



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-  
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ**

**Технология дифференцированного повторения и обобщения при подготовке к  
государственной итоговой аттестации по математике в 9 классах**

**Выпускная квалификационная работа  
по направлению 44.04.01 Педагогическое образование  
код, направление  
Направленность программы магистратуры  
«Математическое образование в системе профильной подготовки»**

Проверка на объем заимствований:  
\_\_\_\_\_ % авторского текста

Работа \_\_\_\_\_ к защите  
рекомендована/не рекомендована

« \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.  
зав. кафедрой математики и методики  
обучения математике  
\_\_\_\_\_ Е.А. Суховиенко

Выполнил (а):  
Студент (ка) группы ЗФ-313/131-2-1  
Берсенева Татьяна Алексеевна

Научный руководитель:  
к.п.н., доцент  
\_\_\_\_\_ С.А. Севостьянова

**Челябинск  
2017**

## Оглавление

Введение.....	3
Глава 1. Теоретические основы организации подготовки обучающихся 9 классов к государственной итоговой аттестации по математике.....	8
1.1. Повторение и обобщение при подготовке школьников к государственной итоговой аттестации.....	8
1.2. Методика подготовки к ГИА по математике.....	14
1.3. Дифференцированный подход в обучении учащихся при подготовке к государственной итоговой аттестации по математике.....	24
1.4. Роль методов повторения на уроках при подготовке к ГИА по математике.....	31
Выводы по 1 главе.....	35
2. Реализация методики повторения и обобщения при подготовке к государственной итоговой аттестации по математике.....	41
2.1. Методика разноуровневого урока, основанная на дифференцированном подходе к подготовке к государственной итоговой аттестации по математике.....	41
2.2. План подготовки учащихся к ГИА на примере решения текстовых задач.....	44
2.3. Повторение и обобщение этапов решения текстовых задач и методы их решения.....	50
2.4. Пропедевтика алгебраического метода решения текстовых задач.....	59
2.5. Результаты констатирующего эксперимента.....	63
Выводы по 2 главе.....	76
Заключение.....	84
Список использованной литературы.....	87
Приложения.....	90

## Введение

Письменный экзамен по математике за курс основной школы является обязательным для выпускников 9-х классов.

Государственная итоговая аттестация по математике в 9 классе – это результат работы ученика и учителя на протяжении пяти лет обучения в школе, и подготовка к ней является важной составляющей учебного процесса.

Математика – это основной предмет, по которому проводится выпускной экзамен в 9 классе. Экзамен в новой форме (ГИА) проводится с 2004 года в рамках эксперимента по введению профильного обучения, проводившегося Министерством образования и науки Российской Федерации.

Главная цель новой системы – введение открытой, объективной, независимой процедуры оценивания учебных достижений учащихся. Результаты экзамена помогают правильному формированию профильных десятых классов.

Итоговая аттестация в 9 классе в новой форме полностью удовлетворяет требованиям стандартов второго поколения, которые постепенно входят в наше образовательное пространство.

Объективно математика является наиболее сложным школьным предметом, требующим более интенсивной мыслительной работы, более высокого уровня обобщений и вызывает трудности у многих учащихся.

Поэтому невозможно добиться усвоения математического материала всеми учащимися на одинаково высоком уровне. Если ориентироваться на «среднего» ученика в обучении математике, то это приводит к снижению успеваемости в классе, к потере интереса к математике, к нежеланию учиться. В тоже время есть дети, которые имеют явно выраженные способности к этому предмету.

Экзамен по ГИА по математике при правильной подготовке хорошо может сдать каждый. Формула успеха проста – высокая степень восприимчивости, мотивация и компетентный педагог.

Для эффективной подготовки к ГИА нужна тренировка, тренировка и еще раз тренировка. Довести решение задач до автоматизма.

Подготовленность к чему-либо понимается как комплекс приобретенных знаний, навыков, умений, качеств, позволяющих успешно выполнять определенную деятельность. В готовности учащихся к сдаче экзамена в форме ГИА можно выделить следующие составляющие:

- информационная готовность (информированность о правилах поведения на экзамене, информированность о правилах заполнения бланков и т.д.);
- предметная готовность или содержательная (готовность по определенному предмету, умение решать тестовые задания);
- психологическая готовность (состояние готовности – «настрой», внутренняя настроенность на определенное поведение, ориентированность на целесообразные действия, актуализация и приспособление возможностей личности для успешных действий в ситуации сдачи экзамена).

Ориентируясь на данные компоненты, актуальными вопросами в подготовке к ГИА являются следующие:

- организация информационной работы по подготовки учащихся к ГИА;
- мониторинг качества;
- психологическая подготовка к ГИА.

ГИА – серьезный шаг в жизни каждого выпускника, обдумывающего выбор своего будущего, стремящегося самореализоваться в новой социокультурной ситуации, продолжить образование и овладеть профессиональными навыками.

Подготовка к сдаче ГИА по математике должна идти через приобретение и освоение конкретных математических знаний. Только это обеспечит выпускнику успешную сдачу экзамена.

По официальным данным с экзаменом по математике в 9-м классе в ряде регионов не справляются более 20% школьников.

Подготовка к государственной итоговой аттестации является одной из основных проблем выпускников 9 классов. По своей сути ГИА является своеобразной проверкой не только знаний, но и социальной и психологической готовности школьников к постоянно меняющимся условиям современной реальности.

Поэтому введение государственной итоговой аттестации по математике в новой форме (ГИА) в 9 классе вызывает необходимость изменения в методах и формах работы учителя.

Данная необходимость обусловлена тем, что изменились требования к знаниям, умениям и навыкам учащихся в материалах экзамена по математике. Само содержание образования существенно не изменилось, но существенно сместился акцент к требованиям умений и навыкам. Изменилась формулировка вопросов: вопросы стали нестандартными, задаются в косвенной форме, ответ на вопрос требует детального анализа задачи. И это всё в первой части экзамена, которая предусматривает обязательный уровень знаний. Содержание задач изобилует математическими тонкостями, на отработку которых в общеобразовательной программе не отводится достаточное количество часов. В обязательную часть включаются задачи, которые либо изучались давно, либо на их изучение отводилось малое количество времени (проценты, стандартный вид числа, свойства числовых неравенств, задачи по статистике, чтение графиков функций), а также задачи, требующие знаний по другим предметам, например, по физике и химии.

При подготовке к ГИА важным моментом является дифференцированный подход к обучению и, в частности, при организации

итогового (перед экзаменом) повторения учителю необходимо иметь реальные представления об уровне подготовки каждого учащегося и ставить перед ним достижимую цель.

Задача учителя – в условиях «обучения всех», прежде всего, научить каждого на максимально возможном для него уровне. Дифференциация обучения позволяет обоснованно и эффективно вести работу с учащимися, выстраивать индивидуальные траектории их обучения и развития. В основе уровневой дифференциации лежат два основных принципа. Первый – это достижение всеми учащимися уровня обязательной подготовки, второй – создание условий для усвоения материала на более высоких уровнях теми школьниками, которые проявляют интерес к математике и желание освоить больше.

Анализ результатов экзаменационной работы по математике, выявленные недостатки в подготовке учащихся по предмету позволяют говорить не только о некотором повышении качества знаний по математике, но и о необходимости более последовательно вести подготовку учащихся к итоговой аттестации в форме ГИА.

Применяемая технология с дифференцированными заданиями позволит включить в работу каждого ученика, не принуждая его, убеждая принять то содержание, которое заложено наукой. Ученики не просто усвоят готовые образцы, а осознают, как они получены, в какой мере соответствуют не только научному знанию, но и личностно значимым ценностям. Дифференциация учащихся в учебном процессе носит условный характер. Она должна быть гибкой и подвижной, позволяющей подходить индивидуально к каждому ученику.

Основная задача – создание максимально комфортных условий образовательного процесса для развития способностей и склонностей учеников, успешного освоения содержания образования.

Проблема исследования заключается в том, чтобы ответить на вопрос каким образом на уроке математики организовать дифференцированное повторение и обобщение, чтобы знания были прочными?

**Объект исследования:** процесс повторения и обобщения знаний учащихся по математике.

**Предмет исследования:** технология дифференцированного повторения и обобщения при подготовке к государственной итоговой аттестации по математике в 9 классах.

**Цель исследования:** разработать методику организации дифференцированного повторения и обобщения в процессе подготовки к государственной итоговой аттестации по математике в 9 классах.

**Гипотеза исследования:** эффективная организация дифференцированного повторения и обобщения при подготовке школьников к государственной итоговой аттестации по математике будет обеспечена, если:

- использовать алгоритмы, образцы, опорные схемы;
- создание системы дифференцированных задач (от простого к сложному);
- создание методов организации дифференцированного повторения и обобщения.

Задачи:

- 1) изучить психолого-педагогическую, научно-методическую литературу по организации подготовки учащихся к государственной итоговой аттестации по математике;
- 2) разработать тематическое планирование обобщения и повторения изученных тем;
- 3) провести анализ знаний, умений и навыков, необходимых для решения задач государственной итоговой аттестации по математике;
- 4) разработать дифференцированные задания по математике для учащихся 9 классов, которые позволят включить в работу каждого ученика

# 1. Теоретические основы организации подготовки обучающихся 9 классов к государственной итоговой аттестации по математике

## 1.1. Повторение и обобщение при подготовке школьников к государственной итоговой аттестации

Сдача выпускниками основной школы экзамена по математике в форме ГИА ставит перед учителями ряд вопросов:

- ✓ как обучать в новых условиях;
- ✓ как организовать обучение так, чтобы учащиеся после экзамена получали удовлетворение, а не говорили, что «мы таких задач не решали»?

Каким должен быть современный урок? Это прежде всего интересный урок. Лишь при этом можно поддерживать высокую мотивацию и эмоциональную окраску урока. Это и продуманная структура урока, и логика изучения нового материала, и разнообразие дидактического материала, и организация работы учащихся, и постоянные поиски форм и методов преподавания, и техническое оснащение урока.

Как правило, преподавателям ежедневно приходится решать сложную педагогическую задачу: достижения всеми учениками уровня обязательных результатов обучения. [5]

И здесь огромную роль играет правильно и своевременно организованное повторение ранее изученного программного материала. Конечно, одной из конечных целей повторения является оптимально качественная подготовка учащихся к государственной итоговой аттестации.

В работе возможно применение различных видов повторения:

ВИД ПОВТОРЕНИЯ	ЦЕЛИ
Вводное	Активизация ранее изученного содержания для облегчения изучения нового материала
Текущее	Активизация в ходе работы над темой ранее изученных вопросов по этой теме
Поддерживающее	Активизация материала ранее изученных разделов курса

Итоговое	Активизация материала всего учебного курса для прояснения его логической структуры и выстраивания системы внутри предметных и меж предметных связей
Систематизирующее	Укрупнение логической структуры изученного программного материала
Обобщающее	Выделение основных содержательных и функциональных моментов изученного материала, ключевых фактов и алгоритмов

Наибольшее внимание необходимо придавать итоговому повторению, которое должно проводиться через цикл уроков:

ТИП УРОКА	Основное направление
Вводный контроль (диагностика обученности)	Диагностика уровня усвоения учебного материала на каждом этапе обучения дает возможность оптимально формы и методы обучения, способы коррекции ошибок и пробелов в усвоении и применении полученных знаний и умений.
Обзорная лекция (систематизация и обобщение знаний)	Урок – лекция направлен на: - обеспечение мотивации на повторение и усвоение ранее изученного материала; - раскрытие перспективы учебной деятельности, установление связи повторяемого учебного материала с тем, что предстоит осваивать дальше; - знакомство с последовательностью изучения нового материала.
Семинар – практикум (на этих уроках даются образцы решения задач)	Повторение проводится на основании дидактического принципа: от простого к сложному. Повторяемый материал рассматривается с разных сторон, выделяются связи с другими разделами программы. В результате происходит обучение на более высоком уровне.
Урок-консультация	Осуществление индивидуального подхода к учащимся, организация работы с дополнительной литературой.

В начале каждого учебного года в 5-9 классах необходимо проводить входные мониторинговые контрольные работы для выявления остаточных

знаний учащихся. По остаточным знаниям детей можно разделить их на три группы. При этом учащиеся знают, что по мере усвоения материала они могут переходить в следующую по уровню подготовки группу. Эти группы получают соответствующие варианты при выполнении самостоятельных, контрольных, тестовых работ, которые проводятся на большинстве уроков. Помогают также устный счет и блиц-опросы. Это же деление сохраняется при проведении внеаудиторных занятий.

В 6 классе учащиеся должны хорошо усвоить действия с положительными и отрицательными числами, в 7-м – глубоко выучить формулы сокращенного умножения, в 8-м – решение квадратных уравнений. Это глобальные темы, которые нельзя запускать. В 5-7 классах большую помощь оказывают рабочие тетради на печатной основе, их приобретают родители в начале учебного года, а также сборники заданий с тестами. [7]

Знакомство учащихся с алгоритмами решения задач осуществляется на уроке-лекции. Ребята имеют отдельную тетрадь, в которую записывают предписания и образец выполнения задания. Дальнейшая отработка выполняется на практических занятиях при различных формах работы (фронтальной, групповой, индивидуальной). В целях оперативного контроля за усвоением алгоритма очень часто (каждый урок или через урок) проводятся небольшие самостоятельные работы, цель которых – не выставление оценок, а выявление тех учащихся, которые что-то не поняли. Этим ребятам оказывается оперативная помощь консультантами или объяснение ещё раз, вызывая к доске. При организации работы в группах, часть учащихся получает задания, направленные на достижение обязательных результатов обучения, причём, некоторые имеют перед собой образец выполнения задания, а другие – только алгоритм, более сильные учащиеся получают задания на продвинутом уровне. Обучение алгоритмам даёт возможность достичь обязательного уровня обучения наиболее слабым учащимся и не может привести к стандартизации мышления и подавлению творческих сил детей, так как выработка различных автоматизированных

действий (навыков) – необходимый компонент творческого процесса, без них он просто невозможен.

Обучение алгоритмам не сводится к их заучиванию, оно предполагает и самостоятельное открытие, построение и формирование алгоритмов, а это и есть творческий процесс. Наконец, алгоритмизация охватывает далеко не весь учебный процесс, а лишь те его компоненты, где она является целесообразной. Система алгоритмов – программ позволяет в определённой мере автоматизировать учебный процесс на этапе формирования навыков в решении типовых задач и создаёт широкие возможности для активной самостоятельной работы учащихся. [9]

В конце 7-го класса и в 8 классе учащиеся знакомятся со сборником заданий для подготовки к государственной итоговой аттестации по математике в 9 классе. А также используют сборник для подготовки к государственной итоговой аттестации под редакцией И.В. Яценко, А.В.Семенова и др.

В 9 классе уделяется особое внимание подготовке учащихся к экзамену за курс основной школы.

В календарно-тематическом планировании уроков алгебры за 9-й класс вносятся темы, которые нужно повторить:

- основное свойство пропорции;
- задачи на составлении и решение пропорций;
- задачи на проценты;
- формулы сокращённого умножения;
- выражения и их преобразования
- уравнения и системы уравнений;
- неравенства и системы неравенств;
- арифметическая и геометрическая прогрессии.

Повторение проводится как на уроках, так и после уроков через системные дифференцированные консультации и внеаудиторные занятия.

Учащиеся хорошо усваивают обязательный минимум материала по математике, если пользуются методическими приемами:

- решение задач по образцу;
- рассмотрение различных подходов к решению одной и той же задачи;
- составление опорных схем и применение других наглядных средств обучения;
- правильный подбор тематики и уровня задач, придание им занимательной формы;
- использование соревнования: «Как решить быстрее?»; «У кого решение получилось самое короткое?»; «Самое простое?».

Проводится тематический контроль с помощью блиц-опросов, тематического тестирования.

На уроках часто используются карточки-консультанты, с помощью которых повторяется изученный материал. В них содержатся все узловые моменты изучаемой темы, а так же алгоритм решения заданий.

В работе со слабоуспевающими детьми можно использовать карточки «Работай по образцу!», которые позволяют отработать алгоритм разнообразных действий и математических операций.

Часто предлагается выполнять задания с пропусками. Пропускаются ключевые слова, правильное запоминание которых свидетельствует о понимании материала.

Систематизировать знания, быстро и полно повторить основные моменты той или иной темы помогают тематические таблицы по разным разделам школьного курса.

Проводятся уроки обобщения и систематизации знаний. Без уроков обобщения и систематизации знаний, называемых также уроками обобщающего повторения, нельзя считать процесс повторения учащимися учебного материала завершенным. Основное назначение этих уроков заключается в усвоении учащимися связей и отношений между понятиями, теориями, в формировании целостного представления у учащихся об

изученном материале, его значимости и применения в конкретных условиях. Обобщение и повторение ориентированы на то, чтобы учащиеся успешно сдали экзамены по математике. [11]

Введение государственной итоговой аттестации по математике в новой форме (ГИА) в 9 классе вызывает необходимость изменения в методах и формах работы учителя, в его системности. Можно придерживаться следующей системы работы по подготовке к ГИА по математике в 9 классе.

1. Изменение тематического планирования. Составление планирования таким образом, чтобы осталось достаточное число часов на повторение всего учебного материала. Количество часов можно сэкономить на тех темах, которые не требуют выработки навыков, а проходят в плане ознакомления, а также сократить число часов на отработку навыков не востребуемых тем. Это надо делать очень осторожно, тщательно проанализировав содержание экзаменационных работ.

2. Включение в изучение текущего учебного материала заданий, соответствующих экзаменационным заданиям.

3. В содержание текущего контроля включать экзаменационные задачи.

4. Изменить систему контроля над уровнем знаний учащихся по математике.

5. Итоговое повторение построить исключительно на отработке умений и навыков, требующихся для получения положительной отметки на экзамене.

Важным условием успешной подготовки к экзаменам является тщательность в отслеживании результатов учеников по всем темам и в своевременной коррекции уровня усвоения учебного материала.

Конечно же, данная система требует большего количества времени учителя на подготовку к урокам, на проверку работ, на проведение дополнительных занятий.

Подготовка к ГИА – это организация выполнения вариантов из сборников по подготовке к итоговой аттестации девятиклассников. Начиная с осенних каникул, ученики самостоятельно (дома) решают задания из

сборника заданий для подготовки к государственной итоговой аттестации по математике в 9 классе. На выполнение одного варианта дается неделя. В отдельных тетрадях записывают решения и контролируют правильность решения, сверяясь с ответами, и отмечают результат в таблице самоконтроля, вклеенную в конце тетради. [14]

Учитель просматривает работы, таблицу самоконтроля и оценивает в соответствии с критериями оценки, которые заранее сообщены учащимся. Результаты заносятся в «ЭКРАН ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ по подготовке к ГИА». Оценивает выполнение заданий и по алгебре, и по геометрии. Отметки выборочно выставляются в журнал.

## 1.2. Методика подготовки к ГИА по математике

Для успешной сдачи экзаменов девятиклассникам необходима определенная система подготовки.

При подготовке учащихся к ГИА учителю необходимо:

- формировать у учащихся навыки самоконтроля;
- формировать умения проверять ответ на правдоподобие;
- систематически отрабатывать вычислительные навыки;
- формировать умение переходить от словесной формулировки соотношений между величинами к математической;
- учить проводить доказательные рассуждения при решении задач;
- учить выстраивать аргументацию при проведении доказательства;
- учить записывать математические рассуждения, доказательства, обращая внимание на точность и полноту проводимых обоснований.

Предлагается несколько интересных, приемов:

Обязательные устные упражнения и правила быстрого счета

Так как на экзамене не разрешается использовать калькулятор, то нужно научить учащихся выполнять простейшие (и не очень) преобразования устно. Конечно, для этого потребуются организовать отработку такого навыка до автоматизма.

Для достижения правильности и беглости устных вычислений необходимо в течение всех лет обучения на каждом уроке отводить 5-7 минут для проведения упражнений в устных вычислениях, предусмотренных программой каждого класса. [14]

Устные упражнения должны соответствовать теме и цели урока и помогать усвоению изучаемого на данном уроке или ранее пройденного материала. Сокращается время на выполнение таких операций, как решение квадратных уравнений, линейных неравенств и неравенств 2-ой степени, разложение на множители, преобразования иррациональных выражений и другие. Эти операции переходят из разряда самостоятельной задачи в разряд вспомогательной и становятся инструментом («таблицей умножения») для решения более сложных задач.

Важны также и приемы быстрого счета, такие как:

- возведение в квадрат чисел, оканчивающихся на 5;
- умножение на 25, на 9, на 11;
- нахождение произведений двузначных чисел, у которых одинаковое число десятков, а сумма единиц составляет 10;
- деление трёхзначных чисел, состоящих из одинаковых цифр, на число 37;
- извлечение квадратного корня.

Возможно воспользоваться пособиями:

- Рачинский С.А. 1001 задача для умственного счёта в школе.
- Перельман Я. Быстрый счёт. В рамках проектной деятельности интересна работа с обучающимися по составлению справочников. Это развивает их индивидуальные способности. Использование метода проектов ведет к тому, что повторение, а значит и подготовка к экзаменам, идет постепенно, как бы «скрыто», но приводит к прочным знаниям и нужным в дальнейшей жизни навыкам. [6]

При этом наблюдается:

Метод проектов для составления справочников.

Высокая степень самостоятельности и активности учащихся.

Перенос акцента в обучении с преподавания на учение.

С ростом уровня сложности деятельности учеников растет и уровень творчества и качества выполняемых работ.

Решая сложные задания, для которых нет определенного алгоритма, учащийся формирует собственную самостоятельность и готовность решать сложные проблемы в реальной жизни.

Важным в проектной деятельности, направленной на подготовку к ГИА является умение выполнять задания большого объема, требующие терпения и внимания.

Формируются такие качества, как ответственность, добросовестность, умение доводить начатое дело до конца, защищать и отстаивать собственное мнение. Эти качества всегда вызывали уважение и ценились в обществе.

Примером может быть проект по составлению справочника, объединяющего темы: «Квадратные уравнения», «Теорема Виета», «Квадратные неравенства», «Квадратичная функция».

При составлении справочников рекомендуется обратиться к пособию: Райбул С.В. «Алгебра и геометрия в таблицах и схемах».

Применение групповой работы на уроках математики при подготовке к ГИА

Психологи давно доказали, что люди лучше всего усваивают то, что обсуждают с другими, а лучше всего помнят то, что объясняют другим.

Учащиеся под руководством учителя создают группы по 3- 4 человека.

Алгоритм действий учащихся.

Задания обязательного уровня (1 часть)

Выполнив задания 1 части, сравнивают решения с ответами и между собой.

Делают работу над ошибками.

Получают другой вариант заданий 1 части и выполняют только те задания, в которых были допущены ошибки. Каждая группа получает задание и готовится самостоятельно. При этом учащиеся не знают, кто будет выполнять задание у доски.

#### Задания 2 части

Представители каждой группы решают задания по порядку, возможно, только те, которые решить смогли.

Остальные учащиеся проверяют задания, задают вопросы, оценивают.

Оценку получает вся группа. Каждая группа готовится самостоятельно в течение недели. Проверку осуществляют на элективном курсе. [15]

#### Задания повышенной сложности

Задания у доски выполняют те учащиеся, которые с ним справились самостоятельно.

Остальные при этом имеют возможность разобраться в затруднениях, встретившихся при выполнении этих заданий.

Если есть несколько учащихся, решивших задание, то проверку можно осуществлять в виде математического боя.

#### Особое внимание геометрии

Когда в апреле провели пробный экзамен, то обнаружили много работ, в которых практически масса неудовлетворительных отметок именно по геометрии. Желательно готовить справочники по темам «Треугольники», «Четырёхугольники», «Окружность». Затем выполнить набор задач разного типа сложности по этим темам (брать задания из открытого банка)

Например, по теме «Окружность» рассматривают вопросы:

- В экзаменационной работе 8 заданий по геометрии. Поскольку геометрию в школе проходят по остаточному принципу, поэтому приходится уделять ей особое внимание.

- При таком подходе значительно увеличивается количество заданий, решаемых учениками и проверяемых в группе друг у друга.

- прямые, отрезки и углы, связанные с окружностью;

- свойства вписанных и центральных углов;
- углы между хордами, касательными и секущими;
- свойства хорд;
- соотношения между длинами хорд, отрезков касательных и секущих;
- свойства дуг и хорд, длина дуг и хорд, площадь круга и его частей;
- взаимное расположение двух окружностей.

По теме «Треугольники» рассматривают вопросы:

- признаки равенства треугольников;
- неравенство треугольника;
- определение вида треугольника;
- 4 замечательные точки треугольника;
- теорема синусов;
- теорема косинусов;
- площади треугольников;
- признаки подобия треугольников;
- вписанные и описанные треугольники.

По теме «Четырёхугольники» рассматривают вопросы:

- вписанные и описанные четырёхугольники, их свойства и площади;
- параллелограмм и его свойства;
- трапеция и её свойства;
- прямоугольник, его свойства и признаки;
- ромб, его свойства и признаки;
- квадрат, его свойства и признаки.

Авторитет учителя

Хороший результат получается, когда учитель инсценирует «тупик» в процессе решения задачи. В этом случае учащиеся должны уметь найти место, с которого пошёл «тупиковый» вариант, чтобы, вернувшись к нему, найти другой вариант решения. [18]

Очень эффективен приём показа учителем мыслительного поиска способа решения задачи. Учитель должен быть готов раскрыть перед

учащимися ход своих мыслей, которые у него возникали, когда он готовился к уроку, даже если эти мысли были неверными. Целесообразно развернуть перед учащимися всю картину поиска решения, вплоть до показа своих черновых записей.

По этому разделу рекомендуется учебное пособие: Балаян Э.Н. «Геометрия. Задачи на готовых чертежах для подготовки к ГИА. 7-9 классы». Оно содержит теоретические сведения по геометрии за курс основной школы и упражнения в таблицах по всем темам геометрии 7-9 классов.

Если учитель планирует провести проверочное диагностическое тестирование по какой-то определённой теме (а это разумно), то должен соблюдаться следующий принцип: правильно решенное предыдущее задание готовит понимание смысла следующего.

Подготовку к ГИА в 9 классе начинают в начале года.

Работа с родителями.

Для обучающихся и их родителей в сентябре проводим совместное родительское собрание, на котором рассказываем об организации и проведении ГИА по математике в 9 классе и то, как необходимо к экзамену подготовиться, чтобы получить высокий результат, набрать максимальное количество баллов. [22]

На первом же собрании знакомят родителей с нормативно-правовыми документами, со структурой экзамена, теми изменениями, которые произошли в этом учебном году, с порядком проведения экзамена, системой оценивания.

Родительские собрания проводят 1 раз в четверть. Со многими родителями совместно с детьми зачастую приходится встречаться и работать в индивидуальном порядке.

При подготовке к ГИА следует знать специфику класса и уровень знаний по предмету.

Для работы по подготовке к ГИА всех учащихся делят на 2 группы (можно и на 3), перед каждой ставят свои задачи.

1 группа	2 группа
Учащиеся, которые должны справиться с заданиями базового уровня и получить на экзамене «3».	Учащиеся, которые должны справиться с заданиями базового уровня и более сложными заданиями.
Задачи:	
<p>1)должны выучить всю теорию;</p> <p>2)научиться решать все типы заданий базового уровня;</p> <p>3)на контрольных работах, тестах и зачетах не списывать.</p> <p>4)если получена «2», то отработать(но не более 2 раз)</p>	<p>1) должны выучить всю теорию;</p> <p>2) научиться решать все типы заданий любой темы разными способами;</p> <p>3) уметь объяснять, почему так решаешь;</p> <p>4) уметь решать задачи на уравнения, проценты, прогрессии;</p> <p>5) знать теорию геометрии и уметь решать задачи с параметрами.</p> <p>6) если получишь «2»,«3» или «4», то отработать(но не более 1 раза);</p> <p>7) посещать элективные курсы;</p> <p>8) прорешивать все дополнительные задания.</p>

Проведение дополнительных занятий по подготовке к ГИА:

- консультации для слабых учащихся (решение 1 части);
- консультации для сильных ребят (решение заданий 2 части);
- индивидуальные консультации

На первых занятиях знакомят учащихся с нормативно-правовыми документами, проводят инструктаж по правилам выполнения Кимов. Знакомят с содержанием работ, их особенностями. На нескольких занятиях

задания выполняют коллективно, с полным объяснением и записью на доске, прорешивают несколько тестов (1 часть). При этом стараются знакомить с тем, как правильно читать задания, несколько раз прочитать вопрос задания. Стараются каждого ученика вызвать при этом к доске.

Систематическое включение в устную работу заданий из ГИА открытого банка задач части 1.

Включение в изучение текущего учебного материала заданий, соответствующих экзаменационным заданиям. На каждом уроке решаем и разбираем задания не только из учебника, но и задания, соответствующие теме задания из КИМов.

Использование в домашних заданиях материалов КИМов.

На протяжении первого полугодия домашнее задание задают из открытого банка заданий КИМов: 4- 5 заданий из варианта. Те задания, которые вызвали затруднения, разбирают на доске.

Включение экзаменационных задач в содержание текущего контроля.

В контрольные и тестовые работы включают задания из открытого банка задач. Обязательно добиваются того, чтобы ребята отработали задания, в которых допустили ошибки (иногда работу над ошибками приходится выполнять по несколько раз, пока задание не будет решено правильно). [4]

Во время итогового повторения и изучения нового материала, начиная с 5 или 6 класса, ребята заполняли и использовали на уроках и дома тетрадь для правил (у каждой своей тетради), куда записывались основные формулы, правила и т.д. Она помогала при решении заданий, а при систематическом использовании в работе формулы и алгоритмы решений быстрее запоминались.

Проведение тематического повторения в течение года.

В сборниках для подготовки к ГИА есть много заданий по определённой теме, например, «Уравнения». Готовясь к уроку, учителю приходится искать задания по этой теме в разных источниках, что занимает много времени. Кроме того, повторять материал темы удобно, когда задания

расположены в одном месте. Наиболее оптимальное решение - это тематические тесты.

Для этого из заданий открытого банка задач можно составить задания по прототипам (тематические тесты) и по результатам выполнения теста заполнять таблицу:

Ф.И. ученика	Числа и вычисления	Алгебраические выражения	Уравнения и их системы	Неравенства и их системы	Функции	Прогрессии	Текстовые задачи
теор	прак	теор	прак	теор	прак	теор	

и т.д. Такую же таблицу составляют по темам геометрии.

Для каждого ученика собирают папки с заданиями, в которые постепенно добавляют тематические тесты и демонстрационные варианты, работы пробного экзамена, которые писали ребята.

Повторения теоретического материала на обобщающих уроках с применением компьютерных технологий.

Уроки с применением презентаций зрелищны и эффективны в работе над информацией. Особенно, если это уроки повторения и обобщения материала определённой темы. Презентация обладает наглядностью и выразительностью, это прекрасное дидактическое и мотивационное средство, способствующее лучшему запоминанию учебного материала. При её систематическом использовании увеличивается продуктивность обучения. С помощью презентации можно повысить объём повторяемого материала и выполняемой работы. В работе использую свои презентации и презентации, созданные коллегами и представленные на различных образовательных сайтах в Интернете:

- Интернет-сообщество учителей
- Сеть творческих учителей
- Фестиваль педагогических идей «Открытый урок»
- Информационно-методический сайт

Систематическое повторение учебного материала начинают с 4 четверти.

Итоговое повторение можно построить исключительно на отработке умений и навыков, требующихся для получения положительной отметки на экзамене. [17]

Примерные экзаменационные работы беру из различных сборников для подготовки к ГИА (прошлых лет и новые с геометрическим материалом)

Кроме этого ребята могут проверить свои знания, решая примерные работы в режиме on-lain, а также работы, размещённые на сайте СтатГрада и СдамГИА.

Использование компьютерных презентаций на уроках математики и при подготовке к экзамену открывает огромные возможности:

- компьютер может взять на себя функцию контроля знаний,
- поможет сэкономить время на уроке для решения экзаменационных задач,
- богато иллюстрировать материал,
- трудные для понимания моменты показать в динамике,
- повторить то, что вызвало затруднения,
- дифференцировать урок в соответствии с индивидуальными особенностями учащихся,
- быстро повторить теоретический материал.

Особенно эти презентации помогают при итоговом повторении теоретического материала по геометрии. 1 часть работы содержит 5 геометрических задания. Особенно трудно дается задания типа 13, которые содержат большой теоретический материал. Презентации помогают наглядно увидеть ответы на вопросы.

По данным исследований в памяти человека остаётся  $\frac{1}{4}$  часть услышанного материала,  $\frac{1}{3}$  часть увиденного,  $\frac{1}{2}$  часть увиденного и услышанного,  $\frac{3}{4}$  части материала, если ученик привлечён в активные действия в процессе обучения.

Систематическая работа по заполнению бланков. С заполнением бланков возникает много проблем, поэтому, чем раньше обучающиеся по ним начинают работать, тем меньше вероятность допущения ошибок в оформлении. На дополнительных занятиях разбираются все ошибки, которые были допущены при выполнении диагностических работ. Обращают внимание на то, что каждая цифра и знак пишется в отдельной клеточке, на правильность написания цифр, на то, что в ответах не пишут наименования, не ставят знаки %, не получают десятичную или неправильную дробь и т.д. ответы в тетрадях и на доске записывают в клеточках. [19]

Решение большого числа тестов. С конца сентября в классе, на дополнительных занятиях и дома можно раздать для прорешивания большое количество тестов, желательно разные варианты. Ответы затем проверить и те задания, в которых была допущена ошибка, разобрать.

Подготовку решения заданий второй части можно начать со 2 четверти.

Для этого сначала можно использовать дополнительные занятия, на которые пригласить более подготовленных ребят. Можно дать домашнее задания из 2 части.

Конечно, подготовка к урокам, консультациям, проведение дополнительных занятий занимают много времени и сил, но, если правильно организовать свою деятельность и заинтересовать обучающихся в получении положительной оценки, то вся проведенная работа принесёт желаемый результат.

Легких путей в науку нет. Но необходимо использовать все возможности для того, чтобы дети учились с интересом, чтобы большинство подростков испытали и осознали притягательные стороны математики, ее возможности в совершенствовании умственных способностей, в преодолении трудностей и успешно сдали экзамен.

1.3. Дифференцированный подход в обучении учащихся при подготовке к государственной итоговой аттестации по математике

Математика является одной из самых сложных школьных дисциплин и вызывает трудности у многих школьников. Как показали многочисленные психолого-педагогические исследования, если уравнивать многие факторы, влияющие на уровень усвоения новых знаний, а именно: обеспечить одинаковый исходный минимум знаний у всех учащихся, положительное отношение их к уроку, тщательно разработать методику введения нового материала, то, несмотря на равенство этих условий, новые знания будут усвоены по-разному.

Одни школьники достаточно полно усвоят новое и могут применить его в новых, но сходных с учебной обстановкой условиях, требующих самостоятельного развития новых знаний (высокий уровень усвоения). Другие усвоят существенные стороны нового понятия или закономерности и сумеют применить их к решению задач, близких к тем, которые разбирались в процессе объяснения нового материала (средний уровень усвоения). Наконец, будут и такие, кто вынес лишь отдельные, нередко несущественные стороны нового понятия или закономерности и не может применить их к решению даже простых задач (низкий уровень усвоения). При этом потребуется различное количество упражнений и различная мера помощи со стороны учителя тем учащимся, которых предстоит довести до высшего уровня усвоения.

Необходима такая организация учебного процесса, которая позволила бы учитывать различия между учащимися и создавать оптимальные условия для эффективной учебной деятельности всех школьников, то есть возникает необходимость перестройки содержания, методов, форм обучения, максимально учитывающая индивидуальные особенности учеников. И подходом, который учитывает эти особенности, является дифференциация. [16]

Дифференциация в переводе с латинского означает разделение, расслоение целого на различные части, формы, ступени.

Дифференцированное обучение – это:

1) форма организации учебного процесса, при которой учитель работает с группой учащихся, составленной с учетом наличия у них каких-либо значимых для учебного процесса общих качеств;

2) часть общей дидактической системы, которая обеспечивает специализацию учебного процесса для различных групп обучаемых.

Дифференциация обучения (дифференцированный подход) – это:

1) создание разнообразных условий обучения для различных школ, классов, групп с целью учета особенностей их контингента;

2) комплекс методических, психологических, организационно-управленческих мероприятий.

Индивидуальный подход в учебном процессе означает действенное внимание к каждому ученику, его творческой индивидуальности, учет в процессе обучения индивидуальных особенностей, предполагает разумное сочетание фронтальных, групповых и индивидуальных заданий для повышения качества обучения и развития каждого школьника. [12]

Принято выделять два основных вида дифференцированного обучения.

1. Внешняя дифференциация.

Профильная дифференциация - это дифференциация по содержанию. Она предполагает обучение разных групп учащихся по программам, отличающимся глубиной и широтой изложения материала. Дифференциация этого вида, как правило, осуществляется через курсы по выбору и профильное обучение

2. Внутренняя (уровневая) дифференциация.

Она предполагает организацию работы внутри класса соответственно группам учащихся, отличающихся одними и теми же более или менее устойчивыми особенностями. Уровневая дифференциация выражается в том, что обучение учащихся одного и того же класса в рамках одной программы и учебника проходит на различных уровнях усвоения учебного материала.

Организация деятельности учителя по реализации дифференцированного обучения на уроках математики

Процесс организация учителем внутри классной дифференциации включает несколько этапов.

1. Проведение диагностики.
2. Распределение учащихся по группам с учетом диагностики.
3. Определение способов дифференциации, разработка дифференцированных заданий.
4. Реализация дифференцированного подхода к учащимся на различных этапах урока.
5. Диагностический контроль за результатами.

Рассмотрим пару этапов.

Различные подходы к выделению уровней овладения содержанием обучения

В соответствии с выявленными способностями или интересом учащихся к изучению учебного предмета класс условно разбивается на группы:

Первая группа (“наименее успешные”) – алгоритмики (слабые и очень слабые)

Вторая группа (“успешные”) – мыслители (хорошисты и отличники)

Для 1-й группы учащихся:

пробудить интерес к предмету путем использования посильных задач, учебных программных средств, позволяющих ученику работать в соответствии с его индивидуальными способностями;

ликвидировать пробелы в знаниях и умениях;

сформировать умение осуществлять самостоятельную деятельность по образцу.

Для 2-й группы учащихся:

развить устойчивый интерес к предмету;

закрепить и повторить имеющиеся знания и способы действий, актуализировать имеющиеся знания для успешного изучения нового материала;

сформировать умение самостоятельно работать над задачей или с учебным программным средством.

Так же существует еще одно деление по способам восприятия информации. Все люди делятся на 3 группы: аудиалы, визуалы, кинестетики.

Разработка разноуровневых заданий для обучения математике учащихся 9 классов.

#### Уровень А

Большое количество простых тренировочных упражнений с постепенным пошаговым нарастанием трудности.

Упражнения начинаются с простейших и располагаются по возрастающей сложности.

Переход от одного упражнения к другому связан с небольшим варьированием данных или с незначительными усложнениями формулировки задания.

#### Уровень М

Преобладают задания комбинированного характера, требующие установления связей между отдельными компонентами курса и применения нестандартных приемов решения.

Упражнения начинаются с простейших и располагаются по возрастающей сложности.

Сложность заданий возрастает в значительно более высоком темпе. Это позволяет быстрее пройти начальный этап формирования соответствующего умения и выйти на усложненные комбинированные задания. [19]

Разноуровневые задания облегчают организацию занятий в классе, создают условия для продвижения школьников в учебе в соответствии с их возможностями.

Успех, испытанный в результате преодоления трудностей, дает мощный импульс повышению познавательной активности. У учащихся, в том числе и слабых, появляется уверенность в своих силах, они уже не

чувствуют страха перед новыми задачами, рискуют пробовать свои силы в незнакомой ситуации, берутся за решение задач более высокого уровня.

Индивидуальный подход и работа со слабоуспевающими.

Определив пробелы в знаниях, обучающихся по итогам очередной диагностической работы, обязательно составляют план устранения недостатков. [4]

По такому планированию видно, на какую тему нужно сделать упор при индивидуальной работе с учащимися и проводят работу:

1. индивидуальные задания на дом на повторение пройденного и отработку заданий базового уровня использую раздаточный материал, который собран в тематические папки:

2. проверка выполнения домашних заданий

3. проверка выполнения индивидуальных заданий

4. индивидуальная работа по карточкам, тематическим тренажёрам

5. самостоятельные работы - выполняй по образцу

6. групповые занятия - раз в неделю.

Хороший результат отслеживания показателей обучения дают диагностические карты учебных достижений каждого ученика по результатам текущих контрольных, самостоятельных и диагностических работ.

Этот трудоёмкий процесс более эффективен в случае, когда сами обучающиеся делают выводы по результату своего обучения и видят свое продвижение к успеху. Диагностические карты сразу доводятся до сведения обучающихся, их родителей, классного руководителя под роспись.

Дифференцированный подход и работа с сильными.

Любой класс является не однородным по составу. В классе обучаются учащиеся с разным уровнем обучаемости, поэтому разный темп овладения учебным материалом, а также в способности применять усвоенные знания и умения. Перед разными группами ставятся различные цели: одни ученики должны достичь базового уровня математической подготовки, а другие,

проявляющие интерес к математике и обладающие математическими способностями, добиться более высоких результатов.

Первая группа – учащиеся с низким темпом продвижения в обучении:

Вторая группа – учащиеся со средним темпом продвижения в обучении: овладение новыми знаниями и умениями не вызывает особых затруднений, способы выполнения типовых заданий усваивают после рассмотрения 2 – 3 образцов, решение измененных и усложненных задач находят, опираясь на указания учителя. Такие дети не могут сконцентрировать своё внимание и в работе могут допустить ошибки. Им необходимо систематическое повторение ранее усвоенного.

Третья группа – учащиеся с высоким темпом продвижения в обучении: общие схемы выполнения типовых задач фактически усваивают в процессе их первичного объяснения, во многих случаях могут самостоятельно находить решения измененных и усложненных задач, предполагающих применение нескольких известных способов решения. В основе работы с этой группой лежит самостоятельность учащихся.

При изучении новой темы работают со всем классом. Но после первичного закрепления обучающиеся приступают к дифференцируемой самостоятельной работе в группах. Поэтому дают задания на оценку - 3, на 4, на 5.

Работа с сильными учащимися.

Как правило, такие дети быстро усваивают материал на уроке и получают более сложные задания и для работы на уроке, и для домашнего задания. Это или задания «со звёздочкой» из учебника, или из других учебных пособий. Задания повышенного уровня у меня также собраны в отдельные папки. Во время урока много внимания сильным обучающимся нельзя уделить. При подготовке к урокам приходится решать задания, оформлять решения и обучающиеся сравнивают свои решения с решениями учителя самостоятельно.

Обучающиеся 9 класса решают задания части II из сборников подготовки к ГИА, из тематических сборников заданий.

В учебных пособиях все тесты попарно подобраны, нечётные номера тестов имеют подробное решение всех заданий С. Таким образом, сильные учащиеся на уроке или дома разбирают решение, при необходимости консультируясь у учителя, а затем решают аналогичное задание чётного варианта уже самостоятельно.

Большую помощь в работе с сильными оказывает Интернет - видео уроки, разбор решений, подборка типичных заданий.

#### 1.4. Роль методов повторения на уроках при подготовке к ГИА по математике

В связи с внедрением ГИА в практику школы, становится актуальной проблема подготовки школьников к экзамену. Поскольку основные проблемы были выявлены в подготовке слабых учащихся и учащихся, желающих получить отличные отметки, необходимо всесторонне развивать разноуровневое обучение и обобщающее повторение.

Роль методов повторения на уроках при подготовке к ГИА по математике велика, так как повторение обеспечивает прочность усвоения знаний. Умственное развитие при повторении обеспечивается его вариативностью. Обычно повторение проводится на новых примерах, в ином порядке с применением новых способов деятельности. [24]

Каждый учитель сталкивается с проблемой повторения и закрепления материала. Решение этой проблемы начинается с обеспечения положительной мотивации учащихся на повторение ранее изученного и усвоенного материала, раскрывается перспектива учебной деятельности, устанавливается связь учебного материала, предназначенного для повторения, с идеями, которые предстоит освоить, ученики убеждаются, что эти идеи интересны и важны.

Одним из важнейших направлений совершенствования процесса обучения математике является целенаправленная систематическая работа учителя по организации повторения, эффективность которого определяется следующими принципами: целенаправленности, сознательности, активности и самостоятельности, регулярности и систематичности, проблемности, прочности и системности, доступности, дифференциации и индивидуализации.

Необходимость повторения обусловлена задачами обучения, требующими прочного и сознательного овладения ими.

Повторение учебного материала по математике осуществляется во всей системе учебного процесса: при актуализации знаний – на этапе подготовки и изучения нового материала, при формировании учителем новых понятий, при закреплении изученного ранее, при организации самостоятельных работ различных видов, при проверке знаний учащихся. А также, основная подготовка к ГИА осуществляется на уроках математики. Особую роль при новой форме проведения выпускного экзамена приобретает организация итогового повторения. [26]

Методы и приемы повторения должны находиться в тесной связи с видами повторения. При повторении необходимо применять различные приемы и методы, сделать повторение интересным, путем внесения, как в повторяемый материал, так и в методы изучения некоторых элементов новизны. По поводу полезности многообразия методов и приемов весьма удачно выразился немецкий математик-педагог Керр: «Лучше одну теорему разобрать десятью способами, чем десять теорем одним способом». К сожалению, этому хорошему принципу следуют далеко еще не все преподаватели математики.

Организация повторения в процессе обучения математике представляет собой довольно сложную в методическом отношении проблему предполагающую решение нескольких частных задач. Это и выбор учебного материала для повторения, и определение наиболее эффективных приемов и

форм организации деятельности учащихся на уроках и дома, и выделение места для уроков повторения в структуре учебного процесса. В связи с этим решению данной проблемы был посвящен целый ряд исследований в области теории и методики обучения математике, а также психолого-педагогической науки. Причем она решалась в русле следующего направления.

Она реализовалась в рамках исследований, раскрывающих методику организации итогового повторения учебного материала в различных курсах. Исследуются возможности реорганизации учебного материала на заключительном этапе изучения математики 5-6 классов, геометрии 7-9 классов, алгебры 7-9 классов, начал стереометрии, а также систематизации заданного материала. Предлагается распределять материал по методическим линиям.

Для успешности повторения ранее изученного материала необходимо соблюдать следующие условия:

- повторять надо в течение всего учебного года,
- должна быть четкая целеустремленность в работе, сознательное отношение учащихся к повторению,
- тщательно отбирать материал и продумывать планирование его при повторении,
- стимулировать самостоятельность и активность в процессе повторения,
- правильно дозировать и распределять материал повторения во времени,
- органически связывать и продумывать сочетание отдельных видов повторения.

При повторении математики значительную часть времени приходится уделять теории, так как у учащихся возникает много вопросов, требующих более полного и глубокого освещения.

Уроки повторения должны быть продуманы как с точки зрения содержания, так и организации их. Постановка самих вопросов и разбор

упражнений по своей форме и характеру должны заставлять несколько по-иному осмысливать прежний материал.

Ниже представлена классификация видов повторения. Наиболее подходящая и продуманная.

1. Повторение в начале учебного года.

2. Текущее повторение всего, ранее пройденного, а повторение пройденного в связи с изучением нового материала сопутствующее повторение б повторение пройденного вне связи с новым материалом.

3. Тематическое повторение, обобщающее повторение законченных тем и разделов программы.

4. Систематическое повторение учебного материала.

5. Заключительное повторение, организуемое при окончании прохождения большого раздела программы или в конце учебного года.

В качестве основных средств обобщения и систематизации знаний используются систематизирующие схемы и таблицы, решение задач разными способами, выполнение упражнения на классификацию понятий, воспроизведение и анализ теоретических положений и т. д.

Анализ учебно-методической и психологической литературы показал, что система уроков по повторению обеспечивает преподавание математики на должном уровне, а знания учащихся становятся достаточно полными и прочными.

Определены основные требования к организации повторения.

Однако, несмотря на это, можно отметить многие важные вопросы, связанные с повторением, которые не были до конца исследованы. В частности, организация итогового повторения осуществлялась в отрыве от других его видов: от повторения в начале учебного года и текущего. В то время как самими авторами не раз отмечалось, что эффективность заключительного повторения во многом определяется успешностью организации всех его видов. Но исследование, включающее в себя методику организации повторения на различных его этапах, до сих пор отсутствует.

Это отрицательно сказывается на эффективности повторения в практике обучения математике в школе. Методика организации повторения должна наиболее оптимальным образом быть направлена на разрешение как можно большего числа задач в обучении математике, стоящих перед повторением. Оно должно выступать и как средство реализации внутрисубъектных связей учебного материала, как способ предупреждения забывания знаний школьниками, и как один из путей реализации прикладной направленности обучения.

### Выводы по 1 главе

Сдача выпускниками основной школы экзамена по математике в форме ГИА ставит перед учителями ряд вопросов:

- ✓ как обучать в новых условиях;
- ✓ как организовать обучение так, чтобы учащиеся после экзамена получали удовлетворение, а не говорили, что «мы таких задач не решали»?

И здесь огромную роль играет правильно и своевременно организованное повторение ранее изученного программного материала. Конечно, одной из конечных целей повторения является оптимально качественная подготовка учащихся к государственной итоговой аттестации.

В начале каждого учебного года в 5-9 классах необходимо проводить входные мониторинговые контрольные работы для выявления остаточных знаний учащихся. По остаточным знаниям детей можно разделить их на три группы. При этом учащиеся знают, что по мере усвоения материала они могут переходить в следующую по уровню подготовки группу.

Знакомство учащихся с алгоритмами решения задач осуществляется на уроке-лекции. В целях оперативного контроля за усвоением алгоритма очень часто проводятся небольшие самостоятельные работы, цель которых – не выставление оценок, а выявление тех учащихся, которые что-то не поняли. Этим ребятам оказывается оперативная помощь консультантами или объяснение ещё раз, вызывая к доске.

Обучение алгоритмам не сводится к их заучиванию, оно предполагает и самостоятельное открытие, построение и формирование алгоритмов, а это и есть творческий процесс.

В календарно-тематическом планировании уроков алгебры за 9-й класс вносятся темы, которые нужно повторить:

- основное свойство пропорции;
- задачи на составлении и решение пропорций;
- задачи на проценты;
- формулы сокращенного умножения;
- выражения и их преобразования
- уравнения и системы уравнений;
- неравенства и системы неравенств;
- арифметическая и геометрическая прогрессии.

Повторение проводится как на уроках, так и после уроков через системные дифференцированные консультации и внеаудиторные занятия. Учащиеся хорошо усваивают обязательный минимум материала по математике, если пользуются методическими приемами:

- решение задач по образцу;
- рассмотрение различных подходов к решению одной и той же задачи;
- составление опорных схем и применение других наглядных средств обучения;
- правильный подбор тематики и уровня задач, придание им занимательной формы;
- использование соревнования: «Как решить быстрее?»; «У кого решение получилось самое короткое?»; «Самое простое?».

Проводится тематический контроль с помощью блиц-опросов, тематического тестирования.

На уроках часто используются карточки-консультанты, с помощью которых повторяется изученный материал. В них содержатся все узловые моменты изучаемой темы, а так же алгоритм решения заданий.

В работе со слабоуспевающими детьми можно использовать карточки «Работай по образцу!», которые позволяют отработать алгоритм разнообразных действий и математических операций.

Можно придерживаться следующей системы работы по подготовке к ГИА по математике в 9 классе.

1. Изменение тематического планирования.
2. Включение в изучение текущего учебного материала заданий, соответствующих экзаменационным заданиям.
3. В содержание текущего контроля включать экзаменационные задачи.
4. Изменить систему контроля над уровнем знаний учащихся по математике.
5. Итоговое повторение построить исключительно на отработке умений и навыков, требующихся для получения положительной отметки на экзамене.

Для успешной сдачи экзаменов девятиклассникам необходима определенная система подготовки.

При подготовке учащихся к ГИА учителю необходимо:

- формировать у учащихся навыки самоконтроля;
- формировать умения проверять ответ на правдоподобие;
- систематически отрабатывать вычислительные навыки;
- формировать умение переходить от словесной формулировки соотношений между величинами к математической;
- учить проводить доказательные рассуждения при решении задач;
- учить выстраивать аргументацию при проведении доказательства;
- учить записывать математические рассуждения, доказательства, обращая внимание на точность и полноту проводимых обоснований.

Предлагается несколько интересных, приемов:

Обязательные устные упражнения и правила быстрого счета

Возможно воспользоваться пособиями

Применение групповой работы на уроках математики при подготовке к ГИА

Хороший результат получается, когда учитель инсценирует «тупик» в процессе решения задачи. В этом случае учащиеся должны уметь найти место, с которого пошёл «тупиковый» вариант, чтобы, вернувшись к нему, найти другой вариант решения.

Очень эффективен прием показа учителем мыслительного поиска способа решения задачи.

Если учитель планирует провести проверочное диагностическое тестирование по какой-то определённой теме (а это разумно), то должен соблюдаться следующий принцип: правильно решенное предыдущее задание готовит понимание смысла следующего.

Подготовку к ГИА в 9 классе начинают в начале года.

При подготовке к ГИА следует знать специфику класса и уровень знаний по предмету.

Проведение дополнительных занятий по подготовке к ГИА:

- консультации для слабых учащихся (решение 1 части);
- консультации для сильных ребят (решение заданий 2 части);
- индивидуальные консультации

Систематическое включение в устную работу заданий из ГИА открытого банка задач части 1.

Использование в домашних заданиях материалов КИМов.

Включение экзаменационных задач в содержание текущего контроля.

Проведение тематического повторения в течение года.

Для каждого ученика собирают папки с заданиями, в которые постепенно добавляют тематические тесты и демонстрационные варианты, работы пробного экзамена, которые писали ребята.

Повторения теоретического материала на обобщающих уроках с применением компьютерных технологий.

Итоговое повторение можно построить исключительно на отработке умений и навыков, требующихся для получения положительной отметки на экзамене.

Необходима такая организация учебного процесса, которая позволила бы учитывать различия между учащимися и создавать оптимальные условия для эффективной учебной деятельности всех школьников, то есть возникает необходимость перестройки содержания, методов, форм обучения, максимально учитывающая индивидуальные особенности учеников. И подходом, который учитывает эти особенности, является дифференциация.

Принято выделять два основных вида дифференцированного обучения.

1. Внешняя дифференциация.
2. Внутренняя (уровневая) дифференциация.

Организация деятельности учителя по реализации дифференцированного обучения на уроках математики

Процесс организации учителем внутри классной дифференциации включает несколько этапов.

1. Проведение диагностики.
2. Распределение учащихся по группам с учетом диагностики.
3. Определение способов дифференциации, разработка дифференцированных заданий.
4. Реализация дифференцированного подхода к учащимся на различных этапах урока.
5. Диагностический контроль за результатами.  
в соответствии с и возможностями.

Роль методов повторения на уроках при подготовке к ГИА по математике велика, так как повторение обеспечивает прочность усвоения знаний. Умственное развитие при повторении обеспечивается его вариативностью. Обычно повторение проводится на новых примерах, в ином порядке с применением новых способов деятельности.

Необходимость повторения обусловлена задачами обучения, требующими прочного и сознательного овладения ими.

Повторение учебного материала по математике осуществляется во всей системе учебного процесса: при актуализации знаний, при формировании учителем новых понятий, при закреплении изученного ранее, при организации самостоятельных работ различных видов, при проверке знаний учащихся.

Методы и приемы повторения должны находиться в тесной связи с видами повторения. Организация повторения в процессе обучения математике представляет собой довольно сложную в методическом отношении проблему предполагающую решение нескольких частных задач.

Для успешности повторения ранее изученного материала необходимо соблюдать следующие условия: повторять надо в течение всего учебного года, должна быть четкая целеустремленность в работе, сознательное отношение учащихся к повторению, тщательно отбирать материал и продумывать планирование его при повторении, стимулировать самостоятельность и активность в процессе повторения, правильно дозировать и распределять материал повторения во времени, органически связывать и продумывать сочетание отдельных видов повторения.

Ниже представлена классификация видов повторения. Наиболее подходящая и продуманная.

1. Повторение в начале учебного года.
2. Текущее повторение всего, ранее пройденного, а повторение пройденного в связи с изучением нового материала сопутствующее повторение б повторение пройденного вне связи с новым материалом.
3. Тематическое повторение, обобщающее повторение законченных тем и разделов программы.
4. Систематическое повторение учебного материала.
5. Заключительное повторение, организуемое при окончании прохождения большого раздела программы или в конце учебного года.

## 2. Реализация методики повторения и обобщения при подготовке к государственной итоговой аттестации по математике

### 2.1. Методика разноуровневого урока, основанная на дифференцированном подходе к подготовке к государственной итоговой аттестации по математике

Математика – одна из самых сложных школьных дисциплин, и вызывает трудности у многих учащихся. В то же время есть дети, которые имеют явно выраженные способности к этому предмету, и дети, для которых математика – вечная проблема.

Целесообразно использовать технологию разноуровневого подхода в обучении математике. Считают, что наиболее эффективной при подготовке в ГИА является методика разноуровневого урока, основанная на дифференцированном подходе к учащимся. Важно определение стартового уровня знаний для каждого ученика, поэтому в начале учебного года провожу контрольные срезы.

В классе, в начале учебного года, формируют два уровня учащихся: уровень 1 – учащиеся, которые имеют низкие математические способности, уровень 2 – учащиеся, которые имеют высокие математические способности. Ребята знают, что со временем можно перейти из одной группы в другую в соответствии с результатами обучения.

На уроках используют технологии уровневой дифференциации, что особенно помогает при подготовке к сдаче экзаменов в форме и по материалам ГИА. После изучения индивидуальных особенностей учеников в классе, работают в трех направлениях:

- проводят разноуровневые уроки, на которых используют ИКТ и разноуровневые задания (обучающие и контролирующие). Учащиеся должны уметь оценивать себя и своих товарищей, знать, что необходимо уметь на оценки «3», «4», «5»

- учатся самостоятельной работе с учебником, с дополнительной литературой, ресурсами Интернет, организуют ребят для участия в школьных, районных и международных олимпиадах

- обучают исследовательской работе – использованию задач с элементами исследования, развивающих задач и творческих заданий.

На разноуровневых уроках осуществляют дифференцированный подход на любом из этапов урока.

Большое внимание уделяют устной работе. Главное условие здесь - систематичность, работа на каждом уроке. Во время устной работы половину повторяемого материала можно отработать в течение 5-7 минут. Устный счет всегда проводят так, чтобы начинали с легкого, затем за выполняли более сложное. Имеют подбор устных упражнений по всем темам.

При изучении нового материала и закреплении первый урок проводят для всех, на следующих уроках происходит разноуровневая работа. Уровень 1 – возвращается к основным моментам, повторяет снова теоретический материал и решает простейшие задания. Уровень 2 – переходят от обязательных в творческие.

Проводят самостоятельные разноуровневые работы. Дается 2 различных по сложности варианта, и каждый ученик выбирает себе вариант по силам. Даже самые слабые ученики ощущают свою успешность, ведь задачи с низким уровнем трудности им по плечу. Эта форма урока наиболее эффективна при закреплении решения задач для подготовки к итоговой аттестации. [16]

Домашняя работа так же разноуровневая: уровню 1 – соответствующие обязательным результатам обучения, уровню 2 – задания из учебника дополняются задачами из учебных пособий.

Часто перед многими учениками стоит проблема общения с учителем. Из-за индивидуальных особенностей личности им трудно бывает задать вопрос, попросить объяснить снова. У одноклассников проще спросить непонятное, получить в нужный момент помощь. Этому способствует

групповая форма работы. Класс разбивается на группы по 2 человека. Дети в парах организованы с разным уровнем знаний: средний – низкий, высокий – средний. Все пары получают задания. Задания выполняются, при этом идёт обсуждение, опрос друг друга. Таким образом, абсолютно все ученики всё полезное время потратили на достижение главной цели урока. Учитель направляет и корректирует работу.

Современному учителю в своей практике необходимо использовать технологии, отвечающие потребностям общества. Одной из таких технологий является проектное обучение. Проектно-исследовательская деятельность позволяет школьникам на практике применить знания, полученные на уроках. Применение проектной методики повышает интерес к изучению математики. Например, предлагают ребятам тему по выбору из тем, включенных в ГИА и подготовке презентаций по выбранным темам.

Одной из задач повседневного учительского труда является необходимость осуществлять контроль знаний учащихся. Тестирование как эффективный способ проверки знаний находит в школе всё большее применение. Одним из основных и несомненных его достоинств является минимум временных затрат на получение надёжных итогов контроля. При тестировании используют как бумажные, так и электронные варианты. Последние особенно технологичны, так как позволяют получить результаты практически сразу по завершении теста.

Широко используют в своей работе Интернет – порталы ГИА, где пробное тестирование учащихся проводится в онлайн-режиме по заданиям, аналогичным тем, которые будут у выпускников на ГИА, с последующим оцениванием их ответов. Предложенная система позволяет каждому учащемуся выполнять задания в необходимом для него количестве и в доступном для него темпе, независимо от объёма работы и скорости ее выполнения остальными.

Повысить уровень обученности и качество знаний учащихся позволяет использование мониторинга знаний умений и навыков, применение

самодиагностики, самооценки, проведение индивидуальной работы с учениками по ликвидации пробелов в знаниях. Хороший результат отслеживания показателей обучения каждого выпускника дают диагностические карты учебных достижений каждого ученика по результатам КДР (контрольные диагностические работы) и других значимых работ, в том числе и индивидуальных. [8]

Этот нелегкий процесс более эффективен в случае, когда сами учащиеся осознанно прогнозируют результаты своего обучения. Нужно доверять своим ученикам заполнять такие карты не только после краевых контрольных работ, но и после самостоятельных работ или тестов по определенным темам программы. Диагностические карты регулярно доводятся до сведения учащихся и их родителей, классного руководителя.

Так же для подготовки к ГИА важную роль играют индивидуальные консультации для слабых и сильных, которые проводят еженедельно. Вся эта система работы как на уроках, так и внеурочное время помогает учащимся получать хорошие результаты на ГИА.

## 2.2. План подготовки учащихся к ГИА на примере решения текстовых задач

План подготовки учащихся к ГИА на примере решения текстовых задач выглядит следующим образом:

1. Вводное занятие. Понятие текстовой задачи.
2. Задачи на проценты.
3. Задачи на смеси и сплавы.
4. Задачи на работу.
5. Задачи на движение.

Рассмотрим их более подробно.

1. Вводное занятие. Понятие текстовой задачи.

Типы текстовых задач. Алгоритм решения текстовых задач.

Понятие текстовой задачи, этапы решения текстовой задачи, наглядные образы как средство решения математических задач, рисунки, схемы, таблицы, чертежи при решении задач, арифметический и алгебраический способы решения текстовой задачи.

## 2. Задачи на проценты.

Понятие процента, вводные задачи на доли, задачи на дроби, задачи на пропорции, процентное отношение, нахождение числа по его процентам, типы задач на проценты, процентные вычисления в жизненных ситуациях (распродажа, тарифы, штрафы, банковские операции, голосования), примеры решения задач, процентные расчеты на ГИА, процентные изменения, простой и сложный процентный рост, задачи, связанные с изменением цены, задачи о вкладах и займах, формула сложных процентов.

## 3. Задачи на смеси и сплавы.

Задачи на смеси и сплавы, основные допущения при решении задач на смеси и сплавы, задачи, связанные с понятием «концентрация», «процентное содержание», объёмная концентрация, исследовательская работа, процентное содержание, формула сложных процентов.

## 4. Задачи на работу.

Понятие работы, понятие производительности, алгоритм решения задач на работу, вычисление неизвестного времени работы ;путь, пройденный движущимися телами, рассматривается как совместная работа ;задачи на бассейн, заполняемый одновременно разными трубами, задачи, в которых требуется определить объём выполняемой работы, задачи, в которых требуется найти производительность труда, задачи, в которых требуется определить время, затраченное на выполнение предусмотренного объёма работы, система задач, подводящих к составной задач.

## 5. Задачи на движение.

Движения навстречу друг другу, движение в одном направлении, движение в противоположных направлениях из одной точки, движение по

реке, движение по кольцевым дорогам, средняя скорость, движение протяженных тел.

Практические советы:

1. Записываем формулу-ключ:  $S = Vt$ .

2. Определяемся с  $x$ ком, расписываем через  $x$  все данные. Особое внимание на величины, входящие в формулу-ключ: путь, скорость, время. Эти величины – основа решения задач на движение. Стараемся снять всю возможную информацию с задачи.

3. До составления уравнения, приводим (если надо) все величины задачи к единым единицам измерения.

4. Записываем уравнение. Если никак не записывается, читаем задачу. Скорее всего, вы использовали не все данные из задачи или не увидели в тексте подсказки. Она, подсказка, всегда есть.

5. Решаем уравнение. При получении двух корней – за ответ берём приличный корень, несусветный и левый – отбрасываем

Основные цели решения текстовых задач в школьном курсе математики:

- научить переводить реальные предметные ситуации в различные математические модели,
- обеспечить усвоение учащимися основных методов и приемов решения учебных математических задач.

Этапы решения текстовых задач:

1. Анализ содержания задачи.
2. Поиск пути решения задачи и составление плана ее решения.
3. Осуществление плана решения задачи.
4. Проверка решения задачи.

Стандартная схема решения таких задач включает в себя:

1. Выбор и обозначение неизвестных.
2. Составление уравнений (возможно неравенств) с использованием неизвестных и всех условий задачи.
3. Решение полученных уравнений (неравенств).

#### 4. Отбор решений по смыслу задачи.

Основными типами задач на движение являются:

- задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку);
- задачи на движение по замкнутой трассе;
- задачи на движение по воде;
- задачи на среднюю скорость;
- задачи на движение протяжённых тел.

При решении этих задач принимают следующие допущения:

Если нет специальных оговорок, то движение считают равномерным.

Скорость считается величиной положительной.

Всякие переходы на новый режим движения, на новое направление движения считают происходящим мгновенно.

Если тело с собственной скоростью  $x$  движется по реке, скорость течения которой равна  $y$ , то скорость движения тела по течению считается равной  $(x + y)$ , а против течения – равной  $(x - y)$ .

В задачах на движение используются обычно формулы, выражающие законы равномерного движения:  $S = V \cdot t$ , где  $S$  - пройденное расстояние,  $V$  – скорость равномерного движения,  $t$  - время движения.

При составлении уравнений в таких задачах часто бывает удобно прибегнуть к геометрической иллюстрации процесса движения: путь изображается в виде отрезка прямой, место встречи движущихся с разных сторон объектов точкой на отрезке и т. д.

Часто для усложнения задачи её условие формулируется в различных единицах измерения (метры, километры, часы, минуты и т. д.). В этом случае при выписывании уравнений необходимо пересчитывать все данные задачи в одинаковых единицах измерения.

#### Решение задач на движение

В задачах на движение есть две стандартные модели: движение навстречу друг другу и движение вдогонку.

Встречное движение. Объекты, начавшие двигаться навстречу друг другу одновременно, движутся до момента встречи одинаковое время.

В первой модели рассматривается как бы совместная скорость сближения, как сумма двух скоростей и поэтому время сближения считается так:  $t = S/v_1+v_2$  . Объекты, начавшие двигаться навстречу друг другу одновременно, движутся до момента встречи одинаковое время.

Движение в одном направлении.

Во второй модели время, за которое объект, идущий сзади с большей скоростью  $v_1$ , догонит другой объект, идущий с меньшей скоростью  $v_2$ , считается так:  $t = S/v_1-v_2$ , где  $S$  - расстояние между объектами в начальный момент времени.

Движение в противоположных направлениях

В таких задачах два тела могут начинать движение в противоположных направлениях из одной точки:

- а) одновременно;
- б) в разное время.

А могут начинать свое движение из двух разных точек, находящихся на заданном расстоянии, и в разное время.

Общим теоретическим положением для них будет следующее:

$V_{\text{удал.}} = v_1 + v_2$ , где  $v_1$  и  $v_2$  соответственно скорости первого и второго тел.

Движение по воде

При движении по течению реки скорость объекта складывается из его скорости в стоячей воде и скорости течения реки. При движении против течения реки, скорость объекта равна разности скорости объекта в стоячей воде и скорости течения реки. Движущийся плот всегда имеет скорость течения реки.

Движение по замкнутой трассе.

Движение по замкнутой трассе (допустим по стадиону) похоже на движение вдогонку: если два бегуна начинают двигаться по окружности

одновременно с разными скоростями соответственно  $v_1$  и  $v_2$  ( $v_1$  больше  $v_2$ ), то первый бегун приближается ко второму бегуну со скоростью  $v_1 - v_2$  и в момент, когда первый бегун догоняет второго бегуна, то первый бегун как раз проходит на один круг больше второго. И поэтому время считается так:  $t = S/v_1 - v_2$ .

#### Движение протяженных тел.

В задачах на движение протяжных тел требуется определить длину одного из них. Наиболее типичные ситуации: определение длины поезда проезжающего мимо придорожного столба, идущего параллельно путям пешехода, лесополосы определенной длины, другого двигающегося поезда. В первом случае поезд проходит мимо столба расстояние, равное длине поезда, во втором случае — расстояние, равное сумме длин поезда и платформы.

При решении задач на движение двух тел часто очень удобно считать одно тело неподвижным, а другое — приближающимся к нему со скоростью, равной сумме скоростей этих тел (при движении навстречу) или разности скоростей (при движении вдогонку). Такая модель помогает разобраться с условием задачи.

#### Средняя скорость.

Чтобы определить среднюю скорость при неравномерном движении, надо весь пройденный путь разделить на все время движения. Средняя скорость. Если  $S$  - путь пройденный телом, а  $t$  - время за которое этот путь пройден, то средняя скорость вычисляется по формуле:  $v = S/t$ . Если путь состоит из нескольких участков, то для нахождения средней скорости на всем пути, надо весь пройденный путь разделить на сумму времени, затраченного на каждый участок пути.

Для того чтобы научиться решать задачи, надо приобрести опыт их решения. Редкие ученики могут сделать это самостоятельно. Надо помочь учащимся приобрести опыт решения задач, научить их решать задачи. Нельзя забывать, что "умение решать задачи есть искусство, приобретаемое

практикой". При подготовке к ГИА ученики решают задачи на движение, работу, производительность труда, процентный прирост, процентное содержание и др. Имея опыт решения текстовых задач не только с помощью составления уравнений, но и арифметическим способом, они выбирают наиболее рациональный способ решения задачи.

### 2.3. Повторение и обобщение этапов решения текстовых задач и методы их решения

Текстовые задачи – традиционно трудный материал для значительной части школьников на ГИА. Вместе с тем, задачи играют важную роль в организации учебно-воспитательного процесса. Они являются и целью, и средством обучения, и математического развития школьников.

Полный минимум знаний, необходимый для решения всех типов текстовых задач, формируется в течение первых девяти лет обучения учащихся в школе. С помощью текстовой задачи формируются важные обще-учебные умения, связанные с анализом текста, выделением главного в условии, составлением плана решения, проверкой полученного результата и, наконец, развитием речи учащегося. В ходе решения текстовой задачи формируется умение переводить ее условие на математический язык уравнений, неравенств, и систем уравнений и неравенств.

Далеко не все ученики основной школы осваивают алгебраический метод решения текстовых задач даже на базовом уровне.

В демоверсии КИМ по математике для ГИА предложены две текстовые задачи В1 и В13. Результатом решения этих задач должно стать целое положительное число. Задания типа В1 проверяют умение выполнять арифметические действия, делать прикидку и оценку. Эти задания являются, действительно, очень простыми, что вводит учеников в заблуждение, и они начинают искать подвох.

Задания типа В13 можно разделить на основные группы задач по данной теме: задачи на движение; задачи на работу; задачи на проценты; задачи на смеси, сплавы и концентрацию.

### Этапы решения задач

Процесс решения задачи можно разделить на 4 основных этапа:

Осмысление условия задачи (1 этап).

1) Умение анализировать требование задачи.

Под анализом требования задачи понимается выяснение возможных путей ответа на вопрос задачи.

2) Умение анализировать условие задачи.

Под анализом условия задачи можно понимать выявление такой информации, которая непосредственно не задана условием, но присуща ему.

Составление плана решения задачи (2-й этап).

Составление плана решения задачи, пожалуй, является главным шагом на пути ее решения. Правильно составленный план решения задачи почти гарантирует правильное ее решение. Составляя план решения задачи, всегда следует задавать себе (или решающему задачу ученику) вопрос: "Все ли данные задачи использованы?" Выявление неучтенных данных задачи облегчает составление плана ее решения.

Осуществление плана решения задачи (3-й этап).

План указывает лишь общий контур решения задачи. При реализации плана решающий задачу рассматривает все детали, которые вписываются в этот контур. Эти детали надо рассматривать тщательно и терпеливо. Но при этом ученику (решающему задачу) полезно следовать некоторым советам:

1) Проверяйте каждый свой шаг, убеждайтесь, что он совершён правильно. Иными словами, нужно доказывать правильность каждого шага ссылками на соответствующие, известные ранее математические факты, предложения.

2) Обратить внимание учащихся на необходимость выбора такого способа оформления решения, чтобы зафиксировать решение в краткой и ясной форме.

Изучение найденного решения задачи (4-й этап).

Заключительный этап является необходимой и существенной частью решения задачи. Основным содержанием его должно быть осмысление выполненного решения, формулирование и решение (если это окажется возможным) других задач, явно связанных с решенной, и извлечение из всей проделанной работы выводов о том, как находятся и выполняются решения. Начинать поиск решения задачи можно лишь тогда, когда ее условие полностью понято. Начинать поиск решения задачи можно лишь тогда, когда ее условие полностью понято. На ранее перечисленных этапах решения задачи самоконтроль проявляет себя как естественная неотрывная составляющая поисковой деятельности, которая может и не осознаваться учеником. Последнему этапу решения задачи - проверке и исследованию полученного решения присвоен особый статус этапа, на котором осуществляется самоконтроль.

В методике преподавания математике выделены различные формы самоконтроля, проводимые после завершения этапа реализации намеченного плана.

Вот примеры таких форм.

1. Проверка совпадения размерности ответа с требованием задачи. Например, при нахождении пути значение скорости (км /ч) умножается на значение времени (ч). Умножение наименований должно дать наименование длины (км ).

2. Проверка ответа по здравому смыслу. Например, скорость пешехода не может быть равной 15 км/ч, количество рабочих не может быть дробным и т. д. (Предложить детям задать вопрос «Может ли такое быть?»)

3. Проверка с помощью грубой прикидки. При этом данные грубо округляются, и выясняется порядок возможного результата.

4. Проверка совпадения размерности ответа с требованием задачи. Например, при нахождении пути значение скорости (км/ч) умножается на значение времени (ч). Умножение наименований должно дать наименование длины (км).

Умение решать задачи – один из основных показателей уровня математического развития и глубины усвоения математического материала. Действующая программа обучения математике требует развития самостоятельности у детей в решении текстовых задач.

Математические задачи принято называть текстовыми. Текстовая задача есть описание некоторой ситуации на естественном языке с требованием дать количественную характеристику какого-либо компонента этой ситуации, установить наличие или отсутствие некоторого отношения между ее компонентами или определить вид этого отношения.

Любая текстовая задача состоит из двух частей: условия и требования (вопроса).

В условии сообщаются сведения об объектах и некоторых величинах, характеризующих данные объекты, об известных и неизвестных значениях этих величин, об отношениях между ними.

Требование задачи – это указание того, что нужно найти.

Кроме того, каждая задача содержит в неявной форме некоторую систему зависимостей, которые дают возможность искать ответ на вопрос задачи, путь выполнения ее требования – решать задачу.

Решить задачу – это значит через логически верную последовательность действий и операций с имеющимися в задаче явно или косвенно числами, величинами, отношениями выполнить требование задачи.

Существуют различные методы решения задач: арифметический, алгебраический, геометрический, логический, практический и др. В основе каждого метода лежат различные виды математических моделей. Например, при арифметическом способе ответ на вопрос задачи находится в результате выполнения арифметических действий над числами; при

алгебраическом методе решения задач составляются уравнения, неравенства, системы уравнений; при геометрическом – строятся диаграммы или графики; решение задачи логическим методом начинается с составления алгоритма. Решить задачу логическим методом – это значит найти ответ на требование задачи, как правило, не выполняя вычислений, а только используя логические рассуждения, при практическом – находится ответ на требование задачи, выполнив практические действия с предметами или их копиями.

Каким бы из основных методов, арифметическим или алгебраическим, ни решалась текстовая задача, приходится выполнять ряд действий, общих для всех методов.

На этапе анализа текста задачи необходимо уметь выделить объекты, о которых идет речь в задаче, а также ее условие и вопрос, установить известные, неизвестные и искомые величины, выделить ситуации, описанные в задаче.

На этапе поиска плана решения понадобятся умения записывать функциональную зависимость между величинами и выражать величины из формул, составлять из заданной задачи подзадачи, выделять из условия из заданной задачи подзадачи, выражающие зависимость между величинами, и преобразовывать их.

На этапе реализации плана важнейшим оказывается умение переводить зависимости между величинами на математический язык.

На этапе исследования приходится интерпретировать результат на языке данной задачи, выполнять проверку решения, оценивать его с точки зрения оптимальности.

Раскроем методику обучения решению текстовых задач на конкретном примере.

Задача. По плану бригада должна была выполнить заказ за 10 дней. Но фактически она перевыполняла норму на 27 деталей в день и за 7 дней работы не только выполнила предусмотренное планом задание, но и

изготовила сверх плана 54 детали. Сколько деталей в день должна была изготовить бригада по плану?

Анализ текста задачи. После прочтения текста задачи анализ может быть проведен посредством рассмотрения следующих вопросов (самими учащимися или с помощью учителя):

- За сколько дней бригада должна выполнить заказ по плану?
- За сколько дней бригада фактически выполнила заказ?
- Почему бригада выполнила заказ раньше намеченного срока?
- Сколько деталей изготовила бригада сверх плана?
- Какие величины содержатся в задаче?
- Как связаны между собой производительность труда, время и объем выполненной работы? (Учитель может конкретизировать этот вопрос, исходя из возможностей учащихся.)
- Сколько различных ситуаций можно выделить в задаче?
- Какие величины, входящие в условие и вопрос задачи, неизвестны?
- Какая величина в задаче является искомой?
- Решалась ли раньше задача, похожая на эту?

В итоге первого этапа работы над задачей с учетом основного отношения выполняется запись текста задачи. Табличная форма записи на первых этапах обучения решению текстовых задач наиболее эффективна, потому что умение учащегося оформить соответствующую таблицу говорит о том, принял он задачу или нет. Заметим, что существуют и другие формы записи. С ними можно ознакомиться. (Таблица 1)

Величины	Ситуация	
	По плану	Фактически
Производительность бригады, дет, в день	?	< ?
Время работы, дн.	10	7

Объем выполненной работы, дет.	?	<	?
--------------------------------	---	---	---

Для выяснения связи между значениями одной и той же величины перед учащимися ставятся соответствующие вопросы, например: в каком случае производительность труда бригады была выше? На сколько деталей в день бригада перевыполняла норму?

Правильный ответ на первый вопрос позволяет поставить в таблице соответствующий, знак неравенства между неизвестными значениями одноименной величины. Ответ на второй вопрос позволяет записать: «На 27» (в указанном месте в таблице 2). Полученная запись позволяет учащимся актуализировать часть условия задачи: производительность бригады предусмотренная планом, на 27 деталей в день меньше фактической. Аналогично поступают при выяснении, связи между неизвестными значениями другой величины. В данном случае сравнивается плановый и фактический объем выполненной работы.

Поиск способа решения задачи. На этом этапе обсуждается стратегия решения задачи. Затем вводится обозначение искомой или другой неизвестной величины в зависимости от выбранной учителем совместно с учащимися стратегии. Далее, пользуясь установленными зависимостями между значениями одноименных величин и основным отношением, реализованным в задаче (т. е. зависимостью между величинами), на основе табличной записи текста задачи заполняется таблица поиска решения задачи. (Таблица 2)

Величины	Ситуация	
	По плану	Фактически
Производительность бригады, дет, в день	$x$	$< x+27$
Время работы, дн.	10	7
Объем выполненной работы, дет.	$10x$	$< (x+27)7$

Исходя из модели поиска, решения, выписывается неравенство  $10x < (x+27) \cdot 7$  на 54, с помощью которого составляется уравнение  $10x + 54 = (x + 27) \cdot 7$  или уравнение  $10x = (x+27) \cdot 7 - 54$ .

Осуществление плана решения задачи. Отсюда естественно вытекает план решения задачи, который включает в себя поиск решения (способ получения уравнения) и решение полученного уравнения. Заметим, что табличная форма записи деятельности учащихся по составлению уравнения не требует повторного ее описания. Поэтому на третьем этапе процесса решения текстовой задачи остается решить полученное уравнение, выполнить проверку решения и записать ответ.

Имеем уравнение:  $10x + 54 = (x + 27) \cdot 7$ . Решим его:

$$10x + 54 = 7x + 189,$$

$$3x = 135,$$

$$x = 45.$$

Данное уравнение имеет один корень — число 45.

Однако решение задачи не может заканчиваться решением уравнения; необходимо проверить, удовлетворяет ли полученный корень уравнения условию и требованию задачи. В связи с этим необходимо сделать проверку корня уравнения по смыслу задачи. Здесь возможны два способа письменного оформления проверки корней уравнения.

Первый способ состоит в том, что по найденному значению  $x$  по порядку вычисляются значения входящих в задачу величин. При этом проверяется, удовлетворяют ли эти величины смысловым ограничениям. Если все найденные значения величин им удовлетворяют, то корень уравнения дает решение задачи.

С этой целью воспользуемся моделью поиска решения задачи. По смыслу данной задачи все входящие в нее величины должны принимать положительные значения. Проверим, выполняется ли это для найденного значения  $x=45$ :

$$x = 45$$

Положительное число.

$$x+27 = 45+27 = 72 \quad \text{Положительное число.}$$

$$(x+27) \cdot 7 = 72 \cdot 7 = 504 \quad \text{Положительное число.}$$

$$10x = 10 \cdot 45 = 450 \quad \text{Положительное число.}$$

$$504 - 450 = 54 \quad \text{Положительное число, являющееся данным.}$$

Следовательно, значение  $x = 45$  удовлетворяет условию задачи, т. е. является ее решением,

Ответ: бригада должна изготовить в день по плану 45 деталей.

Второй способ письменного оформления проверки корней уравнения по смыслу задачи возможен после изучения темы «Неравенства с одной переменной». Сущность проверки остается при этом прежней, а способ оформления состоит в следующем. Совместно с уравнением, составленным по тексту задачи, рассматриваются смысловые ограничения для значений величин, входящих в задачу.

$$\begin{cases} 10x + 54 = (x + 27) \cdot 7, \\ x > 0, \\ 10x > 0, \\ x + 27 > 0, \\ (x + 27) \cdot 7 > 0, \\ 10x < (x + 27) \cdot 7, \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 10x + 54 = (x + 27) \cdot 7, \\ 0 < x < 63. \end{cases}$$

Видим, что значение  $x = 45$  удовлетворяет двойному неравенству и, следовательно, является решением задачи. Множество целочисленных значений  $x$ , удовлетворяющих двойному неравенству, является областью допустимых по смыслу задачи значений искомой величины. Следует иметь в виду, что даже нахождение области определения не снимает вопроса о том, удовлетворяет ли найденное значение корня полученного уравнения условиям и требованию задачи. Дело в том, что количество ограничений, определяющее эту область, может оказаться большим и некоторые ограничения могут быть незамечены (например, малочисленность корня в данной задаче). Поэтому проверку задачи вторым способом целесообразно делать только в некоторых случаях, но необходимо развивать у учащихся

умение выявлять смысловые ограничения значений величин, входящих в задачи.

Изучение (анализ) найденного решения. Перед учащимися в соответствии с содержанием этого этапа процесса решения задачи ставятся вопросы следующего типа:

Какова главная идея решения данной задачи?

Нельзя ли указать другие способы решения данной задачи? Почему рассмотренный способ решения является рациональным? Заметим, что для данной задачи все возможные пути поиска ее решения не выявляют другого способа, т. е. эта задача имеет постоянную структуру.

Если учащиеся решили ряд задач рассматриваемого в этой главе типа (на процессы), то возможна постановка вопроса о том, какова сущность общего способа решения таких задач.

В заключение отметим, что предложенная методика обучения решению текстовых задач на процессы эффективна также и в случае решения задач, приводящих к решению уравнений более сложного вида, чем линейные, например квадратных. Естественно, что при последовательном формировании умений решать текстовые задачи методика обучения претерпевает определенные изменения: отпадет необходимость применять табличную форму записи текста задачи и поиска ее решения, сократится число выявленных этапов процесса ее решения, сам этот процесс станет более свернутым.

#### 2.4. Пропедевтика алгебраического метода решения текстовых задач

Решение текстовых задач способствует развитию мышления учащихся, более глубокому усвоению идеи функциональной зависимости, повышает вычислительную культуру. В процессе решения текстовых задач у учащихся формируются умения и навыки моделирования реальных объектов и явлений.

В курсе математики V — IX классов рассматриваются два основных способа решения текстовых задач: арифметический и алгебраический. Арифметический способ состоит в нахождении значений неизвестной величины посредством составления числового выражения (числовой формулы) и подсчета результата. Алгебраический способ, основан на использовании уравнений и систем уравнений, составляемых при решении задач.

Остановимся на некоторых основных вопросах пропедевтической работы по составлению уравнений при решении текстовых задач.

Такая работа в основном осуществляется в V — VI классах, хотя простейшие задачи уже решались этим методом в I — IV классах.

Здесь можно выделить два основных этапа. На первом задача учителя состоит в том, чтобы систематически и целенаправленно формировать у учащихся некоторые важные общеучебные и математические навыки. На втором этапе основное внимание должно быть уделено выявлению зависимостей между величинами, входящими в текст задачи, и обучению переводу этих зависимостей на математический язык. Остановимся на каждом этапе подробнее.

Первый этап пропедевтики. К наиболее важным умениям, которые необходимо сформировать у учащихся на этом этапе изучения текстовых задач, относятся следующие: умение внимательно читать текст задачи; умение проводить первичный анализ текста задачи (выделять условие и вопрос задачи); умение оформлять краткую запись текста задачи; умение выполнять чертежи (рисунки) по тексту задачи.

В методике обучения математике разработаны соответствующие приемы работы, учителя по формированию выделенных умений (З. П. Матушкина).

Приемы, формирующие умение читать текст задачи:

- показ образцов правильного чтения задачи;

- проведение специальной работы над текстом задачи по усвоению ее содержания. Здесь имеются в виду различные формы предъявления задачи: текстом, краткой записью текста, рисунком. Сюда включаются также приемы работы над усвоением содержания задачи: изменение числовых данных задачи; изменение сюжета задачи; изменение сюжета и числовых данных задачи.

Приемы, формирующие умение выделить условие и вопрос задачи;

- выявление роли вопроса в нахождении способа решения задачи; обращение внимания на точность, ясность формулировки вопроса задачи; переформулировка вопроса задачи. Этот прием направлен на воспитание у учащихся потребности выделять условие и вопрос задачи;

- формулирование одного или нескольких вопросов к условию задачи;
- нахождение необходимых данных для ответа на вопрос задачи;
- составление задачи по вопросу; формулирование одной или нескольких задач по данному вопросу.

Приемы обучения оформлению краткой записи текста задачи:

- оформление краткой записи в виде таблицы, схемы;
- оформление краткой записи в строку (столбец);
- чтение краткой записи задачи;
- составление задачи по ее краткой записи.

Приемы обучения выполнению чертежей (рисунков) по тексту задачи.

Основные из них следующие:

- предъявление заданий, требующих только выполнения соответствующего рисунка;
- чтение рисунка, выполненного по тексту задачи;
- составление задачи по рисунку или чертежу.

Сделаем некоторые пояснения к приемам оформления чертежей по тексту задачи. Выполненный чертеж (рисунок) по тексту задачи позволяет фиксировать ход рассуждений при ее решении, способствует формированию

общих подходов к решению задач. Поэтому к выполнению чертежей предъявляются требования: они должны быть наглядными, четкими, соответствовать тексту задачи, на них должны быть отражены по возможности все данные, входящие в условие задачи; выделенные на них данные и искомые должны соответствовать условию задачи и общепринятым обозначениям.

Формирование умений выполнять чертеж задачи будет успешным, если учащиеся будут уметь читать соответствующий чертеж. В связи с этим важным моментом является составление текста задачи по чертежу, рисунку. В результате выполнения таких упражнений формируются навыки перевода графических данных на словесный текст.

Второй этап пропедевтики. Важным моментом здесь является обучение пониманию учащимися способов словесного выражения изменения величин и фиксация их в виде математических выражений или уравнений. Достигается это с помощью соответствующих упражнений. Например, при изучении действий умножения натуральных чисел в IV классе учащиеся рассматривают одно из применений умножения — увеличение числа в несколько раз. Здесь для достижения указанной цели возможны следующие упражнения:

- 1) Отец старше сына в 4 раза. Сколько лет отцу, если сыну  $m$  лет? ( $4m$ .)
- 2) На первых двух полках стоит по  $n$  книг на каждой, а на третьей —  $t$  книг. Сколько книг на трех полках? ( $2n + t$ .)
- 3) Сравните  $a$  и  $c$ , если  $a = 5c$ . ( $a$  больше  $c$  в 5 раз или  $c$  меньше  $a$  в 5 раз.)
- 4) Составьте равенство, исходя из условия:  $x$  больше  $y$  в  $n$  раз. ( $x = ny$ .)
- 5) Составьте задачу по уравнению  $2x=28$ . (Например: «В корзине было несколько грибов. После того как в нее добавили столько же, в ней стало 28 грибов. Сколько грибов было в корзине?»)

Аналогичные упражнения могут быть предложены учащимся также при изучении других арифметических действий.

Сложность подобных упражнений должна быть посильной для учащихся, а число их — достаточным для формирования соответствующих умений и навыков.

В методике обучения решению задач предлагаются также другие системы упражнений для достижения поставленной цели. Например, рассматриваются конкретные текстовые задачи и после прочтения их текстов учащимся предлагается ответить на ряд вопросов. Раскроем содержание этого приема на нескольких задачах.

В V — VI классах учащиеся решают также текстовые задачи на все действия с натуральными и дробными числами, на зависимость между компонентами и результатами действий. Эти задачи и методы их решения имеют важное методическое значение. Прочное усвоение методов решения «чисто арифметических» задач позволяет подготовить учащихся к осознанному решению задач методом составления уравнений. Тем самым, этот вид задач можно рассмотреть в связи с прикладной направленностью курса школьной математики (пропедевтика представления о математическом моделировании).

## 2.5. Результаты констатирующего эксперимента

Перед дифференцированным повторением и обобщением решения текстовых задач, которые встречаются на ГИА, обучающимся была роздана контрольная работа.

Задания в контрольной работе были общими для всех обучающихся.

### Контрольная работа

Задача 1. В магазин привезли комбинезоны. Так как они плохо раскупались, то цену снизили на 10%, через некоторое время цену снизили еще на 5%. После этого цена комбинезона стала равна 1710 рублей. Определите первоначальную цену комбинезона.

Задача 2. Два мотоциклиста движутся по круговой трассе длиной 1,8 м с постоянными скоростями. При движении в разных направлениях они

встречаются через каждые 18с. При движении в одном направлении один мотоциклист догоняет другого через каждые полторы минуты. Найдите скорость движения каждого мотоциклиста.

Задача 3. Из Смоленска в Рославль, расстояние между которыми 100км, одновременно выехали автомобилист и мотоциклист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 30 км больше, чем мотоциклист. Определите скорость мотоциклиста, если известно, что он прибыл в Рославль на 3 часа позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Задача 4. На изготовление 210 деталей первый токарь затрачивает на 5 часов меньше, чем второй на изготовление 250 таких же деталей. Известно, что первый токарь за час делает на 8 деталей больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй токарь.

Результаты контрольной работы можно проследить в следующей таблице 2.1 в приложении А.

	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4
Акишева О.	+	+	+	+
Бычков Н.		+		
Гилязов А.		+		+
Гусева А.			+	
Голубовский В.		+	+	+
Девяткова В.		+	+	+
Иванова А.	+	+		+
Исакова Л.		+		
Лазарева О.	+	+		+
Мартынова В.	+			
Мишунин А.	+		+	
Нигматова А.	+	+	+	
Нуриева А.		+	+	

Попов А.	+	+		+
Садыков Д.	+	+	+	+
Сахаутдинов И.	+			+
Стахеев Д.		+	+	
Стрижова М.		+	+	+
Тулаков Д.	+		+	+
Цыпин Е.	+		+	

Из 20 обучающихся 9 класса на 5 с контрольной работой справились лишь 2 человека (10%), на 4 справились 8 обучающихся (40%), на 3 – 6 обучающихся (30%), на 2 – 4 человека (20%).

Для того чтобы ситуация изменилась в лучшую сторону и обучающиеся 9 класса лучше написали контрольную работу по текстовым задачам, было принято решение провести в классе дифференцированное повторение и обобщение данной темы, так как научиться грамотно решать данные задачи необходимо обучающимся, ведь задачи данного типа встречаются в ГИА в части В, а именно задания В1 и В13.

Для начала с обучающимися был рассмотрен теоретический материал по текстовым задачам. Было дано определение текстовой задачи, рассматривались виды текстовых задач и записывались основные аспекты по ним. Учителем отдельно были выделены практические советы по решению данных задач, а именно:

1. Записываем формулу-ключ:  $S = Vt$ .
2. Определяемся с иском, расписываем через икс все данные.
3. До составления уравнения, приводим (если надо) все величины задачи к единым единицам измерения.

4. Записываем уравнение.

5. Решаем уравнение.

Далее выделились учителем основные этапы решения текстовых задач:

1. Анализ содержания задачи.
2. Поиск пути решения задачи и составление плана ее решения.
3. Осуществление плана решения задачи.
4. Проверка решения задачи.

Затем была расписана подробно схема решения текстовых задач:

1. Выбор и обозначение неизвестных.
2. Составление уравнений (возможно неравенств) с использованием неизвестных и всех условий задачи.
3. Решение полученных уравнений (неравенств).
4. Отбор решений по смыслу задачи.

Методика обучения решению текстовых задач учитель иллюстрировал на конкретных примерах.

Задача. Из городов А и В, расстояние между которыми 480 км, навстречу друг другу выехали два автомобиля. Из города А со скоростью 55 км/ч, а из города В со скоростью 65 км/ч. Найдите расстояние от города А где они встретятся.

Решение: Время до встречи считается по формуле  $t = \frac{S}{v_1+v_2}$  и равно 4 часа. Расстояние от города А до места встречи равно  $S = 220$  км.

Из городов А и В навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в В на 3 часа раньше, чем велосипедист приехал в А, а встретились они через 48 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из В в А велосипедист?

Ответ: 4ч

Задача. Два пешехода отправляются из аптеки в одном направлении на прогулку по набережной. Скорость первого на 0,5 км/ч больше скорости второго. Найдите время в минутах, когда расстояние между ними станет 200 м.

Решение: Время в часах, за которое расстояние станет между ними 200 м, т.е. 0,2 км, считается по формуле  $t=0,2/0,5=0,4$  часа. Значит, через 24 минуты расстояние между ними будет 200 м.

Первый велосипедист выехал из поселка по шоссе со скоростью 15 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же поселка в том же направлении выехал второй велосипедист, а еще через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа 20 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: 25.

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 60км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 8 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 56 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: 24

Задача. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 30 секунд. Найти длину поезда в метрах.

Решение: Зная скорость движения  $v = 60$  км/ч и время, равное 30 секунд =  $1/120$ ч, за которое он проезжает мимо столба, можно найти длину поезда как пройденное расстояние

$$s = \frac{60x_1}{120} = 500\text{м}$$

Задача. Первую треть трассы велосипедист ехал со скоростью 12 км/ч, вторую треть - со скоростью 16 км/ч, а последнюю треть - со скоростью 24 км/ч. Найдите среднюю скорость велосипедиста на протяжении всего пути.

Решение: Пусть весь путь равен  $3S$ , тогда первую треть трассы велосипедист проехал за время  $t_1 = \frac{S}{12}$ , вторую треть - за время  $t_2 = \frac{S}{16}$ , последнюю треть - за время  $t_3 = S/24$ . Значит время потраченное на весь путь

находится так  $t=t_1+t_2+t_3=s/12+s/16+s/24=9s/48$ , и поэтому средняя скорость вычисляется так  $v=3s:9s/48=16$  (км/ч).

Задача

Смешали 30 % раствор соляной кислоты с 10 % и получили 600 г 15 % раствора. Сколько граммов первого раствора было взято?

Решение

$$0,3x + 0,1(600 - x) = 0,15 \times 600$$

$$0,3x + 60 - 0,1x = 90$$

$$0,2x = 30$$

$x = 150$  (г) – первого раствора было взято.

Ответ: 150.

Задача

Бронза является сплавом меди и олова (в разных пропорциях). Кусок бронзы весом 96 кг содержащий  $1/12$  часть олова, сплавил с другим куском, содержащим  $1/10$  часть олова. Сколько килограмм весит второй кусок, если полученный сплав содержит  $1/11$  часть олова?

Решение

$$96 \cdot 1/12 + x \cdot 1/10 = (96 + x)1/11$$

$$8 + 0,1x = 1/11x + 96/11$$

$$1/10x - 1/11x = 96/11 - 88/11$$

$$11/110x - 10/110x = 8/11$$

$$1/110x = 8/11$$

$$x = 8/11 : 1/110$$

$x = 80$ (кг) весит второй кусок.

Ответ: 80.

Задача

У хозяйки есть 5 л сахарного сиропа 50% концентрации. Сколько литров воды необходимо добавить для получения сиропа 20% концентрации?

Решение

$$(5 + x) 0,2 = 2,5$$

$$1 + 0,2x = 2,5$$

$$0,2x = 1,5$$

$$x = 1,5 : 0,2$$

$x = 7,5(\text{л})$  - воды необходимо добавить для получения сиропа 20% концентрации.

Ответ: 7,5.

Задача

Имеется два сплава меди и свинца. Один сплав содержит 15% меди, а другой 65% меди. Сколько нужно взять первого сплава, чтобы получить 200 г сплава, содержащего 30% меди?

Решение

$$0,15x + 0,65(200 - x) = 0,3 \cdot 200$$

$$0,15x + 130 - 0,65x = 60$$

$$0,5x = 70$$

$x = 140(\text{г})$  – первого сплава нужно взять.

Ответ: 140.

Весь теоретическим материал, этапы решения текстовых задач, подробные примеры решения данных задач, учащиеся записывали в отдельные тетради (справочники). Данными справочниками слабая часть класса могла воспользоваться на уроке, либо на контрольной работе.

Затем, после того как материал по решению текстовых задач был отработан учащимся, был роздан еще один вариант контрольной работы, который был дифференцирован в связи со способностью обучающихся. 1 вариант был роздан более слабой части класса (с образцами решения данных задач), 2 вариант был роздан более сильной части класса (без каких-либо подсказок).

Варианты контрольной работы представлены в приложении Б.

1 вариант

Задача 1.

По окончании фильма 96 зрителей из кинотеатра разошлись пешком, а остальные поехали на трамваях в 8 вагонах, причем в каждый вагон садилось на 3 чел, больше, чем было в нем мест. Если бы зрители, уезжавшие из кинотеатра на трамвае, садились в него по числу мест, то понадобилось бы еще 2 вагона, причем в последнем осталось бы 4 свободных места. Сколько всего зрителей было в кинотеатре?

Образец.

По окончании спектакля 174 зрителя из театра разошлись пешком, а остальные поехали на трамваях в 18 вагонах, причем в каждый вагон садилось на 5 чел, больше, чем было в нем мест. Если бы зрители, уезжавшие из театра на трамвае, садились в него по числу мест, то понадобилось бы еще 3 вагона, причем в последнем осталось бы 6 свободных мест. Сколько всего зрителей было в театре?

Этапы решения задачи алгебраическим методом и соответствующие им этапы решения задачи арифметическим методом показаны в таблице.

Этапы решения задачи	
алгебраическим методом	арифметическим методом
<p>Пусть в каждом трамвае было <math>x</math> мест. Тогда по условию задачи имеем уравнение:</p> $(x + 5) \cdot 18 = x \cdot 21 - 6.$ <p>Преобразуем его:</p> $21x - 18x = 90 + 6, \text{ или } 3x = 96$	<p>В каждый вагон входило на 5 чел. больше, чем было в нем мест.</p> <p>В 18 вагонах — на <math>5 \cdot 18 = 90</math> (чел.) больше. В 3 дополнительные вагона вошло 90 чел. и осталось еще 6 свободных мест. Следовательно, в трех вагонах <math>90 + 6 = 96</math> (мест)</p>
<p>Находим неизвестное:</p> $x = 96 : 3; x = 32$	<p>Находим число мест в одном вагоне: <math>96 : 3 = 32</math> (места)</p>

Используя данные таблицы, получаем арифметическое решение задачи:

- 1)  $5 \cdot 18 = 90$  (чел.) — на столько человек больше, чем мест, было в 18 вагонах;
- 2)  $90 + 6 = 96$  (м.) — столько мест в трех вагонах;
- 3)  $96 : 3 = 32$  (м.) — столько мест в одном вагоне;
- 4)  $32 + 5 = 37$  (чел.) — было в каждом из 18 вагонов;
- 5)  $37 \cdot 18 = 666$  (чел.) – зрителей уехало на трамваях;
- 6)  $666 + 174 = 840$  (чел.) – всего зрителей было в театре.

Ответ: в театре было 840 человек.

### Задача 2.

В 10 ч утра из пункта А в пункт В вышел поезд со скоростью 40 км/ч. В 13 ч из пункта В ему навстречу вышел другой поезд со скоростью 60 км/ч. В какое время поезда встретятся, если расстояние между пунктами 770 км.

### Образец.

В 8 ч утра из пункта А в пункт В вышел поезд со скоростью 60 км/ч. В 11 ч из пункта В ему навстречу вышел другой поезд со скоростью 70 км/ч. В какое время поезда встретятся, если расстояние между пунктами 440 км.

Алгебраический метод приводит к следующему уравнению:  $(60 + 70) \cdot x + 60 \cdot 3 = 440$ , или  $130x + 180 = 440$ , где  $x$  ч — время движения второго поезда до встречи. Тогда  $130x = 440 - 180$ ;  $130x = 260$ ;  $x = 2$  (ч). Прделанные рассуждения и выкладки «подсказывают» следующий арифметический путь решения задачи. Найдем сумму скоростей поездов ( $60 + 70 = 130$ ); время движения первого поезда до начала движения второго поезда ( $11 - 8 = 3$ ); расстояние, пройденное первым поездом за 3ч ( $60 \cdot 3 = 180$ ); расстояние, которое осталось пройти поездам до встречи ( $440 - 180 = 260$ ); время движения второго поезда до встречи ( $260 : 130 = 2$ ).

Этапы решения задач алгебраическим и арифметическим методами будем параллельно записывать в таблице. Эта таблица позволит наглядно проследить, как алгебраические преобразования в ходе решения уравнений, являющихся моделью текстовой задачи, помогают найти ее арифметическое решение.

Этапы решения задачи	
алгебраическим методом	арифметическим методом
<p>Пусть <math>x</math> ч — время движения второго поезда до встречи.</p> <p>По условию задачи получаем:</p> $(60 + 70) \cdot x + 60 \cdot 3 = 440,$ <p>или</p> $130x + 180 = 440$	<p>Находим сумму скоростей поездов (<math>60 + 70 = 130</math>); время движения первого поезда до начала движения второго (<math>11 - 8 = 3</math>); расстояние, пройденное первым поездом за 3ч (<math>60 \cdot 3 = 180</math>)</p>
<p>Преобразовываем уравнение;</p> $130x = 440 - 180; \quad 130x = 260$	<p>Находим расстояние, которое осталось пройт поездам до встречи:</p> $440 - 180 = 260 \text{ (км)}$
<p>Находим неизвестное:</p> $x = 260 : 130; \quad x = 2$	<p>Находим время движения второго поезда:</p> $260 : 130 = 2 \text{ (ч)}$

Оформим решение задачи арифметическим методом:

- 1)  $11 - 8 = 3$  (ч) — был в пути первый поезд до начала движения второго;
- 2)  $60 \cdot 3 = 180$  (км) — прошел первый поезд за 3 ч;
- 3)  $440 - 180 = 260$  (км) — расстояние, пройденное поездами при одновременном движении;
- 4)  $60 + 70 = 130$  (км/ч) — скорость сближения поездов;
- 5)  $260 : 130 = 2$  (ч) — время движения второго поезда;
- 6)  $11 + 2 = 13$  (ч) — в такое время поезда встретятся.

Ответ: поезда встретятся в 13 ч.

Задача 3.

Одна тракторная бригада должна вспахать 120 га, а другая на 55% больше, чем первая. Первая бригада, вспахивая ежедневно на 5 га меньше

второй, закончила работу на 4 дня раньше, чем вторая бригада. Сколько гектаров вспахивала каждая бригада ежедневно?

Образец. Одна тракторная бригада должна вспахать 240 га, а другая на 35% больше, чем первая. Первая бригада, вспахивая ежедневно на 3 га меньше второй, закончила работу на 2 дня раньше, чем вторая бригада. Сколько гектаров вспахивала каждая бригада ежедневно?

Решение. Найдем 35% от 240 га:  $35\% = 0,35$ ;  $240 \cdot 0,35 = 84(\text{га})$ . Следовательно, вторая бригада должна была вспахать  $240 + 84 \text{ га} = 324(\text{га})$ . Пусть первая бригада вспахивала ежедневно  $x$  га. Тогда вторая бригада вспахивала ежедневно  $(x + 3)$ га;  $240/x$  — время работы первой бригады;  $324 : (x + 3)$  — время работы второй бригады. По условию задачи первая бригада закончила работу на 2 дня раньше, чем вторая, поэтому имеем уравнение

$$\frac{324}{x+3} - \frac{240}{x} = 2$$

После преобразований его можно записать так:

$$324x - 240x - 720 = 2x^2 + 6x; 2x^2 - 78x + 720 = 0; x^2 - 39x + 360 = 0.$$

Решив квадратное уравнение, находим  $x_1 = 24$ ,  $x_2 = 15$ . Это норма первой бригады. Следовательно, вторая бригада вспахивала в день 27 га и 18 га соответственно. Оба решения удовлетворяют условию задачи.

Ответ: 24 га в день вспахивала первая бригада, 27 га — вторая или 15 га в день вспахивала первая бригада, 18 га — вторая.

Задача 4.

Имеются два куска сплава алюминия и олова с процентным содержанием меди 60% и 40% соответственно. В каком отношении нужно взять эти сплавы, чтобы, переплавив взятые куски вместе, получить сплав, содержащий 30% алюминия?

Образец. Имеются два куска сплава меди и цинка с процентным содержанием меди 80% и 30% соответственно. В каком отношении нужно взять эти сплавы, чтобы, переплавив взятые куски вместе, получить сплав, содержащий 60% меди?

Решение. Пусть первого сплава взято  $x$  кг, а второго —  $y$  кг. По условию концентрация меди в первом сплаве равна  $80/100 = 0,8$ , во втором —  $30/100 = 0,3$  (ясно, что речь идет о весовых концентрациях), значит, в первом сплаве  $0,8x$  кг меди и  $(1 - 0,8)x = 0,2x$  кг цинка, во втором —  $0,3y$  кг меди и  $(1 - 0,3)y = 0,7y$  кг цинка. Количество меди в получившемся сплаве равно  $(0,8x + 0,3y)$  кг, а масса этого сплава составит  $(x + y)$  кг. Поэтому новая концентрация меди в сплаве, согласно определению, равна

$$\frac{0,8x + 0,3y}{x + y}.$$

По условию задачи эта концентрация должна равняться  $0,6$ . Следовательно, получаем уравнение

$$\frac{0,8x + 0,3y}{x + y} = 0,6 \quad \text{или} \quad \frac{8x + 3y}{x + y} = 6.$$

Данное уравнение содержит два неизвестных  $x$  и  $y$ . Однако по условию задачи требуется определить не сами величины  $x$  и  $y$ , а только их отношение. После несложных преобразований получаем

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$$

Ответ: сплавы надо взять в отношении  $3 : 2$ .

2 вариант.

Задача 1.

В магазин привезли комбинезоны. Так как они плохо раскупались, то цену снизили на  $10\%$ , через некоторое время цену снизили еще на  $5\%$ . После этого цена комбинезона стала равна  $1710$  рублей. Определите первоначальную цену комбинезона.

Задача 2.

Два мотоциклиста движутся по круговой трассе длиной  $1,8$  м с постоянными скоростями. При движении в разных направлениях они встречаются через каждые  $18$ с. При движении в одном направлении один

мотоциклист догоняет другого через каждые полторы минуты. Найдите скорость движения каждого мотоциклиста.

Задача 3.

Из Смоленска в Рославль, расстояние между которыми 100км, одновременно выехали автомобилист и мотоциклист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 30 км больше, чем мотоциклист. Определите скорость мотоциклиста, если известно, что он прибыл в Рославль на 3 часа позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Задача 4. Смешали 30%-ный раствор серной кислоты с 20%-ным и получили 400г 25% - ого раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

Результаты проделанной обучающимися работы можно проследить по следующей таблице 3 приложение В.

	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4
Акишева О.	+	+	+	+
Бычков Н.		+	+	
Гилязов А.		+		+
Гусева А.		+	+	
Голубовский В.		+	+	+
Девяткова В.	+	+	+	+
Иванова А.	+	+	+	+
Исакова Л.	+	+	+	
Лазарева О.	+	+	+	+
Мартынова В.	+	+		
Мишунин А.	+		+	+
Нигматова А.	+	+	+	+
Нуриева А.		+	+	
Попов А.	+	+		+

Садыков Д.	+	+	+	+
Сахаутдинов И.	+		+	+
Стахеев Д.		+	+	+
Стрижова М.		+	+	+
Тулаков Д.	+		+	+
Цыпин Е.	+	+	+	

Обучающихся, решивших контрольную работу на 2 – 0 человек (0%), решивших контрольную на 3 – 5 человек (25%), на 4 – 9 человек ( 45%), на 5 – 6 человек (30%).

Исходя из этого можно сделать вывод о том, что количество 5 увеличилось на 4, количество 4 увеличилось на 1, количество 3 снизилось на 1, а количество 2 снизилось на 4. Это свидетельствует о том, что дифференцированное повторение данной темы действительно принесло результаты и учащиеся стали лучше справляться с предложенными заданиями.

#### Выводы по 2 главе

Математика – одна из самых сложных школьных дисциплин, и вызывает трудности у многих учащихся. В то же время есть дети, которые имеют явно выраженные способности к этому предмету, и дети, для которых математика – вечная проблема.

Целесообразно использовать технологию разноуровневого подхода в обучении математике.

В классе, в начале учебного года, формируют два уровня учащихся: уровень 1 – учащиеся, которые имеют низкие математические способности, уровень 2 – учащиеся, которые имеют высокие математические способности. Ребята знают, что со временем можно перейти из одной группы в другую в соответствии с результатами обучения.

На уроках используют технологии уровневой дифференциации, что особенно помогает при подготовке к сдаче экзаменов в форме и по материалам ГИА.

На разноуровневых уроках осуществляют дифференцированный подход на любом из этапов урока.

Большое внимание уделяют устной работе. При изучении нового материала и закреплении первый урок проводят для всех, на следующих уроках происходит разноуровневая работа. Уровень 1 – возвращается к основным моментам, повторяет снова теоретический материал и решает простейшие задания. Уровень 2 – переходят от обязательных в творческие.

Проводят самостоятельные разноуровневые работы. Домашняя работа так же разноуровневая: уровню 1 – соответствующие обязательным результатам обучения, уровню 2 – задания из учебника дополняются задачами из учебных пособий.

Одной из задач повседневного учительского труда является необходимость осуществлять контроль знаний учащихся. Тестирование как эффективный способ проверки знаний находит в школе всё большее применение. Широко используют в своей работе Интернет – порталы ГИА, где пробное тестирование учащихся проводится в онлайн-режиме по заданиям, аналогичным тем, которые будут у выпускников на ГИА, с последующим оцениванием их ответов.

Повысить уровень обученности и качество знаний учащихся позволяет использование мониторинга знаний умений и навыков, применение самодиагностики, самооценки, проведение индивидуальной работы с учениками по ликвидации пробелов в знаниях.

Так же для подготовки к ГИА важную роль играют индивидуальные консультации для слабых и сильных, которые проводят еженедельно. Вся эта система работы как на уроках, так и внеурочное время помогает учащимся получать хорошие результаты на ГИА.

План подготовки учащихся к ГИА на примере решения текстовых задач выглядит следующим образом:

1. Вводное занятие. Понятие текстовой задачи.
2. Задачи на проценты.
3. Задачи на смеси и сплавы.
4. Задачи на работу.
5. Задачи на движение.

Этапы решения текстовых задач:

1. Анализ содержания задачи.
2. Поиск пути решения задачи и составление плана ее решения.
3. Осуществление плана решения задачи.
4. Проверка решения задачи.

Стандартная схема решения таких задач включает в себя:

1. Выбор и обозначение неизвестных.
2. Составление уравнений (возможно неравенств) с использованием неизвестных и всех условий задачи.
3. Решение полученных уравнений (неравенств).
4. Отбор решений по смыслу задачи.

Основными типами задач на движение являются:

- задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку);
- задачи на движение по замкнутой трассе;
- задачи на движение по воде;
- задачи на среднюю скорость;
- задачи на движение протяжённых тел.

Для того чтобы научиться решать задачи, надо приобрести опыт их решения. Редкие ученики могут сделать это самостоятельно. Надо помочь учащимся приобрести опыт решения задач, научить их решать задачи. Нельзя забывать, что "умение решать задачи есть искусство, приобретаемое практикой". При подготовке к ГИА ученики решают задачи на движение, работу, производительность труда, процентный прирост, процентное

содержание и др. Имея опыт решения текстовых задач не только с помощью составления уравнений, но и арифметическим способом, они выбирают наиболее рациональный способ решения задачи.

Текстовые задачи – традиционно трудный материал для значительной части школьников на ГИА. Вместе с тем, задачи играют важную роль в организации учебно-воспитательного процесса. Они являются и целью, и средством обучения, и математического развития школьников.

В ходе решения текстовой задачи формируется умение переводить ее условие на математический язык уравнений, неравенств, и систем уравнений и неравенств.

#### Этапы решения задач

Процесс решения задачи можно разделить на 4 основных этапа:

Осмысление условия задачи (1 этап).

1) Умение анализировать требование задачи.

2) Умение анализировать условие задачи.

Составление плана решения задачи (2-й этап).

Осуществление плана решения задачи (3-й этап).

Но при этом ученику (решающему задачу) полезно следовать некоторым советам:

1) Проверяйте каждый свой шаг, убеждайтесь, что он совершён правильно.

2) Обратит внимание учащихся на необходимость выбора такого способа оформления решения, чтобы зафиксировать решение в краткой и ясной форме.

Изучение найденного решения задачи (4-й этап).

В методике преподавания математике выделены различные формы самоконтроля, проводимые после завершения этапа реализации намеченного плана.

Вот примеры таких форм.

1. Проверка совпадения размерности ответа с требованием задачи.

2. Проверка ответа по здравому смыслу.
3. Проверка с помощью грубой прикидки.
4. Проверка совпадения размерности ответа с требованием задачи.

Умение решать задачи – один из основных показателей уровня математического развития и глубины усвоения математического материала. Действующая программа обучения математике требует развития самостоятельности у детей в решении текстовых задач.

Любая текстовая задача состоит из двух частей: условия и требования (вопроса).

В условии сообщаются сведения об объектах и некоторых величинах, характеризующих данные объекты, об известных и неизвестных значениях этих величин, об отношениях между ними.

Требование задачи – это указание того, что нужно найти.

Кроме того, каждая задача содержит в неявной форме некоторую систему зависимостей, которые дают возможность искать ответ на вопрос задачи, путь выполнения ее требования – решать задачу.

Существуют различные методы решения задач: арифметический, алгебраический, геометрический, логический, практический и др.

Каким бы из основных методов, арифметическим или алгебраическим, ни решалась текстовая задача, приходится выполнять ряд действий, общих для всех методов.

На этапе анализа текста задачи необходимо уметь выделить объекты, о которых идет речь в задаче, а также ее условие и вопрос, установить известные, неизвестные и искомые величины, выделить ситуации, описанные в задаче.

На этапе поиска плана решения понадобятся умения записывать функциональную зависимость между величинами и выражать величины из формул, составлять из заданной задачи подзадачи, выделять из условия из заданной задачи подзадачи, выражающие зависимость между величинами, и преобразовывать их.

На этапе реализации плана важнейшим оказывается умение переводить зависимости между величинами на математический язык.

На этапе исследования приходится интерпретировать результат на языке данной задачи, выполнять проверку решения, оценивать его с точки зрения оптимальности.

В итоге первого этапа работы над задачей с учетом основного отношения выполняется запись текста задачи. Табличная форма записи на первых этапах обучения решению текстовых задач наиболее эффективна, потому что умение учащегося оформить соответствующую таблицу говорит о том, принял он задачу или нет.

В заключение отметим, что предложенная методика обучения решению текстовых задач на процессы эффективна также и в случае решения задач, приводящих к решению уравнений более сложного вида, чем линейные, например квадратных. Естественно, что при последовательном формировании умений решать текстовые задачи методика обучения претерпевает определенные изменения: отпадет необходимость применять табличную форму записи текста задачи и поиска ее решения, сократится число выявленных этапов процесса ее решения, сам этот процесс станет более свернутым.

Решение текстовых задач способствует развитию мышления учащихся, более глубокому усвоению идеи функциональной зависимости, повышает вычислительную культуру. В процессе решения текстовых задач у учащихся формируются умения и навыки моделирования реальных объектов и явлений.

Перед дифференцированным повторением и обобщением решения текстовых задач, которые встречаются на ГИА, обучающимся была роздана контрольная работа.

Из 20 обучающихся 9 класса на 5 с контрольной работой справились лишь 2 человека (10%), на 4 справились 8 обучающихся (40%), на 3 – 6 обучающихся (30%), на 2 – 4 человека (20%).

Для того чтобы ситуация изменилась в лучшую сторону и обучающиеся 9 класса лучше написали контрольную работу по текстовым задачам, было принято решение провести в классе дифференцированное повторение и обобщение данной темы, так как научиться грамотно решать данные задачи необходимо обучающимся, ведь задачи данного типа встречаются в ГИА в части В, а именно задания В1 и В13.

Для начала с обучающимися был рассмотрен теоретический материал по текстовым задачам. Было дано определение текстовой задачи, рассматривались виды текстовых задач и записывались основные аспекты по ним. Учителем отдельно были выделены практические советы по решению данных задач, а именно:

1. Записываем формулу-ключ:  $S = Vt$ .
2. Определяемся с  $x$ ом, расписываем через  $x$  все данные.
3. До составления уравнения, приводим (если надо) все величины задачи к единым единицам измерения.
4. Записываем уравнение.
5. Решаем уравнение.

Далее выделились учителем основные этапы решения текстовых задач:

1. Анализ содержания задачи.
2. Поиск пути решения задачи и составление плана ее решения.
3. Осуществление плана решения задачи.
4. Проверка решения задачи.

Затем была расписана подробно схема решения текстовых задач:

1. Выбор и обозначение неизвестных.
2. Составление уравнений (возможно неравенств) с использованием неизвестных и всех условий задачи.
3. Решение полученных уравнений (неравенств).
4. Отбор решений по смыслу задачи.

Методика обучения решению текстовых задач учитель иллюстрировал на конкретных примерах.

Затем, после того как материал по решению текстовых задач был отработан учащимся был роздан еще один вариант контрольной работы, который был дифференцирован в связи со способностью обучающихся. 1 вариант был роздан более слабой части класса (с образцами решения данных задач), 2 вариант был роздан более сильной части класса (без каких-либо подсказок).

Обучающихся, решивших контрольную работу на 2 – 0 человек (0%), решивших контрольную на 3 – 5 человек (25%), на 4 – 9 человек (45%), на 5 – 6 человек (30%).

Исходя из этого можно сделать вывод о том, что количество 5 увеличилось на 4, количество 4 увеличилось на 1, количество 3 снизилось на 1, а количество 2 снизилось на 4. Это свидетельствует о том, что дифференцированное повторение данной темы действительно принесло результаты и учащиеся стали лучше справляться с предложенными заданиями.

## Заключение

Государственная итоговая аттестация по математике в 9 классе – это результат работы ученика и учителя на протяжении пяти лет обучения в школе, и подготовка к ней является важной составляющей учебного процесса.

Математика – это основной предмет, по которому проводится выпускной экзамен в 9 классе.

Итоговая аттестация в 9 классе в новой форме полностью удовлетворяет требованиям стандартов второго поколения, которые постепенно входят в наше образовательное пространство.

Экзамен по ГИА по математике при правильной подготовке хорошо может сдать каждый. Формула успеха проста – высокая степень восприимчивости, мотивация и компетентный педагог.

Для эффективной подготовки к ГИА нужна тренировка, тренировка и еще раз тренировка. Довести решение задач до автоматизма.

Подготовка к государственной итоговой аттестации является одной из основных проблем выпускников 9 классов. По своей сути ГИА является своеобразной проверкой не только знаний, но и социальной и психологической готовности школьников к постоянно меняющимся условиям современной реальности.

При подготовке к ГИА важным моментом является дифференцированный подход к обучению и, в частности, при организации итогового (перед экзаменом) повторения учителю необходимо иметь реальные представления об уровне подготовки каждого учащегося и ставить перед ним достижимую цель.

Дифференциация обучения позволяет обоснованно и эффективно вести работу с учащимися, выстраивать индивидуальные траектории их обучения и развития. Анализ результатов экзаменационной работы по математике, выявленные недостатки в подготовке учащихся по предмету позволяют

говорить не только о некотором повышении качества знаний по математике, но и о необходимости более последовательно вести подготовку учащихся к итоговой аттестации в форме ГИА.

Применяемая технология с дифференцированными заданиями позволит включить в работу каждого ученика, не принуждая его, убеждая принять то содержание, которое заложено наукой. Дифференциация учащихся в учебном процессе носит условный характер. Она должна быть гибкой и подвижной, позволяющей подходить индивидуально к каждому ученику.

Решение текстовых задач вызывает трудности у учащихся. Умение решать задачи является одним из основных показателей уровня математического развития, глубины усвоения учебного материала. С начала и до конца обучения в школе математическая задача неизменно помогает ученику выработать правильные математические понятия, глубже выяснять различные стороны взаимосвязей в окружающей его жизни, дает возможность применять изучаемые теоретические положения. Текстовые задачи – традиционно трудный для значительной части школьников материал. Однако в школьном курсе математики ему придается большое значение, так как такие задачи способствуют развитию логического мышления, речи и других качеств продуктивной деятельности обучающихся.

Следует как можно чаще решать текстовые задачи алгебраическим способом, так как это является одним из основных показателей уровня математического развития школьников, глубины усвоения ими учебного материала.

У учащихся наблюдается активизация их мыслительной деятельности. При правильной организации работы у учащихся развивается активность, наблюдательность, находчивость, сообразительность, смекалка, развивается абстрактное мышление, умение применять теорию к решению конкретных задач.

В процессе исследования были достигнуты следующие задачи:

- изучена необходимая литература по данной теме;

- рассмотрены современные подходы к решению задач алгебраическим способом;

- выяснено, какие трудности возникают в ходе решения задач алгебраическим способом, указаны способы преодоления;

- подобраны практические упражнения, которые способствуют формированию навыков решения задач алгебраическим способом;

Подтверждена гипотеза, что эффективная организация дифференцированного повторения и обобщения при подготовке школьников к государственной итоговой аттестации по математике будет обеспечена, если:

- использовать алгоритмы, образцы, опорные схемы;

- создание системы дифференцированных задач (от простого к сложному);

- создание методов организации дифференцированного повторения и обобщения.

## Список использованной литературы

1. Акаткина Е.М. Дифференцированный подход в обучении математике в системе «школа-вуз» // Молодой ученый № 19 (123) октябрь – 2017.
2. Алексеев, С.В. Дифференциация в обучении предметам естественнонаучного цикла [Текст] / С.В. Алексеев. – Л.: ЛГИУУ, 2012. – 112с.
3. Берсенева Т.А. Развитие положительной мотивации у обучающихся 9 классов при изучении математики [Текст]: статья // Актуальные проблемы образования: позиция молодых: материалы Всероссийск. Студ. Науч.-практ. Конференции 28-29 апреля 2016 г. – Челябинск: Изд-во «Золотой феникс», 2016. – 279 с.
4. Безрукова, В.С. Все о современном уроке: проблемы и решения [Текст] / В.С. Безрукова.- М.: «Сентябрь», 2014. – 160с.
5. Болтянский, В.Г. К проблеме дифференциации школьного математического образования [Текст] / В.Г. Болтянский // Математика в школе. – 2011. – № 3. – С.23-27.
6. Бударный, А.А. Индивидуальный подход в обучении [Текст] / А.А. Бударный // Педагогика. – 2011. – № 7. – С.18-20.
7. Виноградова, Л.В. Развитие мышления учащихся при обучении математике [Текст] / Л.В.Виноградова. – Петрозаводск: Карелия, 2011. – 163с.
8. Гальперин, П.Я. К исследованию интеллектуального развития ребенка [Текст] / П.Я. Гальперин // Вопросы психологии. – 2012. - № 1. – С.12-15.
9. Глонина Д.И., Васильева Г.Н. Дифференцированное обучение математике в 5-6-х классах как задача современного образования // Вопросы математики, ее истории и методики преподавания в учебно-исследовательских работах. Материалы Всероссийской научно-практической конференции студентов математических факультетов, 2017.

10. Грот, Р. Дифференциация в образовании [Текст] / Р. Грот // Директор школы. – № 5-6; 2015. – №1.
11. Ершова, А.П., Голобородько, В.В. Математика. Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и геометрии для 9 класса [Текст] / А.П. Ершова. – М.: «Илекса», 2011. – 35 с.
12. Исмаилова, С.И. Дидактические условия активизации познавательной деятельности и предупреждения неуспеваемости, учащихся 8-9 классов [Текст] / С.И. Исмаилова: Диссерт. Канд. Пед. наук.- Липецк, 2011. – 124с.
13. Капинос, А.Н. Уровневая дифференциация при обучении математике в 5-9 классах [Текст] / А.Н. Капинос // Математика в школе. – 2012. – № 5. – С.11-14.
14. Кирсанов А.А. Индивидуализация учебной деятельности школьников [Текст] / А.А. Кирсанов. – Казань: Омега, 2010. – 123с.
15. Колишев, Н.С. Индивидуально – дифференцированный подход в процессе обучения старшеклассников [Текст] / Н.С. Колишев: Автореф. – М., 2013. – 178с.
16. Колягин, Ю.М. и др. Задачи в обучении математике [Текст] / Ю.М. Колягин. – М.: Просвещение, 1977. – 110с., -142с.
17. Колягин, Ю.М. и др. Профильная дифференциация в обучении математике [Текст] / Ю.М. Колягин // Математика в школе. – 1990. – № 4. – С.21.
18. Крупич, В.И. Теоретические основы обучения решению школьных математических задач [Текст] / В.И. Крупич. – М.: Прометей, 2011. – 166с.
19. Крутецкий, В.А. Психология математических способностей школьников [Текст] / В.А. Крутецкий. – М.: Просвещение, 2010. – 427с.
20. Кульневич, С.В. Лакоценина, Т.П. Не совсем обычный урок [Текст] / С.В. Кульневич, Т.П. Лакоценина. – М.: ВЛАДОС-ПРЕСС, 2010. – 261с.
21. Кульневич, С.В. Лакоценина, Т.П. Современный урок. Практич. Пособие [Текст] / С.В. Кульневич, Т.П. Лакоценина. – Ростов н/Д: «Учитель», 2015. – 276с.

22. Куприянович, В.В. Изучение способностей направляет дифференциацию [Текст] / В.В. Куприянович // Математика в школе. – 2011. -№ 5. – С.8-10.
23. Менчинская, Н.А. Краткий обзор состояния проблемы неуспевающих школьников [Текст] / Н.А. Менчинская // В кн.: Психологические проблемы неуспевающих школьников. – М.: Педагогика, 2011. – 196с.
24. Метельский, Н.В. Пути совершенствования обучения математике: Проблемы современной методики математики [Текст] / Н.В. Метельский. – Мн.: Университетское, 1989. – 149с.
25. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика [Текст] / Сост. Черкасов Р.С., Столяр А.А. – М.: Просвещение, 2015. – 336с.
26. Муравьев, Е.М. Богоявленская, А.Е. Формы организации учебных занятий [Текст] / Е.М. Муравьев // Завуч. – 2010. – №4. – С.16-19.
27. Новая педагогическая технология и обучение по способностям [Текст] / Под ред. Ю.Е. Васильева. – Красноярск, 2014. – 287с.
28. А. Прокофьев, Т. Соколова, В. Бардушкин, Т. Фадеичева. Текстовые задачи. Еженедельная учебно-методическая газета «Математика», №9, 2015г.
29. Семенов А.Л. «ЕГЭ.Математика 2012»
30. Смирнов, В.А., Смирнова И.М. Активизация деятельности учащихся при изучении теории [Текст] / В.А. Смирнов // Математика в школе. – 2012. – № 1. – С. 19.
31. Современные проблемы методики преподавания математики: Сб. статей. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. ин-тов [Текст] / Сост. Н.С. Антонов, В.А. Гусев. – М., 1985. – 281с.
32. Теория и методика обучения математике: общая методика : учеб. пособие / Е. А. Суховиенко, З. П. Самигуллина, С. А. Севостьянова, Е. Н. Эрентраут. – Челябинск: Изд-во «Образование», 2010. – 65 с.
33. Унт, И. Индивидуализация и дифференциация обучения [Текст] / И. Унт. – М.: Просвещение, 1990. – 352с.
34. Шевкин А.В. Текстовые задачи по математике: 7–11 классы. – М.: ИЛЕКСА. – 2011

## Приложение А

Таблица 1

Результаты контрольной работы до дифференцированного повторения

	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4
Акишева О.	+	+	+	+
Бычков Н.		+		
Гилязов А.		+		+
Гусева А.			+	
Голубовский В.		+	+	+
Девяткова В.		+	+	+
Иванова А.	+	+		+
Исакова Л.		+		
Лазарева О.	+	+		+
Мартынова В.	+			
Мишунин А.	+		+	
Нигматова А.	+	+	+	
Нуриева А.		+	+	
Попов А.	+	+		+
Садыхов Д.	+	+	+	+
Сахаутдинов И.	+			+
Стахеев Д.		+	+	
Стрижова М.		+	+	+
Тулаков Д.	+		+	+
Цыпин Е.	+		+	

## Приложение Б

## Варианты контрольной работы

## 1 вариант

## Задача 1.

По окончании фильма 96 зрителей из кинотеатра разошлись пешком, а остальные поехали на трамваях в 8 вагонах, причем в каждый вагон садилось на 3 чел, больше, чем было в нем мест. Если бы зрители, уезжавшие из кинотеатра на трамвае, садились в него по числу мест, то понадобилось бы еще 2 вагона, причем в последнем осталось бы 4 свободных места. Сколько всего зрителей было в кинотеатре?

## Образец.

По окончании спектакля 174 зрителя из театра разошлись пешком, а остальные поехали на трамваях в 18 вагонах, причем в каждый вагон садилось на 5 чел, больше, чем было в нем мест. Если бы зрители, уезжавшие из театра на трамвае, садились в него по числу мест, то понадобилось бы еще 3 вагона, причем в последнем осталось бы 6 свободных мест. Сколько всего зрителей было в театре?

Этапы решения задачи алгебраическим методом и соответствующие им этапы решения задачи арифметическим методом показаны в таблице.

Этапы решения задачи	
алгебраическим методом	арифметическим методом
<p>Пусть в каждом трамвае было <math>x</math> мест. Тогда по условию задачи имеем уравнение:</p> $(x + 5) \cdot 18 = x \cdot 21 - 6.$ <p>Преобразуем его:</p> $21x - 18x = 90 + 6, \text{ или } 3x = 96$	<p>В каждый вагон входило на 5 чел. больше, чем было в нем мест.</p> <p>В 18 вагонах — на <math>5 \cdot 18 = 90</math> (чел.) больше. В 3 дополнительные вагона вошло 90 чел. и осталось еще 6 свободных мест. Следовательно, в трех вагонах <math>90 + 6 = 96</math> (мест)</p>
Находим неизвестное:	Находим число мест в одном

$x = 96 : 3; x = 32$	вагоне: $96 : 3 = 32$ (места)
----------------------	-------------------------------

Используя данные таблицы, получаем арифметическое решение задачи:

- 1)  $5 \cdot 18 = 90$  (чел.) — на столько человек больше, чем мест, было в 18 вагонах;
- 2)  $90 + 6 = 96$  (м.) — столько мест в трех вагонах;
- 3)  $96 : 3 = 32$  (м.) — столько мест в одном вагоне;
- 4)  $32 + 5 = 37$  (чел.) — было в каждом из 18 вагонов;
- 5)  $37 \cdot 18 = 666$  (чел.) – зрителей уехало на трамваях;
- 6)  $666 + 174 = 840$  (чел.) – всего зрителей было в театре.

Ответ: в театре было 840 человек.

Задача 2.

В 10 ч утра из пункта А в пункт В вышел поезд со скоростью 40 км/ч. В 13 ч из пункта В ему навстречу вышел другой поезд со скоростью 60 км/ч. В какое время поезда встретятся, если расстояние между пунктами 770 км.

Образец.

В 8 ч утра из пункта А в пункт В вышел поезд со скоростью 60 км/ч. В 11 ч из пункта В ему навстречу вышел другой поезд со скоростью 70 км/ч. В какое время поезда встретятся, если расстояние между пунктами 440 км.

Алгебраический метод приводит к следующему уравнению:  $(60 + 70) \cdot x + 60 \cdot 3 = 440$ , или  $130x + 180 = 440$ , где  $x$  ч — время движения второго поезда до встречи. Тогда  $130x = 440 - 180$ ;  $130x = 260$ ;  $x = 2$  (ч). Прделанные рассуждения и выкладки «подсказывают» следующий арифметический путь решения задачи. Найдем сумму скоростей поездов ( $60 + 70 = 130$ ); время движения первого поезда до начала движения второго поезда ( $11 - 8 = 3$ ); расстояние, пройденное первым поездом за 3ч ( $60 \cdot 3 = 180$ ); расстояние, которое осталось пройти поездам до встречи ( $440 - 180 = 260$ ); время движения второго поезда до встречи ( $260 : 130 = 2$ ).

Этапы решения задач алгебраическим и арифметическим методами будем параллельно записывать в таблице. Эта таблица позволит наглядно проследить, как алгебраические преобразования в ходе решения уравнений, являющихся моделью текстовой задачи, помогают найти ее арифметическое решение.

Этапы решения задачи	
алгебраическим методом	арифметическим методом
<p>Пусть <math>x</math> ч — время движения второго поезда до встречи.</p> <p>По условию задачи получаем:</p> $(60 + 70) \cdot x + 60 \cdot 3 = 440,$ <p>или</p> $130x + 180 = 440$	<p>Находим сумму скоростей поездов (<math>60 + 70 = 130</math>); время движения первого поезда до начала движения второго (<math>11 - 8 = 3</math>); расстояние, пройденное первым поездом за 3ч</p> $(60 \cdot 3 = 180)$
<p>Преобразовываем уравнение;</p> $130x = 440 - 180; \quad 130x = 260$	<p>Находим расстояние, которое осталось пройт поездам до встречи:</p> $440 - 180 = 260 \text{ (км)}$
<p>Находим неизвестное:</p> $x = 260 : 130; x = 2$	<p>Находим время движения второго поезда:</p> $260 : 130 = 2 \text{ (ч)}$

Оформим решение задачи арифметическим методом:

- 1)  $11 - 8 = 3$  (ч) — был в пути первый поезд до начала движения второго;
- 2)  $60 \cdot 3 = 180$  (км) — прошел первый поезд за 3 ч;
- 3)  $440 - 180 = 260$  (км) — расстояние, пройденное поездами при одновременном движении;
- 4)  $60 + 70 = 130$  (км/ч) — скорость сближения поездов;
- 5)  $260 : 130 = 2$  (ч) — время движения второго поезда;
- 6)  $11 + 2 = 13$  (ч) — в такое время поезда встретятся.

Ответ: поезда встретятся в 13 ч.

Задача 3.

Одна тракторная бригада должна вспахать 120 га, а другая на 55% больше, чем первая. Первая бригада, вспахивая ежедневно на 5 га меньше второй, закончила работу на 4 дня раньше, чем вторая бригада. Сколько гектаров вспахивала каждая бригада ежедневно?

Образец. Одна тракторная бригада должна вспахать 240 га, а другая на 35% больше, чем первая. Первая бригада, вспахивая ежедневно на 3 га меньше второй, закончила работу на 2 дня раньше, чем вторая бригада. Сколько гектаров вспахивала каждая бригада ежедневно?

Решение. Найдем 35% от 240 га:  $35\% = 0,35$ ;  $240 \cdot 0,35 = 84(\text{га})$ . Следовательно, вторая бригада должна была вспахать  $240 + 84 \text{ га} = 324(\text{га})$ . Пусть первая бригада вспахивала ежедневно  $x$  га. Тогда вторая бригада вспахивала ежедневно  $(x + 3)\text{га}$ ;  $240/x$  — время работы первой бригады;  $324 : (x + 3)$  — время работы второй бригады. По условию задачи первая бригада закончила работу на 2 дня раньше, чем вторая, поэтому имеем уравнение

$$\frac{324}{x+3} - \frac{240}{x} = 2$$

После преобразований его можно записать так:

$$324x - 240x - 720 = 2x^2 + 6x; 2x^2 - 78x + 720 = 0; x^2 - 39x + 360 = 0.$$

Решив квадратное уравнение, находим  $x_1 = 24$ ,  $x_2 = 15$ . Это норма первой бригады. Следовательно, вторая бригада вспахивала в день 27 га и 18 га соответственно. Оба решения удовлетворяют условию задачи.

Ответ: 24 га в день вспахивала первая бригада, 27 га — вторая или 15 га в день вспахивала первая бригада, 18 га — вторая.

Задача 4.

Имеются два куска сплава алюминия и олова с процентным содержанием меди 60% и 40% соответственно. В каком отношении нужно взять эти сплавы, чтобы, переплавив взятые куски вместе, получить сплав, содержащий 30% алюминия?

Образец. Имеются два куска сплава меди и цинка с процентным содержанием меди 80% и 30% соответственно. В каком отношении нужно взять эти сплавы, чтобы, переплавив взятые куски вместе, получить сплав, содержащий 60% меди?

Решение. Пусть первого сплава взято  $x$  кг, а второго —  $y$  кг. По условию концентрация меди в первом сплаве равна  $80/100 = 0,8$ , во втором —  $30/100 = 0,3$  (ясно, что речь идет о весовых концентрациях), значит, в первом сплаве  $0,8x$  кг меди и  $(1 - 0,8)x = 0,2x$  кг цинка, во втором —  $0,3y$  кг меди и  $(1 - 0,3)y = 0,7y$  кг цинка. Количество меди в получившемся сплаве равно  $(0,8x + 0,3y)$  кг, а масса этого сплава составит  $(x + y)$  кг. Поэтому новая концентрация меди в сплаве, согласно определению, равна

$$\frac{0,8x + 0,3y}{x + y}.$$

По условию задачи эта концентрация должна равняться 0,6. Следовательно, получаем уравнение

$$\frac{0,8x + 0,3y}{x + y} = 0,6 \quad \text{или} \quad \frac{8x + 3y}{x + y} = 6.$$

Данное уравнение содержит два неизвестных  $x$  и  $y$ . Однако по условию задачи требуется определить не сами величины  $x$  и  $y$ , а только их отношение.

После несложных преобразований получаем

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$$

Ответ: сплавы надо взять в отношении 3 : 2.

2 вариант.

Задача 1.

В магазин привезли комбинезоны. Так как они плохо раскупались, то цену снизили на 10%, через некоторое время цену снизили еще на 5%. После этого цена комбинезона стала равна 1710 рублей. Определите первоначальную цену комбинезона.

Задача 2.

Два мотоциклиста движутся по круговой трассе длиной 1,8 км с постоянными скоростями. При движении в разных направлениях они встречаются через каждые 18с. При движении в одном направлении один мотоциклист догоняет другого через каждые полторы минуты. Найдите скорость движения каждого мотоциклиста.

Задача 3.

Из Смоленска в Рославль, расстояние между которыми 100км, одновременно выехали автомобилист и мотоциклист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 30 км больше, чем мотоциклист. Определите скорость мотоциклиста, если известно, что он прибыл в Рославль на 3 часа позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Задача 4. Смешали 30%-ный раствор серной кислоты с 20%-ным и получили 400г 25% - ого раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

## Приложение В

Таблица 3

Результаты проделанной обучающимися работы после дифференцированного повторения

	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4
Акишева О.	+	+	+	+
Бычков Н.		+	+	
Гилязов А.		+		+
Гусева А.		+	+	
Голубовский В.		+	+	+
Девяткова В.	+	+	+	+
Иванова А.	+	+	+	+
Исакова Л.	+	+	+	
Лазарева О.	+	+	+	+
Мартынова В.	+	+		
Мишунин А.	+		+	+
Нигматова А.	+	+	+	+
Нуриева А.		+	+	
Попов А.	+	+		+
Садьков Д.	+	+	+	+
Сахаутдинов И.	+		+	+
Стахеев Д.		+	+	+
Стрижова М.		+	+	+
Тулаков Д.	+		+	+
Цыпин Е.	+	+	+	