

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

Физико-математический факультет
Кафедра математики и методики обучения математике

«МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТАМ ФИНАНСОВОЙ МАТЕМАТИКИ В
СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ»

Выпускная квалификационная работа
по направлению 44.04.01 Педагогическое образование

Направленность программы магистратуры
«Математическое образование в системе профильной подготовки»

Проверка на объем заимствований:

89,77 % авторского текста

Выполнил:

Студент группы ОФ213/131-2-1

Кондратьев Владимир Владимирович

Работа рекомендована к защите

«22» марта 2018 г.

зав. кафедрой МиМОМ

Сухоиенко Сухоиенко Е.А.

Научный руководитель:

зав. кафедрой МиМОМ

_____ Сухоиенко Е.А.

Челябинск

2018

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
Глава 1. Методические особенности изучения финансовой математики ...	6
1.1 История финансовой математики.....	10
1.2 Некоторые особенности обучения финансовой математики	19
1.3 Краткий анализ современного состояния изучения финансовой математики.....	25
Глава 2. Анализ методик преподавания финансовой математики в школьных учебниках	29
2.1 Методика решения финансовых задач.....	29
2.2 Методика изучения финансов при подготовке к ЕГЭ.....	35
2.3 Элективный курс для учащихся «Финансовая математика».....	52
Заключение	96
Список использованной литературы.....	97

Введение

Практическая необходимость в применении методов финансовой математики обусловлена переходом к экономическим методам управления, функционированием новых коммерческих структур, становлением рынка ценных бумаг, развитием банковского сектора, коренными изменениями условий проведения хозяйственных операций и т.д. В этих условиях управленческие решения нецелесообразно принимать лишь на интуитивной основе. Гораздо более качественные результаты могут быть достигнуты с помощью формализованных методов оценки, основанных на применении финансовой математики.

В настоящее время Финансовая математика является одним из наиболее динамично развивающихся из экономических наук, направленных на оптимизацию принимаемых решений при проведении финансовых и коммерческих операций. Любая такая операция предполагает согласование ее участниками целого ряда условий (параметров сделки): сумму кредита (займа, инвестиций), сроки, способы начисления процентов и погашения долга и т.д. При этом на результат финансовой операции в каждом случае оказывает влияние множество факторов, определяющих конъюнктуру финансового рынка. Без проведения количественного анализа затруднительно, а иногда и невозможно определить доходность той или иной финансовой операции и параметры финансовой сделки. Для решения этих и других задач служат методы финансовой математики.

Финансовая математика – это наука, изучающая методы и методики определения стоимостных и временных параметров финансовых и инвестиционных операций, процессов и сделок, а также модели управления инвестициями, капиталом и его составляющими.

Объект финансовой математики – финансовые операции и сделки и их технико-экономическое обоснование, направленное на извлечение прибыли. **Предмет** – финансовые и актуарные оценки показателей эффективности этих операций и сделок, а также доходов отдельно взятых

участников этих сделок, определяемых в виде процентных ставок, норм и коэффициентов, скидок, доходов и дивидендов, ренты и маржи, котировок ценных бумаг, курсов валют, курсовых разниц и пр.

В курсе финансовой математики систематически излагаются методы количественного анализа, используемые при принятии управленческих решений в финансовой сфере. Рассматриваются методы учета факторов времени, инфляции, оценки потоков платежей, операций с ценными бумагами и др.

Финансовая математика охватывает определенный круг методов вычислений, необходимость в которых возникает всякий раз, когда в условиях сделки или финансово-банковской операции оговариваются конкретные значения трех видов параметров:

- 1) стоимостные характеристики (размеры платежей, долговых обязательств, кредитов и т. д.);
- 2) временные данные (даты и сроки выплат, продолжительность льготных периодов, отсрочки платежей и т. д.);
- 3) процентные ставки (последние иногда задаются в открытой форме).

Гипотеза исследования: углубленное изучение финансовой математики позволит учащимся быть компетентными в вопросах финансовых операциях.

Актуальность на социально-педагогическом уровне : связана с социальной потребностью государства и общества в обучении школьников финансовой математике , для воспитания экономически грамотного населения.

На научно-методическом уровне: связана с разработкой новейших методов и методик обучения финансовой математике в средней школе.

На научно-теоретическом уровне: не до конца разработаны теоретические аспекты методики обучения финансовой математике в средней школе.

Проблемы при реализации обучения финансовой математики в средней школе:

Между государственным заказом на подготовку школьников финансовой математике и недостаточным количеством кадрового резерва.

Между необходимостью осуществления работы по обучению школьников финансовой математике и недостаточностью уделению внимания в разработке методов обучения финансовой математике

Между потребностью в научно обоснованных методиках обучения финансовой математике и в недостаточном количестве разработанного методического материала.

Целью работы являются:

1. Разработать методику изучения финансовой математики в средней школе.

При написании диссертации необходимо решить следующие **задачи**:

1. Изучить особенности обучения финансовой математики в средней школе.
2. Провести анализ современного состояния изучения финансовой математики.
3. Провести анализ методик преподавания финансовой математики в школьных учебниках.
4. Разработать элективный курс для учащихся «Элементы финансовой математики».

Глава 1. Методические особенности изучения финансовой математики

Любая финансово-кредитная операция, инвестиционный проект или коммерческое соглашение предполагают наличие ряда условий их

выполнения, с которыми согласны участвующие стороны. К таким условиям относятся следующие количественные данные: денежные суммы, временные параметры, процентные ставки и некоторые другие дополнительные величины. Каждая из перечисленных характеристик может быть представлена самым различным образом. Например, платежи могут быть единовременными (разовыми) или в рассрочку, постоянными или переменными во времени. Существует более десятка видов процентных ставок и методов начисления процентов. Время устанавливается в виде фиксированных сроков платежей, интервалов поступлений доходов, моментов погашения задолженности и т.д. В рамках одной финансовой операции перечисленные показатели образуют некоторую взаимоувязанную систему, подчиненную соответствующей логике. В связи со множественностью параметров такой системы конечные конкретные результаты (кроме элементарных ситуаций) часто неочевидны. Более того, изменение значения даже одной величины в системе в большей или меньшей мере, но обязательно скажется на результатах соответствующей операции. Отсюда с очевидностью следует, что такие системы могут и должны являться объектом приложения количественного финансового анализа. Проверенные практикой методы этого анализа и составляют предмет финансовой математики.

Финансовая математика - раздел прикладной математики, имеющий дело с математическими задачами, связанными с финансовыми расчётами. В финансовой математике любой финансовый инструмент рассматривается с точки зрения генерируемого этим инструментом некоторого (возможно случайного) денежного потока.

Основные направления:

- классическая финансовая математика или математика кредита (проведение процентных расчётов; вопросы, связанные с различными долговыми инструментами: векселями, депозитными сертификатами,

облигациями; анализ потоков платежей, применяемый в банковском деле, кредитовании, инвестировании);

- стохастическая финансовая математика, включающая расчёт безарбитражной (или «справедливой») цены финансовых инструментов;
- проведение актуарных расчётов (составляющих математическую основу страхования);
- эконометрические расчёты, связанные с прогнозированием поведения финансовых рынков.

Задача классической финансовой математики сводится к сопоставлению денежных потоков от различных финансовых инструментов исходя из критериев временной ценности денег (с учётом фактора дисконтирования), оценке эффективности вложений в те или иные финансовые инструменты (включая оценку эффективности инвестиционных проектов), разработке критериев отбора инструментов. В классической финансовой математике по умолчанию предполагается детерминированность процентных ставок и потоков платежей.

Стохастическая финансовая математика имеет дело с вероятностными платежами и ставками. Основная задача состоит в получении адекватной оценки инструментов с учётом вероятностного характера рыночных условий и потока платежей от инструментов. Формально сюда можно отнести оптимизацию портфеля инструментов в рамках средне-дисперсионного анализа. Также на моделях стохастической финансовой математики основаны методы оценки финансовых рисков. При этом в стохастической финансовой математике возникает необходимость определить критерии оценки рисков в том числе для адекватной оценки финансовых инструментов. Финансовая математика представляет собой совокупность методов определения изменения стоимости денег, происходящего вследствие их возвратного движения в процессе воспроизводства (опред. М.Е. Четыркина).

Финансовая математика - раздел количественного анализа финансовых операций, предметом которого является изучение финансовых зависимостей между параметрами коммерческих сделок или финансово – банковских операций и разработка на их основе методов решения финансовых задач определенного класса.

К основным задачам финансовой математики относятся:

- измерение конечных финансовых результатов операции (сделки, контракта) для каждой из участвующих сторон;
- разработка планов выполнения финансовых операций, в том числе планов погашения задолженности;
- измерение зависимости конечных результатов финансовой операции от ее основных параметров;
- определение допустимых практических значений параметров финансовых операций и расчет параметров эквивалентного (безубыточного) изменения первоначальных условий операции;
- оптимизация портфеля активов, по какому – либо критерию портфеля задолженности.

К основным параметрам финансовой операции относят:

- денежные суммы;
- временные параметры;
- процентные ставки;
- иные (дополнительные) величины.

Область применения методов финансовой математики:

- разработка условий финансовых контрактов;
- финансовое проектирование, в т.ч. сравнение и выбор инвестиционных проектов;
- долгосрочное личное страхование, например проектирование и анализ состояния пенсионных фондов (расчет тарифов, оценка

способности фондов выполнить свои обязательства перед пенсионерами и др.);

- долгосрочное медицинское страхование;
- учет векселей;
- анализ последствий изменения условий финансовой операции.

Финансовая математика используется в банковском и сберегательном деле, страховании, в работе финансовых организаций, торговых фирм, инвестиционных компаний, фондовых и валютных бирж и т.д.

1.1 История финансовой математики

Финансовые вычисления появились с возникновением капитализма, но стали складываться в отдельную отрасль знаний лишь в XIX веке. В это

время они были известны как «коммерческие вычисления» или «коммерческая арифметика». Ранее основу коммерческой арифметики дали коммерческие расчеты, проводившиеся при осуществлении торговых операций. Возникновение коммерческой арифметики как науки связывают с Венецией. Которая была одним из самых крупных центров Италии и средневековой Европы. Наука получает дальнейшее развитие по мере смещения торговых центров в Голландию и Германию.

В России в XIV веке в период развития внутренней и внешней торговли после освобождения от татаро – монгольского ига появились расчеты, связанные с ведением торгового дела (обнаружены в рукописях). На рубеже XIV-XVII вв. в России впервые была составлена «Торговая книга», в которой рассматривались вопросы определения дохода от продажи товара, стоимости провоза товара и т.д. В рукописях XVII в. Имеется множество усложненных торговых задач, что свидетельствует о развитии финансовой науки. В это время зафиксированы простые процентные расчеты. В 1703 г. в России была издана «Арифметика» Леонтия Филипповича Магницкого, в которой много места отведено практическим сведениям о коммерческих расчетах. В большинстве издаваемых в дальнейшем учебников по элементарной математике включались целые разделы из коммерческой арифметики (учет векселей, вычисление процента и т.д.).

В Германии XIX веке существовало 24 коммерческих училища, призванных культивировать эти знания. В России первое коммерческое учебное заведение появилось в 1772 году в Москве (Коммерческое воспитательное училище). Основатель – дворянин П.А.Демидов.

Этапы становления отрасли знаний «финансовая математика».

1 этап. Вхождение в обиход термина «купеческая арифметика»

Первую попытку издания систематического руководства по коммерческой арифметике на русском языке осуществил Василий Степанов Княжев. В 1811 г. была опубликована его книга «Купеческая арифметика

для банкиров, купцов, заводчиков, фабрикантов и воспитанников их». Книга использовалась в Московском коммерческом училище, где В.С. Княжев был директором. Предполагается, что при написании были использованы немецкие источники. В.С. Княжев выделил характерную по его мнению черту купеческой арифметики, заключающуюся в краткости вычислений.

С 1830 по 1850 гг. в России издавались переводные книги зарубежных авторов, в т.ч. И.Детенгофа (Германия), К.Кларка (Англия), И.Ванье (Франция). В 1833 г. на русском языке вышел перевод книги И.Детенгофа, посвященной общим торговым вопросам. В 1840 г. на русском языке была издана книга К.Кларка «Биржевые расчеты для сравнения Санкт – Петербургских цен с английскими на привозные товары по всякому вексельному курсу». В 1848 г. появилась переведенная с французского языка брошюра И.Ванье «Уроки коммерческой арифметики или простые способы вычисления и барышей для знающих четыре правила арифметики». Известны другие работы. В 1850 г. в России была издана книга А. Штейнгауза «Купеческая арифметика». Эта книга в течение последующего десятилетия являлась единственным учебным пособием для коммерческих училищ. Есть мнение, что за основу книги взят популярный в Германии учебник Фишера и Одермана.

Этап 2. Вхождение в обиход термина «коммерческая арифметика»

В 1864 г. была издана книга М. Цветкова «Руководство к коммерческой арифметике». Эта книга была одобрена Ученым комитетом народного образования и переиздана в 1872 году. В 1865 году было опубликовано руководство по коммерческому и финансовым вычислениям П.И.Рейнтбота.

Одной из важных задач тех лет являлось овладение техникой быстрых расчетов. Поэтому были разработаны специальные счетные таблицы М. Савиновым (1796 г.), П. Хазовым (1802 г.), С. Сазоновым (1815 г.), С.Усовым (1827) – таблицы для расчета процентов. Технике работы со счетными таблицами посвящены работы С.Селивановского (1837), М.

Поднебесного (1844) и др. В 1837 г. С. Селивановский издал пособие «Новый способ делать расчеты без ошибок и скорее нежели на счетах» (описание использования таблиц на практике). В 1844 г. была издана книга М.Поднебесного «Книга об исчислении процентов по билетам банков и сохранной казны, или подробные расчеты процента в таблицах». На следующий год он опубликовал «Расчеты по 5 и 6 процентов, с указаниями о векселях, заемных письмах и закладных» (со статьями из свода законов).

В дальнейшем увеличилось число авторов таблиц, усложнились структура и содержание таблиц (авторы В.Владыкин, В.Моллериус, В.Сенигов, И.Гальдзберг, А.М.Евдокимов и др.).

Число книг по коммерческой арифметике резко увеличилось в 1870-е годы. Известны такие авторы как Хрущов И., Гроскурт Ф. В дальнейшем свои труды публиковали Н.С. Лунский (1895, 1890, 1903 г.г.), П.М. Гончаров (1903 г.), А.Л.Цытович, В.А. Циммерман, Р.Я. Вейцман (1991 г.) и др. Известны издания, которые выдержали множество переизданий: А.В. Прокофьева «Коммерческая арифметика и торговые операции» (10 изданий к 1910 г), законченный курс коммерческой арифметики Н.П. Васильева - Яковлева (12 переизданий к 1912 г.).

Дальнейшее развитие науки связывается с развитием системы коммерческого образования в России. 15 апреля 1896 г. в России было утверждено Положение о коммерческих учебных заведениях. Вопросы коммерческого образования перешли в ведение Министерства финансов. Согласно положению предполагалось создать коммерческие учебные заведения следующих разрядов:

- Торговые классы;
- Торговые школы;
- Коммерческие училища;
- Курсы коммерческих знаний.

В создании коммерческих школ активное участие приняли промышленники и коммерсанты. В бюджете школы доля государства составляла как правило менее 1,5%.

Обобщая содержание вышеуказанных работ можно сказать, что к началу 20 в. Коммерческая арифметика как самостоятельная отрасль знаний содержала следующие разделы:

- техника процентных вычислений (простые и сложные проценты);
- техника весельных вычислений (дисконт и методы дисконтирования);
- техника курсовых вычислений;
- техника монетных вычислений (в денежных единицах разных стран);
- техника товарных вычислений (калькуляции, скидки);
- техника вычисления по процентным бумагам и акциям;
- техника банковских вычислений (текущие счета, кратко – и долгосрочные вклады и ссуды, комиссионные операции и др.).

Этап 3. Обособление финансовой математики (высших финансовых вычислений) как самостоятельной отрасли знаний.

Политическая арифметика рассматривала вопросы количественной оценки национального богатства, национального дохода, численности населения, государственного налогообложения, государственного долга и др. Финансовая математика (финансовые вычисления) как наука зародилась под названием «политическая арифметика». Термин был введен родоначальником классической буржуазной политической экономики Уильямом Петти (1623 – 1687 гг).

В конце XIX века термин «политическая арифметика» практически вышел из употребления.

Первой фундаментальной книгой именно по финансовым вычислениям, написанной российским автором, является работа доктора философии и математики, профессора Г.К. Бруна «Руководство к политической арифметике» (1845 г.).

Работы по финансовым вычислениям предполагали наличие определенной математической подготовки у слушателей курсов. Основные разделы работы Г.Бруна:

- теория сложных процентов;
- дисконтирование в условиях простых и сложных процентов;
- теория аннуитета;
- страхование жизни и собственности;
- оценка пожизненных доходов (оценка условного аннуитета);
- финансовые таблицы (множители наращения и дисконтирования, коэффициенты наращения и дисконтирования аннуитета).

К середине XIX в. в термин политическая арифметика понимался как «высшие финансовые вычисления».

После опубликования работы Генриха Карловича Бруна работы по политической арифметике более 40 лет не появлялись на русском языке. Достаточно полная работа Г.К.Бруна изучалась и апробировалась в России.

С некоторой долей условности можно сказать, что в дальнейшем финансовые вычисления как бы разделились на две ветви:

- в упрощенном варианте они были представлены в курсах коммерческой арифметики;
- в усложненном варианте они излагались в курсе высших финансовых вычислений.

Суущественный вклад в развитие теории и практики финансовых и коммерческих вычислений в дореволюционной России внес русский математик, финансист и бухгалтер Н.С. Лунский. Он считается родоначальником финансового менеджмента в России. «Коммерческая арифметика» к 1913 г. выдержала 7 изданий.

Известны хорошие труды таких авторов, как Б.Ф.Малишевский, П.М.Гончаров, И.И.Кауфман, А.В.Прокофьев, Р.Я.Вейцман,

А.П.Чухмахсазяну, Ф.А.Боболович, Л.Ф.Беркевич, И.Я.Чулков, М.С.Плотников.

Причины появления дисциплины «Коммерческая арифметика и финансовые вычисления» в системе образования:

- необходимость совершать в гражданском обиходе точные расчеты быстро (желание повысить оперативность заключения коммерческих сделок);
- упрощение сложных финансовых расчетов;
- необходимость оценки эффективности заключения различных финансовых сделок.

Существует два представления о роли коммерческой арифметики в науке и практике:

- коммерческие вычисления рассматривались как прикладная часть общей арифметики, обособившиеся в отдельную дисциплину исходя из стремления к рационализации труда путем ускорения и упрощения расчетов (А.Ф.Помовисский);
- коммерческие вычисления рассматривались в качестве одной из основных дисциплин в системе подготовки квалифицированных коммерсантов (З.П.Евзлин, Р.Я.Вейцман).

К концу XIX в. В специализация книг по теории и технике расчетов усиливается - появляются книги, в которых акценты смещаются с коммерческих вычислений к финансовым. Например «Капитализация доходов» А.И. Толвинского (обоснование способов оценки имущества при различных видах доходов), «Теория и практика пенсионных касс» Б.Ф. Малешевского (математическая теория оценки долгосрочных финансовых вычислений, математической статистики и теории страхования) – ориентированная на читателей с хорошей математической подготовкой, «Элементарная теория долгосрочных финансовых операций» А.Н. Глаголева (изложение теории сложных процентов, теории рент, способов

составления планов погашения различного рода долгосрочных займов, способов оценки доходности процентных бумаг и др.).

В дальнейшем отдельные разделы политической арифметики (высших финансовых вычислений) обособились в самостоятельные дисциплины: статистика, страхование и др.

В 1912 г. профессор Н.С.Лунский издал в трех частях «Лекции по высшим финансовым вычислениям» (простые и сложные проценты, теория рент, долгосрочные займы, страховые вычисления). В 1915 г. Н.Т. Синонийский – Трофимов опубликовал «Руководство к применению таблиц сложных процентов, срочных взносов и уплат с приложением краткой теории долгосрочных финансовых операций».

В период революции лишь переиздавались ранее опубликованные издания Е.В.Сиверс, П.М. Гончарова, Р.Я.Вейцмана. В университетах при чтении курсов финансовых вычислений ссылались в основном на дореволюционные источники.

В 1930 годы завершается процесс централизации управления бухгалтерским учетом, финансами, банковскими операциями, еще ранее умирает биржевая торговля. Необходимость в финансовых и коммерческих вычислениях отпадает на долгие десятилетия, вплоть до 1990- х годов. Курсы финансовых вычислений были заменены курсами хозяйственных вычислений, которые существенно упрощены и свидетельствуют об откате от достигнутых российской интеллигенцией научных и практических результатов. Фактически новый курс представлял собой изложение методов упрощенных и быстрых вычислений.

Коммерческие вычисления стали однозначно трактоваться как система специальных вычислений, призванная обслуживать нужды капиталистов (осуждались любые спекулятивные операции).

Термин «финансовые вычисления» заменили на «советские финансовые вычисления» и рассматривали как существенно упрощенный подраздел хозяйственных вычислений и самостоятельный учебный курс,

предназначенный для подготовки специалистов для финансовых органов и кредитных учреждений СССР.

Кроме того, учебные пособия писались в основном для финансовых и финансово-кредитных техникумов, т.к. считалось, что среднеспециального образования достаточно, для того, чтобы заниматься финансовыми операциями в СССР.

В начале 1960-х гг. из программ вузов был изъят и курс финансовых вычислений.

Основные авторы советского периода: П.А. Андреев, Н.С.Беленький, Л.Я.Гурвиц, Д.П.Кучма.

В 1960 г. акценты сместились в сторону механизации учета и вычислительных работ, что свидетельствовало о фактической кончине курса финансовых вычислений. В курсах хозяйственных вычислений превалировал подход, основанный на актуализации или механизации и автоматизации вычислительных работ на предприятии. В итоге курс «Хозяйственные вычисления» был заменен на курс «Автоматизированные системы обработки экономической информации».

Возрождение финансовых вычислений в России связано с появлением работ таких авторов, как Е.М.Четыркин, Г.П.Башарин, Е.Кочович, В.Б. Куртуков, В.И.Малыхин, В.В.Ковалев, В.А.Уланов, П.П.Бочаров и др.

Один из основоположников финансовой математики профессор Н.С. Лунский считал, что высшие финансовые вычисления являются отраслью прикладной математики, посвященной исследованию доступных математическому анализу вопросов финансовой науки, статистики и политической экономии.

Однако финансовая математика сформировалась на стыке финансовой науки и математики и не относится к математическим дисциплинам.

Объектом изучения финансовой математики является финансовая операция, в которой необходимость использования финансово –

экономических вычислений возникает всякий раз, когда в условиях сделки (финансовой операции) прямо или косвенно присутствуют временные параметры: даты, сроки выплат, периодичность поступления денежных средств, отсрочка платежей и др. При этом фактор времени зачастую играет более важную роль, чем стоимостные характеристики финансовой операции, т.к. именно он определяет конечный финансовый результат.

1.2 Некоторые особенности преподавания финансовой математики

Обучение в частности математике - сложный процесс управления, осуществляемый учителем с использованием вспомогательных средств (учебников, наглядных пособий, технических средств обучения)... Учитель перерабатывает информацию, получаемую им из программы, научной, учебной и методической литературы, а так же осведомительную

информацию, об уровне и возможностях мыслительной деятельности ученика и передает, пользуясь определенными средствами, обучающую информацию, ученику.

Ученик воспринимает и перерабатывает информацию полученную им от учителя, из учебника и других источников и по требованию педагога передает ему информацию о качестве усвоения учебного материала и достигнутом развитии мыслительной деятельности в виде ответов на вопросы, решений упражнений и задач.

Основная роль учителя математики в современных условиях - это воспитание личности учащихся, формирование их потребностно-мотивационной сферы, воспитание их способностей, нравственных идеалов и убеждений. Обучение знаниям умениям и навыкам по математике является составной частью этого воспитания и тем процессом, в котором это воспитание осуществляется.

Процесс обучения математике более сложный, более противоречивый, чем это описано в приведенных определениях.

В психолого-педагогической литературе постоянно обсуждается проблема учета индивидуальных психологических особенностей школьников. Естественно возникает вопрос о том, какие же именно особенности должен учитывать учитель. Их очень много качественные особенности восприятия (предметность, осознанность, структурность и т.д.); преобладающие виды памяти (зрительная, слуховая, двигательная и т.д.); виды мышления (наглядно-образное, словесно-логическое и т.д.), его качества (гибкость, глубина, широта и т.д.). Между тем, необходимо иметь в виду, что возрастные особенности - это не нечто неизменное и вечное, то, что присуще ученикам определённого возраста. Сами эти особенности довольно резко меняются со временем. Рассмотрим некоторые психологические особенности ученика, которые важно учитывать в процессе обучения математике.

Ученик - это растущий, развивающийся человек. Придя в школу в семь лет, он заканчивает её в 17 лет вполне сложившимся человеком юношеского возраста. За эти десять лет обучения ученик проходит огромный путь физического, психического и социально-нравственного развития.

Подростковый возраст - это весьма сложный, таящий в себе опасность кризисных явлений, период в жизни ученика. В этот период организм ребёнка претерпевает кардинальные изменения. Развёртывается процесс полового созревания. С этим процессом связано возникновение у подростка физического ощущения собственной взрослости. У него возникает представление о себе уже не как о ребёнке, он стремится быть и считаться взрослым. Отсюда у подростка возникает новая жизненная позиция "Я-концепция" по отношению к себе, к окружающим людям, к миру. Он становится социально активным, восприимчивым к усвоению норм ценностей и способов поведения, которые существуют среди взрослых.

Период подросткового возраста характерен тем, что здесь начинается формирование морально-нравственных и социальных установок личности ученика, намечается общая направленность этой личности.

Подросток стремится к активному общению со своими сверстниками, и через это общение он активно познаёт самого себя, овладевает своим поведением, ориентируясь на образцы и идеалы, почерпнутые из книг, кинофильмов, телевидения.

Подросток становится более независимым от взрослых ещё и потому, что у него возникают такие потребности, которые он должен удовлетворить только сам (потребность в общении со сверстниками, в дружбе, в любви).

Родители и вообще взрослые при всём их желании не могут решить проблемы, встающие перед подростками в связи с возникновением у них новых потребностей, между тем как удовлетворение всех основных потребностей младших школьников зависит в основном от родителей. Всё это зачастую болезненно сказывается на отношении учащихся к учению.

Вот как характеризует это известный психолог Н.С. Лейтес: "Дети 12-13 лет в подавляющем большинстве своём относятся к учению в основном благодушно: не утруждают себя излишними раздумьями, выполняют только уроки в пределах заданного, часто находят поводы для развлечения... Ослабление связи с учителем, снижение его влияния особенно дают о себе знать в недостатках поведения учеников на уроках. Теперь учащихся не только иногда позволяют себе игнорировать получаемые замечания, но могут и активно им противостоять. В средних классах можно столкнуться с изобретательными шалостями и проявлением самого легкомысленного поведения".

Общая картина работы учащихся-подростков на уроках по сравнению с младшими классами ухудшается. Ранее примерные и аккуратные ученики позволяют себе не выполнять задания. Тетради ведутся неряшливо. У многих учащихся меняется почерк, он становится неразборчивым и небрежным. При решении математических задач многие подростки не проявляют нужной настойчивости и прилежания. Попытки учителя заинтересовать учеников занимательностью формы изложения или какими-либо другими способами зачастую не приносят ожидаемого результата.

В то же время эти же подростки весьма охотно участвуют в работе различных кружков, где, казалось бы, наиболее трудные подростки охотно выполняют все указания взрослого руководителя кружка, с интересом и усердием овладевают теоретическими знаниями, нужными для выполнения практических работ.

Подростковый возраст есть начало внутреннего перехода ученика от положения объекта обучения и воспитания, которым он был в младшем школьном возрасте, к положению субъекта этого процесса.

В подростковом возрасте происходит совершенствование таких познавательных процессов как память, речь и мышление.

Подростки уже могут мыслить логически, заниматься теоретическими рассуждениями и самоанализом. Они относительно свободно рассуждают

на нравственные, политические другие темы, практически недоступные интеллекту младшего школьника. У старшеклассников наблюдается способность делать общие выводы на основе частных посылок и, напротив, переходить к частным умозаключениям на базе общих посылок, т. е. способность к индукции и дедукции. Важнейшее интеллектуальное приобретение подросткового возраста - это умение оперировать гипотезами.

Если подростковый возраст есть начало внутреннего перехода ученика от положения объекта обучения и воспитания, которым он был в младшем школьном возрасте, к положению субъекта этого процесса, то в юношеском возрасте ученик становится (во всяком случае, должен становиться) уже подлинным субъектом своей деятельности в учебно-воспитательном процессе.

В то же время ученики ещё сохраняют материальную зависимость от родителей. Главным в их жизни становится подготовка к будущей самостоятельной, взрослой жизни, подготовка к труду, выбор жизненного пути, профессии.

В эти годы особую значимость для учеников приобретает ценностно-ориентационная деятельность. Ученик пытается произвести глубокую самооценку своей личности, своих способностей. Растёт и развивается рефлексия, познавательный интерес к философским проблемам, юноша пытается выяснить смысл жизни; оценить наблюдаемые явления с этой точки зрения.

Подросток весьма податлив влиянию сверстников. Внутренне отойдя от родителей, он ещё не пришёл к своей индивидуальности, которая обретается в юношеском возрасте. Если подростка волнует вопрос: "Неужели я не такой, как все?", то юношу: "Неужели я такой, как все?".

Учителю всё это надо иметь в виду и учитывать в своей работе.

С целью ориентации в большом множестве финансовых алгоритмов необходимо уже со школы формировать базовые представления об основных принципах вычислений, составляющих основу большинства

финансовых расчетов. К настоящему времени детально разработано большинство моделей современных финансовых вычислений: от самых простых и доступных, например, расчетов кредитных операций и заканчивая более сложными, такими, как технология анализа временных рядов.

Многообразие поставленных вопросов, а также существенные различия в математических методах анализа финансово-экономических проблем и ситуаций в рамках образовательной области «Финансовая математика» потребовали выделения трех групп типовых задач. Эти группы отличаются как по формальному подходу (математические методы), так и по уровню содержательного проникновения в рассматриваемую ситуацию (экономическая теория). Большинство задач, позволяющих познакомить школьников с финансовыми расчетами — это финансовые задачи в условиях определенности. Среди них особое место занимают задачи элементарной теории процента, её применение для оценки стоимости финансовой ренты, а также в условиях планирования погашения кредитов, наращивания сумм и задачи дисконтирования сумм, простейшие расчеты на рынке ценных бумаг. Финансовая математика является достаточно узкой образовательной областью, однако характеризуется высокой практической направленностью.

1.3 Краткий анализ современного состояния изучения финансовой математики

Мы придерживаемся широкого понимания финансовой математики как инструментальной основы последующих разделов прикладной математики, среди которых финансовый менеджмент, инвестиционный анализ, банковское дело, теория риска. Другими словами, в центре внимания финансовой математики — параметры и результаты коммерческих и финансовых операций. Однако основы финансовой математики нужны не только менеджерам, предпринимателям и экономистам. Речь идет о финансово-экономической культуре (функциональной грамотности) населения, подразумевающей:

- возможность ориентирования в финансово-экономических ситуациях;
- принятие оптимальных решений, касающихся собственных финансов;

- работу над собственной финансовой устойчивостью и безопасностью;
- технологию ежедневного финансового планирования;
- принципы составления перспективного бюджета;
- освоение элементов техники сравнения выгод и потерь от финансовых операций. Финансовая математика выполняет важную функцию - обеспечение понимания сути предпринимательства, бизнеса.

Важно, что финансовая математика в своих математических основах использует традиционный курс школьной математики, в частности следующие вопросы:

- «Геометрическая прогрессия»;
- «Степенная функция»;
- «Проценты»;
- «Логарифмическая функция»;
- «Логарифмические уравнения и неравенства»;
- «Показательная функция»;
- «Показательные уравнения и неравенства»;
- «Системы уравнений».

Именно перечисленные математические основы используются для практических финансовых расчетов с учетом инфляции, динамики валютных курсов, процентов.

Представим и методически охарактеризуем далее три группы типовых задач, расположив их по возрастанию уровня сложности.

Первая — описательный уровень типовых задач. Освоение этого уровня вполне доступно учащемуся старших классов, хотя традиционно и систематически осуществляется в вузах. На описательном уровне — уровне знакомства с финансовой математикой все формулы и алгоритмические последовательности действий приводятся без доказательств. Техника вычислений подвергнута упрощению, в ряде случаев целесообразно использование готовых приближенных формул. Развертывание учебного материала построено на общедоступных

примерах из жизни и небогатой практики финансовых отношений. Детальный логико-методический анализ образовательной области «Финансовая математика» позволил выделить из классической теории первостепенные, самые необходимые для повседневной жизни любого человека элементы финансовой математики. Перечислим основные типовые задачи:

- «Определение величины по известному проценту»;
- «Определение процента по известной величине»;
- –«Доходность вклада по формуле простых процентов»;
- –«Доходность вклада по формуле сложных процентов»;
- –«Расчет времени вклада по известному доходу и процентной ставке»;
- –«Расчет суммы переплаты за кредит по сумме, срокам и процентам кредитования»;
- «Расчет кредитной ставки по сумме переплаты, процентной ставке и срокам выдачи кредита»;
- – «Выбор финансовой стратегии (вклад, инвестиции)».

Перечисленные типовые задачи позволяют познакомить учащихся с особенностями процесса формализации и последующего исследования модели, возможностями практического применения математического языка, математической символики, математических методов с целью ориентации в выборе будущей профессиональной деятельности. Богатое практическое содержание образовательной области «Финансовая математика» связано с получением конкретных, хотя и простых, результатов. Далее в большинстве случаев возможна содержательная интерпретация, позволяющая сформировать у школьника представление о количественных методах, о теории принятия решений, проблеме оптимального выбора- системообразующей проблеме современной экономики. Методическая особенность типовых задач первой группы заключается в вовлечении школьников в содержательный анализ простых

прикладных задач — задач, взятых из реальной жизни, экономической практики.

Следует отметить, что часть прикладных задач финансово-экономического содержания нашла отражение в современных вариантах ОГЭ (9 класс) и ЕГЭ (11 класс) по математике. По результатам экзаменов большинство из этих задач традиционно вызывают затруднения у учащихся, что свидетельствует о недостаточном уровне реализации прикладного усиления обучения математике. Не теряет свою актуальность проблема профессионально-методической подготовки будущего учителя математики к реализации усиления прикладной направленности обучения математике в школе. Важно, что указанный уровень имеет последующее логическое продолжение в рамках прикладной математической подготовки бакалавра (магистра) экономики, менеджмента в ВУЗе .

В рамках аналитического уровня типовых задач, акцент в подаче учебного материала смещается в сторону аналитического описания финансовых отношений.

Типовые задачи второго уровня доступны для рассмотрения в программах учебных дисциплин бакалавриата. Большинство формул подлежат выводу, обоснованию. Описание математического аппарата, используемого для анализа финансовой практики, строится на более абстрактном и обобщенном уровне. Прикладные задачи формулируются в том формате, в котором они естественно возникают в практике финансового консультирования. В центре внимания оказывается учет и выявление степени влияния различных внешних экономических условий, среди которых отметим динамику отраслевых цен, цен поставщиков, инфляционное ожидание, динамику платежеспособного спроса и др. Этот класс задач затрагивает стохастическую природу финансовых отношений и подразумевают знакомство с элементами и основными идеями теории риска, теории оптимального портфеля ценных бумаг.

Исследовательский уровень типовых задач мы предлагаем считать самым продвинутым. В рамках этого уровня возможен анализ существующих и создание новых финансовых инструментов. Акцент смещается на проблемы их конструирования и последующей реализации в процессе финансовой деятельности. На этом уровне важно не ограничиваться только анализом влияния внешних факторов, но и прибегнуть к социально-экономическому прогнозированию. Целесообразно комплексное рассмотрение проблем и механизмы выработки и обоснования оптимальных решений, с учетом рисков различной природы и моделирования процесса принятия решений. В результате реализации исследовательского уровня, предназначенного для студентов магистратуры, могут быть сформулированы принципиально новые схемы финансового анализа.

Глава 2. Анализ методик преподавания финансовой математики в школьных учебниках

2.1 Методика решения финансовых задач

В настоящее время, когда бурно развиваются рыночные отношения в мире, все признают острую необходимость получения базовых знаний по экономике и прикладным экономическим дисциплинам учащимися школ. При этом все больше внимания уделяется проблеме недостаточной грамотности населения в финансовых вопросах.

Финансовое образование и финансовая грамотность являются одними из самых важных факторов экономического роста страны и повышения уровня доходов населения. Общество достигает наибольших экономических успехов, когда граждане страны обладают развитыми навыками принятия ответственных и сознательных решений в финансовой

сфере. Финансовая грамотность – главное средство против бедности, один из способов снижения экономических рисков страны.

Экономические знания и умение решать простейшие финансово ориентированные задачи необходимы не только будущему экономисту, но и каждому человеку, так как современный человек практически каждый день участвует в различных финансовых операциях: от совершения покупок до получения кредита. Если знание как принимать экономические решения можно почерпнуть из специальной литературы, то умение мыслить экономически достигается только при решении практических задач.

Как правило, при решении финансовых задач применяются математические методы расчетов, в связи с этим задания с финансовой составляющей включены в состав контрольно-измерительных материалов ОГЭ и ЕГЭ по математике. Если проанализировать результаты ЕГЭ за 2014 год, то можно заметить, что многие учащиеся не справляются с элементарными видами практико-ориентированных задач. Так, например, с задачей В1 «Практический расчет, оценка и прикидка» справились 90,6% выпускников 2014-го года, а с задачей В4 «Работа с таблицами. Расчеты в повседневной жизни» справились всего лишь 66,5% выпускников.

Основу большей части финансово-ориентированных задач, необходимых для выполнения простейших экономических расчетов в повседневной жизни, составляют задачи на проценты. Анализ учебников по математике, а также анализ учебно-методической литературы позволяет выделить следующую типологию задач на проценты, изучаемых в школьном курсе математики: нахождение процента от числа; нахождение числа по проценту; нахождение процентного выражения одного числа от другого; нахождение числа на заданный процент больше (меньше) исходного числа; простые и сложные проценты.

В содержании школьных учебников имеются задачи с финансовой направленностью, это значит, что при изучении математики в школе формируется финансовая грамотность учащихся, однако необходимо

отметить, что все же недостаточно используются имеющиеся возможности по формированию финансовой культуры учащихся, что приводит к тому, что учащиеся в задачах, которые имеют экономические понятия, видят только повод для математических действий (например, вычисление процента) и не обращают внимание на их экономическое содержание. В связи с этим, мы считаем, что школьный курс математики нуждается в корректировке, дополнении практико-ориентированными финансовыми задачами [1], и предлагаем следующую систему обучения финансовым задачам в рамках школьного курса математики.

I этап (5 – 6 классы). Изучение темы «Понятие процента». На данном этапе основными видами задач являются: нахождение процента от числа; нахождение числа по данному проценту; нахождение процентного отношения чисел; увеличение (уменьшение) числа на заданный процент.

II этап (5 – 7 классы). Решение практико-ориентированных финансовых задач. На данном этапе школьники решают задачи с финансовой составляющей, учатся планировать бюджет, рассчитывать налоги, сравнивать прибыль от различных видов вложения денег и т.д. Типовыми задачами на данном этапе являются следующие.

Задача 1. Маша копит на приставку PlayStation, которая стоит 4650 рублей. Каждый месяц Маша откладывает на ее покупку 400 рублей. Сравнить, что будет происходить с Машинными деньгами, если они будут оставаться в банке-копилке или если Маша положит их в банк под 11%. Что выгоднее Маше – копить деньги в копилке или положить под проценты?

Задача 2. Ивану Кузьмичу начисляется заработная плата 20000 рублей в месяц. Из этой суммы вычитается налог на доходы физических лиц в размере 13%. Иван Кузьмич хочет сделать ремонт у себя в дома, для чего планирует взять кредит на 1 год в размере 90000 под 16% годовых.

Требуется рассчитать: а) сумму, получаемую Иваном Кузьмичом после выплат налога; б) ежемесячную сумму выплат по кредиту; в) сделать вывод, сможет ли Иван Кузьмич сделать ремонт на данных условиях, если

его ежемесячные расходы (включающие коммунальные и бытовые расходы) составляют 12000?

Задача 3. Владислав хочет взять в банке кредит на покупку автомобиля в размере 400000 рублей. Погашать кредит Владислав будет раз в месяц равными платежами. Если Владислав возьмет кредит на 2 года, то общая сумма выплат составит 482000 рублей; если на 3 года, то общая сумма выплат составит 524000 рублей, если на 4 года, то 569000 рублей.

1. На какой срок Владислав сможет взять кредит, чтобы его ежемесячные платежи были не более 15000 рублей?

2. На какой срок вы бы взяли кредит при данных условиях? Чтобы вы предпочли, платить меньше каждый месяц, но дольше или платить больший ежемесячный платеж, но в течение меньшего времени?

Задача 4. Бизнесмен Алексей Игоревич приобрел 10 акций газодобывающей компании стоимостью 2000 рублей каждая. Так как цена на акции стала снижаться, то бизнесмен не стал рисковать и продал шесть акций, когда цена на них упала на 10%, а остальные 4 продал, когда цена на акции повысилась на 5% от предыдущей стоимости. Сколько рублей потерял Алексей Игоревич в результате этих операций?

Задача 5. На развитие своего бизнеса Иван хочет взять в банке кредит в сумме 1200000 рублей. Погашать кредит Иван будет раз в год равными платежами после начисления процентов. Процентная ставка в данном банке составляет 10 процентов годовых. На какое минимальное количество лет может Иван взять кредит, чтобы его ежегодные платежи были не более 300000 рублей?

III этап (7 – 9 классы). Тема «Задачи на повышение и понижение цены».

Задача 6. Цена на товар сначала снизилась на 8%, а затем повысилась на 8%. Изменилась ли первоначальная цена, и если да, то на сколько процентов?

Задача 7. Цена стиральной машины в магазине с каждым годом уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Нужно определить, на сколько процентов ежегодно уменьшалась цена стиральной машины, если, она была выставлена на продажу за 20 000 рублей, а через два года была продана за 15842 рублей.

IV этап (10 – 11 классы). Тема «Простые и сложные проценты».

Задача 8. У Андрея имеется сумма в размере 10000 рублей, он выбирает между двумя вариантами вложения денег на срок 1 год: вклад с простыми процентами и ставкой в 12 процентов годовых и вклад со сложными процентами (ежеквартальное начисление) и ставкой в 10 процентов годовых. Какой вклад будет выгоднее?

Задача 9. Вы собираетесь завести небольшое фермерское хозяйство (8 свиней, 12 овец, 10 коров, 20 кур, 20 гусей, 25 уток). Сколько средств (в рублях) вам необходимо для данного дела? Какую сумму вы возьмете в кредит, под какую процентную ставку и на какой срок, если прибыль в месяц по вашим расчетам составит в среднем не менее 13000 рублей? Сколько составит переплата банку? Какой процент от суммы кредита составляет общая сумма выплат?

Все необходимые для расчетов данные представлены в таблицах 1-3.

Таблица 1.

Стоимость домашней птицы и домашних животных (за 1 голову).

Наименование	Средняя цена (руб)
Гуси	500
Куры	150
Утки	300
Свиньи	2000

Коровы	8000
Овцы	3000

Таблица 2.

Годовая процентная ставка по кредиту.

Сумма	Процентная ставка	
	от 1 до 36 месяцев	от 37 до 60 месяцев
до 300000	21%	23%
от 300001	20%	22%

Таблица 3.

Кредитный калькулятор расчета ежемесячных выплат при сумме кредита в 152500 руб.

Процент	Срок кредита	Ежемесячная сумма платежа	Переплата
21%	12 месяцев	14 127	?
21%	24 месяцев	7 762	?
21%	36 месяцев	5 667	?
23%	48 месяцев	4 805	?

23%	60 месяцев	4 212	?
-----	------------	-------	---

2.2 Методика изучения финансов при подготовке к ЕГЭ

Одним из важнейших потребностей современной школы является воспитание делового человека, компетентного в сфере социально-трудовой деятельности, а также в бытовой сфере. Сегодня жизнь настоятельно требует, чтобы выпускник имел развитое экономическое мышление и был готов к жизни в условиях рыночных отношений.

В связи с преобразованием России из системы централизованного планирования в экономику рыночной ориентации экономические знания стали необходимыми как в профессиональной сфере, так и в повседневной жизни. Элементарные экономические знания позволят понять роль и права человека в обществе, готовят учеников к адекватному восприятию общества

и производства, помогают им определить для себя сферу деятельности, профессию в будущем.

Согласно статистике, почти каждая семья берет кредит на приобретение того или иного товара! В сегодняшние дни потребительские кредиты, кредитные карты, автокредиты, ипотека, вклады, банковские карты и другие финансовые услуги очень распространены и играют важную роль в экономике страны и каждой семьи.

Семья выполняет важнейшую экономическую функцию. Совместно проживающие супруги, их дети и родители не просто объединяются для совместного проживания, но и решают важные экономические задачи. Семья находится в постоянных связях с государственными учреждениями, предприятиями и фирмами. Она является важнейшим поставщиком рабочей силы для предприятий и фирм, которые в свою очередь выплачивают им заработную плату, различные социальные пособия, пенсию. Домашние хозяйства являются основными потребителями товаров и услуг, поставляемых предприятиями и частными лицами.

Эффективному постижению азов экономики поможет решение задач, в содержании которых идет речь о процентах. Понятие «проценты» буквально вошло в нашу жизнь, оно атакует нас в пору утверждения рыночных отношений в экономике, в пору банкротств, инфляций, финансовых кризисов. Сами проценты не дают экономического развития, но их знание помогает в развитии практических способностей, а также умение решать экономические задачи. Обдуманное изучение процентов может способствовать развитию таких навыков как экономичность, расчетливость.

Многие школьники не в состоянии воспринимать и понимать речевые обороты взрослых, испытывают затруднения при решении задач экономического характера, а также определить для себя сферу деятельности, профессию в будущем. Если задача на расчёт платежа по кредиту является злободневной и достаточно интересной, возможно,

заинтересовавшиеся ученики самостоятельно или под руководством учителя, изучив предлагаемую работу, разбирая решения примеров задач, освоят предложенные методы решения задач с экономическим содержанием.

В 2018 году в экзаменационную работу ЕГЭ по математике добавлена текстовая задача (№19) экономического профиля.

Рассмотрим основные подходы к решению нового типа задач ЕГЭ по математике – задач с «**экономическим содержанием**».

Решение задач по формуле.

Мы знаем, что если число A увеличить на $p\%$, станет $A(1 + \frac{p}{100})$. Если число A уменьшить на $p\%$, станет $A(1 - \frac{p}{100})$.

Цена товара A руб. была повышена на 25% . На сколько процентов надо теперь ее снизить, чтобы получить первоначальную цену товара.

Решение: Цена товара после повышения стала $A(1 + \frac{25}{100})$. Допустим надо снизить на $p\%$, тогда цена товара после снижения станет $A(1 + \frac{25}{100})(1 - \frac{p}{100})$ и получим первоначальную цену товара: $A(1 + \frac{25}{100})(1 - \frac{p}{100}) = A$. Откуда получим ответ: 20%

2. Банк под определенный процент принял некоторую сумму. Через год четверть накопленной суммы была снята со счета. Но банк увеличил процент годовых на 40% . К концу следующего года накопленная сумма в $1,44$ раза превысила первоначальный вклад. Каков процент новых годовых?

Решение: Положим в банк A рублей под $p\%$ годовых. Через год сумма на счету станет равной $A(1 + \frac{p}{100})$ рублей. Сняв четверть данной суммы, получим $\frac{3}{4} A(1 + \frac{p}{100})$. Теперь на эту сумму начисляют новый процент $\frac{3}{4}$

$A(1+\frac{p}{100})(1+\frac{p+40}{100})$, который стал $1,44A$. Решив данное уравнение, получим ответ $p=20\%$, тогда новый процент равен 60% .

3. Фермер получил кредит в банке под определённый процент годовых. Через год фермер в счёт погашения кредита вернул в банк $\frac{3}{4}$ от всей суммы, которую он был должен банку к этому времени, а ещё через год счёт полного погашения кредита он внёс в банк сумму, на 21% превышающую величину полученного кредита. Каков процент годовых по кредиту в данном банке?

Решение: Допустим фермер получил A рублей под $p\%$ годовых. Через год долг будет $A(1+\frac{p}{100})$ руб. Т.к. фермер вернул $\frac{3}{4}$ долга, то осталось $\frac{1}{4} A(1+\frac{p}{100})$. После 2-го года долг вырос на $p\%$ и стал $\frac{1}{4} A(1+\frac{p}{100})A(1+\frac{p}{100}) = \frac{1}{4} A(1+\frac{p}{100})^2$. Теперь, чтобы погасить долг, фермер внес сумму на 21% большую, т.е. $A(1+\frac{21}{100})$ и погасил кредит, т.е. $\frac{1}{4} A(1+\frac{p}{100})^2 - A(1+\frac{21}{100}) = 0$. Решив данное уравнение, получим $p=120\%$.

II. Некоторые задачи лучше решать в общем виде, не подставляя первоначальные данные, так как можно запутаться в вычислениях.

4. В банк помещена сумма 3900 тысяч рублей под 50% годовых. В конце каждого из первых четырех лет хранения после вычисления процентов вкладчик дополнительно вносил на счет одну и ту же фиксированную сумму. К концу пятого года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 725% . Какую сумму вкладчик ежегодно добавлял к вкладу?

Решение: пусть первоначальный вклад составил A рублей и вкладчик ежегодно добавлял x рублей. К началу 2-года величина вклада составила A

$$(1+\frac{50}{100}) = 1,5A \text{ рублей};$$

К началу 3-года величина вклада составила $(1,5A + x)1,5+x$ рублей;
 К началу 4-года величина вклада составила $((1,5A + x)1,5+x)1,5+x$ рублей;
 К началу 5-года величина вклада составила $((1,5A + x)1,5+x)1,5+x$ рублей;

К концу 5-года величина вклада составила $((((1,5A + x)1,5+x)1,5+x)1,5+x)1,5+x$ рублей. По условию задачи размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 725% , т.е

стал $A(1 + \frac{725}{100})$.

Раскрыв скобки, получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{2}\right)^3 5A + \left(\frac{3}{2}\right)^2 4x + \left(\frac{3}{2}\right) 3x + \left(\frac{3}{2}\right) 2x + \left(\frac{3}{2}\right) x &= \frac{825}{100} A = \frac{33}{4} A \\ \frac{195}{16} x &= \frac{21}{32} A \end{aligned}$$

Отсюда, подставив вместо $A=3900$ тысяч, получим $x=210000$.

III. Применение свойства степеней

5.3а время хранения вклада в банке проценты по нему начислялись ежемесячно сначала в размере 5% , затем 12% , потом $11\frac{1}{9}\%$ и, наконец, 12,5% в месяц. Известно, что под действием каждой новой процентной ставки вклад находился целое число месяцев, а по истечении срока хранения первоначальная сумма вклада увеличилась на $104\frac{1}{6}\%$. Определите срок хранения вклада.

Решение: Пусть первоначальная сумма вклада будет A рублей то через месяц эта сумма станет $A(1 + \frac{5}{100})$ руб. Если ставку не менять, то сумма увеличится опять на 5% и станет $A(1 + \frac{5}{100})^2$ и т.д. Пусть первая ставка продержалась k , вторая - m , третья - n , последняя - t месяцев.

Тогда сумма увеличилась в $A(1 + \frac{5}{100})^k(1 + \frac{12}{100})^m(1 + \frac{1000}{900})^n(1 + \frac{1125}{100})^t$ раз. И по истечении срока хранения первоначальная сумма стала $A(1 + \frac{625}{600})$

$$A(1 + \frac{5}{100})^k(1 + \frac{12}{100})^m(1 + \frac{100}{900})^n(1 + \frac{1125}{100})^t = A\left(\frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 2 \cdot 5}\right)^k \left(\frac{2 \cdot 2 \cdot 7}{5 \cdot 5}\right)^m \left(\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 3}\right)^n \left(\frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 2}\right)^t = A\left(\frac{1225}{100}\right) = A\left(\frac{7 \cdot 7}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}\right)$$

Применяя свойства степеней, получим $2^{2m+n-2k-3t} \cdot 3^{k-2n+2t} \cdot 5^{n-k-2m} \cdot 7^{k+m} = 2^{-3} \cdot 3^{-3} \cdot 1.50.72$

приравнять показатели при одинаковых основаниях и решить систему:

$$\begin{cases} m+n-2k-3t=-3 \\ k-2n+2t=-1 \\ n-k-2m=0 \\ k+m=2 \end{cases}$$

Откуда $k=m=1$, $n=3$, $t=2$. Тогда срок хранения вклада $1+1+3+2=7$ месяцев.

IV. Решение задач с помощью математического анализа

6. В январе 2000 года ставка по депозитам в банке «Возрождение» составляла x % годовых, тогда как в январе 2001 года — y % годовых, причем известно, что $x+y=30\%$. В январе 2000 года вкладчик открыл счет в банке «Возрождение», положив на него некоторую сумму. В январе 2001 года, по прошествии года с того момента, вкладчик снял со счета пятую часть этой суммы. Укажите значение x при котором сумма на счету вкладчика в январе 2002 года станет максимально возможной.

Решение: Пусть в январе 2000 года вкладчик открыл счет в банке на сумму A руб. Тогда через год при x % годовых на счету окажется сумма A

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right) \text{ руб.}$$

Далее вкладчик снимает со счета пятую часть первоначальной суммы.

То есть на счету оказывается сумма $\frac{4}{5}A + \frac{x}{100}A$. В банке меняется процентная ставка и составляет теперь $y\%$, т.е. $(30-x)\%$. Тогда еще через год

у вкладчика на счету окажется $A\left(\frac{4}{5} + \frac{x}{100}\right)\left(1 + \frac{30-x}{100}\right)$ руб. Нас интересует

значение x , при котором значение $f(x) = A\left(\frac{4}{5} + \frac{x}{100}\right)\left(1 + \frac{30-x}{100}\right)$ будет максимальным. Исследуем данную функцию методами математического

анализа.

$$f(x) = \frac{4}{5}A\left(\frac{100+x}{100}\right)\left(\frac{130-x}{100}\right)$$

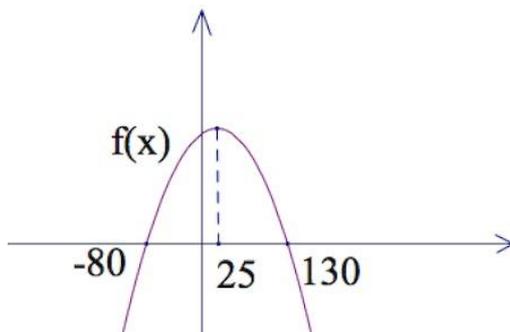
$$f'(x) = 0$$

при

$$\frac{4}{5}A \frac{1}{10000} \left((80+x)(130-x) + (80+x)(130-x)' \right) = 0, \text{ т.е. } 50 - 2x = 0, x = 25$$

или Максимальное значение функция $f(x)$ примет в точке

$$x_0 \text{ (вершина параболы), то есть в точке } \frac{130 - (-80)}{2} = 25.$$



Ответ: 25%.

V. Задачи на сравнение.

7. В конце августа 2001 года администрация Приморского края располагала некой суммой денег, которую предполагалось направить на пополнение нефтяных запасов края. Надеясь на изменение конъюнктуры рынка, руководство края, отсрочив закупку нефти, положило эту сумму 1 сентября 2001 года в банк. Далее известно, что сумма вклада в банке увеличивалась первого числа каждого месяца на 26% по отношению к

сумме на первое число предыдущего месяца, а цена баррели сырой нефти убывала на 10% ежемесячно. На сколько процентов больше (от первоначального объема закупок) руководство края смогло пополнить нефтяные запасы края, сняв 1 ноября 2001 года всю сумму, полученную из банка вместе с процентами, и направив ее на закупку нефти?

Решение:

1 сентября	руководство края положило A рублей под 26% в месяц	цена баррели сырой нефти уменьшается на 10% ежемесячно
1 октября	сумма составит $A(1 + \frac{26}{100})$ руб	Вложенная сумма уменьшится и станет $A(1 - \frac{10}{100})$ руб
1 ноября	$A(1 + \frac{26}{100})^2$ руб.	станет $A(1 - \frac{10}{100})^2$ руб

Тогда сумма увеличится в $\frac{1,26 \cdot 1,26}{0,9 \cdot 0,9} = 1,96$, т.е. на 96%

Ответ: на 96%.

Задачи с экономическим содержанием являются практическими задачами. А их решение, бесспорно, способствует более качественному усвоению содержания курса математики средней школы, позволяет осуществлять перенос полученных знаний и умений в экономику, что в свою очередь, активизирует интерес к задачам прикладного характера и изучению математики в целом. Такие задачи позволяют наиболее полно реализовывать прикладную направленность в обучении и способствуют более качественному усвоению самого учебного материала и формированию умения решать задачи данного типа.

Задачи №17

I. Вспомним:

1) 1% - это 0,01

2) Основные соотношения и выражениями, встречающиеся при решении задач на проценты:

- Число a составляет $p\%$ от числа b :

$$a = \frac{b}{100} \cdot p = 0,01bp$$

- Число a увеличили на $p\%$:

$$a \cdot (1 + 0,01p)$$

- Число a увеличили сначала на $p\%$, а потом еще на $q\%$:

$$a \cdot (1 + 0,01p) \cdot (1 + 0,01q)$$

- Число a уменьшили на $p\%$:

$$a \cdot (1 - 0,01p)$$

3) Задачи, связанные с изменением цены

Пусть S_0 – первоначальная цена, S – новая (окончательная) цена.

- Повышение цены на $a\%$ n раз на $a\%$

$$S = S_0 \cdot (1 + 0,01a) \quad S = S_0 \cdot (1 + 0,01a)^n$$

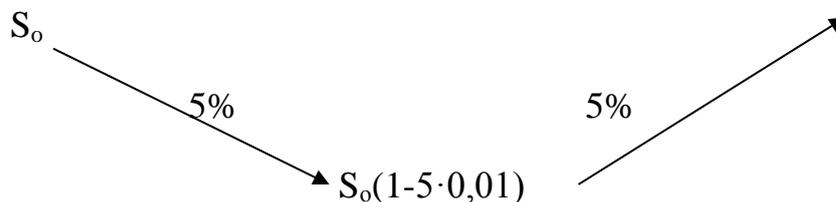
- Понижение цены на $a\%$ n раз на $a\%$

$$S = S_0 \cdot (1 - 0,01a) \quad S = S_0 \cdot (1 - 0,01a)^n$$

Пример 1.

Цена товара сначала понизилась на 5%, а затем повысилась на 5%. Изменилась ли первоначальная цена и если да, то на сколько процентов?

$$S = S_0(1 - 5 \cdot 0,01)(1 + 5 \cdot 0,01)$$

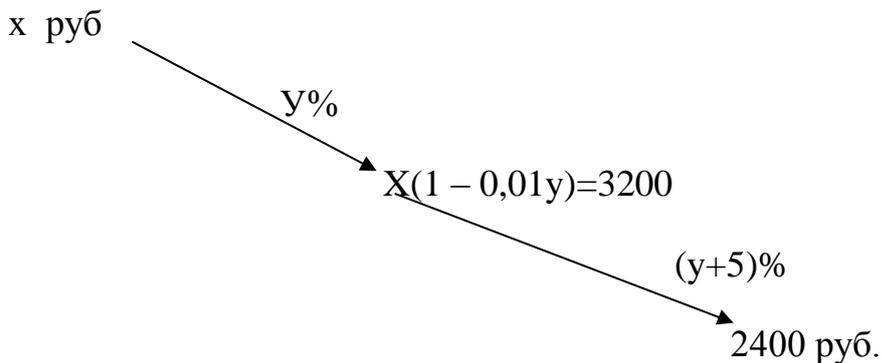


$$S = S_0(1 - 5 \cdot 0,01)(1 + 5 \cdot 0,01) = S_0(1 - 25 \cdot 0,0001).$$

Ответ. Понизилась на 25%.

Пример 2.

После двух последовательных понижений цены товар стал стоить 2400 руб. Какова исходная цена товара, если после первого понижения его цена была 3200 руб., а процент второго понижения был на 5% больше, чем процент первого?



Получаем систему:

$$\begin{cases} X(1 - 0,01y)(1 - (y + 5) \cdot 0,01) = 2400, \\ X(1 - 0,01y) = 3200; \end{cases}$$

$$3200 \cdot (1 - (y + 5) \cdot 0,01) = 2400;$$

$$(1 - (y + 5) \cdot 0,01) = \frac{3}{4}; \quad (y + 5) \cdot 0,01 = \frac{1}{4}; \quad y + 5 = 25; \quad y = 20\%$$

$$X(1 - 0,01 \cdot 20) = 3200; \quad X \cdot 0,8 = 3200; \quad X = 4000.$$

Ответ: 4000руб; 20%.

Пример 3.

31 декабря 2014 года Дмитрий взял в банке 4 290 000рублей в кредит под 14,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая - 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14,5%), затем Дмитрий переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Дмитрий выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

	Долг (руб.)	Остаток (руб.)
31.12.2014 г	4 290 000	
31.12.2015 г	$4\,290\,000 \cdot 1,145 = 4\,912\,050$	$4\,912\,050 - X$
31.12.2016 г	$(4\,912\,050 - X) \cdot 1,145 =$ $5\,624\,297,25 - 1,145X$	$5\,624\,297,25 - 1,145X$ $- X = 0$

Имеем уравнение: $5\,624\,297,25 - 1,145X - X = 0$;

$$X = 2\,622\,050.$$

Таким образом, ежегодная выплата составляет 2 622 050 руб.

Ответ: 2 622 050 руб.

Пример 4.

31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 6 902 000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая - 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Алексей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

Решение.

1 способ.

	<i>Долг</i>	<i>Остаток</i>
31.12.2014 г	6 902 000 рублей	
31.12.2015 г	$6\,902\,000 \cdot 1,125 = 7\,764\,750$	$7\,764\,750 - X$
31.12.2016 г	$(7\,764\,750 - X) \cdot 1,125 =$ $= 8\,735\,343,75 - 1,125X$	$8\,735\,343,75 - 1,125X - X =$ $= 8\,735\,343,75 - 2,125X$

31.12.2017 Г	$(8\,735\,343,75 - 2,125X) \cdot 1,125$ $= 9\,827\,261,71875 - 2,390625X$	$9\,827\,261,71875 -$ $3,390625X$
31.12.2018 Г	$(9\,827\,261,71875 - 3,390625X) \cdot$ $\cdot 1,125 = 11\,055\,669,43359375 -$ $-3,814453125X$	$11\,055\,669,43359375 -$ $-4,814453125X = 0$

Имеем уравнение: $11\,055\,669,43359375 - 4,814453125X = 0$;

$$X = 2\,296\,350.$$

Таким образом, ежегодная выплата составляет 2 296 350 руб.

Ответ: 2 296 350 руб.

2 способ.

Пусть S – сумма кредита, годовые $a\%$, $v = 1 + 0,01a$.

$$31.12.2015 \text{ г. } S_1 = Sb - X$$

$$31.12.2016 \text{ г. } S_2 = S_1b - X = (Sb - X)b - X = Sb^2 - (1+b)X$$

$$31.12.2017 \text{ г. } S_3 = S_2b - X = (Sb^2 - (1+b)X)b - X = Sb^3 - (1+b+b^2)X =$$

$$= Sb^3 - \frac{b^3 - 1}{b - 1} X$$

$$31.12.2018 \text{ г. } S_4 = S_3b - X = Sb^4 - (1+b+b^2)bX - X = Sb^4 - (1+b+b^2+b^3)X =$$

$$= Sb^4 - \frac{b^4 - 1}{b - 1} X.$$

При $S = 6\,902\,000$, $v = 1,125$ находим S из уравнения $Sb^4 - \frac{b^4 - 1}{b - 1} X = 0$.

Напомним: $(a-1)(a^2+a+1) = a^3-1$ отсюда $a^2+a+1 = \frac{a^3-1}{a-1}$

$$(a-1)(a^3+a^2+a+1) = a^4-1 \quad \text{отсюда } a^3+a^2+a+1 = \frac{a^4-1}{a-1}$$

Пример 5.

31 декабря 2014 года Антон взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк

начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е. увеличивает долг на определенное количество процентов), затем Антон переводит определенный транш. Антон выплатил кредит за два транша, переведя в первый раз 510 тыс. рублей, во второй – 649 тыс. руб. Под какой процент банк выдал кредит Антону?

Решение. $b=1+0,01a$

	Долг	Остаток
31.12.2014 Г	1 000 000 руб.	
31.12.2015 Г	$1\,000\,000 \cdot (1+0,01a) = 1\,000\,000 + 10\,000a$	$1\,000\,000 + 10\,000a - 510\,000 = 490\,000 + 10\,000a$
31.12.2016 Г	$(490\,000 + 10\,000a) \cdot (1+0,01a) = 100a^2 + 14900a - 4900$	$100a^2 + 14900a - 490000 - 64900 = 0$

$$100a^2 + 14900a - 159000 - 64900 = 0;$$

$$a^2 + 149a - 1590 = 0;$$

$$a_1 = 10; a_2 = -159.$$

По смыслу задачи $a > 0$, поэтому кредит выдан под 10%.

Ответ: 10%.

Пример 6.

31 декабря 2014 Тимофей взял в банке 7 007 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е. увеличивает долг на 20%), затем Тимофей переводит в банк платеж. Весь долг Тимофей выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за 2 равных платежа?

I способ.

	Долг (руб.)	Остаток (руб.)
31.12.2014 г	7 007 000	
31.12.2015 г	$7\,007\,000 \cdot 1,2 = 8\,408\,400$	$8\,408\,400 - X$
31.12.2016 г	$(8\,408\,400 - X) \cdot 1,2 = 10\,090\,080 - 1,2X$	$10\,090\,080 - 2,2X$
31.12.2017 г	$(10\,090\,080 - 2,2X) \cdot 1,2 = 12\,108\,096 - 2,64X$	$12\,108\,096 - 3,64X$

$$12\,108\,096 - 3,64X = 0$$

$$X = 3\,326\,400; \quad 3X = 9\,979\,200$$

	Долг (руб.)	Остаток (руб.)
31.12.2014 г	7 007 000	
31.12.2015 г	$7\,007\,000 \cdot 1,2 = 8\,408\,400$	$8\,408\,400 - Y$
31.12.2016 г	$(8\,408\,400 - Y) \cdot 1,2 = 10\,090\,080 - 1,2Y$	$10\,090\,080 - 2,2Y$

$$10\,090\,080 - 2,2Y = 0; \quad Y = 4\,586\,400; \quad 2Y = 9\,172\,800$$

$$\text{Значит, } 3X - 2Y = 9\,979\,200 - 9\,172\,800 = 806\,400.$$

Ответ: 806 400 руб.

II способ.

$$1) S_3 = S_2 b - X = (Sb^2 - (1+b)X)b - X = Sb^3 - (1+b+b^2)X = Sb^3 - \frac{b^3-1}{b-1}X$$

$$\text{По условию задачи } Sb^3 - \frac{b^3-1}{b-1}X = 0, \text{ откуда } X = \frac{Sb^3(b-1)}{b^3-1}$$

$$2) S_2 = S_1 b - Y = (Sb - Y)b - Y = Sb^2 - (1+b)Y, \text{ откуда } Sb^2 - (1+b)Y = 0, Y = \frac{Sb^2}{b+1}$$

Пример 7. (Демонстрационный вариант КИМ ЕГЭ 2015)

31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 9 930 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая - 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк определенную сумму ежегодного платежа. Какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы Сергей выплатил долг тремя равными ежегодными платежами?

Решение.

1 способ.

Пусть S руб. – сумма кредита, ежегодный платеж равен X руб., годовые составляют $a\%$, тогда 31 декабря каждого года оставшаяся сумма долга умножается на коэффициент $b=1+0,001a$.

	<i>Долг (руб.)</i>	<i>Остаток (руб.)</i>
31 декабря 2013 года	S	
31 декабря 2014 года	Sb	$S_1 = Sb - X$
31 декабря 2015 года	$S_1 b = (Sb - X)b$	$S_2 = (Sb - X)b - X = Sb^2 - Xb - X =$ $= Sb^2 - (1+b)X$
31 декабря 2016 года	$S_2 b = (Sb^2 - (1+b)X)b$	$S_3 = (Sb^2 - (1+b)X)b - X =$ $= Sb^3 - (1+b+b^2)X =$ $= Sb^3 - \frac{b^3-1}{b-1} \cdot X$

По условию тремя выплатами Сергей должен погасить кредит полностью, поэтому имеем уравнение:

$$Sb^3 - \frac{b^3-1}{b-1} \cdot X = 0. \quad \text{Откуда} \quad X = \frac{Sb^3(b-1)}{b^3-1}.$$

Ответ. 3 993 000 руб.

Пример 8. В банк помещена сумма 3900 тысяч рублей под 50% годовых. В конце каждого из первых четырех лет хранения после вычисления процентов вкладчик дополнительно вносил на счет одну и ту же фиксированную сумму. К концу пятого года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 725%. Какую сумму вкладчик ежегодно добавлял к вкладу?

Решение.

50% годовых означает, что каждый год сумма на счету вкладчика увеличивается в 1,5 раза.

Будем рассуждать следующим образом:

1) Вкладчик ничего не добавляет к первоначальной сумме:

Первоначальная сумма	Через один год	Через два года	Через три года	Через четыре года	Через пять лет
3 900	$1,5 \cdot 3\,900$	$1,5^2 \cdot 3\,900$	$1,5^3 \cdot 3\,900$	$1,5^4 \cdot 3\,900$	$1,5^5 \cdot 3\,900$

2) Первая добавка x рублей была внесена через год:

Первоначальная сумма	Через один год	Через два года	Через три года	Через четыре года	Через пять лет
3 900	$1,5 \cdot 3\,900$	$1,5^2 \cdot 3\,900$	$1,5^3 \cdot 3\,900$	$1,5^4 \cdot 3\,900$	$1,5^5 \cdot 3\,900$
	x	$1,5x$	$1,5^2x$	$1,5^3x$	$1,5^4x$

3) Вкладчику это понравилось, и он стал повторять процесс (вносить x руб.) каждый год:

Первоначальная сумма	Через один год	Через два года	Через три года	Через четыре года	Через пять лет		
3 900	$1,5 \cdot 3\,900$	$1,5^2 \cdot 3\,900$	$1,5^3 \cdot 3\,900$	$1,5^4 \cdot 3\,900$	$1,5^5 \cdot 3\,900$		
	x	$1,5x$	$1,5^2x$	$1,5^3x$	$1,5^4x$	$\frac{3x \cdot 65}{2^4}$	3 900·8,25
		x	$1,5x$	$1,5^2x$	$1,5^3x$		
			x	$1,5x$	$1,5^2x$		
				x	$1,5x$		

Через 5 лет вкладчик забрал все деньги из последнего столбика:

а) Добавки принесли доход

$$1,5x + 1,5^2x + 1,5^3x + 1,5^4x = x(1,5 + 1,5^2 + 1,5^3 + 1,5^4) = x \cdot \frac{1,5(1,5^4 - 1)}{1,5 - 1} = 3 \cdot x \cdot (1,5^4 - 1) = \frac{3x \cdot 65}{2^4}.$$

б) Известно, что размер вклада увеличился на 725%, т.е. увеличился в 8,25 раз

$$1,5^5 \cdot 3\,900 + \frac{3x \cdot 65}{2^4} = 3\,900 \cdot 8,25; \quad \frac{3x \cdot 65}{2^4} = 3\,900 \cdot 8,25 - 1,5^5 \cdot 3\,900;$$

$$X = 210.$$

Ответ: 210руб.

Примечание: Применим формулу суммы п-первых членов геометрической прогрессии: $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$

Пример 6. (Демонстрационный вариант КИМ ЕГЭ 2015)

31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 9 930 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая - 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то

есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк определенную сумму ежегодного платежа. Какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы Сергей выплатил долг тремя равными ежегодными платежами?

Решение.

1 способ.

Пусть S руб. – сумма кредита, ежегодный платеж равен X руб., годовые составляют $a\%$, тогда 31 декабря каждого года оставшаяся сумма долга умножается на коэффициент $b=1+0,001a$.

	<i>Долг (руб.)</i>	<i>Остаток (руб.)</i>
31 декабря 2013 года	S	
31 декабря 2014 года	Sb	$S_1 = Sb - X$
31 декабря 2015 года	$S_1 b = (Sb - X)b$	$S_2 = (Sb - X)b - X = Sb^2 - Xb - X =$ $= Sb^2 - (1+b)X$
31 декабря 2016 года	$S_2 b = (Sb^2 - (1+b)X)b$	$S_3 = (Sb^2 - (1+b)X)b - X =$ $= Sb^3 - (1+b+b^2)X =$ $= Sb^3 - \frac{b^3-1}{b-1} \cdot X$

По условию тремя выплатами Сергей должен погасить кредит полностью, поэтому имеем уравнение:

$$Sb^3 - \frac{b^3-1}{b-1} \cdot X = 0. \quad \text{Откуда} \quad X = \frac{Sb^3(b-1)}{b^3-1}.$$

Ответ. 3 993 000 руб.

2.3 Элективный курс для учащихся «Элементы финансовой математики»

<p>УТВЕРЖДАЮ</p> <p>Директор</p> <p>Приказ № _____</p> <p>от « _____ » _____ 20__ г.</p>	<p>СОГЛАСОВАНО</p> <p>Заместитель директора по УВР</p> <hr/> <p>« _____ » _____ 20__ г.</p>	<p>РАССМОТРЕНО</p> <p>на заседании ШМО</p> <p>Руководитель</p> <hr/> <p>протокол</p> <p>№ _____ от _____ 20__ г.</p>
--	---	--

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Элективного курса по математике

«Финансовая математика»

для 9 класса

Пояснительная записка

Математика уже давно стала основным аппаратом физики и техники. Математические методы исследования все настойчивее проникают в такие науки, как химия, биология, геология, лингвистика, педагогика, генетика, медицина, право, археология и особенно, экономика. Поэтому на многих, в том числе и гуманитарных факультетах университетов, во всех технических вузах поступающие сдают экзамены по математике.

Таким образом, знания данной науки позволяют лучше ориентироваться в информационном обществе и идти в ногу со временем научно-технического прогресса.

Однако настоящее время требует применения математического аппарата для особых отношений сложившихся в современном обществе - это рыночных отношений, которые выдвигают к индивидууму такие требования, как высокий профессионализм, предприимчивость,

способность чётко ориентироваться в сложных ситуациях, быстро принимать решения.

С рыночной экономикой, с её законами и возможностями учащиеся очень мало знакомы. Однако экономические термины ежедневно звучат по средствам массовой информации и непосредственно касаются каждого школьника. Возникшее противоречие требует разрешения, которое можно осуществить с помощью элективного профиля.

Элективный курс «Финансовая математика» предназначен для учащихся 9 классов, интересующихся математикой и экономикой. Программа курса в своей основе содержит модульный принцип, при котором к большинству тем программы по математике конструируется экономический модуль, то есть те вопросы экономики, в которых используется изучаемый материал.

Данная программа способствует расширению математических знаний и экономических приложений, которые рассматриваются в математике.

Содержание курса дополняет некоторые темы школьной программы, где экономические понятия рассматриваются на конкретных примерах с математической точки зрения.

Таким образом, курс предоставляет учителю возможность использовать математику для изучения вопросов рыночной экономики; учащимся - обновить и обогатить запас своих знаний, а также, выработать умения и навыки, необходимые для адаптации и востребованности в обществе с рыночными отношениями.

Цели курса: - развивать интерес к предмету, интеллект, логику мышления; расширить знания учащихся в области экономики и математики; сформировать первоначальные навыки разрешения жизненных ситуаций экономического характера; показать необходимость математики как учебной дисциплины; профориентация.

Задачи курса:

- сформировать у учащихся понимание значимости экономики для развития современного общества;
- сформировать первоначальные представления о методах экономики, об организации деятельности в сфере экономики и банковского дела;
- познакомить учащихся с новыми терминами, дать им объяснение и учить правильно, использовать в своей речи;
- выработать навык успешного применения математического аппарата при разрешении экономических ситуаций;
- сформировать экономические знания для применения в практической деятельности, для выбора будущей профессии и для получения соответствующего образования;
- познакомить с профессиями в области экономики и банковского дела, их требованиями и особенностями;
- формировать чёткую, логически правильную речь.

Организация учебного процесса.

Программа элективного курса рассчитана на **18 ч.**

Курс имеет практическую направленность. Формы занятий: деловые игры, защита рефератов, практикумы.

Отработка и закрепление знаний, умений и навыков достигается путем решения достаточного количества упражнений, соответствующих возрасту и уровню знаний учащихся.

Формирование навыков происходит через развитие умственной деятельности. Учащиеся разбирают, анализируют ситуации уже экономического характера; учатся замечать главное, выявлять общее и делать соответствующие выводы; учатся нестандартно мыслить, а также применять известные приемы в повседневной жизни; учатся самостоятельной познавательной деятельности.

Изучение каждой темы начинается с установочных занятий, где выделяется главное, затем определяются те задачи, с помощью которых отрабатываются необходимые знания, умения, навыки и, те, которые развивают учащихся, а также их интерес к изучаемому предмету.

При усвоении материала уделяется внимание развитию речи – это защита своей точки зрения по поводу конкретной экономической ситуации с применением изученных правил, фактов; объяснение своих действий; предложение вариативности решений; постановка чётких вопросов, выступление перед публикой.

Программа направлена также на развитие навыков организации простейшей предпринимательской деятельности.

Критерии эффективности изучения программы рекомендуется считать выработку чётких представлений о сути экономических явлений и их взаимосвязи, умений выражать суждения по экономическим вопросам, подтверждённые фактами, обретение опыта в анализе конкретных экономических ситуаций и формирование практических навыков принятия экономических решений, аналитически проверенных средствами математики.

В качестве итоговой формы контроля, подводящей изучение курса к логическому завершению, предлагается защита рефератов на научно-практической конференции.

Программа содержит список литературы по предложенным темам.

Требования к уровню усвоения учебного материала

В результате изучения программы элективного курса «Финансовая математика» учащиеся получают:

Знания:

- основы экономической теории, задачи и закономерности;

- основные категории экономики: товар, деньги, прибыль, финансы и т. д.;
- природу и суть экономических процессов;
- правила ведения персональной экономики;
- основы банковского дела: производительность труда, рентабельность, налоги, инфляция;
- внутренние и внешние тенденции нашей страны.

Умения:

- планировать собственный бюджет;
- рассчитывать заработную плату, налоги, кредиты;
- выбирать оптимальный способ погашения кредита и форму кредита;
- сравнивать прибыльность;
- работать с таблицами, графиками, анализировать полученные данные;
- объяснять, какой математический аппарат является основой для содержания конкретной экономической задачи или ситуации.

Навыки:

- решать основные задачи на вычисление прибыли, себестоимости, рентабельности, величины налога, простых и сложных процентов;
- принятия экономических решений в повседневной жизни;
- пользования услугами банков и различными платёжными средствами.

Содержание курса.

(1 час в неделю, всего 18 часов)

1. Функции, их свойства и графики; квадратный трёхчлен (3 ч.).

1.1. Понятие функции в экономике.

Функция. Область определения и область значений. Способы задания функции. Основные виды функций экономических процессов.

1.2. Линейная, квадратичная и дробно-рациональная функции в экономике.

Линейная функция. Примеры в экономике. Квадратичная функция. Чем выше стоимость товара, тем меньше приобретают его. Дробно-линейная функция. Какую цену на товар должна установить фирма для того, чтобы выручка от его реализации была наибольшей.

1.3. Функции спроса и предложения.

Спрос и кривая спроса. Виды спроса на определённый товар. Область определения и область значений функции спроса. Зависимость объёма спроса от цены.

Предложение и кривая предложения. Область определения и область значений. Зависимость цены за единицу товара от объёма спроса.

Исследование графиков функций спроса и предложения некоторого товара.

2. Уравнения, неравенства и их системы для рыночных отношений (2 ч.).

2.1. Спрос, предложение и рыночное равновесие.

Спрос, закон спроса. Предложение, закон предложения. Рыночное равновесие. Механизм установления равновесия. Влияние изменения спроса для рынка. Действие внешних сил на рыночное равновесие. Дефицит и избыток. Выигрыш производителя. Эластичность спроса и предложения.

2.2. Нахождение рыночного равновесия.

Решение задач на установление рыночного равновесия, используя графическую интерпретацию. Решение задач, сводящихся к решению линейных, и некоторых нелинейных уравнений и систем уравнений. Исследование систем уравнений (объёма выпуска, его стоимости). Динамика равновесия при изменении условий; рынок отдельных продуктов.

3. Экономика в области действительных чисел (2 ч.).

3.1. Рентабельность и вычисление налогов на прибыль.

Понятие рентабельности. Прибыль и её формы в экономике. Прибыль, облагаемая налогом. Себестоимость производства. Налог на прибыль. Составление сметы. Исчисление налогов с населения.

3.2. Производительность труда.

Производительность труда – показатель эффективности производства. Определение. Изменения производительности труда, проведение расчётов в зависимости от конкретного случая.

4. Проценты и математические прогрессии в банковском деле (4 ч.).

4.1. Простые проценты и арифметическая прогрессия.

Банк. Вклады. Кредит. Заёмщик. Простые проценты. Формулы простых процентов. Коэффициент наращивания простых процентов. Расчёты банка с вкладчиком и заёмщика с банком (вклада под простые проценты через несколько лет). Деловая игра «Мой счёт в банке».

4.2. Ежегодное начисление сложных процентов.

Начальный вклад, годовая ставка, срок хранения. Окончательная величина. Изменение количества денег на счёте вкладчика в зависимости от числа лет, которые вклад находился в банке.

4.3. Многократное начисление процентов в течение года. Число e .

Изменение счёта вкладчика, при начислении процента несколько раз в течение года. Выплата 100% годовых. Догадка хитрого вкладчика (начисление % на вклад через полугодие). Многократное начисление % в течение одного года. Число e . Расчёт денег на счёте, если % - ная ставка отлична от 100%.

4.4. Выбор банком годовой процентной ставки.

Неравенство Бернулли. Годовые и полугодовые ставки банка. Расчёты для банка, которые необходимы для того, чтобы не было не запланированных расходов.

5. Платежи (3 ч).

5.1. Современная стоимость платежей.

Современная стоимость платежа. Платежи в конце года. Примеры и задачи. Определение сегодняшней стоимости потока платежей.

5.2. Бессрочная рента и сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Определение ренты. Бессрочная рента, как бесконечный поток платежей. Геометрическая прогрессия. Сегодняшняя стоимость бессрочной ренты.

5.3. Задачи о «проедании» вклада.

6. Расчёты заёмщика с банком. (3 ч.)

6.1. Банки и предприятия.

Способы расчёта банка с вкладчиками. Кредиты (ссуды, займы), выдаваемые на конкретный срок. Различные способы расчёта заёмщика с банком за взятые кредиты.

6.2. Равномерные выплаты банку.

Величина кредита, выданного банком заёмщику. Годовая ставка банка. Срок кредита. Промежуток между выплатами. Равномерная выплата. Определение величины равных платежей и дохода банка.

6.3. Деловая игра «Мой первый кредит».

7. Научно-практическая конференция (Защита рефератов) (1 ч.)

Учебно- тематическое планирование

№ n/n	Название разделов и тем	Количество часов		
		Всего	Теор.ч	Практ.ч

1	<i>Функции, их свойства и графики, квадратный трёхчлен</i>	3	1	2
2	<i>Уравнения, неравенства и их системы для рыночных отношений</i>	2	1	1
3	<i>Экономика в области действительных чисел</i>	2	1	1
4	<i>Проценты</i>	4	2	2
5	<i>Платежи</i>	3	1	2
6	<i>Расчёты заёмщика с банком.</i>	3	1	2
7	<i>Научно - практическая конференция. (Защита рефератов.)</i>	1	1	

КАЛЕНДАРНО – ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

На второе полугодие 2017- 2018 учебного года

по элективному курсу «Финансовая математика»

Класс: 9

Количество часов: всего: 18 час.; в неделю: 1 час.

№ п/ п	Тема урока	Ко л- во час ов	Дата проведени я урока		Виды и формы контроля	Требования к уровню усвоения программы
			план ируе мая	фак тич еск ая		

	Функции, их свойства и графики, квадратный трёхчлен.	3				
1	Понятие Функции в экономике.	1	15.01		Проверка конспекта	-знать понятие функции в экономике. -знать основные виды функций экономических процессов
2	Линейная, квадратичная и дробно-рациональная функции	1	22.01		Самостоятельное решение задач	-знать как рассчитать цену на товар, чтобы выручка от его реализации была наибольшей.
3	Функции спроса и предложения	1	29.01		Проверка конспекта	-уметь определять зависимость объёма спроса от цены. -уметь исследовать графики функций спроса и предложения некоторого товара.

	Уравнения, неравенства и их системы для рыночных отношений	2				
4	Спрос, предложение и рыночное равновесие	1	05.02		Проверка конспекта Самостоятельное решение задач	-знать понятия «дефицит» и «изобилие» -знать механизм установления рыночного равновесия
№ п/п	Тема урока	Количество часов		фак	Виды и формы контроля	Требования к уровню усвоения программы
				тич еск ая		
5	Нахождение рыночного равновесия. Решение задач на установление рыночного равновесия	1	12.02		Самостоятельное решение задач	-уметь решать задачи на установление рыночного равновесия -уметь решать задачи, сводящихся к решению линейных,

						и некоторых нелинейных уравнении
	Экономика в области действительных чисел	2				
6	Рентабельность и вычисление налогов на прибыль	1	19.02		Проверка конспекта Самостояте льное решение задач	-знать понятие рентабельности, прибыли и её форм в экономике -уметь вычислять налог на прибыль, составлять сметы
7	Производительность труда	1	26.02		Проверка конспекта	-знать понятие производительности труда -уметь проводить расчёты в зависимости от изменения производительности труда
	Проценты	4				
8	Простые % и арифметическая прогрессия	1	05.03		Самостояте льное	-знать формулы простых процентов, коэффициент

					решение задач	наращения простых процентов –уметь проводить расчеты банка с вкладчиком и заёмщика с банком
9	Ежегодное начисление сложных %.	1	12.03		Самостоятельное решение задач	-уметь рассчитывать изменение количества денег на счёте вкладчика в зависимости от числа лет, которые вклад находился в банке
10	Многokратное начисление % в течение одного года. Число e	1	19.03		Самостоятельное решение задач	-уметь рассчитывать деньги на счёте, если % - ная ставка отлична от 100%.
№ п/ п	Тема урока	Ко л- во час ов			Виды и формы контроля	Требования к уровню усвоения программы
				фак тич еск ая		

11	Выбор банком годовой процентной ставки. Неравенство Бернулли	1	02.04		Самостоятельное решение задач	-знать неравенство Бернулли -уметь выбирать оптимальный способ погашения кредита и форму кредита; -уметь сравнивать прибыльность
12	Современная стоимость потока платежей	1	09.04		Проверка конспекта	-уметь определять сегодняшней стоимости потока платежей
13	Бессрочная рента и сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии	1	16.04		Проверка конспекта Самостоятельное решение задач	-знать определение ренты -уметь определять стоимость бессрочной ренты
14	Задачи о «проедании» вклада	1	23.04		Самостоятельное решение задач	-уметь решать задачи о «проедании» вклада
	Расчёты заёмщика с банком.	3				
15	Банки и предприятие (активность)	1	30.04		Проверка конспекта	-знать определения «кредит», «ссуда», «займ»

						-знать различные способы расчёта заёмщика с банком за взятые кредиты
16	Равномерные выплаты банку.	1	07.05		Самостоятельное решение задач	-уметь рассчитывать величину и срок кредита, выданного банком заёмщику, промежуток между выплатами
17	Деловая игра «Мой первый кредит»	1	14.05		Самостоятельное решение задач	-уметь выбирать оптимальный способ погашения кредита и форму кредита
18	Научно - практическая конференция. (Защита рефератов.)	1	21.05		Защита рефератов	– уметь защищать свою точку зрения с применением изученных правил, фактов -уметь объяснять свои действия, выступать перед публикой

Методическая разработка
открытого урока по предмету «Финансовая математика»
тема урока: «Прибыль и рентабельность предприятия»

Цели урока:

1. Образовательная: знакомство с основными понятиями «рентабельность предприятия», «рентабельность продукции», их сущностью, формирование умения анализировать работу предприятия.
2. Воспитательная: формирование расчетливости, усидчивости, качеств личности, развитие интеллектуальных способностей.
3. Развивающая: умение решать производственные задачи, анализировать эффективность использования материальных ресурсов предприятием.

Тип урока: Комбинированный урок.

Методы проведения: Беседа, лекция, фронтальный опрос.

Ход урока.

1. Организационный этап.
2. Актуализация знаний.
3. Изучение нового материала.

4. Закрепление нового материала.
5. Подведение итогов урока.
6. Выдача домашнего задания.

Дидактические средства: интерактивная доска, мультимедийное оборудование, доска для работы с мелом, рабочая тетрадь, конспект лекций.

Методические средства:

- алгоритм решения задач, карточки с условием задач, карточки с тестовым заданием (приведены ниже).

Этапы и виды деятельности учеников с примерной разбивкой на минуты

Организационный этап (5 мин).

1. Взаимное приветствие преподавателя со студентами.
2. Проверка посещаемости.
3. Активизация на учебную деятельность.

Актуализация знаний - 10 мин.

Занятие проводится с применением групповых технологий: все учащиеся самостоятельно объединяются в группы экспертов по 3 – 4 человека: в течение урока действует накопительная система баллов, которые начисляются всей команде - за правильные ответы при повторении изученного материала, за решение задач, за правильно выполненные тестовые задания.

Для устного повторения изученного материала используется презентация: по ходу демонстрации слайдов студентам задаются вопросы для выяснения степени усвоения изученного материала:

- дайте определение понятию «себестоимость» (затраты предприятия на производство и реализацию продукции)

- назовите экономические элементы, формирующие себестоимость продукции (основные и вспомогательные материалы, фонд оплаты труда, стоимость топлива и электроэнергии, амортизация ОФ, ЕСН, прочие расходы)
- что такое ЕСН? (единый социальный налог)
- какой показатель в структуре себестоимости относится к вновь созданной стоимости? (фонд оплаты труда, амортизация, ЕСН, прочие расходы)
- какая часть себестоимости относится к перенесённой стоимости? (стоимость материалов и электроэнергии)
- какие элементы формируют цену продукции? (себестоимость, прибыль, НДС)
- расшифруйте аббревиатуру НДС (налог на добавленную стоимость)

Объяснение нового материала – 10 мин.

Об эффективности работы предприятия недостаточно судить только по одному показателю – прибыли. Например, две фирмы получают одинаковую прибыль, но при этом по-разному используют имеющиеся у них производственные фонды и затраты. Значит ли это, что обе фирмы работают одинаково эффективно? Нет. Для более правильной оценки необходимо сопоставить полученный результат в виде прибыли с понесёнными затратами. Такое соизмерение прибыли с затратами называется рентабельностью, или, более точно, нормой рентабельности.

Известны два варианта определения нормы рентабельности.

1. Отношение прибыли к себестоимости, выраженное в процентах. Определяется по формуле:

$$R = \frac{\Pi}{C} \times 100$$

где R – рентабельность; П – прибыль; С – себестоимость

2. Отношение расчётной (чистой) прибыли к среднегодовой стоимости основных производственных фондов и оборотных средств, также выражаемое в процентах. Определяется по формуле

$$R = \frac{\text{П}}{\text{ОФ} + \text{ОС}} \times 100$$

где R – рентабельность; П – чистая прибыль; ОФ – среднегодовая стоимость основных фондов; ОС – среднегодовой остаток оборотных средств.

Используются следующие показатели рентабельности:

1. Рентабельность производственных фондов – рассчитывается как отношение чистой прибыли к среднегодовой стоимости ОФ и нормируемых оборотных средств.
2. Рентабельность продукции. Рассчитывается по всей реализованной продукции и по отдельным её видам. Рентабельность продукции определяется как отношение прибыли от реализации товарной продукции к её полной себестоимости.
3. Рентабельность вложений в предприятие - определяется по стоимости имущества, имеющегося в его распоряжении. При расчёте используются показатели балансовой и чистой прибыли. Стоимость имущества определяется по бухгалтерскому балансу (отражающему состояние ресурсов в денежном виде). Кроме прибыли, при расчёте рентабельности вложений можно использовать выручку от реализации продукции. Этот показатель характеризует уровень продаж на 1 руб. вложений в имущество предприятия.
4. Рентабельность собственных средств предприятия – определяется как отношение чистой прибыли к его собственным средствам.

5. Рентабельность долгосрочных финансовых вложений – рассчитывается как отношение суммы доходов от ценных бумаг и долевого участия в других предприятиях к общему объёму долгосрочных финансовых вложений.

Повышения уровня рентабельности можно добиться следующими путями:

- увеличением оптовых цен в результате повышения качества продукции;
- снижением себестоимости (для материалоемких отраслей промышленности – за счёт экономии материальных ресурсов; для трудоёмких – за счёт роста производительности труда; для фондоёмких – путём улучшения использования основных производственных фондов)
- увеличением объёма производства за счёт внутри производственных резервов без привлечения дополнительных внутрипроизводственных резервов без привлечения дополнительных капитальных вложений для расширения производства;
- переходом к выпуску более конкурентоспособной продукции, что приведёт к увеличению прибыли и соответственно к повышению уровня рентабельности;
- улучшением использования основных производственных фондов и оборотных средств. Так как их стоимость находится в обратно пропорциональной зависимости от рентабельности, то сокращение производственных фондов ведёт не только к увеличению рентабельности, но и к росту прибыли.

В заключение следует отметить, что рентабельность – очень важный экономический показатель функционирования предприятия любой формы собственности и размера. Поэтому повышение рентабельности – одна из главных целей, к которой стремится каждый производитель.

Закрепление нового материала (15 мин).

Закрепление полученных знаний и умений в виде решения задач.

Для решения задач в группах учащимся раздаются бланки – задания: каждый участник команды в ходе решения своей задачи должен проанализировать результаты маркетингового исследования по внедрению нового продукта на рынок и записать результаты в бланк; главный эксперт в группе выделяет самый рентабельный продукт и отображает рентабельность на диаграмме. Для закрепления полученных знаний учащимся предлагается выполнить тестовое задание по вариантам. Правильность выполнения тестовых заданий учащиеся проверяют самостоятельно, предварительно обмениваясь выполненными заданиями

Задачи приведены ниже.

Подведение итогов урока (5 мин).

Оценка работы студентов на занятии. Все поставленные оценки необходимо прокомментировать.

Замечания по уроку

Выдача домашнего задания.

Используя конспект составить таблицу «Виды рентабельности»

Условие задач

Вариант 1: расчёт возможной прибыли (убытка) при реализации различных видов продукции

Стоимость единицы продукции (руб.)	Выпуск и реализация продукции (шт.)	Выручка (руб.)	Себестоимость единицы продукции		Прибыль на единицу продукции (руб.)	Рентабельность %	Общая прибыль от реализации продукции (руб.)
			Себестоимость	в том числе вновь созданная стоимость			
Ц	К		С	В	П		
480	200		386	198			
543	350		475	215			
398	200		321	165			
571	100		506	274			

ии (руб.) Ц	ции (шт.) К		С	вновь создан ная стоим ость В	П	Р	зации проду кции (руб.)
2340	270		1980	1170			
1980	250		1650	993			
2130	230		1680	1080			
2250	280		1870	1540			

Вариант 4: расчёт возможной прибыли (убытка) при реализации различных видов продукции

Стоимо сть единиц ы продукц ии (руб.) Ц	Выпуск и реализац ия продукци и (шт.) К	Выруч ка (руб.)	Себестоимость единицы продукции		Прибыл ь на единицу продукц ии (руб.) П	Рентабе льность % Р	Обща я прибы ль от реали зации проду кции (руб.)
			Себестоим ость С	в том числе вновь созда нная стоим ость В			
1640	220		1280	960			
1280	260		1002	770			
1370	320		1109	650			

Ц	К		С	стоимос ть В	П	Р	кции (руб.)
1460	260		1190	740			
1370	270		1050	821			
1550	230		1224	935			
1820	220		1389	984			

Для объяснения алгоритма решения задач по расчёту возможной прибыли (убытка) используются слайды на интерактивной доске. Алгоритм решения задачи:

1. Определяется выручка от реализации партии товара:

$$Ц \times К = 1367 \times 100 = 136700$$

2. Определяется прибыль по формуле: $П = Ц - (С + 0,18 \times В)$

$$П = 1367 - (1108 + 0,18 \times 682) = 1367 - (1108 + 122,76) = 136,24$$

3. Определяется рентабельность продукции по формуле:

$$R = П/С \times 100 = 136,24/1108 \times 100 = 12,3\%$$

4. Определяется прибыль от реализации

$$П \times К = 13624 \text{ (руб.)}$$

Вариант 1: расчёт возможной прибыли (убытка) при реализации различных видов продукции

Стоимо сть единиц ы продукц	Выпуск и реализац ия продукци и (шт.)	Выру чка (руб.)	Себестоимость единицы продукции		Прибыль ь (убыток) на единицу	Рентабел ь-ность %	Прибы ль (убыто к) от реализ
			Себестои- мость	В том числе вновь			

ии (руб.)				созданная стоимость	продукц ии (руб.)		ации продук ции (руб.)
Ц	К		С	В	П	Р	
480	200	96000	386	198	58.36	15,1	11672
543	350	19005 0	475	215	29.30	6,2	10255
398	200	79600	321	165	47.30	14,7	9460
571	100	57100	506	274	15.68	3,15	1568

Вариант 2: расчёт возможной прибыли (убытка) при реализации различных видов продукции

Стоимо сть единиц ы продукц ии (руб.)	Выпуск и реализа ция продукц ии (шт.)	Выруч ка (руб.)	Себестоимость единицы продукции		Прибыл ь (убыток) на единицу продукц ии (руб.)	Рентабе ль- ность %	Приб ыль (убыт ок) от реали зации прод укци и (руб.)
			Себесто и-мость	В том числе вновь созданная стоимость			
Ц	К		С	В	П	Р	
1240	300	372000	1110	645	13.90	1,3	4170

1375	280	385000	984	710	263.2	26,7	385000
1596	350	5493600	1163	540	335.80	28,9	117530
1644	360	591840	1214	850	277	22,8	99720

Вариант 3: расчёт возможной прибыли (убытка) при реализации различных видов продукции

Стоимость единицы продукции (руб.)	Выпуск и реализация продукции (шт.)	Выручка (руб.)	Себестоимость единицы продукции		Прибыль (убыток) на единицу продукции (руб.)	Рентабельность %	Прибыль (убыток) от реализации продукции (руб.)
			Себестоимость	В том числе вновь созданная стоимость			
Ц	К		С	В	П	Р	
2340	270	631800	1980	1170	149.40	7,5	40338
1980	250	495000	1650	993	151.26	9,2	37815
2130	230	489900	1680	1080	255.60	15,2	58788
2250	280	630000	1870	1540	102.80	5,5	28784

Вариант 4: расчёт возможной прибыли (убытка) при реализации различных видов продукции

Стоимость единицы продукции (руб.) Ц	Выпуск и реализация продукции (шт.) К	Выручка (руб.)	Себестоимость единицы продукции		Прибыль (убыток) на единицу продукции (руб.) П	Рентабельность % R	Прибыль (убыток) от реализации продукции (руб.)
			Себестоимость С	В том числе вновь созданная стоимость В			
1640	220	360800	1280	960	187.20	14,6	4184
1280	260	358800	1002	770	139.40	13,9	36244
1370	320	438400	1109	650	144.00	13,0	46080
1550	330	511500	1190	740	226.80	19,05	74844

5 вариант: расчёт возможной прибыли (убытка) при реализации различных видов продукции

Стоимость единиц продукции (руб.)	Выпуск и реализация продукции (шт.)	Выручка (руб.)	Себестоимость единицы продукции		Прибыль (убыток) на единицу продукции (руб.)	Рентабельность %	Прибыль (убыток) от реализации продукции (руб.)
			Себестоимость	В том числе вновь созданная стоимость			
2360	280	6608 00	1820	1390	289.80	15,9	81114
2180	260	7306 00	1710	1280	239.60	14,1	62296
2270	240	5448 00	1740	1150	323.00	18,6	77520
2450	220	5390 00	2090	1510	88.20	4,2	19404

Вариант б: расчёт возможной прибыли (убытка) при реализации различных видов продукции

Стоимость единиц продукции (руб.)	Выпуск и реализация продукции (шт.)	Выручка (руб.)	Себестоимость единицы продукции		Прибыль (убыток) на единицу продукции	Рентабельность %	Прибыль (убыток) от реализации продукции (руб.)
			Себестоимость	В том числе вновь созданная стоимость			

Ц	К		С	В	ции (руб.) П	R	
1460	260	37960 0	1190	740	136.80	11,5	35568.00
1370	270	36990 0	1050	821	162.22	15,4	43799.40
1550	230	35650 0	1224	935	157.70	12,9	36271.00
1820	220	40040 0	1389	984	253.88	18,3	55853.60

Вариант 1

1. Какой показатель себестоимости входит в понятие «вновь созданная стоимость»:

- а) фонд оплаты труда;
- б) стоимость основных материалов;
- в) стоимость вспомогательных материалов.

2. Понятие «балансовая прибыль предприятия» включает:

- а) выручку, полученную от реализации продукции;
- б) выручку от реализации продукции за вычетом акцизов;
- в) прибыль от реализации продукции и внереализационные доходы (расходы).

3. В понятие «рентабельность предприятия» входят:

- а) получаемая предприятием прибыль;

- б) отношение расчётной прибыли к средней стоимости ОФ и ОС;
- в) отношение прибыли к цене изделия.

4. Понятие «расчётная прибыль» включает в себя:

- а) выручку, полученную от реализации;
- б) балансовую прибыль за вычетом налогов и первоочередных платежей;
- в) затраты на производство реализованной продукции.

5. Что входит в понятие «внереализационные операции»

- а) полученные (уплаченные) штрафы и неустойки;
- б) списание безнадёжных долгов;
- в) и то, и другое

Вариант 2

1. Какой показатель себестоимости входит в понятие «материальные затраты»:

- а) фонд оплаты труда;
- б) стоимость основных материалов;
- в) единый социальный налог.

2. Понятие «прибыль от реализации продукции» включает в себя:

- а) выручку, полученную от реализации продукции;
- б) затраты на производство реализованной продукции;
- в) разность между объёмом реализованной продукции (без НДС и акциза) и себестоимостью

3. Рентабельность продукции определяется:

- а) отношением балансовой прибыли к объёму реализованной продукции;
- б) отношением прибыли к себестоимости продукции;
- в) отношением балансовой прибыли к средней стоимости имущества предприятия.

4. Какая прибыль лежит в основе рентабельности предприятия:

- а) расчётная прибыль;
- б) балансовая прибыль;
- в) прибыль от реализации.

5. Факторами повышения рентабельности производства являются:

- а) совершенствование организации труда и производства;
- б) рост числа работающих;
- в) рост объёма потребляемого сырья.

1		2	
1	а	1	б
2	в	2	в
3	б	3	б
4	б	4	а
5	в	5	а

Контрольная работа «Финансовая математика»

1. Банк начисляет 50 рублей обыкновенного простого процента за использование 3000 рублей в течение 60 дней. Какова норма простого процента такой сделки?

Решение:

Простой процент вычисляется по формуле:

$$R = iP * (t/T);$$

$$50 = i 3000 * (60/365);$$

$$I = 365 * 50 / (3000 * 60) = 0,1014 (10,14\%)$$

Или:

$$S = P (1+i); (50 + 3000) = 3000 (1+i); 3050 = 3000 + 3000 i; 50/3000 = i; i = 0,0167 (1,67 \%) - \text{за } 60 \text{ дней (два месяца); за год: } i = 0,0167 * 365 / 60 = 0,101388 (10,14\%);$$

2. Вексель с суммой погашения 100 тыс. рублей продан при норме простого дисконта 3,5% за 72 дня до даты погашения. Найти дисконт и выручку.

Решение:

В случае простого дисконта:

$$P = S (1 - nd);$$

Выручка:

$$P = 100000 (1 - 0,035 * 72/365) = 100000 * 0,993 = 99300 \text{ руб.}$$

Дисконт составит:

$$100000 - 99300 = 700 \text{ руб.}$$

3. При какой годовой ставке сложного процента деньги удваиваются через 12 лет?

Решение:

$$S_n = P(1+i)^n$$

$$2 = 1 (1+i)^{12}$$

$$(1+i)^{12} = 2$$

Прологарифмируем полученное выражение:

$$12 \lg (1+i) = \lg 2; \lg 2 = 0,3$$

$$12 \lg (1+i) = 0,3$$

$$\text{Lg} (1+i) = 0,0025; (1+i) = 1,06; i = 0,06 (6\%)$$

Можно было не делать таких сложных расчетов.

В учебниках по банковскому делу и ценным бумагам прилагаются таблицы в которых показывается будущая стоимость единицы при определенной годовой ставке через определенный период времени.

Единица удваивается через 12 лет при 6% годовых.

4. Какая сумма при выплате через 3 года эквивалентна 10 тыс. рублей, выплачиваемых через 10 лет от настоящего момента, если норма процента равна 5% в год?

Решение:

Эквивалентная процентная ставка:

$$J = (1+i)^{m/n} - 1 = (1+0,05)^{10/3} - 1;$$

$$(1+i)^m = (1+j)^n = (1+0,05)^{10}$$

$$(1+j)^n = (1+0,05)^{10} = 1,6289$$

Отсюда:

$$(1+i)^3 = 1,6289; (1+i) = 1,1768; i = 0,1768 \approx 17,7\%$$

По ставке сложного процента:

При $n = 3$ и 5%

Будущая стоимость единицы: 1,1576

$$S_n = P(1+i)^n$$

$$P = 10000/1,6289 = 6139,11 \text{ руб.}$$

$$\text{Тогда: } 6139,11 * 1,1576 = 7139,63 \text{ руб.}$$

5. Какие ежеквартальные взносы необходимо делать в банк, начисляющий 1,5% в квартал, чтобы за 5 лет скопить 500 тыс. рублей?

Решение:

Полагающийся аннуитет:

$$500\,000 = R * [(1+0,015)^4 * 5 - 1] / 0,015 * (1 + 0,015);$$

$$(1,34685-1)/0,015 * 1,015 = 23,47044;$$

$$\text{Отсюда: } R = 500000 / 23,47044 = 21303,4 \text{ руб.}$$

6. Иванов вносит в сберегательный банк 500 рублей в конце каждого квартала. В конце каждого года банк начисляет 4% сложных процентов. Какая сумма будет на счете Иванова через 5 лет?

Решение:

По формуле обыкновенного общего аннуитета:

$$S = 500 * ((1+0,04)^5 * 1 - 1) / ((1 + 0,04)^{1/4} - 1) = 500 * 0,2167 / 0,00985 = 11\,000 \text{ руб.}$$

7. Какую сумму денег нужно иметь на счете, чтобы обеспечить вечную ренту в размере 1500 рублей в месяц, если банк начисляет 3% в квартал?

Решение:

Вечная рента – это аннуитет, платежи которого продолжаются в течение неограниченного времени

Эквивалентная процентная ставка равна:

$$j = (1+i)^{m/p} - 1 = (1 + 0,03)^{4/12} - 1 = 1,0108 - 1 = 0,0108$$

$$M=4; p = 12$$

$$A = R/j = 1500/0,0108 = 138888,88 \text{ руб.}$$

8. Облигация на 100 тыс. рублей, по которой выплачивается 5% годовых, будет выкупаться через 15 лет по номинальной стоимости. За какую цену ее

следует купить, чтобы обеспечить покупателю норму доходности 3% Годовых?

Решение:

Доход по облигации представляет собой поток периодических платежей в конце каждого года (простой аннуитет) и разовую выплату в конце всего срока действия облигации.

$$C=N = 100000 \text{ руб.},$$

$$\text{Ежегодные выплаты: } R = 5000 \text{ руб.}, i = 0,03$$

Цена покупки:

$$P = 5000 * [1 - (1 + 0,03)^{-15}] / 0,03 + 100000 (1 + 0,03)^{-15} = 5000 * (1 - 1/1,5580) / 0,03 + 100000(1/1,0315) = 5000 * 11,9384 + 100000 * 0,64185 = 123877 \text{ руб.}$$

9. Рассчитайте, что выгоднее для вкладчика: получить 20 000 рублей сегодня или получить 35 000 рублей через 3 года, если процентная ставка равна 17%.

Решение:

Рассчитаем будущую стоимость 20000 рублей через 3 года, под 17% годовых.

$$FV = 20000 * (1 + 0,17)^3 = 32032 \text{ рубля.}$$

Ответ. Получить 35000 рублей через 3 года является более выгодным решением, при данном значении процентной ставки.

10. Сколько лет потребуется для того чтобы из 1000 рублей, положенных в банк, стало 20000 рублей, если процентная ставка равна 14% годовых?

Преобразуем формулу к следующему виду:

$$(1 + r)^n = FV / PV \text{ и подставим значения;}$$

$$1,14^n = 20000 / 1000 = 20, \text{ отсюда } n = \log_{1,14} 20 = 22,86 \text{ года.}$$

Ответ. 1000 рублей нарастится до 20000 рублей при 14% годовой ставке за 22,86 года.

При расчете числа лет необходимо учитывать, что в формуле подразумевается целое число лет и цифры, рассчитываемые после запятой, имеют приблизительные значения, характеризующие близость к целому значению лет.

11. Какой должна быть ставка ссудного процента, чтобы 10 000 рублей нарастались до 30 000 рублей, за срок вклада 5 лет?

Преобразуем формулу к следующему виду:

$R = (FV / PV)^{1/n} - 1$ и подставим значения;

$R = (30\ 000 / 10\ 000)^{1/5} - 1$;

$R = 0,24573$ или 24,573 %.

Ответ. 10 000 рублей нарастятся до 30 000 рублей за 5 лет при ставке ссудного процента 24,573%

12. Капитал величиной 4000 денежных единиц (д. е.) вложен в банк на 80 дней под 5% годовых. Какова будет его конечная величина.

Решение.

Способ 1.

$$I = \frac{K \cdot p \cdot d}{360 \cdot 100} = \frac{4000 \cdot 5 \cdot 80}{36000} = 44,$$

$$K' = K + I = 4000 + 44 = 4044,$$

где K – капитал или заем, за использование которого заемщик выплачивает определенный процент;

I – процентный платеж или доход, получаемый кредитором от заемщика за пользование денежной ссудой;

P – процентная ставка, показывающая сколько д. е. должен заплатить заемщик за пользование 100 ед. капитала в определенном периоде времени (за год);

D – время, выраженное в днях.

360 – число дней в году.

Способ 2.

Время $t = 80/360 = 2/9$.

$$K' = K + K \times i \times t = 4000(1 + 0.05 \times 2/9) = 4044,$$

Где i – процентная ставка, выраженная в долях единицы,

T – время, выраженное в годах.

13. На сколько лет нужно вложить капитал под 9% годовых, чтобы процентный платеж был равен его двойной сумме.

Решение

$$2 \times K = I.$$

$$2 \times K = K \times 9 \times g / 100,$$

$$G = 2 \times 100 / 9 = 22.22$$

14. Вексель номинальной стоимостью 20000 д. е. со сроком погашения 03.11.05. учтен 03.08.05 при 8% Годовых. Найти дисконт и дисконтировать величину векселя.

Решение

Так как нам известна номинальная величина векселя, дисконт, находим по формуле:

$$I = \frac{K_n \cdot d}{D} = \frac{20000 \cdot 92}{4500} = 409,$$

Где K_n – номинальная величина векселя;

D – число дней от момента дисконтирования до даты погашения векселя;

D – процентный ключ или дивизор ($D = 3600/p = 36000/8 = 4500$).

Дисконтированная величина векселя равна разности номинальной стоимости векселя и дисконта (процентного платежа):

$$20000 - 409 = 19591.$$

15. Пусть в банк вложено 20000 д. е. под 10% (D) годовых. Найти конечную сумму капитала, если расчетный период составляет: а) 3 месяца; б) 1 месяц.

Решение

При декурсивном (d) расчете сложных процентов:

$$K_{mn} = K \times I_p / m^{mn}, \quad I_p / m = 1 + p / (100 \times m),$$

Где K_{mn} – конечная стоимость капитала через N лет при $p\%$ годовых и капитализации, проводимой M раз в год.

$$A) K = 20000 \times I_{2.54} = 20000 \times (1 + 10 / (100 \times 4))^4 = 20000 \times 1.104 = 22076 \text{ д. е.}$$

$$B) K = 20000 \times I_{10/1212} = 20000 \times (1 + 10 / (100 \times 12))^{12} = 20000 \times 1.105 = 22094 \text{ д. е.}$$

При антисипативном (a) способе расчета сложных процентов:

$$K_{mn} = K \times I_q / m^{mn}, \quad I_q / m = 100m / (100m - q),$$

Где q – годовогой процент.

$$A) K = 20000 \times (100 \times 4 / (100 \times 4 - 10))^4 = 20000 \times 1.107 = 22132 \text{ д. е.}$$

$$B) K = 20000 \times (100 \times 12 / (100 \times 12 - 10))^{12} = 20000 \times 1.106 = 22132 \text{ д. е.}$$

16. Номинальная годовая ставка – 30%. Найти уравнивающую процентную ставку при начислении сложных процентов каждые 3 месяца.

Решение

$$p_s = 100 \left(\sqrt[3]{1+i} - 1 \right) = 100 \left(\sqrt[3]{1 + \frac{30}{100}} - 1 \right) = 6.779\%.$$

17. Каждые три месяца в банк вкладывается по 500 д. е. Какова будет совокупная сумма этих вкладов в конце 10-го года при процентной ставке 8% и годовой капитализации.

Решение

Сначала для годовой процентной ставки 8% определим процентную уравнивающую ставку:

$$p_k = 100 \left(\sqrt[4]{1 + \frac{8}{100}} - 1 \right) = 1.9427\%$$

Затем полученную уравнивающую ставку поместим в следующую формулу:

$$S_{vmn} = u \times \frac{r_k^{vmn} - 1}{r_k - 1}, \text{ где } r_k = 1 + p_k/100,$$

Где v – число вкладов в расчетном периоде,

n - число лет,

m – число капитализаций в год.

Тогда

$$R_k = 1 + 1.9427/100 = 1.0194$$

$$S_{4 \times 10} = 500 \times \frac{r_k^{40} - 1}{r_k - 1} = 500 \times 60.8157 = 30407.84 \text{ д. е.}$$

18. Насколько увеличатся годовые вклады по 2 000 д. е. в течение 4 лет при 8% годовых, если капитализация производится раз в три месяца и первый вклад вносится в конце первого года.

Решение

$$S_{nm} = u_1 \cdot \Pi_{p \cdot m}^{(n-1)/m} + u,$$

$$U_1 = u \times I_2\%4 / \Pi I_2\% = 2000 \times 1.0824 / 4.204 = 514.93 \text{ д. е.}$$

$$S_{nm} = 514.93 \times \Pi I_2\%3 \times 4 + 2000 = 514.93 \times 13.6803 + 2000 = 9044.41 \text{ д. е.}$$

19. По одному из вкладов в банке в течение 20 лет накоплено 200 000 д. е. Найти сумму, положенную на счет первоначально, если годовая процентная ставка (D) составляет 8%.

Решение

$$K_0 = K_n \times r^{-n} = K_n \times \Pi 8\% 20 = K_n \times (1 + p/100)^{-n} = 200000 \times (1 + 8/100)^{-20} = 200000 \times 0.21454 = 42909 \text{ д. е.},$$

Где $r = (1 + p/100)$ – сложный декурсивный коэффициент.

	Оценка за к/р (до элективного курса)	Оценка за д/з (в середине курса)	Оценка за к/р (в конце курса)
1. Алексеев Родион	2	3	3
2. Богунов Данил	3	3	4
3. Васильева Александра	4	5	5
4. Верховин Евгений	3	2	3
5. Волкернюк Дарья	4	5	5
6. Галеева Роза	5	5	5
7. Гречишников Семен	2	3	4
8. Дигор Анастасия	4	4	4
9. Дорошенко Богдан	5	5	5
10. Елисеев Ян	5	4	5
11. Епанечников Кирилл	4	4	3
12. Карташева Дарья	4	4	4
13. Лим Лидия	5	4	4

14.Крылов Илья	2	3	3
15.Кучерова Мария	2	2	2
16.Лукашкин Виталий	3	3	4
17.Лукьяненко Кристина	3	4	4
18.Ляшев Руслан	3	4	4
19.Рогожин Михаил	4	4	4
20.Руденко Руслан	2	2	3

Формулы показателей успеваемости

В отчётах об успеваемости используются следующие показатели:

% успеваемости (абсолютная успеваемость)

$$\% \text{ успеваемости} = (\text{кол-во "отл."} + \text{кол-во "хор."} + \text{кол-во "уд."}) \times 100\% / (\text{общее кол-во учащихся})$$

% качества знаний (качественная успеваемость)

$$\% \text{ качества знаний} = (\text{кол-во "отл."} + \text{кол-во "хор."}) \times 100\% / (\text{общее кол-во учащихся})$$

Степень обученности учащихся (СОУ)

$$\text{СОУ} = (\text{кол-во "5"х100} + \text{кол-во "4"х64} + \text{кол-во "3"х36} + \text{кол-во "2"х16} + \text{кол-во "н/а"х7}) / (\text{общее кол-во учащихся})$$

До начала элективного курса:

$$\% \text{ успеваемости} = 75\%$$

$$\% \text{ качества знаний} = 50\%$$

$$\text{Степень обученности учащихся (СОУ)} = 52,2\%$$

В середине элективного курса:

$$\% \text{ успеваемости} = 85\%$$

$$\% \text{ качества знаний} = 55\%$$

$$\text{Степень обученности учащихся (СОУ)} = 55,6\%$$

В конце элективного курса:

% успеваемости =95%

% качества знаний =70%

Степень обученности учащихся (СОУ) =63,6%

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение сформулируем основные выводы, полученные в результате диссертационного исследования.

В первой главе мы изучили историю и особенности финансовой математики, сделали краткий анализ современного состояния изучения финансовой математики. В результате этого выявилось потребность в разработки методики обучения элементам финансовой математики в средней школе.

Во второй главе, на основании существующих методик решения финансовых задач средней школе, мы постарались разработать и усовершенствовать методику финансовой математики, в т.ч. изучение финансовых задач при подготовке к ЕГЭ. Это помогло нам разработать элективный курс для учащихся средней школы, что повлекло улучшение показателей успеваемости. Например, до начала применения элективного курса уровень успеваемости учащихся средней школы был равен 75%, а качество знани-50%. В конце применения элективного курса уровень успеваемости учащихся средней школы равен 95%, а качество знаний-70%, что показывает улучшение качество знаний и уровень успеваемости в среднем на 20%.

Следовательно, применение элективного курса улучшает качество знаний при подготовке к ЕГЭ и увеличивает возможность учащихся при поступлении в высшее учебное заведение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Блау, С.Л. Финансовая математика: Учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования / С.Л. Блау, С.Г. Григорьев. - М.: ИЦ Академия, 2013. - 192 с.
2. Блау, С.Л. Финансовая математика: Практикум: Учеб. пос. для студ. учреждений сред. проф. образования / С.Л. Блау . - М.: ИЦ Академия, 2011. - 208 с.
3. Бочаров, П.П. Финансовая математика: Учебник / П.П. Бочаров, Ю.Ф. Касимов. - М.: Физматлит, 2007. - 576 с.
4. Бочаров, П.П. Финансовая математика: Учебник / П.П. Бочаров. - М.: Физматлит, 2007. - 576 с.
5. Брусов, П.Н. Финансовая математика: Учебное пособие / П.Н. Брусов, П.П. Брусов, Н.П. Орехова. - М.: КноРус, 2013. - 224 с.
6. Жуленев, С.В. Элементарная финансовая математика / С.В. Жуленев. - М.: МГУ, 2014. - 96 с.
7. Жуленев, С.В. Финансовая математика. Введение в классическую теорию. Ч.2 / С.В. Жуленев. - М.: Моск.университета, 2012. - 432 с.
8. Касимов, Ю.Ф. Финансовая математика: Учебник для бакалавров / Ю.Ф. Касимов. - М.: Юрайт, 2012. - 335 с.
9. Касимов, Ю.Ф. Финансовая математика: Учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / Ю.Ф. Касимов. - Люберцы: Юрайт, 2016. - 459 с.
10. Конотопов, М.В. Финансовая математика / М.В. Конотопов. - М.: КноРус, 2013. - 144 с.
11. Копнова, Е.Д. Финансовая математика: Учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / Е.Д. Копнова. - Люберцы: Юрайт, 2016. - 413 с.
12. Криничанский, К.В. Финансовая математика / К.В. Криничанский. - М.: ДиС, 2011. - 336 с.

13. Малыхин, В.И. Финансовая математика / В.И. Малыхин. - М.: Ленанд, 2015. - 232 с.
14. Малько, А.В. Финансовая математика (для бакалавров) / А.В. Малько, В.В. Нырков, К.В. Шундигов. - М.: КноРус, 2013. - 224 с.
15. Попов, В.М. Финансовая математика. С задачами и решениями: Учебно-методическое пособие / В.М. Попов. - М.: Финансы и статистика, 2004. - 384 с.
16. Самаров, К.Л. Финансовая математика: сборник задач с решениями: Учебное пособие / К.Л. Самаров. - М.: Альфа-М, ИНФРА-М, 2011. - 80 с.
17. Саркисов, А.С. Финансовая математика: Теория процентов / А.С. Саркисов. - М.: Ленанд, 2014. - 272 с.
18. Саркисов, А.С. Финансовая математика: ТЕОРИЯ ПРОЦЕНТОВ в задачах и упражнениях. Около 500 примеров и тренировочных задач / А.С. Саркисов. - М.: Ленанд, 2016. - 304 с.
19. Четыркин, Е.М. Финансовая математика: Учебник / Е.М. Четыркин. - М.: ИД Дело РАНХиГС, 2011. - 392 с.
20. Чжун, К.Л. Элементарный курс теории вероятностей. Стохастические процессы и финансовая математика / К.Л. Чжун, Ф. АитСахлиа. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. - 455 с.
21. Чуйко, А.С. Финансовая математика: Учебное пособие / А.С. Чуйко, В.Г. Шершнев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 160 с.
22. Ширяев, В.И. Финансовая математика: Потоки платежей, производные финансовые инструменты / В.И. Ширяев. - М.: КД Либроком, 2016. - 232 с.