МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Методика обучения решению текстовых задач в основной школе

Выпускная квалификационная работа
по направлению 44.03.05 Педагогическое образование

Направленность программы бакалавриата
«Математика. Экономика»

Выполнила:
Студентка группы ОФ-513/086-5-1
Пискунова Елена Сергеевна

Проверка на объем заимствований:
51,6 % авторского текста

Работа рекомендована к защите
рекомендована/не рекомендована

« 4 » апреля 2017 г.
зав. кафедрой математики и
методики обучения математике
Суховиенко Е.А.

Научный руководитель:
доцент, кандидат педагогических наук.
Эрентраут Елена Николаевна

Челябинск
2017 год

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Методика обучения решению текстовых задач в основной школе

Выпускная квалификационная работа
по направлению 44.03.05 Педагогическое образование

Направленность программы бакалавриата
«Математика. Экономика»

Выполнила:
Студентка группы ОФ-513/086-5-1
Пискунова Елена Сергеевна

Проверка на объем заимствований:
___________% авторского текста

Работа _______________ к защите
рекомендована/не рекомендована

« ___ » ___________ 20__ г.
зав. кафедрой математики и
методики обучения математике
_____________ Суховиенко Е.А.

Научный руководитель:
доцент, кандидат педагогических наук.
Эрентраут Елена Николаевна

Челябинск
2017 год

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Одним из вопросов методики преподавания математики является вопрос формирования у учащихся умений и навыков решения текстовых задач.

Задачи позволяют применять знания, полученные при изучении математики, при решении вопросов, которые появляются в течении жизни человека. Задачи являются основой для ознакомления учащихся с новыми понятиями, для развития логического мышления, формирования межпредметных связей. Этапы решения задач являются формами развития мыслительной деятельности.

В процессе решения задач возникают серьезные трудности, с которыми сталкиваются учащиеся.

Первая трудность состоит в математизации предложенного текста, т.е. в составлении математической модели, которая может быть уравнением, неравенством или их системой, диаграммой, графиком, таблицей и т.д.

Для того, чтобы перевести содержание задачи на математический язык, учащемуся необходимо тщательно изучить и правильно истолковать его, формализовать вопрос задачи, выразив искомые величины через известные величины и введенные переменные.

Вторая трудность — составление уравнений и неравенств, связывающих данные величины и переменные.

Третья трудность — это решение полученной системы уравнений или неравенств желательно наиболее рациональным способом.

Учитывая все выше сказанное, можно считать тему «Методика обучения решению текстовых задач в основной школе» актуальной на сегодняшний день.

Цель работы: разработать методику обучения решению текстовых задач в основной школе, рассмотреть практические задания.

Объект исследования: процесс обучения решению текстовых задач в основной школе.

Предмет исследования: методика обучения решению текстовых задач в основной школе.

Гипотеза: если использовать разработанную методику обучения решению текстовых задач в основной школе, то уровень умений и навыков учащихся повысится, что в дальнейшем будет способствовать хорошей подготовкой к ОГЭ

Задачи работы:

1. Изучить литературу по теме: методика обучения решению текстовых задач в школе.
2. Рассмотреть основные понятия по теме: методика обучения решению текстовых задач в школе.
3. Изучить на практике методику обучения решению текстовых задач в основной школе.
4. Разработать факультатив по теме: «Решение текстовых задач»

ГЛАВА 1. МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

1.1 Понятие «текстовая задача», виды и способы решения текстовых задач.

Основной целью решения текстовой задачи является не получение решения задачи, не получение результата решения, а само решение как метод, как процесс, как совокупность логических шагов, приводящих к получению ответа. Большой обучающий эффект дает решение текстовой задачи разными способами, а также составление новых задач как констатация факта полного овладения методом решения не только этой задачи, но и класса таких задач.

Текстовая задача есть описание на естественном языке некоторого явления (ситуации, процесса) с требованием дать количественную характеристику какого-либо явления, установить наличие или отсутствие некоторого отношения между компонентами или определить вид этого отношения.

Решение задач – это большая умственная работа. Для того, чтобы научиться такой работе, нужно предварительно хорошо изучить материал, над которым придется работать.

Значит, для того чтобы научиться решать задачи, нужно разобраться в том, что собой они представляют, как устроены, из каких частей состоят.

Можно сказать, что для большинства школьников текстовые задачи - трудный для изучения материал.

Любая задача состоит из двух частей: условия и вопроса.

Вопрос задачи – это то, что требуется найти.

Роль текстовых задач в процессе обучения математике многообразна, и она сводится лавным образом к следующим функциям:

- служат усвоению математических понятий и отношений между ними;
- обеспечивают усвоение учащимися специфических понятий, входящих в предметную область задач;
- повышают вычислительные навыки учащихся;
- учат школьников применению такого метода познания действительности, как моделирование;
- развивают у учащихся способность анализировать, рассуждать, обосновывать;
- развивают логическое мышление у учащихся;
- развивают познавательные способности учащихся через усвоение способов решения задач;
- прививают и укрепляют интерес школьников к математике.

Существуют различные виды текстовых задач. Умение их различать помогает правильно сориентироваться в выборе более эффективного способа ее решения. Чаще всего встречаются:

- задачи на движение (встречное движение, движение в одном направлении, движение по реке и др);
- задачи на работу;
- задачи на смеси, сплавы, концентрацию;
- задачи на проценты.

Рассмотрим классификацию текстовых задач по способу решения:

- арифметический способ (решение текстовой задачи с помощью чисел и знаков арифметических действий сложения, вычитания, умножения и деления, т. е. с помощью нескольких действий над числами, связанными между собой);

- алгебраический способ (решение с помощью введения переменных и составления соответствующего уравнения или неравенства, или системы уравнений или неравенств);
- геометрический способ (решение задачи путем построения геометрических фигур и использования их свойств);
- графический способ (решение текстовой задачи с помощью графиков в прямоугольной системе координат);
- схематический способ (решение задачи с помощью схем).

Эта классификация условна, так как одна и та же задача может быть решена различными способами.

Через решение задач учащиеся приобретают новые математические знания, готовятся к практической деятельности. Задачи оказывают положительное влияние на умственное развитие школьников, так как они требуют выполнения умственных операций: анализа и синтеза, сравнения и обобщения.

Очень важно, чтобы учитель, понимал роль задачи и ее место в обучении и воспитании ученика, подходил к подбору задачи и выбору способов решения обоснованно и четко, знал, что должна дать ученику работа при решении данной задачи.

Так же решение задач формирует у школьников практические умения, необходимые каждому человеку в повседневной жизни.

1.2 Постановка текстовых задач как один из способов повышения интереса учащихся к математике

Одним из способов повышения интереса к математике у учащихся является усиление практической направленности преподавания, предусмотренное реформой общеобразовательной и профессиональной школы. Наблюдающееся в последнее время общая тенденция снижения интереса к учению ставит перед школьным преподаванием серьезные проблемы. Учителя, методисты, занимающиеся прикладными аспектами школьного курса математики, отмечают несомненную тягу учащихся к задачам практического содержания. В.Г Болтянский писал, что " задачи прикладного характера имеют в общеобразовательной школе важное значение, прежде всего для воспитания интереса к математике. На примере хорошо составленных задач прикладного содержания учащиеся будут убеждаться в значении математики для различных сфер человеческой деятельности, в ее пользе и необходимости для практической работы, увидят широту возможных приложений математики, поймут ее роль в современной культуре».

Характерная черта большинства задач, приводимых в школьных учебниках математики - это очевидная условность, и от учащихся требуется достаточно высокий уровень мышления, чтобы осознать, что эти задачи- всего лишь слепки с реальных практических проблем, чисто тренировочный материал, без построения которого подлинные проблемы, возникающие в практической деятельности людей, решать невозможно. Кроме того, школьные текстовые задачи в подавляющем большинстве описывают в некотором смысле законченные, однозначно определённые ситуации, чем еще больше удалены от реальности, где даже фиксированная проблемная ситуация требует работы по ее формализации.

В результате существующая система задач представляется, с точки зрения учащегося, оторванной от жизни, а в дидактическом плане не выполняет важнейшие задачи - реализации прикладной направленности преподавания: отсутствует реальная, постановка проблемы, этап построения модели не только упрощен, а фактически искажен вследствие чрезмерной фиксированности задачной ситуации. Поэтому систему задач, рассматриваемых в школьном курсе математики, следует оптимизировать в направлении, в большей степени учитывающем общий уровень мышления и психологию подростка. В этой связи авторам представляется перспективной работа с учащимися по постепенному приближению обычных школьных задач к задачам, возникающим в практике людей, и по обучению постановке задач, исходя из реальных ситуаций.

На одном примере мы покажем, как можно работать с задачей, постепенно наращивая ее смысловую нагрузку. Эта задача является в достаточной степени реальным отражением типичной практической проблемы - эффективной организации производственного процесса.

Задача 1: В распоряжении бригадира имеются два тракториста. Производительность труда первого тракториста $P1=15$ га/ч, второго $P2=20$га/ч. Площадь поля равна $S=240$ га. Через сколько часов после начала работы первого тракториста к нему должен присоединиться второй, чтобы поле было обработано за $t=8$ часов.

Отметим, что такая формулировка задачи стандартна для учебника, и поэтому на уроке полезно обратить внимание учащихся на то, что второй тракторист начинает работу не сразу. Но это может объясняться различными причинами: например, он работал накануне в ночную смену и ему необходимо отдохнуть, или речь идет о маневре ресурсами - надо перебросить трактор на это поле с другого участка.

Место и развернутость такого рода комментариев, конечно, определяет сам учитель, однако мы хотим подчеркнуть их необходимость: учащимся следуют показать, что даже самая стандартная и условная школьная задача может быть достаточно близка к реальности.

Это задача с конкретными числовыми данными совсем проста, и теперь мы начнем постепенно вместо числовых данных вводить в задачу параметры. Именно наличие параметров, по нашему мнению, приближает задачную ситуацию к реальной: у реального бригадира в распоряжении находится, как правило, более двух трактористов, и потому он должен выбрать второго тракториста таким образом, чтобы решить главную задачу - обработать поле за 8 часов.

Заметим, что реальная ситуация принятия решения бригадиром слишком сложна, чтобы ее можно было в полной мере адекватно смоделировать на данном этапе школьного обучения, но это не представляется необходимым: построение модели реальной ситуации практически всегда требуют ее упрощения, отбрасывая некоторых ее сторон, мало существенных с точки зрения целей решения задачи.

В преподавании главным является дидактический аспект, и учет, например, двух возможностей бригадира привел бы к постановке задач, связанных с неравенствами. Задачи такого рода должны непременно использоваться в практике обучения, если всерьез добиваться усиления прикладной направленности. Более того, развитие исходной задачи через введения параметров автоматически приведет к рассмотрению неравенств.

Итак, формулируем более общую задачу.

Задача 2:. Производительность труда первого тракториста P1= 15 га/ч, второго P2. Определить, через сколько часов после начала работы первого тракториста, к нему должен присоединиться второй, чтобы обработать поле площадью S=240 га за 8 часов.

Такая постановка задачи приводит к соотношению

$$8 \times 15 + (8 - \mathrm{t})\mathrm{P2} = 240, \ (1)$$

Откуда $t = 8 - \frac{120}{P2}$. Получили функцию t от переменной P2. Составим для наглядности таблицу

P2	40	35	25	20	15	10
t	5	4,57	4	2	0	-4

Первый взгляд на эту таблицу обнаруживает "загадочный" минус в последнем столбце, который явно нуждается в интерпретации. Ясно, что если производительность второго тракториста слишком мала, то его нельзя использовать для достижения цели. Кроме того, из таблицы видно, что при производительности 15 га/х второй тракторист должен начать работу одновременно с первым, и вообще, чтобы выполнить работу в указанный срок, производительность второго тракториста должна быть не меньше 15 га/ч. Нельзя не подчеркнуть, что последнее утверждение опирается на возвратные функции $t = 8 - \frac{120}{P2}$ (P2>0),очевидное даже из практических соображений: чем быстрее работает второй тракторист, тем позже он может подключиться к работе. Этой ситуации полезно воспользоваться для установления связи данной задачи со свойствами функций: доказать, что функция $y = 8 - \frac{120}{x}$ при x>0 возрастает.

Более простая ситуация с точки зрения появляющейся функции возникает при другом введении параметра. Если проблема выбора, стоящая перед бригадиром, такова, что он может подключить к работе конкретного второго тракториста с производительностью 20 га/ч, а первого выбрать из остальных, кто получим следующую задачу.

Задача 3: Два тракториста с производительностями: первый P1 га/ч, второй P2= 20 га/ч должны обработать поле площадью 240 га. Через сколько часов работы первого тракториста к нему должен присоединиться второй, чтобы обработать поле за 8 часов?

Тогда вместо соотношения (1) возникает следующее

8P1+20(8-t)=240,

Или

$$t = \frac{2P1 - 20}{5} = \frac{2}{5}P1 - 4$$

Таблица значений полученной функции показывает, что производительность первого тракториста должна быть не менее 10 га/ч

P1	40	35	30	25	20	15	10
t	12	10	8	6	4	2	0

Разумеется, порядок рассмотрения этих задач и их обсуждение определяются конкретной ситуацией и возможностями учителя в классе. Если задачи производительности трактористов не фиксированы, т е имеются некоторые величины P1 и P2, мы приходим к соотношению$t = \frac{8}{P}(P1 + P2 - 30)$, т е фактически к функции от двух переменных, и, таким образом, приближение к текстовой задаче в реальной действительности автоматически приводит, к возникновению важный математических понятий.

Параметризацию исходной задачи можно провести различными путями, мы описали лишь один из возможных путей. В наиболее общем виде для двух трактористов и одного поля рассмотренная задача приводится к соотношениюTP1+(T-t)P2=S.

Время T также может варьироваться.

Полезна работа с учащимися в обратном направлении: от заданной ситуации к постановке задачи.

Зададим ситуацию: на поле работает несколько тракторов. Анализ ситуации, очевидно, заключается в том, чтобы выделить объекты и их характеристики.

А теперь вместе с учениками сформулируем вопросы, например такие:

1) Сколько времени потребуется каждому трактористу для обработки поля?

2) Сколько времени потребуется трактористам для обработки поля при совместной работе?

3) Какое количество тракторов необходимо для своевременной обработки поля?

Как видим, здесь можно дать волю фантазии каждого учащегося и предложить сформулировать и решить самим придуманные задачи, предварительно обсудив наиболее трудный момент - поиск необходимых данных.

Таким образом, параметризация исходной, вполне стандартной задачи, будучи естественной и даже необходимой для приближения ее к реальности, приводит к новым для учащихся рассуждениям, к новому виду деятельности.

Наша практика показывает, что при удачной организации уроков учащиеся втягиваются в работу, входят в роль бригадира, сами придумывать естественные варианты постановки задач. Эта деятельность представляет для них явный интерес, но мы получили в своем исследовании еще один эффект, который нам представляется наиболее существенным: разбор одной-двух задач указанным образом приводит к наиболее "доверительному" отношению учащихся к стандартным постановкам задач, они уже понимают источник происхождения условных ситуаций, отраженных в задаче.

Исходя из вышеизложенного, мы можем сделать следующие выводы и рекомендации:

1. Всякую задачу необходимо так преподнести учащимся, чтобы она вызвала у них интерес. Здесь можно использовать факты задачи, пофантазировать, " обыграть" ее.

2. Первым этапом обобщения задачи является замена числовых данных буквенными. Важно обратить внимание учащихся на то, что цель решения такой задачи - получение формулы, выражающей зависимость одних величин через другие, а не числового ответа, характеризующего какую либо одну величину. Необходимо также показать, что задача с буквенными данными содержит в себе множество задач с числовыми данными, на что указывает общая итоговая формула. Кроме того, нельзя забывать об анализе формулы и интерпретации результата, как это делалось выше.

3. Второй этап обобщения и приближения задачи к реальной ситуации - это задание классу не фиксированной задачи, а просто какой-то ситуации, сюжетно близкой к реальной. Рассматривать такие задачи нужно постепенным сведением их к ранее известным, решение которых не составляет особого труда. Здесь естественен следующий порядок действий:

а) выделение объектов и введение их характеристик;

б) введение данных, необходимых для ответа на поставленный вопрос;

в) формулирование вопросов.

Наиболее трудный моментом является поиск необходимых данных для ответов на конкретный вопрос. Естественно, что в реальной задачной ситуации может обнаружиться недостаток некоторых данных или их избыток, что выяснится только в процессе решения задачи. Отсюда вытекает необходимость включения таких задач в практику обучения.

Заключительный этап моделирования - интерпретация полученных результатов - должен так же занимать важное место.

1.3 Пропедевтика обучения решению текстовых задач алгебраическим методом

В курсе математики 5 – 9 классов рассматриваются два основных способа решения текстовых задач: арифметический и алгебраический. Арифметический способ состоит в нахождении значений неизвестной величины посредством составления числового выражения (числовой формулы) и подсчета результата. Алгебраический способ основан на использовании уравнений, составляемых при решении задач или систем уравнений.

Рассмотрим некоторые основные вопросы пропедевтической работы по составлению уравнений при решении текстовых задач.

Выделяют два основных этапа. На первом задача учителя состоит в том, чтобы систематически и целенаправленно формировать у учащихся некоторые важные общеучебные и математические навыки. На втором этапе основное внимание должно быть уделено выявлению зависимостей между величинами, входящими в текст задачи, и обучению переводу этих зависимостей на математический язык. Рассмотрим каждый этап подробнее.

Первый этап пропедевтики.

К наиболее важным умениям, которые необходимо сформировать у учащихся на этом этапе изучения текстовых задач, относятся следующие:

- умение внимательно читать текст задачи;
- умение проводить первичный анализ текста задачи – выделять условие и вопрос задачи;
- умение оформлять краткую запись текста задачи;
- умение выполнять чертежи (рисунки) по тексту задачи.

Второй этап пропедевтики.

На этом этапе важно добиться понимания учащихся способов словесного выражения изменению величин и фиксация их в виде математических выражений или уравнений.

Достигнуть этого можно с помощью специальных упражнений. Например, при изучении действий умножения натуральных чисел в 5 классе учащиеся рассматривают одно из применений умножения – увеличение числа в несколько раз. Здесь для достижения желаемого возможны следующие упражнения:

1) Мать старше дочери в 4 раза. Сколько лет матери, если дочери m лет? (4m)

2) На двух шкафах стоит по n картин на каждом, а на третьем – m картин. Сколько картин на трех шкафах? (2n+m)

Аналогичные упражнения можно предложить учащимся при изучении других арифметических действий.

Упражнения должны быть не сильно сложными, доступными для понимания всеми учащимися, а число их – достаточным для формирования соответствующих умений и навыков.

1.4 Этапы решения задач с помощью уравнений

Процесс решения задачи можно разделить на 4 этапа:

1) анализ текста задачи;

2) поиск пути решения задачи и составление плана её решения;

3) осуществление плана решения задачи;

4) анализ и проверка правильности решения задачи, запись ответа.

Представленные этапы процесса решения задачи служат фундаментом, опираясь на который учитель управляет действиями учащихся по формированию способов решения задач. Каждый этап имеет свои признаки (ориентиры), руководствуясь которыми учитель формирует у учащихся компоненты общего умения решать задачи.

Рассмотрим более подробно каждый этап решения задачи.

На первом этапе учитель должен добиться того, чтобы учащиеся поняли задачу, ее смысл, сделав ее целью своей деятельности. В этом случае задача становится объектом мышления.

Поэтому первой важной целью учителя будет усвоение текста задачи учащимися. Главным здесь является выделение в задаче условия, т.е. данных и отношений между ними, и требования задачи, т.е. искомого (искомых) и отношений между ними. Дальнейшее соотнесение условия и требования позволяет выявить в задаче основное отношение, направляющее процесс поиска ее решения. Как правило, это отношение имеет вид функциональной зависимости. Важное значение имеют краткая запись текста задачи, составление схем, рисунков.

Схемы и рисунки играют роль наглядного представления содержания задачи и зависимостей величин, входящих в нее.

Сопоставление условия и требования задачи позволяет выяснить, достаточно ли данных для ответа на вопрос задачи, нет ли среди них противоречивых или лишних данных.

На первом этапе решения необходимо также актуализировать теоретическую и практическую основу, необходимую для обоснования решения. Здесь выясняется также, не принадлежит ли задача к известному типу задач.

Итак, основные назначения этапа – осмыслить ситуацию, отраженную в задаче; выделить условия и требования, назвать данные и искомые, выделить величины и зависимости между ними (явные и неявные).

На втором этапе процесса решения задачи важным моментом является выяснение стратегии решения задачи:

1) устанавливается, будет ли неизвестным, относительно которого составляется уравнение, искомая величина или же промежуточная величина. Если принято решение найти сначала промежуточную величину, то искомая величина выражается через нее;

2) по какому компоненту составлено уравнение или оно будет составлено с использованием всех его компонентов (другими словами, для каких величин соответствующие выражения будут приравниваться).

Далее осуществляется поиск способа решения задачи на основе построения модели поиска. Соответствующий план решения обсуждается с учащимися, при этом используется табличная запись поиска решения задачи. В случае необходимости план как способ решения задачи оформляется письменно. В этом он играет роль ориентировочной основы деятельности учащегося.

Итак, назначение этапа – завершить установление связей между данными и искомыми величинами и указать последовательность использования этих связей.

Проведя анализ задачи, не всегда просто найти путь ее решения. Поиск пути решения задачи является довольно трудным процессом, для которого нет точного предписания.

На третьем этапе процесса решения задачи осуществляется найденный план решения.

Назначение этапа – найти ответ на требование задачи.

Четвертый этап – изучение (анализ) найденного решения задачи. Запись ответа. Здесь анализ имеет своей целью выделение главной идеи решения, существенных его моментов, обобщение решения задач данного типа. Выясняются недостатки решения, выявляются и закрепляются в памяти учащихся приемы, которые были использованы в процессе решения задачи.

ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ I.

Решение текстовых задач – важная составляющая курса математики основной школы. Решая текстовые задачи, учащиеся приобретают математические знания, готовятся к практической деятельности. Задачи способствуют развитию их логического мышления. Большое значение имеет решение текстовых задач и в воспитании личности, поэтому учитель должен иметь глубокие представления о текстовой задаче, о её структуре, видах, уметь решать такие задачи разными способами.

ГЛАВА 2. ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЭТАПОВ РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

2.1 Задачи на движение

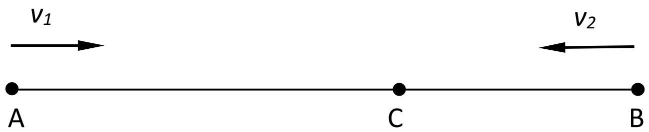
Уравнения, которые составляются на основании условий задач на движение, обычно содержат такие величины, как расстояние, скорости движущихся объектов, время, а также скорость течения воды (при движении по реке). При решении этих задач принимают следующие допущения:

1. Если нет специальных оговорок, то движение считается равномерным.
2. Повороты движущихся тел, переходы на новый режим движения считаются происходящими мгновенно.
3. Если тело с собственной скоростью x движется по реке, скорость течения которой равна y, то скорость движения тела по течению считается равной $(x+y)$, а против течения – $(x-y)$.

При решении задач на движение рекомендуется сделать рисунок, отражающий все условия задачи. При этом решающий задачу должен выбрать схему решения: какого вида уравнения составлять, то есть что сравнивать: время, затраченное на движение на отдельных участках пути, или пройденный каждым объектом путь.

При решении задач такого типа часто необходимо узнать время встречи двух объектов, начинающих движение одновременно из двух точек с разными скоростями и движущихся навстречу друг другу либо в случае, когда один объект догоняет другой.

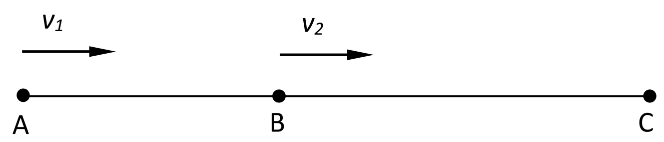
Пусть расстояние между точками A и B равно S. Два тела начинают движение одновременно, но имеют разные скорости v_1 и v_2. Пусть C – точка встречи, а t – время движения тел до встречи. В случае движения навстречу друг другу



имеем AC=v_1t, BC=v_2t. Сложим эти два равенства:

$$AC+CB=v_1t+v_2t=(v_1+v_2)t \Rightarrow \ AB=S=(v_1+v_2)t \Rightarrow t=\frac{S}{v_1+v_2}.$$

Если одно тело догоняет другое, то теперь получаем $AC=v_1t,\ BC=v_2t$. Вычтем эти равенства:



$$AC–BC=(v_1–v_2)t.$$

Так как $AC–BC=AB=S$, то время, через которое первое тело догонит второе, определяется равенством

$$t=\frac{S}{v_1-v_2}.$$

<u>Задача 1.</u> Пароход прошел 10 км против течения реки, а затем прошел еще 45 км по течению, затратив на весь путь два часа. Найдите собственную скорость парохода, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

<u>Решение:</u>

Пусть xкм/ч – собственная скорость парохода.

Тогда $(x+5)$ км/ч – скорость парохода по течению.

$(x–5)$ км/ч – скорость парохода против течения.

Так как против течения пароход прошел 10 км со скоростью $(x–5)$ км/ч, то

$\frac{10}{x-5}$ ч. – время движения парохода против течения.

Так как по течению пароход прошел 45 км со скоростью $(x+5)$ км/ч, то

$\frac{45}{x+5}$ ч. – время движения парохода по течению.

По условию

решим полученное уравнение $\frac{10}{x-5}+\frac{45}{x+5}=2$

$$\frac{10}{x-5}+\frac{45}{x+5}-2=0$$

$$\frac{10(x+5)+45(x-5)-2(x+5)(x-5)}{(x+5)(x-5)}=0$$

Откуда получаем квадратное уравнение

$2x^2-55x+125=0 \Rightarrow x_1=2{,}5$ км/ч и $x_2=25$ км/ч.

Осуществим отбор полученных решений.

Через x мы обозначили собственную скорость парохода, при этом скорость течения реки 5 км/ч, поэтому $x_1=2{,}5$ км/ч не подходит по смыслу задачи (при такой скорости пароход не выплыл бы против течения).

Поэтому, собственная скорость парохода равна 25 км/ч.

<u>Ответ:</u>$v=25$ км/ч.

2.2 Задачи на совместную работу

Содержание задач этого типа сводится обычно к следующему: некоторую работу, объем которой не указывается и не является искомым, выполняют несколько человек или механизмов, работающих равномерно, то есть с постоянной для каждого из них производительностью. В таких задачах объем всей работы, которая должна быть выполнена, принимается за 1; время t, требующееся для выполнения всей работы, и p– производительность труда, то есть объем работы, сделанной за единицу времени, связаны соотношением

$$p=\frac{1}{t}.$$

Рассмотрим стандартную схему решения задач этого типа.

Пусть x – время выполнения некоторой работы первым рабочим,

y – время выполнения этой же работы вторым рабочим.

Тогда $\frac{1}{x}$ – производительность труда первого рабочего,

$\frac{1}{y}$ – производительность труда второго рабочего.

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ – совместная производительность труда.

$\frac{1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}=\frac{xy}{x+y}$ – время, за которое они выполнят задание, работая вместе.

<u>Задача 1.</u> Двое рабочих выполняют некоторую работу. После 45 минут совместной работы первый рабочий был переведен на другую работу, и второй рабочий закончил оставшуюся часть работы за 2 часа 15 минут. За какое время мог бы выполнить работу каждый рабочий в отдельности, если известно, что второму для этого понадобится на 1 час больше, чем первому.

<u>Решение:</u>

Пусть x – время работы первого по выполнению всей работы.

y – время работы второго рабочего.

По условию $x=y-1$, и первое уравнение составлено.

Пусть объем всей работы равен 1.

Тогда $\frac{1}{x}$ – производительность труда первого рабочего,

$\frac{1}{y}$ – производительность труда второго рабочего.

Так как они работали 45 мин.=3/4 часа совместно, то

$\frac{3}{4}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$ – объем работы, выполненной рабочими за 45 минут.

Так как второй рабочий работал один 2 часа 15 минут=2¼=9/4 часа, то

$\frac{9}{4}\cdot\frac{1}{y}$ – объем работы, выполненной вторым рабочим за 2 часа 15 минут.

По условию $\frac{3}{4}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)+\frac{9}{4y}=1$.

Таким образом, мы получили систему двух уравнений

$$\begin{cases} x=y-1; \\ \frac{3}{4}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)+\frac{9}{4y}=1. \end{cases}$$

Решим ее, для этого выражение для x из первого уравнения подставим во второе

$$\frac{3}{4(y-1)}+\frac{3}{y}=1\Rightarrow\frac{3y+12y-12-4y^2+4y}{4y(y-1)}=0\Rightarrow 4y^2-19y+12=0$$

$y_1=\frac{3}{4}$ ч. и $y_2=4$ ч.

Из двух значений для y выберем то, которое подходит по смыслу задачи y_1=45 мин., но 45 мин. рабочие работали вместе, а потом второй рабочий работал еще отдельно, поэтому $y_1 = \frac{3}{4}$ не подходит по смыслу задачи. Для полученного $y_2=4$ ч. найдем из первого уравнения первоначальной системы значение x

$x=4-1 \Rightarrow x=3$ ч.

<u>Ответ:</u> первый рабочий выполнит работу за 3 часа, второй – за 4 часа.

Замечание: эту задачу можно было решить, не вводя вторую переменную y, а выразить время работы второго рабочего через x, тогда нужно было составить одно уравнение и решить его.

2.3 Задачи на смеси и сплавы

В задачах этого типа основным является понятие «концентрация». Что же это такое?

Рассмотрим, например, раствор кислоты в воде. Пусть в сосуде содержится 10 литров раствора, который состоит из 3 литров кислоты и 7 литров воды. Тогда относительное (по отношению ко всему объему) содержание кислоты в растворе равно $\frac{3}{10}=0{,}3$. Это число и определяет концентрацию кислоты в растворе. Иногда говорят о процентном содержании кислоты в растворе. В приведенном примере процентное содержание будет таково: $\frac{3}{10}\cdot 100\% = 30\%$. Как видно, переход от концентрации к процентному содержанию и наоборот весьма прост.

Итак, пусть смесь массы M содержит некоторое вещество массой m. Тогда:

- концентрацией данного вещества в смеси (сплаве) называется величина $c=\frac{m}{M}$;

- процентным содержанием данного вещества называется величина $c\cdot 100\%$;

Из последней формулы следует, что при известных величинах концентрации вещества и общей массы смеси (сплава) масса данного вещества определяется по формуле $m = c\cdot M$.

Задачи на смеси (сплавы) можно разделить на два вида:

1. Задаются, например, две смеси (сплава) с массами m_1 и m_2 и с концентрациями в них некоторого вещества, равными соответственно c_1 и c_2. Смеси (сплавы) сливают (сплавляют). Требуется определить массу этого вещества в новой смеси (сплаве) и его новую концентрацию. Ясно, что в новой смеси (сплаве) масса данного вещества равна $c_1m_1+c_2m_2$, а

концентрация $c = \dfrac{c_1 m_1 + c_2 m_2}{m_1 + m_2}$.

2. Задается некоторый объем смеси (сплава) и от этого объема начинают отливать (убирать) определенное количество смеси (сплава), а затем доливать (добавлять) такое же или другое количество смеси (сплава) с такой же концентрацией данного вещества или с другой концентрацией. Эта операция проводится несколько раз.

При решении таких задач необходимо установить контроль за количеством данного вещества и его концентрацией при каждом отливе, а также при каждом доливе смеси. В результате такого контроля получаем разрешающее уравнение. Рассмотрим конкретные задачи.

Задача 1. Имеется кусок сплава меди с оловом общей массой 16 кг, содержащий 55% меди. Сколько чистого олова надо добавить к этому куску сплава, чтобы получившийся новый сплав содержал 40% меди?

Решение:

Пусть xкг олова надо добавить к сплаву. Так как процентное содержание меди в сплаве равно 55 %, то масса меди в первоначальном сплаве $m = 0{,}55 \cdot 16 = 8{,}8$ кг (где 0,55 – концентрация меди в сплаве).

Тогда $16 + x$– масса нового сплава

И так как масса меди в первоначальном сплаве равна 8,8 кг, то

$\frac{8{,}8}{16+x}$ – концентрация меди в новом сплаве.

По условию $\frac{8{,}8}{16+x} = 0{,}4$, решая уравнение, получаем $x = 6$ кг.

Ответ: нужно добавить 6 кг чистого олова.

2.4 Задачи на проценты

Решение задач этого типа тесно связано с тремя алгоритмами: нахождения части от целого, восстановление целого по его известной части, нахождение процентного прироста. Рассмотрим эти алгоритмы.

1. Пусть известна некоторая величинаA, надо найти a % этой величины.

Если считать, чтоA есть 100%, а неизвестная часть x это a %, то из пропорции

$\frac{A}{100} = \frac{x}{a}$ имеем $x = A \cdot \frac{a}{100}$.

2. Пусть известно, что некоторое число bсоставляетa % от неизвестной величины A. Требуется найти A.

Рассуждая аналогично, из пропорции получаем $A = b \cdot \frac{100}{a}$.

3. Пусть некоторая переменная величинаA, зависящая от времени t, в начальный момент t_0 имеет значение A_0, а в момент t_1 – значение A_1.

Тогда абсолютный прирост величиныA за время $t_1 - t_0$ будет равен $A_1 - A_0$; относительный прирост этой величины вычисляется по формуле $\frac{A_1 - A_0}{A_0}$, а процентный прирост по формуле $\frac{A_1 - A_0}{A_0} \cdot 100\%$.

Задача 1. Для офиса решили купить 6 телефона и 4 факса на сумму 2670 долларов. Удалось снизить цену на телефон на 20%, и в результате за эту же покупку уплатили 2560 долларов. Найти цену факса.

Решение:

Пусть x – стоимость факса,

y – стоимость телефона.

По условию $6y+4x=2670$.

Так как цену на телефон снизили на 20%, то телефон стал стоить 80% от первоначальной цены, то есть

$0{,}8y$ – стоимость телефона после снижения.

По условию $4x+6\cdot 0{,}8y=2560.$

Решим полученную систему двух уравнений методом алгебраического сложения.

$$\begin{cases} 6y + 4x = 2670, \\ 4x + 4{,}8y = 2560. \end{cases}$$

Так как нам нужно найти только x, исключим y из системы, для чего первое уравнение умножим на (–0,8) и сложим со вторым: $0{,}8x=424$ $\Rightarrow x=530.$

Ответ: факс стоит 530 долларов.

2.5 Факультатив «Решение текстовых задач»

Программа факультатива: «Решение текстовых задач».

При проверке демонстрационного варианта контрольно измерительных материалов основного государственного экзамена по математике, нами замечено, что большинство учащихся допускают ошибки при решении текстовых задач. Поэтому нами был разработан факультативный курс на тему «Решение текстовых задач».

Пояснительная записка.

Факультатив проводился на производственной практике в ноябре-декабре 2016 учебного года в 9 «в» классе МАОУ СОШ №153 г. Челябинска. Уроки проводились в соответствии с разработанной системой заданий.

Большинство учащихся не полностью владеют техникой решения текстовых задач, об этом нам говорят статистические данные анализа результатов проведения ОГЭ: с заданием, содержащим текстовую задачу, справляются примерно 30% учащихся. В ОГЭ в 9-х классах встречается текстовая задача в обязательном порядке. За нетрадиционной формулировкой этой задачи учащимся необходимо увидеть типовые задачи, которые были довольно хорошо отработаны на школьных уроках. По вышеуказанным причинам возникла необходимость более глубокого изучения раздела математики: решение текстовых задач.

Цели данного факультатива:

- подготовка учащихся к основному государственному экзамену;
- развитие коммуникативной компетентности;
- осуществление умственного развития учащихся, формирование качеств мышления, повышение уровня их математической культуры.

Задачи данного факультатива:

- углубленно подготовить учащихся к сдаче ОГЭ по данным темам;
- познакомить учащихся с разными видами текстовых задач;
- показать различные способы решения текстовых задач;
- способствовать профориентации.

Ожидаемые результаты факультатива:

После прохождения всего факультатива учащиеся должны:

- уметь определять тип текстовой задачи, знать основные методы решения текстовой задачи, используя при этом разные способы;
- уметь решать задачи на движение, работу, процентные расчёты, смеси и сплавы;
- уметь применять полученные математические знания в решении жизненных задач;

Учебно-тематический план факультатива: «Решение текстовых задач»

Таблица № 1.

№ занятия	Содержание учебного материала	Содержание программы	Кол-во часов
1	Текстовые задачи и техника их решения. Самостоятельная	Текстовая задача. Виды текстовых задач и их примеры. Способы решения текстовой	1

	работа по всем типам задач	задачи. Этапы решения текстовой задачи. Решение текстовых задач арифметическим способом. Решение текстовых задач алгебраическим способом. Значение верного письменного оформления решения текстовой задачи. Самостоятельная работа по всем типам задач. Задача на движение. Задача на работу. Задача на сплав (смесь или раствор). Задача на проценты.	
2	Задачи на движение	Движение тел по течению. Движение тел против течения. Равномерное движение тел. Равноускоренное движение тел. Движение тел навстречу друг другу. Движение тел вдогонку. Составление таблицы на движение и значение правильности ее	2

		составления. Текстовые задачи на движение из демонстрационных вариантов ОГЭ прошлых лет.	
3	Задачи на работу	Формула зависимости объема выполненной работы от производительности и времени ее выполнения. Особенности выбора переменных и методики решения задач на работу. Составление таблицы данных и значение правильности ее составления. Текстовые задачи на работу из демонстрационных вариантов ОГЭ прошлых лет.	2
4	Задачи на сплавы, смеси, растворы	Формула зависимости массы или объема вещества в сплаве, смеси, растворе от концентрации и массы или объема сплава, смеси, раствора. Особенности выбора переменных и	2

		методики решения задач на смеси, сплавы, растворы. Составление таблицы данных и значение правильности ее составления. Текстовые задачи на сплавы, смеси и растворы из демонстрационных вариантов ОГЭ прошлых лет.	
5	Задачи на проценты	Формулы процентов. Особенности выбора переменных и методики решения задач с экономическим содержанием. Текстовые задачи на проценты из демонстрационных вариантов ОГЭ прошлых лет.	1
6	Самостоятельная работа по всем типам задач	Задача на движение. Задача на работу. Задача на сплав (смесь или раствор). Задача на проценты.	1
7	Разбор ошибок, допущенных в самостоятельной	Разбор допущенных ошибок.	1

	работе		

На первом занятии была предложена самостоятельная работа по вариантам следующего содержания:

Таблица № 2.

Вариант 1	Вариант 2
Из пункта А в пункт В выехал автобус. Одновременно с ним выехал другой автобус, который ровно половину пути ехал со скоростью на 15 км/ч меньшей, чем первый, а вторую половину пути он проехал со скоростью 65 км/ч. В результате автобусы прибыли в пункт В одновременно. Найдите скорость первого автобуса, если известно, что она больше 40 км/ч.	Из пунктов А и В одновременно навстречу друг другу выехали два мотоциклиста со скоростями 50 км/ч и 40 км/ч. Через сколько минут они встретятся. Если расстояние между пунктами А и В 100 км?
Заказ на 80 деталей первый рабочий выполняет на 3 часа дольше, чем второй. Сколько Деталей за час делает первый рабочий, если известно, что второй за час делает на две детали больше, чем первый?	Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить производственное задание за 25 дней. За сколько дней может выполнить задание каждый из них, работая самостоятельно, если одному из них для этого надо на 12 дней больше, чем другому?
В сосуд содержащий 3 кг 70 % -го водного раствора уксуса добавили 2 кг воды. Найдите концентрацию получившегося раствора уксусной кислоты.	Сколько нужно добавить воды в сосуд, содержащий 300 г 80 % -го раствора уксусной кислоты, чтобы получить 9 % раствор уксусной кислоты?

При оплате услуг через платежный терминал взымается комиссия 5%. Терминал принимает суммы кратные 10 рублям. Петя хочет положить на счет своего мобильного телефона не меньше 400 рублей. Какую минимальную сумму он должен положить в приемное устройство данного терминала?	На покупку планшета взяли кредит 30000 р на 1 год под 18 % годовых. Вычислите, сколько денег необходимо вернуть банку, какова ежемесячная сумма выплат?

В результате самостоятельной работы, были получены следующие результаты:

Таблица № 3.

ФИО	1 задание	2 задание	3 задание	4 задание
Аболмасов	-	-	-	-
Артамонова	+	+	-	+
Асеева	-	+	-	-
Балакин	+	+	+	+
Бормотов	-	-	-	+
Величко	-	-	-	-
Винц	-	-	-	-
Горшкова	+	-	-	+
Куликов	+	-	-	-
Лямзин	-	-	-	-
Мухортова	+	+	-	+
Нуждина	+	+	+	+
Пахомова	+	-	-	-
Усольцева	+	+	-	-
Хищенко	-	-	-	-
Щерстабитова	+	+	+	-
Шушарин	-	-	-	-

Юсубова	+	+	+	+
% правильных ответов	47,4	42,1	21	36,8

Полученные результаты наблюдения стали еще одним подтверждением того, что подход к обучению учащихся решению текстовых задач, а значит и самих уроков требует большего внимания.

Подробно представим одно из занятий факультатива.

Тема: «Задачи на движение»

Ход урока

Процесс решения задач на движение можно условно разделить на 4 этапа:

1. Анализ текста задачи;

2. Составление плана решения задачи;

3. Реализация плана решения задачи;

4. Анализ и проверка правильности решения задачи.

На первом этапе решения нам нужно внимательно прочитать задачу и выяснить, о чем в ней говорится (представить ситуацию, описанную в задаче). Затем определиться в задаче, что нам известно, а что нужно найти. На данном этапе необходимо составить краткую запись текста задачи. Форма может быть разнообразной: чертеж, таблицы, схема. В краткой записи нужно указать данные и искомые величины.

На втором этапе поиск решения начинается с рассуждений об искомой величине: все ли известно в задаче, чтобы найти искомую величину; если нет, то, что еще нужно найти; если требуется, ввести переменную и составить уравнение.

На третьем этапе решается уравнение (система уравнений) и находится искомая величина.

На четвертом этапе необходимо проверить полученный результат. Записать ответ.

Задача №1.

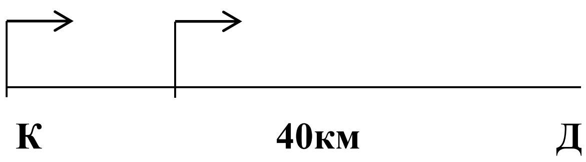
С одного поселка (К) в другой поселок (Д), отстоящий на расстоянии 40 км, выехал велосипедист. Спустя 2 часа вслед за ним выехал другой велосипедист со скоростью, в 2,5 раза превышающей скорость первого велосипедиста. Второй велосипедист прибыл в поселок (Д) одновременно с первым. Найдите скорость первого велосипедиста.

Решение.

1. Анализ текста задачи.

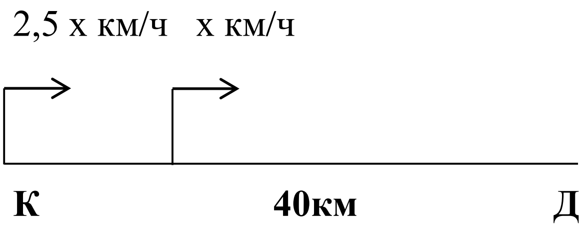
В задаче речь идет о движении, которое характеризуется тремя величинами: скорость (v), время (t), расстояние (s). Из условия задачи известно, что расстояние от одного поселка (К) до другого поселка (Д) составляет 40 км. Также известно, что первый велосипедист был в пути на 2 часа больше, чем второй, скорость которого в 2,5 раза больше. Велосипедисты начали движение не одновременно, но прибыли во второй поселок (Д) одновременно. В задаче требуется найти скорость первого велосипедиста.

С учетом данных задачи, получим схему:



2. Составление плана решения задачи.

Для того, чтобы решить задачу, нужно составить уравнение, поэтому введем переменную. Удобно за х (км /ч) принять искомую – скорость первого велосипедиста. Тогда скорость второго велосипедиста – 2,5х (км /ч). Дополним нашу схему:



Так как скорость второго велосипедиста больше скорости первого велосипедиста, то этот велосипедиста будет догонять первого велосипедиста. Следовательно, расстояние между ними будет сокращаться.

Оба велосипедиста пройдут расстояние 40км. Первый велосипедиста затратит на это $t = \frac{s}{v} = \frac{40}{x}$ (ч), а второй велосипедист $t = \frac{40}{2,5x}$ (ч). Известно, также, что первый велосипедист был в пути в 2 часа больше, чем второй велосипедист. Получаем уравнение:

$\frac{40}{x} - \frac{40}{2,5x} = 2.$

3. Реализация плана решения задачи.

$$\frac{40}{x} - \frac{40}{2,5x} = 2;$$

$\frac{100-40}{2,5x} = 2;$

$\frac{60}{2,5x} = 2;$

$2,5x \cdot 2 = 60;$

$5x = 60;$

$x = 12;$

4. Анализ и проверка правильности решения задачи.

В задаче требовалось найти скорость первого велосипедиста:

V=12 (км/ч)$> 0.$

При подстановке числа в исходное уравнение получим верное числовое равенство:

$\frac{40}{12} - \frac{40}{30} = 2;$

$\frac{200-80}{360} = 2;$

$2 = 2.$

По условию, скорость первого велосипедиста меньше скорости второго:

$12 < 12 \cdot 2,5;$ то есть $12 < 30.$

Итак, ответ: скорость первого велосипедиста равна 12 км/ч.

Задача №2.

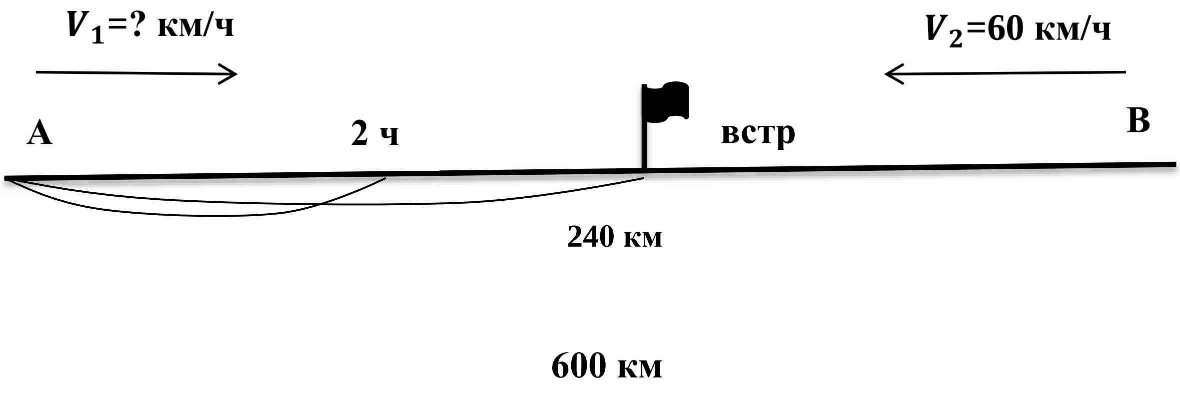
Расстояние между городами А и В равно 600 км. Из города А в город В выехал первый мотоциклист, а через два часа после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 60 км/ч второй мотоциклист. Найдите скорость первого мотоциклиста, если мотоциклисты встретились на расстоянии 360 км от города А. Ответ дайте в км/ч.

Решение.

1. Анализ текста задачи.

В задаче речь идет о движении, которое характеризуется тремя величинами: скорость (v), время (t), расстояние (s). Из условия задачи известно, что расстояние от одного города А до другого города В составляет 600 км. Также известно, что первый мотоциклист был в пути на 2 часа больше, чем второй, скорость которого 60 км/ч. Мотоциклисты начали движение не одновременно и встретились на расстоянии 240 км от города А. В задаче требуется найти скорость первого мотоциклиста.

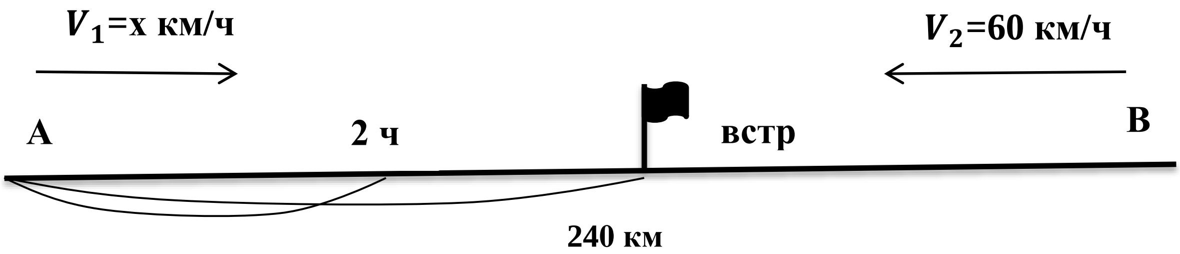
С учетом данных задачи, получим чертеж:



2. Составление плана решения задачи.

Для того, чтобы решить задачу, нужно составить уравнение, поэтому введем переменную. Удобно за x (км /ч) принять искомую – скорость первого мотоциклиста. Скорость второго мотоциклиста – 60 км/ч.

Дополним чертеж:



600 км

Так как мотоциклисты встретились на расстоянии 240 км от города А, то первый мотоциклист ехал 240/x часов. Второй мотоциклист проехал до встречи 600 - 240 = 360 км.

А значит, время, которое затратил второй мотоциклист на дорогу, равно 360/60 = 6 часов.

Так как второй мотоциклист выехал на 2 часа позже первого, то первый ехал до встречи на 2 часа дольше.

3. Реализация плана решения задачи.

$$\frac{240}{x} - 6 = 2;$$

$$\frac{240}{x} = 8;$$

$$8x = 240;$$

$$x = 30;$$

4. Анализ и проверка правильности решения задачи.

В задаче требовалось найти скорость первого мотоциклиста:

V=30 (км/ч)> 0.

При подстановке числа в исходное уравнение получим верное числовое равенство:

$\frac{240}{30} - 6 = 2$;

$2 = 2$.

Итак, ответ: скорость первого мотоциклиста равна 30 км/ч.

Задача №3.

За 3 часа катер проходит по течению расстояние, в 2,4 раза больше, чем за 2 часа против течения. Какова скорость катера в стоячей воде, если скорость течения равна 1,5 км/ч?

Решение.

1. Анализ текста задачи.

В задаче речь идет о движении по воде. Движется катер. Из условия задачи известно, что по течению реки катер плывет 3 часа, а против течения реки 2 часа. Известна скорость течения – 1,5 км/ ч. Расстояние, которое катер проходит по течению реки, в 2,4 раза больше, чем расстояние, которое он проходит против течения реки. В задаче требуется найти скорость катера в стоячей воде, то есть собственную скорость катера.

Оформим краткую запись текста задачи в виде таблицы. Удобно выделить в таблице отдельные столбцы для скорости катера, времени в пути, расстояния. Так как в задаче речь идет о движении по течению и против течения, то и выделим также две строчки.

	Скорость, км/ч	Время в пути, ч	Расстояние, км
По течению	?	3	?
Против течения	?	2	?

2. Составление плана решения задачи.

Для того, чтобы решить задачу, нужно составить уравнение. Для этого необходимо ввести переменную. Обозначим за x (км/ч) собственную скорость катера, то есть то, что требуется найти в задаче. Тогда скорость катера по течению будет равна (x+1,5 км/ч), а против течения (x-1,5 км/ч).

Используя формулу зависимости между расстоянием, скоростью и временем (s=vt), найдем расстояние, которое катер проходит против течения реки: $2 * (x - 1{,}5)$км; и расстояние, пройденное катером по течению реки: $3 * (x + 1{,}5)$км.

Получаем следующую таблицу:

	Скорость, км/ч	Время в пути, ч	Расстояние, км
По течению	$(x + 1{,}5)$	3	$3 * (x + 1{,}5)$км
Против течения	$(x - 1{,}5)$	2	$2 * (x - 1{,}5)$км

Теперь с помощью имеющихся данных составим уравнение. Из условия задачи известно, что расстояние, которое катер проходит по течению, в 2,4 раза больше, чем расстояние, пройденное катером против течения.

Итак, получаем искомое линейное уравнение:

$3 * (x + 1{,}5) = 2 * (x - 1{,}5) * 2{,}4.$

3. Реализация плана решения задачи.

Решим уравнение:

$3 * (x + 1{,}5) = 2 * (x - 1{,}5) * 2{,}4;$

$3x + 4{,}5 = 4{,}8x - 7{,}2;$

$1{,}8x = 11{,}7;$

$x = 6{,}5.$

4. Анализ и проверка правильности решения задачи.

В задаче требовалось найти собственную скорость катера: 6,5 км/ч> 0.

При подстановке дроби в исходное уравнение получим верное числовое равенство:

$3 * (6{,}5 + 1{,}5) = 2 * (6{,}5 - 1{,}5) * 2{,}4;$

24=24.

Следовательно, число 6,5 – корень уравнения. Также по условию задачи собственная скорость катера должна быть больше, чем скорость течения реки. Это условие выполняется, так как 6,5$> 1{,}5$.

Итак, ответ: скорость катера в стоячей воде равна 6,5 км/ч.

Задача №4.

Катер прошел против течения реки 120 км и вернулся в пункт отправления, затратив на обратный путь на 3 часа меньше. Найдите скорость катера в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение.

1. Анализ текста задачи.

В задаче речь идет о движении по воде. Движется катер. Из условия задачи известно, что против течения реки катер прошел 120 км, и по течению реки 120км. Известна скорость течения реки – 1 км/ ч. Время, за которое катер проходит по течению реки на 3 часа меньше, чем время, за которое он проходит против течения реки. В задаче требуется найти скорость катера в неподвижной воде, то есть собственную скорость катера.

Оформим краткую запись текста задачи в виде таблицы. Удобно выделить в таблице отдельные столбцы для скорости катера, времени в пути, расстояния. Так как в задаче речь идет о движении по течению и против течения, то и выделим также две строчки.

	Скорость, км/ч	Время в пути, ч	Расстояние, км
По течению	?	?	120
Против течения	?	?	120

2. Составление плана решения задачи.

Для того, чтобы решить задачу, нужно составить уравнение. Для этого необходимо ввести переменную. Обозначим за х (км/ч) собственную скорость катера, то есть то, что требуется найти в задаче. Тогда скорость катера по течению будет равна (x+1 км/ч), а против течения (x-1 км/ч).

Используя формулу зависимости между расстоянием, скоростью и временем (s=vt), найдем время, за которое катер проходит путь против течения реки: $\frac{120}{x-1}$ ч; и время, потраченное катером на путь по течению реки: $\frac{120}{x+1}$ ч.

Получаем следующую таблицу:

	Скорость, км/ч	Время в пути, ч	Расстояние, км
По течению	x+1	$\frac{120}{x+1}$	120
Против течения	x-1	$\frac{120}{x-1}$	120

Теперь с помощью имеющихся данных составим уравнение. Из условия задачи известно, время, за которое катер проходит по течению реки на 3 часа меньше, чем время, за которое он проходит против течения реки.

Итак, получаем:

$\frac{120}{x+1} + 3 = \frac{120}{x-1}$;

3. Реализация плана решения задачи.

$\frac{120}{x+1} + 3 = \frac{120}{x-1}$;

Домножаем обе части уравнения на (x+1)(x-1)

120(x-1)+3(x+1)(x-1)=1120(x+1);

$120x-120+3x^2+3x-3x-3-120x-120=0$;

$3x^2-243=0$;

$x^2=81$;

$x=\pm 9$

В силу того, что скорость не может быть отрицательной, берем x=9

4. Анализ и проверка правильности решения задачи.

В задаче требовалось найти собственную скорость катера: 9 км/ч>0.

При подстановке дроби в исходное уравнение получим верное числовое равенство:

$\frac{120}{9+1}+3=\frac{120}{9-1}$;

15=15

Следовательно, число 9 – корень уравнения.

Итак, ответ: скорость катера в неподвижной воде 15 км/ч.

Контроль усвоения материала и влияние его на успешное решение текстовых задач проводился в ходе анализа итоговой самостоятельной работы.

Таблица №4.

Вариант 1	Вариант 2
Против течения катер проплывает расстояние в 3 км на 1час дольше, чем по течению. Найдите	Моторная лодка прошла 0,5 ч против течения реки, скорость течения которой 1,5 км/ч, и 0,4 ч по

скорость катера в стоячей воде, если скорость течения равна 2 км/ч.	озеру. Всего моторная лодка прошла 16 км. Найдите собственную скорость моторной лодки.
Один насос может наполнить бассейн на 22 часа быстрее, чем другой. Через 6 часов после того, как был включен второй насос, включили первый, и через 18 часов совместной работы оказалось, что заполнено 2/3 бассейна. За сколько часов может наполнить бассейн каждый насос, работая самостоятельно?	В бассейн проведены три трубы. Одна первая труба наполняет бассейн в 1,6 раза быстрее, чем одна вторая труба, а одна вторая труба наполняет бассейн на 2 часа медленнее, чем одна третья труба. За сколько часов одна третья труба наполняет бассейн, если все три трубы, работая одновременно, наполняют бассейн за 4 ч 30 мин.
Смешали некоторое количество 16% раствора соляной кислоты с таким же количеством 25 % раствора этой же кислоты. Найти концентрацию получившейся соляной кислоты.	Смешали 9 кг 16 % раствора некоторого вещества с 10 кг 6 % раствора этого же вещества. Найдите концентрацию получившегося раствора.
В городе Р живет 350000 жителей. Среди них 20 % детей и подростков. Среди взрослых жителей 45% не работает (пенсионеры, студенты, домохозяйки и т.п.). Сколько взрослых жителей работает?	Иванов взял в банке кредит 5000 рублей на год под 13%. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем, чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежемесячно?

В ходе итоговой проверочной работы, были получены следующие результаты:

Таблица №5.

ФИО	1 задание	2 задание	3 задание	4 задание
Аболмасов	+	-	-	-
Артамонова	+	+	+	+
Асеева	+	+	-	-
Балакин	+	+	+	+
Бормотов	+	-	+	+
Величко	-	+	-	-
Винц	-	+	-	-
Горшкова	+	+	-	+
Куликов	+	-	-	-
Лямзин	-	+	-	-
Мухортова	+	+	+	+
Нуждина	+	+	+	+
Пахомова	+	-	+	+
Усольцева	+	+	+	+
Хищенко	+	-	-	-
Щерстабитова	+	+	+	+
Шушарин	-	-	-	-
Юсубова	+	+	+	+
% правильных ответов	73,7	63,2	47,4	52,6

Исходя из полученных результатов проведенной опытной работы, можно сделать вывод о том, что гипотеза, выдвигаемая в начале исследования, получила свое подтверждение. Применение системы знаний в процессе обучения решению текстовых задач, способствует повышению уровня умений и навыков учащихся.

ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ II.

Решение различных видов текстовых задач и нахождение разных способов их решения на уроках математики способствует развитию у учащихся мышления, памяти, внимания, творческого воображения, наблюдательности, последовательности рассуждения и его доказательности, развитию умения кратко, четко и правильно излагать свои мысли.

Для ускорения приобретения навыков решения, учителем должны быть представлены алгоритмы, системы приемов поиска решения задачи, иллюстрации, схемы, таблицы, способствующие более конкретному наглядному представлению об отношениях между частями задачи, связях между величинами, порядке этих связей.

Программа факультативного курса по математике для учащихся 9 классов должна быть направлена на расширение и углубление знаний по предмету, а так же должна быть разработана с учетом первоначального уровня знаний учащихся по теме «Решение текстовых задач в основной школе».

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, решение текстовых задач не случайно всегда волновало учителей, методистов, да и самих учащихся и их родителей.

Во-первых, нельзя решить задачу, не поняв ее содержание. Следовательно, умение решать текстовые задачи говорит об одной из самой важной способности человека- способности понимать текст. Критерием понимания задачи является факт решения задачи. Поэтому решение текстовых задач - это деятельность, весьма важная для общего развития. Обучая решать текстовые задачи, мы приучаем ориентироваться в ситуациях, делаем человека более компетентным. Для этого нужно расширить тематику задач, давать детям задачи, разнообразные по тематике.

Во-вторых, решение задачи алгебраическим методом - чуть ли не единственный путь для объяснения ученикам того, чем вообще занимается математика, - объяснения метода математического моделирования. Ученик читает условия, характеризующие некоторую бытовую ситуацию, переводит эту ситуацию на математический язык и затем решает уравнения, уже не думая о данной бытовой ситуации. Наконец, он получает результат на языке этой модели и переводит его на естественный язык.

Решение текстовых задач способствует, с одной стороны, закреплению на практике приобретённых умений и навыков, с другой стороны, развитию логического мышления учащихся.

При правильной организации работы у учащихся развивается активность, наблюдательность, находчивость, сообразительность, смекалка, развивается абстрактное мышление, умение применять теорию к решению конкретных задач.

Цель данной работы заключалась в разработке методики обучения решению текстовых задач в основной школе.

Первая глава дипломной работы посвящена теоретическим основам формирования методики обучения решению текстовых задач в основной школе. Раскрыта сущность текстовых задач, рассмотрены их виды, и способы их решения.

Во второй главе рассмотрена методика работы с текстовой задачей на конкретных примерах.

Экспериментальная работа по методике обучения решению текстовых задач в основной школе была осуществлена в 9 классе. Предложенная система заданий дает положительные результаты.

Можно сделать общий вывод, что все задачи исследования решены, цель достигнута, гипотеза подтверждена экспериментально.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: Учебное пособие для ссузов / Н.В. Богомолов. - М.: Дрофа, 2013. - 204 с.

2. Егерев В.К. Сборник задач по математике с решениями: 8-11 классы / В.К. Егерев. - М.: Мир и Образование, 2013. - 624 с.

3. Захарова А.Е. Текстовые задачи в курсе алгебры основной школы. Учебно-методические материалы спецкурса по методике преподавания математики «Избранные вопросы обучения алгебре в основной школе». М.: «Прометей», 2002.

4. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике: т.2. – М.: Просвещение, 1997.

5. Кочагин В.В. ГИА 2013. Математика. Сборник заданий: 9 класс / В.В. Кочагин, М.Н. Кочагина. - М.: Эксмо, 2013. - 224 с

6. Кузнецова Л.В., Суворова С.Б., Бунимович Е.А. и др. Сборник заданий для подготовки к государственной итоговой аттестации в 9 классе. – 5-изд. – М.: Просвещение, 2010.

7. Лахова Н.В Решение текстовых задач в средних классах. (С.-Петербург).

8. Лебедев В. Анализ и решение текстовых задач // Математика в школе. – 2002. - №11. - С. 8.

9. Левитас Г.Г. Об алгебраическом решении текстовых задач // Математика в школе. – 2000. - №8. - С. 13.

10. Лященко Е.И, Зобкова К. В, Кириченко Т. Ф Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики: Учеб.пособие для студентов физ-мат спец. Пед. Инст-ов-М.: Просвещение,1998.

11. Мишин В. И, Методика преподавания математики в средней школе-М.: Просвещение, 1987.

12. Рязановский А.Р, Мухин Д.Г: ОГЭ 2017. Математика. Сборник экзаменационных тестов. Издательство «Экзамен», 2017

13. Шевкин А.В. Обучение решению текстовых задач в 5 – 6 классах. – М.: Рус.слово, 2001.

14. Ященко. И. В. ОГЭ. Математика : типовые экзаменационные варианты : 36 вариантов — М. : Издательство «Национальное образование», 2015.

15. Ященко. И. В. ОГЭ. Математика : типовые экзаменационные варианты : 36 вариантов— М. : Издательство «Национальное образование», 2016.

16. Ященко. И. В. ОГЭ. Математика : типовые экзаменационные варианты : 36 вариантов— М. : Издательство «Национальное образование», 2017.

17. Ященко. И. В. ОГЭ Математика: 3000 задач: Задания части 1: Закрытый сегмент. — М. : Издательство «Экзамен», 2016.