МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ, ИНФОРМАТИКИ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Формирование универсальных учебных действий при изучении уравнений и неравенств в основной школе

Выпускная квалификационная работа по направлению

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность программы бакалавриата

«Математика. Информатика»

Форма обучения очная

Проверка на объем заимствований:
61,39 % авторского текста
Работа рекомендована к защите
«05» апреля 2023 г.
зав. кафедрой математики и МОМ
_________ Звягин К.А.

Выполнила:
Студентка группы ОФ-513/204-5-1
Майер Арина Александровна

Научный руководитель:
профессор, д.п.н.,
доцент кафедры МиМОМ
Суховиенко Елена Альбертовна

Челябинск
2023

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Федеральный государственный образовательный стандарт предъявляет требования к метапредметным результатам, к которым относится формирование универсальным учебных действий.

В соответствии с ФГОС ООО предметным результатом изучения математики является формирование у обучающихся умений работать с учебным математическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики, проводить классификации, логические обоснования. Достижение данного результата становится возможным благодаря формированию системы универсальных учебных действий, под которыми в широком смысле понимается «умение учиться».

В нынешнее время выделяют такие группы универсальных учебных действий (далее УУД): познавательные, регулятивные и коммуникативные. Они обеспечивают развитие мышления, логики, которые значимы для наличия определённых заданий, которые будут способствовать формированию данных УУД у обучающихся.

Вопросы формирования универсальных учебных действий интересовали и интересуют по сей день многих психологов и педагогов. Но несмотря на это вопрос связанный с формирование УУД при решении уравнений и неравенств раскрыт не полностью.

Это говорит об **актуальности** темы выпускной квалификационной работы.

Объект исследования: процесс изучения неравенств и уравнений в основной школе.

Предмет исследования: решение уравнений и неравенств, как средство формирования универсальных учебных действий у обучающихся.

Цель исследования: разработать систему заданий, направленных на формирование универсальных учебных действий обучающихся при изучении уравнений и неравенств.

Гипотеза: задания по теме «Уравнения и неравенства с модулем» способствуют формированию универсальных учебных действий, если:

- использовать в процессе уроков приемы и задания направленные на формирование УУД,
- использовать различные по уровню сложности и форме выполнения задания.

Для достижения цели определены следующие **задачи:**

1. Рассмотреть особенности формирования УУД.
2. Рассмотреть способы формирования УУД при изучении математики.
3. Провести анализ методических материалов по теме «Уравнения и неравенства».
4. Рассмотреть реализацию формирования УУД на примере темы «Уравнения и неравенства с модулем».
5. Разработать технологические карты уроков.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

1.1 Сущность и определение понятия «универсальные учебные действия»

Современное общество подвержено постоянным изменениям, которые требуют быстрой модернизации процесса образования, определения и постановки новых образовательных целей, принимающих во внимание как социальные и государственные интересы и потребности, так и личностные.

В 2021 году был принят Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (далее – ФГОС ООО) третьего поколения, где представлены новые запросы к основной программе образования, с учетом традиционного подхода и новых требований к учебно-воспитательному процессу.

На современном этапе в школах реализуются стандарты второго поколения и третьего поколения. При этом особое внимание в ФГОС уделяется процессу формирования универсальных учебных действий (УУД).

Концепция развития УУД разработана группой авторов: А. Г. Асмоловым, И. А. Володарской, Г. В. Бурменской, О. А. Карабановой, С. В. Молчановым, и Н. Г. Салминой.

По А. Г. Асмолову важной задачей современной системы образования является формирование совокупности УУД, которые обеспечивают умение учиться, способность личности к саморазвитию и самосовершенствованию путем сознательного и активного присвоения нового социального опыта, а не только освоение учащимися конкретных предметных знаний и навыков в рамках отдельных дисциплин. При этом знания, умения и навыки рассматриваются как производные от соответствующих видов целенаправленных действий, так как они порождаются, применяются и сохраняются в тесной связи с активными действиями самих обучающихся.

Программа развития УУД А. Г. Асмолова и других авторов основана на положениях культурно-исторического системно – деятельностного подхода, интегрирующего достижения педагогической науки и практики, в том числе компетентностный подход и подход, основанный на знаниях, умениях и навыках.

В широком значении термин «универсальные учебные действия» означает способность субъекта к саморазвитию и самосовершенствованию путем сознательного и активного присвоения нового социального опыта. В более узком (собственно психологическом) значении этот термин можно определить как совокупность действий учащегося, обеспечивающих социальную компетентность, способность к самостоятельному усвоению новых знаний и умений, включая организацию этого процесса, культурную идентичность и толерантность.

Функции УУД состоят,

во-первых, в обеспечении возможностей учащегося самостоятельно осуществлять деятельность учения, ставить учебные цели, искать и использовать необходимые средства и способы достижения, контролировать и оценивать процесс и результаты деятельности,

во-вторых, в создании условий для развития личности и ее самореализации в системе непрерывного образования, формирования «компетентности к обновлению компетентностей» (Я. А. Кузьминов), толерантных установок личности, обеспечивающих ее жизнь в поликультурном обществе, высокой социальной и профессиональной мобильности,

в-третьих, в обеспечении успешного усвоения знаний, умений и навыков, формировании картины мира, компетентностей в любой предметной области познания.

Среди основных видов УУД можно выделить блоки: регулятивный, познавательный, коммуникативный.

1.2 Особенности универсальных учебных действий

Метапредметные результаты освоения программы основного общего образования, в том числе адаптированной, должны отражать овладение универсальными учебными *познавательными* действиями , которые включаются в себя базовые логические действия, базовые исследовательские действия и работу с информацией.

Овладение системой универсальных учебных познавательных действий обеспечивает сформированность когнитивных навыков у обучающихся [23].

Коммуникативные универсальные учебные действия должны отражать действия, которые включают в себя: общение и совместную деятельность.

Овладение системой универсальных учебных коммуникативных действий обеспечивает сформированность социальных навыков и эмоционального интеллекта обучающихся [23].

Регулятивными универсальные учебные действия должны отражать действия, которые включают в себя: самоорганизацию, самоконтроль, эмоциональный интеллект, принятие себя и других:

Овладение системой универсальных учебных регулятивных действий обеспечивает формирование смысловых установок личности (внутренняя позиция личности) и жизненных навыков личности (управления собой, самодисциплины, устойчивого поведения) [23].

1.3 Формирование универсальных учебных действий на уроках математики

В отличие от многих дисциплин изучение математики подразумевает не только запоминание и воспроизведение, но и узнавание («данное выражение представляет собой сумму кубов двух функций»), понимание («в данной задаче необходимо применить эту функцию»), анализ («если правая часть этого уравнения отрицательна, то уравнение не имеет решений») и рефлексию («данное уравнение можно решать несколькими способами, каким будет удобнее?»).

Математика учит оптимизировать свои действия, вырабатывать и принимать решения, проверять действия, исправлять ошибки, различать аргументированные и бездоказательные утверждения. Таким образом, именно на уроках математики формируются универсальные умения и навыки, являющиеся основой существования человека в социуме.

Математика способствует развитию у обучающихся четкой информативной речи, умению отбирать наиболее подходящие языковые (в частности, символические, графические) средства. Так же изучение математики развивает воображение, пространственные представления.

В основе концепции УУД лежит системно – деятельностный подход. Согласно ФГОС, в результате изучения математики в основной школе должны получить развитие способности обучающихся к освоению систематических знаний, их самостоятельному пополнению, переносу и интеграции; способности к сотрудничеству и коммуникации, решению личностно и социально значимых проблем и воплощению решений в практику. Таким образом, для развития личностных универсальных учебных действий необходима разработка заданий, направленных на формирование интереса к изучаемым областям знания и видам деятельности, которые способствуют осознанию значимости и смысла изучаемых математических понятий, увеличению доли самостоятельной работы ученика.

Универсальный характер учебных действий проявляется в том, что они носят метапредметный характер; обеспечивают целостность общекультурного, личностного и познавательного развития и саморазвития личности; обеспечивают преемственность всех ступеней образовательного процесса; лежат в основе организации и регуляции любой деятельности обучающегося независимо от её специально-предметного содержания. УУД обеспечивают этапы усвоения учебного содержания и формирования психологических способностей обучающегося.

Рассмотрим основные типы и виды уроков, которые реализуются в рамках школьного предмета «математика» [26].

Типы уроков:

Тип №1. Урок открытия новых знаний, обретения новых умений и навыков

Цели:

- Деятельностная: научить детей новым способам нахождения знания, ввести новые понятия, термины.

- Содержательная: сформировать систему новых понятий, расширить знания учеников за счет включения новых определений, терминов, описаний.

Тип №2. Урок рефлексии

Цели:

- Деятельностная: формировать у учеников способность к рефлексии коррекционно-контрольного типа, научить детей находить причину своих затруднений, самостоятельно строить алгоритм действий по устранению затруднений, научить самоанализу действий и способам нахождения разрешения конфликта.

- Содержательная: закрепить усвоенные знания, понятия, способы действия и скорректировать при необходимости.

Тип №3. Урок систематизации знаний (общеметодологической направленности)

Цели:

- Деятельностная: научить детей структуризации полученного знания, развивать умение перехода от частного к общему и наоборот, научить видеть каждое новое знание, повторить изученный способ действий в рамках всей изучаемой темы.

- Содержательная: научить обобщению, развивать умение строить теоретические предположения о дальнейшем развитии темы, научить видению нового знания в структуре общего курса, его связь с уже приобретенным опытом и его значение для последующего обучения.

Тип №4. Урок развивающего контроля

Цели:

- Деятельностная: научить детей способам самоконтроля и взаимоконтроля, формировать способности, позволяющие осуществлять контроль.

- Содержательная: проверка знания, умений, приобретенных навыков и самопроверка учеников.

Виды уроков для каждого типа уроков по ФГОС:

Таблица 1 – Типы уроков по ФГОС [25]

Тип урока по ФГОС	**Виды уроков**
Урок открытия нового знания	Лекция, путешествие, инсценировка, экспедиция, проблемный урок, экскурсия, беседа, конференция, мультимедиа-урок, игра, уроки смешанного типа.
Урок рефлексии	Сочинение, практикум, диалог, ролевая игра, деловая игра, комбинированный урок.
Урок общеметодологической направленности	Конкурс, конференция, экскурсия, консультация, урок-игра, диспут, обсуждение, обзорная лекция, беседа, урок-суд, урок-откровение, урок-совершенствование.
Урок развивающего контроля	Письменные работы, устные опросы, викторина, смотр знаний, творческий отчет, защита проектов, рефератов, тестирование, конкурсы.

Формирование универсальных учебных действий на уроках математики происходит с помощью различных видов заданий:

- Формирование познавательных действий

Виды заданий: «Найти отличия», «Поиск лишнего», «Лабиринты», «Цепочки», составление схем-опор, работа с таблицами, составление и чтение диаграмм, работа со словарями [24].

Пример 1 («Поиск лишнего»)

Задание: выпишите номера уравнений, которые являются неполными квадратными уравнениями.

1. $2x^2 + 5x - 4 = 0.$
2. $-x^2 + 3x - 4 = 0.$
3. $5x^2 + 13x + 14 = 0.$
4. $x^2 - 4 = 0.$
5. $11x^2 + 33x = 0.$
6. $21x^2 + 31x - 44 = 0.$
7. $x^2 + 3x - 4 = 0.$
8. $x^2 - 64 = 0.$
9. $32x^2 - 25x = 0.$

10. $-4x^2 + 13x - 4 = 0.$

Правильный ответ: 4, 5, 8, 9.

Формируемые УУД: выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию.

- Формирование коммуникативных действий

Виды действий: составь задание партнеру, отзыв о работе товарища, групповая работа по составлению кроссвордов, подготовь рассказ на тему «…» [24].

Пример 2 («Составление кроссворда»)

Задание: разделиться на группы по 3-4 человека, составить кроссворд на тему «Уравнения и неравенства», представить свой кроссворд классу.

Вариант реализации задания:

1. Сколько решений имеет уравнение $25x^2 - 5x = 0$.
2. Сколько решений имеет уравнение $8x - 5 = 0.$
3. Уравнение $x^2 - 4x + 5 = 0$ называется … квадратное уравнение.
4. … — это алгебраическое выражение, имеющее смысл и записанное при помощи знаков >, <, ≥, ≤.
5. … — это равенство, содержащие неизвестное число, обозначенное буквой.
6. Неравенство, общий вид которого $ax^2 + bx + c > 0$ $(< 0, \geq 0, \leq 0)$ называется … .
7. … уравнение имеет общий вид $kx + m = 0.$
8. Уравнение $x^2 - 7x = 0$ называется … квадратное уравнение.

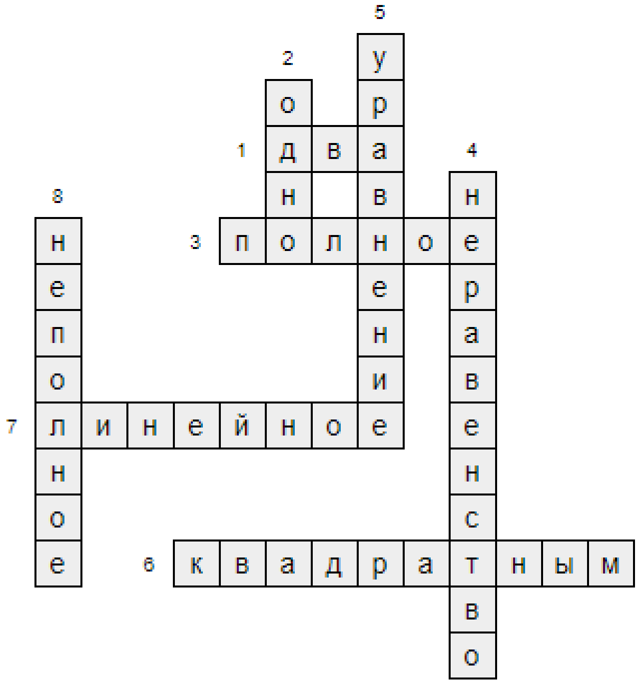


Рисунок 1 – Кроссворд

Формируемые УУД: планировать организацию совместной работы, определять свою роль, распределять задачи между членами команды, участвовать в групповых формах работы; сравнивать результаты с исходной задачей и вклад каждого члена команды в достижение результатов, разделять сферу ответственности и проявлять готовность к предоставлению отчета перед группой.

- Формирование регулятивных действий

Виды заданий: преднамеренные ошибки, поиск информации в предложенных источниках, взаимоконтроль, диспут, ищу ошибку, контрольный опрос на определенную проблеме [24].

Пример 3 (преднамеренные ошибки)

Задание: Выпишите неравенства, в которых допущены ошибки. Реши их правильно. Сделай проверку.

Таблица 2 – Задание к примеру 3

$x+5>1;$ $x>1-5;$ $x>-4.$	$3x-3>x+5;$ $3x+x>5-3;$ $4x>2;$ $x>0.5.$	$7x-5>x+15;$ $7x-x>5+15;$ $6x>20;$ $x>20/6.$

Ответ: ошибка допущена при решении неравенства $3x-3>x+5$.

Правильное решение:

$$3x - 3 > x + 5;$$

$$3x - x > 5 + 3;$$

$$2x > 8;$$

$$x > 4.$$

Поверка: пусть $x = 7$, тогда $3 \cdot 7 - 3 > 7 + 5$.

$18 > 12$ (верно).

Формируемые УУД: вносить коррективы на основе установленных ошибок.

Выводы по главе 1

Федеральный государственный образовательный стандарт определяет метапредметные результаты обучения, который включают в себя овладения универсальными учебными действиями. Это говорит о том, что проблема формирования УУД актуальна.

В первой главе было рассмотрено понятие универсальных учебных действий, характеристики познавательных, коммуникативных и регулятивных УУД, а также особенности формирования УУД на уроках математики, а также приведены примеры различных видов заданий с указанием универсальных учебных действий формируемых при их решении.

ГЛАВА 2. ФОРМИРОВАНИЕ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ

2.1 Место темы «Уравнения и неравенства» в школьном курсе математики

Обучающиеся начинают знакомиться с понятиями «уравнение» и «неравенство» в начальной школе на уроках математики, но подробное изучение уравнений начинается в курсе алгебры с 7 класса, а неравенств с 8 класса.

Проведем анализ учебно-методических комплексов (далее УМК) А. Г. Мордковича (базовый (Таблица 3) и углубленный уровень (Таблица 4)), А. Г. Мерзляка (Таблица 5) и Г. В. Дорофеева (Таблица 6) на предмет изучения уравнений и неравенств и представим в виде таблиц.

Таблица 3 – Анализ содержания УМК А. Г. Мордковича (базовый уровень)

Класс	Глава	Параграф
7 [9]	1. Математический язык. Математическая модель	4. Линейное уравнение с одной переменной
	2. Линейная функция	7. Линейное уравнение с двумя переменными и его график
	3. Системы двух линейных уравнений с двумя переменными	11. Основные понятия 12. Метод подстановки 13. Метод алгебраического сложения 14. Системы двух линейных уравнений с двумя переменными как математическая модель реальных ситуаций
	8. Функция $y=x^2$	38. Графическое решение уравнений
8 [13]	1. Алгебраические дроби	7. Первые представления о решении рациональных уравнений
	3. Квадратичная функция. Функция $y=k/x$	23. Графическое решение квадратных уравнений
	4. Квадратные уравнения	24.Основные понятия 25.Формулы корней квадратных уравнений

Продолжение таблицы 3

	4. Квадратные уравнения	26.Рациональные уравнения 27.Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций 28.Еще одна формула корней квадратного уравнения 29. Теорема Виета 30.Иррациональные уравнения
	5. Неравенства	31.Свойства числовых неравенств 32.Исследование функций на монотонность 33.Решение линейных неравенств 34.Решение квадратных неравенств
9 [17]	1. Неравенства и системы неравенств	1. Линейные и квадратные неравенства 2. Рациональные неравенства 3. Множества и операции над ними 4.Системы рациональных неравенств
	2.Системы уравнений	5. Основные понятия 6. Методы решения систем уравнений 7. Системы уравнений как математические модели реальных ситуаций

Таблица 4 – Анализ содержания УМК А.Г. Мордковича (углубленный уровень)

Класс	Глава	Параграф
7 [11]	1. Математический язык. Математическая модель	4. Линейное уравнение с одной переменной 5. Задачи на составление линейных уравнений с одной переменной
	2. Линейная функция	9. Линейное уравнение с двумя переменными и его график.
	3. Системы двух линейных уравнений с двумя переменными	13. Основные понятия 14. Метод подстановки 15. Метод алгебраического сложения 16. Системы двух линейных уравнений с двумя переменными как математическая модель реальных ситуаций
	8. Функция $y=x^2$	46. Графическое решение уравнений
8 [15]	1. Алгебраические дроби	5. Первые представления о решении рациональных уравнений
	3. Квадратичная функция. Функция $y=k/x$	23. Графическое решение квадратных уравнений

Продолжение таблицы 4

Класс	Глава	Параграф
8 [15]	4. Квадратные уравнения	27.Основные понятия 28.Формулы корней квадратных уравнений 29. Теорема Виета 29.Разложение квадратного трехчлена на линейные множители 30.Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций
	5. Неравенства	33.Линейные неравенства 34. Квадратные неравенства 35. Доказательство неравенств
	6. Алгебраические уравнения	40. Уравнения высших степеней 41. Рациональные уравнения 42. Уравнения с модулем 43. Иррациональные уравнения 44. Задачи с параметрами
9 [19]	1. Неравенства с одной переменной. Системы и совокупности неравенств.	1. Рациональные неравенства 2. Множества и операции над ними 3.Системы неравенств 4. Совокупности неравенств 5. Неравенства с модулями 6. Иррациональные неравенства 7. Неравенства с параметрами
	2. Системы уравнений	8. Уравнения с двумя переменными 9. Неравенства с двум переменными 10. Основные понятия, связанные с системами уравнений и неравенств с двумя переменными 11. Методы решения систем уравнений 12. Однородные системы. Симметрические системы 13. Иррациональные системы. Системы с модулями 14. Системы уравнений как математические модели реальных ситуаций

Таблица 5 – Анализ содержания УМК А.Г. Мерзляка

Класс	Глава	Параграф
7 [7]	1. Линейное уравнение с одной переменной	2. Линейное уравнение с одной переменной. 3. Решение задач с помощью уравнений.

Продолжение таблицы 5

Класс	Глава	Параграф
7 [7]	3. Системы двух линейных уравнений с двумя переменными	24. Уравнение с двумя переменными 25. Линейное уравнение с двумя переменными и его график 26.. Системы двух линейных уравнений с двумя переменными. Графический метод решения системы двух линейных уравнений с двумя переменными 27. Решение системы двух линейных уравнений методом подстановки 28. Решение системы двух линейных уравнений методом сложения 29. Решение задач с помощью систем линейных уравнений
8 [8]	1. Рациональные выражения	7. Равносильные уравнения. Рациональные уравнения
	3. Квадратные уравнения	19. Квадратные уравнения. Решение неполных квадратных уравнений 20. Формула корней квадратного уравнения 21. Теорема Виета 22. Квадратный трёхчлен 23. Решение уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям. Решение уравнений методом замены переменной 24. Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций
9 [9]	1. Неравенства	1. Числовые неравенства 2. Основные свойства числовых неравенств. 3. Сложение и умножение числовых неравенств. Оценивание значения выражения 4. Неравенства с одной переменной. 5. Решение линейных неравенств с одной переменной. Числовые промежутки 6. Системы линейных неравенств с одной переменной
	2. Квадратичная функция	12. Решение квадратных неравенств

		13. Системы уравнений с двумя переменными

Таблица 6 – Анализ содержания УМК Г. В. Дорофеева

Класс	Глава	Параграф
7 [3]	4. Уравнения	4.1. Алгебраический способ решения задач 4.2. Корни уравнения 4.3. Решение уравнений 4.4. Решение задач с помощью уравнений 4.5. Некоторые неалгоритмические приёмы решения уравнений (Для тех, кому интересно)
	7. Многочлены	7.6. Решение задач с помощью уравнений
	8. Разложение многочленов на множители	8.6. Решение уравнений с помощью разложения на множители
8 [4]	1. Алгебраические дроби	1.8. Решение уравнений и задач
	3. Квадратные уравнения	3.1 Какие уравнения называют квадратными 3.2 Формулы корней квадратных уравнений 3.3 Вторая формула корней квадратного уравнения 3.4 Решение задач 3.5 Неполные квадратные уравнения 3.6 Теорема Виета 3.7 Разложение квадратного трехчлена на множители 3.8 Целые корни уравнения с целыми коэффициентами(Для тех, кому интересно)
	4. Квадратные уравнений	4.1 Линейное уравнение с двумя переменными 4.2 График линейного уравнения с двумя переменными 4.4 Системы уравнений. Решение систем способом сложения 4.5 Решение систем уравнений способом подстановки 4.6 Решение задач с помощью систем уравнений 4.8 Геометрическая интерпретация неравенств с двумя переменными (Для тех, кому интересно)

Продолжение таблицы 6

Класс	Глава	Параграф
9 [5]	1. Неравенства	1.3 Решение линейных неравенств 1.4 Решение систем линейных неравенств 1.5 Доказательство неравенств
	2. Квадратичная функция	2.5 Квадратные неравенства 2.7 Графики уравнений, содержащих модули (Для тех, кому интересно)
	3. Уравнения и системы уравнений	3.2 Целые уравнения 3.3 Дробные уравнения 3.4 Решение задач 3.5 Системы уравнений с двумя переменными 3.6 Решение задач 3.7 Графическое исследование уравнений 3.8 Уравнения с параметром (Для тех, кому интересно) 3.9 Решение систем уравнений второй степени (Для тех, кому интересно)

Во всех рассмотренных учебно-методических комплексах по алгебре (как базового, так и углубленного уровня) темы связанные с уравнениями и неравенствами представлена достаточно полно.

Изучение уравнений происходит поэтапно, с постепенным усложнением заданий и в тесной связи с практическим применением уравнений для решения задач иного характера, например, текстовых задач.

Изучение неравенства требует от обучающихся проявлять умения сравнивать, анализировать, обобщать и действовать по аналогии, пользуясь алгоритмом. Также обучающиеся используют логические законы и правила, перебор случаев и различные схемы метода «от противного».

У А. Г. Мордковича теоретический и задачный материал разделены, благодаря этому темы разбираются на большом количестве конкретных примерах. В конце каждой главы говорится об основным результатах, подчеркивая чего добились обучающиеся в процессе изучения данной главы.

У А. Г. Мерзляка также теория представлена с достаточным количеством примеров, которые разобраны подробно. В конце каждой главы задания «Проверь себя» и итоги главы, которые содержат в себе основные определения, свойства и т. п.

У Г. В. Дорофеева также теория представлена с достаточным количеством примеров, которые разобраны подробно. Отличительная особенность УМК в том, что в конце каждой главы последний параграф предназначен «Для тех, кому интересно». Также в конце содержится пункт «Чему научились», который содержит в себе вопросы «Это надо знать(основные теоретические сведения)» , задания «Это надо уметь(обязательные результаты обучения)», тест «Проверь себя».

2.2 Реализация формирования универсальных учебных действий на примере темы «Уравнения и неравенства с модулем»

Работу с уравнениями и неравенствами с модулем необходимо начинать с актуализации знаний по теме «Модуль числа».

В курсе 5-7 класса обучающиеся знакомятся с понятием модуля (или абсолютной величины), в 8 классе по УМК А. Г. Мордковича вводится понятие модуля действительного числа.

Определение: Модулем неотрицательного действительного числа x называется само это число : $|x| = x$; модулем отрицательного действительного числа x называют противоположное число: $|x| = -x$.

Свойства модулей:

1. $|a| \geq 0$.
2. $|ab| = |a||b|$.
3. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$.
4. $|a|^2 = a^2$.
5. $|a| = |-a|$.
6. $|a| \geq a$.
7. $|a+b| \leq |a| + |b|$.

8. $|a| + |b| \geq |a - b|$.

9. $|a| \leq b \Leftrightarrow -b \leq a \leq b$ (при $b > 0$).

10. $|a| \geq b \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a \geq b \\ a \leq -b \end{array}\right.$ (при $b > 0$).

Расстояние между точками a и b координатной прямой : $\rho(a; b) = |a - b|$.

Как говорилось выше, в процессе обучения у обучающихся формируются универсальные учебные действия. Рассмотрим примеры заданий, направленных на формирование УУД.

Пример 1

Решить уравнение $\left|x - 1\frac{5}{6}\right| = 2$.

Решение:

Чтобы решить данное уравнение необходимо обратиться к геометрическому смыслу модулями числа, то есть необходимо найти на координатной прямой такие точки x , которые удовлетворяют условию $\rho\left(x; 1\frac{5}{6}\right) = 2$, то есть удалены от точки $1\frac{5}{6}$ на расстояние равное 2.

Это точки $-\frac{1}{6}$ и $3\frac{5}{6}$. Следовательно, уравнение имеет два корня: $-\frac{1}{6}$ и $3\frac{5}{6}$.

Формируемые УУД: делать выводы с использованием дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии; выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления; составлять план действий (план реализации намеченного алгоритма решения), корректировать предложенный алгоритм с учетом получения новых знаний об изучаемом объекте.

Пример 2

Решить уравнение $|2x - 1| = 3$.

Решение:

Для решения данного уравнения необходимо перейти к совокупности уравнений:

$$\left[\begin{array}{l} 2x - 1 = 3; \\ 2x - 1 = -3. \end{array}\right.$$

Решив линейные уравнения, получаем:

$$\left[\begin{array}{l} x = 2; \\ x = -1. \end{array}\right.$$

Следовательно, уравнение имеет два корня: $2, -1$.

Формируемые УУД: делать выводы с использованием дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии; выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления; составлять план действий (план реализации намеченного алгоритма решения), корректировать предложенный алгоритм с учетом получения новых знаний об изучаемом объекте; самостоятельно выбирать оптимальную форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи несложными схемами.

Пример 3

Решить графически уравнение: $|x| = x^2$.

Решение:

Для решения данной уравнения необходимо перейти к системе:

$$\begin{cases} y = |x|; \\ y = x^2. \end{cases}$$

На координатной плоскости построим графики функций $y = |x|$ и $y = x^2$.

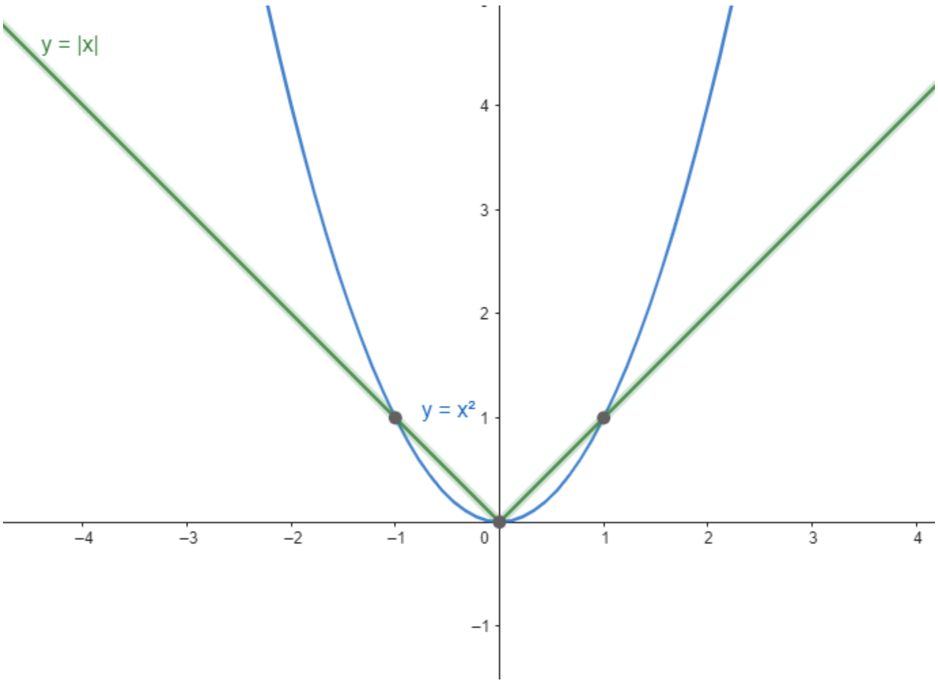


Рисунок 2 – Графики функций $y = |x|$ и $y = x^2$

Графики пересекаются к трех точка с координатами $(-1;1), (0;0), (1;1)$, следовательно, уравнение $|x| = x^2$ имеет три корня: $-1, 0, 1$.

Формируемые УУД: анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления; применять различные методы, инструменты и запросы при поиске и отборе информации или данных из источников с учетом предложенной учебной задачи и заданных критериев [23].

Пример 4

Решить графически систему уравнений: $\begin{cases} y = |x|; \\ y = 0{,}5x + 3. \end{cases}$

Решение:

На координатной плоскости построим графики функций $y = |x|$ и $y = 0{,}5x + 3$.

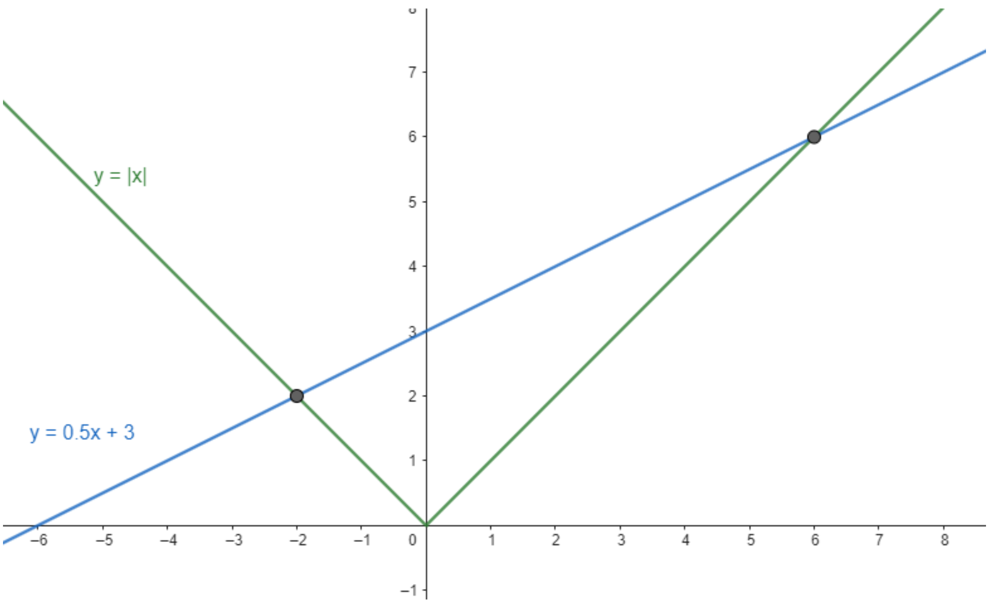


Рисунок 3 – Графики функций $y = |x|$ и $y = 0{,}5x + 3$

Графики пересекаются к двух точка с координатами $(-2;2), (6;6)$, следовательно, система уравнений имеет два корня: $-2, 6$.

Формируемые УУД: анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления; оценивать на применимость и достоверность информации, полученной в ходе исследования (эксперимента); применять различные методы, инструменты и запросы при поиске и отборе информации или данных из источников с учетом предложенной учебной задачи и заданных критериев [23].

Пример 5

Решить уравнение: $x^2 + 5x - \frac{6|x|}{x} = 0$.

Решение:

Проанализировав уравнение необходимо учитывать, что знаменатель не может быть равен 0, то есть необходимо ввести ограничение $x \neq 0$.

Используя определение модуля переходим к совокупности уравнений:

$$\left[\begin{array}{ll} x^2 + 5x - \dfrac{6 \cdot x}{x} = 0, & \text{если } x > 0; \\ x^2 + 5x - \dfrac{6 \cdot (-x)}{x} = 0, & \text{если } x < 0; \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{ll} x^2 + 5x - 6 = 0, & \text{если } x > 0; \\ x^2 + 5x + 6 = 0\,, & \text{если } x < 0. \end{array}\right.$$

Совокупность состоит из двух приведенных квадратных уравнений, которые можно решить с помощью дискриминанта или теоремы Виета. (Формируемое на данном этапе УУД: самостоятельно выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учетом самостоятельно выделенных критериев)) [23].

Решим первое уравнение: $x^2 + 5x - 6 = 0$

$D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 49;$

$x_1 = \frac{-5-\sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{-12}{2} = -6$;

$x_2 = \frac{-5+\sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$.

Решим второе уравнение: $x^2 + 5x + 6 = 0;$

$D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 1;$

$x_1 = \frac{-5-\sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{-6}{2} = -3;$

$x_2 = \frac{-5+\sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{-4}{2} = -2.$

Возвращаясь к совокупности уравнений получаем:

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=-6;\\x=1\;\;;\end{array}\right.\\ x>0;\end{cases}\\ \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=-3;\\x=-2;\end{array}\right.\\ x<0.\end{cases}\end{array}\right.$$

Анализирую данную совокупность получаем, что условиям удовлетворяет только $x = 1, x = -3$ и $x = -2$. Следовательно, уравнение $x^2 + 5x - \frac{6|x|}{x} = 0$ имеет три корня: $1, -3, -2$.

Формируемые УУД: выявлять и характеризовать существенные признаки объектов; самостоятельно составлять алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения учебной задачи с учетом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать предлагаемые варианты решений; применять различные методы, инструменты и запросы при поиске и отборе информации или данных из источников с учетом предложенной учебной задачи и заданных критериев [23].

Пример 6

Решить уравнение $x^2 + 5x + |x + 5| = 0$.

Решение:

Используя определение модуля переходим к совокупности уравнений:

$$\left[\begin{array}{ll}x^2 + 5x + (x + 5) = 0, & \text{если } x + 5 \geq 0;\\ x^2 + 5x - (x + 5) = 0, & \text{если } x + 5 < 0;\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{ll}x^2 + 6x + 5 = 0, & \text{если } x \geq -5;\\ x^2 + 4x - 5 = 0, & \text{если } x < -5.\end{array}\right.$$

Аналогично предыдущему примеру совокупность состоит из двух приведенных квадратных уравнений, которые можно решить с помощью дискриминанта или теоремы Виета. (Формируемое на данном этапе УУД: самостоятельно выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учетом самостоятельно выделенных критериев)).

Решим первое уравнение: $x^2 + 6x + 5$.

По теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = 5; \\ x_1 + x_2 = -6. \end{cases}$$

Получаем, что $x_1 = -1, x_2 = -5$.

Решим второе уравнение: $x^2 + 4x - 5 = 0$

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = -5; \\ x_1 + x_2 = -4. \end{cases}$$

Получаем, что $x_1 = 1, x_2 = -5$.

Возвращаясь к совокупности уравнений получаем:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = -5; \\ x = -1; \end{array}\right. \\ x \geq -5; \end{cases} \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = -5; \\ x = 1\ \ ; \end{array}\right. \\ x < -5. \end{cases} \end{array}\right.$$

Анализирую данную совокупность получаем, что условиям удовлетворяют $x = -1, x = -5$. Следовательно, уравнение $x^2 + 5x + |x + 5| = 0$ имеет два корень: $-1, -5$.

Формируемые УУД: выявлять и характеризовать существенные признаки объектов; самостоятельно составлять алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения учебной задачи с учетом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать предлагаемые варианты решений; применять различные методы, инструменты и запросы при поиске и отборе информации или данных из источников с учетом предложенной учебной задачи и заданных критериев [23].

Пример 7

Решить неравенство: $|x^2 - 4x| \geq 5$.

Решение:

Раскрываем модуль:

$$\left[\begin{array}{l} x^2 - 4x = 5, \text{ если } x^2 - 4x \geq 0; \\ x^2 - 4x = -5, \text{если } x^2 - 4x < 0. \end{array}\right.$$

Решим квадратное уравнение $x^2 - 4x = 5$.

$x^2 - 4x - 5 = 0$.

Коэффициент b – четный, можно использовать формулу $D = k^2 - ac$, где $k = \frac{b}{2}$.

Получаем, что $k = -2$;

$D = (-2)^2 - 1 \cdot (-5) = 9$;

$x = \frac{-k \pm \sqrt{D}}{a}$;

$x_1 = \frac{2-\sqrt{9}}{1} = -1$ и $x_2 = \frac{2+\sqrt{9}}{1} = 5$.

Решим квадратное уравнение $x^2 - 4x = -5$.

$x^2 - 4x + 5 = 0$.

Коэффициент b – четный, можно использовать формулу $D = k^2 - ac$, где $k = \frac{b}{2}$.

Получаем, что $k = -2$;

$D = (-2)^2 - 1 \cdot 5 = -1$.

$D < 0$, следовательно уравнение не имеет действительных решений.

Отмечаем полученные нули на координатной прямой и определяем знаки интервалов.

$$\begin{cases} +, \text{если } |x^2 - 4x| - 5 > 0; \\ -, \text{если } |x^2 - 4x| - 5 < 0. \end{cases}$$

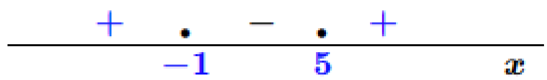


Рисунок 4 – Промежутки знакопостоянства системы

Получаем, что решением является $x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$.

Формируемые УУД: самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведенного исследования; интерпретировать информацию различных видов и форм представления; самостоятельно выбирать оптимальную форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи несложными схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями; делать выбор и брать ответственность за решение [23].

Пример 8

Решите неравенство: $|4x-5| \geq 5+3x-3x^2$.

Решение:

Раскрываем модуль:

$$\left[\begin{array}{ll} 4x-5=5+3x-3x^2, & \text{если } 4x-5 \geq 0; \\ 4x-5=-(5+3x-3x^2), & \text{если } 4x-5<0. \end{array}\right.$$

Решим первое уравнение: $4x-5=5+3x-3x^2$.

Перенесем все слагаемые в левую часть уравнения и приведем подобные.

$$3x^2+x-10=0;$$

$$D=1^2-4\cdot 3\cdot(-10)=121;$$

$$x_1=\frac{-1-\sqrt{121}}{2\cdot 3}=-\frac{12}{6}=-2;$$

$$x_2=\frac{-1+\sqrt{121}}{2\cdot 3}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}.$$

Решим второе уравнение:

$$4x-5=-(5+3x-3x^2).$$

Раскроем скобки, перенесем все слагаемые в левую часть уравнения и приведем подобные.

$7x-3x^2=0;$

$x(7-3x)=0;$

$x=0$ или $(7-3x)=0;$

$x=0$ или $x=\frac{7}{3}$.

С помощью подстановки проверим являются ли вычисленные решения корнями исходного уравнения: $|4x-5|=5+3x-3x^2$.

Пусть $x=0$, тогда $0=0 \Rightarrow x=0$ является корнем уравнения.

Пусть $x=\frac{7}{3}$, тогда $\frac{13}{3} \neq -\frac{13}{3} \Rightarrow x=\frac{7}{3}$ не является корнем уравнения.

Пусть $x=-2$, тогда $13 \neq -13 \Rightarrow x=-2$ не является корнем уравнения.

Пусть $x=\frac{5}{3}$, тогда $\frac{5}{3}=\frac{5}{3} \Rightarrow x=\frac{5}{3}$ является корнем уравнения.

Отмечаем полученные нули на координатной прямой и определяем знаки интервалов.

$$\begin{cases} +, \text{если } |4x-5|-5-3x+3x^2>0; \\ -, \text{если } |4x-5|-5-3x+3x^2<0. \end{cases}$$

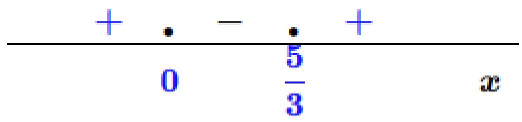


Рисунок 5 – Промежутки знакопостоянства системы

Получаем, что решением является $x \in (-\infty; 0] \cup \left[\frac{5}{3}; +\infty\right)$.

Формируемые УУД: самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведенного исследования; интерпретировать информацию различных видов и форм представления; самостоятельно выбирать оптимальную форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи несложными схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями; делать выбор и брать ответственность за решение [23].

Пример 9

Решить графически неравенство $|x^2+x|<6$.

Решение:

Строим графики двух функций:

$y_1 = |x^2+x|$ и $y_2 = 6$.

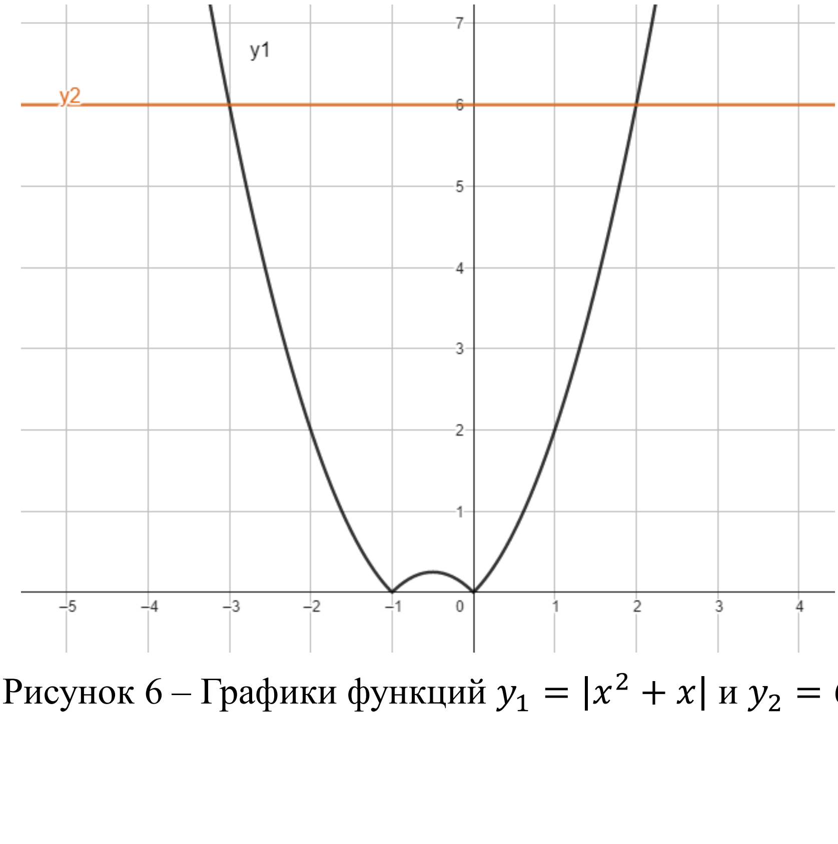


Рисунок 6 – Графики функций $y_1 = |x^2+x|$ и $y_2 = 6$

Видим две точки пересечения с координатами $(-3; 6)$ и $(2; 6)$.

Смотрим где график $y_1 = |x^2 + x|$ лежит ниже $y_2 = 6$, учитывая, что знак неравенства строгий, получаем, что $x \in (-3; 2)$.

Формируемые УУД: выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления; применять различные методы, инструменты и запросы при поиске и отборе информации; оценивать соответствие результата цели и условиям.

Пример 10

Решить неравенство $|5 - 4x| < 8x + 17$ графическим и аналитическим методами. (Класс разбивается на две группы, которые решают разными способами).

Решение:

А) Графический метод.

$|5 - 4x| < 8x + 17.$

Строим графики двух функций:

$y_1 = |5 - 4x|$ и $y_2 = 8x + 17$.

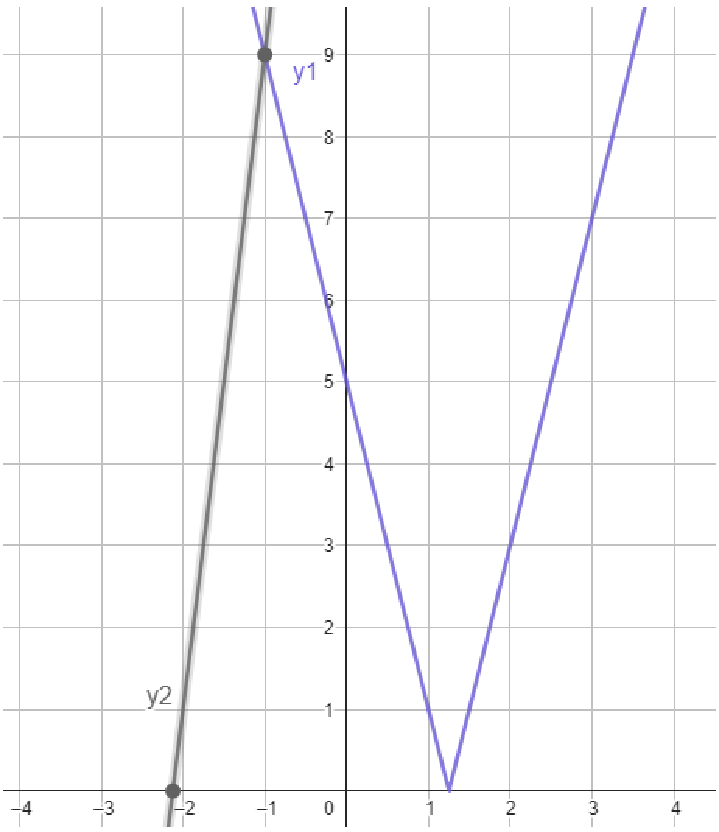


Рисунок 7 – Графики функций $y_1 = |5 - 4x|$ и $y_2 = 8x + 17$

Видим одну точку пересечения с координатами $(-1; 9)$.

Смотрим где график $y_1 = |5 - 4x|$ лежит ниже $y_2 = 8x + 17$, учитывая, что знак неравенства строгий, получаем, что $x \in (-1; +\infty)$.

Б) Аналитический метод.

$|5 - 4x| < 8x + 17.$

Раскрываем модуль:

$$\begin{cases} 5 - 4x < 8x + 17; \\ 5 - 4x > -(8x + 17). \end{cases}$$

Раскрываем скобки, так как оба неравенства линейные все с переменной переносим в левые части неравенств, без переменной в правые.

Получаем систему вида:

$$\begin{cases} -4x - 8x < 17 - 5; \\ 4x + 8x > -17 - 5. \end{cases}$$

Решаем оба неравенства:

$$\begin{cases} x > -1; \\ x > -\frac{11}{6}. \end{cases}$$

Находим пересечения неравенств и получаем, что $x \in (-1; +\infty)$.

Формируемые УУД: сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления; оценивать соответствие результата цели и условиям [23].

Пример 11

Решить уравнение: $x^2 - 6x + |x - 3| - 3 = 0.$

Решение:

Подмодульное выражение принимает значение равное 0 при $x = 3.$

Рассматриваем два случая:

1) Если $x - 3 \geq 0$, т.е. $x \geq 3$, то данное уравнение примет вид:

$x^2 - 6x + x - 3 - 3 = 0.$

Приведя подобные, получаем:

$x^2 - 5x - 6 = 0.$

Корнями уравнения являются: $x_1 = -1$ и $x_2 = 6$.

$x = -1 \notin [3; +\infty)$,

$x = 6 \in [3; +\infty)$.

2) Если $x - 3 < 0$, т.е. $x < 3$, то данное уравнение примет вид:

$x^2 - 6x - x + 3 - 3 = 0$.

Приведя подобные, получаем:

$x^2 - 7x = 0$.

Корнями уравнения являются: $x_1 = 7$ и $x_2 = 0$.

$x = 7 \notin (-\infty; 3)$,

$x = 0 \in (-\infty; 3)$.

Следовательно решением являются $x = 0$ и $x = 6$.

Формируемые УУД: самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведенного наблюдения; выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления; самостоятельно составлять алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения учебной задачи с учетом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать предлагаемые варианты решений [23].

Пример 12

Решить систему уравнений $\begin{cases} |x-1| + |y-5| = 1, \\ y = 5 + |x-1|. \end{cases}$

Решение:

$$\begin{cases} |x-1| + |y-5| = 1; \\ y - 5 = |x-1|. \end{cases}$$

Подставляем $y - 5 = |x-1|$ в первое уравнение.

$$\begin{cases} |x-1| + \big||x-1|\big| = 1; \\ y = 5 + |x-1|. \end{cases}$$

Учитывая, что $\big||x-1|\big| = |x-1|$ система принимает вид:

$$\begin{cases} 2|x-1| = 1; \\ y - 5 = |x-1|. \end{cases}$$

Учитывая, что $|x-1| = \frac{1}{2}$.

$$\begin{cases} |x-1| = \frac{1}{2}; \\ y-5 = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-1 = \pm\frac{1}{2}; \\ y = \frac{11}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = \frac{3}{2} = 1{,}5; \\ x = \frac{1}{2} = 0{,}5; \end{array}\right. \\ y = \frac{11}{2} = 5{,}5. \end{cases}$$

Получаем, что решением системы являются две пары чисел: $(1{,}5;\ 5{,}5), (0{,}5;\ 5{,}5)$.

Формируемые УУД: самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведенного наблюдения, опыта, исследования, владеть инструментами оценки достоверности полученных выводов и обобщений; выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления; выражать себя (свою точку зрения) в устных и письменных текстах [23].

2.3 Технологические карты уроков

Урок №1

Класс: 8

Тема: Способы решения уравнений с одним модулем.

Тип урока: урок открытия новых знаний.

Цели урока: обобщить и систематизировать знания о модуле, полученные ранее, познакомить со способами решения уравнений с модулем, сформировать умения и навыки решения уравнений, содержащих знак модуля.

Формы организации познавательной деятельности: фронтальная, индивидуальная.

Материально-техническое обеспечение: компьютер, проектор, доска, презентация.

Планируемые предметные результаты обучения:

- умение решать уравнения, содержащие знак модуля, уметь применять правильный способ решения к данному неравенству;
- умение выстраивать логическую цепочку рассуждений, аргументировать свои действия, выполнять доказательства.

Планируемые метапредметные результаты обучения (УУД):

- Познавательные:

П1. самостоятельно выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учетом самостоятельно выделенных критериев);

П2. применять различные методы, инструменты и запросы при поиске и отборе информации или данных из источников с учетом предложенной учебной задачи и заданных критериев;

П3. самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведенного наблюдения, опыта, исследования, владеть инструментами оценки достоверности полученных выводов и обобщений;

П4. выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

П5. оценивать надежность информации по критериям, предложенным педагогическим работником или сформулированным самостоятельно.

- Регулятивные:

Р1. самостоятельно составлять алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения учебной задачи с учетом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать предлагаемые варианты решений делать выбор и брать ответственность за решение;

Р2. составлять план действий (план реализации намеченного алгоритма решения), корректировать предложенный алгоритм с учетом получения новых знаний об изучаемом объекте;

Р3. объяснять причины достижения (недостижения) результатов деятельности, давать оценку приобретенному опыту, уметь находить позитивное в произошедшей ситуации;

Р4. ориентироваться в различных подходах принятия решений (индивидуальное, принятие решения в группе, принятие решений;

Р5. владеть способами самоконтроля, самомотивации и рефлексии;

Р6. учитывать контекст и предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении учебной задачи, адаптировать решение к меняющимся обстоятельствам.

- Коммуникативные:

К1. выражать себя (свою точку зрения) в устных и письменных текстах;

К2. в ходе диалога и (или) дискуссии задавать вопросы по существу обсуждаемой темы и высказывать идеи, нацеленные на решение задачи и поддержание благожелательности общения.

Структура урока

1. Организационный момент. (2 минуты)
2. Определение темы, постановка цели и задач урока. (2 минуты)
3. Актуализация знаний. (3 минуты)
4. Открытие новых знаний. (18 минут)
5. Первичное закрепление новых знаний. (18 минут)
6. Подведение итогов. Рефлексия. (2 минуты)

Ход урока

1. Организационный момент

Таблица 7 – Организационный момент

Деятельность учителя	*Деятельность учеников*
Приветствие обучающихся. Уточнение отсутствующих и выявление причин.	Настраиваются на работу.

Формируемые УУД: Р5.

2. Определение темы, постановка цели и задач урока

Таблица 8 – Определение темы, постановка цели и задач урока

Деятельность учителя	*Деятельность учеников*
После проверки готовности класса к уроку сообщает тему и план урока;	Записывают дату и классную работу в тетрадях
Говорит: «Мы с вами изучили что такое модуль числа, знакомились с различными способами решения уравнений, теперь наша задача объединить эти темы. Как Вы думаете что мы с вами сегодня будем делать?» Ставит задачу перед учащимися: научиться раскрывать модуль в уравнениях различными способами; уметь правильно выбрать способ.	Отвечаю: «Научимся решать уравнения с модулем»
Сообщает тему урока: «Способы решения уравнений с одним модулем». (ПРИЛОЖЕНИЕ Г, рисунок Г.1)	Записывают тему урока в тетрадь.

Формируемые УУД: Р5.

3. Актуализация знаний

Таблица 9 – Актуализация знаний

Деятельность учителя	*Деятельность учеников*
Говорит: «Прежде чем приступить в решению уравнений, нам необходимо вспомнить свойства модуля, которые мы изучили ранее»	Вспоминают и озвучивают свойства.
Говорит: «Теперь давайте посмотрим на слайд и проверим все ли свойства Вы назвали.» (ПРИЛОЖЕНИЕ Г, рисунок Г.2)	Проверяют правильность своих ответов.

Формируемые УУД: Р5.

4. Открытие новых знаний

Таблица 10 – Открытие новых знаний

Деятельность учителя	*Деятельность учеников*
Говорит: «Ранее мы с Вами уже сталкивались с уравнениями с модулем вида $\|ax+b\|=c$, давайте вспомним как раскрыть модель»	Говорят о том, что это будет равносильно совокупности решений:

Продолжение таблицы 10

	$\left[\begin{array}{l} ax+b=c \\ ax+b=-c \end{array}\right.$ При $c \geq 0$
Говорит: «Сегодня мы с Вами рассмотрим более сложные примеры».	Слушают учителя, записывают примеры, при необходимости задают вопросы по материалу.
Говорит: рассмотрим первый способ, который называется «раскрытие модуля по определению». (ПРИЛОЖЕНИЕ Г, рисунок Г.3)	Слушают учителя, записывают пример 1.

Деятельность учителя:

Пример 1

Решить уравнение: $x^2 + 2|x-1| - 6 = 0$.

Решение:

Если $|x-1| \geq 0$, то $|x-1| = x-1$ и уравнение примет вид:

$x^2 + 2(x-1) - 6 = 0$, т.е. $x^2 + 2x - 8 = 0$.

Если $|x-1| < 0$, то $|x-1| = -(x-1)$ и уравнение примет вид:

$x^2 - 2(x-1) - 6 = 0$, т.е. $x^2 - 2x - 4 = 0$.

Таким образом рассматриваем по отдельности два случая:

1. Пусть $x-1 \geq 0$ (т.е. $x \geq 1$), из уравнения $x^2 + 2x - 8 = 0$ находим корни ($x_1 = 2,\ x_2 = -4$), тогда условию удовлетворяет только $x_1 = 2$.

2. Пусть $x-1 < 0$ (т.е. $x < 1$), из уравнения $x^2 - 2x - 4 = 0$находим корни ($x_1 = 1-\sqrt{5}; x_2 = 1+\sqrt{5}$), тогда условию удовлетворяет только $x_1 = 1-\sqrt{5}$.

В итоге получаем, что решением являются два числа: $1-\sqrt{5}$ и 2.

Формируемые УУД: П4, Р5, К1, К2.

Таблица 11 – Открытие новых знаний (2)

Деятельность учителя	*Деятельность учеников*
Уточняет не осталось вопросов по примеру 1. Говорит: переходим дальше. Рассмотрим второй способ, который называется «Совокупность уравнений».	Задают вопросы при необходимости, слушают учителя, записывают в тетрадь.

Деятельность учителя:

Имеем уравнения вида $|f(x)| = h(x)$:

1. При $h(x) < 0$ уравнение не имеет решений.

2. При $h(x) \geq 0$ надо рассмотреть два случая (то есть совокупность уравнений):

$$\left[\begin{array}{l} f(x) = h(x); \\ f(x) = -h(x). \end{array}\right.$$

(ПРИЛОЖЕНИЕ Г, рисунки Г4-Г5)

Пример 2

Решить уравнение $|x^2 - 6x + 7| = \frac{5x-9}{3}$.

Решение:

Рассмотрим совокупность уравнений:

$$\left[\begin{array}{l} x^2 - 6x + 7 = \frac{5x-9}{3}; \\ x^2 - 6x + 7 = -\frac{5x-9}{3}. \end{array}\right.$$

Так же должно выполняться условие $\frac{5x-9}{3} \geq 0$, то есть $x \geq 1{,}8$.

Оба уравнения совокупности домножим на 3, перенесем все слагаемые в левую сторону, приведем подобные. Получаем совокупность вида:

$$\left[\begin{array}{l} 3x^2 - 23x + 30 = 0; \\ 3x^2 - 13x + 12 = 0. \end{array}\right.$$

Решив уравнение $3x^2 - 23x + 30 = 0$, получаем корни $x_1 = \frac{5}{3}$ и $x_2 = 6$.

Решив уравнение $3x^2 - 13x + 12 = 0$, получаем корни $x_1 = \frac{4}{3}$ и $x_2 = 3$.

Учитывая условие $x \geq 1{,}8$, корнями уравнения $|x^2 - 6x + 7| = \frac{5x-9}{3}$ являются числа 6 и 3.

Таблица 11 – Открытие новых знаний (3)

Деятельность учителя	*Деятельность учеников*
Уточняет не осталось вопросов по примеру 2. Говорит: переходим дальше. Рассмотрим третий способ, который называется «Графический». Мы уже сталкивались с данным способом при решении уравнений.	Задают вопросы при необходимости, слушают учителя, записывают в тетрадь.
Задает вопрос: что необходимо сделать, чтобы решить уравнение графически?	Отвечают: построить графики двух функций и найти точки пересечения.
Говорит: давайте вернемся к предыдущему примеру и решим его графически. (ПРИЛОЖЕНИЕ Г, рисунок Г.4)	

Формируемые УУД: П4, Р5, К1, К2.

Пример 3

Решить графически уравнение $|x^2 - 6x + 7| = \frac{5x-9}{3}$.

Решение:

Строим графики двух функций:

$y_1 = |x^2 - 6x + 7|$.

$y_2 = \frac{5x-9}{3}$.

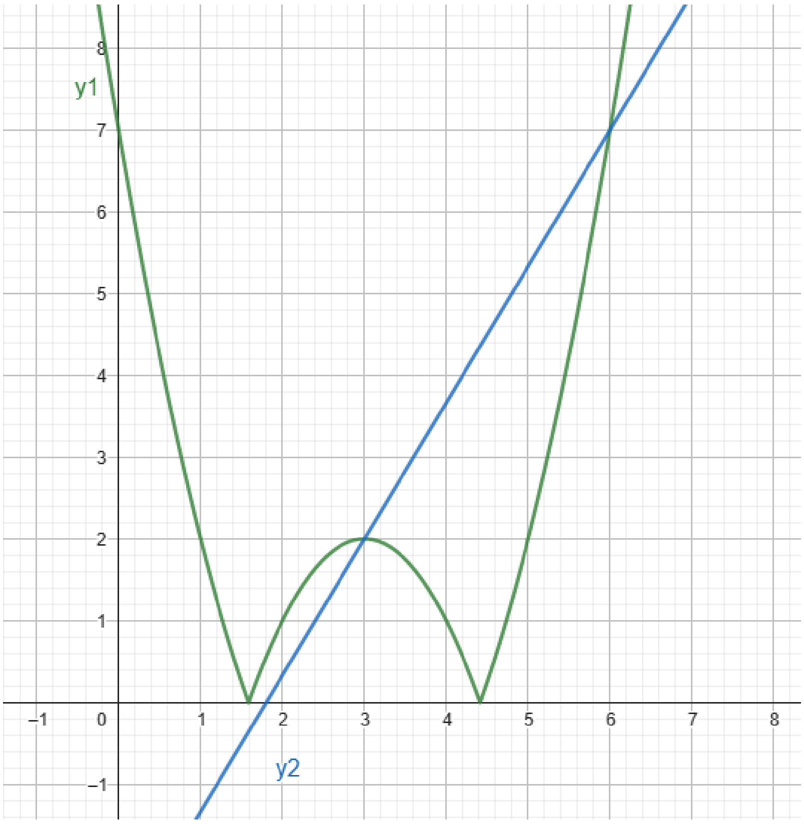


Рисунок 8 – Графики функций $y_1 = |x^2 - 6x + 7|$ и $y_2 = \frac{5x-9}{3}$.

Видим, что графики пересекаются в двух точка с координатами $(3; 2)$ и $(6; 7)$.

Следовательно решением являются $x = 3$ и $x = 6$.

Таблица 13 – Открытие новых знаний (4)

Деятельность учителя	*Деятельность учеников*
Уточняет не осталось вопросов по примеру 3.	Задают вопросы при необходимости.

Формируемые УУД: П4, Р5, К1, К2.

5. Первичное закрепление нового знания

Таблица 14 – Первичное закрепление нового знания

Деятельность учителя	*Деятельность учеников*
Говорит: мы с вами рассмотрели три способа решения уравнений с модулями, тем нам необходимо закрепить наши навыки, открываем учебники и решаем самостоятельно номера 42.2 (а, в), 42.5 (б, г), 42.12 (а, б). (ПРИЛОЖЕНИЕ Г, рисунок Г.7)	Открывают учебник, решают задания в тетради, при необходимости задают вопросы учителю.

Формируемые УУД: П1, П2, П4, Р1, Р2, Р4, Р5, Р6, К1.

6. Подведение итогов. Рефлексия

Таблица 15 – Подведение итогов. Рефлексия

Деятельность учителя	*Деятельность учеников*
Задает вопросы: - какой способом Вам понравился больше? - какие вопросы у Вас возникали при выполнении заданий? - как Вы оцениваете свою работу?	Отвечают на вопросы поставленные учителем.
Выдает домашнее задание.	Записывают домашнее задание в дневник.

Формируемые УУД: Р3, К1.

Урок №2

Класс: 9.

Тема урока: Решение неравенств, содержащих знак модуля.

Тип урока: комплексное применение знаний и умений (урок закрепления).

Цели урока: обобщить и систематизировать знания о модуле, полученные ранее, познакомить со способами решения неравенств, формировать умения и навыки решения неравенств, содержащих знак модуля.

Формы организации познавательной деятельности: фронтальная, индивидуальная.

Материально-техническое обеспечение: компьютер, проектор, доска, раздаточный материал (Основные формулы и оценочные листы).

Планируемые предметные результаты обучения:

- умение решать неравенства, содержащие знак модуля, уметь применять правильный способ решения к данному неравенству;
- умение выстраивать логическую цепочку рассуждений, аргументировать свои действия, выполнять доказательства.

Планируемые метапредметные результаты обучения (УУД):

- Познавательные:

П1. самостоятельно выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учетом самостоятельно выделенных критериев);

П2. применять различные методы, инструменты и запросы при поиске и отборе информации или данных из источников с учетом предложенной учебной задачи и заданных критериев;

П3. делать выводы с использованием дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии, формулировать гипотезы о взаимосвязях;

П4. выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления.

- Регулятивные:

Р1. самостоятельно составлять алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения учебной задачи с учетом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать предлагаемые варианты решений делать выбор и брать ответственность за решение;

Р2. ориентироваться в различных подходах принятия решений (индивидуальное, принятие решения в группе, принятие решений;

Р3. владеть способами самоконтроля, самомотивации и рефлексии;

Р4. учитывать контекст и предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении учебной задачи, адаптировать решение к меняющимся обстоятельствам.

- Коммуникативные:

К1. выражать себя (свою точку зрения) в устных и письменных текстах;

К2. в ходе диалога и (или) дискуссии задавать вопросы по существу обсуждаемой темы и высказывать идеи, нацеленные на решение задачи и поддержание благожелательности общения.

Структура урока

1. Организационный момент. (2 минуты)
2. Определение темы, постановка цели и задач урока. (3 минуты)

3. Актуализация знаний. (5 минут)

4. Творческое применение и добывание знаний в новой ситуации (30 минут)

5. Подведение итогов. (2 минуты)

6. Рефлексия. (3 минуты)

Ход урока

1. Организационный момент

Таблица 16 – Организационный момент

Деятельность учителя	*Деятельность учеников*
Приветствие обучающихся. Уточнение отсутствующих и выявление причин. «Пусть математика сложна, Ее до края не познать, Откроет двери всем она, В них только надо постучать.» (ПРИЛОЖЕНИЕ Д, рисунок Д.1)	Настраиваются на работу.

Формируемые УУД: Р3.

2. Определение темы, постановка цели и задач урока

Таблица 17 – Определение темы, постановка цели и задач урока

Деятельность учителя	*Деятельность учеников*
После проверки готовности класса к уроку сообщает тему и план урока; ставит задачу перед учащимися: закрепить знания о то, как раскрывать модуль в неравенствах различными способами; уметь правильно выбрать способ. (ПРИЛОЖЕНИЕ Д, рисунок Д.2)	Записывают дату и классную работу в тетрадях
Говорит: «Мы с вами изучили что такое модуль числа, познакомились с решением уравнений, содержащих знак модуля, закрепили наши знания на практических занятиях, а также познакомились с решением неравенств с модулем, и что нам необходимо далее сделать?»	Отвечаю: «Закрепить полученные знания на практике. научиться раскрывать модуль в неравенствах различными способами; уметь правильно выбрать способ»

Формируемые УУД: Р3.

3. Актуализация знаний

Таблица 18 – Актуализация знаний

Деятельность учителя	*Деятельность учеников*
Говорит: «Вспомним основные методы решения неравенств.(ПРИЛОЖЕНИЕ Д, рисунки Д.3-Д.4) Также для вас подготовлены карточки, в которых продублированы основные формулы , они могут Вам пригодиться для решения неравенств с модулями (ПРИЛОЖЕНИЕ А)»	Вспоминают основные методы, получают карточки с формулами.

Формируемые УУД: П4, Р3.

4. Творческое применение и добывание знаний в новой ситуации

Таблица 19 – Творческое применение и добывание знаний в новой ситуации

Деятельность учителя	*Деятельность учеников*
Говорит: «Для вас подготовлена оценочная карточка (ПРИЛОЖЕНИЕ Б), в которой вы будете оценивать соседа по парте и отмечать правильность решения неравенства.» Вызывает одного ученика к доске.	Один ученик работает у доски, остальные в тетради.

Формируемые УУД: П4, Р3.

Пример 1

Решите неравенство $\left|\frac{x-3}{2x+1}\right| \leq 2$. (Приложение Д. Рисунок Д.5) [20]

Решение:

Данное неравенство равносильно системе

$$\begin{cases} \frac{x-3}{2x+1} \leq 2; \\ \frac{x-3}{2x+1} \geq -2. \end{cases}$$

Оба неравенства системы приводим к общему знаменателю, то есть домножаем на дробь $\frac{2x+1}{2x+1}$, переносим все слагаемые в левую часть неравенства. Получаем систему:

$$\begin{cases} \frac{x-3-4x-2}{2x+1} \leq 0; \\ \frac{x-3+4x+2}{2x+1} \geq 0. \end{cases}$$

Приводим подобные:

$$\begin{cases} \frac{-3x-5}{2x+1} \leq 0; \\ \frac{5x-1}{2x+1} \geq 0. \end{cases}$$

Отмечаем нули неравенств на числовых прямых и расставляем знаки:

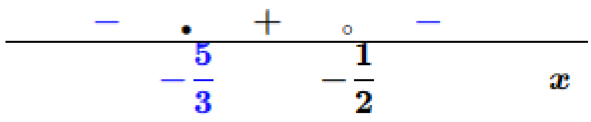


Рисунок 9 – Промежутки знакопостоянства $\frac{-3x-5}{2x+1} \leq 0$.

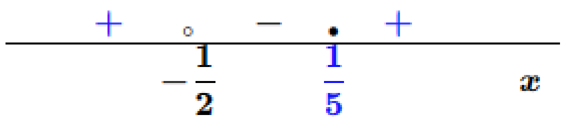


Рисунок 10 – Промежутки знакапостоянства $\frac{5x-1}{2x+1} \geq 0$.

Получаем, что $x \epsilon \left(-\infty; -1\frac{2}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{5}; +\infty\right)$.

Формируемые УУД: П1, П2, П3, Р1, Р2, Р3, Р4, К1, К2.

Пример 2

Решите графически неравенство $|2x+3| \leq x - 1{,}7$. (ПРИЛОЖЕНИЕ Д, рисунок Д.6) [20]

Решение:

Строим графики двух функций:

$y_1 = |2x+3|$ и $y_2 = x - 1{,}7$.

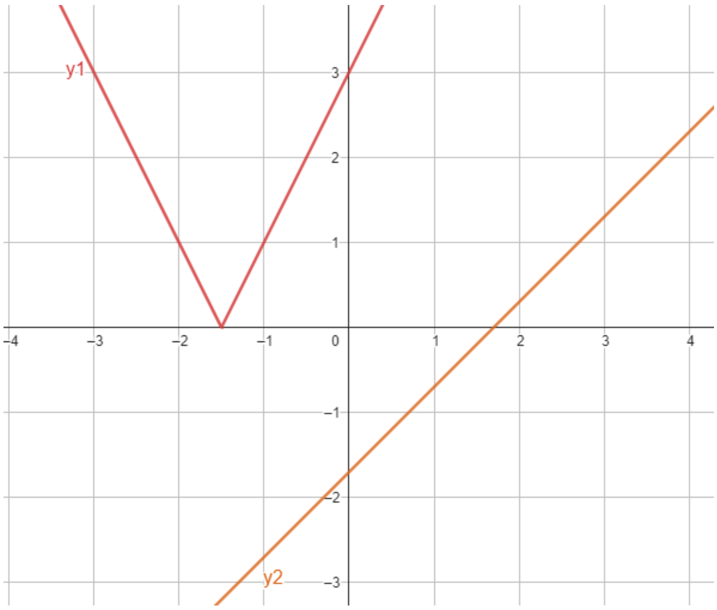


Рисунок 11 – Графики функций $y_1 = |2x + 3|$ и $y_2 = x - 1{,}7$.

Видим, что все точки графика $y_1 = |2x + 3|$ лежат выше точек $y_2 = x - 1{,}7$, следовательно при любом значении x : $y_1 > y_2$.

Получаем, что неравенство не имеет решений.

Формируемые УУД: П1, П2, П3, Р1, Р2, Р3, Р6, К1, К2.

Пример 3

Решить неравенство $|x^2 \; - 1| < 1 - x$ графическим и аналитическим методами. [20]

(Исходя их посадки в классе, учитель распределяет кто каким методом решает, ученик у доски самостоятельно выбирает метод решения.) (ПРИЛОЖЕНИЕ Д, рисунок Д.7)

Решение:

А) Графический метод.

$|x^2 \; - 1| < 1 - x.$

Строим графики двух функций:

$y_1 = |x^2 \; - 1|$ и $y_2 = 1 - x$.

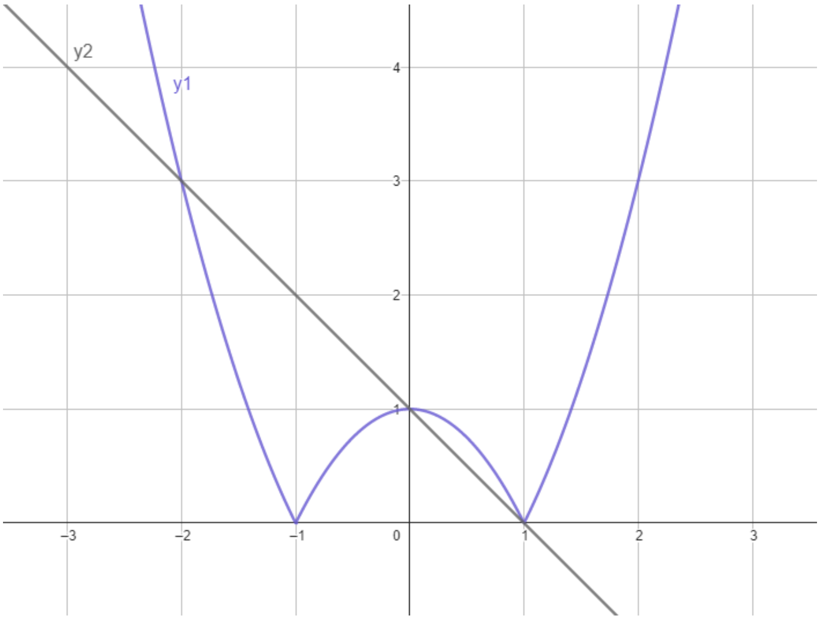


Рисунок 12 – Графики функций $y_1 = |x^2 \ -1|$ и $y_2 = 1 - x$.

Видим три точки пересечения с координатами $(-2;3), (0;1), (1;0)$

Смотрим где график $y_1 = |x^2 \ -1|$ лежит ниже $y_2 = 1 - x$, учитывая, что знак неравенства, получаем, что $x \in (-2;0)$.

Б) Аналитический метод.

$|x^2 \ -1| < 1 - x$.

Данное неравенство равносильно системе

$$\begin{cases} x^2 - 1 < 1 - x; \\ x^2 - 1 > -(1 - x). \end{cases}$$

Раскроем скобки, перенесем все слагаемые в левую часть неравенств и приведем подобные.

$$\begin{cases} x^2 + x - 2 < 0; \\ x^2 - x > 0. \end{cases}$$

Нули $x^2 + x - 2 = 0 : x_1 = 1; x_2 = -2$.

Нули $x^2 - x = 0 : x_1 = 1; x_2 = 0$.

Отмечаем нули на координатных прямых и расставляем знаки.

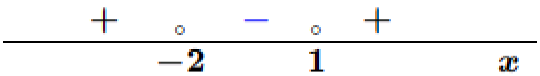


Рисунок 13 – Промежутки знакопостоянства $x^2 + x - 2 < 0$.

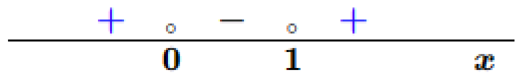


Рисунок 14 – Промежутки знакопостоянства $x^2 - x > 0$.

Находим пересечения и получаем, что $x \in (-2; 0)$.

Формируемые УУД: П2, П3, Р1, Р5, Р6, К2, К3.

Пример 4

Решите неравенство $|x^2 - 2x| + |x - 1| \le x^2$. (ПРИЛОЖЕНИЕ Д, рисунок Д.8) [20]

Решение:

Чтобы освободиться от знаков модуля, необходимо найти их нули и отметить на числовой прямой.

$$x^2 - 2x = 0, \text{если } x_1 = 0, x_2 = 2;$$

$$x - 1 = 0, \text{если } x = 1.$$

Получаем три числа, которые разобью числовую прямую на четыре промежутка:

$$x < 0, 0 \le x < 1, 1 \le x < 2 \text{ и } x \ge 2.$$

Решением данного неравенства является объединение решений четырех систем неравенств:

1) $\begin{cases} x < 0; \\ x^2 - 2x - x + 1 \le x^2. \end{cases}$

Переносим во втором уравнении слагаемые в левую часть неравенства и приводит подобные, получаем, что система принимает вид:

$\begin{cases} x < 0, \\ x \ge \frac{1}{3}. \end{cases}$ система решений не имеет

2) $\begin{cases} 0 \le x < 1; \\ -x^2 + 2x - x + 1 \le x^2. \end{cases}$

Переносим во втором уравнении слагаемые в левую часть неравенства, домножаем обе части неравенство на -1, поменяв при этом все знаки на противоположные и приводит подобные, получаем, что система принимает вид:

$\begin{cases} 0 \le x < 1; \\ -2x^2 + x + 1 \le 0. \end{cases}$

$$\begin{cases} 0 \le x < 1; \\ 2(x-1)(x+0{,}5) \ge 0. \end{cases}$$

Решив второе неравенство получаем, что : $x \in (-\infty; -0{,}5] \cup [1; +\infty)$, следовательно, система решений не имеет.

3) $$\begin{cases} 1 \le x < 2; \\ -x^2 + 2x + x - 1 \le x^2. \end{cases}$$

Переносим во втором уравнении слагаемые в левую часть неравенства, домножаем обе части неравенство на -1, поменяв при этом все знаки на противоположные и приводит подобные, получаем, что система принимает вид:

$$\begin{cases} 1 \le x < 2; \\ 2x^2 - 3x + 1 > 0. \end{cases}$$

Решив второе неравенство получаем, что $x \in (-\infty; 0{,}5) \cup (1; +\infty)$, следовательно, система имеет решение $1 < x < 2$.

4) $$\begin{cases} x \ge 2; \\ x^2 - 2x + x - 1 \le x^2. \end{cases}$$

Переносим во втором уравнении слагаемые в левую часть неравенства и приводит подобные, получаем, что система принимает вид:

$$\begin{cases} x \ge 2; \\ x \ge -1. \end{cases} \text{ система имеет решение } x \ge 2$$

Объединив решения четырех системы получаем, что решением является промежуток: [1; +∞).

Формируемые УУД: П1, П2, П3, Р1, Р2, Р3, Р4, К1, К2.

Пример 5

Решите неравенство $\sqrt{3+x} > |3-x|$. (ПРИЛОЖЕНИЕ Д, рисунок Д.9) [20]

Решение:

Вводим ограничение на подкоренное выражение и возводим обе части неравенства в квадрат, учитывая свойство $|a|^2 = a^2$.

$$\begin{cases} 3 + x > 0; \\ 3 + x > (3-x)^2. \end{cases}$$

Во втором неравенстве возводим правую часть в квадрат, переносим все слагаемые в правую часть и домножаем все на -1, поменяв знаки на противоположные.

Получаем систему:

$$\begin{cases} x > -3; \\ x^2 - 7x + 6 < 0. \end{cases}$$

Находим нули первого и второго уравнения ($x_1 = 1; x_2 = 6$), отмечаем решения обоих неравенств на числовых прямых:

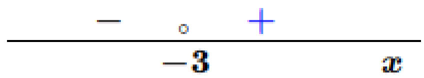


Рисунок 15 – Промежутки знакопостоянства $x > -3$.

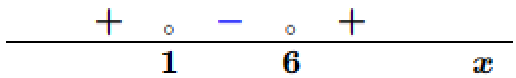


Рисунок 16 – Промежутки знакопостоянства $x^2 - 7x + 6 < 0$.

Получаем, что $x \in (1; 6)$.

Формируемые УУД: П1, П2, П3, Р1, Р4, Р5, Р6, К2, К3.

5. Подведение итогов

Таблица 20 – Подведение итогов

Деятельность учителя	*Деятельность учеников*
Говорит: «Давайте подведем итоги и Вы посчитаете количество плюсов полученных за правильно решенные неравенства.» (ПРИЛОЖЕНИЕ Д, рисунок Д.10) Просит поставить оценки в оценочные листы и сдать их.	Оценивают работу соседа по парте и сдают оценочные листы»

Формируемые УУД: Р2, Р3.

6. Рефлексия

Таблица 21 – Рефлексия

Деятельность учителя	*Деятельность учеников*
Задает вопросы: - какие задания у Вас вызвали наибольшее затруднение?	Отвечают на вопросы поставленные учителем.

Продолжение таблицы 21

- какие вопросы у Вас возникали при выполнении заданий? - как Вы оцениваете свою работу? - считаете ли Вы необходимым для еще самостоятельно повторить тему?	
Выдает домашнее задание.	Записывают домашнее задание в дневник.

Формируемые УУД: Р3.

Выводы по главе 2

Во второй главе были рассмотрены учебно-методические комплексы А. Г. Мордковича (базовый и углубленный уровни), А. Г. Мерзляка и Г. В. Дорофеева и проведен их сравнительный анализ. Во всех учебниках основной материал по темам «Уравнения» и «Неравенства» изложены в достаточном количестве, но недостаточное количество материала по темам «Уравнения с модулем» и «Неравенства с модулем». Эта тема в исследуемых УМК либо совсем не рассматривается, либо рассматривается не в малом объеме в учебниках, в полном объеме она изложена только в учебниках А. Г. Мордковича углубленного уровня.

Так же во второй главе приведены примеры решений заданий по темам «Уравнения с модулем» и «Неравенства с модулем», в результате решения которых у обучающихся формируются универсальные учебные действия.

Так же были разработаны две технологические карты, которые тоже направлены на формирование универсальных учебных действий.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Математика была и остается одним из главных предметов в основной и общеобразовательной школе.

Большая роль при формировании УУД отводится математике. Математика развивает логическое мышление, способствует усвоению предметов гуманитарного цикла, готовит обучающихся к трудовой профессиональной деятельности.

При формировании универсальных учебных действий в процессе образовательной деятельности обучающиеся самостоятельно могут определять цель своей работы в обучении математики, самостоятельно планировать её, оценивать и корректировать полученный результат.

Была проведена работа по теме «Формирование универсальных учебных действий при решении уравнений и неравенств в основной школе».

В ходе этой работы были решены все поставленные задачи.

В процессе решения задач понятие «универсальные учебные действия» было определено как совокупность действий обучающегося, обеспечивающих социальную компетентность, способность к самостоятельному усвоению новых знаний и умений, включая организацию этого процесса, культурную идентичность и толерантность.

В работе мною были предложены примеры заданий и технологических, которые направлены на формирование универсальных учебных действий при решении уравнений и неравенств в особенности уравнений и неравенств с модулем. Так же было показано, что применение действительно обеспечивает формирование УУД обучающихся.

Полученные результаты выпускной квалификационной работы подтверждают правоту выдвинутой гипотезы, что решение уравнений и неравенств способствуют формированию универсальных учебных действий.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. **Асмолов, А. Г.** Программа развития универсальных учебных действий: структура, содержание, ожидаемые результаты / А. Г. Асмолов. − URL: http://nsportal.ru/nachalnaya-shkola/raznoe/2012/12/01/dlya-molodogo?spetsialista

2. **Блинова, Т. Л.** Актуальные проблемы образования: формирование представлений о роли математики в современном обществе [Текст] : монография / Т. Л. Блинова, И. Н. Семенова, А. В. Слепухин ; Урал. гос. пед. ун-т. – Екатеринбург : [б. и.], 2018. – 94 с. − ISBN 978-5-7186-1097-0.

3. **Дорофеев, Г. В.** Алгебра. 7 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / [Г. В. Дорофеев, , С. Б. Суворова, Е. А. Бунимович и др.] 2-е изд. - М. : Просвещение, 2014. 287 с. : ил. − ISBN 978-5-09-032509-7.

4. **Дорофеев, Г. В.** Алгебра. 8 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / [Г. В. Дорофеев, , С. Б. Суворова, Е. А. Бунимович и др.] 3-е изд. − М. : Просвещение, 2016. 320 с. : ил. − ISBN 978-5-09-038197-0.

5. **Дорофеев, Г. В.** Алгебра. 9 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / [Г. В. Дорофеев, , С. Б. Суворова, Е. А. Бунимович и др.] 3-е изд. − М. : Просвещение, 2016. 336 с. : ил. − ISBN 978-5-09-038460-5.

6. **Мерзляк, А.Г.** Алгебра : 7 класс : учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк. В. Б. Полонский, М. С. Якир. − М. : Вентана-Граф. 2015. - 272 с. : ил. − ISBN 978-5-360-05509-9.

7. **Мерзляк, А.Г.** Алгебра : 8 класс : учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк. В. Б. Полонский, М. С. Якир. − М. : Вентана-Граф. 2013. − 256 с. : ил. − ISBN 978-5-360-05307-8.

8. **Мерзляк, А.Г.** Алгебра : 9 класс : учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк. В. Б. Полонский, М. С. Якир. − М. : Вентана-Граф. 2014. - 304 с. : ил. − ISBN 978-5-360-05308-8.

9. **Мордкович, А. Г.** Алгебра. 7 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А. Г. Мордкович. − 19-изд., стер. − М. : Мнемозина,2014. – 175 с, : ил. − ISBN 978-5-346-03023-2.

10. **Мордкович, А. Г.** Алгебра. 7 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных организаций / [А. Г. Мордкович и д. р.]; под ред. А. Г. Мордковича. − 19-изд., стер. − М. : Мнемозина,2014. – 271 с, : ил. − ISBN 978-5-346-03024-9.

11. **Мордкович, А. Г.** Алгебра. 7 класс. Учебник для общеобразовательных организаций (углубленный уровень). В 2 ч. Ч. 1 / А. Г. Мордкович, Н. П. Николаев. - 11-изд., стер. − М. : Мнемозина,2019. – 232 с, : ил. − ISBN 978-5-346-04407-9.

12. **Мордкович, А. Г.** Алгебра. 7 класс. Учебник для общеобразовательных организаций (углубленный уровень). В 2 ч. Ч. 2 / А. Г. Мордкович. − 12-изд., стер. − М. : Мнемозина,2019. – 231 с, : ил. − ISBN 978-5-346-01427-0.

13. **Мордкович, А. Г.** Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А. Г. Мордкович. − 19-изд., стер. − М. : Мнемозина,2010. – 215 с, : ил. − ISBN 978-5-346-03023-2.

14. **Мордкович, А. Г.** Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных организаций / [А. Г. Мордкович и д. р.]; под ред. А. Г. Мордковича. - 12-изд., испр. и доп. − М. : Мнемозина,2010. – 271 с, : ил. − ISBN 978-5-346-01428-7.

15. **Мордкович, А. Г.** Алгебра. 8 класс. Учебник для общеобразовательных организаций (углубленный уровень). В 2 ч. Ч. 1 / А. Г. Мордкович, Н. П. Николаев. − 15-изд., стер. − М. : Мнемозина,2019. – 288 с, : ил. − ISBN 978-5-346-04410-9.

16. **Мордкович, А. Г.** Алгебра. 8 класс. Учебник для общеобразовательных организаций (углублённый уровень). В 2 ч. Ч. 2 / [А. Г. Мордкович и др.] ; под ред. А. Г. Мордковича. - 16-е изд., стер. − М. : Мнемозина, 2019. − 351 с. : ил. − ISBN 978-5-346-04411-6.

17. **Мордкович А. Г.** Алгебра. 9 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. − 12-изд., стер. − М. : Мнемозина,2010. – 224 с, : ил. − ISBN 978-5-346-01420-1.

18. **Мордкович, А. Г.** Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных организаций / [А. Г. Мордкович, Л. А. Александрова, Т. Н. Мишустина и д. р.]; под ред. А. Г. Мордковича. − 12-изд., испр. − М. : Мнемозина, 2010. – 223 с, : ил. − ISBN 978-5-346-01421-8.

19. **Мордкович, А. Г.** Алгебра. 9 класс. Учебник для общеобразовательных организаций (углублённый уровень). В 2 ч. Ч. 1 / [А. Г. Мордкович и др.] ; под ред. А. Г. Мордковича. −13-е изд.стер. − М. : Мнемозина, 2019. − 288 с. : ил. − ISBN 978-5-346-04286-0.

20. **Мордкович, А. Г.** Алгебра. 9 класс. Учебник для общеобразовательных организаций (углублённый уровень). В 2 ч. Ч. 2 / [А. Г. Мордкович и др.] ; под ред. А. Г. Мордковича. − 13-е изд.стер. − М. : Мнемозина, 2019. − 287 с. : ил. − ISBN 978-5-346-04287-7.

21. **Перевощикова, Е. Н.** Специфика формирования универсальных учебных действий при обучении математике в основной школе / Е. Н. Перевощикова // Интеграция образования. − 2015. − Т. 19, № 2. − С. 81−91. DOI: 10.15507/Inted.079.019.201502.081.

22. **Севернюк, П. Ф., Смоляков А. Н**. Уравнения и неравенства с модулями и методика их решения : учебно-методическое пособие. − М. : Илекса, Народное образование ; Ставрополь: Сервисшкола, 2005. − 112 с. − (Серия «Изучение сложных тем школьного курса математики»). − ISBN 5-93078-325-X

23. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования: Приказ Мин. образования и науки РФ от 17.12.2010 г. №1897.

Интернет-ресурсы:

24. https://multiurok.ru/files/vidy-zadanii-dlia-formirovaniia-rieghuliativnykh-u.html

25. https://infourok.ru/razvitie-uud-na-urokah-matematiki-vidi-raboti-614519.html

26. https://www.uchportal.ru/publ/24-1-0-9171

Приложение А

Раздаточный материал

1. $|a| \geq 0$
2. $|-a| = |a|$
3. $|a|^2 = a^2$

   $|a|^{2n} = a^{2n}$
4. $|a| = \sqrt{a^2}$

   $|a| = \sqrt[2n]{a^{2n}}$
5. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
6. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$,b≠0
7. $|a \pm b| \leq |a| + |b|$
8. $|a \pm b| \geq |a| - |b|$
9. $|a \pm b| \geq ||a| - |b||$
10. $|a| - |b| = a - b \leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = b, \\ \begin{cases} a \geq 0, \\ b \geq 0. \end{cases} \end{array}\right.$

$|a| - |b| = b - a \leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = b, \\ \begin{cases} a \leq 0, \\ b \leq 0. \end{cases} \end{array}\right.$

$|a| - |b| = a + b \leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a + b = 0, \\ \begin{cases} a \geq 0, \\ b \leq 0. \end{cases} \end{array}\right.$

$|a| - |b| = -a - b \leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a + b = 0, \\ \begin{cases} a \leq 0, \\ b \geq 0. \end{cases} \end{array}\right.$

Виды неравенств с модулем и способы их решения.

Решение неравенств вида: $|f(x)| \leq g(x)$, $|f(x)| \geq g(x)$

Способ 1 $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(x) > 0, \\ f(x) \leq g(x); \end{cases} \\ \begin{cases} f(x) < 0, \\ -f(x) \leq g(x). \end{cases} \end{array}\right.$

Способ 2 $|f(x)| \leq g(x) \leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0, \\ f^2(x) - g^2(x) \leq 0; \end{cases}$

При решении **$|f(x)| \geq g(x)$** необходимо рассматривать два случая:

!Если $g(x) < 0$, то $|f(x)| \geq g(x)$ выполняется для всех x

!Если $g(x) \geq 0$, то $|f(x)| \geq g(x)$ при $f^2(x) - g^2(x) \leq 0$.

Способ 3

$$|f(x)| \leq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq -g(x) \\ f(x) \leq g(x) \end{cases}.$$

Решение неравенств вида: $|f_1(x)| + |f_2(x)| + \ldots + |f_n(x)| \leq g(x)$

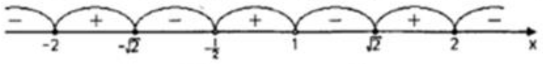
использовать тот же прием, что и при решении уравнений,

$|f_1(x)| + |f_2(x)| + \ldots + |f_n(x)| = g(x)$.

РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ, СОДЕРЖАЩИХ МОДУЛИ, МЕТОДОМ ИНТЕРВАЛОВ

$$\frac{1 - |x^2 - 3|}{|2x^2 - x| - 1} \leq 0.$$

Решение. Рассмотрим функцию $f(x) = \frac{\quad}{|2x^2 - x| - 1}$. Найдем нули функции: $|x^2 - 3| = 1$, откуда $x_1 = -2$; $x_2 = -\sqrt{2}$; $x_3 = \sqrt{2}$; $x_4 = 2$. Далее находим точки разрыва (это нули знаменателя): $|2x^2 - x| = 1$, откуда $x_5 = -0{,}5$; $x_6 = 1$. Покажем точки разрыва и нули функции на числовой прямой. Ясно, что на всех промежутках, получившихся при разбиении этими точками, функция $f(x)$ сохраняет свой знак:



Ответ: $(-\infty; -2] \cup [-\sqrt{2}; -0{,}5) \cup (1; \sqrt{2}] \cup [2; +\infty)$.

Приложение Б

Оценочный лист

ФИО____

№задания	1	2	3	4	5
Правильность (+ или -)					
Оценка					

Приложение В

Разбор заданий

№ 42.2

Решите графически уравнение.

а) $|x| = x + 1$.

Решение:

Строим графики двух функций:

$y_1 = |x|$ и $y_2 = x + 1$.

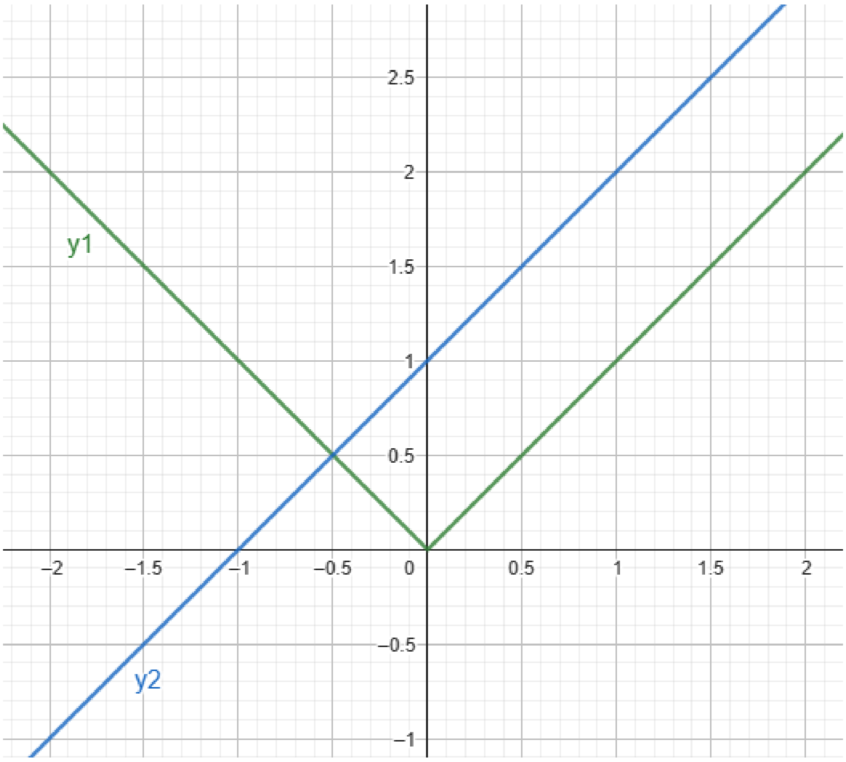


Рисунок В.1 – Графики функций $y_1 = |x|$ и $y_2 = x + 1$

Графики пересекаются в одной точке с координатами $(-0,5; 0,5)$, следовательно решением является $x = 0,5$.

в)$-|x| = 2x - 3$

Решение:

Домножим уравнение на -1.

$|x| = 3 - 2x$.

Строим графики двух функций:

$y_1 = |x|$ и $y_2 = 3 - 2x$.

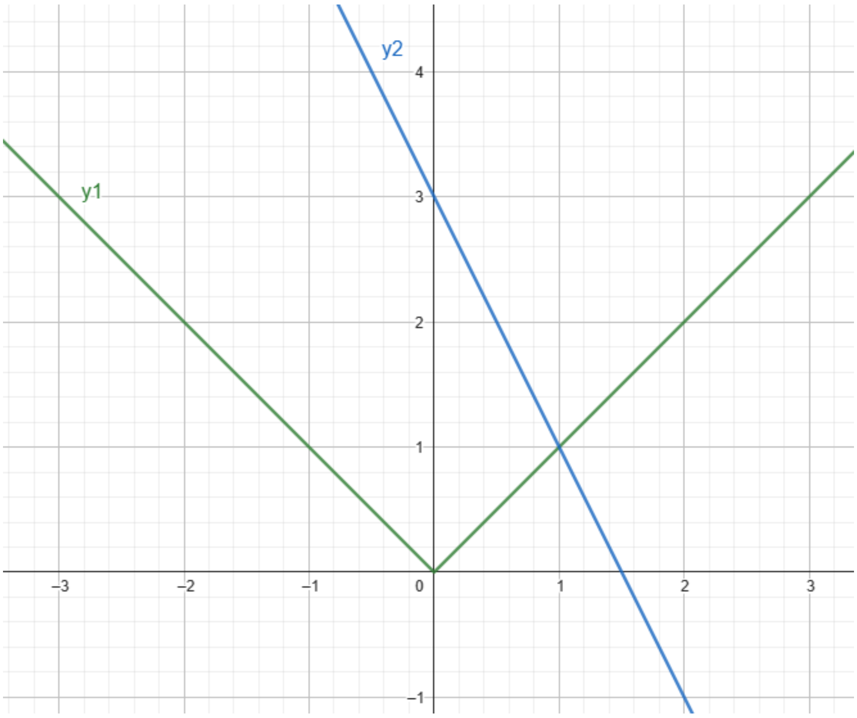


Рисунок В.2 – Графики функций $y_1 = |x|$ и $y_2 = 3 - 2x$

Графики пересекаются в одной точке с координатами $(1; 1)$, следовательно решением является $x = 1$.

42.10 (при решение данного задания обучающиеся сами выбирают способы решения)

Решите уравнение

б) $|5 - 2x| = x + 1$.

Решение:

Введем ограничение $x + 1 \geq 0$ (т. е. $x \geq -1$) и перейдем к совокупности:

$$\left[\begin{array}{l} 5 - 2x = x + 1; \\ 5 - 2x = -(x + 1). \end{array}\right.$$

Раскрываем скобки, все с переменной переносим с левую часть уравнения, без переменной в правую, приводим подобные слагаемые.

$\left[\begin{array}{l} x = \frac{4}{3}; \\ x = 6. \end{array}\right.$

Учитывая, что $x \geq -1$, получаем два решения уравнения $x = \frac{4}{3}$ и $x = 6$.

г)$|4x - 2| = x - 9$.

Решение:

Введем ограничение $x - 9 \geq 0$ (т. е. $x \geq 9$) и перейдем к совокупности:

$\left[\begin{array}{l} 4x - 2 = x - 9; \\ 4x - 2 = -(x - 9). \end{array}\right.$

Раскрываем скобки, все с переменной переносим с левую часть уравнения, без переменной в правую, приводим подобные слагаемые.

$\left[\begin{array}{l} x = -\frac{7}{3}; \\ x = \frac{11}{5}. \end{array}\right.$

Учитывая ограничение $x \geq 9$, говорим о том, что уравнение решений не имеет.

42.12 (при решение данного задания обучающиеся сами выбирают способы решения)

а) $|x^2 - 5x| = 6$.

Решение:

Строим графики двух функций:

$y_1 = |x^2 - 5x|$ и $y_2 = 6$.

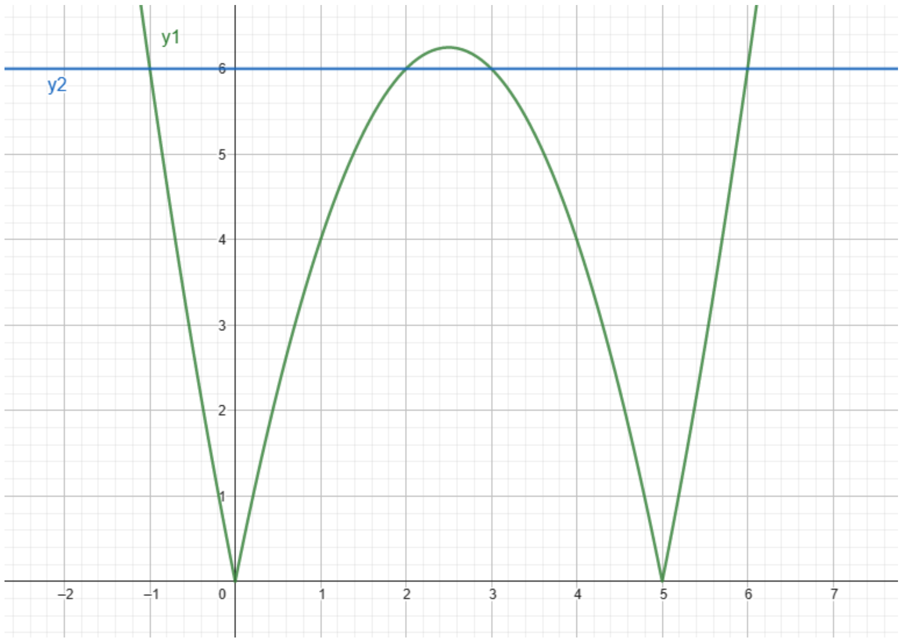


Рисунок В.3 – Графики функций $y_1 = |x^2 - 5x|$ и $y_2 = 6$

Графики пересекаются в четырех точках с координатами $(-1; 6), (2; 6)$, $(3; 6)$ и $(6; 6)$.

Получаем, что решение являются $x = -1$, $x = 2$, $x = 3$ и $x = 6$.

б) $|x^2 + 5| = 6x$.

Решение:

Введем ограничение $6x \geq 0$ (т. е. $x \geq 0$) и перейдем к совокупности:

$$\left[\begin{array}{l} x^2 + 5 = 6x; \\ x^2 + 5 = -6x. \end{array}\right.$$

Переносим все слагаемые в левую часть уравнений, совокупность принимает вид:

$$\left[\begin{array}{l} x^2 - 6x + 5 = 0; \\ x^2 + 6x + 5 = 0. \end{array}\right.$$

Решением $x^2 - 6x + 5 = 0$ являются $x = 5$ и $x = 1$.

Решением $x^2 + 6x + 5 = 0$ являются $x = -5$ и $x = -1$.

Учитывая ограничение $x \geq 0$, получаем что решением уравнения $|x^2 + 5| = 6x$ являются $x = 5$ и $x = 1$.

Приложение Г

Презентация к уроку №1

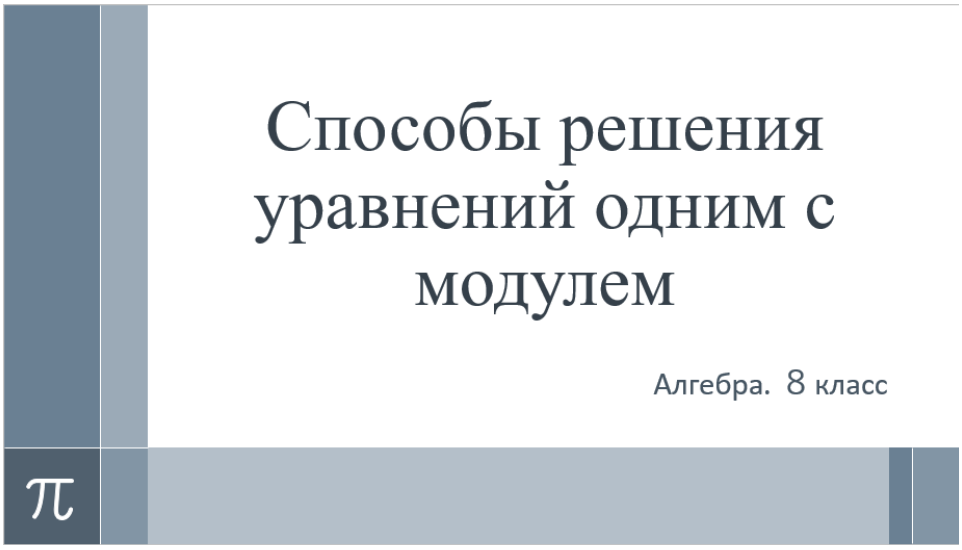


Рисунок Г.1 – Слайд 1

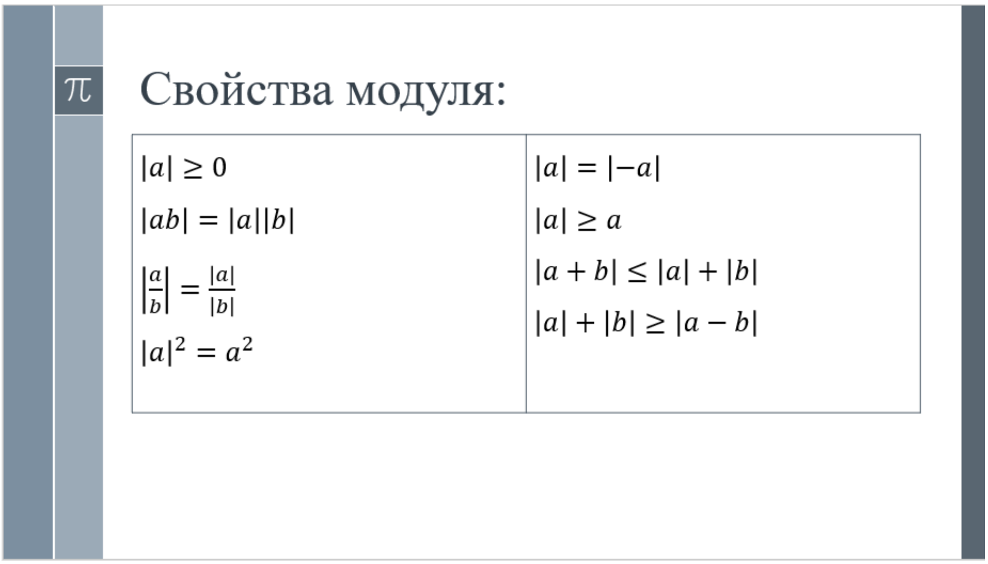


Рисунок Г.2 – Слайд 2

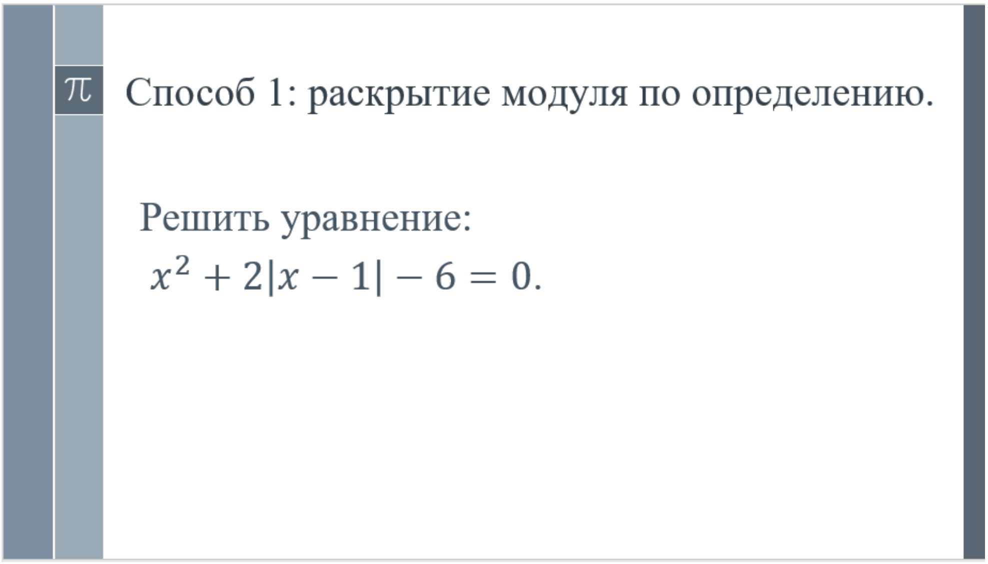


Рисунок Г.3 – Слайд 3

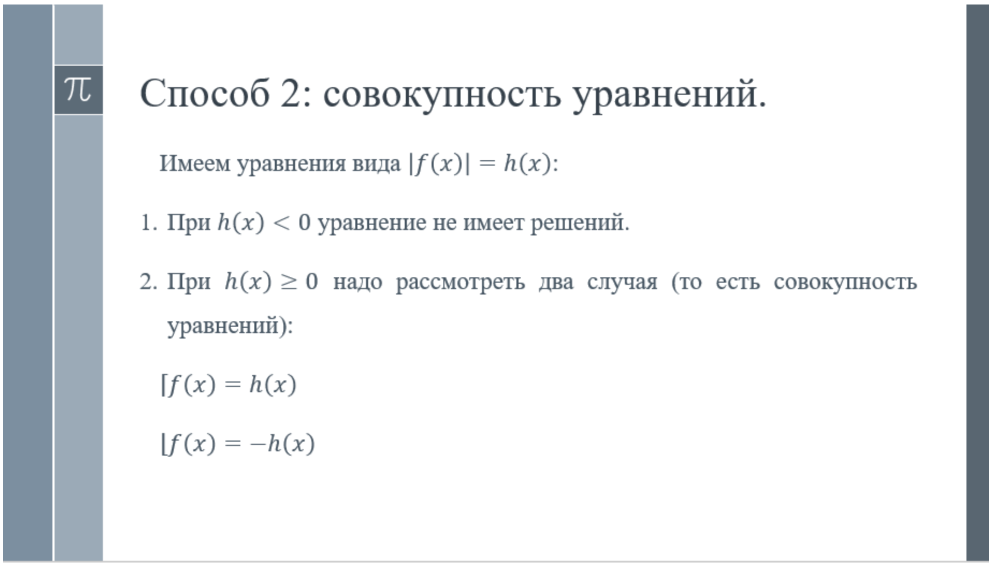


Рисунок Г.4 – Слайд 4

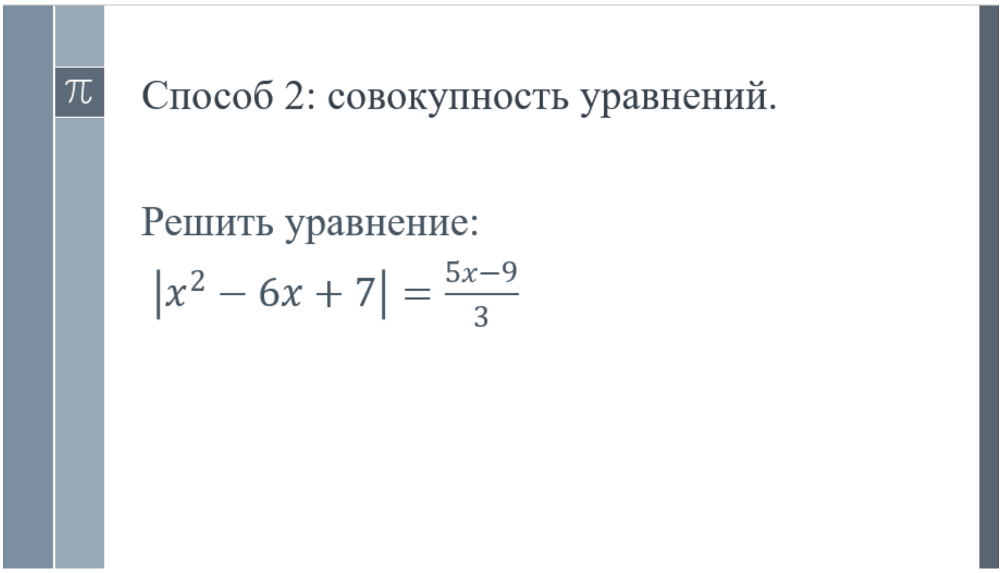


Рисунок Г.5 – Слайд 5

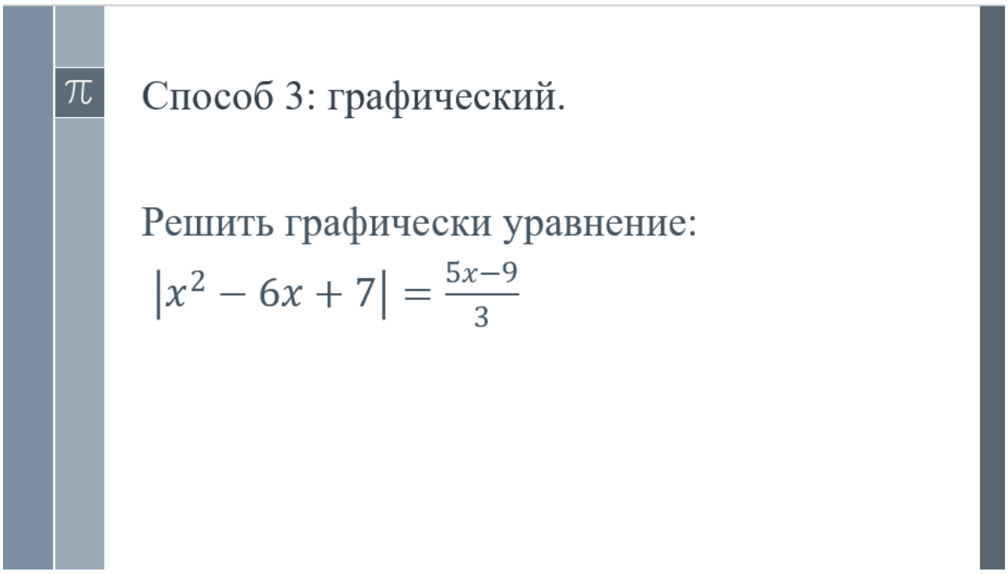


Рисунок Г.6 – Слайд 6

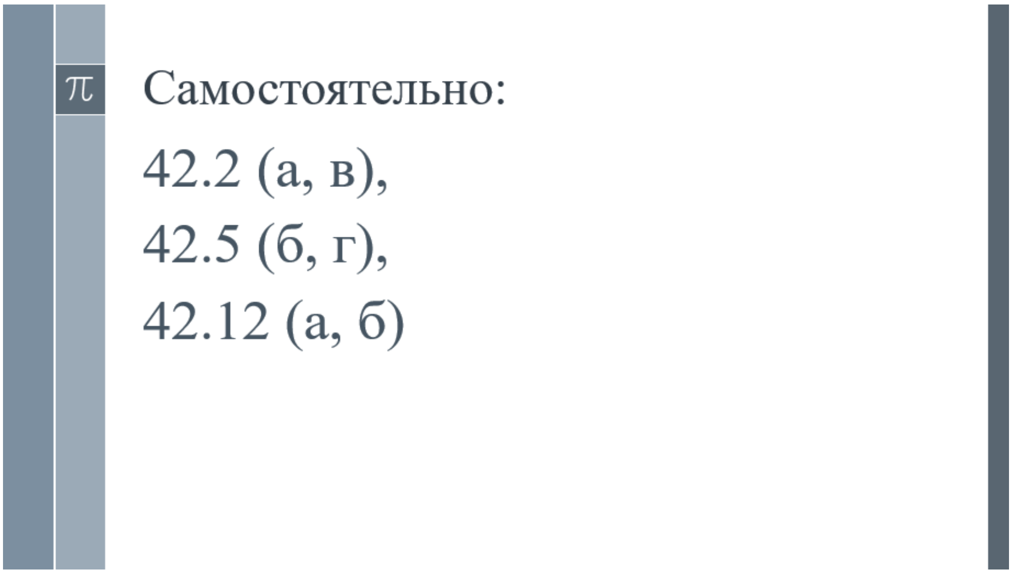


Рисунок Г.7 – Слайд 7

Приложение Д

Презентация к уроку №2.

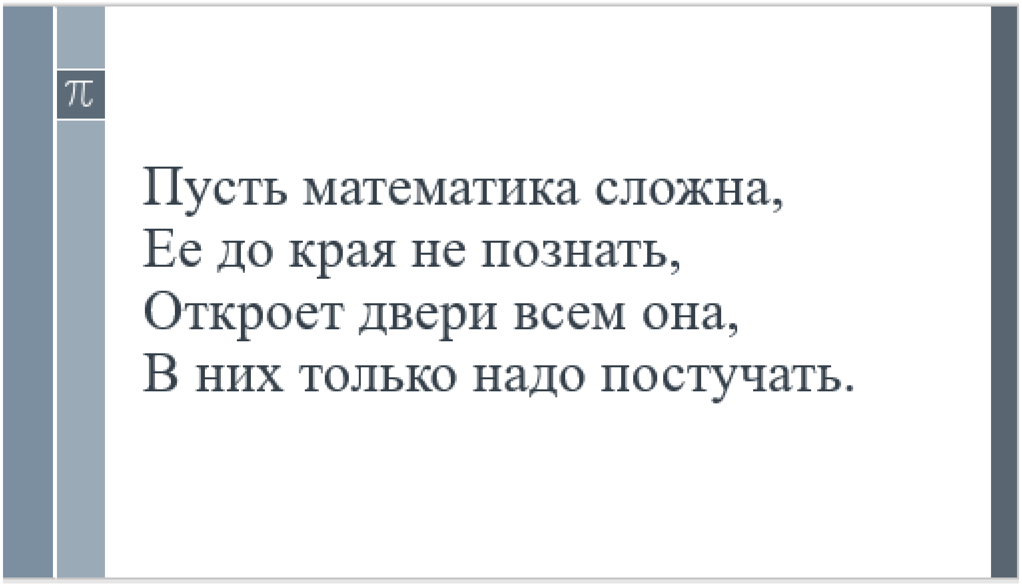


Рисунок Д.1 – Слайд 1

Рисунок Д.2 – Слайд 2

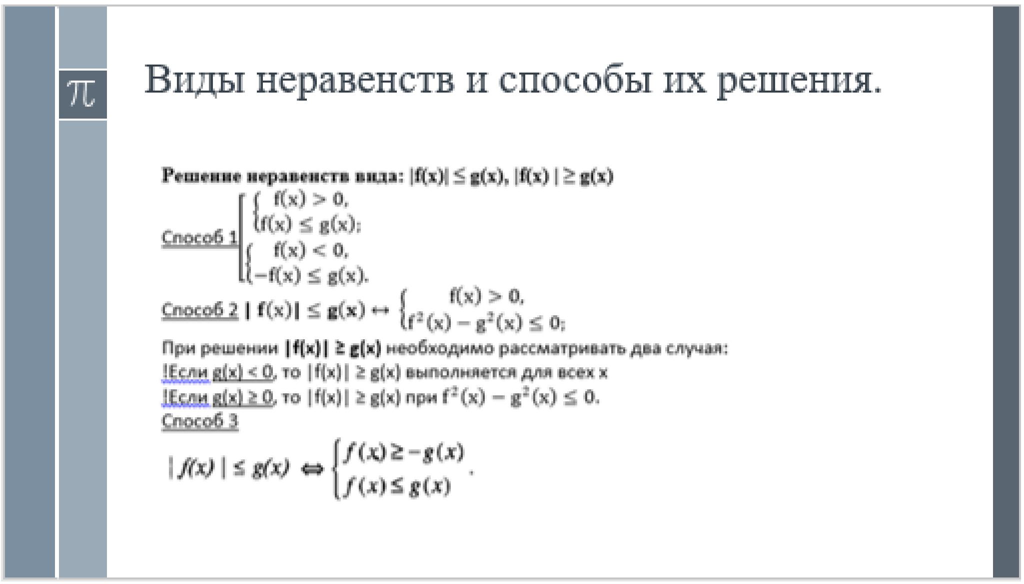


Рисунок Д.3 – Слайд 3

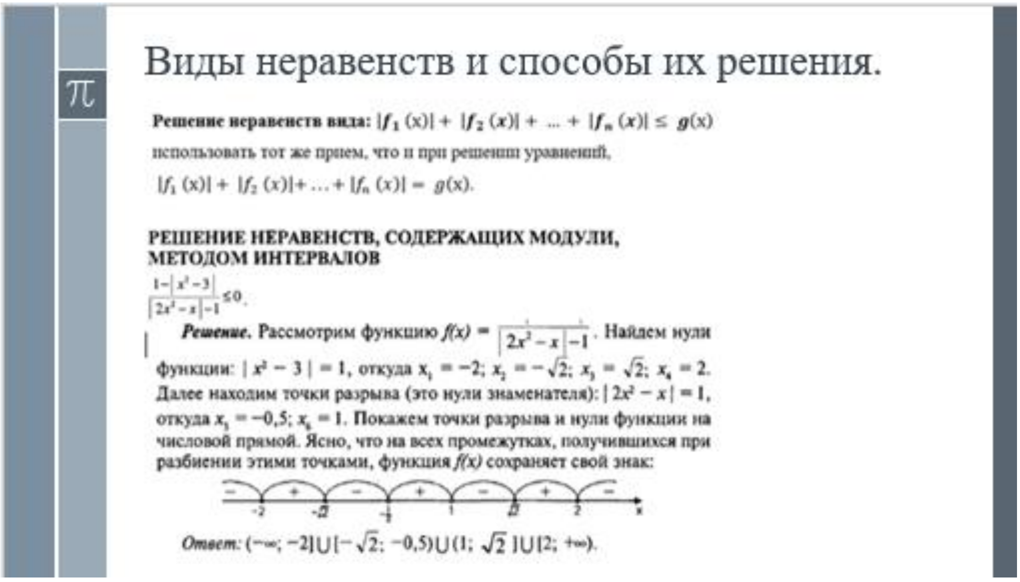


Рисунок Д.4 – Слайд 4

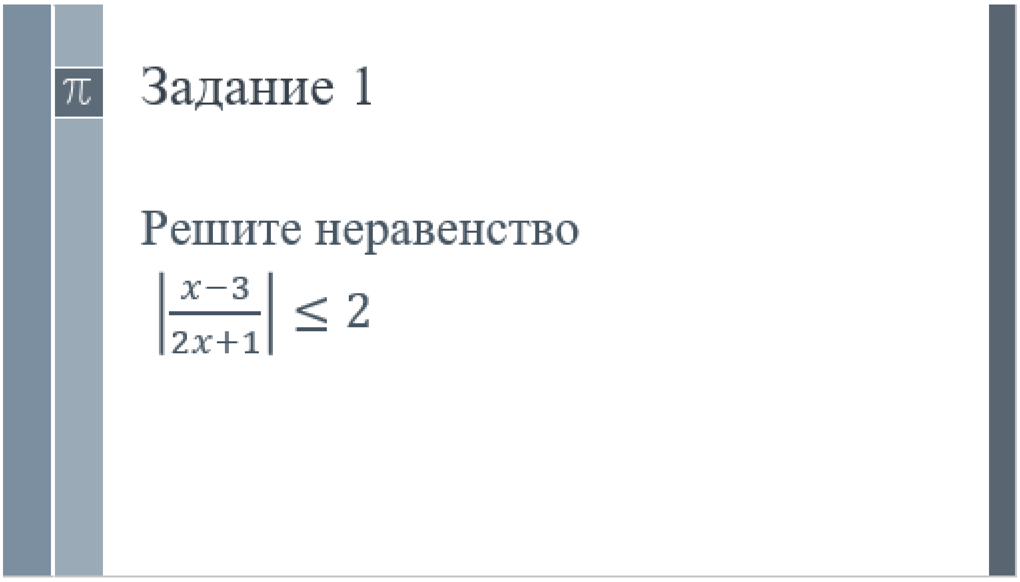


Рисунок Д.5 – Слайд 5

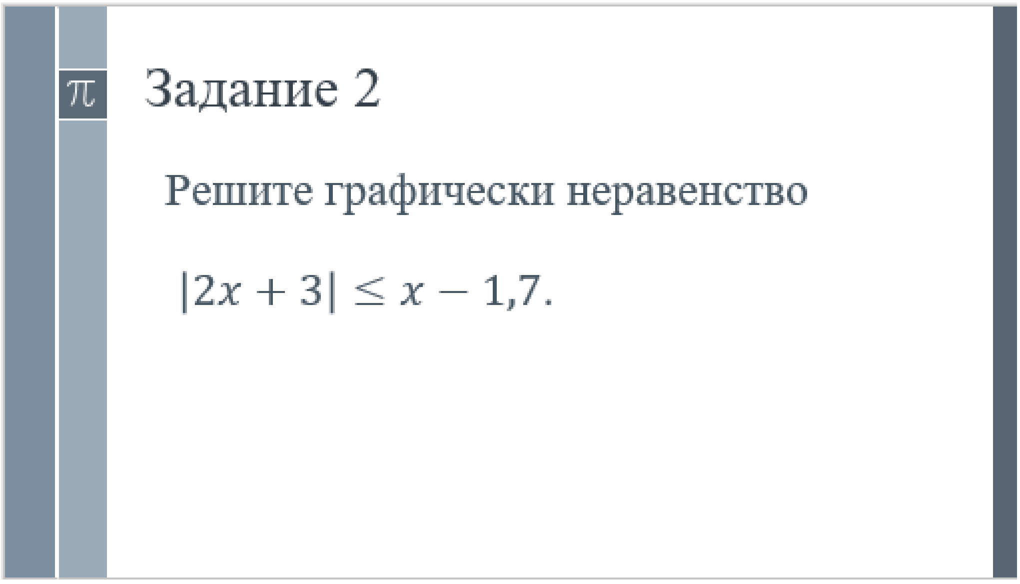


Рисунок Д.6 – Слайд 6

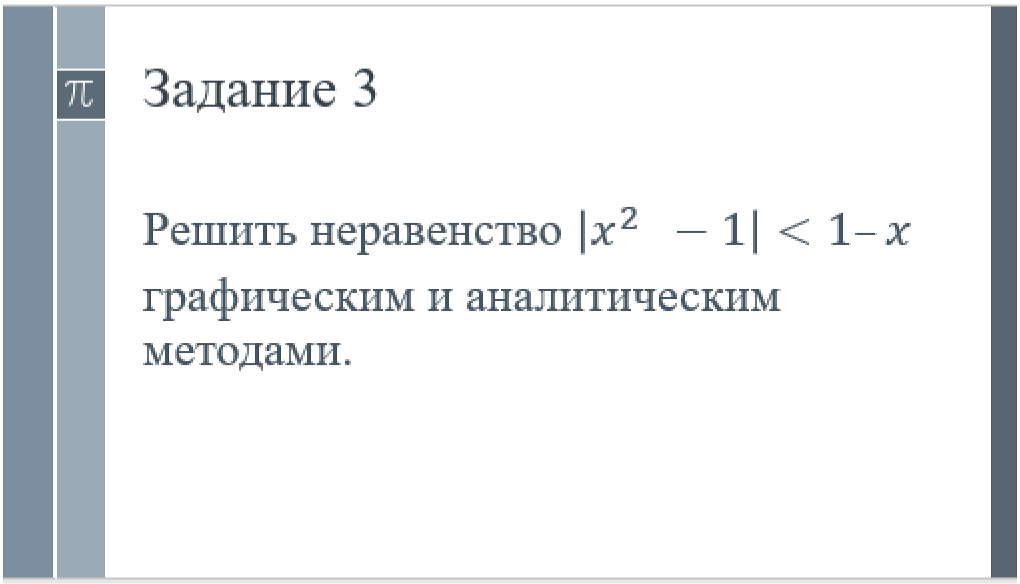


Рисунок Д.7 – Слайд 7

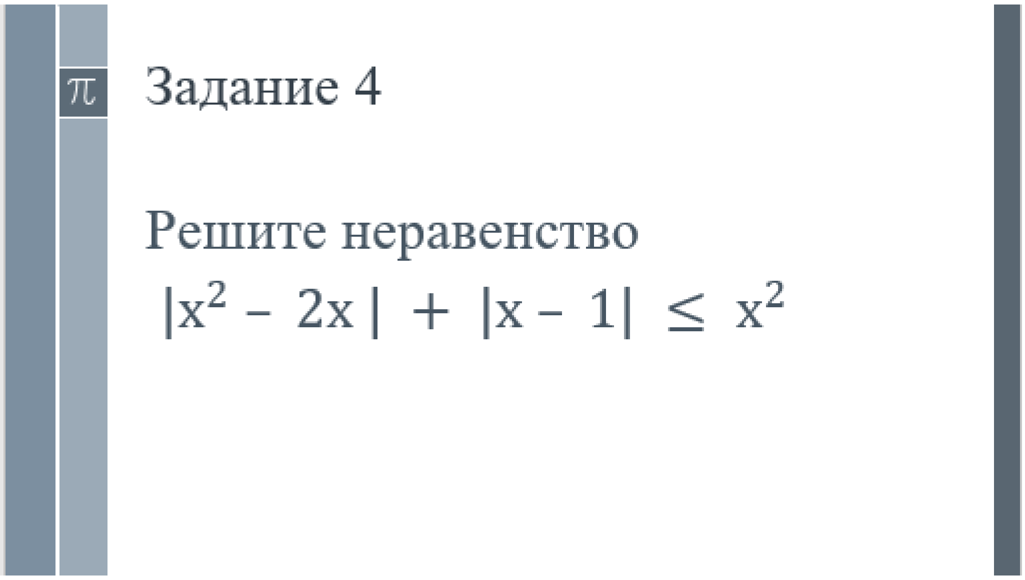


Рисунок Д.8 – Слайд 8

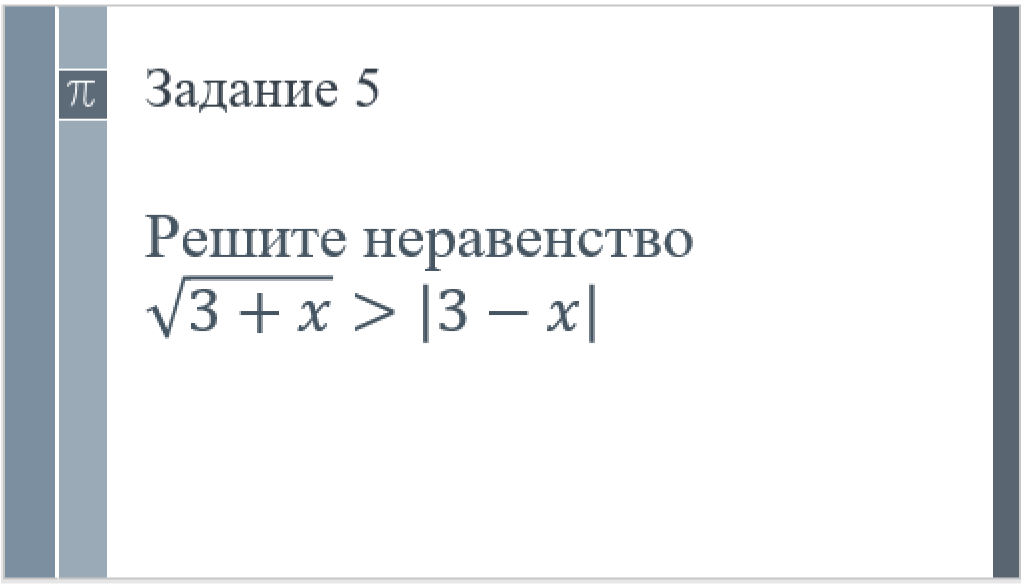


Рисунок Д.9 – Слайд 9

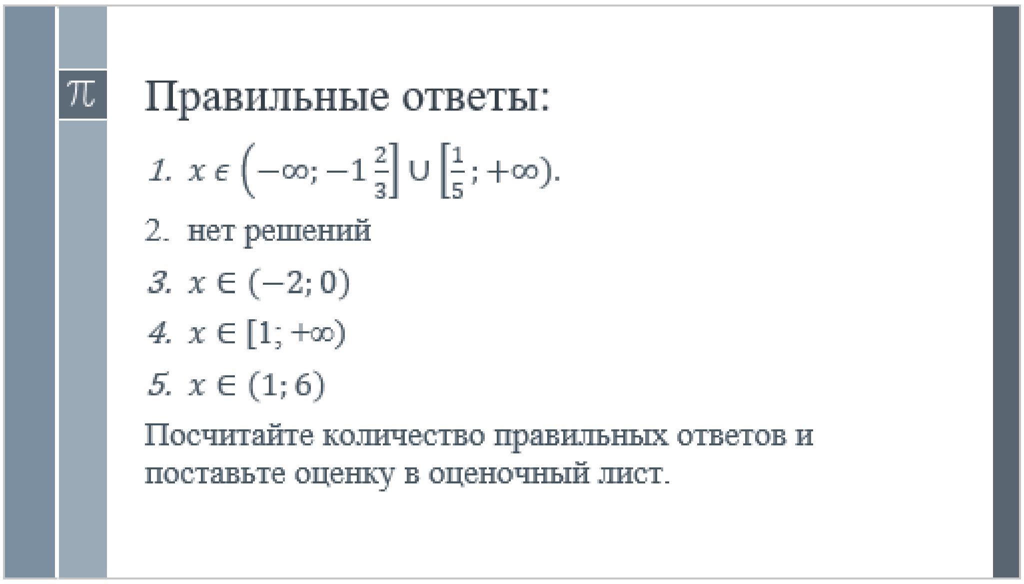


Рисунок Д.10 – Слайд 10