоретический уровень;
- работа учителя по проведению факультативных занятий стала оплачиваться наравне с проведением уроков (этот положительный моральный и материальный эффект способствовал повышению авторитета факультативных занятий).

В практику работы школы факультативные занятия вошли, начиная с 1967-1968 учебного года. В методике его считают началом первого из трех этапов введения факультативов по математике в школе. Первые курсы назывались "Дополнительные главы и вопросы математики" и "Специальные курсы". Их программы были опубликованы в журнале "Математика в школе".

Некоторые темы, например, "Метод координат", "Геометрические преобразования", "Производная", "Интеграл" и другие после успешной апробации на факультативных занятиях были включены в основной курс математики.

В течение следующего десятилетия (1966-1975гг) факультативный курс по математике стал трактоваться как "Факультативный курс по единой общереспубликанской программе" ("Единый Факультативный курс"). В 1975г было издано "Положение о Факультативных занятиях в общеобразовательных школах РСФСР". В силу этого положения преподавание факультативного курса предписывался ряд черт, существенно сближавших его с преподаванием обязательных курсов.

С течением времени появились существенные недостатки "Единого Факультативного курса":

- учителя не были подготовлены к проведению Факультативных занятий по причине отсутствия нужных учебных пособий, методики проведения Факультативных занятий и неподготовленности по большинству программных вопросов;
- жесткие количественные нормы для контингента слушателей (не менее 15 человек);
- запрет на чтение курса для непараллельных классов;
- наличие обязательной для всех школ программы по необязательному курсу;
- вытеснение факультативным курсом кружков.

Таким образом "Единый Факультативный курс" с его жесткой системой запретов и практически обычной урочной методикой не принес результатов в развитии и популярности факультативных занятий.

К 1980г. Был завершен переход средней школы на новую программу по математике, факультативный курс был заменен на новый. Он предоставил учителям более широкие возможности в самостоятельном выборе программы для факультативных курсов. Начался второй этап введения факультативных занятий в школе.

Новый факультативный курс включил в себя три раздела:

1. избранные вопросы математики(8-11классы);
2. математика в приложениях(10-11классы);
3. алгоритмы и программирование(9-11классы).

Основной целью программы было доведение материала, изучаемого на уроке до логического завершения и обнаружение его связи с наукой и ее приложениями.

Изучение раздела "Математика в приложениях" направлено на углубление знаний и умений, полученных при изучении основного курса математики, на применение этих знаний в решении практических задач, в прикладных математических вопросах и смежных науках.

В задачи курса "Алгоритмы и программирование" входило изучение учащимися элементов программирования на ЭВМ.

Началом третьего этапа введения факультативных занятий по математике в школе можно считать съезд работников народного образования, который проходил в Москве в декабре 1988г. На нем была принята Концепция общего среднего образования, основным направлением которой была провозглашена широкая дифференциация обучения. Реформой предусматривалось дальнейшее развитие всех форм дифференциации, в том числе и факультативной, основной целью которой является возможность углубленного изучения отдельного предмета, в том числе и математики.

В 1990г. Была опубликована новая программа Факультативных курсов, которые предусматривались с 7 класса.

Основной целью этой программы является углубление знаний по основному курсу, получаемых на уроках, обучение решению более трудных задач. В старших классах углубление основного курса носит систематический характер и подготавливает учащихся к продолжению образования и к сдаче вступительных экзаменов в ВУЗы.

Факультативный курс содержит следующие разделы:

-за страницами учебников математики(7-9);

-математическая мозаика(7-9);

-подготовительный факультатив(10-11).

Отличительной чертой современного этапа развития Факультативной формы обучения является то, что учитель имеет возможность не придерживаться тематики предусмотренных разделов и проявить творчество, составив свою программу проведения факультативных занятий. При таком подходе на учителе лежит большая ответственность, так как при составлении факультативного курса он должен учитывать особенности отбора содержания, формы и методы обучения, психолого-педагогические особенности конкретного класса, интересы и желания учеников, а также профильную направленность старшеклассников.

В 2002 г. была принята новая Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования (приказ № 2783 от 18 июля 2002 г.), в которой, наряду с базовыми и профильными курсами, были выделены курсы по выбору (9-й класс) и элективные курсы (10–11-й классы). Их с полным правом можно считать преемниками факультативных курсов. Действительно, и те и другие направлены, прежде всего, на удовлетворение индивидуальных склонностей, задатков, потребностей учащихся, развитие их способностей.

1.3. Виды курсов по выбору

Выделяют несколько оснований классификации курсов по выбору в школе. Рассмотрим их подробнее.

1. По содержанию:

a) предметные курсы;

b) межпредметные курсы.

Задачи	
предметных курсов	**межпредметных курсов**
Реализация учеником интереса к учебному предмету.	Создание базы для ориентации учеников в мире современных профессий.
Уточнение готовности и способности осваивать предмет на повышенном уровне.	Ознакомление на практике со спецификой типичных видов деятельности, соответствующих наиболее распространенным профессиям.
Создание условий к сдаче экзаменов по выбору, то есть к наиболее вероятным предметам будущего профилирования.	Поддерживание мотивации к тому или иному профилю.

Из межпредметных курсов можно выделить:

- внутрипрофильную специализацию (курс для физико-математического профиля, интегрирующий физику и математику),
- интеграцию учебных предметов (например, математика и иностранный язык, математика и экономика и т. п.);

- интеграцию учебного предмета и внеучебной отрасли знания (например, математика и техника, математика и медицина, и т. п.).

2. В зависимости от охвата учебного материала:

a) курсы в соответствии с содержанием стандарта основного общего образования;
b) курсы по изучению дополнительных разделов.

3. В зависимости от глубины изложения:

a) курсы в соответствии с уровнем стандарта основного общего образования;
b) курсы с углублённым изучением.

4. По доминирующей образовательной цели (обучение, воспитание, развитие):

a) курсы изучения нового материала;
b) курсы по систематизации и обобщению знаний;
c) курсы для формирования умений;
d) развитие познавательных процессов;
e) профессионально-ориентировочные курсы;
f) общекультурные курсы, способствующие развитию интереса к изучению предмета;
g) комплексные курсы.

5. В соответствии с уровнями научного познания можно выделить:

a) теоретические;
b) эмпирические;
c) смешанные.

6. По доминирующим методам обучения (и, соответственно, уровню самостоятельности в учебной работе):

a) репродуктивные;
b) частично-поисковые;
c) исследовательские.

7. По техническим средствам реализации:

a) курсы на основе носителей информации;
b) курсы с использованием ИКТ (включая дистанционные средства и СБ для поддержки очного и заочного обучения).

Курсы с использованием информационных и коммуникационных технологий делятся на:

1) курсы, использующие ИКТ для повышения мотивации обучения (наглядность, выразительность),
2) курсы, использующие ИКТ для расширения возможности изучения физических явлений.

8. По доминирующей форме организации учебных занятий:

a) Курсы, ориентированные на формы теоретического обучения:
    - уроки изучения нового материала,
    - лекции,
    - семинары,
    - конференции,
    - экскурсии.
b) Курсы, ориентированные на формы практического обучения:
    - уроки выработки практических умений и навыков,
    - лабораторные практикумы,
    - практикумы по решению задач,
    - практикумы по техническому моделированию,

- практикумы по моделированию в виртуальной среде.

c) Комбинированные (с использованием комплекса форм организации учебных занятий).

9. По месту проведения курсы по выбору разделяются на:

a) проводимые в классе;
b) организуемые в домашних условиях;
c) проводимые вне школы и дома (на базе производства, научных учреждений и т.д.).

Данную классификацию в дальнейшем можно улучшить: увеличить количество оснований классификации, а также выделить дополнительные типы курсов по выбору в каждом основании.

Как видим, эта классификации, позволяет предложить большое разнообразие видов курсов по выбору. Данная классификация охватывает все ранее предложенные исследователями виды элективных курсов. Преимуществом данной классификации является то, что она служит инструментом для поиска новых видов курсов по выбору, позволяет учителю выбрать или сконструировать тот курс, который наиболее полно соответствует возможностям учащихся, их подготовке, обеспеченности, оборудованию. Чем разнообразнее перечень предложенных учащимся курсов, тем более полно и качественно решаются задачи профильной подготовки.

Основой для создания программ курсов по выбору профильной подготовки десятиклассников могут быть существующие учебные пособия, программы факультативов, специальных курсов, учебные пособия для подготовки в вузы, для классов с углубленным изучением предметов, а также научно-популярная литература.

1.4. Возрастные особенности старшеклассников

В ранней юности главным видом деятельности старшеклассников является учение. Так как в старших классах расширяется круг знаний, что эти знания ученики применяют при объяснении многих фактов действительности, они более осознанно начинают относиться к учению. В данном возрасте можно выделить два типа учащихся:

- учащиеся с наличием равномерно распределённых интересов;
- учащиеся с ярко выраженным интересом к одной науке.

Это разница в отношении к учению определяется характером мотивов. На первом месте выступают мотивы, связанные с жизненными планами учащихся, их намерениями в будущем, мировоззрением и самоопределением. Мотивы старшеклассников по своему строению характеризуются наличием ведущих, ценных для личности побуждений. Выделяются такие мотивы, как близость окончания школы и выбор жизненного пути, дальнейшее продолжение образования или работа по избранной профессии, потребность проявить свои способности в связи с развитием интеллектуальных сил. Старший школьник начинает руководствоваться сознательно поставленной целью, появляется стремление в углублении знаний в определённых областях, стремится к самообразованию. Учащиеся начинают всё чаще работать с дополнительной литературой, посещать дополнительные занятия, направленные на углубления знаний по интересующей их области.

Старший школьный возраст - это период завершения полового созревания и вместе с тем начальная стадия физической зрелости. Для старшеклассника типична готовность, как к физическим, так и к умственным нагрузкам. Формированию навыков и умений в труде и спорте способствует физическое развитие. Наряду с этим оно отрывает широкие возможности для выбора будущей профессии.

В этом возрасте образуется прочная связь между профессиональными и учебными интересами. У подростка учебные интересы определяют выбор профессии, у старших же школьников наблюдается обратное: выбор профессии способствует формированию учебных интересов, изменению отношения к учебной деятельности.

Самоопределению учащихся, формированию адекватного представления о своих возможностях способствуют курсы по выбору. То есть, профильное образование - это углубление знаний, склонностей, совершенствование ранее полученных навыков через создание системы специализированной подготовки в старших классах общеобразовательной школы. Эта подготовка ориентирована на индивидуализацию обучения и профессиональную ориентацию обучающихся.

В своём учебном процессе старший школьник уверенно использует различные мыслительные операции, рассуждает логически, запоминает обдуманно. В это же время существуют свои особенности в познавательной деятельности старшеклассников. Они стремятся разобраться в разных точках зрения, составить мнение, установить истину. При отсутствии задач для ума старшеклассникам становится скучно. Им интересны исследования и эксперименты, любят творчески подходить к новому. Также их интересуют не только вопросы теории, но и сам ход анализа, способы доказательства. Старшеклассники любят, когда учитель предоставляет возможность выбрать решение между разными точками зрения, требует обоснования этих утверждений; они готовы вступать в спор и упорно отстаивать свою позицию.

В старшем школьном возрасте подростки начинаю иначе смотреть на чувство любви, дружбы и товарищества. Главной особенностью дружбы, помимо общности интересов, становится единство взглядов и убеждений. Хорошие друзья становится незаменимыми друг для друга, доверяют друг другу самые сокровенные мысли. В данном возрасте к другу предъявляются высокие требования, а именно: друг должен быть верным, искренним и всегда приходить на помощь.

У старшеклассников резко проявляются черты личности юношей и девушек. Эстетические чувства помогают им освободиться от непривлекательных манер, некрасивых привычек, способствуют развитию отзывчивости, мягкости, сдержанности.

Школьник начинает активно принимать участие в общественной жизни школы. Мотивирует его на это желание принести пользу другим людям, обществу. Многие старшеклассники стремятся быть полезными, оказывая помощь школе, городу, селу, району.

Большое влияние на развитие старшеклассника оказывает коллектив, в котором он находится. В этом возрасте они стремятся к общению со взрослыми. Стремление иметь взрослого друга обуславливается тем, что решать самому появляющиеся проблемы самосознания и самоопределения очень трудно. Эти вопросы активно обсуждаются в кругу сверстников, но польза таких обсуждений относительна в силу маленького жизненного опыта. Именно поэтому они ищут помощи у взрослых.

Самокритичность – отчётливо проявляющаяся особенность старшеклассников, в отличие от подростков. Она помогает строго и объективно контролировать им своё поведение. Юноши и девушки стараются глубоко разобраться в своём характере, в чувствах, действиях и поступках, правильно оценить свои особенности и выработать в себе качества личности, которые с общественной точки зрения являются наиболее важными.

В раннюю юность укрепляется воля, развиваются такие черты волевой активности, как целеустремлённость, инициативность, настойчивость. Также в это время укрепляется выдержка и самообладание. Старшие школьники внешне начинают быть более подтянутыми, чем подростки, сильнее контролируют свои движения и жесты.

Старший школьный возраст – это возраст установления эстетических критериев отношения к окружающему миру, формирования мировоззренческой позиции на основе выбора приоритетных ценностей. Восприятие характеризуется наличием этического барьера, который отбрасывает все воздействия, не согласующиеся с этическими нормами.

ГЛАВА 2. Методические особенности составления курса по выбору «Логика для школьников»

2.1. Анализ школьных учебников с точки зрения исследуемой проблемы

<u>«Математика. Алгебра. Начала математического анализа. Профильный уровень. Учебник для 10 класса» / Шабунин М.И., Прокофьев А.А., - 2007.</u>

Данный учебник является первой частью курса «Математика. Алгебра. Начала математического анализа. Профильный уровень». Он соответствует утверждённым Министерством образования РФ Стандарту среднего (полного) общего образования по математике и примерной программе среднего (полного) общего образования по курсу «Математика. Алгебра. Начала математического анализа. Профильный уровень». Учебник ориентирован на преподавание профильного курса в 10 классах с углублённым изучением математики в объёме 6-8 часов в неделю.

В целях формирования логической культуры учащихся, являющейся неотъемлемой частью математического образования на профильном уровне, в учебнике для 10 класса выделяется первая глава «Элементы математической логики». Эта глава закладывает основы логической культуры учащихся, необходимой для освоения фундаментальных понятий и теории курса. Она включает в себя три параграфа, которые содержат следующие подпункты:

§ 1. Высказывания и операции над ними.

1. Высказывания
2. Операция отрицания
3. Конъюнкция двух высказываний
4. Дизъюнкция двух высказываний
5. Эквиваленция двух высказываний

6. Импликация
7. Алгебра высказываний

§ 2. Неопределённые высказывания. Знаки общности и существования.

1. Неопределённые высказывания (предикаты) и операции над ними
2. Знаки общности и существования
3. Построение отрицаний высказываний, содержащих знаки общности и существования

§ 3. Некоторые приёмы доказательства.

1. Необходимые условия. Достаточные условия
2. Обратная и противоположная теоремы. Необходимые и достаточные условия
3. Принцип полной дизъюнкции
4. Метод математической индукции

В этих параграфах представлено достаточное количество разобранных примеров, помогающих учащимся легче усвоить теоретический материал и познакомиться с различными методами решений и доказательств. Кроме того в каждом параграфе даётся необходимое количество задач для самостоятельного решения в порядке повышения их сложности.

«Алгебра. 9класс: учеб. для общеобразовательных организаций» / Колягин Ю.М., Ткачёва М.В., Фёдорова Н.Е., Шабунин М.И., - 2014.

Учебник соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту (ФГОС) среднего (полного) общего образования (2012г.).

В данном учебнике в главе VI «Множества. Логика» рассматривается § 27 «Высказывания. Теоремы». Этот параграф разбит на следующие подпункты:

1. Высказывания
2. Предложения с переменными

3. Символы общности и существования
4. Прямая и обратная теоремы
5. Необходимые и достаточные условия
6. Противоположные теоремы

В конце параграфа даётся 11 устных вопросов и заданий, 5 вводных упражнений и 10 упражнений для отработки и закрепления изученного материала. После всех заданий и упражнений есть рубрика «Шаг вперёд», в которой авторы предлагают к рассмотрению материал «Логические связки и таблица истинности».

«Алгебра и начала математического анализа. Базовый и профильный уровни: учебник для 10 класса» / Колягин Ю.М., Ткачёва М.В., Фёдорова Н.Е., Шабунин М.И., - 2011.

Учебник предназначен для изучения курса «Алгебра и начала математического анализа» на базовом и профильном уровнях в 10 классах общеобразовательных учреждений.

В первой главе «Алгебра 7-9 классов (повторение)» выделен § 13 «Логика». В данном параграфе предложены точно такие же подпункты, как и в учебнике за 9класс. По содержанию они абсолютно одинаковые.

В конце параграфа даётся 18 вопросов и 11 упражнений, которые уже отличаются от предложенных ранее в 9 классе.

«Информатика. Базовый уровень: учебник для 10 класса» / Семакин И.Г., Хеннер Е.К., Шеина Т.Ю., - 2015.

Учебник предназначен для изучения курса информатики на базовом уровне в 10 классах общеобразовательных учреждений. В данном учебнике интересующей нас теме автор посвятил в главе 3 «Программирование обработки информации» один параграф, а именно §18: «Логические величины, операции, выражения». В конце параграфа даётся необходимое количество вопросов и заданий для решения как в классе, так и самостоятельно.

2.2. Разработка курса «Логика для школьников» для учащихся 10 классов

2.2.1. Пояснительная записка

Элементы математической логики рассматриваются в школе, как в курсе математики, так и в курсе информатики. Умение логически грамотно рассуждать, четко формулировать свои мысли и делать правильные выводы требуется на всех предметах, а также и в жизни. Поэтому, данный курс особенно актуален т.к. вскоре перед учащимися встанет выбор, по какому пути идти.

Эта программа предназначена для проведения курса по выбору по математике с учащимися 10 классов естественно-математического профиля обучения общеобразовательных школ. Данный профиль представлен в ряде школ г. Челябинска, например: МАОУ "СОШ №104, МАОУ "Лицей № 77, МБОУ Гимназия №1.

Программа определяет содержание курса, дает распределение учебных часов по темам курса и определяет последовательность изучения тем. Занятия проводятся 1 раз в неделю, курс рассчитан на 13 часов. Итоговый контроль проходит на заключительном занятии курса в виде контрольной работы.

Цель курса: обобщение и систематизация начальных представлений о математической логике, широко применяемых в основной школе при решении задач и доказательствах теорем, формирование основ логической культуры учащихся, необходимой для освоения фундаментальных понятий и теорем курса математики.

Задачи курса:

- сформировать логическое мышление учащихся;

- сформировать понимание учащихся о взаимосвязи школьных предметов;
- выработать у учащихся навыки самостоятельной познавательной деятельности, подготовить их к решению задач различного уровня сложности;
- дать учащимся глубокие и прочные знания по дисциплине естественно-математического профиля;
- сделать учащихся конкурентоспособными в плане поступления в выбранные ими вузы.

Изучение курса осуществляется посредством активного вовлечения учащихся в различные виды и формы деятельности:

- введение нового материала в форме дискуссии на основе эвристического метода обучения;
- решение заданий для самостоятельной работы в форме индивидуальной, групповой работы с последующим обсуждением;
- самостоятельное выполнение отдельных заданий.

2.2.2. Тематическое планирование

№ п/п	Тема занятия	Кол-во Часов	Форма проведения занятия	Форма контроля
1.	Понятие. Виды понятий. Отношения между понятиями. Обобщение и ограничение.	2	Лекция-беседа. Практическая работа.	Опрос. Решение задач.
2.	Высказывания. Операции над высказываниями. Таблицы истинности.	2	Лекция-беседа. Практическая работа.	Опрос. Решение задач.
3.	Применение таблиц истинности при решении задач. Законы логики.	2	Лекция. Практическая работа.	Решение задач.
4.	Проверка правильности рассуждений с помощью общезначимости.	1	Лекция. Практическая работа.	Решение задач.
5.	Необходимые и достаточные условия. Обратные и противоположные суждения.	1	Лекция. Практическая работа.	Решение задач.
6.	Предикаты и операции над ними.	1	Лекция. Практическая работа.	Решение задач.
7.	Кванторы. Построение отрицаний высказываний, содержащих кванторы.	2	Лекция. Практическая работа.	Решение задач. Самостоятельная работа.
8.	Контрольная работа.	1	Самостоятельная работа.	Итоговая работа.
9.	Разбор результатов к/р и подведение итогов курса.	1	Беседа. Практическая работа.	Работа над ошибками.

2.2.3. Содержание курса

Тема 1: *Понятие. Виды понятий. Отношения между понятиями. Обобщение и ограничение.*

Опр.: Понятие – это логическая мыслительная операция, которая по определённым признакам выделяет предметы из множества и объединяет их в один класс.

Виды понятий:

Опр.: Абстрактные понятия – это понятия, в которых мыслятся свойства предметов или отношения между предметами, не существующие самостоятельно, без этих предметов.

Опр.: Конкретные понятия – это понятия, в которых находят отражение сами предметы и явления, обладающие относительной самостоятельностью существования.

Опр.: Если объём понятия составляет лишь один предмет мысли, то оно называется единичным.

Опр.: Общее понятие – заключает в своём объёме группу предметов, причём оно приложимо к каждому элементу этой группы, т.е. употребляется в раздельном смысле.

Опр.: Положительное понятие отражает наличие, а отрицательное - отсутствие у предметов мысли каких-либо качеств, свойств и т.п..

Пример: положительные понятия – металл, живое, действие, порядок, виновность; отрицательные понятия – неметалл, неживое, бездействие, беспорядок, невиновность.

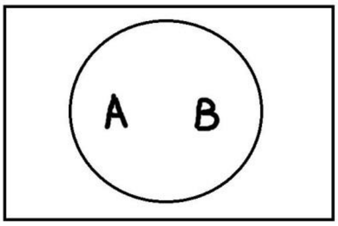
Отношения между понятиями.

Опр.: Несравнимые понятия – это понятия, не имеющие сколько-нибудь существенных в том или ином отношении общих признаков.

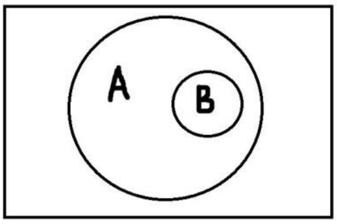
Опр.: Сравнимые понятия – это понятия, так или иначе имеющие в своём содержании общие признаки.

Отношения между сравнимыми понятиями по объёму:

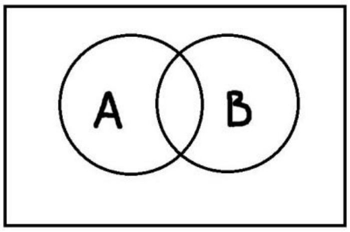
1) *Равнозначность* – это отношение, при котором значения двух понятий полностью совпадают.



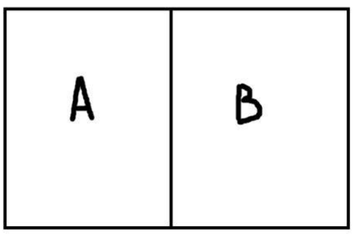
2) *Подчинение* – это отношение, при котором объём одного понятия полностью входит в объём другого понятия.



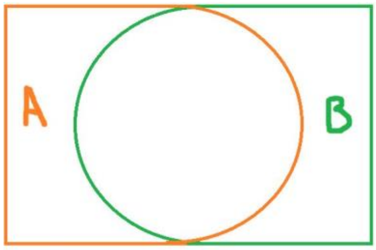
3) *Пересечение* – это отношение, при котором объёмы понятий пересекаются, но полностью не совпадают.



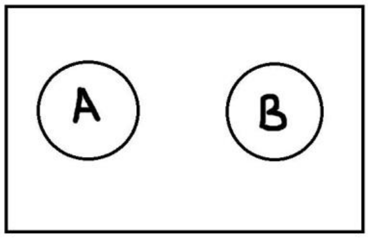
4) *Противоречие* – это отношение, при котором объёмы понятий не пересекаются.



5) *Противоположность* – это такое отношение, когда два понятия пересекаются и при этом исчерпывают собой весь диапазон рассмотрения.



6) *Соподчинение* – это такое отношение, когда объёмы понятий не пересекаются, но при этом не исчерпывают собой друг друга.



Опр.: Совместимость понятий – либо равнозначность, либо пересечение, либо подчинение. Несовместимость – либо соподчинение, либо противоречие, либо дополнительность.

Опр.: Обобщить понятие – значит перейти от понятия с меньшим объёмом, но большим содержанием, к понятию с большим объёмом, но с меньшим содержанием.

Опр.: Ограничить понятие – значит перейти от понятия с большим объёмом, но с меньшим содержанием, к понятию с меньшим объёмом, но с большим содержанием.

№1. Укажите абстрактные и конкретные понятия.

a) Иск;
b) Безволие;
c) Копия;
d) Двуличие;
e) Адвокат.

Решение.

Абстрактные – b, d. Конкретные – a, c, e.

№2. Укажите единичные и общие понятия:

a) Созвездие Большой Медведицы;
b) Ученик;
c) Челябинская область;
d) Челябинский дворец спорта;
e) Закон;
f) Депутат.

Решение.

Единичные – a, c,d. Общие – b,e,f.

№3. Дайте логическую характеристику понятий «государство» и «невиновность». Сделайте пометки + или – в каждой клетке таблицы.

Решение.

Понятие	**абстр.**	**конкр.**	**един.**	**общ.**	**пол.**	**отр.**
Государство	-	+	-	+	+	-
Невиновность	+	-	-	+	-	+

№4. Определите, какие из приведенных ниже пар являются сравнимыми, а какие несравнимыми.

Решение.

a) металл – золото (сравнимые);
b) вода – камень (несравнимые);
c) космос – ключ (несравнимые);
d) душа – песня (несравнимые);

е) валюта - культурные ценности (сравнимые).

№5. Подберите понятия, равнозначные следующим: квадрат, конституция, логика.

Решение.

1. Квадрат - прямоугольник с равными сторонами.
2. Конституция - основной закон любого государства.
3. Логика - наука делать выводы из заданных условий.

№6. Подберите понятия, находящиеся в отношении пересечения к данным: нормативный акт, умный, балл, эрудит.

Решение.

1. Нормативный акт – конституция.
2. Умный - студент.
3. Балл - контрольная работа.
4. Эрудит – ребенок.

№7. Подберите понятия, противоположные и противоречащие данным (вначале укажите противоположное, потом противоречащее понятие): большой, лёгкая работа

Решение.

1. Большой – малый – небольшой;
2. Лёгкая работа – тяжёлая работа – нелёгкая работа;
3. Бедный – богатый – небедный;
4. Друг – враг – недруг.

№8. Обобщите следующие понятия: повесть, математика, треугольник.

Решение.

1. Повесть – литературное произведение.

2. Математика – наука.
3. Треугольник – фигура.

Упражнения для самостоятельной работы:

№9. Ограничьте следующие понятия: повесть, математика, треугольник.

Решение.

1. Повесть – фантастическая повесть.
2. Математика – алгебра.
3. Треугольник – прямоугольный треугольник.

№10. Обобщите понятия: осень, журнал, линейка.

Решение.

a) Осень – время года.
b) Журнал – периодическое издание.
c) Линейка – инструмент.

№11. Определите логические отношения между следующими понятиями и выразите эти отношения с помощью круговой схемы:

Пистолет. Оружие. Орудие. Патроны. Огнестрельное оружие.

Решение.

Вид отношений – соподчинение.

№12. Обобщите следующие серии понятий:

а) Стойкость, смелость, малодушие, коварство, лицемерие.

б) Сержант, лейтенант, генерал, артиллерист.

Решение.

а) Эти понятия обобщаются в «человеческие качества».

б) Эти понятия обобщаются в «воинское звание».

№13. Проверьте правильность следующих ограничений понятий:

а) Преступление - должностное преступление - халатность - получение взятки.

б) Прокуратура - городская прокуратура - районная прокуратура.

Решение.

а) Здесь допущена ошибка – нельзя ограничить «халатность – получение взятки», так как оба понятия являются равнозначными и относятся к конкретному преступлению.

б) Здесь необходимо поменять местами второе и третье понятие, так как понятие «районная прокуратура» более обширное, чем «городская прокуратура».

Тема 2: *Высказывания. Операции над высказываниями. Таблицы истинности.*

Опр.: Понятие «высказывание» является первичным, оно не определяется, а поясняется. Под высказыванием понимают такое предложение (повествовательное), о котором можно сказать одно из двух: либо оно истинно, либо ложно.

Высказывания будем обозначать заглавными буквами латинского алфавита: A, B, C, … .

Примеры:

1) «4>3» - истинное;
2) «Для каждого действительного числа x, $x^2 \geq 0$» - истинное;
3) Но не каждое повествовательное предложение является высказыванием: «я лгу», «сегодня хорошая погода» - не является высказыванием из-за субъективности «хорошая погода». Каждое вопросительное и восклицательное предложения также не являются высказываниями.

Операции над высказываниями:

Опр.: Отрицанием высказывания A называется высказывание, обозначаемое $\rceil A$ (читается «не A», «неверно, что A»), которое истинно, когда A ложно и ложно, когда A – истинно.

Опр.: Конъюнкцией высказываний A и B называется высказывание, обозначаемое $A\&B$ (читается «A и B»), истинные значения которого определяются в том и только том случае, когда оба высказывания A и B истинны.

Опр.: Дизъюнкцией высказываний A и B называется высказывание $A \vee B$ (A или B), которое истинно тогда и только тогда, когда хотя бы одно из высказываний истинно и ложно – когда оба высказывания ложны.

Опр.: Импликацией высказываний A и B называется высказывание $A \supset B$ («если A, то B», «из A следует B»), значение которого ложно тогда и только тогда, когда A истинно, а B ложно.

Опр.: Эквиваленцией высказываний A и B называется высказывание, обозначаемое $A \sim B$ (читается «A эквивалентно B», «A тогда и только тогда, когда B», «A необходимо и достаточно для B»), которое истинно тогда, когда A и B одновременно истинны или оба ложны.

Истинность или ложность высказывания можно установить, используя сводную таблицу истинности логических операций. Буква «И» означает, что высказывание истинно, а буква «Л» - что оно ложно.

Таблица 1. «Таблица истинности»

A	$\urcorner A$	B	$A\&B$	$A\vee B$	$A\sim B$	$A\supset B$
И	Л	И	И	И	И	И
И	Л	Л	Л	И	Л	Л
Л	И	И	Л	И	Л	И
Л	И	Л	Л	Л	И	И

№1. Какие из следующих предложений являются высказываниями? Определите их истинность.

7) «Почему на улице сегодня плохая погода?»
8) «число -20 является целым числом»;
9) «$3 > 7$»;
10) «Не нарушайте правила дорожного движения!»;
11) «число 192 делится на 6»;
12) «Чему равно произведение чисел 35 и 24?»;
13) «все люди смертны»;
14) «всякое правонарушение есть противоправное деяние»;
15) «$x + 13 = 24$».

№2. Сформулировать отрицания следующих высказываний:

$A \equiv \{46 - \text{нечётное число}\}$;

$B \equiv \left\{\sqrt{10} - \text{ рациональное число}\right\}$;

$C \equiv \{\pi - 3{,}14 - \text{положительное число}\}$;

$D \equiv \{\text{хотя бы одно из чисел } 111222, 483 \text{ делится на } 21\}$;

$E \equiv \{\text{число 86 делится на 4}\}$;

$F \equiv \{51 - \text{простое число}\}$.

Указать, какие из этих высказываний истинные, а какие ложные.

№3. Даны два ложных высказывания:

$A \equiv \{\text{число } 4 - \text{делитель числа } 17\}$,

$B \equiv \{23 - \text{простое число}\}$.

Выяснить смысл высказываний $\rceil A, \rceil B, A \vee B, A \& B, A \sim B, A \supset B$ и установить, какие из них являются истинными, а какие ложными.

№4. Даны два ложных высказывания:

$A \equiv \{\text{Киев} - \text{столица Белорусии}\}$,

$B \equiv \{\text{Афины} - \text{столица Греции}\}$.

Выяснить смысл высказываний $\rceil A, \rceil B, A \vee B, A \& B, A \sim B, A \supset B$ и установить, какие из них являются истинными, а какие ложными.

Упражнения для самостоятельной работы:

№5. Приведите примеры предложений:

a) являющихся высказываниями;

b) не являющихся высказываниями.

№6. Сформулируйте высказывание $\rceil A$ и $\rceil B$, если:

$A \equiv \{\text{каждое простое число } p \text{ нечётно}\}$;

$B \equiv \{\text{каждое из чисел } a, b, c \text{ делится на } 17\}$.

№7. Определите истинность высказываний.

1) $A \equiv \{\text{число 1788 делится на 6}\}$;

2) $B \equiv$ {число 318 делится на 4};

3) $C \equiv$ {число 7 – один из корней уравнения $x^2 = 49$};

4) $D \equiv$ {число 4 – единственный корень уравнения $x^2 = 16$};

5) $E \equiv$ {квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов};

6) $F \equiv$ {если $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$, причем $a > b$ и $c > d$, то $ac > bd$ };

7) $G \equiv$ {если $a > b$ и $c < 0$, то $ac > bc$}.

№8. Даны два высказывания:

$A \equiv$ {число 3 – делитель 117},

$B \equiv$ {36 – простое число}.

Выяснить, какие из высказываний $\rceil A, \rceil B, A \vee B, A \& B, A \sim B, A \supset B$ являются истинными, а какие ложными.

Тема 3: *Применение таблиц истинности при решении задач. Законы логики.*

Определение формулы:

1) Всякое высказывание является формулой.
2) Если A – формула и B – формула, то $A \& B$ – формула.
   Если A – формула и B – формула, то $A \vee B$ – формула.
   Если A – формула и B – формула, то $A \supset B$ – формула.
   Если A – формула и B – формула, то $A \sim B$ – формула.
   Если A – формула, то $\rceil A$ – формула.
3) Никаких других формул, кроме определенных в п.1-2, нет.

Порядок выполнения логических операций:

1) операция в скобках;
2) отрицание ($\rceil$);
3) конъюнкция (&);
4) дизъюнкция ($\vee$);
5) импликация ($\supset$);
6) эквиваленция (~).

Введём соглашение об опускании и восстановлении скобок.

В процессе восстановления пропущенных скобок вначале символ $\rceil$ обрамляется скобками вместе с ближайшим справа от него формулой. Затем & обрамляется скобками вместе с ближайшим справа и слева формулами и т.д. по порядку выполнения логических операций.

Пример: Восстановить скобки $(\rceil A)_1 \supset ((\rceil(B \vee C))_2 \& A)_3$.

Опускаются скобки так, чтобы имелась возможность их правильного восстановления. Например, из формулы $\left(\rceil\left(A \supset (B\&C)\right)\right)$ можно получить $\left(\rceil(A \supset B\&C)\right)$. Скобки после $\rceil$ в этом примере опускать нельзя, иначе после восстановления получится формула: $(\rceil A) \supset (B\&C)$.

Классификация формул:

1) *Выполнимые* – это такие формулы, для которых существуют конкретные высказывания, которые будучи подставлены в эту формулу вместо пропозициональных переменных, превращают её в истинное высказывание.
2) *Тождественно истинные* (тавтологии, общезначимые формулы) – это такие формулы, которые превращаются в истинные высказывания при любой подстановке вместо переменных конкретных высказываний.
3) *Опровержение* – это такие формулы для которых существуют такие конкретные высказывания, которые превращают данные формулы в

ложные высказывания. Опровержимые формулы – это формулы, не являющиеся тавтологиями.

4) *Тождественно ложные или противоречивые* – это такие формулы, которые превращаются в ложные высказывания при любой подстановке вместо переменных конкретных высказываний (или это формулы, которые не являются выполнимыми).

Тождественно истинные формулы называются законами логики:

1) коммутативность: $A \vee B \sim B \vee A,\ A \& B \sim B \& A$;
2) ассоциативность: $A \vee (B \vee C) \sim (A \vee B) \vee C,\ A \& (B \& C) \sim (A \& B) \& C$;
3) дистрибутивность & относительно $\vee$: $A \& (B \vee C) \sim (A \& B) \vee (A \& C)$;
4) дистрибутивность $\vee$ относительно &: $A \vee (B \& C) \sim (A \vee B) \& (A \vee C)$;
5) закон двойного отрицания: $\urcorner\urcorner A \sim A$;
6) законы де Моргана: $\urcorner(A \vee B) \sim (\urcorner A) \& (\urcorner B),\ \urcorner(A \& B) \sim (\urcorner A) \vee (\urcorner B)$;
7) закон контрапозиции: $A \supset B \sim \urcorner B \supset \urcorner A$;
8) выражение $\supset$ через & и $\urcorner$: $(A \supset B) \sim \urcorner\big(A \& (\urcorner B)\big)$;
9) выражение $\supset$ через $\vee$ и $\urcorner$: $(A \supset B) \sim (\urcorner A \vee B)$.

Данные законы проверяются с помощью таблиц истинности.

Алгоритм составления таблиц истинности:

1) Подсчитать количество логических переменных n;

2) Подсчитать количество строк $m = 2^n$;

3) Количество столбцов $= 2 +$ (количество логических операций).

№1. Укажите формулы, эквивалентную данной: $A \& (\urcorner\big((\urcorner B) \vee C\big))$.

a) $(\urcorner A) \vee (\urcorner B) \vee (\urcorner C)$;

b) $A \& (\urcorner B) \& (\urcorner C)$;

c) $A \& B \& (\urcorner C)$;

d) $A \& (\urcorner B) \& C$.

Решение. Преобразуем выражение $A\&(\rceil((\rceil B)\vee C))$.

Применим закон де Моргана, получим: $A\&(\rceil((\rceil B)\vee C)) = A\&(\rceil\rceil B)\&(\rceil C)$.

Далее, используя закон двойного отрицания, получим:

$A\&(\rceil((\rceil B)\vee C)) = A\&(\rceil\rceil B)\&(\rceil C) = A\&B\&(\rceil C)$.

Ответ: c).

№2. Пусть $A \equiv \{\text{он хорош}\}$, $B \equiv \{\text{он мил}\}$. Сформулировать фразу, выраженную формулой: $\left((\rceil(A \supset B))\&(B \supset A)\right)$.

Решение.

«Если он не хорош, то он не мил, а если мил, то хорош»; «не по хорошему мил, а по милу хорош».

№3. Следующие высказывания преобразовать по закону контрапозиции:

a) Если дискриминант уравнения положителен, то он имеет два корня.

b) Если Спартак проиграет, то не станет чемпионом.

Решение.

a) Обозначим:

$A \equiv \{\text{дискриминант уравнения положителен}\}$,

$B \equiv \{\text{оно имеет два корня}\}$.

Закон контрапозиции: $(A \supset B)\sim(\rceil B \supset \rceil A)$.

Читается: Если уравнение не имеет двух корней, то его дискриминант не положителен.

b) Обозначим:

$A \equiv \{\text{Спартак проиграет}\}$,

$B \equiv \{\text{Спартак станет чемпионом}\}$.

Закон контрапозиции: $(A \supset \rceil B)\sim(\rceil\rceil B \supset \rceil A)\sim(B \supset \rceil A)$.

Читается: Если Спартак стал чемпионом, то он не проиграл.

№4. Доказать закон де Моргана: $\rceil(A \vee B) \sim (\rceil A) \& (\rceil B)$.

Решение. Составим таблицу истинности для всех высказываний, фигурирующих в формуле:

$\boldsymbol{A}$	$\boldsymbol{B}$	$\rceil\boldsymbol{A}$	$\rceil\boldsymbol{B}$	$\boldsymbol{A}\vee\boldsymbol{B}$	$\rceil(\boldsymbol{A}\vee\boldsymbol{B})$	$(\rceil\boldsymbol{A})\&(\rceil\boldsymbol{B})$	$\rceil(\boldsymbol{A}\vee\boldsymbol{B})\sim(\rceil\boldsymbol{A})\&(\rceil\boldsymbol{B})$
И	И	Л	Л	И	Л	Л	И
И	Л	Л	И	И	Л	Л	И
Л	И	И	Л	И	Л	Л	И
Л	Л	И	И	Л	И	И	И

Глядя на последний столбец, видим, что формула является тождественно истинной.

№5. На вопрос, кто из трех учащихся изучал логику, был получен ответ: «Если изучал первый, то изучал и второй, но неверно, что если изучал третий, то изучал и второй». Кто из учащихся изучал логику?

Решение. Обозначим через А, B, C простые высказывания:

$A \equiv \{$первый ученик изучал логику$\}$;

$B \equiv \{$второй ученик изучал логику$\}$;

$C \equiv \{$третий ученик изучал логику$\}$.

Из условия задачи следует истинность высказывания:

$$(A \supset B)\&(\rceil(C \supset B)).$$

Упростим полученное выражение:

$$(A \supset B)\&\big(\rceil(C \supset B)\big) = \big((\rceil A)\vee B\big)\&\Big(\rceil\big((\rceil C)\vee B\big)\Big) = \big((\rceil A)\vee B\big)\&C\&(\rceil B) =$$

$$= (\rceil A)\&C\&(\rceil B)\vee B\&C\&(\rceil B) = (\rceil A)\&C\&(\rceil B).$$

Получившееся высказывание будет истинным только в случае, если C – истина, а A и B – ложь. А это значит, что логику изучал только третий ученик, а первый и второй не изучали.

№6. По обвинению в преступлении перед судом предстали Иванов, Петров, Сидоров. Следствием установлено:

1. если Иванов не виновен или Петров виновен, то Сидоров виновен;
2. если Иванов не виновен, то Сидоров не виновен.

Виновен ли Иванов?

Решение.

Для решения данной задачи составим логическое выражение, удовлетворяющее всем условиям, затем заполним для него таблицу истинности. Анализ полученной таблицы истинности позволит получить требуемый результат.

Выделим простые высказывания:

$A \equiv \{$Иванов виновен$\}$;

$B \equiv \{$Петров виновен$\}$;

$\mathrm{C} \equiv \{$Сидоров виновен$\}$.

Запишем соответствующие формулы, установленные следствием:

$((\urcorner A) \vee B) \supset C$,

$(\urcorner A) \supset (\urcorner C)$.

Пусть (∗): $\left[\left(\left((\urcorner A) \vee B\right) \supset C\right) \& \left((\urcorner A) \supset (\urcorner C)\right)\right] \supset A$ – единое логическое выражение для всех требований задачи. Оно должно быть истинно. Составим для него таблицу истинности:

$\boldsymbol{A}$	$\boldsymbol{B}$	$\boldsymbol{C}$	$\urcorner\boldsymbol{A}$	$\urcorner\boldsymbol{C}$	$(\urcorner\boldsymbol{A})\vee\boldsymbol{B}$	$\left((\urcorner\boldsymbol{A})\vee\boldsymbol{B}\right) \supset \boldsymbol{C}$	$(\urcorner\boldsymbol{A}) \supset (\urcorner\boldsymbol{C})$	$\left(\left((\urcorner\boldsymbol{A})\vee\boldsymbol{B}\right) \supset \boldsymbol{C}\right) \&$ $\& \left((\urcorner\boldsymbol{A}) \supset (\urcorner\boldsymbol{C})\right)$	(∗)
Л	Л	Л	И	И	И	Л	И	Л	И
Л	Л	И	И	Л	И	И	Л	Л	И
Л	И	Л	И	И	И	Л	И	Л	И
Л	И	И	И	Л	И	И	Л	Л	И

И	Л	Л	Л	И	Л	И	И	И	И
И	Л	И	Л	Л	Л	И	И	И	И
И	И	Л	Л	И	И	Л	И	Л	И
И	И	И	Л	Л	И	И	И	И	И

Проанализировав последний столбец, делаем вывод, что формула является тождественно истинной, т.е. Иванов в преступлении виновен.

Упражнения для самостоятельной работы:

№7. Укажите, какое логическое выражение эквивалентно выражению

$$A\&(\neg((\neg B)\&(\neg C))).$$

a) $(A\&B)\&(A\&C)$
b) $(A\&B)\vee(A\&C)$
c) $(A\&(\neg B))\&(A\&(\neg C))$
d) $(A\&(\neg B))\vee(A\&(\neg C))$

Решение. Преобразуем выражение $A\&(\neg((\neg B)\&(\neg C)))$.

Применим второй закон де Моргана, получим:

$$A\&(\neg((\neg B)\&(\neg C))) = A\&((\neg\neg B)\vee(\neg\neg C)).$$

Далее, используя закон двойного отрицания, получим:

$$A\&((\neg\neg B)\vee(\neg\neg C)) = A\&(B\vee C).$$

Применим закон дистрибутивности:

$$A\&((\neg\neg B)\vee(\neg\neg C)) = A\&(B\vee C) = (A\&B)\vee(A\&C).$$

Ответ: b).

№8. Следующее суждения преобразовать по законам де Моргана и, если потребуется, по закону снятия двойного отрицания:

a) «Либо ты не пойдёшь туда, либо я тебя накажу».

b) «Неверно, что мэр города либо не обязан обеспечить порядок, либо имеет право заниматься предпринимательской деятельностью».

Решение:

a) Пусть $A \equiv \{\text{ты пойдёшь туда}\}$, $B \equiv \{\text{я тебя накажу}\}$.

Тогда: $(\urcorner A \vee B) \sim (\urcorner A \vee \urcorner\urcorner B) \sim \urcorner(A \& \urcorner B)$.

«Неверно, что ты пойдёшь туда, и я тебя не накажу».

b) Пусть $A \equiv \{\text{мэр города обязан обеспечить порядок}\}$,

$B \equiv \{\text{он имеет право заниматься предпринимательской деятельностью}\}$.

Тогда: $\urcorner(\urcorner A \vee B) \sim (\urcorner\urcorner A \& \urcorner B) \sim (A \& \urcorner B)$.

«Мэр города обязан обеспечить порядок и не имеет права заниматься предпринимательской деятельностью».

№9. Доказать ассоциативность $A \& (B \& C) \sim (A \& B) \& C$.

Решение. Составим таблицу истинности для всех высказываний, фигурирующих в формуле:

$\boldsymbol{A}$	$\boldsymbol{B}$	$\boldsymbol{C}$	$\boldsymbol{B} \& \boldsymbol{C}$	$\boldsymbol{A} \& \boldsymbol{B}$	$\boldsymbol{A} \& (\boldsymbol{B} \& \boldsymbol{C})$	$(\boldsymbol{A} \& \boldsymbol{B}) \& \boldsymbol{C}$	$\boldsymbol{A} \& (\boldsymbol{B} \& \boldsymbol{C}) \sim (\boldsymbol{A} \& \boldsymbol{B}) \& \boldsymbol{C}$
И	И	И	И	И	И	И	И
И	И	Л	Л	И	Л	Л	И
И	Л	И	Л	Л	Л	Л	И
И	Л	Л	Л	Л	Л	Л	И
Л	И	И	И	Л	Л	Л	И
Л	И	Л	Л	Л	Л	Л	И
Л	Л	И	Л	Л	Л	Л	И
Л	Л	Л	Л	Л	Л	Л	И

Глядя на последний столбец, видим, что формула является тождественно истинной.

№10. Доказать закон контрапозиции: $A \supset B \sim (\urcorner B) \supset (\urcorner A)$.

Решение. Составим таблицу истинности для всех высказываний, фигурирующих в формуле:

$\boldsymbol{A}$	$\boldsymbol{B}$	$\urcorner\boldsymbol{B}$	$\urcorner\boldsymbol{A}$	$\boldsymbol{A \supset B}$	$(\urcorner\boldsymbol{B}) \supset (\urcorner\boldsymbol{A})$	$(\boldsymbol{A \supset B}) \sim (\urcorner\boldsymbol{B}) \supset (\urcorner\boldsymbol{A})$
И	И	Л	Л	И	И	И
И	Л	И	Л	Л	Л	И
Л	И	Л	И	И	И	И
Л	Л	И	И	И	И	И

Глядя на последний столбец, видим, что формула является тождественно истинной.

Тема 4: Проверка правильности рассуждений с помощью общезначимости.

№1. Записать данное рассуждение в виде формулы логики высказываний. Выяснить, правилен ли вывод, проверкой на общезначимость.

a) Если пример будет сложным, то ученик с ним не справится. Ученик справился с примером. Следовательно, он не был сложным.

b) Если пример будет сложный, то ученик с ним не справится. Ученик не справился с примером. Следовательно, он не был сложным.

c) Если пример будет не сложным, то ученик с ним справится. Ученик не справился с примером. Следовательно, он был сложный.

Решение.

a) Обозначим:

$A \equiv \{\text{пример сложный}\}$,

$B \equiv \{\text{ученик справился}\}$.

$$((A \supset \neg B) \& B) \supset \neg A$$

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \supset \neg B$	$(A \supset \neg B) \& B$	$((A \supset \neg B) \& B) \supset \neg A$
И	И	Л	Л	Л	Л	И
И	Л	Л	И	И	Л	И
Л	И	И	Л	И	И	И
Л	Л	И	И	И	Л	И

Глядя на последний столбец, видим, что формула является тождественно истинной (общезначимой), следовательно, вывод правильный.

b) Обозначим:

$A \equiv \{\text{пример сложный}\}$,

$B \equiv \{\text{ученик справился}\}$.

$$((A \supset \neg B) \& \neg B) \supset \neg A$$

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \supset \neg B$	$(A \supset \neg B) \& \neg B$	$((A \supset \neg B) \& \neg B) \supset \neg A$
И	И	Л	Л	Л	Л	И
И	Л	Л	И	И	И	Л
Л	И	И	Л	И	Л	И
Л	Л	И	И	И	И	И

Глядя на последний столбец, видим, что формула не является тождественно истинной (не является общезначимой), следовательно, вывод рассуждения не правильный.

c) Обозначим:

$A \equiv \{\text{пример сложный}\}$,

$B \equiv \{\text{ученик справился}\}$.

$$((\neg A \supset B) \& \neg B) \supset A$$

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \supset B$	$(\neg A \supset B) \& \neg B$	$((\neg A \supset B) \& \neg B) \supset A$

И	И	Л	Л	И	Л	И
И	Л	Л	И	И	И	И
Л	И	И	Л	И	Л	И
Л	Л	И	И	Л	Л	И

Глядя на последний столбец, видим, что формула является тождественно истинной (общезначимой), следовательно, вывод рассуждения правильный.

№2. Записать данное рассуждение в виде формулы логики высказываний. Выяснить, правилен ли вывод, проверкой на общезначимость.
«Если рак красный и варёный, то он мёртвый. Если рак красный и мёртвый, то он варёный. Следовательно, варёный и мёртвый рак – красный».

Решение. Обозначим:
$A \equiv \{\text{рак красный}\}$,
$B \equiv \{\text{рак варёный}\}$,
$C \equiv \{\text{рак мёртвый}\}$.

$$\Big(\big((A\&B) \supset C\big)\underset{1}{\&}\big((A\&C) \supset B\big)\Big) \underset{2}{\supset} ((A\&B) \sim C)$$

A	B	C	$A\&B$	$A\&C$	$(A\&B) \supset C$	$(A\&C) \supset B$	$(A\&B) \sim C$	(1)	(2)
И	И	И	И	И	И	И	И	И	И
И	Л	И	Л	И	И	Л	Л	Л	И
И	И	Л	И	Л	Л	И	Л	Л	И
И	Л	Л	Л	Л	И	И	И	И	И
Л	И	И	Л	Л	И	И	Л	И	Л
Л	Л	И	Л	Л	И	И	Л	И	Л
Л	И	Л	Л	Л	И	И	И	И	И
Л	Л	Л	Л	Л	И	И	И	И	И

Глядя на последний столбец, видим, что формула не является тождественно истинной (не является общезначимой), следовательно, вывод рассуждения не правильный.

№3. Записать данные рассуждения в виде формулы логики высказываний. Выяснить, правилен ли вывод, проверкой на общезначимость.

a) Если гости долго не появляются, хозяева начинают волноваться. Гости появились вовремя. Следовательно, хозяева не волновались.

b) Если гости появились вовремя, то хозяева не волнуются. Гости не появились вовремя. Следовательно, хозяева не волнуются.

c) Если гости появились вовремя, то хозяева не волнуются. Гости не появились вовремя. Следовательно, хозяева волнуются.

d) Если гости долго не появляются, то хозяева начинают волноваться. Гости появились вовремя, Следовательно, хозяева волнуются.

e) Если гости появились вовремя, то хозяева волнуются. Гости не появились вовремя. Следовательно, хозяева не волнуются.

Упражнения для самостоятельной работы:

№4. Записать данное рассуждение в виде формулы логики высказываний. Выяснить, правилен ли вывод, проверкой на общезначимость.

a) Если за окном завыла автомобильная сигнализация, значит, к автомобилю кто-то прикоснулся. Следовательно, если не касаться автомобиля, то за окном будет тихо.

b) Если за окном тихо, значит, к автомобилю никто не прикоснулся. Следовательно, если прикоснуться к автомобилю, то за окном будет тихо.

c) Если за окном завыла автомобильная сигнализация, значит, никто не касался автомобиля. Следовательно, если не касаться автомобиля, то за окном будет тихо.

d) Если за окном тихо, значит, к автомобилю никто не прикоснулся. Следовательно, если прикоснуться к автомобилю, то за окном завоет автомобильная сигнализация.

№5. Записать данные рассуждение в виде формулы логики высказываний. Выяснить, правилен ли вывод, проверкой на общезначимость.

a) Если многоугольник является треугольником или правильным многоугольником, то около него можно описать окружность. Около многоугольника М можно описать окружность. Многоугольник М – не треугольник. Следовательно, М – правильный многоугольник.

b) Если в параллелограмме диагонали перпендикулярны, то он является ромбом. Следовательно, если в параллелограмме диагонали не перпендикулярны, то он не является ромбом.

Тема 5: *Необходимое и достаточное условие. Обратные и противоположные суждения.*

Опр.: Рассмотрим суждение $A \supset B$. Условие A называют *достаточным условием* для заключения B, а заключение B называют *необходимым условием* для A.

Опр.: Если верно не только суждение $A \supset B$, но и ему обратное $B \supset A$, то A является необходимым и достаточным условием для B, а B является *необходимым и достаточным условием* для A.

$$(A \supset B) \begin{array}{l} \nearrow A \text{ достаточно для } B \text{ (для } B \text{ достаточно } A) \\ \searrow B \text{ необходимо для } A \text{ (для } A \text{ необходимо } B) \end{array}$$

Опр.: Суждения $A \supset B$ и $B \supset A$ называют взаимно обратными суждениями.

Из этого определения ясно, что если в формулировке поменять местами условие и заключение, то получится формулировка обратного суждения.

Н-р, для теоремы Пифагора «В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов» обратной будет теорема, в которой поменяются местами условие и заключение: «Если сумма квадратов меньших сторон треугольников равна квадрату большей стороны, то этот треугольник прямоугольный».

Опр.: Суждения $A \supset B$ и $\rceil A \supset \rceil B$ называются взаимно противоположными.

Н-р, для теоремы «Сумма внутренних углов треугольника равна 180^0» противоположной будет теорема, в которой вместо условия и заключения будут сформулированы их отрицания: «У многоугольника, не являющегося треугольником, сумма внутренних углов отлична от 180^0». Обе эти теоремы верны.

Кратко:

1) Прямое суждение: $A \supset B$;
2) Обратное суждение: $B \supset A$;
3) Противоположное суждение: $\rceil A \supset \rceil B$;
4) Обратное противоположному суждение: $\rceil B \supset \rceil A \sim A \supset B$.

Замечание: Обратное и противоположное суждения не обязательно эквивалентны прямому, но они всегда эквивалентны между собой по истинности (закон контрапозиции).

№1. Сформулировать суждение в терминах необходимых и достаточных условий: «Если углы вертикальны, то они равны».

Решение.

1. Для того чтобы углы были равны достаточно чтобы они были вертикальны.
2. Для того чтобы углы были вертикальны необходимо чтобы они были равны.

№2. Выделить условие и заключение суждения:

1) если сумма цифр числа делится на 3, то и само число делится на 3;
2) каждый член арифметической прогрессии (начиная со второго) равен полу сумме соседних с ним членов.

Сформулировать суждение, обратное данному.

№3. Рассмотрим суждения

$A \equiv \{\text{натуральное число делится на 4}\}$,

$B \equiv \{\text{последняя цифра числа чётна}\}$.

Выяснить, верны ли суждения $A \supset B$ и $B \supset A$.

Решение.

суждение $A \supset B$ верно, так как В – необходимое условие для A (для делимости числа на 4 необходимо, чтобы его последняя цифра была чётной); то же суждение $A \supset B$ означает, что A – достаточное условие для B (для чётности числа достаточно, чтобы оно делилось на 4).

В данном случае достаточное условие A содержит больше требований, чем нужно для справедливости высказывания B (например, 42 не делится на 4, хотя его последняя цифра – чётная).

Суждение $B \supset A$ неверно (из чётности последней цифры числа не следует, что это число делится на 4).

№4. Рассмотрим суждения

$A \equiv \{\text{четырёхугольник является ромбом}\}$,

$B \equiv$ {диагонали четырёхугольника взаимно перпендикулярны}.

Выяснить, верны ли суждения:

1. $A \supset B$,
2. $B \supset A$.

Решение.

Суждение 1 можно сформулировать так: «если четырёхугольник является ромбом, то его диагонали взаимно перпендикулярны». Это суждение верно.

Суждение 2 формулируется так: «если диагонали четырёхугольника (любого) взаимно перпендикулярны, то он является ромбом». Это суждение неверно.

№5. Выяснить, какие из приведённых ниже суждений верны, а какие из них являются по отношению друг к другу обратными, противоположными.

1) Если каждое из слагаемых делится на 11, то и сумма делится на 11.
2) Если ни одно из слагаемых не делится на 11, то и сумма не делится на 11.
3) Если сумма делится на 11, то и каждое из слагаемых делится на 11.
4) Если хотя бы одно из слагаемых делится на 11, то и сумма делится на 11.
5) Если сумма не делится на 11, то хотя бы одно из слагаемых не делится на 11.
6) Если сумма не делится на 11, то ни одно из слагаемых не делится на 11.

№6. Рассмотрим суждения:

$A \equiv$ {каждое натуральное число a, b делится на 3},

$B \equiv$ {сумма $a + b$ делится на 3}.

Выяснить, верны ли суждения $A \supset B$ и $B \supset A$.

Решение. Здесь заключение $A \supset B$ справедливо, т.е. A есть достаточное условие для B, а B есть необходимое условие для A. Иными словами,

для делимости суммы $a + b$ на 3 достаточно, чтобы каждое из слагаемых a, b делилось на 3;

для того чтобы каждое из слагаемых делилось на 3, необходимо, чтобы сумма делилась на 3.

Суждение $B \supset A$ неверно: из делимости суммы $a + b$ на 3 не следует, что каждое из чисел a, b делится на 3 (сумма чисел 4 и 5 делится на 3, а каждое из чисел 4 и 5 не делится на 3).

№7. Пусть на множестве M всех многоугольников заданы суждения

$A \equiv \{\text{многоугольник является четырёхугольником}\}$,

$B \equiv \{\text{сумма внутренних углов многоугольника равна } 2\pi\}$.

Рассмотреть суждение $A \supset B$. Сформулировать противоположное суждение.

Решение.

Суждение $A \supset B$: «Если многоугольник является четырёхугольником, то сумма его внутренних углов равна 2π». Это суждение верно.

Противоположное суждение: $\urcorner A \supset \urcorner B$. Его можно сформулировать так: «Если многоугольник не является четырёхугольником, то сумма его внутренних углов не равна 2π». Это суждение верно.

Упражнения для самостоятельной работы:

№8. Заменить многоточие словами «необходимо», «достаточно» или «необходимо и достаточно» таким образом, чтобы полученное суждение было истинным:

1) чтобы хорошо ответить на уроке, … прийти в школу;

2) для того чтобы сумма двух натуральных чисел делилась на 2, …, чтобы эти числа были чётными;
3) для того чтобы число делилось на 9, …, чтобы сумма его цифр делилась на 9;
4) для того чтобы числа x_1 и x_2 были корнями уравнения $x^2 + px + q = 0$, …, чтобы $x_1 * x_2 = q$.

№9. Рассмотрим два суждения:

$A \equiv \{$число x равно $0\}$,

$B \equiv \{$произведение xy равно $0\}$.

Выяснить, верны ли суждения $A \supset B$ и $B \supset A$. Сформулировать соответствующие суждения, используя термины «необходимо», «достаточно».

№10. Сформулировать суждение, обратное данному:

1) сумма противоположных углов четырёхугольника, вписанного в окружность, равна 180^0;
2) если две параллельные прямые пересечены третьей, то образовавшиеся накрест лежащие углы равны.

Установить, истинно или ложно каждое из сформулированных суждений.

№11. Сформулировать следующему суждению обратное и противоположное: «Если число делиться на 6, то оно делится на 3».

Решение.

Обратное: «Если число делится на 3, то оно делится на 6».

Противоположное: «Если число не делится на 6, то оно не делится на 3».

Тема 6: *Предикаты и операции над ними.*

Предикат – это предложение, похожее на высказывание, но всё же им не являющееся: о нём нельзя судить истинно оно или ложно.

Для простоты будем рассматривать только одноместные предикаты.

Опр.: Одноместным предикатом, определённым на множестве M называется предложение, содержащее переменную x, превращающееся в высказывание при подстановке вместо этой переменной любой конкретный элемент их множества M.

Обозначается: $A(x)$.

Примеры:

1) «Река x впадает в озеро Байкал» - одноместный предикат, определённый над множеством всех названий рек.
   ($A(x) \equiv \{$река x впадает в озеро Байкал$\}$ – истина,
   $B(x) \equiv \{$река x не впадает в озеро Байкал$\}$ – ложь).
2) $A(x) \equiv \{x^2 = 9\}$ – одноместный предикат ($A(x)$ истинно при $x = 3$ и $x = -3$ и ложно при других значениях x).
3) $B(x) \equiv \{x < 7\}$ – одноместны предикат (B(x) является истинным, например, при $x = 5$ и ложным при $x = 8$).

Классификации предикатов:

1) *Тождественно истинные* – это те, которые при любой подстановке вместо переменных любых конкретных элементов из соответствующих множеств превращается в истинное высказывание.
2) *Тождественно ложное* – это те, которые при любой подстановке вместо переменных любых конкретных элементов из соответствующих множеств превращается в ложное высказывание.
3) *Выполнимые (опровержимые)* – это те, для которых существует по меньшей мере один набор конкретных элементов из соответствующих мно-

жеств, при подстановке которых вместо соответствующих переменных в предикат он превращается в истинное (ложное) высказывание.

Пример:

«Город x расположен на берегу реки Волга» - одноместный предикат, определённый на множестве городов – он выполнимый, т.к. существуют города, которые находятся на берегу реки Волга. Также этот предикат опровержим (Москва). Но он не является ни тождественно истинным, ни тождественно ложным.

Логические операции над предикатами:

1) *Отрицанием предиката* $A(x)$,заданного на множестве M,называется новый предикат $\rceil A(x)$, который определён на множестве M и обращается в истинное высказывание для тех и только тех элементов множества M, для которых $A(x)$ – ложное высказывание.
2) *Конъюнкцией предикатов* $A(x)$ и $B(x)$ (обозначается $A(x)\&B(x)$) называется предикат, обращающийся в истинное высказывание для тех и только тех элементов множества M, для которых оба предиката $A(x)$ и $B(x)$ являются истинными высказываниями.
3) *Дизъюнкцией предикатов* $A(x)$ и $B(x)$ (обозначается $A(x)\vee B(x)$) называется предикат, обращающийся в ложное высказывание для тех и только тех элементов множества M, для которых оба предиката $A(x)$ и $B(x)$ являются ложными высказываниями.
4) *Импликацией предикатов* $A(x)$ и $B(x)$ (обозначается $A(x) \supset B(x)$) называется предикат, обращающийся в ложное высказывание для тех и только тех элементов множества M, для которых $A(x)$ – истинное, а $B(x)$ - ложное высказывание.

№1. На множестве M, состоящем из чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, задан предикат

$$A(x) \equiv \{x - \text{нечётное число}\}.$$

Выяснить, какие из высказываний $A(1), A(2), A(3), A(4), A(5)$, $A(6), A(7)$ являются истинными, а какие ложными.

№2. На множестве всевозможных четырёхугольников с вершинами M, N, K, P рассмотрим следующие два предиката:

$$A(x) \equiv \{MN||KP\},$$

$$B(x) \equiv \{MP||NK\}.$$

Что означает высказывание $A(x) \vee B(x)$?

Решение. Предикат $A(x) \vee B(x)$ означает, что стороны хотя бы из одной пары противоположных сторон четырёхугольника параллельны друг другу, т.е. этот предикат эквивалентен следующему:

$$C(x) \equiv \{\text{четырёхугольник } x - \text{трапеция или параллелограмм}\}.$$

Упражнения для самостоятельной работы:

№3. Рассмотрим следующие предикаты, заданные на множестве **N** всех натуральных чисел:

$$A(x) \equiv \{x - \text{составное число}\},$$

$$B(x) \equiv \{x - \text{ нечётное число}\}.$$

Найти множество истинности предиката $A(x) \vee B(x)$.

Решение.

$A(x) \vee B(x)$ – предикат.

1. Если a – чётное число и $a > 2$, то высказывание $A(a) \vee B(a)$ истинно, т.к. a – составное число и, значит, $A(a)$ истинно.
2. Если а – нечётное число, то высказывание $A(a) \vee B(a)$ истинно.

Высказывание $A(2) \vee B(2)$ ложно, так как 2 не является ни составным, ни нечётным числом. Итак, высказывание $A(x) \vee B(x)$ истинно при $x \neq 2$ и ложно при $x = 2$, т.е. оно эквивалентно высказыванию:

$$C(x) \equiv \{x \neq 2\}.$$

№4. Пусть $A(x)$ и $B(x)$ – предикаты, указанные в №2. Что означает предикат $A(x)\&B(x)$?

Решение. Предикат $A(x)\&B(x)$ означает, что противоположные стороны четырёхугольника X попарно параллельны, т.е. этот предикат эквивалентен следующему:

$$D(x) \equiv \{\text{четырёхугольник } X - \text{параллелограмм}\}.$$

Тема 7: *Кванторы. Построение отрицаний высказываний, содержащих кванторы.*

Запись многих высказываний в логике осуществляется с помощью специальных знаков. К этим знакам относятся кванторы: $\forall$ - общности («для всех», «всякий», «любой», «каждый») и $\exists$ - существования («существует», «найдётся», «хотя бы один»).

Кванторные операции над предикатами:

1. Квантор общности ($\forall$).

Опр.: Операцией связывания квантором общности называется правило, по которому каждому одноместному предикату $A(x)$, определённого на M, сопоставляется высказывание, обозначающееся $(\forall x)\big(A(x)\big)$ (читается: для всякого x $A(x)$ [истинное высказывание]), которое истинно в том и только том случае, когда $A(x)$ – тождественно истинен.

Если $A(x)$ – тождественно истинный, то $\forall x A(x)$ – истина.

Если $A(x)$ – не тождественно истинный (опровержимый), то $\forall x A(x)$ – ложь.

Примеры: предикаты определены на мн-ве N.

1) "$1 \leq x$" – тождественно истинный предикат → высказывание $((\forall x)(1 \leq x))$ истина. «Любое натуральное число больше или равно 1».
2) "x делит 30" – опровержимый предикат → высказывание $\big((\forall x)(x \text{ делит } 30)\big)$ ложь. «Любое натуральное число делит 30».

2. Квантор существования (∃).

Опр.: Операцией связывания квантором существования называется правило, по которому каждому одноместному предикату $A(x)$, определённому на множестве M, сопоставляется высказывание, обозначаемое $(\exists x)\big(A(x)\big)$ (читается: существует x такое, что $A(x)$), которое ложно в том и только том случае, когда $A(x)$ – тождественно ложен.

Если $A(x)$ – тождественно ложный, то $\exists x A(x)$ – ложь.

Если $A(x)$ – выполнимый, то $\exists x A(x)$ – истина.

Примеры:

1) "x=x+1" на мн-ве N– тождественно ложное → $\big((\exists x)(x = x + 1)\big)$ → ложь. «Существует натуральное число, равное себе плюс 1».
2) "x делит 30" на мн-ве N – выполнимый → $\big((\exists x)(x \text{ делит } 30)\big)$ → истина. « Существует натуральное число, делящее число 30».

Правила построения отрицаний для высказываний, содержащих кванторы:

$A(x)$ определен на мн-ве M.

1. Отрицание высказывания $\forall x A(x)$ можно образовать двумя способами:

1) можно поставить знак отрицания над всем высказыванием:

$$\rceil\big(\forall x A(x)\big);$$

2) можно записать отрицание высказывания $\forall x A(x)$ в виде

$$\exists x \rceil\big(A(x)\big),$$

т.е. заменить знак $\forall$ на знак $\exists$, а предикат $A(x)$ – на его отрицание $\rceil A$. Это означает, что в множестве M найдётся элемент x, для которого не выполняется $A(x)$.

2. Отрицание высказывания $\exists x A(x)$ также можно образовать двумя способами:

1) можно поставить знак отрицания над всем высказыванием:

$$\rceil(\exists x A(x));$$

2) можно записать отрицание в виде

$$\forall x \rceil(A(x)),$$

т.е. заменить знак $\exists$ на знак $\forall$, а предикат $A(x)$ – на его отрицание.

<u>**№1.**</u> Даны формулы логики предикатов

1. $\forall x A(x)$;
2. $\rceil\forall x A(x)$;
3. $\forall x \rceil A(x)$;
4. $\exists x A(x)$;
5. $\rceil\exists x A(x)$;
6. $\exists x \rceil A(x)$.

Даны интерпретации предикатного символа A(x)

I. «х есть студент»
II. «х – исправный блок компьютера»
III. «х – чётное число»
IV. «х молод»

Перевести на русский язык формулы в интерпретациях. При этом связные переменные не должны присутствовать в переводе.

<u>*Решение.*</u>

1-II. Все блоки компьютера исправны.

2-IV. Не все молоды.

3-I. Никто не является студентом.

4-II. Какой-то блок компьютера исправен. (Какие-то блоки компьютера исправны).

5-III. Никакое число не является чётным.

6-IV. Кто-то немолод (некоторые немолоды).

№2. Пусть $A(\Delta) \equiv \left\{\text{в треугольнике } ABC \text{ угол } B = \frac{\pi}{6}\right\}$. $A(\Delta)$ - предикат, заданный на множестве M всех треугольников Δ, вершины которых мы обозначали буквами A, B, C. Сформулировать утверждения $\forall\Delta\, A(\Delta)$ и $\exists\Delta\, A(\Delta)$.

Решение.

1) $\forall\Delta\, A(\Delta) \equiv \left\{\text{во всяком треугольнике } ABC \text{ угол } B = \frac{\pi}{6}\right\}$ – ложное высказывание;
2) $\exists\Delta\, A(\Delta) \equiv \left\{\text{существует треугольник } \Delta, \text{в котором угол } B = \frac{\pi}{6}\right\}$ – истинное высказывание.

№3. Рассмотрим три предиката, заданные на множестве **R**:

$A(x) \equiv \{x - \ \text{целое число}\}$,

$B(x) \equiv \{x^2 - 3x - \text{целое число}\}$,

$C(x) \equiv \left\{x + \dfrac{1}{x} - \text{целое положительное число}\right\}$.

Найти все значения x, при которых одно и только одно из этих предикатов является ложным.

№4. Пусть $A(n) \equiv \{\text{число } n^2 + n + 41 \text{ простое}\} -$ предикат, заданный на множестве **N** натуральных чисел. Установить, истинно или ложно высказывание $\forall n\, A(n)$.

Решение.

Можно показать, что $A(n) -$ простое число для всех $n \epsilon N$ таких, что $n < 40$. Если $n = 40$, то $A(n) = 41^2 -$ составное число. Следовательно, высказывание $\forall n\, A(n)$ ложно.

<u>Упражнения для самостоятельной работы:</u>

<u>№5.</u> На множестве M задан предикат $A(x)$ и следующие суждения:

1) предикат истинен *для всех* элементов множества M;
2) предикат $A(x)$ истинен хотя бы для одного элемента из множества M, т.е. существует элемент $x \epsilon M$ такой, что $A(x)$ - истинное высказывание.

Сформировать данные высказывания с помощью знаков $\forall$ и $\exists$.

<u>Решение.</u>

1) $\forall x\, A(x)$;.
2) $\exists x\, A(x)$.

<u>№6.</u> Пусть $A(p) \equiv \{p - \text{нечётное число}\} -$ предикат, заданный на множестве M всех простых чисел. Сформулировать утверждения $\forall p\, A(p)$ и $\exists p\, A(p)$.

<u>Решение.</u>

1) $\forall p\, A(p) \equiv \{\text{каждое простое число } p \ - \text{нечётное}\}$ – ложное высказывание (т.к. число 2 является простым и чётным);
2) $\exists p\, A(p) \equiv \{\text{существует простое число } p_0, \text{являющееся нечётным}\}$ – истинное высказывание.

<u>№7.</u> Сформулировать отрицания высказываний $\forall p\, A(p)$ и $\exists p\, A(p)$, указанных в №5.

<u>Решение.</u>

1) Отрицание первого из двух утверждений можно получить двумя способами:

$$\rceil(\forall p\ A(p)) \equiv \{\text{не каждое простое число является нечётным}\} \equiv$$
$$\equiv \{\text{существует (найдётся) простое число, которое является чётным}\}.$$

2) Аналогично

$$\rceil(\exists p\ A(p)) \equiv \{\text{не существует простого нечётного числа}\} \equiv$$
$$\equiv \{\text{все простые числа являются чётными}\}.$$

Тема 8: *Контрольная работа по курсу «Логика для школьников».*

На занятии учащиеся выполняют итоговую контрольную работу по вариантам.

Итоговая контрольная работа:

Вариант I.

№1.

Даны два высказывания:

$A \equiv \{\text{число } 3 - \text{делитель } 123\}$,

$B \equiv \{27 - \text{простое число}\}$.

Выяснить, какие из высказываний $\rceil A, \rceil B, A \vee B, A \& B, A \sim B, A \supset B$ являются истинными, а какие ложными.

№2.

Докажите закон дистрибутивности: $A \& (B \vee C) \sim (A \& B) \vee (A \& C)$.

№3.

Заменить многоточие словами «необходимо», «достаточно» или «необходимо и достаточно» таким образом, чтобы полученное суждение было истинным:

a) для того чтобы сумма двух натуральных чисел делилась на 2, …, чтобы эти числа были чётными;
b) для того чтобы число делилось на 9, …, чтобы сумма его цифр делилась на 9;
c) для того чтобы числа x_1 и x_2 были корнями уравнения $x^2 + px + q = 0$, …, чтобы $x_1 * x_2 = q$.

№4.

Выделить условие и заключение суждения:

1) Если две прямые параллельны третьей, то они параллельны.
2) Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

№5.

Сформулировать суждение, обратное следующему:

«Если две параллельные прямые пересечены третьей, то образовавшиеся накрест лежащие углы равны».

Установить, истинно сформулированное суждение или ложно.

<u>Вариант II.</u>

№1.

Даны два высказывания:

$A \equiv \{\text{число } 4 - \text{делитель } 150\}$,

$B \equiv \{17 - \text{простое число}\}$.

Выяснить, какие из высказываний $\rceil A, \rceil B, A \vee B, A \& B, A \sim B, A \supset B$ являются истинными, а какие ложными.

№2.

Докажите закон дистрибутивности: $A \vee (B \& C) \sim (A \vee B) \& (A \vee C)$.

№3.

Заменить многоточие словами «необходимо», «достаточно» или «необходимо и достаточно» таким образом, чтобы полученное суждение было истинным:

a) для того чтобы сумма двух натуральных чисел делилась на 2, …, чтобы эти числа были чётными;

b) для того чтобы число делилось на 9, …, чтобы сумма его цифр делилась на 9;

c) для того чтобы числа x_1 и x_2 были корнями уравнения $x^2+px+q=0$, …, чтобы $x_1 * x_2 = q$.

№4.

Выделить условие и заключение суждения:

1) Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.
2) Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трёх его измерений.

№5.

Сформулировать суждение, обратное следующему:

«Если треугольник прямоуголен, то у него нет тупых углов».

Установить, истинно сформулированное суждение или ложно.

Тема 9: *Разбор результатов к/р и подведение итогов курса.*

На занятии учитель и учащиеся разбирают ошибки проверенной контрольной работы. Подводятся итоги изучения курса.

2.3. Результаты экспериментальной проверки

Апробация курса по выбору «Логика для школьников» проходила в 10 классе МОУ «Миасская СОШ №1». В связи с нехваткой учебного времени, мною по курсу «Логика для школьников» было проведено только одно занятие, которое я посвятила теме «Понятие. Виды понятий. Отношения между понятиями. Обобщение и ограничение».

Чтобы проверить результативность курса, в начале и в конце занятия были заданы следующие вопросы:

1) Что такое понятие в логике?
2) Какие виды понятий вам известны?
3) Какие отношения между понятиями вам известны?
4) Что значит обобщить понятие?
5) Что значит ограничить понятие?

Итоги ответа на вопросы представлены в таблице, где:

«+» - учащиеся чётко дали ответ на вопрос.

«-» - учащиеся не дали ответ на вопрос.

«±» - учащиеся дали не полный ответ на вопрос.

Вопросы	1)	2)	3)	4)	5)
Начало урока	-	-	±	±	±
Конец урока	+	+	+	+	+

Исходя из приведенных в таблице данных, можно сделать вывод, что проведённое занятие помогло учащимся усвоить и закрепить с помощью разбора примеров основной материал этой темы. Таким образом, занятия этого курса способствуют расширению кругозора и развитию логическое мышление.

Заключение

Настоящая работа посвящена разработке курса по выбору «Логика для школьников», способствующего эффективности обучения и подготовки старшеклассников в соответствии с их профессиональными интересами и намерениями в отношении продолжения образования. При написании работы были проанализированы учебники по математике 10 классов и 9 класса на предмет наличия в них материала, посвященного логике, а именно сведений теоретического и исторического характера, а также задач по данной теме.

В квалификационной работе представлена разработка факультатива «Логика для школьников» для учащихся 10 классов естественно-математического профиля обучения.

При создании факультатива были изучены основные элементы теории логики высказываний, методические особенности составления факультатива. Разработан конспект урока, в котором разбираются обратные и противоположные теоремы.

Цель и задачи исследования достигнуты.

В ходе практической деятельности была подтверждена гипотеза, выдвинутая перед началом исследования: проведение курсов по выбору «Логика для школьников» будет способствовать эффективности обучения старшеклассников в соответствии с их профессиональными интересами и намерениями в отношении продолжения образования.

Анализируя опыт, можно прийти к выводу, что изучение темы «Логика для школьников способствует:

- ✓ формированию логического мышления учащихся;
- ✓ формированию понимания учащихся о взаимосвязи школьных предметов;
- ✓ повышению конкурентоспособными учащихся в плане поступления в выбранные ими вузы.

Список литературы

1. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профил. уровни / [Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова, М.И. Шабунин]; под ред. А.Б. Жижченко, - 4-е изд. – М.: Просвещение, 2011.
2. Возрастная психология: Учебник для бакалавров / Л.Ф. Обухова. - М.: Юрайт, 2013.
3. Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.. – 22-е изд. – М.: Просвещение, 2013.
4. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов: учеб.пособие для студентов высш.учеб.заведений / В.И. Игошин. – 3-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2007.
5. Информатика. Базовый уровень: учебник для 10 класса / И.Г. Семакин, Е.К. Хеннер, Т.Ю. Шеина. – 4-е изд. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015.
6. Как выбрать профиль обучения: Родительское собрание / И.С. Артюхова, - 2005 - №6.
7. Логика. Методическое пособие / М.М. Кипнис. – Челябинск, 1998.
8. Логика. Учебно-методическое пособие для студентов гуманитарных факультетов / В.Н. Гуляихин, О.Н. Васильев. - Волгоград: Изд-во ВолГУ, 2003.
9. Логика: Учебник для студентов юридических вузов и факультетов / Е.А. Иванов. – М.: Волтерс Клувер, 2007.
10. Логика: учебник для юридических вузов / В.И. Кириллов, А.А. Старченко. – 6-е изд. – М.: Проспект, 2008.

11. Математика. Алгебра. Начала математического анализа. Профильный уровень: учебник для 10 класса / М.И. Шабунин, А.А. Прокофьев. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007.
12. Математическая логика / М.М. Кипнис. - Челябинск, 2006.
13. Математическая логика и теория алгоритмов : учеб.пособие для студ. высш. учеб. заведений / В. И. Игошин. — 2-е изд., стер. — М.: Издательский центр «Академия», 2008.
14. Отчаянная педагогика: организация работы с подростками / В.А. Еремин. - М.: Владос, 2014.
15. Педагогика школы: новый стандарт / В.В. Воронов. - М.: ПО России, 2012.
16. Педагогика. Теория и технология воспитания / И.П. Подласый. – 2-е изд., испр.и доп. – М: ВЛАДОС, 2007.
17. Педагогика: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В.А. Сластенин, И.Ф. Исаев, Е.Н. Шиянов. – М.: Академия, 2009.
18. Психология и педагогика (для бакалавров) / Э.А. Киреева. - М.: КноРус, 2012.
19. Психология и педагогика: Учебное пособие для вузов / А. А. Радугин. — М.. Центр,2002.
20. Психология развития и возрастная психология: Учебник для бакалавров / И.В. Шаповаленко. – М.: Юрайт, 2013.
21. Социальная педагогика: учебник для студ.учреждений высш.проф.образования / А.В. Мудрик. – 8-е изд., испр.и доп. – М.: Издательский центр «Академия», 2013.
22. Социальная педагогика: Учебное пособие / А.В. Иванов, С.В. Алиева . - М.: Дашков и К, 2013.
23. Упражнения по логике: учеб. пособие / под ред. В. И. Кириллова -6-е изд., перераб. и доп. - М-: Проспект, 2008.

Приложение

Конспект урока по теме:
«*Необходимое и достаточное условие. Обратные и противоположные суждения*».

Цели:

Образовательные:

- познакомить с понятиями «необходимое условие», «достаточное условие», «необходимое и достаточное условие», закрепить навык их определения;
- познакомить учащихся с понятиями «обратное суждение», «противоположное суждение»;
- отработать навыки формулировки обратных и противоположных суждений.

Развивающие:

- развивать логическое мышление учащихся, способность к рассуждению, внимательность.

Воспитательные:

- воспитывать культуру общения на уроке, взаимоуважение.

В результате обучения данной единицы усвоения ученик должен:

- <u>знать:</u>
  - понятия необходимое и достаточное условия;
  - понятие обратных и противоположных друг другу суждений, а также, какое из них называется прямым, а какое обратным;
- <u>понимать:</u>
  - что является условием суждения, а что заключением;

- в чём отличие прямого суждения от обратного, прямого от противоположного, прямого и обратного противоположному.

- уметь:
  - выделять необходимое и достаточное условия суждения;
  - формулировать суждение обратное данному (противоположное данному) и проверять истинно оно или ложно.

Структура урока:

1. Организационный момент. Вступительное слово учителя. (3мин.)
2. Повторение теоретического материала. (3мин.)
3. Ознакомление учащихся с новым материалом. (10мин.)
4. Выполнение упражнений. (25 мин.)
5. Подведение итогов занятия.(4мин.)

Оборудование: доска, мел.

Ход занятия

1. Организационный момент. Вступительное слово учителя (3 мин.)

– Сегодня у нас занятие по теме «Необходимое и достаточное условие. Обратные и противоположные суждения». На этом занятии мы познакомимся с такими понятиями, как: «необходимое условие», «достаточное условие», «необходимое и достаточное условие», «обратное суждение», «противоположное суждение».

Цель данного занятия – научиться выделять необходимые и достаточные условия в истинных суждениях, а также научиться составлять обратное, противоположное суждение и выявлять истинно оно или ложно.

А если вы узнаете и запомните новую информацию, не относящуюся к математике, то занятие будет вдвойне полезным! Итак, начнем с повторения основного теоретического материала.

2. Повторение теоретического материала (3 мин.)

Повторить: условное суждение; что называется условием и заключением суждения.

3. Ознакомление учащихся с новым материалом (10 мин.)

Опр.: Рассмотрим суждение $A \supset B$. Условие A называют *достаточным условием* для заключения B, а заключение B называют *необходимым условием* для A.

Опр.: Если верно не только суждение $A \supset B$, но и ему обратное $B \supset A$, то A является необходимым и достаточным условием для B, а B является *необходимым и достаточным условием* для A.

$$\boxed{(A \supset B) \begin{array}{l} \nearrow A \text{ достаточно для } B \text{ (для } B \text{ достаточно } A) \\ \searrow B \text{ необходимо для } A \text{ (для } A \text{ необходимо } B) \end{array}}$$

Опр.: Суждения $A \supset B$ и $B \supset A$ называют взаимно обратными суждениями.

Из этого определения ясно, что если в формулировке поменять местами условие и заключение, то получится формулировка обратного суждения.

Н-р, для теоремы Пифагора «В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов» обратной будет теорема, в которой поменяются местами условие и заключение: «Если сумма квадратов меньших сторон треугольников равна квадрату большей стороны, то этот треугольник прямоугольный».

Опр.: Суждения $A \supset B$ и $\rceil A \supset \rceil B$ называются взаимно противоположными.

Н-р, для теоремы «Сумма внутренних углов треугольника равна 180^0» противоположной будет теорема, в которой вместо условия и заключения будут сформулированы их отрицания: «У многоугольника, не являющегося треугольником, сумма внутренних углов отлична от 180^0». Обе эти теоремы верны.

Кратко:

1) Прямое суждение: $A \supset B$;
2) Обратное суждение: $B \supset A$;
3) Противоположное суждение: $\rceil A \supset \rceil B$;
4) Обратное противоположному суждение: $\rceil B \supset \rceil A \sim A \supset B$.

Замечание: Обратное и противоположное суждения не обязательно эквивалентны прямому, но они всегда эквивалентны между собой по истинности (закон контрапозиции).

4. Выполнение упражнений (25 мин.)

Теперь перейдем к практике. Будем работать не только с математическими теоремами, но и с различными утверждениями.

№1. Сформулировать суждение в терминах необходимых и достаточных условий: «Если углы вертикальны, то они равны».

Решение.

1) Для того чтобы углы были равны достаточно чтобы они были вертикальны.
2) Для того чтобы углы были вертикальны необходимо чтобы они были равны.

№2. Выделить условие и заключение суждения:

a) если сумма цифр числа делится на 3, то и само число делится на 3;
b) каждый член арифметической прогрессии (начиная со второго) равен полу сумме соседних с ним членов.

Сформулировать суждение, обратное данному.

№3. Рассмотрим суждения

$A \equiv \{\text{натуральное число делится на 4}\}$,

$B \equiv \{\text{последняя цифра числа чётна}\}$.

Выяснить, верны ли суждения $A \supset B$ и $B \supset A$.

Решение.

Суждение $A \supset B$ верно, так как В – необходимое условие для A (для делимости числа на 4 необходимо, чтобы его последняя цифра была чётной); то же суждение $A \supset B$ означает, что A – достаточное условие для B (для чётности числа достаточно, чтобы оно делилось на 4).

В данном случае достаточное условие A содержит больше требований, чем нужно для справедливости высказывания B (например, 42 не делится на 4, хотя его последняя цифра – чётная).

Суждение $B \supset A$ неверно (из чётности последней цифры числа не следует, что это число делится на 4).

№4. Рассмотрим суждения

$A \equiv \{\text{четырёхугольник является ромбом}\}$,

$B \equiv \{\text{диагонали четырёхугольника взаимно перпендикулярны}\}$.

Выяснить, верны ли суждения:

1) $A \supset B$,

2) $B \supset A$.

Решение.

Суждение 1 можно сформулировать так: «если четырёхугольник является ромбом, то его диагонали взаимно перпендикулярны». Это суждение верно.

Суждение 2 формулируется так: «если диагонали четырёхугольника (любого) взаимно перпендикулярны, то он является ромбом». Это суждение неверно.

№5. Выяснить, какие из приведённых ниже суждений верны, а какие из них являются по отношению друг к другу обратными, противоположными.

1) Если каждое из слагаемых делится на 11, то и сумма делится на 11.
2) Если ни одно из слагаемых не делится на 11, то и сумма не делится на 11.
3) Если сумма делится на 11, то и каждое из слагаемых делится на 11.
4) Если хотя бы одно из слагаемых делится на 11, то и сумма делится на 11.
5) Если сумма не делится на 11, то хотя бы одно из слагаемых не делится на 11.
6) Если сумма не делится на 11, то ни одно из слагаемых не делится на 11.

№6. Рассмотрим суждения:

$A \equiv \{$каждое натуральное число a, b делится на 3$\}$,

$B \equiv \{$сумма $a + b$ делится на 3$\}$.

Выяснить, верны ли суждения $A \supset B$ и $B \supset A$.

Решение. Здесь заключение $A \supset B$ справедливо, т.е. A есть достаточное условие для B, а B есть необходимое условие для A. Иными словами,

для делимости суммы $a + b$ на 3 достаточно, чтобы каждое из слагаемых a, b делилось на 3;

для того чтобы каждое из слагаемых делилось на 3, необходимо, чтобы сумма делилась на 3.

Суждение $B \supset A$ неверно: из делимости суммы $a + b$ на 3 не следует, что каждое из чисел a, b делится на 3 (сумма чисел 4 и 5 делится на 3, а каждое из чисел 4 и 5 не делится на 3).

№7. Пусть на множестве M всех многоугольников заданы суждения

$A \equiv \{$многоугольник является четырёхугольником$\}$,

$B \equiv \{$сумма внутренних углов многоугольника равна $2\pi\}$.

Рассмотреть суждение $A \supset B$. Сформулировать противоположное суждение.

Решение.

Суждение $A \supset B$: «Если многоугольник является четырёхугольником, то сумма его внутренних углов равна 2π». Это суждение верно.

Противоположное суждение: $\rceil A \supset \rceil B$. Его можно сформулировать так: «Если многоугольник не является четырёхугольником, то сумма его внутренних углов не равна 2π». Это суждение верно.

Упражнения для самостоятельной работы:

№8. Заменить многоточие словами «необходимо», «достаточно» или «необходимо и достаточно» таким образом, чтобы полученное суждение было истинным:

a) чтобы хорошо ответить на уроке, … прийти в школу;
b) для того чтобы сумма двух натуральных чисел делилась на 2, …, чтобы эти числа были чётными;
c) для того чтобы число делилось на 9, …, чтобы сумма его цифр делилась на 9;
d) для того чтобы числа x_1 и x_2 были корнями уравнения $x^2 + px + q = 0$, …, чтобы $x_1 * x_2 = q$.

№9. Рассмотрим два суждения:

$A \equiv \{$число x равно $0\}$,

$B \equiv \{$произведение xy равно $0\}$.

Выяснить, верны ли суждения $A \supset B$ и $B \supset A$. Сформулировать соответствующие суждения, используя термины «необходимо», «достаточно».

№10. Сформулировать суждение, обратное данному:

1) сумма противоположных углов четырёхугольника, вписанного в окружность, равна 180^0;
2) если две параллельные прямые пересечены третьей, то образовавшиеся накрест лежащие углы равны.

Установить, истинно или ложно каждое из сформулированных суждений.

№11. Сформулировать следующему суждению обратное и противоположное: «Если число делиться на 6, то оно делится на 3».

Решение.

Обратное: «Если число делится на 3, то оно делится на 6».

Противоположное: «Если число не делится на 6, то оно не делится на 3».

5. Подведения итогов занятия (4 мин.)

- Молодцы, ребята, на занятии вы работали хорошо и усвоили новый материал. Оставшиеся задания, которые не успели сделать, нужно будет сделать дома.