МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Сочетание стандартных и нестандартных методов решения текстовых задач как средство формирования УУД

Выпускная квалификационная работа по направлению

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность программы бакалавриата

«Математика. Экономика»

Форма обучения очная

Проверка на объем взаимствований:
68 % авторского текста
Работа рекомендована к защите
«25» мая 2020 г.
И.о. зав.кафедрой
математики и методики обучения
математике
________ Е.О. Шумакова

Выполнила:
студентка группы ОФ-513/08б-5-1
Гурова Анастасия Михайловна

Научный руководитель:
д.п.н., профессор кафедры математики
и методики обучения математике
Суховиенко Елена Альбертовна

Челябинск
2020

Оглавление

Введение

В наше время цель учителя – научить учеников самостоятельно ставить учебные цели, видеть шаги для их достижения, осуществлять контроль и оценивать свои достижения. А этого можно добиться благодаря формированию УУД. Решение текстовых задач предполагает формирование у школьников умений использовать знания, которые они получили на уроке, в изменяющихся ситуациях. Таким образом, можно сделать вывод, что текстовые задачи могут выступать как эффективное средство формирования УУД и способствовать развитию творческого мышления. Они должны занимать значительное место в разрабатываемых школами образовательных программах. Часто учителя сталкиваются с проблемой низкого уровня интереса учащихся к знаниям. Эту проблему можно решить с помощью задач, решаемых нестандартными методами.

Все вышеперечисленное говорит о том, что тема данной работы «Сочетание стандартных и нестандартных методов решения текстовых задач как средство формирования УУД» является актуальной.

Объект исследования: процесс обучения математике в основной школе.

Предмет исследования: методика обучения стандартным и нестандартным методам решения текстовых задач с учетом формирования УУД.

Цель исследования: разработать методику формирования УУД при решении текстовых задач стандартными и нестандартными методами

Гипотеза: если разработать методику решения текстовых задач, в которой особое внимание уделено формированию УУД, и разработать факультатив по решению текстовых задач стандартными и нестандартными методами, то у учащихся будут эффективнее формироваться умения решения текстовых задач.

Достижение поставленной цели предполагает решение следующих **задач**:

1. Проанализировать научно-методическую литературу по теме исследования;

2. Изучить на практике методику обучения решения текстовых задач;

3. Рассмотреть и проанализировать стандартные и не стандартные методы решения текстовых задач;

4.Разработать методический материал по формированию УУД;

5. Разработать факультатив по теме «Решение текстовых задач стандартными и не стандартными методами».

Глава 1. Теоретические основы формирования УУД на уроках математики при решении текстовых задач

1.1. Задачи: определение, структура, классификация, функции

Текстовая задача представляет собой описание некоторой проблемы или проблемной ситуации на естественном языке с требованием дать количественную характеристику того или иного компонента этой ситуации.

Большой основной раздел курса математики занимают текстовые задачи. Это в свою очередь, требует особого внимания к четкому определению этого понятия. Что в свою очередь побуждало математиков и методистов изучать этот вопрос на протяжении нескольких лет. В итоге, было определено несколько подходов к определению задачи.

В самом широком смысле дает определение А. Н. Леонтьев. Он определяет задачи как цели, которые заданы в некоторых условиях. Л.Л. Гурова главное внимание обращает на объект мыслительных усилий человека, решающего задачу. У нее задача – это такой процесс мыслей и рассуждений, при котором есть определенные условия на изменение практического характера или есть какой-то вопрос в плане теории из данных задачи, на который требуется найти ответ. И все это дает возможность выявить взаимосвязь известных и неизвестных элементов.

Г.Д. Балк рассматривает задачу в самом общем виде как систему, обязательными компонентами которой являются: а) предмет задачи, находящийся в исходном состоянии; б) модель требуемого состояния предмета задачи (эту модель отождествляем с требованием задачи).

Исходя из вышеизложенных определений понятия задачи, можно определить ее структуру:

1. Условие (У) - предметная область задачи и отношения между объектами;

2. Обоснование (базис) (О) – теоретические или практические основы перехода от условия к заключению посредством операций, которые составляют решение задачи;

3. Решение (Р) – совокупность действий, операций, которую надо произвести над известными компонентами, чтобы выполнить требование, выраженное в заключении;

4. Заключение (З) – требование отыскать неизвестные компоненты, проверить правильность, сконструировать, построить, доказать.

У текстовых задач имеется своя классификация. Они классифицируются по величине проблемности. Это значит, что зависят от того, какие компоненты задачи неизвестны. Рассмотрим эту классификацию задач.

1. Стандартные задачи – где известны все компоненты. Они применяются на тех этапах, когда происходит усвоение теоретического материала. Данные задачи дают возможность не только усвоить понятия, но получить «обратную связь» от учеников. Что для учителя является очень важным, так как это позволит понять, насколько усвоили ученики тему.

2. Обучающие задачи – неизвестен один компонент;

3. Поисковые задачи – неизвестны два компонента;

4. Проблемные задачи – неизвестны три компонента

Структура задачи определяет и уровень проблемности в деятельности, которая направлена на ее решение: например репродуктивная или алгоритмическая (воспроизведение изученного способа), продуктивная (использование известного способа в новых ситуациях, привлечение знаний из других тем курса), творческая (использование эвристик).

И это далеко не вся типология математических задач.

Классифицируют:

1. По содержанию: на работу, на движение, на смеси и сплавы и т.д.;

2. По методу решения: арифметические, алгебраические (составление уравнений, неравенств и их систем), геометрические (через использование геометрических фигур и их свойств), комбинированные;

3. По характеру требований: задачи на вычисление, доказательство, объяснение, преобразование, конструирование, построение;

4. По специфике языка: текстовые (условие представлено на естественном языке), сюжетные (присутствует фабула), абстрактные.

Вообще, типология задач является условной и зависит от многих обстоятельств. Например, одну задачу можно решить несколькими методами: как алгебраическим, так и геометрическим. И независимо от метода, решение задачи будет верным. В свою очередь, отнесение задачи к тому или иному виду по степени проблемности зависит от того, кто решает задачу. Несмотря на это, различные типологии дают возможность учителю более грамотно подбирать задачи в зависимости от целей обучения.

Важно рассмотреть и функции задачи. Ведь каждая задача имеет свои определенные функции. Далее мы их рассмотрим. Вопрос определения функций задач в обучении всегда являлся актуальным для многих методистов и математиков [3; 9; 10; 11; 17]. В педагогической практике принято разделять задачи с дидактическими, познавательными и развивающими функциями. Об этом говорится в работе [17].

Существует еще одно довольно популярное деление задач – по их роли в учебном процессе. Таким образом, задачи делят на средство и цель обучения.

Если рассматривать задачи как средство обучения математике, то они выполняют следующие функции:

– обучения математической деятельности;

– формирования ЗУН;

– развития учащихся;

– воспитания;

– обучения моделированию явлений действительности.

Если рассмотреть задачу, которая будет выступать как цель обучения, то здесь уже идет углубленная работа с задачей. В данном случае учащиеся, в процессе ее решения понимают, что такое задача, рассматривают структуру задачи, изучают входящие в нее компоненты, знакомятся с этапами решения, изучают процесс непосредственной работы с условиями задачи, рассматривают частные и общие способы решения задачи.

Решение задачи дает учащимся особые умения, которые им необходимы, как и для дальнейшего изучения математики, так и для общего развития, для решения каких-либо жизненных ситуаций. Выделяют следующие умения:

- планирование собственной деятельности;
- умение внимательно воспринимать учебную информацию;
- мотивация каждого шага своей деятельности;
- Рационально оформлять результаты своих действий;
- самоконтроль.

Таким образом, в методике обучению решения текстовых задач выделяют четыре основные функции, которые еще исторически закрепились за процессом обучения:

- обучающая;
- воспитательная;
- развивающая;
- контролирующая.

Выполнение этих функций обеспечивает полноценное развитие и успешную социализацию личности обучающихся. Далее разберем, что представляет собой каждая из функций. Обучающая функция – это то, что формирует у обучающихся систему математических знаний, умений и навыков в процессе их усвоения.

Воспитывающая функция – это функция контроля, которая отвечает за воспитание ответственности учащихся, честности, дисциплины и аккуратности. Развивающая функция – это функция, которая направлена на развитие мышления, формирование грамотной речи у обучающихся и формирование приемов умственной деятельности. Контролирующая функция – это функция, которая направлена на определение уровня усвоения обучающимися учебного материала

В обучении все функции задач связаны между собой. В зависимости от конкретного случая, в зависимости от цели функции ее применения, выделяется и реализуется ведущая функция.

1.2. Сочетание стандартных и нестандартных методов решения текстовых задач

Что же такое решить текстовую задачу? С этого вопроса и начинается работа с задачей. Над этим вопросом работали множество математиков и методистов, благодаря чему существует достаточное количество подходов к изучению этого вопроса. Приведем один из них.

Решить математическую задачу – это значит найти такую последовательность общих положений математики (определений, аксиом, теорем, правил, законов, формул), применяя которые к условиям задачи или к их следствиям (промежуточным результатам решения), получаем ее ответ.

Решение задачи имеет определенную структуру, которую необходимо знать. Она состоит из восьми этапов:

1. анализ задачи;
2. схематическая запись задачи;
3. поиск способа решения задачи;
4. осуществление решения задачи;
5. проверка решения задачи;
6. исследование задачи;
7. формулирование ответа задачи;
8. анализ решения задачи.

Теперь посмотрим, что представляет каждый из них.

1. Анализ задачи.

Любую задачу для начала необходимо прочитать. Затем понять, что это за задача, о чем в ней говорится и каковы ее условия, что в задаче уже известно, а что требуется найти. Все это называется первичным анализом задачи.

2. Схематическая запись задачи.

Далее необходимо записать и правильно оформить анализ задачи. Здесь можно применять различного рода схематические записи задач.

3. Поиск способа решения задачи.

Предыдущие этапы решения задачи нам были необходимы для того, чтобы найти способ решения данной задачи.

4. Осуществление решения задачи.

И вот когда мы знаем способ решения задачи, необходимо его применить, то есть, непосредственно решить задачу.

5. Проверка решения задачи.

Когда мы решили нашу задачу, не будем забывать о проверке нашего решения.

6. Исследование задачи.

Произвести исследование задачи – это значит выяснить, имеет ли задача решение, сколько способов решения она имеет, есть ли случаи, когда задача не имеет решения вовсе.

7. Формулирование ответа задачи.

И наконец, когда нам известно решение задачи, после ее исследования, можно, наконец, сформулировать ответ.

8. Анализ решения задачи.

Этот этап не является необходимым, он нам нужен для более глубокого погружения и изучения задачи, если существует такая необходимость или того требует задание. На этом этапе обычно выясняют, есть ли у задачи другое решение, которое бы привело к решению быстрее.

Далее рассмотрим стандартные методы решения текстовых задач. Это те методы, которые непосредственно изучаются в школе. К ним относятся алгебраический и арифметический.

Для того, чтобы решить задачу арифметическим методом, необходимо сначала разобрать условие задачи, внимательно прочитав, и составить план ее решения. Здесь потребуется максимум концентрации внимания и мыслительной деятельности.

Затем идет решение задачи по составленному плану. Как правило, данный этап решения, не вызывает у учащихся затруднений, ребята просто с ним справляются. Данный этап в основном направлен на то, чтобы отработать с учащимися вычислительный навык.

Третьим важным этапом решения задачи является проверка решения задачи, которая проводится по условию задачи. В основном проверку решения на уроках упускают, не обращают на нее внимания, или же заменяют простой проверкой ответа в конце учебника. Это в свою очередь приводит к тому, что снижается роль решения задачи в процессе развития логического мышления учеников, ученики не видят ценности решения и выполнения проверки.

При решении задачи арифметическим методом, учащиеся приобретают те умения и навыки, которые делятся на две группы. Первая группа- это те приобретаемые умения и навыки без которых дальнейшее познание в математике будет бессмысленно.

Это следующие умения и навыки:

1. Перевод календарного времени в арифметическое число.
2. Перевод арифметического числа в календарное время.
3. Нахождение времени предыдущего события.
4. Нахождение времени последующего события.
5. Нахождение промежутка времени между двумя событиями.

Эти умения и навыки приобретаются, когда решаются задачи, когда требуется найти время. Иными словами, приобретаются в тех задачах, которые не нужно решать алгебраическим методом.

Вторая группа – это тот приобретенный опыт, те ЗУН, без которых ученики могут решать задачи алгебраическим методом и в целом незнание этих ЗУН не будет преградой успешному математическому образованию учеников

Ко второй группе относятся следующие умения и навыки:

1. Введение понятия "часть".
2. Выполнение действий сложения и вычитания частей.
3. Выполнение умножения и деления части на число.
4. Приём уравнивания большего числа с меньшим и меньшего с большим.
5. Приём уравнивания прибавлением к меньшему числу и вычитанием из большего числа их полуразности.
6. Определение числа частей, составляющих данное число.
7. Введение понятий условной единицы.
8. Нахождение дроби условной единицы и её частей.
9. Сравнение частей величин.
10. Сложение и вычитание частей единицы.
11. Метод исключения неизвестного посредством замены одной величины другой.
12. Решение задач методом предположения.
13. Составление плана решения задачи.

Эти умения и навыки, несомненно, представляют интерес. Можно заметить, какую важную роль они играют для ребят не только в получении математического образования, но и для их дальнейшего развития и формирования как личности. Важно отметить, что почти все из них можно включить в число тех навыков и умений, которым учатся ученики, когда решают нестандартные задачи. Такие задачи целесообразно решать с учениками на регулярной основе, так же как и решают обычные текстовые задачи.

Важно отметить, что арифметический метод решения задач играет важную роль для учащихся, он является базовым для изучения математики, можно сказать, является ключевым. Поэтому важно дать ребятам возможность хорошо его изучит и освоить.

Не менее важный метод – алгебраический. Рассмотрим его значимость и разберемся в его важности. Для начала определим, что он из себя представляет.

Под алгебраическим методом решения задач – это такой метод решения задачи, при котором для того, чтобы вычислить требуемые величины, необходимо составить и решить уравнение, неравенство или систему, которые составлены исходя их данных задачи. Бывает и такое, что решить задачу алгебраическим методом не так-то просто, приходится сталкиваться с рядом трудностей.

Когда решают задачу алгебраическим методом, то главные силы и все внимание направлены именно на первый этап решения задачи, то есть на разбор условия задачи и составление уравнений или неравенств по условию задачи. Потому что нельзя решить задачу, не разобравшись в ее условии и не составив правильно уравнение по ее условию.

На втором этапе предстоит решить полученное ранее уравнение или их систему, или неравенство или их систему.

Третьим заключительным, значимым этапом в решении задачи представляет проверка полученного решения. Ее осуществляют по исходным данным задачи.

Так как в программу школьного курса математики, включены элементы высшей математики, так как вычислительная математика сейчас быстро набирает обороты и совершенствуется. Поэтому важно сформировать у ребят уже не какие-то особенные навыки, а те умения и навыки, которые будут применяться в будущем. К данным умениям и навыкам относятся те, которые формируются в процессе решения задач алгебраическим методом.

Обычно в школах разбирают, решают задачи, которые описывают равномерные процессы, движение, такие как перемещение с постоянной скоростью, выполнение определенной работы при постоянной производительности труда, подача воды по трубе с постоянной пропускной способностью и другие. Для решения такой категории задач как раз и подходит геометрический метод или метод подобия, который состоит в том, что нужно строить график зависимости между величинами, затем работать уже с полученной моделью. Как отмечает Б.А. Кордемский, данному способу решения задач в школе уделяется недостаточное количество времени.

Таким образом, плавно переходим к нестандартным методам решения текстовых задач. К нестандартным задачам.

Обратимся к понятию нестандартной текстовой задачи. Нестандартными (Ю.М. Колягин, К.И. Нешков, Д. Пойа и др.) или нетиповыми (И.К. Андронов, А.С. Пчелко и др.) называются текстовые задачи, решение которых не укладывается в рамки той или иной системы типовых задач. Данные задачи имеют соответствующие нестандартные методы решения.

Если объединить самые разные подходы методистов в понимании стандартных и нестандартных задач и методов их решения (Д. Пойа, Я.М. Фридман и др.), то под нестандартной задачей мы понимаем такую задачу, алгоритм которой незнаком учащемуся и в дальнейшем не формируется как программное требование.

Таким образом, из вышесказанного, обобщив, сделаем вывод, что нестандартная задача – это такая задача, метод решения которой для ученика является неизвестным.

К нестандартным методам относятся:

1. Геометрический;
2. Синтетический;

3. Аналитический;

4. Использование алгебраического метода для нахождения арифметического решения.

Это те методы, которые далее мы рассмотрим в работе.

Как показывает практика, геометрические представления и геометрический метод играют важную роль в поиске решения алгебраических текстовых задач. Решая задачу геометрическим методом, школьники знакомятся с математическим моделированием, формируют умения строить и исследовать простейшие математические модели. Представления о моделировании имеют для учащихся общекультурную и общеобразовательную ценность.

Чтобы решить алгебраическую задачу геометрическим методом, необходимо:

1) построить геометрическую модель задачи;

2) составить числовое выражение или уравнение (систему уравнений), используя геометрические соотношения полученных фигур;

3) найти значение выражения или решения уравнения (системы уравнений);

4) исследовать полученное решение (выяснить, удовлетворяют ли корни уравнения условию задачи, исчерпывают ли они все решения задачи и т. д.).

Существуют синтетический и аналитический метод решения задач.

Часто приходится иметь дело с довольно большими задачами, где много условий. Видя такую задачу, школьники обычно теряются, допускают ошибки, или вовсе не берутся за ее решение. В данном случае как раз и пригодится следующий метод. Он заключается в том, что такую задачу нужно разбить на несколько простых подзадач, которые довольно просто решить. Это в свою очередь приведет нас к решению нашей задачи. Возможны два основных пути поиска решения: синтетический и аналитический.

Анализ представляет собой тип научного исследования, когда какой-либо предмет разбирают на более мелкие детали. Это может быть как по факту, так и условно.

В свою очередь, синтез представляет собой тоже метод исследования предмета, но уже в целом его виде, когда все его компоненты связаны между собой.

Анализ и синтез составляют единый аналитико-синтетический метод решения задач. Эти два метода взаимосвязаны, ведь мы можем проводить анализ того, что представляет собой полноценный объект, а синтезу подвергаем то, что не является аналитически целым. Поэтому эти методы представляют собой полноценный процесс.

Анализ и синтез – это те главные мыслительные процессы, которые в своей совокупности передают информацию об окружающей нас действительности в ее полном объеме. Благодаря анализу мы получаем знания различных компонентов. В свою очередь, синтез, исходя из анализа, собирая все компоненты в одно целое, гарантирует полноценное изучаемого объекта.

Если решать задачу арифметическим методом, то значение анализа будет в том, чтобы оформить план, который приведет к решению синтетическим методом. Когда учащиеся решают задачи синтетическим методом, иногда выполняют лишнюю работу, а слабые ученики могут действовать бессмысленно.

Школьники и учителя больше любят использовать синтетический метод. И действительно, ведь этот метод совсем несложный и не вызывает трудностей.

Когда используют аналитический метод решения, то отталкиваются не от данных задачи, а от того, что требуется в задаче, от главного вопроса задачи. Когда для решения задачи выбран аналитический метод, то задаем следующий вопрос: «Какие данные нам необходимы для решения задачи?» Для правильного ответа на исходный вопрос, необходимо разобраться в исходных данных задачи и принимать во внимание то, какая связь между этими данными и данными величинами.

Аналитический метод удобен для поиска пути решения новой задачи, Он основывается на том, как ученик умеет делать умозаключения, выводы, анализировать и направлен на то, чтобы полноценно развивать и совершенствовать его логическое и функциональное мышление.

Благодаря регулярному использованию аналитического метода при решении задач, ученики гораздо эффективнее осваивают и находят решение неизвестных для них задач.

Существуют задачи, которые не решаются вышеуказанными методами. Эти задачи сложно отличить от обычных, читая только их формулировку. Это можно понять только в ходе ее решения. Поэтому здесь понадобятся знания и умения еще нескольких методов решения нестандартных задач. Разберем на примерах.

Например, при решении задачи, может оказаться, что число уравнений меньше, чем число переменных в этих уравнениях. В этом случае нужно просто попробовать сгруппировать неизвестные и переобозначить получившиеся группы, для того чтобы уменьшить число новых переменных. Обычно в таких задачах, при внимательном прочтении, можно увидеть, что метод группировки подсказывает сам вопрос задачи, то есть вопрос состоит в том, что нужно найти не сами переменные, а какую- либо их комбинацию. Задачу подобного типа можно решить, найдя дополнительные условия. Иногда такими условиями являются особенности геометрического расположения объектов задачи, которые можно записать, используя уравнения и неравенства из геометрии. Например, теоремы косинусов и синусов, неравенство треугольника и другое.

Второй пример таких задач, когда невозможно перевести текстовые условия задачи однозначно в систему алгебраических условий, что в свою очередь означает, что возможно это задача, в которой необходимо рассмотреть несколько равных всевозможных условий. Здесь помогает выбрать нужную альтернативу проведение подробного анализа условий.

И третий пример таких задач – это когда аналитическая запись текстового условия задачи приводит к смешанной системе, которая содержит уравнения и неравенства. Это в свою очередь говорит о том, что есть возможность решения системы методом минимаксов.

1.3. Понятие УУД и их формирование на уроках математики

Повышение результативности образовательного процесса возможно тогда, когда обучающиеся полностью готовы и способны реализовывать универсальные учебные действия (УУД).

В целом, развитие личности в системе образования возможно обеспечивать и определять через формирование УУД. Они являются самостоятельной основой образовательного и воспитательного развития. Они дают возможность самостоятельно осваивать новые знания, умения и в целом, формируют умение учиться.

Если представить в общем виде, то термин «универсальные учебные действия» означает способность обучаться, можно сказать, представляет собой умение обучающихся развиваться и совершенствоваться, что в современном обществе является необходимым для успешной жизни.

Важно отметить, что УУД позволяют перейти от обучения как преподнесения учащимся готовой системы знаний к активному решению проблем с целью выработки определенных решений. Не менее важно то, что они позволяют перейти от изучения отдельных дисциплин к их межпредметной взаимосвязи и изучению каких-либо жизненных ситуаций. Осуществляется переход к сотрудническим отношениям учителя и учащихся, когда учитель просто направляет учеников, когда они на равных. Это все показывает то, насколько УУД меняют систему обучения, насколько они необходимы для успешной жизни учащихся.

В основе концепции УУД лежит системно-деятельностный подход который включает в себя:

– формирование готовности к самосовершенствованию и непрерывному образованию;

– активную учебно-познавательную деятельность обучающихся;

– построение образовательного процесса, учитывая индивидуальные возрастные, психологические и физиологические особенности обучающихся.

В составе основных типов УУД, соответствующих ключевым целям образования, можно выделить четыре блока:

– личностный;

– регулятивный;

– познавательный;

– коммуникативный.

Рассмотрим подробнее, что же представляют собой каждый из этих блоков.

Личностные УУД определяют мотивационную ориентацию, иными словами определяют умение самостоятельно осуществлять свой выбор.

При развитии данного блока УУД происходит:

– формирование осознанной, положительной, адекватной самооценки;

– формирование мотива, который реализует потребность в деятельности,
являющейся социально-значимой;

– развитие учебных мотивов, а также познавательных интересов;

– развитие внимательности к окружающим, доброжелательности и доверия;

– развитие умения работать в коллективе.

Просто так данные УУД не формируются. Для этого необходимы некоторые условия: должна быть сформулирована цель урока, проводится беседы с учениками, по типу «Для чего вы изучаете математику? Для чего она вам?». Должна осуществляться работа в парах, группах. И не менее важно - это положительная оценка работы ученика учителем и одноклассников. Только в этом случае, сформируются личностные УУД.

Регулятивные УУД обеспечивают организацию учащимися собственной учебной деятельности и включают в себя:

– Целеполагание, которое отвечает за то, чтобы на уроке была поставлена задача, исходя из того, что учащиеся уже усвоили и что им только предстоит;

– Планирование-то есть пошаговый план достижения конечной цели, нужного результата, в котором известны цели для каждого последующего шага;

– прогнозирование – предвиденье будущего результата, как будет достигнут и как будет описан;

– Контроль, который осуществляется путем сравнения результативности выбранного способа действия и заданного образца. Это делается для выяснения каких-либо нарушений от образца;

– коррекция – включение определенных поправок, изменений в план, в если заметно и обнаружено отклонение от образца;

– Оценка – определение и понимание тех компонентов, которые уже поняты учащимся, которыми они овладели, а так же понимание, насколько учащиеся ими овладели;

– Волевая саморегуляция – готовность в неожиданных, непростых ситуациях справиться с ними.

При развитии данных УУД происходит формирование умения организовать и планировать свою деятельность; развитие умения понимать, выполнять учебные цели. Происходит формирование таких умений, как действовать по плану и алгоритму, например решение задач; формирование умения спокойно и правильно воспринимать оценки и отметки, поставленные учителем; формирование умений проводить анализ задачи и определение типа задачи.

Рассмотрим **познавательные УУД**. Данные УУД могут быть как простыми, так и сложными. К простым относят поиск информации и исследование. К сложным относят переработку информации, а также структурирование; работу с научными понятиями, освоение общего приема доказательства.

Таким образом, познавательные УУД включают следующее: общеучебные, логические, действия постановки и решения проблем. Общеучебные универсальные действия, в свою очередь включают:

– самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели;

– поиск и выделение необходимой информации;

– применение методов информационного поиска, в том числе с помощью компьютерных средств;

– структурирование знаний;

– осознанное и произвольное построение речевого высказывания в устной и письменной форме;

– выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий;

– рефлексию способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности;

– постановку и формулирование проблемы, самостоятельное создание алгоритмов деятельности при решении проблем творческого и поискового характера.

Особую группу общеучебных универсальных действий составляют знаково-символические действия:

– моделирование – это когда объект из чувственной формы переходит в модель. Здесь обозначены значимые описание объекта (пространственно-графическая или знаково-символическая);

– преобразование модели с целью выявления общих законов, определяющих данную предметную область.

– Универсальные логические действия включают в себя:

– исследование предметов для определения признаков (существенных, несущественных)

– синтез как объединение разных малых объектов в один полноценный, так же путем дополнения;

– осуществление отбора признаков и мер, чтобы определить различия между классификациями предметов;

– приближение к определениям, построение умозаключений;

– формулирование причинно-следственных связей;

– формулирование и обозначение логической цепи рассуждений;

– доказательство;

– вынесение гипотез и их аргументация.

Выявление проблемы и ее решение представляет собой:

– определение проблемы;

– независимое нахождение вариантов, чтобы решить проблему любого плана.

В школе под логическим мышлением понимается способность и умение учащихся производить простые логические действия. Рассмотрим пример. Это может быть: сравнение данных; опознание объектов; анализ – выделение элементов и «единиц» из целого; расчленение целого на части; синтез – составление целого из частей; сериация − упорядочение объектов по выделенному основанию (является необходимым для формирования у учеников понятия числа). Классификация – отнесение предмета к группе на основе заданного признака; обобщение – выведение общности для целого класса единичных объектов на основе выделения сущностной связи; доказательство – установление причинно-следственных связей, построение логической цепи рассуждений; подведение под понятие, распознавание объектов, выделение существенных признаков и их синтез, вывод следствий; установление аналогий; утверждение и опровержение как построение рассуждений с использованием различных логических схем (индуктивной или дедуктивной); общий приём решения задач.

Рассмотрим **коммуникативные универсальные действия**. Это те действия, которые обеспечивают социальную компетентность, учат учитывать позиции других людей в общении или какой-либо деятельности, воспитывают умение прислушиваться к другим. Можно сказать, в данной сфере УУД развивают умение сотрудничества и умение грамотно вступать в диалог, участвовать в дискуссии, интегрироваться в группу сверстников и строить дружелюбное, взаимовыгодное взаимодействие с окружающими.

Существуют следующие виды коммуникативных действий:

– планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками;

– определение цели, функций участников, способов взаимодействия;

– постановка вопросов – инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации;

– разрешение конфликтов – выявление, идентификация проблемы, поиск и оценка альтернативных способов разрешения конфликта, принятие решения и его реализация;

– управление поведением партнера – контроль, коррекция, оценка действий партнера;

– умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли в соответствии с задачами и условиями коммуникации; владение монологической и диалогической формами речи в соответствии с грамматическими и синтаксическими нормами родного языка.

При подготовке к уроку учитель ставит для себя ряд задач:

– сформулировать цели урока и обеспечить их достижение;

– отобрать учебный материал и провести его дидактическую обработку;

– определить методы и средства обучения;

– организовать собственную деятельность и деятельность учеников;

– сделать так, чтобы взаимодействие всех этих компонентов привело к определенной системе знаний и ценностных ориентаций.

Главной задачей учителя является организовать учебную деятельность так, чтобы у учеников сформировать потребность в осуществлении творческого преобразования учебного материала с целью овладения новыми знаниями.

В связи с этим, для того, чтобы у ученика сформировать абсолютно любое универсальное учебное действие, в образовательной системе был разработан следующий алгоритм действий, который проходит каждый ученик:

1. При изучении различных учебных предметов у ребят формируется первичный опыт выполнения универсальных учебных действий, формируется мотивация к их самостоятельному выполнению;
2. Имея данный опыт, учащийся, приступает к освоению знаний про общий способ выполнения данного универсального учебного действия;
3. После изучения, познания универсального учебного действия, ученик включает его в практику на уроке. Тем самым организуется самоконтроль, а так же его коррекция;
4. В конце организуется контроль уровня сформированности этого универсального учебного действия и его системное практическое использование в образовательной практике как на уроках, так и во внеурочной деятельности.

Основным средством для формирования УУД в курсе изучения математики являются самые разные по формулировке учебные задания. Такие, например, как объясни, оцени, проверь, докажи и так далее. Они помогают нацелить обучающихся на выполнение разнообразных видов деятельности, тем самым обучая учеников действовать, идти к своей поставленной цели. Различные задания, которые даются ученикам для выполнения, дают им возможность научиться анализировать объект с целью выделения признаков как существенных, так и несущественных, учат и побуждают учеников выявлять сходство и различие, проводить сравнение и классификацию по заданным или самостоятельно выделенным признакам, иначе говоря, основаниям, устанавливать причинно-следственные связи, строить рассуждения в форме связи простых суждений об объекте, его структуре, свойствах; обобщать, или другими словами осуществлять генерализацию для целого ряда единичных объектов на основе выделения сущностной связи.

Вариативные учебные задания целенаправленно формируют у детей весь комплекс универсальных учебных действий, который следует рассматривать как целостную систему, так как происхождение и развитие каждого действия определяется его отношением с другими видами учебных действий, что и составляет сущность понятия «умение учиться».

Выводы по главе 1

Умение решать текстовые задачи является очень значимым в курсе математики основной школы. Решая текстовые задачи, учащиеся приобретают математические знания и тут же учатся их применять, готовятся к практической деятельности, развивают логическое мышление и так далее. Решение текстовых задач является важнейшим навыком, умением, которые необходимы для формирования личности учащегося. Поэтому учитель играет значимую роль. Ему необходимо знать все аспекты текстовой задачи, знать всю структуру и виды текстовых задач, он должен владеть различными способами ее решения. Самое главное, он должен научить этому учеников.

В современном образовании есть проблема того, что учащиеся могут полностью освоить теорию, им дается много теории на уроках, но когда они начинают полученные знания использовать на практике, для решения жизненных ситуаций, то сталкиваются с рядом трудностей. Поэтому сейчас особое внимание уделяется формированию УУД на уроках, в частности, математике, потому что именно при решении текстовых задач, у учеников формируется большая часть УУД.

Глава 2. Формирование УУД на уроках математики при решении текстовых задач

2.1. Методика формирования УУД при решении текстовых задач

Для решения сюжетной задачи применяется эвристический метод. Иными словами, используется метод, который необходим в процессе отыскания нового. В данном методе применяется такие приемы поиска решения задачи, как вспомогательные задачи, моделирование. Здесь речь идет про составление схем, алгоритмов, графов, уравнений и так далее.

В решении задачи выделяют 4 этапа:

1. Чтение и осмысления содержания задачи;
2. Поиск решения, построение плана;
3. Сам процесс решения, реализация плана;
4. Проверка решения.

Рассмотрим общий метод решения задач, который состоит из следующего:

– знание этапов решения, методов решения, типов задач, оснований выбора способа решения в зависимости от умения анализировать текст задачи;

– владение предметными знаниями (понятиями, определениями терминов, правилами, формулами, логическими приемами и операциями).

Если говорить о компонентах общего приема решения задач, то это:

– Анализ текста задачи (семантический, логический, математический);
– Перевод текста на язык математики;
– Установление отношений между данными и вопросом;
– Составление плана решения задачи;
– Осуществление плана решения;
– Проверка и оценка решения задачи.

Ученики знакомятся с содержанием задачи с помощью смыслового чтения. Семантический анализ направлен на обеспечение понимания содержания текста и предполагает:

1. Выделение и осмысление: отдельных слов, терминов, понятий как житейских, так и математических; грамматических конструкций; количественных характеристик объекта;

2. Восстановление предметной ситуации, описанной в задаче, путем переформулирования, упрощенного пересказа текста с выделением только существенной для решения задачи информации.

3. Выделение обобщенного смысла задачи – о чем говорится в задаче, указание на объект и величину, которая должна быть найдена (стоимость, объем, площадь, количество и т.д.).

Таким образом, чтобы начать работу с задачей, приступить к поиску ее решения, необходимо начинать с разбора ситуации, которая представлена в самой задаче, и с повторения текста задачи с числовыми данными. Здесь может быть применен следующий метод: беседа с учениками по поводу условия задачи, в результате которой у учащихся появится краткая запись условия задачи. Это означает, что произошло моделирование условия задачи, то есть, преобразование текстовой записи условий задачи в краткую модель с данными из условия. Она играет важную роль на этапе принятия задачи. Она должна быть компактной. В ней должно быть отражено только то, что необходимо, непосредственно для решения задачи.

Проиллюстрируем это на простом примере.

Задача. Три участка общей площадью 360 га засеяны рожью. Первый участок на 120 га меньше второго, который на 60 га больше третьего. С первого участка собрали по 26 ц с 1 га, со второго – по 24 ц, а с третьего – по 22 ц с 1 га. Сколько центнеров ржи собрали?

После прочтения условия задачи ученики отбирают нужную информацию и представляют ее в виде таблицы либо схемы.

Краткая запись условия может быть такой:

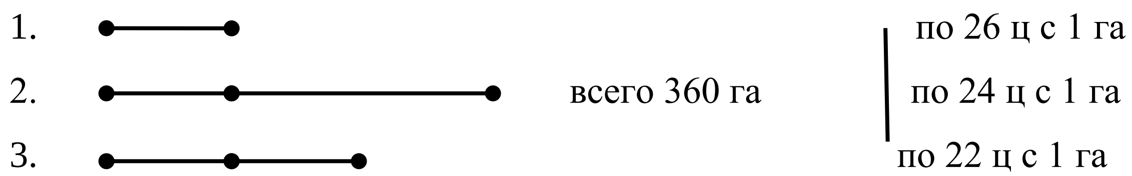
Таблица 3

Участок	Площадь, га	Урожайность, ц
1 2 3	На 120 меньше На 60 меньше	26 24 22

Сколько центнеров ржи собрали?

Из такой схематической записи не все учащиеся могут выявить соотношения между данными, которые необходимы для осмысления условия задачи.

Чтобы условие задачи было понято всеми учащимися, учитель организует деятельность учащихся по составлению графической схемы условия задачи, например такой:



Сколько всего собрали ржи?

На втором этапе решения задачи учитель организует деятельность учащихся разными приемами в зависимости от целей, которые он ставит при работе над задачей.

Анализ задачи начинается с вопроса задачи, который задает учитель. Учащиеся анализируют условие задачи (выделяют числовые данные и цель — что известно, что требуется найти); подбирают данные, с помощью которых можно ответить на поставленный вопрос, затем представляют информацию в виде таблицы. Анализ может быть записан в виде такой таблицы.

Таблица 4

Чтобы узнать	Надо определить
сколько центнеров ржи собрали	какова площадь каждого участка, сколько собирали с одного га на каждом участке (известно)
какова площадь 1 участка	какова площадь второго и на сколько меньше второго (на 120 га)

какова площадь 3 участка	какова площадь второго и на сколько третий меньше второго (на 60 га)

Из анализа получают план решения задачи.

Обращая внимание учащихся на схему анализа задачи, подводим школьников к выводу, что за неизвестное следует принять площадь второго участка. Такой выбор неизвестного приводит к следующим рассуждениям:

если площадь 2 участка x га,

то площадь 1 участка (x-120) га,

а площадь 3 участка (x-60) га;

тогда площадь трех участков (x+x-120+x-60) га, а так как по условию площадь трех участков равна 360 га, то можно составить уравнение

x+x-120+x-60=360.

Здесь также происходит моделирование.

Для рассматриваемой задачи можно предложить составить уравнения, выбрав за неизвестное: а) площадь 1 участка; б) площадь 2 участка или площадь 3 участка. Это можно оформить в виде таблицы.

Таблица 5

Вся площадь	1 участок	2 участок	3 участок	уравнение
360	x y-60 z-120	x+120 y+60 z	x+60 y z-60	x+x+120+x+60=360 y-60+y+60+y=360 z-120+z+z-60=360

Получение нескольких решений одной и той же задачи позволяет не только сравнивать эти решения, но и указывать наиболее рациональное из них. На этом этапе происходит умение осуществлять сравнение, самостоятельно выбирая основания и критерии для указанных логических операций.

Последним этапом решения задачи является осмысление ответа и полная его запись, то есть умение делать выводы, умозаключения, также самоконтроль.

x+x-120+x-60=360

3x=300

x=180 (га)-площадь 2 участка. Тогда площадь 1 участка x-120=180-120=60 га, а площадь 3 участка x-60=180-60=120 га.

26*60+24*180+22*120=8520 (ц)- всего собрали ржи.

Рассмотрим таблицу с этапами решения текстовых задач и познавательными универсальными учебными действиями.

Таблица 6

Этапы	Познавательные универсальные учебные действия
1. Ознакомление с содержанием задачи	Смысловое чтение
2. Поиск решения – выдвижение плана решения задачи	выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий; постановка и формулирование проблемы, самостоятельное создание алгоритмов деятельности при решении проблем творческого и поискового характера; умение делать выводы и умозаключения; Формируется умение строить логическое рассуждение, создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач.
3. Процесс решения – реализация плана решения	Учатся создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач; соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией. Изучение (анализ) найденного решения. На этом этапе школьники получают умения создавать обобщения, умозаключения и делать выводы
4. Проверка решения	На этом этапе школьники получают умения организовать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками; умозаключения и делать выводы

Из таблицы видно, что на каждом этапе решения текстовых задач формируются такие универсальные учебные действия:

– самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели;

– анализ объектов с целью выделения признаков (существенных, несущественных);

– поиск и выделение необходимой информации;

– осознанное и произвольное построение речевого высказывания в устной и письменной форме;

– установление причинно-следственных связей,

– выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий;

– построение логической цепи рассуждений;

– самостоятельное создание способов решения проблем творческого и поискового характера;

– моделирование – преобразование объекта из чувственной формы в модель, где выделены существенные характеристики объекта;

– преобразование модели с целью выявления общих законов, определяющих данную предметную область; рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности;

– постановка и формулирование проблемы, самостоятельное создание алгоритмов деятельности при решении проблем творческого и поискового характера.

Поэтому наша методика эффективна для формирования универсальных учебных действий при решении текстовых задач.

Рассмотрим решение задачи нестандартным методом. Посмотрим формирование УУД.

Задача 2. Из двух городов навстречу друг другу вышли одновременно два курьера. После встречи один был в пути 16 часов, а другой – 9 часов. Сколько времени был в пути каждый?

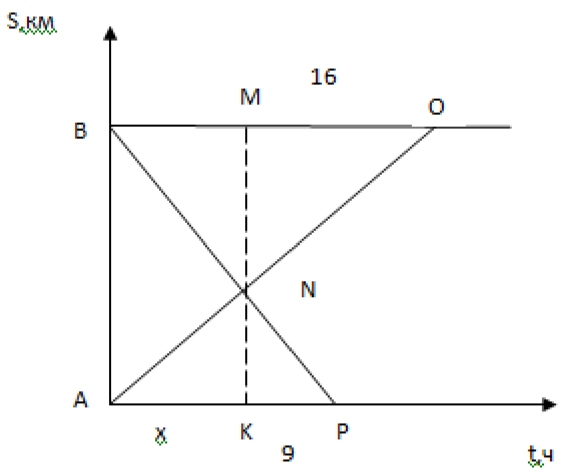
Рассмотрим данную задачу как средство формирования УУД.

1. На первом этапе ее решения ученик, прежде всего, внимательно читает условие задачи и вопрос задачи. После прочтения учащиеся отбирают

нужную информацию и анализируют. Задают себе вопрос: что нам дано? Дано, что после встречи первый курьер был в пути 16 часов, а второй 9 часов. Что требуется найти? Сколько времени был в пути каждый.

На данном этапе ученики учатся определять цели своего обучения, формулировать задачи, развивать мотивы и интересы. учатся смысловому чтению.

2. Поиск способа решения задачи. Обсуждается стратегия задачи. Для того чтобы узнать сколько времени был в пути каждый курьер, необходимо найти сколько времени был в пути первый курьер до встречи, сколько второй. Для этого нужно понять, что мы обозначим за x. Целесообразно принять за x время, которое курьеры были в пути до встречи. Учитель графически изображает условия задачи на доске, ученики в тетрадях поэтапно строят график движения, чертят систему координат, изображают график движения первого курьера и обозначают его AO. Изображают график движения второго курьера и обозначают его BP. AK изображает время движения до встречи. MO – время движения первого пешехода после встречи до села B, MO=16, KP – время движения второго пешехода после встречи до села A, KP = 9. Проведем MK ∥ AB и рассмотрим образовавшиеся треугольники. Получили графическое изображение условия задачи.



Здесь происходит выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий; постановка и формулирование проблемы, самостоятельное создание алгоритмов деятельности при решении проблем творческого и поискового характера; умение делать выводы и умозаключения. Формируется умение строить логическое рассуждение, наглядно-образное мышление

3. На данном этапе происходит само решение задачи. Учитель задает вопрос: что мы должны с вами рассмотреть, чтобы найти х? Должны рассмотреть треугольники. Подводит к тому, что ребята должны сделать вывод, что треугольники BNM и PNK, MNO и KNA подобны. Назвать признак, по которому эти треугольники являются подобными (по двум углам). Из подобия записать соотношения сторон. Из подобия двух пар треугольников BNM и PNK, MNO и KNA (по двум углам) следует, что $\frac{MN}{NK} = \frac{x}{16}$ и $\frac{MN}{NK} = \frac{9}{x}$. Далее необходимо составить уравнение. $\frac{x}{16} = \frac{9}{x}$, $x^2 = 16 * 9 = 144$. Здесь учащиеся вспоминают правила составления уравнения и правила пропорции. Решив уравнение, делают заключение, что это уравнение имеет единственный положительный корень Х=12. Следовательно, первый пешеход был в пути $12 + 6 = 28ч(ч)$, второй $12 + 9 = 21(ч)$. Формулируют ответ задачи.

На этом этапе школьники учатся создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач; соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией. Учатся правильно читать графики и составлять уравнения. Применять ранее получение знания на уроках геометрии при решении алгебраических задач.

4. Изучение (анализ) найденного решения. Перед учащимися ставится следующие вопросы:

– Какова главная идея решения данной задачи?

– Есть ли другие способы решения задачи?

– Какие знания вы применили для решения задачи?

На этом этапе школьники получают умения организовать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками; умозаключения и делать выводы

2.2. Решение текстовых задач стандартными и нестандартными методами

В данном параграфе рассмотрим применение стандартных методов решения текстовых задач, как они работают. Как было отмечено в первой главе, к таким методам относятся арифметический и алгебраический. Это те методы решения, которые, в основном и применяются в школе.

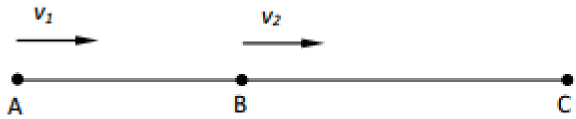
Рассмотрим задачу на движение. Когда мы решаем задачу такого типа, то при составлении уравнения по данным задачи, то рассматриваем такие величины как: расстояние, скорости движущихся объектов, время и скорость течения воды, если в задаче говориться о движении по реке. Важно отметить, что при решении такого типа задач принимаются допущения:

1. Если нет специальных оговорок, то движение считается равномерным;
2. Повороты движущихся тел, переходы на новый режим движения считаются происходящими мгновенно;
3. Когда какой-либо объект плывет по реке с собственной скоростью x, при этом скорость течения реки равна y, то можно определить с какой скорость плывет объект по течению по формуле $(x+y)$, а так же против течения – $(x-y)$.

В таких задачах часто требуется узнать время встречи двух объектов, которые начали движение одновременно из двух точек и с разными скоростями, при этом которые движутся на встречу друг другу, либо когда один обгоняет другого.

Например, Пусть расстояние между точками A и B равно S. Два тела начинают движение одновременно, но имеют разные скорости v_1 и v_2. Пусть C – точка встречи, а t – время движения тел до встречи. В случае движения навстречу друг другу имеем $AC = v1t, BC = v2t$. Сложим эти два неравенства. Получим: $\mathrm{AC} + \mathrm{CB} = v_1 t + v_2 t = (v_1 + v_2)t \Rightarrow \mathrm{AB} = \mathrm{S} = (v_1 + v_2)t \Rightarrow t = \frac{S}{v1+v2}$.

Если одно тело догоняет другое, то теперь получаем $AC = v_1t, BC = v_2t$. Вычтем эти равенства $AC - BC = (v_1 - v_2)t$. Так как $AC - BC = AB = S$, то время, через которое первое тело догонит второе, определяется равенством $t = \frac{S}{v1 - v2}$.



В КИМах ОГЭ возможно встретить задачу такого типа:

Задача1. Пароход прошел 10 км против течения реки, а затем прошел еще 45 км по течению, затратив на весь путь два часа. Найдите собственную скорость парохода, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Применяя алгебраический метод решения, мы получим следующее решение:

Пусть х км/ч- собственная скорость парохода. Тогда $(x + 5)$ км/ч- скорость парохода по течению, а $(x - 5)$км/ч – скорость парохода против течения. Пароход прошел 10 км со скоростью $(x - 5)$км/ч, поэтому $\frac{10}{x-5}$ч - время движения парохода против течения. Так как по течению пароход прошел 45 км со скоростью $(x + 5)$км/ч, то $\frac{45}{x+5}$ч- время движения парохода по течению. Из условия: $\frac{10}{x-5} + \frac{45}{x+5} = 2$. Решим это уравнение.

$$\frac{10}{x-5} + \frac{45}{x+5} - 2 = 0$$

$$\frac{10(x+5) + 45(x-5) - 2(x+5)(x-5)}{(x+5)(x-5)} = 0$$

$$2x^2 - 55x + 125 = 0$$

Решив полученное уравнение находим $x1$=2,5 км/ч и $x2$=25 км/ч.

Осуществим отбор полученных решений.

Пусть x – это собственная скорость парохода, учитывая, что скорость течения реки 5 км/ч. Таким образом x_1=2,5 км/ч не верно по, так как если бы у парохода была такая скорость, то он бы не выплыл против течения. Поэтому, собственная скорость парохода равна 25 км/ч. Ответ:v=25 км/ч.

Как видим, алгебраический способ решения задачи, довольно большой и требует большого количества вычислений. Именно из-за неправильных вычислений у школьников и возникают трудности при решении задач данным методом.

Также этим методом решают и задачи на совместную работу.

Такие задачи обычно приводят к тому, что есть какая-либо работа, объем ее, обычно, опускается. Есть те, кто делает данную работу со стабильной, ровной производительностью. Они работают равномерно.

В задачах данного типа за объем выполняемой работы принимают 1, обозначают время t, которое необходимо затратить на работу, обозначают p – производительность, что означает, какой объем работы был выполнен за определенное время. Производительность вычисляется по формуле: $p = \frac{1}{t}$.

Решение такой задачи происходит по схеме:

Пусть x – время выполнения некоторой работы первым рабочим, y – время выполнения этой же работы вторым рабочим. Тогда $\frac{1}{x}$- производительность труда первого рабочего, $\frac{1}{y}$- производительность труда второго рабочего. Следовательно, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$- совместная производительность туда. $\frac{1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}} = \frac{xy}{x+y}$- время, за которое они выполнят задание, работая вместе.

Пример. Задача 2. Двое рабочих выполняют некоторую работу. После 45 минут совместной работы первый рабочий был переведен на другую работу, и второй рабочий закончил оставшуюся часть работы за 2 часа 15 минут. За какое время мог бы выполнить работу каждый рабочий в отдельности, если известно, что второму для этого понадобится на 1 час больше, чем первому?

Рассмотрим решение данной задачи с позиции формирования УУД.

1. Первое, что делает ученик, это читает условие задачи. После этого он отбирает нужную информацию и проводит ее анализ. На данном этапе ученик задает себе вопрос: что нам дано? Дано: 45 мин рабочие работали вместе, второй закончил работу за 2ч.15мин., второму понадобится на 1 час больше, чем первому. Что требуется найти? Какое время мог бы выполнить работу каждый рабочий в отдельности. Обсудив условия и вопрос задачи с учителем, учащиеся записывают данные себе в тетрадь. Учитель на доске.

На данном этапе происходит обучение смысловому чтению.

2. Поиск способа решения.

На данном этапе идет построение стратегии задачи. Чтобы ответить на вопрос задачи, необходимо найти производительность первого и второго рабочего. Для этого необходимо ввести переменные. Пусть x – время работы первого по выполнению всей работы, y – время работы второго рабочего. Обсудив, учитель может вызвать ученика к доске, для решения задачи. Учащийся записывает обозначения. Остальные записывают в тетрадях.

Здесь происходит выбор наиболее эффективного способа решения задачи в зависимости от условий. Постановка и формулирование проблем, самостоятельное создание алгоритмов деятельности при решении проблем, самостоятельное создание алгоритмов деятельности при решении проблем творческого и поискового характера. Умение делать выводы и умозаключения. У учеников на данном этапе формируется умение строить логическое рассуждение, создавать, применять, преобразовывать знаки и символы для решения учебных и познавательных задач.

3. И наконец, ключевой этап. Это само решение.

Учитель задает вопрос, как мы можем записать условие задачи в наших обозначениях. Ученик на доске пишет, что по условию: $x = y - 1$. Остальные в тетради. Учитель контролирует. Пусть объем всей работы равен

1. Тогда $\frac{1}{x}$- производительность труда первого рабочего, $\frac{1}{y}$- производительность труда второго рабочего. Так как они работали 45 мин. = ¾ часа совместно, то $\frac{3}{4}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$- объем работы, выполненной рабочими за 45 минут. Так как второй рабочий работал один 2 часа 15 минут=2¼=9/4 часа, то $\frac{9}{4}*\frac{1}{y}$- объем работы, выполненной вторым рабочим за 2 часа 15 минут. По условию: $\frac{3}{4}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)+\frac{9}{4y}=1.$

Таким образом, мы получили систему двух уравнений $\begin{cases} x=y-1 \\ \frac{3}{4}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)+\frac{9}{4y}=1 \end{cases}$. Чтобы решить ее, значение x из первого уравнения, подставим во втрое. $\frac{3}{4(y-1)}+\frac{3}{4}=1 \Rightarrow \frac{3y+12y-12-4y^2+4y}{4y(y-1)}=0 \Rightarrow 4y^2-19y+12=0$. Находим корни уравнения: $y_1=\frac{3}{4}$ ч, $y_2=4$ ч.

Получили два значения y. Из них нам нужно выбрать то, которое будет соответствовать смыслу задачи. y_1=45 мин. Это значит 45 мин. рабочие работали вместе, но ведь затем второй рабочий еще работал уже самостоятельно. Таким образом, $y_1=\frac{3}{4}$ не удовлетворяет смыслу и условиям задачи. Поэтому для y_2=4ч. найдем из первого уравнения исходной системы значение x. $x=4-1 \Rightarrow x=3$ ч.

Ответ: первый рабочий выполнит работу за 3 часа, второй – за 4 часа.

На этом этапе школьники учатся создавать, применять преобразовывать знаки и символы для решения учебных и познавательных задач, соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, корректировать свои действия с планируемыми результатами.

Изучение (анализ) найденного решения. Перед учащимися ставится следующие вопросы:

Какова главная идея решения данной задачи? Есть ли другие способы решения задачи? Какие знания вы применили для решения задачи?

На этом этапе школьники получают умения создавать обобщения, умозаключения и делать выводы.

Справедливо следующее замечание: при решении данной задачи введение второй переменной y было необязательно. Можно было обойтись без этого следующим образом: просто выразить через xвремя работы второго рабочего и получить одно уравнение, которое необходимо было решить.

Задачи на смеси и сплавы

Пусть смесь массы M содержит некоторое вещество массой m. В данном случае, концентрацией является отношение, которое обозначим с, получаемое из следующего отношения $c = \frac{m}{M}$. процентным содержанием данного вещества называется величина $c * 100\%$. Отсюда можем сделать вывод: если мы знаем концентрацию данного вещества, знаем массу смеси (сплава), то массу вещества легко найти по формуле $m = cM$.

Задачи на смеси (сплавы) можно разделить на два вида:

1. Когда берутся две смеси (сплава), которые имеют массы m_1 и m_2, и концентрацию c_1 и c_2. Смеси (сплавы) сливают (сплавляют). Необходимо рассчитать массу этого вещества в образованной смеси (сплаве) и его получившуюся концентрацию. Ясно, что в новой смеси (сплаве) масса данного вещества равна $c_1m_1 + c_2m_2$, а концентрация $c = \frac{c1m1+c2m2}{m1+m2}$.

2. Задается некоторый объем смеси (сплава) и от этого объема начинают отливать (убирать) определенное количество смеси (сплава), а затем доливать (добавлять) такое же или другое количество смеси (сплава) с такой же концентрацией данного вещества или с другой концентрацией. Эта операция проводится несколько раз.

Для того, чтобы решить данные задачи, требуется определить каково количество данного вещества и какая у него концентрация. Это нужно выполнять каждый раз непосредственно, когда отливают смесь и когда ее доливают. В результате такого контроля получаем разрешающее уравнение.

Пример. Задача 3. Имеется кусок сплава меди с оловом общей массой 16 кг, содержащий 55% меди. Сколько чистого олова надо добавить к этому куску сплава, чтобы получившийся новый сплав содержал 40% меди?

Решение: Пусть x кг олова надо добавить к сплаву. Так как процентное содержание меди в сплаве равно 55%, то масса меди в первоначальном сплаве $m = 0.55 * 16 = 8.8$кг(0,55- концентрация меди в сплаве).

Тогда $16 + x$ –масса, которую имеет получившийся сплав. Потому что масса меди в исходном сплаве равняется 8,8 кг, то $\frac{8{,}8}{16+x}$ – концентрация меди в получившемся сплаве. По условию $\frac{8{,}8}{16+x} = 0{,}4$, решив это уравнение, получим $x = 6$кг.

Таким образом, получаем ответ: нужно добавить 6кг чистого олова.

Задачи на проценты.

Решение задач этого типа тесно связано с тремя алгоритмами: нахождения части от целого, восстановление целого по его известной части, нахождение процентного прироста. Рассмотрим эти алгоритмы.

1. Предположим, что мы знаем некоторая величина A, надо определить a% этой величины. Если считать, что A есть 100%, а неизвестная часть x это a%, то из пропорции $\frac{A}{100} = \frac{x}{a}$ имеем $x = A * \frac{a}{100}$.

2. Пусть известно, что некоторое число b составляет a% от неизвестной величины A. Требуется найти A. Рассуждая аналогично, из пропорции получаем $A = b * \frac{100}{a}$.

3. Пусть некоторая величина, обозначим A, является переменной и зависит от времени t, в начальный момент $t0$ имеет она имеет значение $A0$, а в момент $t1$ – значение $A1$. Таким образом, абсолютный прирост величины A за время $t - t0$ будет равен $A1 - A0$. Что касается относительного прироста данной величины, то его получим по следующей формуле $\frac{A1-A0}{A0}$, а процентный прирост по формуле $\frac{A1-A0}{A0}100\%$.

Задача 4. Для офиса решили купить 6 телефона и 4 факса на сумму 2670 долларов. Получилось уменьшить цену на телефон на 20%. Впоследствии, за эту же покупку уплатили 2560 долларов. Найти цену факса.

Решение: Пусть x – стоимость факса, y – стоимость телефона. По условию $6y + 4x = 2670$. Так как цену на телефон снизили на 20%, то телефон стал стоить 80% от первоначальной цены, то есть 0,8- стоимость телефона после снижения. По условию $4x + 6 * 0{,}8y = 2560$. Решим полученную систему двух уравнений методом алгебраического сложения.

$$\begin{cases} 6y + 4x = 2670 \\ 4x + 4{,}8y = 2560 \end{cases}$$

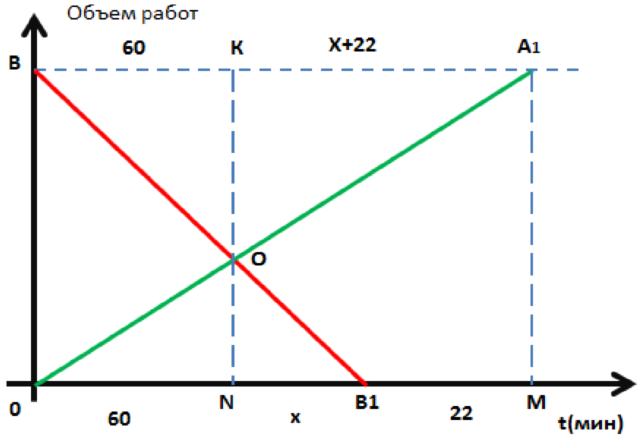
Так как нам нужно найти только x, исключим y из системы, для чего первое уравнение умножим на (-0,8) и сложим со вторым $0{,}8x = 424$. Откуда x=530.

Ответ: факс стоит 530 долларов.

Нестандартные методы решения задач в школе используются крайне редко. Можно сказать, не используются совсем. Возможно, с этими методами учитель знакомит детей только в профильных классах, а в общеобразовательных упускает эти методы. Это в свою очередь ведет к тому, что дети в общеобразовательных школах (классах) не имеют возможности решить задачу другим, более понятным для них методом. Например, геометрический метод может быть более понятен ребятам, которые лучше воспринимают информацию графически. Им проще будет решить задачу этим методом, чем алгебраически, где требуется составление и решение уравнения.

Разберем применение нестандартных методов решения задачи.

Задача 1. Чан наполняется водой при помощи двух кранов А и В. Наполнение чана только с помощью крана А длится на 22 минуты дольше, чем наполнение через кран В. Если же оба крана открыть одновременно, то чан наполнится водой за 1 час. За какое время может наполнить водой чан только кран В?



На рисунке AA_1 и BB_1 – графики зависимости выполненного объема работы от времени наполнения чанов водой кранами A и B соответственно.

По условию задачи BK = AN = 1 час = 60 минут. B_1M = 22 минуты. Используем подобие треугольников: ΔBKO подобен ΔB_1NO, тогда $\frac{BK}{NB1} = \frac{KO}{ON}$; $\frac{60}{x} = \frac{KO}{ON}$. ΔKOA1 подобен ΔNOA, тогда $\frac{KA1}{AN} = \frac{KO}{ON}$; $\frac{x+22}{60} = \frac{KO}{ON}$. Таким образом, имеем пропорцию $\frac{60}{x} = \frac{x+22}{60}$. Перепишем в виде квадратного уравнения: $x^2 + 22x - 3600 = 0$. x = 50 или x = -72.

По смыслу задачи x = 50 минут. Таким образом, $AB1 = AN + NB1 = 60 + 50 = 110$(мин).

Ответ: 110 минут.

Из данных примеров видно, что геометрический метод очень наглядный и может привести к решению гораздо быстрее алгебраического, так как он не требует больших вычислений. Но главное понимать, что данный метод стоит применять только при решении тех задач, где он уместен. Важно обратить внимание учеников на обозначения при чертеже рисунка, чтобы у учащихся при решении не возникало трудностей.

Рассмотрим синтетический метод.

Задача 3. Два самолета с реактивными двигателями одновременно вылетели с двух аэродромов навстречу друг другу. Расстояние между аэродромами 1870 км. Через сколько часов они встретятся, если один из них в 2/5 часа пролетает 360км, а скорость второго составляет 8/9 скорости первого.

Основной проблемой, когда решают такую задачу, является четко поставить план ее решения и разделить данные задачи на составляющие части. Для этого нужен глубокий анализ условия. Если говорить непосредственно о решении отдельно взятых задач, то сложностей в решении нет. Затруднения могут возникнуть при объединении данных задач для ответа на главный вопрос задачи.

Решение. Разобьем задачу на несколько составных вопросов

1. Какова скорость первого самолета? $\frac{360*5}{2}$=900 км/ч

2. Какова скорость второго самолета? $900 * \frac{8}{9} = 800$ км/ч

3. На сколько километров самолеты сблизятся в течение часа?

$900 + 800 = 1700$км/ч

4. Через сколько часов после вылета самолеты встретятся?

$\frac{1870}{1700} = 1{,}1$часа.

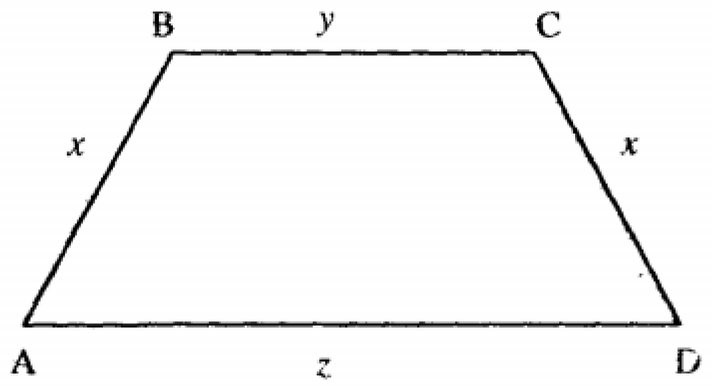
Когда учащиеся решают задачи синтетическим методом, иногда выполняют лишнюю работу, а слабые ученики могут действовать бессмысленно. Поэтому главное здесь, это научить ребят грамотно разбивать задачу на части и потом приходить к вопросу задачи.

Далее рассмотрим задачи, для которых не так просто подобрать метод решения, исходя из условий. Такие задачи решаются одним из трех последних методов, о котором было сказано ранее.

Задача 3. Из пункта А одновременно выходят три пешехода и одновременно возвращаются в тот же пункт, обойдя маршрут, состоящий из прямолинейных отрезков АВ, ВС, CD, DA, которые образуют равнобочную трапецию (АВ и CD — боковые стороны). На указанных отрезках скорости всех пешеходов постоянны и равны: у первого 6, 8, 5 и 8 км/час соответственно, а у второго — 7, 7, б и 8 км/час соответственно. Скорость третьего пешехода на каждом из отрезков равна либо 7 км/час, либо 8 км/час, причем на всем пути он меняет скорость один раз. Определить отношение меньшего основания трапеции к боковой стороне.

Решение:

Изобразим маршруты движения пешеходов на условном рисунке.



Подчеркнем, что условность приведенного рисунка состоит, в частности, и в том, что на нем длина y < z, хотя в действительности может быть и наоборот. Поэтому нам предстоит выяснить, какое из двух чисел y или z наименьшее, и найти отношение наименьшего числа к величине x. По условию

$$\frac{x}{6}+\frac{y}{8}+\frac{x}{5}+\frac{z}{8}=\frac{x}{7}+\frac{y}{7}+\frac{x}{6}+\frac{z}{8} \leftrightarrow \frac{y}{56}=\frac{2x}{35} \leftrightarrow \frac{y}{x}=\frac{16}{5} \quad (1)$$

Рассмотрим все возможные варианты скоростей движения третьего пешехода на отрезках маршрута ABCD:

AB	BC	CD	DA
7 км/ч	7 км/ч	7 км/ч	8 км/ч
7 км/ч	7 км/ч	8 км/ч	8 км/ч
7 км/ч	8 км/ч	8 км/ч	8 км/ч
8 км/ч	8 км/ч	8 км/ч	7 км/ч
8 км/ч	8 км/ч	7 км/ч	7 км/ч
8 км/ч	7 км/ч	7 км/ч	7 км/ч

Для упрощения вычислений удобно сравнить первый, второй, третий и шестой варианты с движением второго пешехода, а четвертый и пятый варианты - с движением первого пешехода. Итак**:**

1. $\frac{x}{7}+\frac{y}{7}+\frac{x}{7}+\frac{z}{8}=\frac{x}{7}+\frac{y}{7}+\frac{x}{6}+\frac{z}{8} \leftrightarrow \frac{x}{7}=\frac{x}{6}$, что не возможно

2. $\frac{x}{7}+\frac{y}{7}+\frac{x}{8}+\frac{z}{8}=\frac{x}{7}+\frac{y}{7}+\frac{x}{6}+\frac{z}{8} \leftrightarrow \frac{x}{8}=\frac{x}{6}$, что не возможно

3. $\frac{x}{7}+\frac{y}{8}+\frac{x}{8}+\frac{z}{8}=\frac{x}{7}+\frac{y}{7}+\frac{x}{6}+\frac{z}{8} \leftrightarrow \frac{x}{8}+\frac{y}{8}=\frac{x}{6}+\frac{y}{7}$. Это тоже не возможно, так как $\frac{x}{8}+\frac{y}{8}<\frac{x}{6}+\frac{y}{7}$.

4. $\frac{x}{8}+\frac{y}{8}+\frac{x}{8}+\frac{z}{7}=\frac{x}{6}+\frac{y}{8}+\frac{x}{5}+\frac{z}{8} \leftrightarrow \frac{z}{56}=\frac{7x}{56} \leftrightarrow \frac{z}{x}=\frac{98}{15}$ (2)

5. $\frac{x}{8}+\frac{y}{8}+\frac{x}{7}+\frac{z}{7}=\frac{x}{6}+\frac{y}{8}+\frac{x}{5}+\frac{z}{8} \leftrightarrow \frac{z}{56}=\frac{83x}{15*56} \leftrightarrow \frac{z}{x}=\frac{83}{15}$ (3)

6. $\frac{x}{8}+\frac{y}{7}+\frac{x}{7}+\frac{z}{7}=\frac{x}{7}+\frac{y}{7}+\frac{x}{6}+\frac{z}{8} \leftrightarrow \frac{z}{56}=\frac{x}{24} \leftrightarrow \frac{z}{x}=\frac{7}{3}$ (4)

Далее необходимо провести отбор получившихся решений. Для этого обратим внимание, что должны выполняться неравенства:

$$\begin{cases}2x+y>z\\2x+z>y\end{cases} \leftrightarrow \begin{cases}2+\frac{y}{x}>\frac{z}{x}\\2+\frac{z}{x}>\frac{y}{x}\end{cases} \leftrightarrow \left|\frac{z}{x}-\frac{y}{x}\right|<2 \ (*)$$

Далее, используя формулу (1), можем убедиться, что в данном случае только формула (4) удовлетворяет неравенству (*). Поэтому из системы $\begin{cases}\frac{z}{x}=\frac{7}{3}\\\frac{y}{x}=\frac{16}{5}\end{cases}$. Находим $\frac{z}{y}=\frac{35}{48}$. Значит $z<y$. Таким образом, получаем ответ $\frac{7}{3}$.

Задача 4. С завода на стройку нужно перевезти 24 больших и 510 маленьких бетонных блоков. Доставка блоков осуществляется автомашинами, каждая из которых вмещает в себя 44 маленьких блока и имеет грузоподъемность 10 тонн. Вес маленького блока составляет 0.2 тонны, большой блок весит 3.6 тонны и занимает место 14 маленьких. Найти минимальное число рейсов, достаточное для перевозки всех блоков.

Решение: можем предположить, что пусть все блоки были перевезены за n рейсов. В таком случае должны быть верными следующие соотношения :

$$\begin{cases}10n \geq 24*3{,}6+510*0{,}2\\44n \geq 14*24+510\end{cases} \leftrightarrow \begin{cases}n \geq 18{,}84\\n \geq 19\frac{5}{22}\end{cases} \leftrightarrow n \geq 19\frac{5}{22}.$$

Наименьшее целое число n, удовлетворяющее последнему неравенству, равно 20.

Далее докажем, что 20 рейсов будет достаточно для перевозки всех блоков. Для этого достаточно просто указать конкретную схему перевозки.

За каждый из первых 12 рейсов можно перевезти два больших блока и 14 маленьких блоков. При этом выполняются все ограничения по массе и размерам. Нагружая по 44 маленьких блока каждый рейс (это возможно по массе!) мы могли бы за 8 рейсов перевезти даже 352 маленьких блока. Получаем ответ: 20 рейсов.

Задача 5. В начальный момент лечения пациенту была произведена первая инъекция в 6 единиц некоторого лекарства, а во время каждой последующей инъекции ему вводится 4 единицы того же лекарства. За время между инъекциями количество лекарства в организме уменьшается в 5 раз. Какое количество лекарства будет содержаться в организме после 30-ой инъекции?

Решения. К моменту второй инъекции в организме пациента находится $\frac{5}{6}$ единиц лекарства, а к моменту третьей инъекции $\left(5+\frac{1}{5}\right)*\frac{1}{5}=1+\frac{1}{25}$ единиц, к моменту четвертой инъекции $\left(5+\frac{1}{25}\right)*\frac{1}{5}=1+\frac{1}{5^3}$ единиц инъекции и так далее. Таким образов к моменту четвертой инъекции будет $1+\frac{1}{5^{29}}$ единиц, а сразу после инъекции будет $5+\frac{1}{5^{29}}$ единиц. Получаем ответ: $1+\frac{1}{5^{29}}$

Задача 6. В магазине имеется три вида наборов игрушек: металлических, пластмассовых и мягких. Детский сад купил по одному набору металлических и пластмассовых игрушек и 4 набора мягких игрушек, при этом количество игрушек совпало с количеством детей в саду. Если бы было куплено 4 набора металлических и один набор мягких игрушек, то 57 детям игрушек бы не досталось. Количество игрушек, составляющих 4 набора пластмассовых и один мягких на 41меньше числа детей. Сколько детей было в детском саду, если, купив по три набора игрушек каждого вида, детский сад не обеспечил бы всех детей игрушками?

Решение: Обозначим через n, p и т количество игрушек в одном наборе соответственно металлических, пластмассовых и мягких; к — количество детей в детском саду. Из условий задачи получаем следующую систему:

$$\begin{cases} n+p+4m=k \\ 4n+m=k-57 \\ 4p+m=k-41 \\ 3(n+p+m)<k \end{cases}$$

Вычитая из первого и третьего уравнений поочередно второе уравнение, получим равенства:

$$\begin{cases} -3n+p+3m=57 \\ 4p-4n=16 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} -3n+n+4+3m=57 \\ p=n+4 \end{cases} \leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 3m=53+2n \\ p=n+4 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{53+2n}{3} \\ p=n+4 \end{cases} \quad (1)$$

Подставляя в уравнение: $4n+m=k-57$ выражение $m=\frac{53+2n}{3}$, получим равенство: $4n+\frac{1}{3}(53+2n)=k-57 \leftrightarrow 3k-14n=224 \leftrightarrow k=\frac{14n+224}{3}$

Представим множество натуральных чисел п в виде объединения трех непересекающихся множеств:

1. $n=3s, s\in N\ k=\frac{224}{3}+14s-$ не целое

2. $n=3s-1, s\in N\ k=\frac{210}{3}+14s=70+14s-$ не целое

3. $n=3s-2, s\in N\ k=\frac{196}{3}+14s-$ не целое

Условию $3k-14n=224$ удовлетворяют натуральные числа вида: $\begin{cases} k=70+14s, s\in N \\ n=3s-1 \end{cases}$ и только они.

Заменяя теперь p на $n+4$ п 3m на $2n+53$ в неравенстве $3(n+p+m)<k$ получим следующее неравенство: $3n+3(n+n)+2n+53<k \leftrightarrow k>8n+65 \leftrightarrow 70+14s>245-8+65 \leftrightarrow 10s<13 \leftrightarrow s<13$ Условию $s\in N$ удовлетворяет только $s=1$, следовательно $k=84$

Задача 7. Чтобы доехать из села в город, необходимо для начала часть маршрута проехать по грунтовой дороге, потом по шоссе. Из села в город в 7 часов утра выехал автомобилист, и одновременно с ним из города в село выехал мотоциклист. Мотоциклист двигался по шоссе быстрее, чем по грунтовой дороге в $1\frac{2}{3}$ раза, а автомобилист в $1\frac{1}{2}$ раза (движение обоих по шоссе и по грунтовой дороге считается равномерным). Они встретились в 9 часов 15 минут, автомобилист приехал в город в 11 часов, а мотоциклист приехал в село в 12 часов 15 минут. Определить, сможет ли автомобилист приехать в город до 11 часов 15 минут, если он весь путь из села в город будет ехать с первоначальной скоростью.

Рассмотрим данную задачу с точки зрения УУД.

1. Первое, что делает ученик- это внимательно читает условие задачи.

Отвечает на вопросы: во сколько раз быстрее мотоциклист двигается по шоссе, чем по грунтовой дороге? Во сколько раз автомобилист? Сколько они ехали до встречи? Сколько ехал автомобилист? Сколько ехал мотоциклист? Что необходимо найти?

2. Находим способ решения.

Учитель и ученики разрабатывают стратегию поиска решения задачи. Чтобы определить, сможет ли автомобилист приехать в город до 11 часов 15 минут, если он весь путь из села в город будет ехать с первоначальной скоростью, можем предположить, например, что сможет. Выясним, сколько он затратит на движение по грунтовой дороге и по шоссе и сколько займет весь его путь. Обозначим скорости автомобилиста и мотоциклиста и найдем их на шоссе и на грунтовой дороге. Найдем, длинны грунтового и шоссейного участка пути. Найдем, сколько занимает весь путь мотоциклиста, и ответим на вопрос задачи.

На данном этапе осуществляется выбор наиболее выгодного способа решения, исходя уже из конкретных условий. Учащиеся учатся ставить и грамотно формулировать проблему задачи, составлять алгоритмы, устанавливать причинно-следственные связи и делать выводы.

3. Решение задачи. Предположим, что автомобилист сможет приехать в город, двигаясь с первоначальной скоростью, до 11 часов 15 минут. Если на движение по грунтовой дороге он тратит а часов, то на движение по шоссе он затрачивает $(4-a)$ При неизменной скорости весь путь у него займет $a+\frac{3}{2}(4-a)$ часов. По предположению, $a+\frac{3}{2}(4-a)<\frac{17}{4} \leftrightarrow a>\frac{7}{2}$ часа, то есть к шоссе автомобилист подъедет не ранее 10 часов 30 минут. Поскольку встреча автомобилиста с мотоциклистом состоялась в 9 часов 15 минут, то эта встреча произошла на фунтовой дороге.

Если обозначить через х км/час и у км/час соответственно скорости автомобилиста и мотоциклиста на грунтовой дороге, то их скорости на шоссе будут соответственно $\frac{3}{2}x\,\text{км/ч}$ и $\frac{5}{3}y\,\text{км/ч}$. После встречи мотоциклист двигался 3 часа и прошел тот же путь, что и автомобилист за $\frac{9}{4}$ часа (то есть до момента встречи). Поэтому $3y=\frac{9}{4}x \leftrightarrow y=\frac{3}{4}x$. Длины грунтового и шоссейного участков равны, соответственно $xa,\ \frac{3}{2}x(4-a)$ км. Мотоциклист движется по шоссе $\frac{\frac{3}{2}x(4-a)}{\frac{5}{2}y}=\frac{\frac{3}{2}x(4-a)}{\frac{5}{3}*\frac{3}{4}x}=\frac{6}{5}(4-a)$ часов, а по грунтовой дороге: $\frac{xa}{\frac{3}{4}x}=\frac{4}{3}a$ часов. Весь путь занимает у него $\frac{6}{5}(4-a)+\frac{4}{3}a=\frac{24}{5}+\frac{2}{15}a$ часов. По условию $\frac{24}{5}+\frac{2}{15}a=\frac{21}{4} \leftrightarrow a=\frac{27}{8}$. Но $\frac{27}{8}<\frac{7}{2}$, что противоречит предположению $a>\frac{7}{2}$. Поэтому ответ не может.

На данном этапе ученики получают такие умения как: создание, применение и преображение знаков в символы, модели, схемы для решения познавательных задач. Учатся соотносить свои действия с планируемым результатом. Учатся контролю своих действий, деятельности в процессе достижения результата. А так же, учатся корректировать свои действия с изменяющейся ситуацией.

4. И наконец, анализируем найденное решение. Учащиеся должны ответить: какова главная идея решения данной задачи? Есть ли еще другие способы решения?

2.3 Факультатив «Решение текстовых задач»

Данный факультатив проводился на производственной практике в феврале-марте 2019 года. В 9 «А» классе МАОУ СОШ №153. г. Челябинска. Уроки проводились в соответствии с разработанной системой заданий.

Факультатив рассчитан на 7 занятий в месяце, 8 часов, то есть, факультативное занятии проводится 2-3 раз в неделю в течение месяца.

Цели факультатива:

1. Подготовка к ОГЭ,
2. Умственное развитие учащихся, повышение уровня математической культуры учащихся,
3. Формирование качеств мышления, необходимых для успешной адаптации к реальной жизни,
4. Актуализация и систематизация знаний.

Задачи факультатива:

1. Качественно и углубленно подготовить учеников к сдаче ОГЭ по данным темам,
2. Познакомить с различными видами текстовых задач и стандартными и нестандартными методами их решения;
3. Научить составлять математическую модель текстовой задачи, переходить от этой модели к ответам задачи, анализируя жизненную ситуацию текста задачи.

Ожидаемые результаты:

1. Ученики умеют определять тип текстовой задачи, знают основные методы решения текстовой задачи, используют при этом разные способы,

2. Умеют решать задачи на движение, работу, процентные расчёты, смеси и сплавы,

3. Умеют применять полученные математические знания в решении жизненных задач.

Учебно-тематический план факультатива:

Таблица №1

№ Занятия	Содержание учебного материала	Содержание программы	Кол-во часов
1	Текстовые задачи. Техника их решения	Текстовая задача. Их виды, примеры. Методы решения. Этапы решения. Решение текстовых задач арифметическим способом. Решение текстовых задач алгебраическим способом. Решение текстовых задач не стандартными методами. Важность правильного письменного оформления решения текстовой задачи. Задача на движение. Задача на работу. Задача на сплав (смесь или раствор). Задача на проценты	2
2	Задачи на движение	Движение тел по течению. Движение тел против течения. Равномерное движение тел. Равноускоренное движение тел. Движение тел навстречу друг другу. Движение тел вдогонку. Оформление таблицы на движение и важность грамотного ее оформления. Текстовые задачи на движение из демонстрационных вариантов ОГЭ.	1
3	Задачи на работу	Учим формулу, которая показывает, как зависит объем выполненной работы от производительности и времени, которое было затрачено на ее выполнение. Особенности выбора переменных и методики решения задач на работу. Составление	1

		таблицы данных и значение правильности ее составления. Текстовые задачи на работу из демонстрационных вариантов ОГЭ	
4	Задачи на сплавы, смеси, растворы	Формула зависимости массы или объема вещества в сплаве, смеси, растворе от концентрации и массы или объема сплава, смеси, раствора. Особенности выбора переменных и методики решения задач на смеси, сплавы, растворы. Составление таблицы данных и значение правильности ее составления. Текстовые задачи на сплавы, смеси и растворы из демонстрационных вариантов ОГЭ	1
5	Задачи на проценты	Формулы процентов. Отличие выбора переменных и особенности методики решения задач с экономическим содержанием. Текстовые задачи на проценты из демонстрационных вариантов ОГЭ	1
6	Самостоятельная работа	Задача на движение. Задача на работу. Задача на сплав (смесь или раствор). Задача на проценты.	1
7	Работы над ошибками	Разбор допущенных в задачах ошибок	1

Тема занятия «Задачи на движение»

Ход урока.

1. Орг. момент

2. Учитель напоминает детям, что решение задач условно можно разделить на 4 этапа : анализ текста, составление плана решения задачи, реализация плана, анализ и проверка правильности решения.

Вместе с детьми проговаривают каждый этап.

3. Учитель раздает детям подготовленные задачи, просит прочитать ученика первую задачу.

4. Решение задачи.

Задача 1.

Два пешехода вышли одновременно из двух сел А и В навстречу друг другу. После встречи первый пешеход шел 25 минут до села В, а второй шел 36 минут до села А. Сколько минут они шли до встречи?

Учитель говорит о том, что задачу решим двумя методами, с которыми познакомились на первом занятии. Сначала решим алгебраически.

Анализ задачи: в задачи говориться о движении, Движение характеризуется тремя величинами: скорость (v), время (t), расстояние (s). Из условия известно, что пешеходы начали движение одновременно навстречу друг другу, первому до своего места назначения пришлось идти еще 25 минут, а второму 36 минут. Требуется найти время их пути до встречи.

Составление плана решения. Чтобы решить задачу, составим уравнение. Введем переменную. Пусть до встречи пешеходы шли x минут, нам это и требуется найти. Тогда получаем, что первый был в пути $(x+25)$мин, второй $(x+36)$мин. За одну минуту первый пешеход проходил $\frac{1}{x+25}$м, а второй $\frac{1}{x+36}$м расстояния АВ. Вместе они проходили за одну минуту $\frac{1}{x}$м расстояния АВ. Составим уравнение $\frac{1}{x+25}+\frac{1}{x+36}=\frac{1}{x}$

Реализация плана решения задачи. $\frac{x(x+36)+x(x+25)-(x+25)(x+36)}{(x+25)(x+36)}=0$

Раскрыв скобки в знаменатели и приведя подобные слагаемые, получим $x^2=900$. Корень, который нам подходит, это x=30. Следовательно, пешеходы шли до встречи 30 минут.

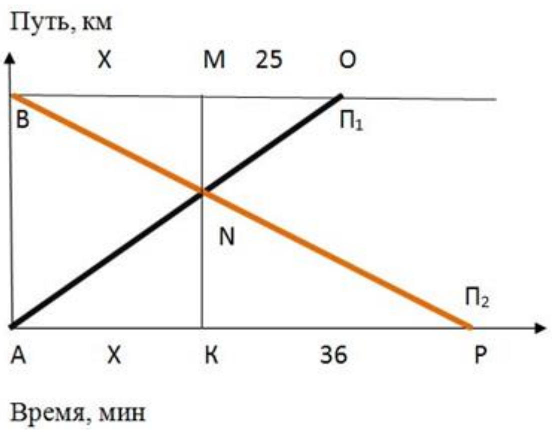
Анализ и проверка правильности решения.

В задаче требовалось найти, сколько минут пешеходы шли до встречи. 30 мин.> 0. При подстановке дроби в исходное уравнение получим верное числовое равенство: $\frac{1}{30+25}+\frac{1}{30+36}=\frac{1}{30}$. $0{,}3=0{,}3$. Следовательно, 30 – корень уравнения.

УУД: умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач. Умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией. Владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности.

Эту же задачу решаем геометрическим методом.

Пусть до встречи пешеходы шли x минут. Построим графики движения пешеходов



Так как в задаче работа рассматривается как равномерный процесс, то отрезок:

АО – график движения первого пешехода, а отрезок ВР – график движения второго пешехода,

АК – изображает время движения до встречи,

МО – время движения первого пешехода после встречи до села В, МО=25, КР – время движения второго пешехода после встречи до села А,

КР = 36. Проведем МК ∥ АВ и рассмотрим образовавшиеся треугольники.

Из подобия двух пар треугольников BNM и PNK, MNO и KNA (по двум углам) следует, что $\frac{MN}{NK} = \frac{x}{36}$ и $\frac{MN}{NK} = \frac{25}{x}$. Составим уравнение $\frac{x}{36} = \frac{25}{x}$,

$x^2 = 25 * 36.$

Это уравнение имеет единственный положительный корень X=30. Следовательно, пешеходы шли до встречи 30 минут.

Теперь ученики смогут для себя понять, каким способом им удобнее пользоваться, какой для них более понятный.

УУД. Помимо тех, о которых говорилось выше, при решении задачи геометрическим методом формируются следующие УУД: умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы; умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач.

5. Закрепление. Учитель вызывает ученика к доске решать задачу. Помогает ему. Остальные решают задачу в тетради.

Задача 2. За 3 часа катер проходит по течению расстояние, в 2,4 раза больше, чем за 2 часа против течения. Какова скорость катера в стоячей воде, если скорость течения равна 1,5 км/ч?

Анализ задачи. В задаче речь идет о движении по воде. Движется катер. Из условия задачи известно, что по течению реки катер плывет 3 часа, а против течения реки 2 часа. Знаем скорость течения – 1,5 км/ ч. Катер проплывает по течению реки расстояние, которое в 2,4 раза больше, чем путь, который он проплывает против течения реки. И нам необходимо вычислить скорость катера в стоячей воде, то есть собственную скорость катера.

При решении данной задачи целесообразно оформить табличку.

	Скорость, км/ч	Время в пути, ч	Расстояние, км
По течению	?	3	?
Против течения	?	2	?

План решения задачи. Для того, чтобы решить задачу, нужно составить уравнение. Для этого необходимо ввести переменную. Обозначим за x (км/ч) собственную скорость катера, то есть то, что требуется найти в задаче. Тогда скорость катера по течению будет равна $x + 1{,}5$ км/ч, а против течения $x - 1{,}5$ км/ч.

Применим формулу зависимости между расстоянием, скоростью и временем $s = vt$, найдем расстояние, которое катер проходит против течения реки: $2\,(\mathrm{x} - 1{,}5)$км. Расстояние, пройденное катером по течению реки: $3\,(\mathrm{x} + 1{,}5)$км.

	Скорость, км/ч	Время в пути, ч	Расстояние, км
По течению	х+1,5	3	3(х+1,5)
Против течения	х-1,5	2	2(х-1,5)

Теперь с помощью имеющихся данных составим уравнение. Из условия задачи известно, что расстояние, которое катер проходит по течению, в 2,4 раза больше, чем расстояние, пройденное катером против течения. $3\,(\mathrm{x} + 1{,}5) = 2\,(\mathrm{x} - 1{,}5)\ 2{,}4$

Реализация плана решения

$3\mathrm{x} + 4{,}5 = 4{,}8\mathrm{x} - 7{,}2;$

$1{,}8\mathrm{x} = 11{,}7;$

х=6,5.

Анализ и проверка правильности решения. В задаче требовалось найти собственную скорость катера: 6,5 км/ч> 0. При подстановке дроби в исходное уравнение получим верное числовое равенство: $3\,(6{,}5 + 1{,}5) = 2\,(6{,}5 - 1{,}5)\ 2{,}4;\ 24 = 24$. Следовательно, число 6,5 – корень уравнения. Нам нужно, исходя из данных задачи, чтобы скорость катера была больше, чем скорость течения реки. Это условие выполняется, так как 6,5> 1,5. Получаем ответ: скорость катера в стоячей воде равна 6,5 км/ч.

УУД: Осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач. Умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией. Владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности. Умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности её решения. Умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы. Умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками; умение осознанно использовать речевые средства в соответствии с задачей коммуникации для выражения своих чувств, мыслей и потребностей

6. Домашнее задание: решить 3 любые задачи из сборника ОГЭ.

То как учащиеся овладели изученным, новым материалом, выявлено по результатам самостоятельной работы, которая представлена в таблице №2.

Таблица №2

1 вариант	2 вариант
Моторная лодка прошла против течения реки 195 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 14 км/ч. Ответ дайте в км/ч.	Моторная лодка прошла против течения реки 255км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.
Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй - 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго сплава?	Имеются два сплава, состоящие из золота и меди. В первом сплаве отношение масс золота и меди равно 8:3, а во втором - 12:5. Сколько килограммов золота и меди содержится в сплаве, приготовленном из 121 кг первого сплава и 255 кг второго сплава?
Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем	На изготовление 16 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше,

второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?	чем второй рабочий на изготовление 40 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?
В 2008 году в городском квартале проживало 20000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 9%, а в 2010 году — на 4% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?	Цену товара первоначально понизили на 20%, затем новую цену снизили еще на 30% и, наконец, после пересчета произвели снижение на 50%. На какое число процентов была снижена цена товара, которая была указана ранее?

После проведения итоговой самостоятельной работы были получены следующие результаты:

1. Первое задание правильно выполнили 72,3%,

2. Второе 65,1%,

3. Третье задание верно выполнили 50,8%

4. С четвертым заданием справились 48,2%.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что гипотеза, которая была выдвинута в начале исследования, получила свое подтверждение.

У учащихся были сформированы следующие УУД: умение работать индивидуально, умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач. Умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы. Владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности. Умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности её решения;

Выводы по главе 2

Работа с текстовыми задачами на уроках математики, поиск решения и определение метода решения, способствуют развитию у учеников логического и математического мышления, развивают воображение, учат применять полученные знания на практике и в реальной жизни, учат рассуждать. Поэтому стоит уделять работе с текстовыми задачами достаточное количество времени.

Неотъемлемой частью работы с текстовыми задачами являются нестандартные методы их решения, которые в школах обычно не рассматривают. Данные методы не только развивают кругозор учеников, но и помогают сделать учебный процесс, рассматриваемый в задачи, наиболее визуальным (геометрический метод). В дальнейшем ученики будут не только решать задачи по образцу, но и иметь право выбора метода решения задачи, что позволит повысить интерес к решению задач и математике в целом. Использование нестандартных методов решения дает возможность обучать ребят разным методам рассуждений, сравнивать разные способы решения одной задачи, проводить оценку и выбирать наиболее рациональный метод.

Благодаря обучению умению решать текстовые задачи у учащихся были сформированы следующие УУД: умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач. умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией. Умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности её решения, владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности, умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы.

Чтобы полноценно обучить ребят разным способам решения задач на уроках, времени недостаточно и факультативный курс станет отличной возможностью это сделать. Данный курс направлен на то, чтобы у учащихся 9 классов сформировать более прочные и разносторонние знания по математике, заинтересовать учащихся, показать данный предмет с другой стороны. Учитывая направления данного курса, была разработана программа, которая основана на тех умениях и знаниях и опыте учеников, которые они уже приобрели.

Заключение

Подводя итог работы, можно сделать вывод, что на протяжении многих лет решение текстовых задач, в частности методы их решения, волновали многих математиков, методистов, учителей и учащихся.

Решение текстовой задачи требует глубокого ее анализа, владения методикой решения и некоторым багажом знаний. Нельзя с ходу взять и решить ее, не прочитав условия и не поняв ее содержания. Это говорит о том, что решение задач, в первую очередь учит одной из самых важных способностей понимать текст.

Решение задачи алгебраическим методом является, можно сказать, единственным путем для понимания детьми, чем занимается математика.

Учащийся знакомится с условиями, описывающими какую-либо жизненную ситуацию, затем сам описывает эту ситуацию на языке математики, приходит составлению уравнения, решает его, не задумываясь о первоначальной жизненной ситуации. Наконец, результат, который он получил, учащийся транслирует на обычный язык. Но без применения наглядных методов обучения, каким является геометрический метод, нельзя назвать полученные знания полноценными. Для полного понимания ученики должны еще и видеть условия задачи, уметь наглядно изобразить. Комбинируя алгебраический и геометрический методы решения, учитель может организовать дифференцированную работу с учащимися, учитывая их индивидуальные особенности. Ведь кто-то может лучше решить задачу одним методом, кто-то другим, что говорит о том, что есть необходимость давать ученикам оба метода решения. Это все в целом способствует развитию обучающихся, формированию у них УУД, способствует закреплению на практике приобретенных умений и навыков.

При правильно организованной работе у учеников развивается смекалка, умение анализировать, наблюдательность, заинтересованность, повышается интерес к предмету.

Как видно из работы, у учеников, при решении текстовых задач формируются многие важнейшие УУД, что является неотъемлемой и значимой частью образовательного процесса.

Целью данной работы было разработать методику формирования УУД при решении текстовых задач. В первой главе данной работы были рассмотрены теоретические основы решения текстовых задач. Было раскрыто понятие текстовой задачи, рассмотрена классификация, структура и их функции и раскрыто понятие УУД.

Во второй главе были рассмотрены стандартные и нестандартные методы решения задач, их применение на конкретных примерах, раскрыто то, как они формируют УУД у учащихся. Был описан эксперимент по решению текстовых задач, проведенный в 9 классе, которые дал положительные результаты.

Таким образом, все поставленные задачи решены, цели достигнуты, гипотеза подтверждена экспериментально.

Список литературы

1. Формирование универсальных учебных действий в основной школе. Система заданий. М., 2015. 160 с.

2. Психология личности: культурно-историческое понимание развития человека. М., 2017. 112 с.

3. Методика преподавания математики в средней школе. Частная методика. М., 2015. 86с.

4. Булынин, В. Применение графических методов при решении текстовых задач. Математика №14.2015г. 280с.

5. Варшавский, И.К. Текстовые задачи на едином государственном экзамене // Математика для школьников. 2015. №5. С. 3-6.

6. Виленкин, Н.Я. Современные проблемы школьного курса математики и их исторические аспекты // Математика в школе. 2016. №3. С. 21-23.

7. Деминский, В.А. ЕГЭ-2019 и уровень математической подготовки студентов-первокурсников // Математика в школе. 2015. 175с.

8. Дорофеев, Г.В. Пособие по математике для поступающих в вузы (избранные вопросы элементарной математики). М.: Наука, 2016. 89с.

9. Ерина, Т.М. Задачи на движение. Математика для школьников. М., 2016. 84с

10. Ерина, Т.М. Алгебра. Текстовые задачи. М., 2018. 53с.

11. Колягин, Ю.М. Функции задач в обучении математике и развитие мышления школьников. М., 2017. 152с.

12. Колягин, Ю.М. Задачи в обучении математики.М., 2019. 113с.

13. Концепция федеральных государственных образовательных стандартов общего образования / проект Рос.акад. Образования. М.: Просвещение, 2018. 40 с.

14. Фундаментальное ядро содержания общего образования. М.: Просвещение, 2018. 41 с.

15. Перельман, Я.И. Занимательная алгебра. М., 2016. 164с.

16. Прокофьев, А. Текстовые задачи. Математика №9. М. 2016. 197с.

17. Семушкин, А.Д. Функции задач в обучении // Математика в школе. 2016. №3. С. 4-7.

18. Сорокин, П.И. Занимательные задачи по математике. С решениями и методическими указаниями /Пособие для учителей. М., 2017. 135с.

19. Сканави, М.Н. 2500 задач по математике с решениями для поступающих в вузы. М., 2018. 216с.

20. Тимофеев, Г.Н. Математика для поступающих в вузы. М., 2016. 160с.

21. Тоом, А.Л. Между детством и математикой: Текстовые задачи в математическом образовании // Математика. 2015. №3. С. 120-125.

22. Тоом, А.Л. Наблюдения математика над математическим образованием // Архимед: Научно-методический сборник. М., 2015. 54с.

23. Тоом, А.Л. Текстовые задачи: приложения или умственные манипулятивы // Математика. 2015. №4. С. 147-149.

24. Цыпкин, А.Г. Справочное пособие по методам решения задач по математике для средней школы. М., 2016. 213с.

25. Шевкин, А.В. Текстовые задачи в школьном курсе математики (5-9-е классы). М., 2016. 156с.

26. Бокарева О.С. Формирование универсальных учебных действий на уроках математики в средней школе [Электронный ресурс]: [сайт]. [2015]. URL: http://nsportal.ru/shkola/materialy-metodicheskikh-obedinenii/library/formirovanie-universalnyh-uchebnyh-deystviy-na (дата обращения: 28.05.2020).

27. Веселаго И.А. Алгебра для школьников и абитуриентов [Электронный ресурс]: [сайт]. [2017]. URL: http://www.iprbookshop.ru/24662/по паролю (дата обращения: 13.08.19).

28. Воровщиков С.Г. Развитие универсальных учебных действий. Внутришкольная система учебно-методического и управленческого сопровождения [Электронный ресурс]//монографияВоровщиков С.Г., Орлова

Е.В. [сайт]. [2017]. URL: http://www.iprbookshop.ru/18611. по паролю(дата обращения: 23.03.2020).

29. Морозова И.М. Математика: курс самостоятельной подготовки к экзамену и тестированию. [Электронный ресурс]: [сайт]. [2018]. URL: http://www.iprbookshop.ru/28115 по паролю (дата обращения: 23.03.2020).

30. Проектирование урока с позиции формирования универсальных учебных действий. [Электронный ресурс]: [сайт]. [2018]. URL: http://www.ug.ru/method article/260 (дата обращения: 23.03.2020).

31. Универсальные учебные действия. [Электронный ресурс]: [сайт]. [2018]. URL: http://www.prosv.ra/umk/perspektiva/info (дата обращения: 23.03.2020).

32. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (ФГОС ООО). [Электронный ресурс]: [сайт]. [2018]. URL: http://standart.edu.ru (дата обращения: 12.03.2020).

33. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования (ФГОС СОО). [Электронный ресурс]: [сайт]. [2016]. URL: Режим доступа: http://nsuoth2.blogspot.rU/p/blog-page_8517.html;

34. Федеральный образовательный портал (нормативные документы, стандарты, приказы министерства, законодательные акты). [Электронный ресурс]: [сайт]. [2015]. URL: http://www.edu.ru/ (дата обращения: 12.03.2020).