



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ, ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ
МАТЕМАТИКЕ И ЕСТЕСТВОЗНАНИЮ

**Формирование у младших школьников умения выполнять
арифметические действия с числами**

**Выпускная квалификационная работа по направлению
44.03.01 Педагогическое образование**

Направленность программы бакалавриата

«Начальное образование»

Форма обучения очная

Проверка на объем заимствований:
69 % авторского текста

Работа рекомендована к защите
« 14 » мая 2020 г.
зав. кафедрой МЕиМОМиЕ


Белоусова Наталья
Анатольевна

Выполнила:
Студентка группы ОФ-408/070-4-1
Марусина Ирина Викторовна
Научный руководитель:
канд. пед. наук, доцент


(подпись)

Звягин Константин Алексеевич

Челябинск
2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О СМЫСЛЕ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ	7
1.1 Понятие «вычислительный прием» в психолого-педагогической литературе.....	7
1.2 Теоретические основы законов и свойств арифметических действий.....	18
Выводы по главе 1.....	32
ГЛАВА 2. ОПЫТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ РАБОТА ПО ФОРМИРОВАНИЮ УМЕНИЯ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ ВЫПОЛНЯТЬ АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ С ЧИСЛАМИ	34
2.1 Изучение уровня сформированности вычислительных навыков у младших школьников при изучении законов и свойств арифметических действий.....	34
2.2 Экспериментальная работа по формированию у младших школьников умения выполнять арифметические действия с числами	40
2.3 Анализ экспериментальной работы по формированию у младших школьников умения выполнять арифметические действия с числами	44
Выводы по главе 2.....	48
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	49
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	53

ВВЕДЕНИЕ

Математика является одним из ключевых предметов начальной школы. Важной задачей обучения младших школьников математике является формирование у них прочных вычислительных приемов и навыков, так как эти навыки важны как для последующего обучения школьников, так и для их реальной жизни [10].

В Федеральном государственном образовательном стандарте начального общего образования (ФГОС НОО) отмечено, что к предметным результатам освоения основной образовательной программы начального общего образования относится умение выполнять устно и письменно арифметические действия с числами и числовыми выражениями [43].

Формирование вычислительных приемов – является одной из основных задач, которую необходимо решить в процессе обучения детей в начальной школе [1]. В отечественной школе постоянно уделялось огромное внимание проблеме формирования прочных и осмысленных вычислительных приемов, потому что в содержательную основу начального математического образования включаются понятия числа и четырех арифметических действий. Программы по математике содержат различный материал по проблеме формирования крепких и осмысленных приёмов вычислений, но до сих пор кое-какие вопросы овладения и проработки арифметических приёмов вычислений представляются для младших школьников достаточно сложными [2].

На самых первых уроках математики обучающиеся знакомятся с арифметическими действиями. Каждое из четырех арифметических действий должно приобрести прочную связь в сознании детей с теми определёнными задачами, которые требуют его применения. Раскрытие смысла действия происходит на основе практических действий с большим количеством предметов и на системе подходящих текстовых задач [17].

Так как изучение свойств арифметических действий является важной задачей в обучении математики, но из-за того, что отсутствует единый подход в изучении данной проблемы в разнообразных системах обучения, появляется необходимость того, чтобы рассмотреть, выяснить и уточнить особенности формирования у младших школьников умения выполнять арифметические действия с числами [25]. В этом и состоит актуальность, так как, во-первых, изучение и применение свойств арифметических действий это одна из важных тем, во-вторых, большинство учителей не уделяют должного внимания на использование свойств этих действий.

Формирование вычислительных приемов является сложными длительным процессом. На современном этапе развития начального образования стоит необходимость выбора таких приёмов организации вычислительной деятельности младших школьников, которые будут способствовать формированию крепких осмысленных вычислительных приёмов и так же разностороннему развитию личности обучающегося [2]. Чтобы ребёнок мог быстро считать, научился выполнять самые простые преобразования необходимо отрабатывать эти навыки, а для этого надо уделять время. Устные упражнения следует применять во всех подходящих случаях и не только на небольших числах, но также и на больших, которые удобны для устного счета. Задача учителя – найти как можно больше приёмов и методов, благодаря которым ученик будет стремиться производить в уме арифметические действия [5].

Изучение смысла арифметических действий – основное, базовое умение, которое ученики обретают в процессе обучения математике. Смысл арифметических действий начинает подготавливаться с начала курса математики практическими упражнениями в объединении двух множеств, в установлении связей между элементами двух множеств, в определении части множества представленных предметов [27].

Данная проблема всегда привлекала внимание психологов, методистов, дидактов, учителей. В методике математики этим занимались

такие личности как Е.С. Дубинчук, А.А. Столяр, С.С. Минаева, Н.Л. Стефанова, Я.Ф. Чекмарев, М.А. Бантова, М.И. Моро, Н.Б. Истомина, С.Е. Царева и другие.

Актуальность данной проблемы в практике начальной школы позволила определить тему дипломного исследования: «Формирование у младших школьников умения выполнять арифметические действия с числами»

Проблема исследования: каковы педагогические условия эффективного формирования у младших школьников умения выполнять арифметические действия с числами.

Решение данной проблемы составляет цель исследования.

Цель исследования: теоретически обосновать и определить уровень сформированности у младших школьников умения выполнять арифметические действия с числами для разработки методических материалов для учителя начальных классов.

Объект исследования: процесс взаимосвязанной деятельности учителя и обучающихся при изучении арифметических действий.

Предмет исследования: процесс формирования умения младших школьников выполнять арифметические действия с числами на уроках математики.

Гипотеза: если при изучении законов и свойств арифметических действий использовать дополнительный материал, включающий приёмы устного счёта на уроках математики, который направлен на улучшения навыков устного и письменного счёта, то уровень сформированности вычислительных навыков младших школьников повысится.

Исходя из цели гипотезы исследования, были сформированы следующие задачи:

1. Проанализировать психолого-педагогическую и методическую литературу по исследуемой проблеме и рассмотреть проблемы формирования вычислительных навыков в современных условиях.

2. Проанализировать методику изучения законов и свойств арифметических действий.

3. Провести диагностику сформированности вычислительных навыков у младших школьников.

4. Разработать и экспериментально проверить методику формирования у младших школьников умения выполнять арифметические действия с числами.

5. Провести анализ экспериментальной работы по формированию у младших школьников умения выполнять арифметические действия с числами.

Теоретико-методологическая база исследования: разработка качеств вычислительных приемов (М.А. Бантова), рационализация вычислительных приемов (М.И. Моро, С.В. Степанова), дифференциация и индивидуализация процесса формирования вычислительных приемов (Т.И. Фаддейчева).

Методы исследования:

1. Теоретический (анализ методической литературы).
2. Эмпирический (диагностирующие и формирующие эксперименты; изучение письменных работ обучающихся; наблюдение).

Методологической основой исследования явились идеи о теории учебной деятельности М.А. Бантовой, В.Н. Рудницкой и поэтапного формирования умственных действий (Н.Ф. Талызина, Л.Я. Гальперин). А также работы Н.Б. Истоминой, И.А. Аргинской по методике формирования вычислительного приема.

База исследования: «МАОУ СОШ №30 г. Челябинска», 4 класс система «Планета знаний» автор программы по математике М.И. Башмаков, М.Г. Нефедова.

Структура исследования: работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованных источников.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О СМЫСЛЕ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

1.1 Понятие «вычислительный прием» в психолого-педагогической литературе

Математика составляет общечеловеческую культуру. Присоединиться к ней – это прежде всего познакомиться культурными ценностями, поэтому, роль математики в развитии подрастающего поколения огромна [47]. Математика в настоящее время это одна из важнейших областей знаний современного человека. Так как, в наше время по всему миру происходит широкое применение различной техники, к этому относится и компьютерная, отсюда следует, что каждому человеку необходимо владеть хотя бы на минимальном уровне математическими знаниями и иметь представления о них [1].

Человек встречается с математикой в течение всей жизни. Знакомство ребёнка с математикой происходит ещё в раннем детстве [26].

Начиная с первого класса и по четвёртый класс проходит работа по формированию у детей понятий о натуральном числе и арифметических действиях. Изначально это совершается в тесной связи с рассмотрением разнообразных случаев практического использования этих понятий, с работой, которая ориентирована на освоение детьми некоторых свойств чисел, десятичной системы счисления, арифметических действий и приемов вычислений, которые на них основаны [25].

В результате работы дети должны освоить не только вопросы теоретического характера, которые включены в программу, но также и осознанно, и крепко владеть навыками применения изученных вопросов теории к решению различных практических и учебных задач и выполнению устных и письменных вычислений [14]. В этом случае, теория и практика в единстве и взаимосвязанности на протяжении всей работы

над арифметической частью программы выступает в их целостности и взаимодействии.

Наблюдения за опытом утверждения программы в практику массовой школы показывают, что это значимое требование программы зачастую нарушается.

Сегодня в общеобразовательной школе так много дискуссий о создании оптимального курса математики, что учитель, который непосредственно реализует решения, становится загруженным всеми учебниками и различными программами. Министерство образования рекомендует использовать в учебном процессе более десяти версий различных учебников по математике для обучения младших школьников [6].

Формирование вычислительных приемов традиционно является одной из самых сложных тем в курсе математики начальной школы [27]. Вопрос о том, что формирования устных и письменных вычислительных приемов на сегодняшний момент является важным и достаточно обсуждаемым с точки зрения методологии. В современной методологической и математической литературе термин «вычислительный прием» определяется через «вычислительный навык» [32]. Поэтому, мы полагаем то, что перед нами стоит необходимость в изучении смысловых значений терминов, которые характеризуют понятие «вычислительный прием».

В педагогическом словаре Г.М. Коджаспировой, А.Ю. Коджаспирова прием определяется как:

1. Относительно законченный элемент воспитательной технологии, зафиксированный в общей или личной педагогической культуре; способ педагогических действий в определенных условиях.
2. Элемент метода, его составная часть, отдельный шаг в реализации метода [18].

Из-за перестройки системы образования, поиска новых моделей образования, создание и внедрение новых учебников математики, учебных комплектов по всем предметам начальной школы в последние два десятилетия в первую очередь ставятся вопросы общей методики обучения [45].

Вопросы, касающиеся частной методики, которые относятся к обучению умению скоро и без ошибок выполнять четыре арифметических действия, остались на втором плане [45].

С.Е. Царева говорит о том, что в настоящее время, когда принят ФГОС НОО, который задал единую общепедагогическую позицию (системно-деятельностный подход) и требования к результатам и условиям обучения, пришло время для частных вопросов теории и методики обучения. Можно констатировать, что на сегодняшний день проблема обучения обучающихся начальной школы вычислениям это одна из актуальнейших и, пожалуй, самая запущенная проблема [44].

В требованиях ФГОС НОО (ФГОС НОО), в Примерной основной образовательной программе начального общего образования указано, что в результате изучения курса математики, обучающиеся на уровне начального общего образования: овладеют основами логического и алгоритмического мышления, пространственного воображения и математической речи, приобретут необходимые вычислительные навыки [30].

Вычислительные навыки – это те навыки, которые функционируют и формируются в процессе обучения. Эти навыки являются частью структуры учебно-познавательной деятельности и находят своё применение в учебных действиях, которые осуществляются посредством определенной системы операций [3].

Навык – это действие, доведенное до автоматизма, которое формируется путем многократного повторения [49]. В процессе обучения появляется необходимость в том, чтобы вырабатывать навыки, в первую

очередь общеучебные, межпредметного значения: письменной и устной речи, решения задач, счета, измерений и так далее [18].

Вычислительный навык – является высокой степенью овладения вычислительными приёмами. Приобрести вычислительный навык говорит о том, что необходимо знать для каждого случая, какие операции и в какой последовательности нужно выполнять, для того, чтобы найти результат арифметического действия, и, не мало важно то, что эти операции необходимо выполнять довольно быстро [3].

В том случае, если у обучающегося сформируется познавательный интерес, тогда владение станет намного успешным.

Интерес – является формой проявления познавательной потребности, обеспечивающая направленность личности на осознание целей деятельности, которая тем самым способствует ориентировке, знакомству с новыми фактами, более полному и глубокому отображению действительности. Удовлетворение интереса не приводит к его угасанию, а вызывает новые интересы, которые отвечают более высокому уровню познавательной деятельности. Устойчивость интереса выражается в длительности его сохранения интенсивности [18].

Познавательный интерес – это интерес к учебной деятельности, к приобретению знаний [4].

Формирование вычислительных приемов выступает как умение или навык, который характеризуется такими качествами, как правильность, осознанность, рациональность, обобщенность, автоматизм и прочность. Мы рассмотрим более развёрнуто смысл каждого из этих терминов.

Правильность – это то, когда обучающийся ученик правильно получает результат арифметического действия над данными числами, то есть верно выбирает и производит операции, которые составляют приём [3].

Осознанность – это то, когда обучающийся осознаёт, на основе каких знаний были выбраны операции и зафиксирован порядок их

выполнения [3]. Для обучающегося это служит доказательством того, что он выбрал правильную систему операции.

О том, что обучающийся осознанно выполняет действия, можно сказать в том случае, если он может объяснить способ решения примера и сказать о том, почему он решал именно таким способом [2]. Это вовсе не значит, что обучающийся всегда должен давать объяснения решению каждого примера. По мере овладения вычислительными навыками, объяснения должны понемногу сходить на нет.

Рациональность – обучающийся, в соответствии с конкретными условиями, выбирает для данного случая более рациональный метод, то есть выбирает из возможных операций те, выполнять которые будет намного проще, чем другие и которые быстрее приведут к результату арифметического действия [3].

Конечно, это качество навыка может выражаться тогда, когда для этого случая есть разные приемы, с помощью которых можно найти результат, и обучающийся, когда начинает пользоваться разными приемами, может построить несколько приемов и сделать выбор в пользу более рационального.

Мы увидели, что рациональность напрямую связана с осознанностью навыка. М.А. Бантова считает, что рациональность вычислений – это выбор тех вычислительных операций из возможных, «выполнение которых легче других и быстрее приводит к результату арифметического действия» [3].

Обобщённость – это когда обучающийся начинает применять приемы вычислений к значительно большему числу случаев, благодаря чему, он может переносить приемы вычисления на новые случаи, эта ситуация называется обобщённость. Обобщённость вместе с рациональностью, находится в тесной связи с осознанностью вычислительного навыка. Те же самые общие теоретические положения являются основой этого навыка [3].

Обеспечением построения курса математики для начальной школы и использования соответствующих методических приемов, является формирование вычислительных навыков, обладающими этими качествами [7].

Выполняя вычислительные приёмы, обучающийся должен всегда себя контролировать, сравнивать операции, которые он выполняет с образцом-системой операций, то есть он должен понимать то, что выполняет свои действия правильно и целесообразно.

М.А. Бантова выделяет следующие характеристики полноценного вычислительного навыка: правильность, осознанность, рациональность, обобщенность, автоматизм и прочность [3].

Мы уже рассмотрели значение этих понятий, теперь ознакомимся с критериями и уровнями сформированности вычислительного навыка. Эти характеристики представлены в Таблице 1.

Таблица 1 – Критерии и уровни

Критерии	Уровень		
	Высокий	Средний	Низкий
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
Правильность	Ученик производит поиск верных результатов арифметических действий над данными числами.	Ученик периодически делает ошибки в промежуточных операциях.	Ученик зачастую не правильно находит результат арифметического действия, то есть не верно выбирает и производит операции.
Осознанность	У ученика есть понимание того, на основе каких знаний были выбраны операции. Может провести объяснение к решению примера.	Ученик осознаёт на основе каких знаний выбраны операции, но пока не умеет сам объяснять, почему именно таким образом он проводил решение, а не другим способом.	У ученика вообще нет осознания того, в каком порядке нужно производить выполнение операции.

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4
Рациональность	Ученик, опираясь на определённые условия, может выбрать для данного случая наиболее рациональный приём. Может собрать несколько приёмов и сделать выбор в пользу более рационального.	Ученик, опираясь на определённые условия, выбирает для данного случая более рациональный приём, но в нестандартных условиях применить знания не может.	Ученик не может выбрать операции, выполнение которых быстрее приводит к результату арифметического действия.
Обобщённость	Ученик может применить приём вычисления к большему числу случаев, то есть он способен перенести приём вычисления на новые случаи.	Ученик может применить приём вычисления к большему числу случаев только в стандартных условиях.	Ученик не может применить приём вычисления к большему числу случаев.
Автоматизм	Ученик выделяет и выполняет операции быстро и в свёрнутом виде.	Ученик не всегда выполняет операции быстро и в свёрнутом виде.	Ученик долго выполняет систему операций, объясняет каждый шаг своих действий.
Прочность	Ученик сохраняет сформированные вычислительные навыки на длительное время.	Ученик сохраняет сформированные вычислительные навыки на короткий срок.	Ученик не сохраняет сформированные вычислительные навыки.

Важной задачей в обучении математике является формирование приемов устных и письменных вычислений [6]. Но, на практике можно заметить, что начальная школа эту задачу полностью не решает. Так как обучающиеся зачастую допускают ошибки при решении задач, уравнений и так далее, можно сказать о том, что не всегда вычислительные сформированы крепко и осознанно.

При формировании любого вычислительного приёма выделяется несколько этапов: подготовительный этап; этап ознакомления с новым вычислительным приемом; этап усвоения вычислительного приема и

формирования вычислительного умения [3]. Рассмотрим каждый из данных этапов более развёрнуто.

1. Подготовительный этап – это подготовка к введению нового приёма.

На данном этапе начинает закладываться готовность к усвоению вычислительного приёма, а именно: обучающиеся должны изучить те теоретические положения, которые представляются основой вычислительного приёма, а также умением владеть всеми операциями, которые составляют данный приём.

Отсюда следует, что, для обеспечения соответствующей подготовки к введению приёма, нужно выполнить анализ приёма и определить, какими знаниями должен овладеть обучающийся и какими вычислительными навыками он должен уже уметь владеть.

2. Знакомство с вычислительным приёмом.

На данном этапе у обучающегося происходит понимание сути приема: осознание, какие операции необходимо выполнить, каков порядок их выполнения и почему именно таким образом можно найти результат арифметического действия. Осуществляя переход от приема к приему другой группы, с каждым разом у обучающегося должен повышаться уровень самостоятельности.

3. Закрепление знаний приёма и выработки вычислительного навыка является этапом усвоения вычислительного приема и формирования вычислительного навыка.

На этом этапе обучающиеся должны хорошо понять систему операций, которые составляют приём, и предельно быстро уметь выполнять эти операции, т. е. овладеть вычислительным навыком.

Несмотря на всё разнообразие вычислительных приемов, которые изучают в курсе математики начальной школы, можно выделить то постоянное, что характеризует любой вычислительный прием – теоретическая основа и составляющие вычислительные операции.

Перед началом проведения этапа актуализации, при знакомстве с новым вычислительным приёмом, имеется определенная структура деятельности учителя. Эта структура представляет собой схему классификации, начальным элементом которой является вычислительный прием, анализирующийся на разных уровнях [15].

Каждый уровень формируется логической основой, в которой проявляется одна из целей (сторон) изучения первого элемента вычислительного приема [17].

1. На первом (теоретическом) уровне учреждается то, что надо выделить инварианты вычислительного приема: теоретическую основу и операции, его составляющие.

2. На втором (операционном) уровне идёт выделение операций, которые входят в вычислительный прием, и его теоретическая основа.

3. На третьем уровне отмечают знания, умения и навыки, которые нужно актуализировать до знакомства с новым вычислительным приемом.

4. На четвертом (практическом) уровне составляются упражнения, которые актуализируют знания, умения, навыки, отмеченные на третьем уровне.

На этапе актуализации появляется необходимость убеждения в том, что обучающиеся готовы к усвоению нового вычислительного приема. С данной целью детям даётся серия, которые были специально подобраны. Любое задание этапа актуализации на уроке по ознакомлению с новым вычислительным приемом должно:

1. Актуализировать конкретное знание, умение, навык.
2. Выбирать с учетом того, как это знание, умение, навык используется в вычислительном приеме [45].

«Важнейшей задачей цивилизации – научить человека мыслить» – говорил Эдисон, таким образом он определял сущностью процесса обучения подрастающего поколения. Большое количество людей думает и размышляет, не обращаясь за помощью к особой теории и не рассчитывая

на эту помощь. Есть люди, которые считают, что их мышление – это врождённый процесс, который нуждается в анализе и контроле, не более, чем пение или дыхание [8]. Конечно же, это является заблуждением.

Федеральный компонент государственного стандарта начального образования направлен на реализацию качественно новой личностно-ориентированной, развивающей модели массовой начальной школы. Одной из целей изучения математики в условиях этой модели является развитие мышления учащихся, формирование предметных умений и навыков, необходимых для успешного решения учебных и практических задач [30].

Самостоятельно содержание образования без особого формирования приемов учебной работы не может автоматически развивать мышление обучающихся. Оно создает положительные предпосылки, возможности для формирования мышления, а учитель призван реализовать их при помощи особой методики, в основе которой должна быть последовательность, этапность, системность [19].

На современном этапе развития начального образования стоит необходимость выбора таких приёмов организации вычислительной деятельности младших школьников, которые будут способствовать формированию крепких осмысленных вычислительных приёмов и так же разностороннему развитию личности обучающегося [6].

При реализации выбора многообразных способов организации вычислительной деятельности появляется необходимость в том, что надо делать упор на развивающий характер работы, в приоритет ставить обучающие задания, в которых познавательная мотивация стоит на первом месте [6].

Применяемые вычислительные задания должны характеризоваться разнообразностью формулировок, многозначностью решений, определением различных закономерностей и зависимостей, употреблением различных моделей (предметных, графических, символических),

позволяющие принимать во внимание индивидуальные особенности ребенка, его жизненный опыт, предметно-действенное и наглядно-образное мышление и понемногу включать обучающегося в мир математических понятий, терминов и символов [9].

В методике математики существуют устные и письменные приемы вычисления. Устная работа во время уроков математики играет большую роль. К ней относится осуществление беседы учителя с классом или индивидуально с каждым учеником, так же осуществление рассуждений обучающихся при выполнении тех или иных заданий и тому подобное [13].

Среди данных видов устной работы можно отметить устные упражнения. В начальной школе они ограничивались в большей степени только вычислениями, поэтому их именуют как «устный счёт».

В современных программах содержание устных упражнений всевозможно и присутствует в не малом количестве, так как введён алгебраический и геометрический материал и уделяется огромное внимание к свойствам действий над числами и величинами [13]. «Создание определённой системы повторения, изученного ранее материала, дает обучающимся возможность усвоить знания на уровне автоматического навыка. Устные вычисления не могут быть случайным этапом урока, а должны находиться в методической связи с основной темой и носить проблемный характер» [24].

Во время формирования вычислительных приёмов, улучшению знаний по математике, и в развитии личностных качеств обучающегося большую роль играют устные упражнения [16].

Именно поэтому появляется необходимость в систематическом использовании учителем заданий, которые будут направлены на усвоение вычислительных приёмов и строго следовать этапам при формировании вычислительного приёма.

1.2 Теоретические основы законов и свойств арифметических действий

Формирование вычислительных приемов является одной из основных задач начальной школы. На сегодняшний день существует не мало программ и в каждой программе авторы предлагают собственные методики, чтобы ознакомиться с понятие «вычислительный навык» и сформировать вычислительные приёмы у обучающихся [21]. Однако основными являются примеры, которые наиболее развёрнуто показаны в методике М.А. Бантовой и Г.В. Бельтюковой.

В век компьютерной грамотности значимость навыков устных и письменных вычислений постепенно уходит на второй план. Поэтому, освоение быстрого и верного выполнения вычислений играет большую роль для обучающихся младших классов. Потому что эти навыки важны для последующего обучения в школе. Эти знания играют большую и важную в практической деятельности человека [33].

Особенность изучения вычислений вызвана тем, что у обучающихся возникает мгновенная усталость при выполнении работы с числами. Это обусловлено тем, что операции письменного сложения вычитания и письменного умножения и деления представлены в большом объёме [25]. Чтобы избежать мгновенную утомляемость и снижение внимания во время изучения письменных и устных вычислений, необходимо поочередно использовать всесторонние виды деятельности, разнообразные задания.

Действие контроля должно осуществляться на каждом этапе выполнения вычислительного приёма. Только тогда, можно всегда производить контроль при выполнении учебных действий [32]. Таким образом, это позволит своевременно заметить ошибки при выполнении заданий и успеть вовремя их предотвратить.

Раскроем суть вычислительного приёма. Например, нужно произвести сложение чисел 7 и 4 ($7+4$). Приём вычисления для этого случая включает в себя ряд операций:

1. Заменить числа 4 суммой удобных слагаемых 3 и 1.
2. Прибавить к числу 7 слагаемое 3.
3. Прибавить к полученному результату, к числу 10, слагаемое.

Здесь выбор операций и порядок их выполнения определяется соответствующей теоретической основой приёма – применением свойства прибавления к числу суммы (сочетательное свойство): заменить число 4 суммой удобных слагаемых, потом прибавить к числу 7 поочерёдно каждое слагаемое. Кроме того, здесь используются и другие знания, например, при выполнении первой операции используется знание состава чисел первого десятка: $10=7+3$ и $4=3+1$.

Поэтому, можно отметить, что приём вычисления над этими числами складывается из ряда последовательных операций. При выполнении этих операций, обучающийся приходит к тому, что находит результат требуемого арифметического действия над этими числами; причём выбор операций в каждом приёме определяется теми теоретическими положениями, которые используются в качестве теоретической основы.

В большинстве случаев уже в начальных классах для нахождения результата арифметического действия можно использовать в качестве теоретической основы многообразные теоретические положения, которые приводят к различным приёмам вычислений [37].

Приведём пример:

1. $12 \cdot 8 = 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 96$.
2. $12 \cdot 8 = (10 + 2) \cdot 8 = 10 \cdot 8 + 2 \cdot 8 = 96$.
3. $12 \cdot 8 = 12 \cdot (4 \cdot 2) = (12 \cdot 4) \cdot 2 = 96$.

Определённый смысл действия умножения, который составляет первый из приведённых приёмов, являющийся теоретической основой для выбора операций; теоретической основой второго приёма – это свойство

умножения суммы на число, а третьего приёма – свойство умножения числа на произведение [22].

Операции, которые составляют приём вычисления, имеют различный характер. Большая часть которых сами являются арифметическими действиями. Эти операции играют большую роль в процессе осваивания вычислительных приёмов. Так как выполнение приёма в свёрнутом виде приводит к тому, что выделяются и выполняются именно те операции, которые называются арифметические действия.

Следовательно, операции, являющиеся арифметическими действиями, можно считать основными [27]. Например, для случая $14 \cdot 6$ основными будут операции: $10 \cdot 6 = 60$, $4 \cdot 6 = 24$, $60 + 24 = 84$. Остальные операции являются вспомогательными. Число операций, которые составляют прием, определяется сначала тем, что выбирают теоретическую основу вычислительного приёма.

Например, выполняя сложение чисел 65 и 35 ($65 + 35$) теоретической основой может выступать свойство прибавления суммы к числу. Поэтому в этот приём включены будут три операции, при выполнении которых необходимо выполнить следующие действия:

1. Заменить число 35 суммой разрядных слагаемых 30 и 5.
2. Прибавить к числу 65 слагаемое 30 и прибавить к результату, к 95, слагаемое 5.

Если же теоретической основой будет выступать свойство прибавления суммы к сумме, то в этот прием для того же случая будут включены пять операций, при выполнении которых необходимо выполнить следующие действия:

1. Заменить число 65 суммой разрядных слагаемых 60 и 5.
2. Заменить число 35 суммой разрядных слагаемых 30 и 5.
3. Сложить числа 6 и 5.
4. Сложить полученные результаты 60 и 11.

Количество операций зависит ещё от чисел, над которыми проводятся арифметические действия. Число операций, которые надо выполнять для того, чтобы найти результат арифметического действия, может сокращаться по мере овладения приемом [32]. Например, для случаев вида $8+2$, который включается в начальную стадию формирования навыка, ученик должен выполнить три операции:

1. Заменить число 2 суммой 1 и 1.
2. Прибавить число 1 к 8.
3. Прибавить число 1 к результату, к 9.

Однако, после заучивания учеников таблицы сложения, он может выполнять одну операцию, то есть сразу выполнить сложением чисел 8 и 2, т.к. мысленно он уже связывает эти числа с числом 10. Как мы можем заметить, в данной случае прием плавно перетекает в другой.

Программы, которые функционируют в настоящее время, предусматривают изучение арифметических действий и формирование вычислительных навыков на сознательном использовании приёмов вычислений, творческого подхода к усвоению. Это становится допустимым потому что в программу введено то, что знакомятся с наиболее значимыми свойствами арифметических действий и вытекающими из них следствиями [16].

Известно, что теоретической основой вычислительных приемов являются определения арифметических действий, а также свойства действий и следствия, которые исходят из них. Если опираться на методический аспект, можно отметить группы приемов согласно с их общей теоретической основой, которая предусмотрена программой по математике для начальных классов, которая действует на данный момент [9]. Это помогает при использовании общих подходов к методике формирования соответствующих навыков. Мы выделим эти группы приёмов:

1. Приемы, теоретической основой которых является определённый смысл арифметических действий.

К ним относятся: приемы сложения и вычитания чисел в пределах 10 для случая, $a \pm 2$, $a \pm 3$, $a \pm 4$, $a \pm 0$; приемы табличного сложения и вычитания с переходом через 10 в пределах 20; прием нахождения табличных результатов умножения, прием нахождения результатов деления (только на начальной стадии) и деления с остатком, прием умножения 1 и 0. Это первые приемы вычисления, которые применяются после того, как обучающиеся познакомились со смыслом арифметических действий.

Несмотря на то, что в основе некоторых из перечисленных приёмов и находятся свойства арифметических действий, всё равно эти свойства обучающимися не раскрываются. Приёмы, которые мы назвали применяются на основании того, что происходит выполнение операций над множествами.

2. Приемы, в которых теоретической основой выступают свойства арифметических действий.

К данной группе относится большая часть вычислительных приемов. Это приемы сложения и вычитания для случаев вида $2+8$, 54 ± 20 , 27 ± 3 , 40 ± 6 , 45 ± 7 , 50 ± 23 , 67 ± 32 , 74 ± 18 ; идентичные приёмы для случаев сложения и вычитания чисел больше или меньше 100, так же приёмы письменного сложения и вычитания; приёмы умножения и деления для случаев вида $14 \cdot 5$, $5 \cdot 14$, $81:3$, $18 \cdot 40$, $180:20$, идентичные приёмы умножения и деления.

3. Приёмы, теоретической основой которых является связь между компонентами и результатами арифметических действий.

К ним относятся приёмы для случаев $21:3$, $60:20$, $54:18$, $9:1$, $0:6$. При применении этих приёмов сначала нужно раскрыть связь между компонентами и результатом арифметического действия. После чего на основе этого можно рассматривать вычислительный приём.

4. Приёмы, теоретической основой которых является изменение результатов арифметических действий в зависимости от изменения одного из компонентов.

5. Приёмы округления при выполнении сложения и вычитания чисел ($46+19$, $512-202$), приёмы умножения и деления на 0. При изучении этих приёмов стоит отметить необходимость в том, чтобы внимательно изучить соответствующие зависимости.

6. Приёмы, теоретической основой которых являются вопросы нумерации чисел.

Это случаи вида $a \pm 1$, $16 \cdot 10$, $16 \cdot 6$, $57 \cdot 10$, $1200 : 100$, частные приёмы для больших чисел. Знакомство с этими приёмами возможно только после того, как обучающиеся изучат вопросы нумерации (натуральной последовательности, десятичного состава чисел, позиции принципа записи чисел).

7. Приёмы, теоретической основой которых являются правила.

Это приёмы для 2-х случаев: $a \cdot 0$, $a \cdot 1$. Так как правила умножения на единицу и на ноль есть следствие из определения действия целых неотрицательных чисел, то они просто сообщаются обучающимся и в соответствии с ними выполняются вычисления [2].

Эту классификацию мы представим в виде таблицы классификации вычислительных приёмов по общности теоретической основы. Все вычислительные приёмы строятся на теоретической основе, мы показали это в таблице 2.

В каждом случае обучающиеся начинают осознавать сам факт того, как используются теоретические положения, которые лежат в основе вычислительных приёмов.

Совокупность подходов к раскрытию вычислительных приёмов каждой группы – залог овладения обучающимися обобщенными вычислительными умениями [5].

Таблица 2 – Классификация вычислительных приёмов по общности теоретической основы

Теоретическая основа	Группа вычислительных приёмов		
	Устная		Письменная
	Табличная	Внетабличная	
1. Конкретный смысл арифметических действий	$a \pm 2,3,4$; $18:6$; и так далее.	$54+2$; $54+20$; $27+3$; $14 \cdot 4$; $81:3$; $120:45$; $18 \cdot 40$ и так далее.	
2. Законы и свойства арифметических действий	$a+5,6,7,8,9$ и так далее.		$49+23$; $90-36$ и так далее.
3. Связи между компонентами и результатами арифметических действий	$a-5,6,7,8,9$; $21:3$ и так далее.	$9-7$; $60:3$; $54:18$ и так далее.	Письменные приёмы деления и умножения.
4. Изменение результатов арифметических действий		$46+19$; $25 \cdot 5$; $300:50$ и так далее.	$512-298$ и так далее.
5. Вопросы нумерации чисел	$a \pm 1$	$10+6$; $16-10$; $1200:100$; $40+20$ и так далее.	Письменные приёмы деления и умножения.
6. Правила	$a \pm 0$	$a \cdot 1$; $a:1$; $a \cdot 0$; $0:a$, $a:0$	

В системе, которая принята в настоящее время по изучению арифметических действий планируется такой порядок введения приёмов, при котором происходит постепенный ввод, которые охватывают большее число операций. А приёмы, с которые усвоили ранее включаются в качестве важных операций в новые приёмы [12].

Например, во время сложения и вычитания в пределах 10, в первую очередь начинают вводить приёмы для случаев вида $a \pm 1$. После того как прошло успешное изучение этих приёмов и выработались соответствующие навыки, начинают вводить приёмы для случаев вида $a \pm 2$, включающие в качестве операций случаи $a \pm 1$ и так далее [15].

Как мы видим, при выполнении операций, которые составляют новый приём, обучающийся не только получает успешное усвоение этого

приёма, а также и плавно улучшает навыки вычислений ранее рассмотренных случаев. Благодаря такой системе включения приёмов у обучающихся лучше будут вырабатываться прочные навыки.

В процессе работы стоит необходимость в том, чтобы предвидеть ряд сведений.

На 1 стадии происходит закрепление знания, то есть обучающиеся сами выполняют все операции, которые составляют приём, проговаривая вслух выполнение каждого действия и заодно делают развёрнутую запись. Таким образом, здесь обучающиеся сами выполняют то же, что на предыдущем этапе выполнили под руководством учителя. Проводя развёрнутое объяснение и делая подробную запись, обучающиеся осознанно усваивают выполняемый приём.

На 2 стадии выполнение необходимых операций немного сокращается: обучающиеся про себя выделяют и выполняют все операции, и обосновывают выбор и порядок выполнения основных операций.

На 3 стадии происходит полное сокращение выполнения операций, то есть обучающиеся про себя выделяют и выполняют все операции, таким образом, происходит сокращение основных операций.

На 4 стадии полностью сокращается выполнение операций. То есть обучающиеся делают все операции в сокращённом виде, как можно быстрее [41]. Отсюда следует, что они уже начинают владеть вычислительными навыками. Добиться этого можно с помощью регулярно выполнения тренировочных упражнений в достаточном количестве.

Основную роль на стадиях формирования вычислительного навыка играют упражнения на применение вычислительных приёмов. Содержание которых должно подчиняться целям, которые задаются на соответствующих стадиях [42]. Желательно, чтобы они были разнообразными не только по числовым данным, но ещё и по форме. При этом важно предусмотреть аналогию в приёмах. В соответствии с этим

можно предлагать упражнения на сравнение приёмов, сходных в том или ином отношении.

Знакомство с материалом по арифметическим действиям происходит по концентрам. В каждый следующий концентр включаются новые вопросы. Вместе с тем развиваются те вопросы, которые рассмотрели в предыдущих концентрах [35]. Для того, чтобы начать изучать сложение и вычитание в пределах 10, можно мы можем следовать данному плану:

1. Подготовительный этап.

На этом этапе нужно раскрыть смысл действий сложения и вычитания, записать и прочитать примеры, рассмотреть случаи прибавить и вычесть 1, нахождения результатов которых происходит на основе полученных знаний о натуральной последовательности чисел; изучить приёмы присчитывания и отсчитывания по одному и группами для таких случаев как прибавление и вычитание 2, 3, 4; изучить приема перестановки слагаемых для таких случаев как прибавления 5, 6, 7, 8, 9; изучить приёмы вычитания, которые основываются на связи сложения и вычитания для таких случаев как вычесть 5, 6, 7, 8, 9. Так же начинают изучение переместительного свойства сложения. В первоначальном обучении математике прием сложения однозначных чисел с переходом через десяток содержит в себе данные операции: выполнение первой операции, связанной с дополнением большего слагаемого до 10; выполнение второй операции, связанной с пониманием обучающихся о смысле действий сложения и вычитания и с усвоением ими состава однозначных чисел; выполнение третьей операции связано с тем, что прибавляют к числу 10 единицы второго слагаемого, которые остались [37].

Для овладения в полной степени этим приёмом, перед детьми появляется необходимость того, что требуется хорошее усвоение каждого числа в пределах 10 и состава двухзначного числа из десятков и единиц.

Данный приём мы можем представить в виде тождественных преобразований: $7+4=7+(3+1) = (7+3) +1=10+1=11$, в ходе выполнения этих

преобразований применяется сочетательное свойство сложения или правило прибавления суммы к числу. Так же, можно использовать и другие формы записей. Например, $7+4=11$, где 4 это 3 и 1, то есть $7+3+1=11$.

Обучающиеся, которые могут пользоваться вычислительным приёмом, могут составить таблицу сложения в пределах 20.

Чтобы выполнить вычитание однозначного числа из двузначного (в пределах 20, с переходом через десяток) применяются два вычислительных приема: в основе первого приёма лежит понятие о взаимосвязи суммы и слагаемых, и знание таблицы сложения в пределах 20; второй прием называется отсчитыванием по частям.

Во время того, когда происходит знакомство с процессом изучения табличного умножения и деления, можно выделить два этапа:

- 1) формирования знаний о самих действиях умножения и деления;
- 2) усвоения обучающимися таблиц умножения и соответствующих случаев деления [32].

Знакомство с письменными приёмами сложения и вычитания играет большую роль:

1. Благодаря знакомству с этими приёмами происходит закрепление и окончательная отработка знаний табличных случаев сложения и умножения.

2. Рассуждения, проводимые во время выполнения письменных вычислений, находятся в тесной связи с применением знаний нумерации и благодаря им, дети лучше усваивают особенности десятичной системы счисления.

3. После того, как дети усвоят алгоритмы письменного сложения и вычитания, они смогут успешно владеть умениями в выполнении этих действий при сложении и вычитании [37].

Выполняя действия сложения и вычитания многозначных чисел, у обучающихся должен быть заложен алгоритм сложения и вычитания, в котором обозначены только основные моменты:

1. Второе слагаемое, то есть вычитаемое, необходимо записать под первым слагаемым (уменьшаемым) так, чтобы разряд соответствовал разряду, находясь друг под другом.

2. Действие сложения и вычитания необходимо выполнять с низшего разряда, то есть начинать складывать или вычитать нужно в первую очередь единицы.

Остальные операции, которые входят в алгоритмы, либо рассматриваются на определённых примерах, либо школьники их осознают тогда, когда выполняют специально подобранные упражнения [33].

После того, когда заканчивается изучение табличных случаев и устных приемов арифметических действий, у обучающихся происходит переход на изучение письменных приёмов арифметических действий [33].

Изучать письменные приёмы сложения и вычитания в концентре «Сотня», потом происходит изучение в концентре «Тысяча». Своё внимание обучающие должны на каждом частном случае сложения и вычитания. В первую очередь ребята начинают выполнять сложение и вычитание без перехода через разряд. После этого происходит рассмотрение случаев, когда при выполнении сложения разрядных единиц получается число, равное 10 единицам, или при выполнении сложения разрядных десятков – число, равное 10 десяткам. Потом начинают изучать случаи, когда во время разрядных десятков получают число, которое больше 10 десятков. После чего обзрывают случаи, когда при выполнении сложения разрядных единиц число, большее 10 единиц, и при сложении десятков – большее 10 десятков [36].

Отсюда следует, что таким же образом, не нарушая последовательность, можно рассматривать абсолютно разные случаи

вычитания. Тема «Сложение и вычитание многозначных чисел» начинается с установки: «Письменное сложение и вычитание многозначных чисел выполняется так же, как сложение и вычитание трехзначных чисел».

Приемы умножения и деления чисел вводят, чередуя между собой, при этом можно выделить три этапа:

- 1) 1 этап – выполнение умножения и деления на однозначное число;
- 2) 2 этап – выполнение умножения и деления на разрядные числа;
- 3) 3 этап – выполнение умножения и деления на двузначные, трехзначные, многозначные числа.

На каждом этапе, которые представлены нами выше, сначала изучают умножение, а потом деление. Такой порядок изучения умножения и деления чисел создает благоприятные условия для усвоения, как особенностей каждого действия, так и существующих связей между умножением и делением.

Одним из показателей, который указывает на то, что вычислительный приём сформирован можно выделить контроль. Без умения производить осознанный контроль над выполняемыми операциями, сформировать вычислительный навык на более высоком уровне будет сложнее. Можно заметить, что умение производить контроль себя в процессе формирования вычислительного навыка требует от обучающегося полноценного, осмысленного, обобщённого и самостоятельного овладения всеми операциями, которые определяют процесс выполнения вычислительного приёма [29].

Во время обучения между учителем и обучающимся происходит взаимодействие друг с другом и благодаря этому происходит решение задач образования, воспитания и развития. К главным структурным компонентам, которые раскрывают сущность вычислительного приёма относят цели обучения, содержание, деятельность преподавания и учения, характер их взаимодействия, принципы, методы, формы обучения [6].

В традиционном обучении содержание представлено в основном знанием предмета, умениями, навыками. Уровень, на котором они изучены, может быть использован для определения успешности обучения. Репродуктивный уровень представления образовательного контента в учебниках так же ясен: это определённые правила и определения, которые необходимо выучить, огромное количество тренировочных упражнений, выполняемые для закрепления, наличие образцов выполнения учебных заданий, которые ведут к однообразности его выполнения – это концентрический принцип структурирования учебного содержания, где изложение идёт от простого к сложному, от более лёгкого к сложному [34].

По мнению Г.А. Цукерман, взаимоотношения учителя и обучающихся в традиционном обучении характеризуются как исполнительские, которые основаны по подражанию ребёнка учителю. Учитель – носитель совершенных образцов, а ребёнок как более или менее успешный имитатор действий взрослого: «Я делаю вслед за учителем. Я делаю сам, как учитель».

Традиционное обучение характеризуется тем, что на уроках в классе между детьми отсутствуют учебные отношения, это говорит о том, что на уроках преобладает фронтальная работа, при которой обучающиеся находятся во взаимодействии с учителем.

В программе по математике В.Н. Рудницкой существенно изменено содержание учительской деятельности в развитии образования [34].

Главной задачей учителя является организация совместного поиска решения, возникшей перед ними проблемы. Учитель начинает играть как бы режиссёра в постановке пьесы, который организовывается в классе, и которая отвечает всем требованиям ФГОС НОО.

По мнению И.С. Якиманской, в условиях развивающего обучения обучающиеся учатся самостоятельно приобретать знания и способы действия, перестраивают приобретённые ранее знания, осуществляют широкий перенос усвоенного для решения новых учебных и практических

задач, то есть выполняют в основном не воспроизводящую, а преобразующую деятельность. Технологии развития содержат специальные методы, которые вовлекают детей в коллективный поиск, таких как: специально создающиеся проблемные ситуации, ситуации учебного споры, методы решения учебных задач.

Например, при формировании вычислительных приемов в традиционной методике раскрывается и анализируется позиция: делай то, что тебе предлагают, для того, чтобы научиться делать это быстро и правильно. Этот способ, предполагающий сообщение обучающимся образца, алгоритма выполнения операций, на основе которого обучающиеся неоднократно её выполняют. В результате этой деятельности происходит достижение в запоминании предложенного алгоритма и начинает вырабатываться запланированный навык.

В методике преподавания математике В.Н. Рудницкой стоит другая позиция: нужно сделать это, чтобы добиться прогресса в решении математической проблемы, с которой мы сталкиваемся или обнаружить такую проблему [34].

Таким образом, применяется такой пусть формирования умения, который предполагает то, что обучающиеся будут включены в продуктивную творческую деятельность. В первую очередь появляется необходимость осознания того, что предложенный путь будет длинным, потому что система не предполагает быстрого усвоения формирования вычислительных навыков, так как на это отводится больше времени. Такое осознание является длительным процессом, организация которого возможно только в том случае, если умение ещё не сформировано. Однако, если умение уже сформировалось, то никакого плодотворного возврата к осознанию его источника не может быть для подавляющего большинства людей. У детей никогда не будет осознания того, для чего надо размышлять о том, что ты уже делаешь просто автоматически и не задумываясь об этом [34].

Ещё одна особенность – отказаться от динамичного использования механической памяти во время запоминания таких значительных основ овладения вычислительными умениями, как таблицы сложения и умножения. В системе основ запоминания этих таблиц существует долгая и энергичная деятельность, требующая постоянного обращения к ним. Именно эта функция определяет то, что каждый обучающийся вправе открыто использовать таблицы в качестве справочного материала столько, сколько ему это необходимо [48].

При таком подходе, осуществляющем формирование вычислительных приёмов дети осваивают крепкие и осмысленные умения, чтобы выполнять математические действия. Только в том случае, если эта цель достигнута, нужно переходить к увеличению скорости по выполнению вычислений.

Гармоничное сочетание осмысления основ выполнения действий и формирование вычислительных приёмов приводит к тому, что материал для работы над вычислительными навыками воплощается самими детьми, а не предоставляется им в готовом виде [42]. С этой целью преподаватель должен систематически использовать задания, которые направлены на овладение вычислительных приёмов и поочерёдно осуществлять различные виды деятельности, где будут отсутствовать одинаковые тренировочные задания.

Выводы по главе 1

Проанализировав психолого-педагогическую и методико-математическую литературы по обучению математики младших школьников, мы пришли к выводу о том, что, при выборе разнообразных способов организации вычислительной деятельности, перед учителем стоит необходимость в том, чтобы сделать выбор в пользу обучающих заданий, которые способствуют формированию интереса к изучению

математике, ориентироваться на развивающий характер работы, ставить в приоритет индивидуальные особенности ребёнка.

Изучение и усвоение арифметических действий – это неотъемлемая часть обучения математике. Знания арифметических действий, их компоненты в терминологии относятся к основным требованиям программы математики начальной школы. Вся остальная математика, её основные понятия и программный материал, фактически основаны на знании арифметических операций и их свойствах. Все четыре арифметических действия должны крепко закрепиться в сознании детей с теми определёнными задачами, которые требуют его применения. Смысл действий раскрывается в основном на основе практических действий с множествами предметов и на основе подходящих текстовых задач. Исходя из этого дети понимают отношения между компонентами и результатами действий, связи между действиями, свойства рассматриваемых действий и изученные математические отношения.

Вычислительные задания должны выражаться вариативностью формулировок, многозначностью решений, раскрытию различных закономерностей и зависимостей. В процессе обучения учитель регулярно применяет задания, направленные на усвоение вычислительных приемов [15].

На сегодняшний день учитель может и должен организовать работу по формированию вычислительных приемов у младших школьников. Это нужно сделать таким образом, чтобы способствовать улучшению формирования у младших школьников умения выполнять арифметические действия с числами. Для этого необходимо, чтобы учитель использовал разнообразный наглядный материал, который помогает лучше усвоить тему урока. Учителям начальных классов необходимо целенаправленно проводить работу по формированию свойств арифметических действий.

ГЛАВА 2. ОПЫТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ РАБОТА ПО ФОРМИРОВАНИЮ УМЕНИЯ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ ВЫПОЛНЯТЬ АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ С ЧИСЛАМИ

2.1 Изучение уровня сформированности вычислительных навыков у младших школьников при изучении законов и свойств арифметических действий

Основной задачей в курсе математики начальных классов является задача формирования вычислительных приёмов.

Программа по математике, которая действует в настоящее время предусматривает формирование вычислительных навыков на основе сознательного использования приемов вычислений. Благодаря тому, что в программу входит ознакомление с отдельными наиболее важными свойствами арифметических действий и вытекающими из них следствиями, появляется возможность сознательно использовать приёмы вычислений. Такой подход к формированию вычислительных навыков был доказан в школьной практике [1].

Для того, чтобы подтвердить выдвинутую нами гипотезу и выполнить соответствующие задачи, которые мы провели экспериментальную работу. Её основная задача заключалась в определении уровня сформированности у младших школьников выполнять арифметические действия с числами и в повышении уровня сформированности вычислительных приемов, познавательного интереса к урокам математики. Это мы сделали с помощью того, что разработали собственную программу, которая способствует формированию и развитию вычислительных приемов, повышению познавательного интереса к уроку математики.

Опытно-экспериментальная работа проводилась в МАОУ СОШ №30 г. Челябинска, в 4 «Б» классе, система «Планета знаний». В ней принимали

участие 10 человек. Эта работа была проведена в три этапа: констатирующий, формирующий и контрольный.

Первым этапом являлся констатирующий этап эксперимента.

Целью констатирующего этапа является определение уровня сформированности вычислительных навыков у обучающихся младших классов.

Задачи этапа:

1. Определить критерии и показатели уровня сформированности вычислительных навыков у младших школьников.
2. Разработать задания по улучшению у младших школьников умения выполнять арифметические действия с числами.
3. Провести наблюдение за обучающимися, реализуя разработанные задания.
4. Провести анализ полученных данных.

Мы проводили наблюдение за работой обучающихся на уроках математики. В классе есть обучающиеся, отличающиеся от других высокой работоспособностью, активностью на уроках, есть ученики, которые средне активны на уроках, редко принимающие участие в обсуждениях новых тем, в решении задач и так далее. Так же, в классе имеются дети, которые вообще не участвуют в коллективной работе, не поднимают руку, чтобы ответить на вопросы.

Наблюдение за работой обучающихся на уроках математике. Критериями являлись: активность во время работы на уроке, быстрая реакция, произнесение верных ответов, стремление к тому, чтобы достичь положительный результат.

В графу «активен» мы заносили результаты тех учеников, которые на протяжении всего урока работали, давали верные и быстрые ответы.

В графу «средне активны» мы заносили результаты учеников, работающими только над теми заданиями, которые были для них легче и

увлекательнее, чем другие. Ребята редко поднимали руку, чтобы ответить и их ответ не всегда был правильным.

В графу «пассивен» мы заносили результаты учеников, которые отвлекались, не поднимали руку для ответа, не были настроены на плодотворную работу на уроке, неверно давали ответы на вопросы.

Данные о результатах наблюдения занесены в таблицу (таблица 3) и представлены на диаграмме (рисунок 2).

Таблица 3 – Результаты наблюдения за работой

Имя	Критерий		
	Активен	Средне активен	Пассивен
Всеволод	+		
Максим			+
Диана	+		
Ульяна		+	
Леонид		+	
Матвей		+	
Родион		+	
Маша	+		
Матвей			+
Вика		+	



Рисунок 2 – Диаграмма активности обучающихся

Таким образом, в проведённом нами исследовании участвовало 10 человек, в ходе которого мы установили, что 20 % обучающихся не проявляют интереса, 50 % проявляют неполный интерес в разнообразных видах деятельности и 30 % ведут активное участие в работе на уроках математике.

Чтобы выявить у младших школьников интерес к уроку математики, мы провели анкетирование у обучающихся.

Нами была предложена анкета для учеников. Её результаты представлены в таблице (Таблица 4).

1. Какой предмет в школе тебе нравится больше, чем другие?
2. Какие задания ты любишь выполнять на уроках математики?
(решать выражения, задачи, устные упражнения, никакие)
3. Тебе удаётся быстрее выполнять решения устно или письменно?
4. Тебе нравится устный счёт?
5. Тебе больше всего нравится выполнение заданий по окружающему миру, математики или по русскому языку?
6. На какой урок ты можешь прийти с опозданием?

Таблица 4 – Выявление интереса к урокам математики

Имя	Номер вопроса					
	1 вопрос	2 вопрос	3 вопрос	4 вопрос	5 вопрос	6 вопрос
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
Всеволод	математика	задачи	письменно	да	математика	чтение
Максим	чтение	примеры	письменно	нет	чтение	математика
Диана	математика	выражения	письменно	да	математика	русс язык
Ульяна	математика	примеры	письменно	нет	математика	чтение
Леонид	математика	выражения	письменно	да	математика	чтение
Матвей	окружающий мир	примеры	письменно	нет	чтение	математика
Родион	математика	примеры	письменно	да	математика	русский язык
Маша	математика	задачи	письменно	да	математика	чтение

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7
Матвей	чтение	никакие	письменно	нет	чтение	русский язык
Вика	чтение	примеры	письменно	да	чтение	русский язык

Проведя анализ анкет, мы увидели, что многие обучающиеся считают урок математики любимым предметом, а выполнять математические выражения предпочитают письменно.

Следующим констатирующего этапа нашего эксперимента является контрольная работа.

Контрольная работа №1.

1. Найди значение выражения: $19990+36876:4-1006\cdot5$.

Задание будет считаться правильно выполненным, если: порядок действий при выполнении расставлен правильно, не было допущено вычислительных ошибок.

2. За 3ч самолет пролетел 2850 км с одной и той же скоростью. После чего его скорость уменьшилась на 150 км/ч. С какой скоростью самолет пролетел оставшийся путь?

Задача выполнена верно, если: в обосновании решения нет ошибок и не было допущено вычислительных ошибок.

3. Реши уравнение: $7\cdot x=21700$.

Уравнение будет являться правильно выполненным в том случае, если: обучающиеся знают правило, как найти неизвестный компонент, в решении не было допущено вычислительных ошибок.

4. Сколько секунд составляют 7мин 5сек?

Задание выполнено правильно, если: верно выполнен перевод единиц измерения времени.

Характеристика отметки:

1. Оценка «5» ставится в том случае, если уровень выполнения требований существенно выше удовлетворительного. То есть не было

допущено ошибок как по текущему, так и материалу, который изучался ранее; в работе может быть не более одного недочета; в работе должна присутствовать логичность и полнота изложения.

2. Оценка «4» ставится в том случае, если уровень выполнения требований выше удовлетворительного, то есть был использован дополнительный материал, в раскрытии вопроса присутствовала логичность и полнота ответа, допускается наличие одной ошибки или трех-четырех недочетов по текущему материалу, два-три недочета по материалу, который изучался ранее; незначительные нарушения логики изложения материала.

3. Оценка «3» ставится в том случае, если в работе весьма наименьший уровень выполнения требований, которые предъявляются в определённой работе, допущено две-три ошибки или пять-шесть недочетов по текущему материалу; одна ошибка и два-три недочета по материалу, который изучался ранее.

4. Оценка «2» ставится в том случае, если уровень выполнения поставленных требований ниже чем удовлетворительно, то есть в работе имеется много ошибок как по текущему, так и по материалу, который изучался ранее; отсутствует логика, неполный ответ или вообще не раскрыт обсуждаемый вопрос, отсутствует аргументация либо допущены ошибки в аргументировании.

Результаты контрольной работы мы разместили в таблице. (Таблица 5)

Таблица 5 – Результаты контрольной работы №1

Имя	Номер задания				
	1 задание	2 задание	3 задание	4 задание	Оценка
<i>I</i>	2	3	4	5	6
Всеволод	+	+	+	-	4
Максим	-	+	-	+	3
Диана	-	-	+	-	2
Ульяна	+	+	+	+	5

Продолжение таблицы 5

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
Леонид	+	+	+	+	5
Матвей	-	-	-	-	2
Родион	-	+	+	+	4
Маша	-	+	-	-	3
Матвей	-	+	+	+	4
Вика	-	-	-	-	2

- «5» – 2 человека – 20 %,
- «4» – 3 человека – 30 %,
- «3» – 2 человека – 20 %,
- «2» – 3 человека – 30 %.

Рассмотрев результаты контрольной работы № 1, мы сделали вывод о том, что в целом ученики класса не в полной мере владеют навыками сложения и вычитания. Они старались, как можно точнее выполнять заданные примеры, и делали это осознанно.

Выше представленные данные указывают нам на то, что необходимо провести коррекцию уровня сформированности вычислительных навыков у обучающихся.

2.2 Экспериментальная работа по формированию у младших школьников умения выполнять арифметические действия с числами

Следующим этапом в экспериментальной работе был формирующий этап эксперимента. Для того, чтобы повысить уровень сформированности вычислительных приёмов у младших школьников мы подобрали различные виды упражнений для устных и письменных вычислений, способствующие формированию и развитию вычислительных приемов, повышению познавательного интереса к уроку математики. И провели данные виды устных и письменных заданий в экспериментальном классе.

На основе вышеперечисленных особенностей данного класса, с учетом содержания курса математики и возрастных особенностей обучающихся нами были представлены следующие виды упражнений для письменных и устных вычислений:

- 1) нахождение значения математических выражений;
- 2) сравнение математических выражений;
- 3) решение задач.

Мы провели уроки, с использованием этих видов упражнений. Разработанная нами система представляет собой задания по формированию вычислительных приемов у детей младшего школьного возраста в процессе обучения математике.

Система – нечто целое, представляющее собой единство закономерно расположенных и находящихся во взаимной связи частей [28].

Задания, направленные на формирование письменных вычислительных приёмов.

При решении заданий 1-4 необходимо пользоваться приемом рациональных вычислений (использование свойств сложения, умножения).

Задание 1. Закончи запись и подумай, когда легче решить пример:

1. $(400+50)+3 = 400 + \dots (\dots) = .$
2. $(400+3)+300 = (400+300) + \dots = .$
3. $(500+10)+90 = 500+(\dots) = .$
4. $(700+80)+100 = (700+\dots) = .$

Задание 2. Выполни вычисления, придумав свой способ решения (сделай подробную запись):

1. $347+59$ $426-229=.$

Задание 3. Реши самым удобным способом:

1. $260+330+4=.$
2. $270-(20+7)=.$
3. $680+(200+50)=.$

4. $340-(40+50)=$.

Задание 4. Продолжи и объясни приём вычисления:

1. $14 \cdot 30 = 14 \cdot (3 \cdot 10) =$.

2. $15 \cdot 12 = 15 \cdot (4 \cdot 3) =$.

При решении заданий 5-7 необходимо использовать прием письменного сложения и вычитания, умножения и деления многозначных чисел.

Задание 5. Вычисли и объясни, какие правила о порядке выполнения арифметических действий использованы:

1. $480+180+20+60=$.

2. $(64+360-(73-40) +700=$.

3. $500-(400-240) +40=$.

4. $100-(90-24+16) +18=$.

Задание 6. Вычисли:

1. $124 \cdot 360=$.

2. $207 \cdot 312=$.

3. $627 \cdot 260=$.

4. $321 \cdot 217=$.

5. $432 \cdot 78=$.

6. $210 \cdot 364=$.

7. $1054:2=$.

8. $86372:4=$.

Задание 7. Расставь правильно порядок выполнения действий и найди значение выражения:

1. $(45576:27-1600) \cdot 251+49=$.

2. $(105 \cdot 24+480):150 \cdot 20=$.

3. $44 \cdot 56+500 \cdot (94050:9-10340)=$.

Задания для формирования устных вычислительных приемов помогут способствовать формированию вычислительных приёмов, а также повысить у младших школьников познавательный интерес к урокам

математике. Задания, которые представлены в занимательной форме более доступны и привлекательны для младших школьников. Обучающиеся незаметно для себя выполняют большее число арифметических действий и упражняются в устных вычислениях.

Устные упражнения мы проводили в начале урока, т.к. они способствуют активизации внимания детей и помогают подготовить их к усвоению нового материала. Так же, можно проводить устные упражнения и в конце урока. Таким образом закрепляя изученный материал.

Первой категорией являлись блиц ответы на вопросы.

1. На какое одно и то же число делятся без остатка следующие пары чисел: 6 и 24, 15 и 45, 18 и 54.

2. Назови число, меньше числа 77 в 7 раз.

3. Назови число, больше числа 8 в 3 раза.

4. Найдите третью часть от числа 33.

5. Найдите половину от числа 36.

6. Во сколько раз число 12 больше или меньше каждого из чисел: 3, 4, 48, 24.

7. Во сколько раз увеличится число 6, если к нему приписать слева число 3.

Второй категорией являлись задачи в стихах на внетабличное умножение:

На птичьем дворе Гусей дети кормили.

Целыми семьями их выводили.

Всего было 5 гусиных семей.

В каждой семье по 12 детей.

Папа и мама, и бабушка с дедом.

Сколько гусей собралось за обедом?

Дети отлично справлялись с предложенными заданиями. При выполнении этих заданий, важным моментом было то, что они были

направлены на формирование осознанных вычислительных приёмов, умений и навыков.

2.3 Анализ экспериментальной работы по формированию у младших школьников умения выполнять арифметические действия с числами

В предыдущем параграфе мы представили и провели в экспериментальном классе разработанную нами систему заданий по формированию вычислительных приёмов у детей младшего школьного возраста в процессе обучения математике. Теперь проведём контрольный этап эксперимента.

Целью нашего контрольного эксперимента было то, чтобы выявить повысился ли уровень сформированности вычислительных приёмов или остался прежним. А также проследить, как это отразилось на степени усвоения вычислительных приёмов.

В качестве контрольного эксперимента мы использовали контрольную работу, наблюдения и анкетирование, которое проводили в констатирующем эксперименте.

Контрольная работа №2.

Задание 1. Выполните деление:

1. $40992:6=$.

2. $3240:12=$.

3. $1638:126=$.

Задание 2. Реши уравнение:

1. $x+274=365 \cdot 12$.

Задание 3. В 45 одинаковых флягах 1125кг сметаны. Сколько сметаны в двух флягах?

Результаты, которые мы получили после проведения контрольного наблюдения и проверочной работы, зафиксированы нами в таблице (Таблица 6) и в диаграмме (Рисунок 3).

Таблица 6 – Результаты проведения контрольной работы №2

Имя	Номер задания				Оценка
	1 задание	2 задание	3 задание	4 задание	
Всеволод	+	+	+	+	5
Максим	+	+	-	-	3
Диана	-	+	+	+	4
Ульяна	+	+	+	+	5
Леонид	+	+	+	+	5
Матвей	+	+	-	-	3
Родион	+	+	-	+	4
Маша	+	+	+	-	4
Матвей	+	-	+	+	4
Вика	-	-	-	-	2

- «5» – 3 человека – 30 %,
- «4» – 4 человека – 40 %,
- «3» – 2 человека – 20 %,
- «2» – 1 человека – 10 %.

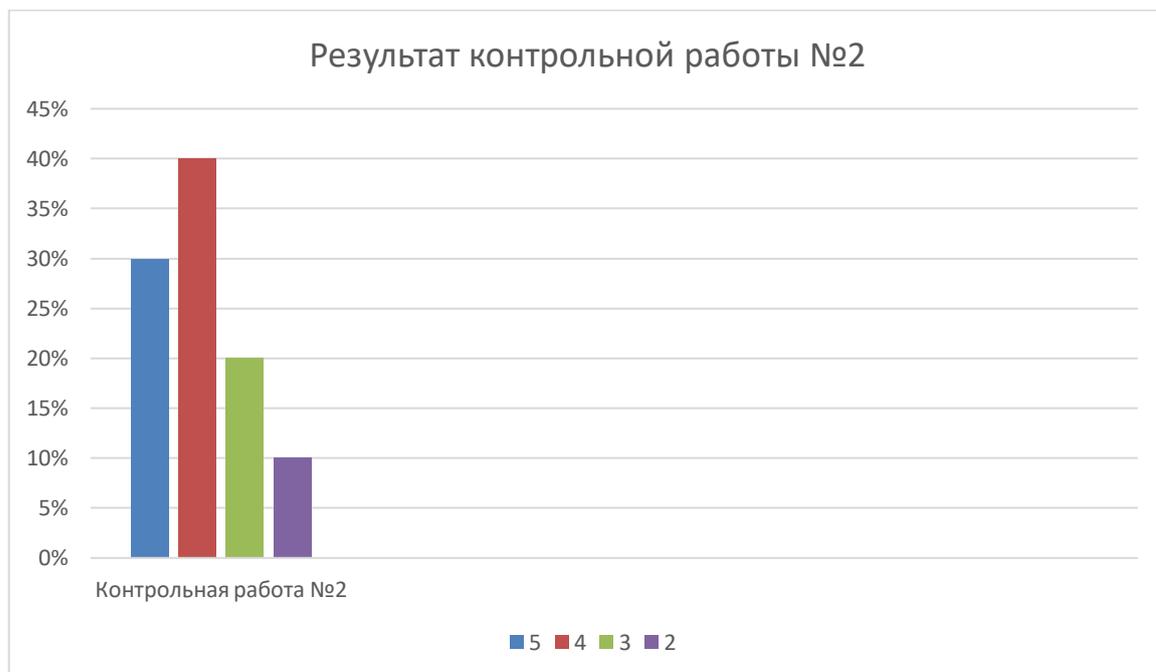


Рисунок 3 – Диаграмма результатов контрольной работы №2

Как мы видим по нашей диаграмме, что после проведённого эксперимента, результат контрольной работы у обучающихся 4 класса стал намного выше, благодаря тому, что мы регулярно использовали нашу разработанную систему по формированию умения выполнять арифметические действия с числами.

Отсюда следует, что система устных и письменных упражнений, которую мы разработали, дали хороший результат.

Благодаря устным упражнениям происходит нужное количество повторений на разнообразном материале, постоянно поддерживается, сохраняется положительное отношение к математическому заданию.

После проведенных уроков, на которых мы регулярно использовали разнообразный материал, мы провели повторное анкетирование, чтобы выявить у детей интерес к урокам математики.

Результаты проведённого нами анкетирования представлены в Таблице (Таблица 7).

Таблица 7 – Выявление интересов к урокам математики

Имя	Номер вопроса					
	1 вопрос	2 вопрос	3 вопрос	4 вопрос	5 вопрос	6 вопрос
Всеволод	математика	задачи	письменно	да	математика	чтение
Максим	чтение	примеры	устно	нет	чтение	математика
Диана	математика	выражения	письменно	да	математика	русский язык
Ульяна	математика	примеры	письменно	нет	математика	чтение
Леонид	математика	выражения	письменно	да	математика	чтение
Матвей	математика	примеры	письменно	нет	чтение	математика
Родион	математика	примеры	письменно	да	математика	русс язык
Маша	математика	задачи	письменно	да	математика	чтение
Матвей	чтение	примеры	устно	нет	математика	русский язык
Вика	чтение	примеры	письменно	да	математика	русс язык

В заключительном, контрольном эксперименте, мы можем наблюдать подтверждение того, что система заданий, которую мы разработали способствовала формированию умения выполнять арифметические действия с числами.

Нами представлена диаграмма сравнения качества знаний по 1 работе и по 2 работе (Рисунок 4).

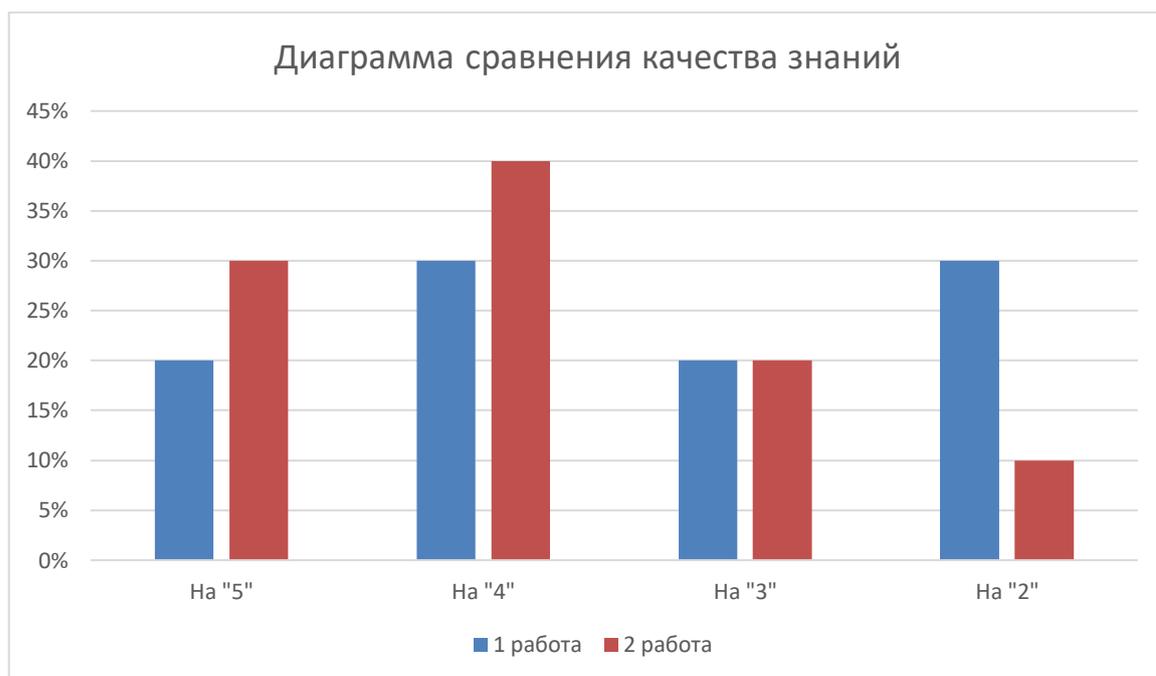


Рисунок 4 – Диаграмма сравнения качества знаний

После проведённой экспериментальной работы мы видим, что уровень сформированности знаний обучающихся при использовании законов и свойств арифметических действий сложения, вычитания, умножения и деления повысился. Это говорит о том, что предложенная нами методика по формированию умения выполнять арифметические действия с числами, которая основана на отработке навыка по выполнению арифметических действий сложения и вычитания, умножения, деления, решении разнообразных примеров является эффективной. Так же по результатам анкетирования можно заметить, что во время нашей экспериментальной работы у многих обучающихся повысился уровень познавательного интереса.

Выводы по главе 2

Мы организовали исследование на базе «МАОУ СОШ №30 г. Челябинска» 4 класса. В исследовании принимало участие 10 учеников.

В начале нашего исследования мы провели наблюдение за работой обучающихся на уроках математики, анкетирование по выявлению интереса к урокам математики и после этого мы провели контрольную работу, с целью выявления уровня сформированности вычислительных навыков.

После того, как мы выявили уровень сформированности вычислительного навыка, мы пришли к выводу о том, что у обучающихся не в полной мере сформирован вычислительный навык, и мы приступили к эксперименту.

Мы разработали программу по улучшению у младших школьников умения выполнять арифметические действия с числами, которую применили в экспериментальном классе. После этого мы повторно провели контрольную работу. Сравнив полученный результат с результатом, который мы получили перед экспериментом, мы пришли к выводу, что уровень вычислительных навыков у обучающихся экспериментального класса значительно повысился.

Таким образом, мы использовали при изучении законов и свойств арифметических действий разработанную нами систематическую систему заданий, включающую в себя отработку устного счёта, тем самым повышали уровень сформированности вычислительных навыков младших школьников.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проблема формирования вычислительных приемов является одной из важнейших в обучении математике младших школьников.

В результате работы, которую мы проделали, мы выполнили следующие задачи: изучили методическую и психолого-педагогическую литературу по теме исследования; разработали и провели программу по улучшению у младших школьников умения выполнять арифметические действия с числами.

В ходе решения первой задачи мы изучили психолого-педагогическую и методическую литературу по теме исследования, рассмотрели проблемы формирования вычислительных навыков в современных условиях. Таким образом, сделали вывод о том, что значительное внимание в начальной школе уделяется изучению основных свойств арифметических действий, а именно, переместительного, сочетательного и распределительного (относительно сложения и вычитания) [3].

Однако вычислительное умение является развёрнутым осуществлением действия, в котором каждая операция должна выполняться осознанно и контролироваться. Вычислительное умение предполагает усвоение вычислительного приема. Любой вычислительный прием мы можем показать в виде чёткой последовательности операций, выполняя которую, мы видим, что каждая из этих операций плотно связывается с определённым математическим понятием или свойством [5].

Для того, что сформировать вычислительный навык более высокого уровня, необходимо овладеть умением осознанно производить контроль над выполняемыми операциями. Поэтому, без наличия этого умения, сформировать вычислительный навык на более высоком уровне, будет сложнее. Мы заметили, умение контролировать себя в процессе формирования вычислительного навыка требует от ученика полноценного,

осознанного, обобщённого и самостоятельного владения всеми операциями, которые определяют выполнения вычислительного приёма [29].

Опираясь на конкретный смысл арифметических действий, их свойства, связи и зависимости между результатами и компонентами действий, а также десятичный состав чисел, начинают раскрываться приемы устных и письменных вычислений [25]. Такой подход к изучению приемов вычислений обеспечивает, с одной стороны, формирование осознанных умений и навыков, так как учащиеся смогут обосновать любой вычислительный прием, а с другой стороны, при такой системе лучше усваиваются свойства действий, их законы и так далее.

Затем проанализировали методику изучения законов и свойств арифметических действий.

Свойства арифметических действий (переместительное и сочетательное свойства сложения и умножения, распределительное свойство умножения относительно сложения) не являются специальным предметом изучения в начальной школе, а начинает рассматриваться только в связи с формированием устных приёмов вычислений [3]. Это означает, что в процессе обучения на конкретных простых числовых примерах рассматриваются различные способы прибавления числа к сумме, суммы к числу; вычитания числа из суммы, суммы из числа; умножения суммы на число и другое с целью формирования умения осознанно выбирать те способы, которые позволяют рационально осуществлять процесс вычислений.

Закрепление знания свойств, которые дети формулируют в виде правил (и называют правилами), происходит в результате их применения при выполнении специальных упражнений. Это нахождение значений данных выражений разными способами и наиболее удобным способом, преобразование выражений, решение задач различными способами и другое [5].

Исследуя эти свойства, мы видим, что они опираются в первую очередь на предметные действия обучающегося, которые фиксируются при помощи графических и знаковых моделей. В связи с этим рассматривается порядок действий и его изменение, определяемый только с опорой на графическую модель, а не на правила, предполагающие подразделение действий над числами на действия двух ступеней (действие первой ступени – сложение и вычитание, второй – умножение и деление).

В ходе решения четвертой задачи мы провели диагностику сформированности вычислительных навыков у обучающихся 4 класса «МАОУ СОШ №30 г. Челябинска», с помощью контрольной работы.

Экспериментальное исследование, которые мы провели, имеет практическую направленность, которое даёт нам право сделать главный вывод всей работы о том, что, только производя систематическую работу, работу, которая будет находится в постоянной связи материала между уроками, может помочь прочному усвоению вычислительных приёмов.

При проведении этапа констатирующего эксперимента мы увидели, что у обучающихся не в полной мере сформированы приёмы письменных и устных вычислений. Поэтому задачей формирующего эксперимента является работа по разработке и апробированию системы заданий, направленных на усвоение законов и свойств арифметических действий, способствующих формированию вычислительных приемов и развитию познавательных процессов, которые мы применили в экспериментальном классе. Для решения этой задачи на каждом уроке математики включали задания из разработанной нами системы.

Наконец, при решении последней задачи мы показали практическую применимость разработанной нами системы заданий. Мы подобрали ряд методических приемов, направленных на усвоение законов и свойств арифметических действий, который применили в экспериментальном классе.

В конце эксперимента мы повторно провели диагностику знаний обучающихся, которая показала, что уровень вычислительных навыков у обучающихся значительно вырос.

Тем самым доказали выдвинутую гипотезу, что процесс изучения законов и свойств арифметических действий будет осуществляться более эффективно, если:

1. В процессе обучения систематически использует задания, направленные на усвоение вычислительных приемов.

2. При обучении формируется познавательный интерес к изучению математике.

В целом наша экспериментальная работа выполнена полностью.

Результаты, которые мы получили в процессе проведённого нами исследования свидетельствуют о том, что работа проведена эффективно, так же мы отметили положительное влияние разработанной нами системы заданий на формирование у младших школьников умения выполнять арифметические действия с числами.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Амадова, Г. М. Математика [Текст]: учебное пособие для факультетов подготовки бакалавров образования в области начального образования и учителей начальных классов педагогических высших учебных заведений / Г.М. Амадова, М. А. Амадов. – Москва : Московский психолого-социальный институт, 1999. – 488 с.
2. Бантова, М. А. Методика преподавания математики в начальных классах [Текст]: учебно-методическое пособие для студентов дневного отделения / М. А. Бантова, Г. В. Бельтюкова. – Москва : Просвещение, 1984. – 408 с.
3. Бантова М. А. Система формирования вычислительных навыков [Текст] / М. А. Бантова // Начальная школа. – 1995. – №11. – С. 38-43.
4. Безруких, М.М. Педагогический энциклопедический словарь [Текст] / М.М. Безруких, В.А. Болотов, Л.С. Глебова; гл. ред. Б.М. Бим-Бад – 3-е изд., стер. – Москва : Большая Российская энциклопедия, 2009. – 527 с.
5. Белошистая, А. В. Методика обучения математике в начальной школе [Текст]: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности «Педагогика и методика начального образования» / Анна Белошистая. – Москва : Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2007. – 455 с.: ил.
6. Белошистая, А. В. Формирование и развитие математических способностей дошкольников: вопросы теории и практики [Текст]: курс лекций для студ. дошк. факультетов высш. учеб. заведений / Анна Белошистая. – Москва : Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2003. – 400 с.: ил.
7. Веремеева, Е. Г. Об изучении умножения и деления в 1 классе [Текст] / Е. Г. Веремеева // Начальная школа. – 2009. – № 1. – С. 88.

8. Власова, Т. А. Обучение детей с задержкой психического развития [Текст]: пособие для учителей / Т. А. Власова, В. И. Лубовский. – Москва : Просвещение, 1981. – 119 с.
9. Волкова, С. И. Развитие познавательных способностей детей на уроках математики в 1 классе [Текст]: пособие для учителя четырехлетней начальной школы / С. И. Волкова, Н. Н. Столярова. – Москва : Просвещение, 1994. – 60 с.
10. Гальперин, П. Я. Психология как объективная наука [Текст]: Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий / Пётр Гальперин. – Москва : Издательство Институт практической психологии, Воронеж : НПО Модек, 1998. – 480 с.
11. Горская, Е. А. Игра-соревнование «Математический поезд» [Текст] / Е. А. Горская // Начальное образование. – 2007. – №3. – С. 34-35.
12. Ефимов, В. Ф. Изучение внетабличного умножения коллективными способами обучения математики [Текст] / В. Ф. Ефимов, Л. В. Епишина // Начальная школа. – 2008. – №11. – С. 80-85.
13. Зайцева, О. П. Роль устного счёта в формировании вычислительных навыков и в развитии личности ребёнка [Текст] / О. П. Зайцева // Начальная школа. – 2001. – №1. – С. 58-64.
14. Развитие младших школьников в процессе усвоения знаний [Текст] / А. В. Полякова и др.; под ред. М.В. Зверевой. – Москва : Педагогика, 1983. – 167 с.
15. Зеленихина, О. В. Математика 4 класс. Поурочные планы [Текст] / Оксана Зеленихина – Волгоград : Учитель – АСТ, 2005. – 57 с.
16. Истомина, Н. Б. Активизация учащихся на уроках математики в начальных классах [Текст]: пособие для учителя / Наталья Истомина. – Москва : Просвещение, 1985. – 63 с.
17. Истомина, Н. Б. Методика обучения математики в начальных классах [Текст] : учебное пособие / Наталья Истомина. – Москва : Академия, – 1998. – 56 с.

18. Коджаспиров, А.Ю. Педагогический словарь [Текст] / А.Ю. Коджаспиров, А.Ю., Г.М. Коджаспирова. – Москва : Просвещение, 2005. – 118 с.
19. Комарова, О. Н. Работа по формированию у младших школьников приемов умственной деятельности на уроках математики [Текст] / О. Н. Комарова // Начальное образование. – 2005. – №5. – С. 39-42.
20. Коменский, Я. А. Великая дидактика [Текст] / Я. А. Коменский // Приложение к журналу «Наша начальная школа». – Санкт-Петербург : А.М. Котомина, 1875. – 281 с.
21. Константинов, Н.А. История педагогики [Текст]: учебник для студентов педагогических институтов / Н. А. Константинов, Е.Н. Медынский, М.Ф. Шабаева. – Москва : Просвещение, 1982. – 360 с
22. Купчик, Л. С. Элементы занимательности при отработке навыков табличных случаев умножения и деления [Текст] / Л. С. Купчик // Начальная школа. – 1991. – № 10. – С. 37-40.
23. Львова, Ю. Л. Творческая лаборатория учителя [Текст] / Юдифь Львова. – Москва : Просвещение, 1980. – 196 с.
24. Мартынов, И. И. Устный счет для школьника, что гаммы для музыканта [Текст] / И. И. Мартынов // Начальная школа. – 2007. – №12. – С. 59-61.
25. Моро, М. И. Средства обучения математике в начальных классах [Текст]: пособие для учителя / М. И. Моро, А. М. Пышкало – Москва : Просвещение, 1981. – 144 с.
26. Моро, М. И. Актуальные проблемы методики обучения математике в начальных классах [Текст] / М. И. Моро, А. С. Пчёлко, А. М. Пышкало; под ред. М. И. Моро, А. М. Пышкало. – Москва : Педагогика, 1977. – 247 с.

27. Никулина, А. Д. Формирование прочных навыков устных вычислений [Текст] / А. Д. Никулина // Начальная школа. – 2011. – №1. – С. 36-40.
28. Ожегов, С. И. Словарь русского языка [Текст] / С. И. Ожегов; под ред. Л. И. Скворцова. – 28-е изд., перераб. – Москва : ООО Издательство Оникс, 2012. – 1376 с.
29. Шадриков, В. Д. Познавательные процессы и способности в обучении [Текст]: учебное пособие для студентов педагогических институтов / В. Д. Шадриков и др.; под ред. В. Д. Шадрикова. – Москва : Просвещение, 1990. – 141 с.: ил.
30. Примерная основная образовательная программа начального общего образования [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. – Режим доступа: <https://fgosreestr.ru/registry/primernaya-osnovnaya-obrazovatel'naya-programma-nachalnogo-obshhego-obrazovaniya-2/>, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус.
31. Программа «Начальная школа XXI века». Программа отдельных учебных предметов [Текст]: Сборник программ к комплекту учебников «Начальная школа XXI века». – Москва : Вентана-Граф, 2009. – 64 с.
32. Пышкало, А. М. Основы начального курса математики [Текст] / А.М. Пышкало, Л. П. Стойлова. – Москва : Просвещение, 1988. – 338 с.
33. Рудницкая, В. Н. Беседы с учителем: 3 класс общеобразовательных учреждений [Текст] / В. Н. Рудницкая, Т. В. Юдачева, Л. Е. Журова. – Москва : Вентана-Граф, 2005. – 88 с.
34. Рудницкая, В. Н. Математика в начальной школе. Оценка знаний [Текст] / В. Н. Рудницкая, Т. В. Юдачева – Москва : Вентана-Граф, 2014. – 41 с.

35. Рудницкая, В. Н. Математика: 3 класс [Текст]: методика обучения / В. Н. Рудницкая, Т. В. Юдачева. – 3-е изд., перераб. – Москва : Вентана Граф, 2014. – 264 с.: ил.
36. Рудницкая, В. Н. Математика: 4 класс [Текст]. В 2 ч. Ч. 2. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / В. Н. Рудницкая, Т. В. Юдачева. – Москва : Вентана-Граф, 2015. – 159 с.: ил.
37. Рудовская, Н. В. Для овладения вычислительными приемами [Текст] / Н. В. Рудовская // Начальная школа. – 1992. – № 1. – С. 58-61.
38. Самсонова, Л. Ю. Устный счет. Сборник упражнений. 4 класс. [Текст] / Любовь Самсонова. – 4-е изд., стереотип. – Москва : Издательство «Экзамен», 2015. – 79 с.
39. Синяева Г. И. О Комплекте «Начальная школа XXI века» [Текст] / Г. И. Синяева // Начальная школа. – №1. – 2009. – С. 110.
40. Сорочинская, О. Л. Веселые задачи [Текст] / О. Л. Сорочинская // Начальная школа. – 1993. – № 6. – С. 43.
41. Талызина, Н.Ф. Формирование познавательной деятельности младших школьников [Текст] / Нина Талызина. – Москва : Просвещение, 1988. – 374 с.
42. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования [Текст] / Мин-во образования и науки Рос. Федерации. – Москва : Просвещение, 2010. – 31 с.
43. Царева, С. Е. Формирование вычислительных умений в новых условиях [Текст] / С. Е. Царева // Начальная школа. – 2012. – № 11. – С. 51-59
44. Чернова, Л. И. Проблема формирования вычислительных умений и навыков у школьников [Текст] / Л. И. Чернова // Начальная школа. Плюс до и после. – 2007. – №12. – С. 35-38.
45. Шаравина, Е. Г. Математическая переключка [Текст] / Е. Г. Шаравина // Начальная школа. – 2016. – №9. – С. 103.

46. Шаталова, Е. В. Проблемы обучения математике детей 5-7 лет [Текст]: учебное пособие / Е. В. Шаталова, А. П. Тарасова. – Белгород: КОНСТАНТА, 2007. – 87 с.: ил.

47. Эрдниев, П. М. Теория и методика обучения математики в начальной школе [Текст] / П. М. Эрдниев, Б. П. Эрдниев. – Москва: Педагогика, 1988. – 204 с.: ил.