МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ

Обучение векторно-координатному методу решения задач как средство формирования предметных результатов по математике

Выпускная квалификационная работа по направлению
44.03.01 Педагогическое образование

Направленность программы бакалавриата
«Математика»

Проверка на объем заимствований:
70% авторского текста

Работа рекомендована к защите
рекомендована/не рекомендована

« 25 » мая 2020 г.
и.о.зав. кафедрой МиМОМ
Е.О. Шумакова

Выполнила:
Студентка группы ЗФ-513/087-5-1
Андреева Юлия Владимировна

Научный руководитель:
ст. преподаватель
Мартынова Елена Владимировна

Челябинск
2020

Содержание

ВВЕДЕНИЕ

В школьном курсе геометрии есть методы решения задач, которые называются, как синтетический (геометрический), методы: преобразований, векторный и многие другие.

Они занимают разное положение в школе. Главным методом считается синтетический, а из других более значительное положение занимает метод координат вследствие того, что он непосредственно связан с алгеброй. Грациозность синтетического метода добивается с помощью проницательности, предположений, добавочных построений. Координатный метод этого не потребует: разрешение задач в значительном алгоритмизировано то, что в основной массе ситуации упрощает отбор и само разрешение задачи.

Возможно с полной уверенностью сказать о том, что исследование этого метода считается обязательной составляющей школьного курса геометрии.

Однако невозможно выпускать из виду, что присутствие вопросов координатным способом нужен опыт алгебраических вычислений, также необходим значительный уровень смышлёности, но данная очередность отрицательно влияет в возможностях обучающихся. По этой причине нужна технология преподавания координатного способа, позволяющая ученикам обучиться регулировать различные проблемы координатного способа, но никак не демонстрирующая способ, как главную цель постановления вопросов.

Целью считается обучение и подготовка векторно-координатного метода при решении стереометрических задач.

Объект изучения данной работы – это процесс преподавания обучающимся геометрии.

Предметом исследования считается подготовка метода координат в курсе геометрии.

Методы исследования:

1. Теоретический (работа с научной литературой, материалами электронных ресурсов).
2. Эмпирический (анализ и сравнения полученных результатов).
3. Математический.

Теоретическая значимость изучения заключается в том, что оно считается вкладом в последующее развитие вопроса о подготовке к ЕГЭ согласно геометрии, дает возможность подбирать метод решения задачи в соответствии с собственными математическими предпочтениями.

Прикладная значимость итогов изучения обусловливается взносом в формирование логического математического мышления учащихся, развитие мастерства независимого решения стандартных задач. Итоги изучения могут быть применены при подготовке к ЕГЭ по математике, а также на факультативных и элективных курсах согласно математике.

Предмет, цель и гипотеза исследования определяют:

1. Исследования альтернатив изучения метода координат в определенных функционирующих учебников, кроме того сущность программы согласно математике по данной теме.
2. Описание координатного метода и способов его использования на образце определенных математических задач.
3. Выделение умений, требуемых с целью успешного освоения метода координат и выбор задач, создающих данные умения.
4. Опытная проверка.

Приняты методы, которые подошли к достижению целей работы и решения задач, данная программа согласна: математики, учебным пособиям и методическим материалам по теме: «координатный метод», также работа обучающихся, деятельность образовательного процесса.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КООРДИНАТНОГО МЕТОДА

1.1 Основные положения изучения координатного метода

Значительную роль в формировании геометрии сыграло использование алгебры к исследованию свойств геометрических фигур, разросшееся в независимую науку — аналитическую геометрию. Появление аналитической геометрии связано с открытием метода координат, представляющегося главным методом. Метод координат — весьма продуктивный и многофункциональный способ нахождения различных углов или расстояний между стереометрическими объектами в пространстве. Решая ту или другую математическую или физическую задачу методом координат, возможно применять разнообразные координатные системы, подбирая ту из них, в которой задача применяется проще или легче в данном определенном случае. Имеется большое количество систем координат: аффинная, полярная, биполярная, коническая, параболическая, проективная, сферическая, цилиндрическая и др. Более применяемая из них — прямоугольная система координат (также известная как декартова система координат). Ею станем использовать с целью решения задач нашего курса. Этот способ решения состоит во введении (привязке к исследуемым фигурам) декартовой системы координат, но потом – исчислении возникающих векторов (их длин и углов между ними). Преимущество метода координат заключается в том, что его использование освобождает от потребности прибегать к явному понятию трудных пространственных конфигураций.

Алгоритм использования координатного метода к решению геометрических задач объединяется к следующему:

1. Подбираем в пространстве систему координат из суждений удобства выражения координат и наглядности изображения.
2. Обретаем координаты требуемых с целью нахождения точек.
3. Решаем задачу, применяя главные задачи метода координат.

4. Преступаем от аналитических пропорций к геометрическим.

С целью разбора метода координат для стереометрических задач, рассмотрим, что же предполагает собою прямоугольная (декартова) система координат в пространстве. Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве – комплекс точки O (называемой началом координат), считанные единицы измерения и трёх попарно перпендикулярных прямых Ox, Oy и Oz (называемых осями координат: Ox – ось абсцисс, Oy – ось ординат, Oz – ось аппликат), в любой из которых отмечено направление положительного отсчёта. Плоскости xOy, yOz и zOx именуют координатными плоскостями. Каждой точке пространства устанавливается в соотношение тройка чисел, именуемых её координатами (Рисунок 1).

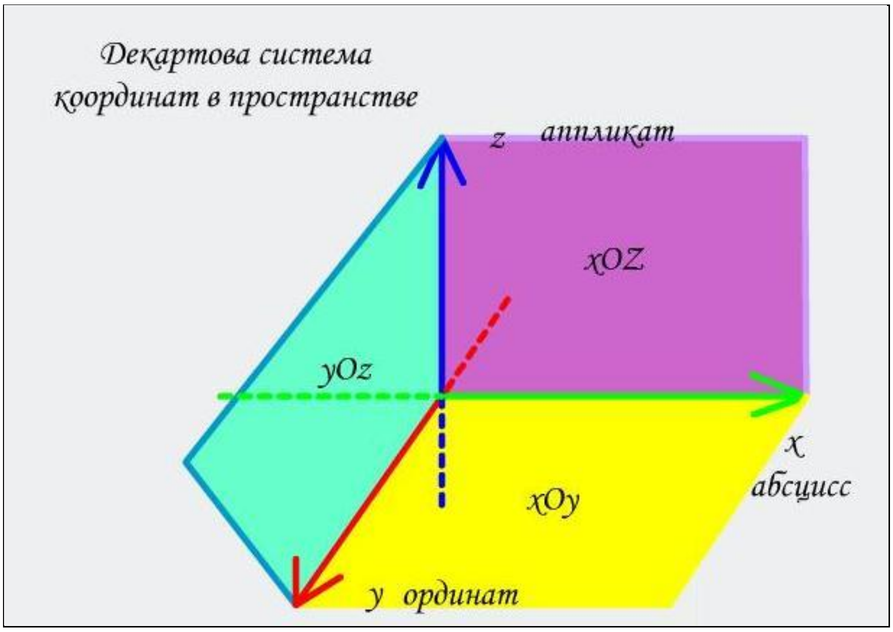

Рисунок 1

Перед решением стереометрических задач координатно-векторным методом нужно запомнить соответствующие формулы:

1. Нахождение расстояния между двумя точками, заданными своими координатами (1).

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) + (z_2 - z_1)}\ , \qquad (1)$$

где $d = AB,\ A(x_1; y_1; z_1)$;

$B(x_2; y_2; z_2)$.

2. Нахождение координаты середины C(x; y; z) отрезка AB (2)(2):
$A(x_1; y_1; z_1); B(x_2; y_2; z_2)$,

$$x = \frac{x_1+x_2}{2};\ y = \frac{y_1+y_2}{2};\ z = \frac{z_1+z_2}{2}. \qquad (2)$$

3. Нахождение косинуса а, следовательно, и самого угла, между двумя векторами, заданными своими координатами (3):

$$\cos(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = \frac{\mathrm{x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2}}{\sqrt{\mathrm{x_1^2+y_1^2+z_1^2}}\sqrt{\mathrm{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}}, \qquad (3)$$

где $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$, $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$.

4. Координаты x, y, z точки M, которая делит отрезок $\overline{M_1M_2}$, ограниченный точками $M_1\{x_1; y_1; z_1\}, M_2\{x_2; y_2; z_2\}$ в отношении λ, определяется по формулам (4):

$$x = \frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}, y = \frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}, z = \frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda}. \qquad (4)$$

1.2 Анализ школьных учебников

В школьном курсе геометрии всегда есть разные методы доказательства теорем и решение задач. Из числа подобных методов существенную роль занимают подобные методы, как метод геометрических преобразований, метод координат, векторный метод. Сами эти методы объединены между собой. В связи с концепцией, раскрываемой создателями учебников геометрии для средней школы, этот либо другой метод способен занимать преобладающую значимость. Так в учебнике Погорелова А.В. [11] активную роль играет метод координат, который весьма плодотворен.

В школьной программе согласно математике методу координат уделяется относительно мало времени. В разделе «Цели исследования направления геометрии» рассказывается: «При подтверждении теорем и решении задач… используются геометрические преобразования, векторы также координаты». Таким образом, программа не определяет цель исследования метода координат как метода решения задач. В программе рассказывается, то что «вследствие исследования направления геометрии ученики обязаны обладать способностью, применять метод координат с целью решения задач». Никак не говориться об овладении обучающимися методом координат с целью подтверждения теорем и решении задач. Упор происходит в «несложных задачах», в то время, как метод местоположения лучше высказывает личные плюсы наличия постановления необыкновенных, кроме того достаточно сложных задач.

В учебнике Атанасяна Л.С. [2] координатам посвящена отдельная глава в 9 классе. При этом данный использованный материал исследуется после темы «Векторы», вплоть до исследования скалярного произведения векторов. В анализ проблемы отводиться 18 часов. В этом учебнике метод координат выделен в отдельную главу, в которой исследуются координаты вектора, уравнение окружности и прямой, также решаются простые задачи в координатах. В данной главе предоставляется понятие метода координат как способа исследования геометрических фигур с помощью средств алгебры. Школьники обучаются решать задачи путем внедрения системы координат. Автор устанавливает цель научить обучающихся владеть координатным методом в применении и формировании уравнения, кроме того наличие задач с целью заключения геометрических формул.

В различии иных школьных учебников согласно геометрии в книге Атанасяна [2] координаты взяли одно из основных мест. Они используются, включая с 8 класса уже после обучения тем «Четырехугольники» и «Теоремы Пифагора». На исследование темы предотвращается 19 часов. Одновременно, уже после рассмотрения ключевых представлений, сопряженных с методом координат на плоскости, уравнений окружности, также с обучающимися исследуют подобные проблемы равно, как взаимнопересечение двух окружностей, взаимнопересечение непосредственный, также окружности, установление синуса, косинуса, также тангенса каждого угла с 0° до 180°. Дано также имеется первоначальные дополнения метода координат, с которыми познакомились ученики.

В направлении алгебры, отталкиваясь от уравнения:

$$y = f(x),$$

где $f(x)$ установленная функция, возводили кривую, характеризуемую данным уравнением, т.е. возводили график функции $y = f(x)$. Таким образом, выступали как бы «от алгебры к геометрии». Присутствие исследования метода координат в геометрии подбираем противоположный подход: отталкиваясь от геометрических свойств определенных кривых, выводим их равенство, т. е. пойдем как бы «от геометрии к алгебре». В 8 классе по учебнику [11] и в 9 по учебнику [2] рассматривается уравнение прямой и окружности. Присутствие данного направляется интерес в единое представление «уравнение фигуры»: «уравнение формы в плоскости в декартовых координатах именуется равенство с двумя незнакомыми и также который удовлетворяет местоположение каждой точки фигуры. Также возвращаемся назад: любые два числа, удовлетворяющие этому уравнению, считаются координатами определенной точки фигуры» [11].

Уравнение фигуры на плоскости в общем виде можно записывать так:

$$F(x, y) = 0,$$

где $F(x, y)$ функция двух переменных x и y.

Учебник [11] осуществляет теорию возведения школьного направления геометрии, в котором интерес согласно сопоставлению с классическими учебниками уделяется способам постановления геометрических задач. Координатный метод согласно этому учебнику считается предпоследней проблемой 9 класса. При исследовании учебники познакомились с декартовыми координатами на плоскости, оценивают два уравнения «плоских направлений: непосредственно также окружности», какие в последующим станут нужны при решении задач.

В процессе этого отрабатываются некоторые умения, необходимые для решения задач координатным методом. Необходимо выделить то, что в учебнике относительно незначительный общетеоретический использованный материал согласно теме. Таким образом, к примеру, одной истинной формулой (при этом только лишь с целью для одного случая, когда $x_1 \neq x_2$ и $y_1 \neq y_2$), в случае если никак не рассматривать уравнений линий, считается формула расстояния между точками. Различие от учебников [11], также [2] формулировка половины отрезка в абстрактном использовании материала никак не рассматривается, не смотря на то, что в фактических задачах имеется цель «рассмотрим непосредственно на координатной прямой точки $A(-2{,}5)$, также $B(4{,}3)$. Отыскать местоположения точки M, в случае если - половина AB», подобным способом, ученикам предполагается лично представить формулу координат половины отрезка, рассматривая этот определенный инцидент также применяя определения координат также формулу расстояние между точками.

Писатель никак не дает ученикам как такового определения фигуры, однако детально анализирует уравнения «плоских линий», которые потребуются ученикам при решении задач. Данные уравнения окружности также прямой.

После изучения векторов идет параграф «Координатный метод», в нем рассматриваются задачи, в которых решается окружность Апполония и выбор системы координат на данную тему.

Достаточно непростые задачи, в основном сопряженные с нахождением геометрического места точек.

Писатель этого учебника допускает, что «координатный метод считается один из наиболее многоцелевых методов», однако подмечает, что «метода на все случаи жизни нет».

1.3 Суть метода координат

Немного из истории координатного метода

В наш период времени колоссальное число специалистов с разных сфер науки владеют пониманием об прямоугольных декартовых координатах на плоскости, подобным способом, координаты дают возможность отчетливо наличие графика продемонстрировать взаимосвязь одной величины от другой.

Наименование «декартовы координаты» направляет на ложную идею о том, что сведения о координатах раскрыты Декартом. В реальности прямоугольные координаты применялись в геометрии еще вплоть до нашей эпохи. Древнейший ученый математик александрийской школы Аполлоний Пергский (проживавший в III-II веке до н. э.) ранее использовал прямоугольные координаты. Он характеризовал также исследовал с их помощью хорошо популярные в период того времени кривые: параболу, гиперболу и эллипс.

Их уравнения:

$$y^2 = px \text{ (парабола)}, \tag{5}$$

$$y^2 = px + \frac{p}{q}x^2 \text{ (гипербола)}, \tag{6}$$

$$y^2 = px - \frac{p}{q}x^2 \text{ (эллипс, где } p \text{ и } q \text{ положительны)}. \tag{7}$$

Не было еще в то время алгебраической символики, а описывал уравнения, пользуясь геометрическими понятиями; y^2 в его терминологии есть площадь квадрата со стороной y; px - площадь прямоугольника со сторонами p и x и т.д.

С этими уравнениями связаны названия кривых. Парабола по-гречески обозначает равенство: квадрат имеет площадь y^2 равную площади px прямоугольника. Гипербола по-гречески означает излишек: площадь квадрата y^2 превышает площадь px прямоугольника. Эллипс по-гречески означает недостаток: площадь квадрата менее площади прямоугольника.

Декарт внес в прямоугольные координаты весьма существенное улучшение, включив правила подбора знаков. Однако основное, воспользовавшись прямоугольными координатами, он создал аналитическую геометрию на плоскости, связав данным геометрию и алгебру. Необходимо отметить, что в то же время с Декартом создал аналитическую геометрию и другой французский математик, Ферма.

Значимость аналитической геометрии заключается, в первую очередь, в том, что она определила близкую связь между геометрией и алгеброй. Данные две отрасли математики в период Декарта добились ранее значительной степени безупречности. Однако формирование их в период тысячелетий подходило вне зависимости друг от друга, также в период возникновения аналитической геометрии среди них предполагалась только достаточно слабая связь.

Координаты позволяют определять с помощью чисел положение любой точки пространства или плоскости. Данное предоставляет вероятность «шифровать» разного рода фигуры, внося их при помощи чисел. Соотношения между координатами чаще всего определяет не одну точку, а некоторое множество (совокупность) точек. К примеру, в случае если выделить все без исключения точки, то каковы координаты одинаковы ординате, которые удовлетворяют уравнению:

$$x = y,$$

в таком случае получится прямая линия – биссектрисы первого и третьего координатных углов (Рисунок 2).

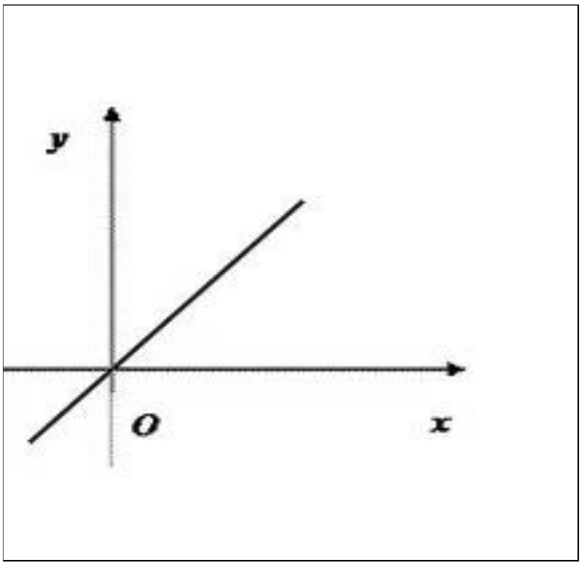

Рисунок 2

Иногда, вместо «множество точек», говорят «геометрическое место точек». К примеру, геометрическое место точек, координаты которых удовлетворяют соотношению $x = y$ −данное, существовало заявлено выше, биссектрисы первого и третьего координатного угла. Формирование взаимосвязей между алгеброй, с одной стороны, и геометрией ‐ с другой, существовало согласно, революцией в арифметике. Оно возродило математику как общую науку, в которой отсутствует «китайской стены» между раздельными ее частями.

Суть координатного метода, как метода решения задач заключается в том, что задавая фигуры уравнениями и проявляя в координатах разнообразные геометрические соответствия, можем решать геометрическую задачу средствами алгебры. Воспользовавшись координатами, возможно, интерпретировать алгебраические, также умозаключительные соответствия также данными геометрически также подобным способом использовать геометрию к заключению алгебраических задач.

Метод координат – это универсальный метод. Он гарантирует близкую взаимосвязь между алгеброй и геометрией, которые, объединяясь, предоставляют «богатые плоды», которые они никак не имели возможность предоставить, оставаясь разделенными.

Во взаимоотношении школьного направления геометрии возможно отметить, то что в определенных вариантах координатный метод предоставляет вероятность создавать подтверждения также регулировать многочисленные проблемы наиболее целесообразно, нежели исключительно геометрическими способами.

Метод координат сопряжен, разумеется, с одной геометрической сложностью. Одна и та же задача приобретает разное аналитическое понимание в связи от того или иного подбора системы координат. Также только лишь необходимый навык дает возможность подбирать систему координат более рационально.

ГЛАВА 2. ТЕОРИЯ НАХОЖДЕНИЯ УГЛА И РАССТОЯНИЯ

2.1 Нахождение угла между скрещивающимися прямыми

Углом между скрещивающимися прямыми именуется угол между двумя прямыми, параллельными им и пролегающими посредством через произвольную точку. Этот угол между двумя прямыми равен углу между их направляющими векторами. Подобным способом, если получится отыскать координаты направляющих векторов $\vec{a}(x_1, y_1, z_1)$ и $\vec{b}(x_2, y_2, z_2)$, в таком случае сможем отыскать угол.

Конкретнее, косинус угла по формуле (8):

$$\cos\varphi = \frac{x_1 * x_2 + y_1 * y_2 + z_1 + z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} * \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}. \tag{8}$$

Алгоритм решения задач на нахождение угла между скрещивающимися прямыми:

1. На рисунке представляем отмеченные в задаче прямые (которым даем направление, т.е. вектор).
2. Вписываем фигуру в систему координат.
3. Обретаем координаты концов векторов.
4. Обретаем координаты векторов.
5. Вписываем в формулу "косинус угла между векторами".
6. Уже после этого (если необходимо в задаче), понимая косинус, находим значимость самого угла.

С целью того, чтобы правильнее осознать алгоритм решения данных типов задач, проанализируем решение одной из них.

Задача 2.1.1

В единичном кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ обыщите угол между прямыми AB_1 и BC_1 (Рисунок 3).

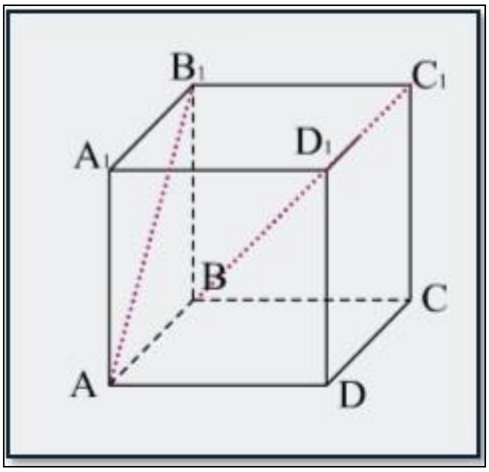

Рисунок 3

Впишем куб в систему координат (Рисунок 4).

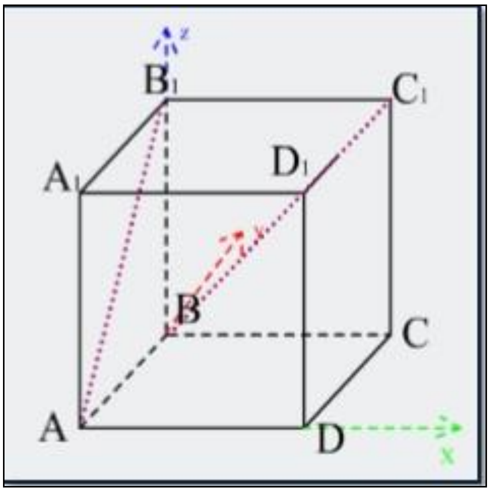

Рисунок 4

Обнаружим координаты концов отрезков (Рисунок 5).

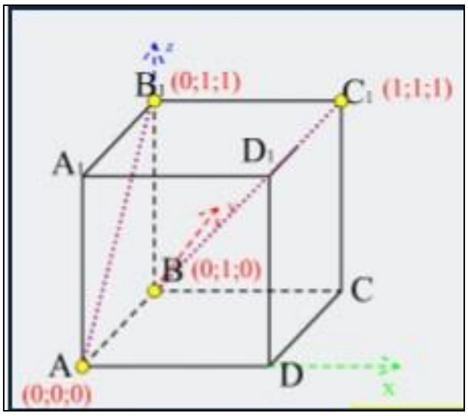

Рисунок 5

Обнаружим координаты векторов (Рисунок 6).

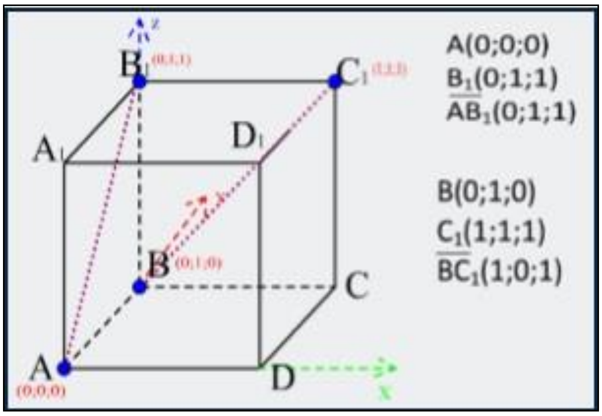

Рисунок 6

Найдем косинус угла (Рисунок 7).

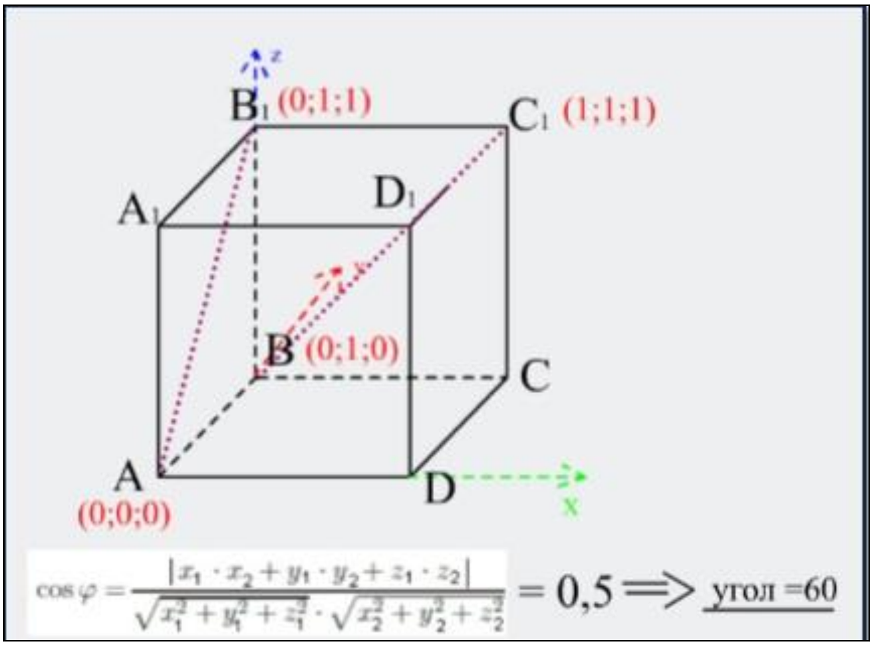

Рисунок 7

Задача 2.1.2

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все без исключения ребра равны 1, отыскать косинус угла между прямыми AD_1 и CE_1, где D_1 и E_1-в соответствии середины ребер A_1C_1 и B_1C_1(Рисунок 8).

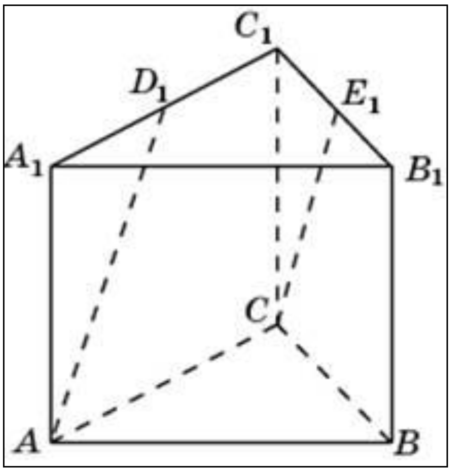

Рисунок 8

Решение:

1) координаты точек задающих прямые, отмеченные в условии задач:

$$A(0,0,0), D_1\left(\frac{1}{4},\frac{\sqrt{3}}{4},1\right), C\left(0.5,\frac{\sqrt{3}}{2},0\right), E_1\left(\frac{3}{4},\frac{\sqrt{3}}{4},1\right);$$

2) отыщем координаты векторов:

$$\overrightarrow{AD_1}\left(\frac{1}{4},\frac{\sqrt{3}}{4},1\right) \text{ и } \overrightarrow{CE_1}\left(\frac{1}{4},-\frac{\sqrt{3}}{4},1\right);$$

3) отыщем косинус угла между векторами:

$$\cos\alpha = \frac{\frac{1}{4}*\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{4}*\frac{\sqrt{3}}{4}+1*1}{\sqrt{\frac{1}{16}+\frac{3}{16}+1}*\sqrt{\frac{1}{16}+\frac{3}{16}+1}} = 0.7.$$

Ответ: 0.7

Задача 2.1.3

Сторона основания правильной четырехугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна 2, высота — 4. Точка E — середина отрезка CD, точка F— середина отрезка AD. Отыщите угол между прямыми CF и B_1E (Рисунок 9).

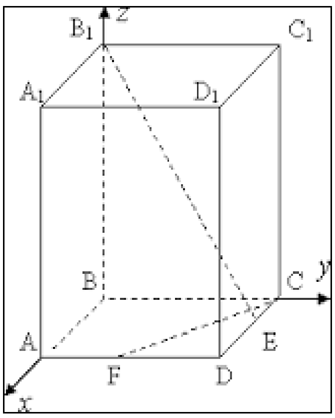

Рисунок 9

Решение:

Расположим параллелепипед в прямоугольную систему координат, как представлено на Рисунок 9.

Выпишем координаты точек B_1, E, C, F в данной системе координат:

$B_1(0{,}0{,}4), E(1{,}2{,}0), C(0{,}2{,}0), F(2{,}1{,}0)$.

Тогда $\overrightarrow{CF}(2,-1{,}0), \overrightarrow{B_1E}(1{,}2,-4)$. Отыщем угол между данными векторами по формуле (3):

$$\cos(\widehat{\vec{a},\vec{b}}) = \frac{x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}},$$

$$\cos\alpha = \frac{2*1-1*2+0*(-4)}{\sqrt{2^2+(-1)^2}*\sqrt{1^2+2^2+(-4)^2}} = 0.$$

То есть искомый угол $\alpha = 90°$.

Ответ: $\alpha = 90°$.

2.2 Нахождение угла между плоскостями

В первую очередь прежде, чем переключаться к алгоритму решения этого вида заданий припомним, что же считается углом между плоскостями. Две пересекающиеся плоскости формируют две пары равных между собой двугранных углов (Рисунок 10):

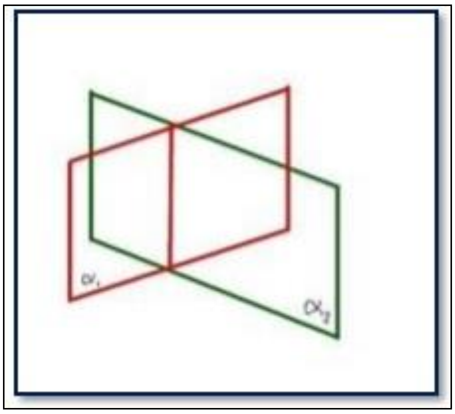

Рисунок 10

Размер двугранного угла измеряется величиной соответствующего линейного угла. Чтобы построить линейный угол двугранного угла, необходимо брать на линии пересечения плоскостей произвольную точку, и в каждой плоскости осуществить к данной точке луч перпендикулярно линии пересечения плоскостей. Угол, основанный данными лучами имеется линейный угол двугранного угла (Рисунок 11).

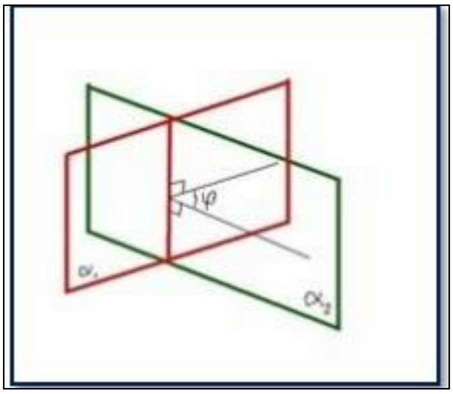

Рисунок 11

В высшей математике имеется подобное правило, которое дает возможность с легкостью решать задания этого вида методом координат. Угол между двумя плоскостями в пространстве равен модулю угла между нормалями к данным плоскостям. Подобным способом, в случае если обнаружим координаты вектора нормали, то воспользовавшись ранее популярной формулой косинуса угла между векторами отыщем искомый угол. Представлялось бы, уже после прочтения все обязано являться сразу понятно, но в школьном курсе практически не проходится представление "нормали". Что же это такое? Нормаль — это прямая, перпендикулярная касательному пространству. Нагляднее всего нормаль лучше всего видна в кубе. Для плоскости основания $(ABCD)$ нормалью считается ребра AA_1, BB_1, DD_1 и CC_1; для плоскости $DD_1C_1C - AD, CB, A_1D_1$ и C_1B_1 и т.д. (Рисунок 12).

.

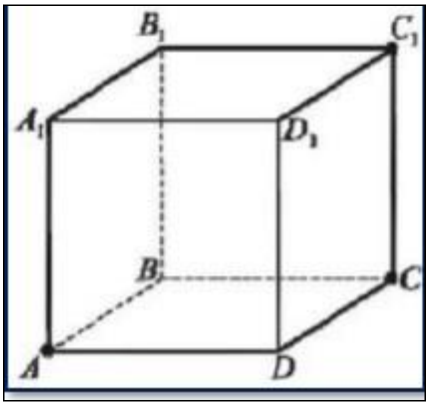

Рисунок 12

Таким образом, необходимо понять, что вектор нормали к плоскости, установленной уравнением

$$A_x + B_y + C_z + D = 0\ ,$$

обладает координатами $\vec{n}\{A, B, C\}$.

С целью формирования уравнения плоскости, возможно, применять определитель третьего порядка, который можно посчитать правилом Саррюса.

Таким образом, предположим, что имеется плоскость, проходящая через точки:

$$M_1(x_1, y_1, z_1), M_2(x_2, y_2, z_2), M_3(x_3, y_3, z_3).$$

Уравнение этой плоскости в координатной форме будет иметь вид:

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0.$$

Это уравнение зафиксировано с помощью матрицы (математического объекта, в виде прямоугольной таблицы элементов, что предполагает собою комплекс строк и столбцов, на пересечении которых находятся её элементы.).

Для того, чтобы сформировать уравнение необходимо отыскать определитель третьего порядка (кол-во строк = кол-ву столбцов; для неквадратных матриц понятие определителя не вводится.). Наиболее ясным языком необходимо отыскать многочлен (который и будет задавать уравнение плоскости в привычном виде) от элементов квадратной матрицы с помощью специальных правил. (Проанализируем только одно, на наш взгляд более комфортное правило Саррюса) (Рисунок 13).

Рисунок 13

Далее показано, как отыскать определитель третьего порядка по правилу Саррюса (Рисунок 14).

Рисунок 14

Сформировать уравнение плоскости и отыскать вектор нормали (Рисунок 15).

Рисунок 15

Уже после того, как обнаружили координаты векторов нормалей двух плоскостей, угол между двумя пересекающимися плоскостями, возможно, определить как угол между нормалями по формуле (9):

$$\cos\angle(\alpha,\beta) = \frac{|\overrightarrow{n_1} * \overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}| * |\overrightarrow{n_2}|} \tag{9}$$

или в координатной форме (10):

$$\cos\angle(\alpha,\beta) = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} * \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}, \qquad (10)$$

где $\overrightarrow{n_1}\{A_1, B_1, C_1\}$ – вектор нормали плоскости.

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$$

$\overrightarrow{n_2}\{A_2, B_2, C_2\}$ – вектор нормали плоскости.

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0.$$

Понять алгоритм решения задач этого типа, правильнее проанализировать решение наиболее простых из них. Далее будут приведены решения непосредственно подобных заданий.

Задача 2.2.1

В единичном кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ отыщите угол между AD_1E и D_1FC, где E и F середины ребер A_1B_1 и B_1C_1 в соответствии с этим (Рисунок 16).

.

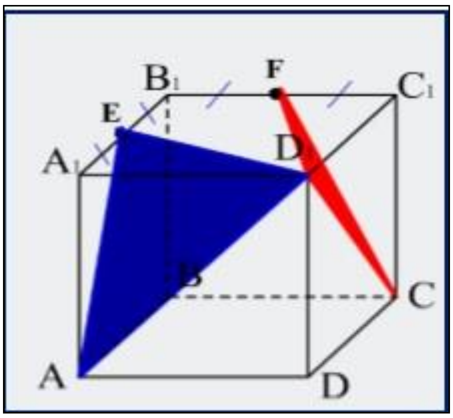

Рисунок 16

Впишем куб в систему координат (Рисунок 17).

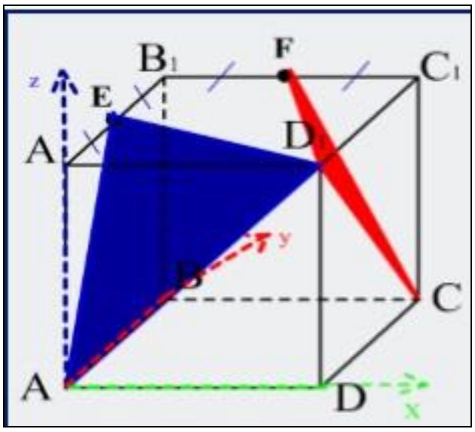

Рисунок 17

Обнаружим координаты точек, задающих отмеченные плоскости (Рисунок 18).

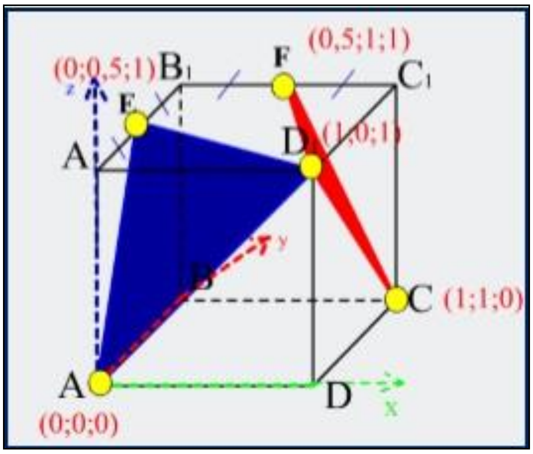

Рисунок 18

Составим уравнения плоскостей, также обнаружим координаты векторов нормалей к ним (Рисунок 19).

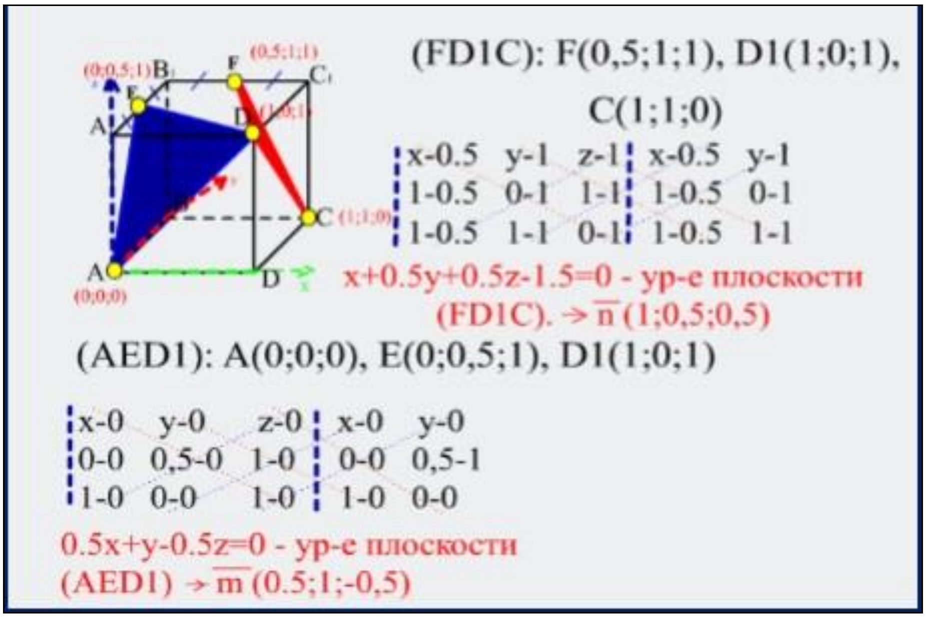

Рисунок 19

Найдем косинус угла между плоскостями (Рисунок 20).

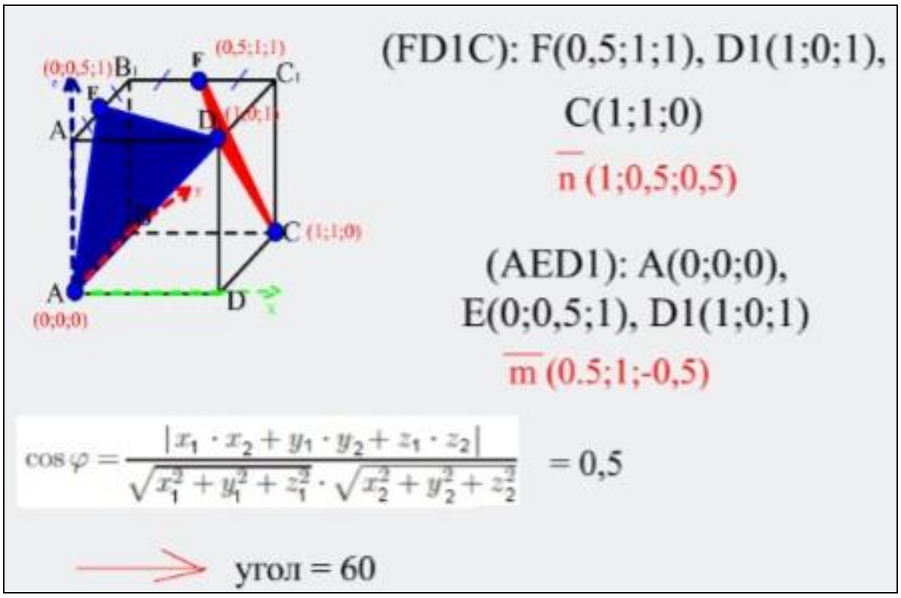

Рисунок 20

Ответ: 60°.

Задача 2.2.2

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$,все без исключения ребра которой равны 1. Отыщите косинус угла между плоскостями ACB_1 и BA_1C_1 (Рисунок 21).

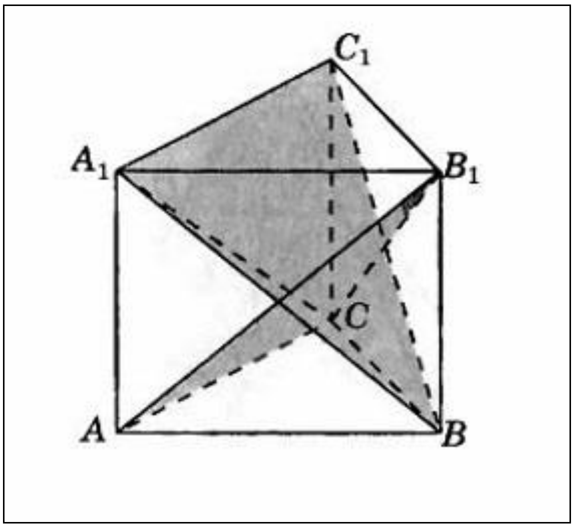

Рисунок 21

Решение:

1) координаты $A(0,0,0), B_1(1,0,1), C\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$. Отыщем уравнение плоскости AB_1C;

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} x-0 & y-0 & z-0 \\ 1-0 & 0-0 & 1-0 \\ 0.5-0 & \frac{\sqrt{3}}{2}-0 & 0-0 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 1 \\ 0.5 & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \end{vmatrix} = 0\,.$$

Уравнение плоскости:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y - \frac{\sqrt{3}}{2}z = 0, \text{т. е } \sqrt{3}x - y - \sqrt{3}z = 0.$$

Координаты вектора нормали $\vec{n}(\sqrt{3},-1,-\sqrt{3})$.

2) координаты $A_1(0{,}0{,}1), B(1{,}0{,}0), C_1(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},1)$;

Отыщем уравнение плоскости A_1BC:

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0, \qquad \begin{vmatrix} x-0 & y-0 & z-0 \\ 1-0 & 0-0 & 0-1 \\ 0.5-0 & \frac{\sqrt{3}}{2}-0 & 1-1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x & y & z-1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0.5 & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Уравнение плоскости:

$$-\frac{\sqrt{3}}{2}x-\frac{1}{2}y-\frac{\sqrt{3}}{2}z+\frac{\sqrt{3}}{2}=0,$$

т. е $\sqrt{3}x+y+\sqrt{3}z+\sqrt{3}=0$.

Координаты вектора нормали $\vec{m}(\sqrt{3},1,\sqrt{3})$ и $\vec{n}(\sqrt{3},-1,-\sqrt{3})$.

3) найдем косинус угла между плоскостями: AB_1C и A_1BC_1 (8):

$$\cos\alpha=\frac{|\vec{m}*\vec{n}|}{|\vec{m}|*|\vec{n}|}=\frac{\left|\sqrt{3}*\sqrt{3}-1*1-\sqrt{3}*\sqrt{3}\right|}{\left|\sqrt{3+1+3}\right|*\sqrt{3+1+3}}=\frac{1}{7}.$$

Ответ: $\frac{1}{7}$.

2.3 Нахождение угла между прямой и плоскостью

В первую очередь, чем переключаться к алгоритму решения этого вида заданий вспомним, что же считается углом между прямой и плоскостью. Углом между плоскостью и не перпендикулярной ей прямой считается угол между этой прямой и её проекцией на эту плоскость (Рисунок 22).

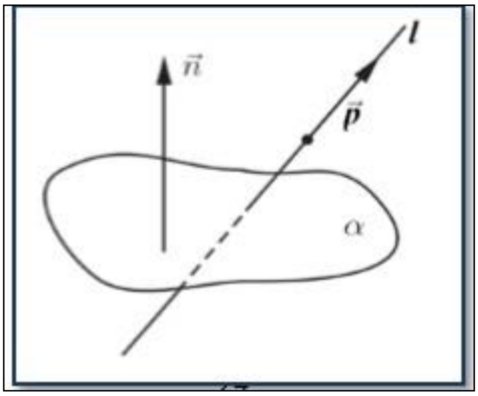

Рисунок 22

Таким образом, для того чтобы отыскать угол между прямой и плоскостью методом координат нам потребовалась формула:

$$\sin\varphi = \frac{|\vec{n} * \vec{a}|}{|\vec{n}| * |\vec{a}|} \tag{11}$$

или

$$\sin\varphi = \frac{|x_1 * x_2 + y_1 * y_2 + z_1 * z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} * \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}, \tag{12}$$

где $\vec{n}\{x_1, y_1, z_1\}$ – вектор нормали к плоскости α,

$\vec{p}\{x_2, y_2, z_2\}$ – направляющий вектор прямой l.

Алгоритм решения задач на нахождение угла между прямой и плоскостью:

1. На рисунке представляем отмеченные в задаче прямую и плоскость (прямой даем направление, т.е. вектор).
2. Вписываем фигуру в систему координат.
3. Обретаем координаты концов направляющего вектора.
4. Находим координаты вектора.
5. Обретаем координаты вектора нормали к плоскости (рассмотрено прежде).

6. Подставляем в формулу "синус угла между прямой и плоскостью".

7. Уже после чего (если необходимо в задаче), зная синус, находим значение самого угла.

Проанализируем решение некоторых задач используя алгоритм.

Задача 2.3.1

Дан единичный куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Отыскать угол между прямой AB_1 и плоскостью ABC_1 (Рисунок 23).

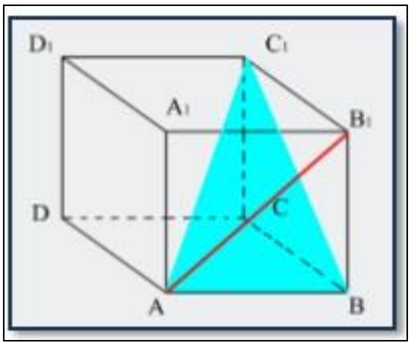

Рисунок 23

Впишем куб в систему координат (Рисунок 24).

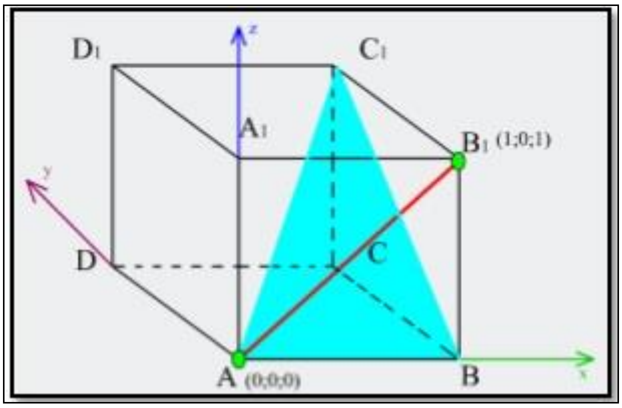

Рисунок 24

Отыщем координаты концов отрезка AB_1 и координаты вектора AB_1 (Рисунок 25).

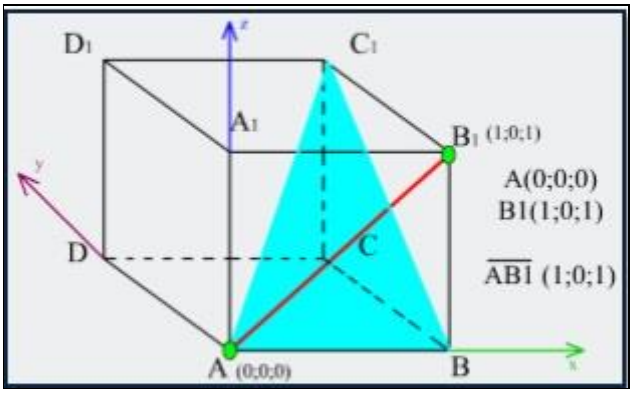

Рисунок 25

Составим уравнение плоскости (Рисунок 26).

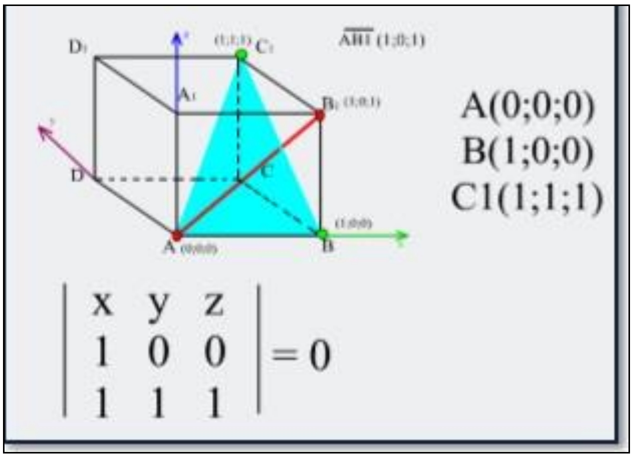

Рисунок 26

Используем правило Саррюса (Рисунок 27).

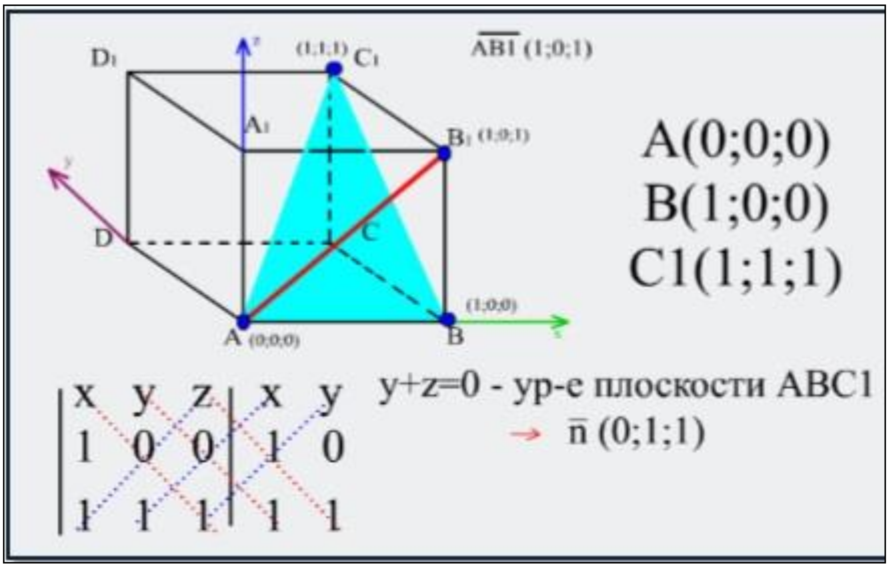

Рисунок 27

Найдем синус угла (Рисунок 28).

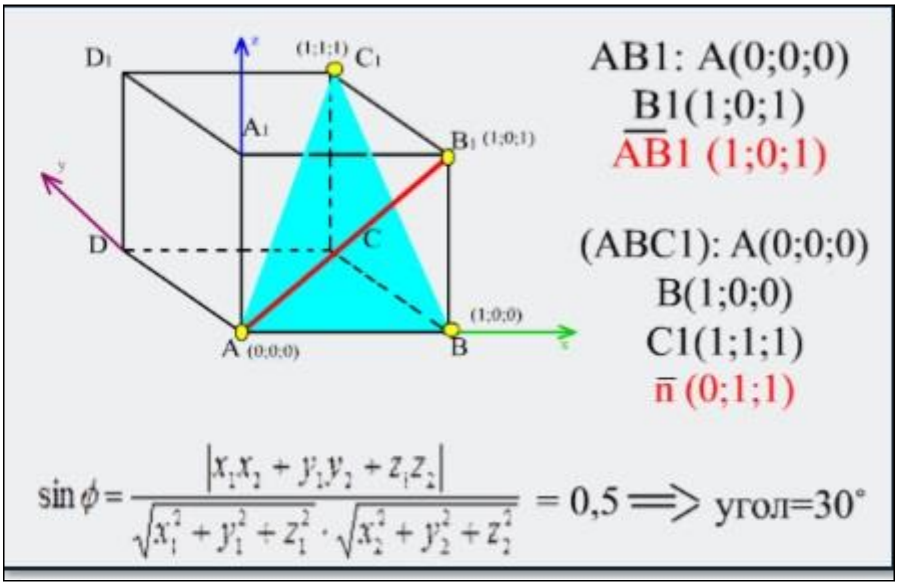

Рисунок 28

Ответ: 30°.

Задача 2.3.2

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ребра AB и AA_1 равны 1, а ребро $AD = 2$. Точка E – середина ребра B_1C_1. Отыщем угол между прямой BE и плоскостью AB_1C.

Решение:

Для решения данной задачи следует сформировать уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1,0,0), B_1(0,0,1), C(0,2,0)$.Уравнение искомой плоскости станет обладать вид: $2x + y + 2z - 2 = 0$. Означает, что нормаль n к данной плоскости обладает координатами $\vec{n}\{2,1,2\}$ (Рисунок 29).

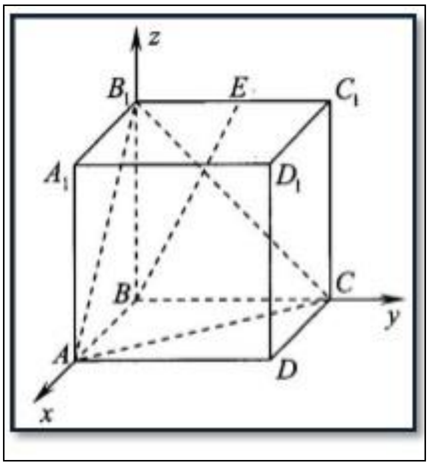

Рисунок 29

Длина вектора $\overrightarrow{BE}$ легко найти геометрически:

$$|\overrightarrow{BE}| = \sqrt{BB_1^2 + B_1E^2} = \sqrt{2}.$$

Однако координаты нам всё равны нужны. Из обычных вычислений обретаем, что $\overrightarrow{BE}\{0,-1,-1\}$. Отыщем угол между вектором $\overrightarrow{BE}$ и нормалью к плоскости по формуле скалярного произведения векторов (12):

$$\sin\varphi = \frac{|x_1 * x_2 + y_1 * y_2 + z_1 * z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} * \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}} = \frac{|-1*1-1*2|}{\sqrt{2}*\sqrt{2^2+1^2+2^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}*3} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Ответ: $45°$.

2.4 Нахождение расстояния от точки до прямой

Расстояние от точки до прямой – это длина перпендикуляра, опущенного из точки на эту прямую.

Задача 2.4.1

В единичном кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$, отыскать расстояние от точки A до прямой BD_1 (Рисунок 30).

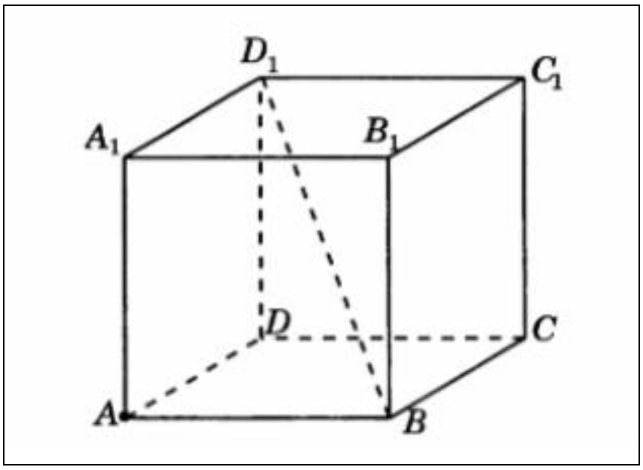

Рисунок 30

Решение:

1) поместим куб в прямоугольную систему координат (Рисунок 31);

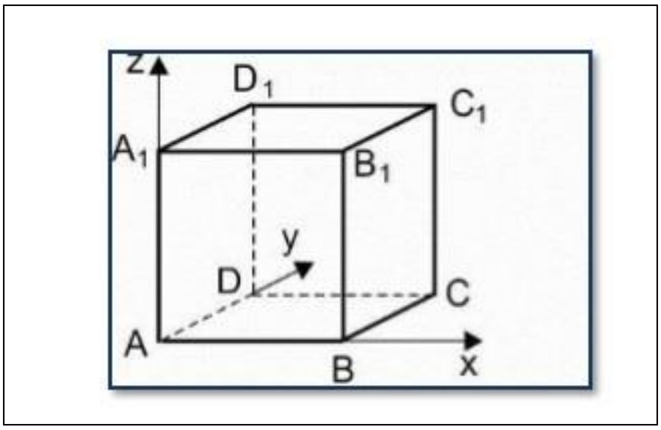

Рисунок 31

2) координаты $A(0,0,0)$, $B(1,0,0)$, $D_1(0,1,1)$, $\overrightarrow{BD_1}(-1,1,1)$;

3) проведем $AK \perp BD_1$;

В случае если отрезок, концами которого служат точки $A(x_1, y_1, z_1), B(x_{2,}y_2, z_2)$ разделен точкой $K(x, y, z)$ во взаимоотношении λ, то координаты точки K формируются по формулам (4):

$$x = \frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}; y = \frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}; z = \frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda},$$

$$x = \frac{1+0}{1+\lambda}; y = \frac{0+\lambda}{1+\lambda}; z = \frac{0+\lambda}{1+\lambda},$$

Значит:

$K(\frac{1+0}{1+\lambda}, \frac{0+\lambda}{1+\lambda}, \frac{0+\lambda}{1+\lambda}),$

$\overrightarrow{AK} = (\frac{1+0}{1+\lambda}, \frac{0+\lambda}{1+\lambda}, \frac{0+\lambda}{1+\lambda}).$

4) так как $AK \perp BD_1$, то $\overrightarrow{AK} * \overrightarrow{BD_1} = 0.$

$-\frac{1}{1+\lambda} + \frac{\lambda}{1+\lambda} + \frac{\lambda}{1+\lambda} = 0,$

$\frac{2*\lambda}{1+\lambda} = \frac{1}{1+\lambda},$

$\lambda = \frac{1}{2},$

$K(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}),$

$\overrightarrow{AK}\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right).$

Значит $\left|\overrightarrow{AK}\right| = \sqrt{\frac{4}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{6}{9}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$

Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{3}.$

Задача 2.4.2

В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны 2,найдите расстояние от точки F до прямой BG, где G -середина ребра SC (Рисунок 32).

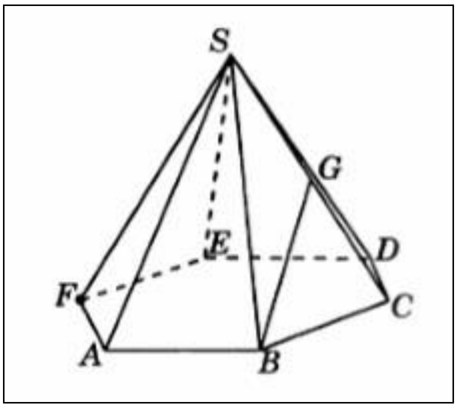

Рисунок 32

Решение:

1) поместим пирамиду в систему координат (Рисунок 33);

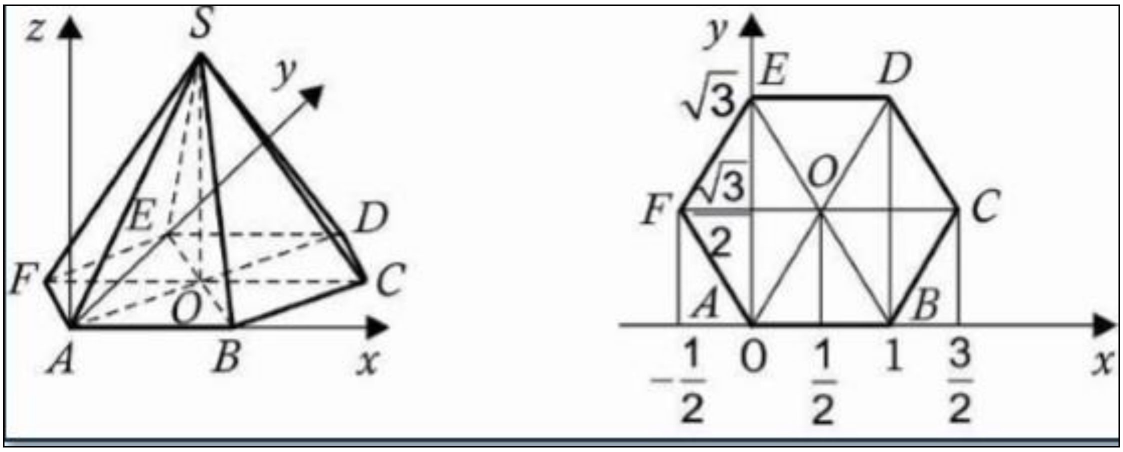

Рисунок 33

2) координаты $B(1{,}0{,}0), F\left(-0.5, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right), G\left(1, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right), \overrightarrow{BG}\left(0, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;

3) проложим FK перпендикулярно BG. В случае если отрезок, концами которого служат точки $A(x_1, y_1, z_1), B(x_{2,}y_2, z_2)$ разделен точкой $K(x, y, z)$ в отношении λ, то координаты точки K формируются по формулам (4):

$$x = \frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}; y = \frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}; z = \frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda},$$

$$x = \frac{1+\lambda}{1+\lambda}; y = \frac{0+\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda}{1+\lambda}; z = \frac{0+\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda}{1+\lambda}.$$

Значит:

$K(\frac{1+\lambda}{1+\lambda}, \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda}{1+\lambda}, \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda}{1+\lambda}),$

$\overrightarrow{FK} = (\frac{1+\lambda}{1+\lambda} + 0.5, \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda}{1+\lambda} - \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda}{1+\lambda}).$

4) $\overrightarrow{FK} * \overrightarrow{BG} = 0;$

$\left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda}{1+\lambda} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) * \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda}{1+\lambda} * \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,$

$\lambda = 1,$

$K(1, \frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4}),$

$\overrightarrow{FK}\left(1, \frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4}\right).$

Значит:

$\left|\overrightarrow{FK}\right| = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{16} + \frac{3}{16}} = \sqrt{\frac{21}{8}} = \frac{\sqrt{42}}{6}.$

Ответ: $\frac{\sqrt{42}}{6}$.

2.5 Нахождение расстояния от точки до плоскости

С целью основы обнаружим, что именуется расстоянием от точки до плоскости. Расстояние от точки до плоскости, не включающей эту точку, имеется длина отрезка перпендикуляра, опущенного из этой точки на плоскость (Рисунок 34).

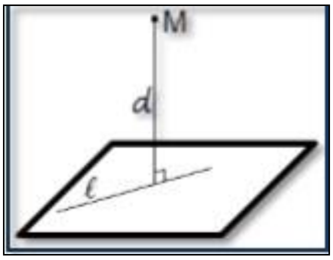

Рисунок 34

Таким образом, для того, чтобы отыскать расстояние от точки до плоскости нам следует отыскать координаты точки, и координаты нормали данной плоскости. После чего воспользоваться последующей формулой (13):

$$p(M,\alpha)=\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}, \tag{13}$$

где $M(x_0,y_0,z_0)$ плоскость α задана уравнением:

$ax+by+cz+d=0.$

Алгоритм решения задач на нахождение расстояния от точки до плоскости:

1. На рисунке представляем отмеченные в задаче прямые (которым придаем направление, т.е. вектор).
2. Презентуем фигуру в систему координат.
3. Находим координаты точек (данной и трех точек плоскости).
4. Оформляем уравнение плоскости.
5. Находим координаты вектора нормали плоскости.
6. Подставляем в формулу "расстояние от точки до плоскости".

Проанализируем решение задач, используя алгоритм.

Задание 2.5.1

В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ проложена диагональ B_1D. В котором взаимоотношении, считая от вершины B_1, плоскость A_1BC_1 разделяет диагональ B_1D (Рисунок 35).

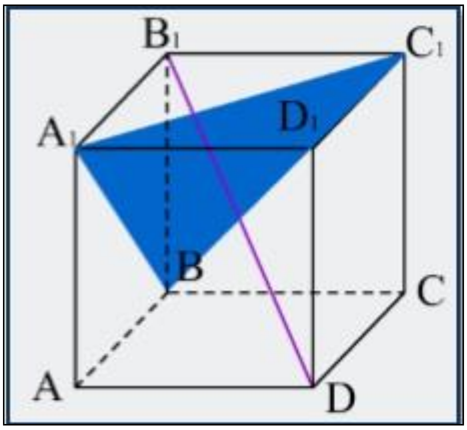

Рисунок 35

Решение:

Впишем куб в систему координат (Рисунок 36).

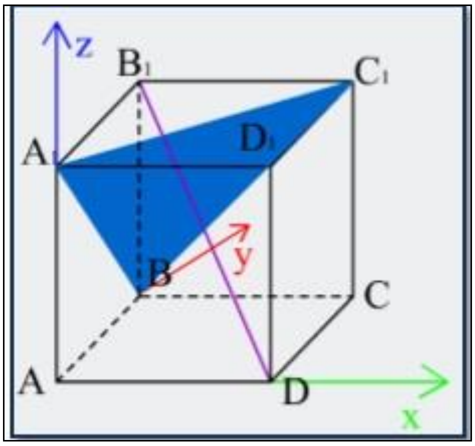

Рисунок 36

Отыщем координаты точек (Рисунок 37 и Рисунок 38).

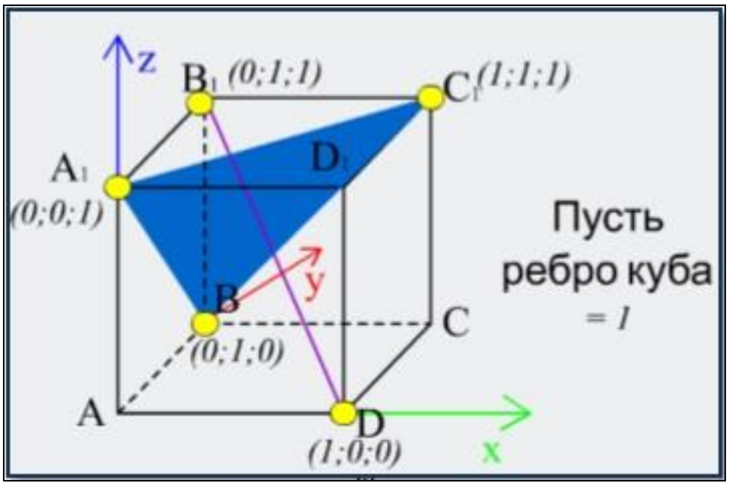

Рисунок 37

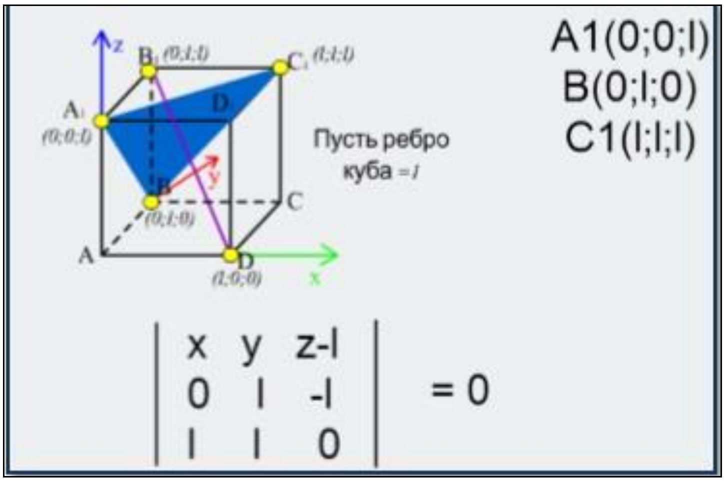

Рисунок 38

Составим уравнение плоскости (Рисунок 39).

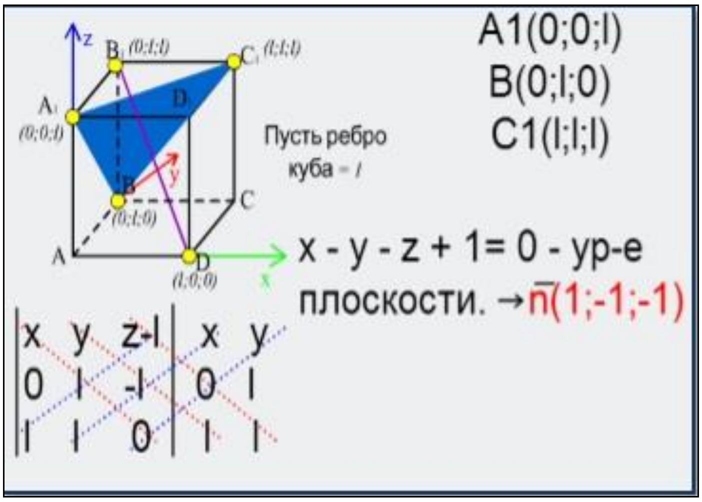

Рисунок 39

Найдем расстояние от точек до плоскости (Рисунок 40).

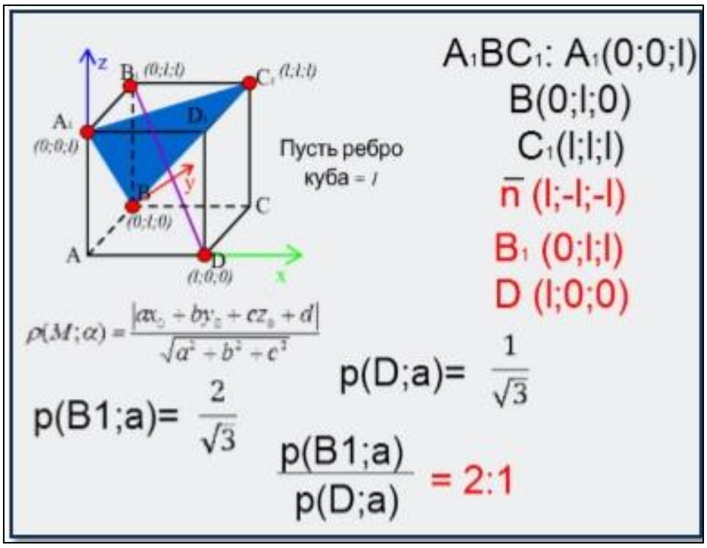

Рисунок 40

Ответ: 2:1.

Задание 2.5.2

В единичном кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$, отыщем расстояние от точки A до плоскости BDA_1 (Рисунок 41).

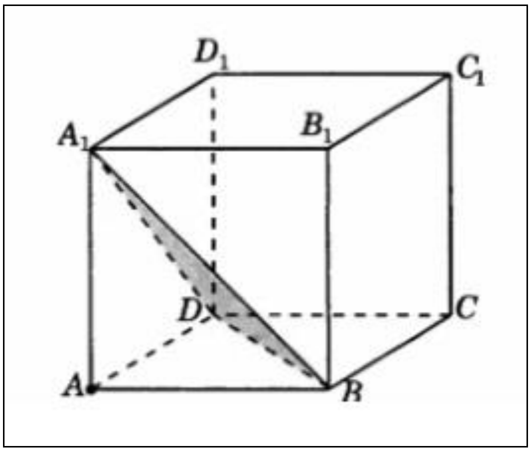

Рисунок 41

Решение:

1) $A(0,0,0), A_1(0,0,1), B(1,0,0), D(0,1,0)$;

2) координаты $A_1(0,0,1), B(1,0,0), D(0,1,0)$, составим уравнение плоскости A_1BD:

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix}=0, \begin{vmatrix} x-0 & y-0 & z-0 \\ 1-0 & 0-0 & 0-1 \\ 0-0 & 1-0 & 0-1 \end{vmatrix}=0,$$

$$\begin{vmatrix} x & y & z-1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}=0.$$

Уравнение плоскости (14):

$$x+y+(z-1)=0, \qquad (14)$$

$$\text{т.е. } x+y+z-1=0 \text{ ,}$$

значит, координаты вектора нормали $\vec{n}(1,1,1)$;

3) отыщем расстояние от точки A до плоскости A_1BD (13):

$$p(M,\alpha)=\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{|1*0+1*0+1*0+1|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

2.6 Нахождение расстояния между скрещивающимися прямыми

Две прямые именуются скрещивающимися, в случае если они не лежат в одной плоскости. Критерий скрещивающихся прямых. В случае если одна из скрещивающихся прямых находится в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает данную плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то данные прямые скрещивающиеся (Рисунок 42).

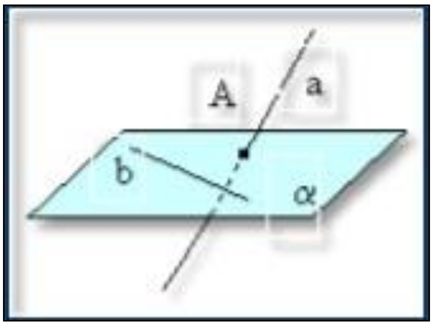

Рисунок 42

Задача 2.6.1

В единичном кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$, отыщем расстояние между прямыми AB_1 и BC_1 (Рисунок 43).

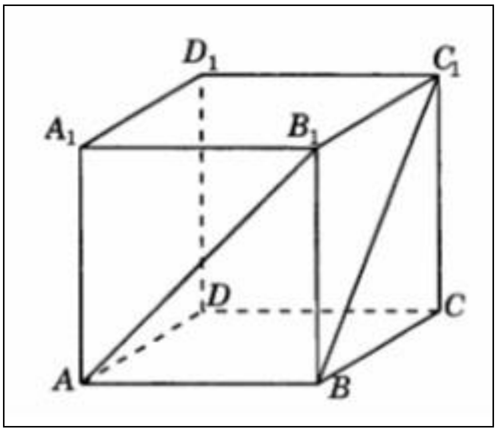

Рисунок 43

Решение:

1) координаты $A(0,0,0), B_1(1,0,1), B(1,0,0), C_1(1,1,1)$;

2) точка K лежит на $\overrightarrow{BC_1}(0,1,0)$;

В случае если отрезок, концами которого предназначаются точки $A(x_1, y_1, z_1), B(x_{2,}y_2, z_2)$ поделен точкой $K(x, y, z)$ в отношении λ, в таком случае координаты точки K формируются по формулам (4):

$$x = \frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}; y = \frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}; z = \frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda},$$

$$x = \frac{1+\lambda}{1+\lambda}; y = \frac{0+\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda}{1+\lambda}; z = \frac{0+\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda}{1+\lambda}.$$

Значит:

$K(\frac{1+\lambda}{1+\lambda}, \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda}{1+\lambda}, \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda}{1+\lambda}), q = \frac{\lambda}{1+\lambda}.$

Значит:

$$K(1, q, q);$$

3) $A(0{,}0{,}0), B_1(1{,}0{,}1)$. Точка M лежит на AB_1, $\overrightarrow{AB_1}(1{,}0{,}1)$;

В случае если отрезок, концами которого предназначаются точки $A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2)$ поделен точкой $M(x, y, z)$ в отношении μ, в таком случае координаты точки М формируются по формулам (15):

$$x = \frac{x_1+\mu x_2}{1+\mu}; y = \frac{y_1+\mu y_2}{1+\mu}; z = \frac{z_1+\mu z_2}{1+\mu}, \tag{15}$$

$x = \frac{1+\mu}{1+\mu}; y = \frac{0+0*\mu}{1+\mu}; z = \frac{0+\mu}{1+\mu}.$

Значит: $M(\frac{\mu}{1+\mu}, 0, \frac{\mu}{1+\mu})$.

Пусть $p = \frac{\lambda}{1+\lambda}$, тогда $M(p, 0, p)$;

$\overrightarrow{KM} = (p-1{,}0-q, p-q)$.

4) $\overrightarrow{AB_1} * \overrightarrow{KM} = 0$;

$\overrightarrow{BC_1} * \overrightarrow{KM} = 0,$

$\begin{cases} -q+p-q=0 \\ p-1+p-q=0 \end{cases}.$

Решив систему, имеем $p = \frac{2}{3}; q = \frac{1}{3}$.

5) $\overrightarrow{KM}(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$, значит расстояние между прямыми AB_1 и BC_1 равно:

$$\left|\overrightarrow{KM}\right| = \sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{3}{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

ГЛАВА 3. ОСНОВЫ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ КООРДИНАТНОГО МЕТОДА

3.1 Решение задач методом координат и его этапы

Для решения задач, как геометрическим, так и алгебраическим способом есть три этапа: переход на координатный тип задачи, преобразование выражения (аналитического) и обратный переход с координатного, в котором представлена задача.

С целью образца проанализируем алгебраическую и геометрическую задачи также проиллюстрируем осуществление сведений 3стадий при их решении координатным методом.

Задача 3.1.1

Сколько решений имеет система уравнений: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y = x^2 \end{cases}$.

Решение:

1 стадия: на геометрическом языке в этой задаче необходимо отыскать, количества точек пересечения обладают фигуры, установленные сведения уравнениями. Первое из них считается уравнением окружности с центром в начале координат и радиусом, равным 1, а второе — уравнением параболы.

2 стадия: создание окружности и параболы; нахождение точек их пересечения.

3 стадия: число точек пересечения окружности и параболы является решением на поставленный вопрос.

Задача 3.1.2

Найдите большое число точек, для каждой из которых расстояния от двух данных точек равны.

Решение:

Подчеркнем данные точки через A и B. Подыщем систему координат подобным способом, для того чтобы ось Ox имела схожесть с прямой AB, а началом координат служила точка A. Предположим, что $AB = a$, в то время подобранная система координат $A(0,0)$ и $B(a, 0)$. Точка $M(x, y)$ принадлежит к огромному числу в то время и только в то время, если $AM = MB$, в этом случае $AM^2 = MB^2$. Используя формулу расстояния от одной точки координатной плоскости до другой, получаем:

$AM^2 = x^2 + y^2,$

$MB^2 = (x - a) + y^2.$

Тогда:

$x^2 + y^2 = (x - a)^2 + y^2.$

Равенство $x^2 + y^2 = (x - a)^2 + y^2$ и считается алгебраической моделью ситуации, этой в задаче. В этом завершается первая стадия ее решения (переход задачи на координатный язык).

На второй стадии исполняется изменение приобретенного выражения, вследствие которого приобретаем соотношение $x = \frac{a}{2}$.

На третьей стадии исполняется переход уравнения на геометрический язык. Приобретенное уравнение считается уравнением прямой, параллельной оси Oy и отстоящей от точки A на расстояние $d = \frac{a}{2}$, т.е. серединного перпендикуляра к отрезку AB.

3.2 Обучающие задачи координатного метода

С целью исследования методики развития умения использовать координатный метод немаловажно обнаружить условия, которые предъявляет логический состав решения задач мышлению решающего. Координатный метод предусматривает наличие у обучающихся умений и возможностей, способствующих к использованию данного метода на практике. Проанализируем решение определенных задач. В ходе данного рассмотрения определим умения, представляющие элементами мастерства применять координатный метод при решении задач. Понимание частей данного мастерства даст возможность его поэлементное развитие.

Задача 3.2.1

В треугольнике ABC: $AC = b, AB = c, BC = a, BD -$ медиана.

Докажите, что $BD^2 = \frac{a^2+c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$.

Подберем систему координат таким образом, для того чтобы точка A предназначалась началом координат, а осью Ox - прямая AC (Рисунок 44).

(умение оптимально выбирать систему координат, т. е. так, чтобы наиболее просто находить координаты данных точек).

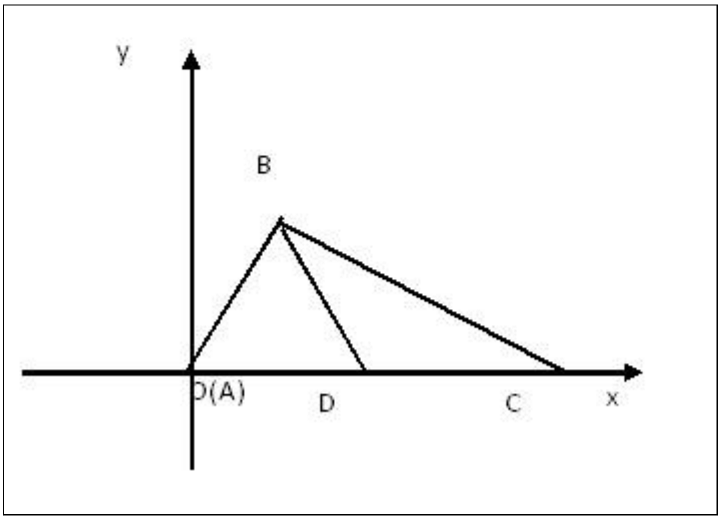

Рисунок 44

В выбранной системе координат точки A, C и D обладают соответствующие координаты:

$$A(0,0), D\left(\frac{b}{2}\right), 0) \text{ и } C(b, 0).$$

(умение вычислять координаты заданных точек). Обозначим координаты точки B через x и y.

Тогда используя формулу для нахождения расстояний между двумя точками, установленными собственными координатами, приобретаем:

$$x^2 + y^2 = c^2, (x - b)^2 + y^2 = a^2. \tag{16}$$

(умение находить расстояние между двумя точками, заданными координатами)

По той же формуле:

$$BD^2 = (x - \frac{b}{2})^2 + y^2 \tag{17}$$

Используя формулы (16) находим x и y.

Они равны:

$$x = \frac{c^2 - a^2 + b^2}{2b}; y = \sqrt{c^2 - \frac{(c^2 - a^2 + b^2)^2}{4b^2}}.$$

Далее, подставляя x и y в формулу (17), находим:

$$BD^2 = (\frac{c^2 - a^2 + b^2}{2b} - \frac{b}{2})^2 + c^2 - \frac{(c^2 - a^2 + b^2)^2}{4b^2},$$

$$BD^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}.$$

(умение выполнять преобразования алгебраических выражений).

Задача 3.2.2

Отыскать множество точек, для каждой из которых разность квадратов расстояний от двух данных точек есть величина постоянная.

Обозначим данные точки через A и B. Поберем систему координат таким образом, чтобы ось Ox сходилась с прямой AB, а началом координат предназначалась точка A.

(способность оптимально подбирать систему координат).

Допустим $AB = a$, в то время в избранной системе координат $A(0,0), B(a, 0)$.

(способность находить координаты заданных точек).

Точка $M(x, y)$ принадлежит искомому множеству тогда только тогда, когда

$AM^2 - MB^2 = b^2$, где $b -$ постоянная величина.

(умение переводить геометрический язык на аналитический, составлять уравнения фигур).

Применяя формулу расстояний между двумя точками (18), приобретаем:

$$AM^2 = x^2 + y^2, \tag{18}$$

$$MB^2 = (x-a)^2 + y^2 ,$$

$$AM^2 - MB^2 = 2ax - a^2 = b.$$

(способность определять расстояние между точками, установленными координатами), или $x = \frac{b+a^2}{2a}$.

Данное равенство считается уравнением прямой, параллельной Oy и отстоящей от точки A на дистанцию $d = \frac{|b+a^2|}{2a}$.

(способность наблюдать из-за уравнения определенный геометрический образ).

Несложно наблюдать то, что с целью постановления данной проблемы следует освоения упомянутыми выше умениями. Помимо этого целью постановления приведенной задачи является немаловажной способностью «видеть за уравнением» определенный геометрический образ, что считается обратным к мастерству уметь составлять уравнения определенных фигур.

Выделенные умения являются основой при решении и более сложных задач.

Задача 3.2.3

В трапеции меньшая диагональ перпендикулярна основаниям. Отыскать большую диагональ, в случае, если сумма противоположных углов равна $\frac{\pi}{2}$, а основания равны a и b.

Направим оси координат наименьшей диагонали и одному из оснований (Рисунок 45).

(умение оптимально выбирать систему координат).

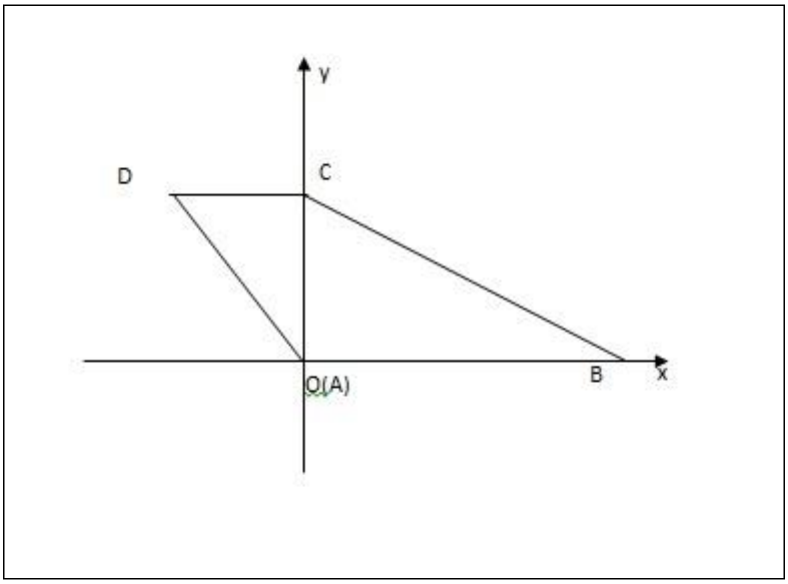

Рисунок 45

В то время точка A обладает координатами (0,0), точка $B(a, 0)$, точка $C(0, c)$, точка $D(b, c)$.

(способность обнаруживать координаты установленных точек).

Пускай $\alpha = \angle ABC$ и $\beta = \angle ADC$ острые углы в трапеции $ABCD$, в то время как их сумма равна $\frac{\pi}{2}$. Для вычисления длины большей диагонали BD надо найти значение c. Его можно вычислить 2 способами.

Первый способ из прямоугольного треугольника ABC по формуле (19):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{CO}{AB}, \tag{19}$$

находим $c = a \operatorname{tg} \alpha$.

Второй способ из прямоугольного треугольника ACD:

$\text{c} = -b \operatorname{tg} \beta$.

Отсюда получили, что:

$$c = a\operatorname{tg}\alpha = -b\operatorname{tg}\beta \tag{20}$$

Из равенства (20) находим отношение $\frac{b}{a}$, оно равно $-\operatorname{tg}^2\alpha$, так как:

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}.$$

Выразим $\operatorname{tg}\alpha$.

Он равен $\sqrt{-\frac{b}{a}}$, исходя из этого, пользуясь зависимостью (20), получаем: $c = \sqrt{-ab}$.

(умение выразить недостающие координаты через уже известные величины).

Далее воспользовавшись координатной формулой расстояния между двумя точками, найдем длину BD.

(умение вычислять расстояние между точками, заданными координатами).

Она равна: $\sqrt{a^2 + b^2 - 3ab}$.

Использовать координатный метод нужны умения:

a) переводить с геометрического на аналитический тип задачи и обратно;
b) построить точку по координатам;
c) найти координаты точек;
d) посчитать расстояние между точками;
e) удобно выбрать систему координат;
f) уметь составлять уравнение фигур;
g) представлять геометрический образ;
h) сделать алгебраическое преобразование.

Умения можно практиковать на решении данных задач, которые представлены ниже (изучающих координатный метод).

Задачи на:

a) построение точки по ее координатам;

b) нахождение координат заданных точек;

c) вычисление расстояния между точками, заданными координатами;

d) удобный выбор системы координат;

e) составление уравнения фигуры по ее свойству;

f) определение фигуры по ее уравнению;

g) преобразование алгебраических равенств.

3.3 Виды задач решаемые координатным методом

Применяя метод координат, можно решать задачи двух видов:

1. Воспользовавшись координатами возможно интерпретировать уравнения и неравенства геометрически также подобным способом использовать геометрию к алгебре и анализу. Графическое изображение функции первый образец подобного использования метода координат.

2. Задавая фигуры уравнениями и проявляя в координатах геометрические соответствия, используем алгебру к геометрии.

К примеру, возможно, сформулировать посредством координаты главную геометрическую величину - расстояние между точками.

Во взаимосвязи с усилением значимости координатного метода в исследовании геометрии в особенности важной оказывается вопрос его развития. Наиболее распространенным из числа планиметрических задач, дозволяемых координатным способом, являются трудности дальнейших двух видов:

a) в доказательстве взаимосвязей из числа элементов фигур, в особенности между длинами данных элементов;

b) в нахождении значительного количества точек, удовлетворяющих определенным свойствам.

Примером задач первого вида может служить следующая:

«В треугольнике $ABC, AB = c, AC = b, BC = a, BD -$ медиана. Доказать, что $BC^2 = \frac{a^2+c^2}{2} + \frac{b^2}{4}$».

«Найти большое количество точек, для каждой из которых разность квадратов расстояний от двух данных точек есть величина постоянная» - считается образцом задач второго типа».

Решения данных задач были разобраны выше.

Невзирая на недочеты координатного метода подобные равны, как наличие значительного числа добавочных формул, призывающих запоминания, также недостаток посылов формирования креативных возможностей обучающихся, у определенных видов задач сложно найти решение в отсутствии использования этого метода. По этой причине исследование координатного метода следует подробное ознакомление с данным способом осуществлять в добровольных занятиях. Затем приведем несколько задач с целью факультативов.

Пример 1:

Докажите, что совокупность квадратов расстояний от точки, присвоенной на диаметре окружности, вплоть до концов любой из параллельных ему хорд неизменна.

Решение:

Включим прямоугольную систему координат с началом в центре окружности. Пусть хорда MP параллельна оси Ox, а точка A относится к диаметру (Рисунок 46).

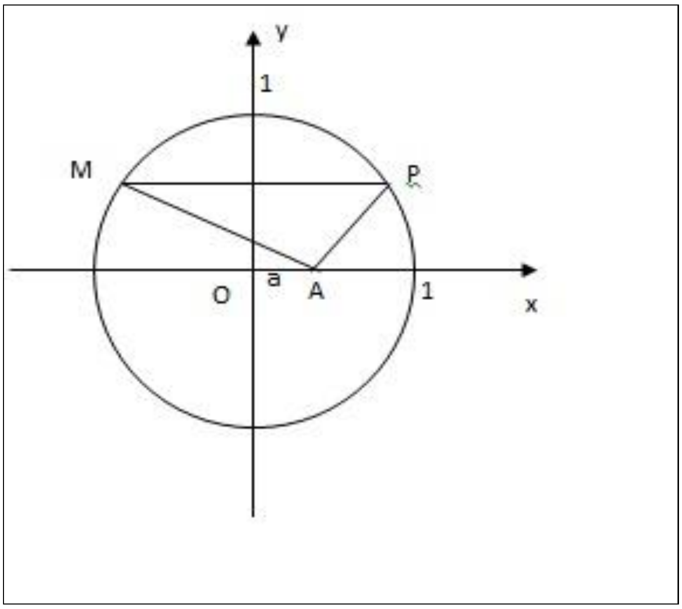

Рисунок 46

Отметим расстояние OA через a, а расстояние от точки P до оси Ox через b. Таким образом, точка A обладает координатами $(a, 0)$. Точки P и M принадлежит к окружности с центром в начале координат и радиусом равным 1, таким образом, их координаты удовлетворяют уравнению этой окружности $x^2 + y^2 = 1$. Применяя данное уравнение, находим координаты точек: $P(\sqrt{1-b^2}, b)$ и $M(-\sqrt{1-b^2}, b)$.

Следует доказать, что $AM^2 + AP^2$ никак не находится в зависимости от переменной b. Найдем AM^2 и AP^2 применяя формулу нахождения расстояния между двумя точками по их координатам (1):

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}.$$

Они в соответствии с этим равны:

$$(\sqrt{1-b^2}+a)^2+b^2 \text{ и } (\sqrt{1-b^2}-a)^2+b^2\,,$$

но их сумма после приведения аналогичных равна: $2a^2+2$.

Данное число не зависит от переменной b, что и требовалось доказать.

Пример 2:

Доказать, что совокупность квадратов длин сторон четырехугольника равна сумме квадратов длин его диагоналей, уложенной с учетверенным квадратом расстояния между серединами диагоналей. (Теорема Эйлера)

Решение:

Введем прямоугольную систему координат (Рисунок 47).

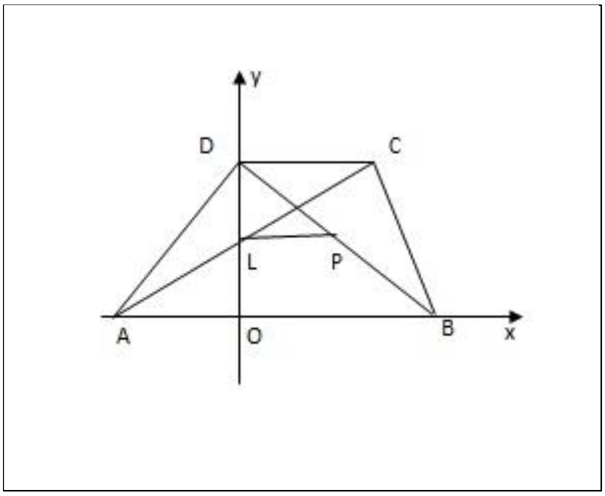

Рисунок 47

Пусть точки A, B, C и D имеют координаты $(0{,}0), (d, 0), (c, d)$и $(0, d)$ соответственно.

Следовательно, координаты точек L и P есть$(\frac{a+c}{2}, \frac{d}{2})$ и $(\frac{b}{2}, \frac{d}{2})$.

Найдем квадраты длин отрезков, с помощью формулы нахождения расстояния между точками по их координатам (18).

$$AD^2=a^2+d^2; BC^2=(c-d)^2+d^2; DC^2=c^2; AB^2=a^2+b^2;$$

$$AC^2 = (c-a)^2 + d^2; BD^2 = b^2 + d^2; LP^2 = (\frac{b}{2} - \frac{c+a}{2})^2.$$

Запишем выражение, которое следует доказать, применяя обнаруженные нами значения:

$$AD^2 + BC^2 + DC^2 + AB^2 = AC^2 + BD^2 + 4LP^2.$$

$$a^2 + d^2 + (c-d)^2 + d^2 + c^2 + a^2 + b^2 =$$

$$(c-a)^2 + d^2 + b^2 + d^2 + 4(\frac{b}{2} - \frac{c+a}{2})^2.$$

Раскроем скобки, приведем подобные и получим правильное равенство $0 = 0$ (Рисунок 48).

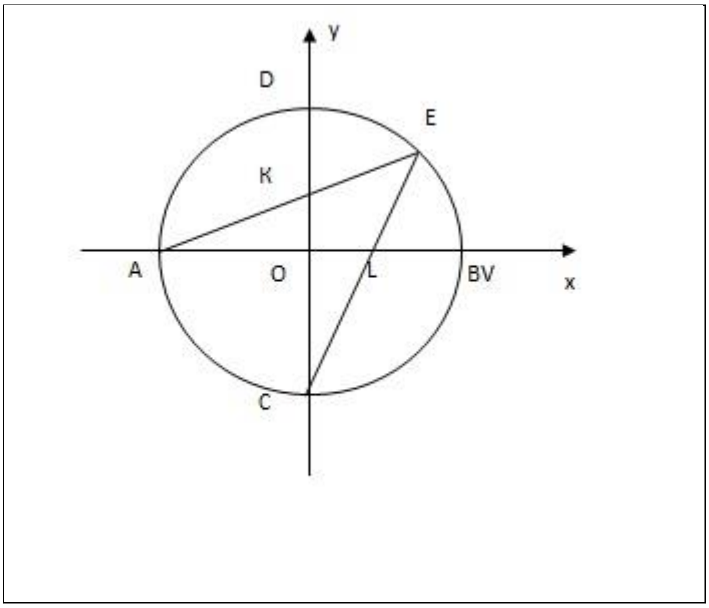

Рисунок 48

Означает, сумма квадратов длин сторон четырехугольника равна сумме квадратов длин его диагоналей, сложенной с учетверенным квадратом расстояния между серединами диагоналей.

3.4 Опыт в школе

Опыт преподавания велся в средней общеобразовательной школы №51 г. Челябинска. Перед его проведением была исследована математическая и методическая литература и изобретена методика проведения факультатива. Было проведено 5 занятий. В данном классе обучение геометрии проводится по учебнику [2], поэтому в качестве главного теоретического и практического источника выбрала этот методический комплект.

Обучение велось согласно теме: «Простейшие проблемы в координатах», вплоть до ознакомления с которыми ученики исследовали тему: «Векторы», ознакомились с определением «координаты вектора» и кроме этого выяснили формулу половины отрезка».

1 занятие: «Простейшие задачи в координатах».

Просветительная задача урока − проанализировать задачи о вычислении длины вектора согласно его координатам также согласно координатам его начала и окончания; продемонстрировать, как они применяются при решении иных задач.

Сущность урока:

➢ Сначала урока был проложен словесный результат с целью контроля освоения использованного материала, проведенного на занятии, но кроме того с целью выполнения пропедевтической деятельности согласно возобновлению этих определений также фактов, которые станут применены при разъяснении нового использованного материала.

Словесный результат:

1. Координаты точек A(-2, 3) и B(2, -4). Отыскать координаты векторов $\vec{AB}$ и $\vec{BA}$.

2. Координаты точек M(5,-8), также P(-3, 4). Отыскать координаты точки O (O – середина отрезка MP).

3. CP – диагональ окружности; C(-2, -1), P(5, 7). Отыскать координаты центра окружности – точки E.

4. ABCD – прямоугольник, AD=7, AB=5. Отыскать AC.

➢ Новый материал:

Вычисление длины вектора по его координатам (Рисунок 49).

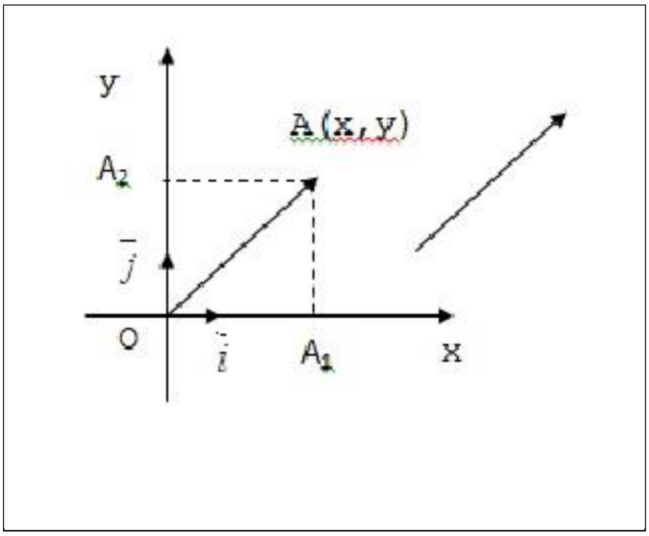

Рисунок 49

Заключение формулы основывается на теорему Пифагора в таком случае, что расстояние между двумя точками оси координат располагается по формулам:

$$d = |x_2 - x_1| \text{ (для точек } (x_1, 0); (x_2, 0) \text{ оси } x) \quad (21)$$

и

$$d = |y_2 - y_1| \text{ (для точек } (y_1, 0); (y_2, 0) \text{ оси } y). \quad (22)$$

Продемонстрируем, что длина вектора $\vec{a}\{x, y\}$ равна $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$. Эта формула аргументируется только лишь для случая, когда $x \neq 0$ и $y \neq 0$, в правдивости иных случаев ученикам предоставляется удостовериться самостоятельно. С целью доказательства задаем координатную область кроме того осматриваем вектор $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ с началом в начале координат (в соответствии с теоремой: от любой точки возможно отложить вектор, равный данному и притом единственный). Применяя формулу с целью нахождения координат вектора по координатам его начала и конца, можем отыскать координаты точки A.

Затем с помощью теоремы Пифагора находим длину отрезка:

$OA = \sqrt{{OA_1}^2 + {AA_1}^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$.

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ таким образом, их длины раны: $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Далее показывается применение данной формулы.

1) расстояние между двумя точками;

Нахождение данной формулы опирается на использование предыдущей. Пусть имеются точки $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$, необходимо найти расстояние между этими точками.

Рассмотрим вектор M_1M_2. Его координаты равны $\{x_2 - x_1, y_2 - y_1\}$.. Находим длину вектора по его координатам:

$$\left|M_1\overrightarrow{M_2}\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2},$$

а расстояние между M_1и M_2 это длина вектора $\left|M_1\overrightarrow{M_2}\right|$. После выведения данной формулы можно записать формулу (1):

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

и показать, что они эквивалентны.

➢ Закрепление: для закрепления используется ряд задач на применение данных формул.

1. Найдите длины векторов: a) $\vec{a}\{5,9\}$; b) $\overrightarrow{d}\{11,11\}$ [2: № 938].

2. Найдите медиану AM треугольника ABC, вершины которого имеют координаты:$A(0,1), B(1,-4), C(5,2)$ [2: № 942].

3. Вершина A параллелограмма $OACB$ лежит на положительной полуоси Ox, вершина B имеет координаты (b, c), а $OA = a$.

Найдите:

а) координаты вершины С;

b) сторону AC и диагональ CO [2: № 944].

- Домашнее задание № 941 [2], 939

2 занятие: «Простейшие задачи в координатах». (урок – закрепление).

Общеобразовательная задача урока: продемонстрировать, как «простейшие задачи» применяются при решении наиболее трудных также проконтролировать овладение познаний, приобретенных в минувшие занятия.

Сущность занятия:

- В начале занятия был проложен словесный результат с целью контроля освоения использованного материала, разобранного на минувшем уроке.

Словесный результат: записать координаты (Рисунок 50) и (Рисунок 51).

- середины отрезка;

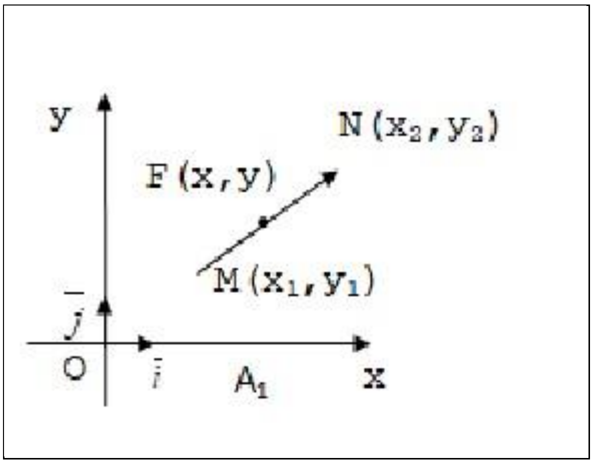

Рисунок 50

- координаты вектора;

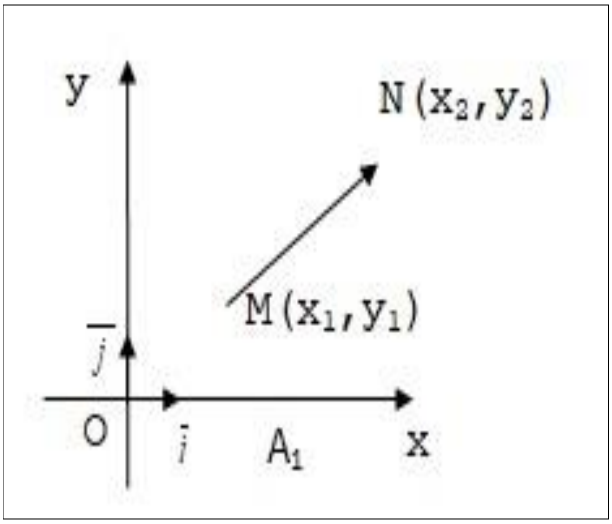

Рисунок 51

длина вектора $\overrightarrow{MN}$;

- расстояние между точками M и N;

➢ Решение задач:

1. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный, и найдите его площадь, если $A(0,1), B(1,-4), C(5,2)$.

2. Докажите, что четырехугольник $MNPQ$ является параллелограммом, и найдите его диагонали, если $N(6,1), P(7,4), Q(2,4), M(1,1)$. [2: № 950 (а)].

➢ Самостоятельная работа.

1 вариант:

1. Найдите координаты и длину вектора $\vec{a}$, если $\vec{a} = -\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$, $\vec{c}\{-6,2\}, \vec{b}\{3,-2\}$.

2. Представлены вершин треугольника ABC $A(-6,1), B(2,4), C(2,-2)$. Докажите, то что треугольник ABC равнобедренный также отыщите высоту, проделанную из вершины A.

3. Дополнительно для обоих вариантов:

Даны координаты вершин треугольника ABC $A(-4,3), B(2,7), C(8,-2)$.

Доказать, что треугольник прямоугольный.

2 вариант:

1. Найдите координаты и длину вектора $\vec{b}$, если $\vec{b} = \frac{1}{3}\vec{c} - \vec{d}$,

$\vec{c}\{-3,6\}$, $\vec{d}\{2,-2\}$.

2. Дано $A(-6,1), B(0,5), C(-6,4), P(0,8)$. Докажите, что $ABCP$ прямоугольник и найдите координату точки пересечения его диагоналей.

➢ Домашнее задание №945, 948 (а).

II. Факультатив.

Для проведения факультатива предлагается ряд более сложных нестандартных задач, при решении которых используется метод координат.

Задача 3.4.1

Две компании A и B создают продукцию с одной и той же ценой m за один продукт. Но автопарк, обслуживающий предприятие A, оборудован наиболее передовыми также наиболее сильными грузовыми машинами. В следствии автотранспортные затраты в транспортировку одного продукта оформляют для компании A 10 р. на 1 км, а для компании B 20 р. на 1 км.

Дистанция между компаниями 300 км. Как регионально обязан находиться, рынок сбыта между двумя компаниями для того, чтобы затраты потребителей при приобретении продуктов были наименьшими.

Решение:

Для решения данной задачи воспользуемся методом координат. Систему координат подберем так, чтобы ось Ox протекала посредством через пункты A и B, а ось Oy через точку A.

Пусть P произвольная точка, s_1 и s_2 расстояния от точки до предприятий A и B (Рисунок 52).

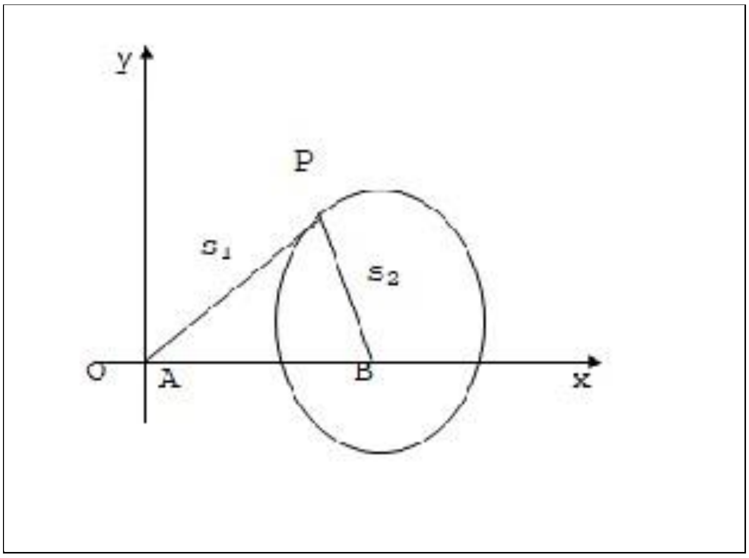

Рисунок 52

Тогда: $A(0{,}0), B(300{,}0), P(x,y)$.

При доставке груза из пункта A расходы равны $m + 10s_1$. При доставке груза из пункта B расходы равны $m + 20s_2$. Если для пункта P дешевле приносить груз с компании A, то $m + 10s_1 < m + 20s_2$, откуда $S_1 < 2S_2$, в противоположном случае приобретаем $S_1 > 2S_2$.

Подобным способом, границей области с целью каждой точки, до которой затраты в транспортировку груза из пунктов А и В одинаковы, станет множество точек плоскости, удовлетворяющих уравнению:

$$S_1 = 2S_2 \tag{23}$$

Выразим S_1 и $2S_2$ через координаты:

$S_1 = \sqrt{x^2 + y^2}, S_2 = \sqrt{(300 - x)^2 + y^2}.$

Имея в виду (23), получим:

$(x - 400)^2 + y^2 = 200^2.$

Это и есть уравнение окружности. Таким образом, с целью абсолютно для всех пунктов, оказывающихся во внутреннюю область круга, дешевле завозить груз из пункта B, а для всех пунктов, оказывающихся в наружную часть круга из пункта A.

Задача 3.4.2

На плоскости даны точки A и B; отыскать геометрическое место точек M, удаленных от A в двое больше, нежели с B.

Решение:

Подберем систему координат на плоскости таким образом, чтобы начало координат оказалось в точке A, а положительная полуось абсцисс начала двигаться по AB. За единицу масштаба возьмем отрезок AB. Точка A будет иметь координаты $(0{,}0)$, точка B координаты $(1{,}0)$. Координаты точки M обозначим через (x, y) (Рисунок 53).

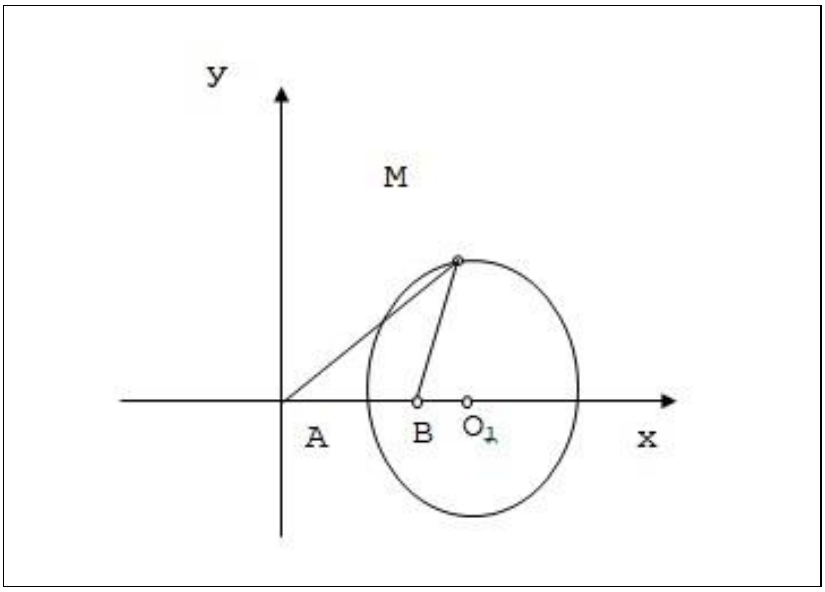

Рисунок 53

Условие $p(A, M) = 2p(B, M)$

записывается в координатах так:

$\sqrt{x^2 + y^2} = 2\sqrt{(x-1)^2 + y^2}$.

Мы получили уравнение искомого геометрического места точек. Для того чтобы осознать, какое большое количества описывается данным уравнением, перестроим его таким образом, для того чтобы оно утвердило известный нам тип. Возведя эти части в квадрат, открывая скобки также приводя аналогичные члены, приобретаем равенство:

$3x^2 - 8x + 4 + 3y^2 = 0$.

Это равенство можно переписать так:

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} + y^2 = \frac{4}{9}$$

или так:

$(x - \frac{4}{3})^2 + y^2 = (\frac{2}{3})^2$.

Это уравнение окружности с центром в точке $(\frac{4}{3}, 0)$ и радиусом, равным $\frac{2}{3}$. Это значит, что наше геометрическое место точек является окружностью.

Задача 3.4.3

Дан треугольник ABC; найти центр окружности, описанной около этого треугольника.

Решение:

Возьмем точку A за начало координат, ось абсцисс направим от A к B. В то время, как точка B будет обладать координатами $(c, 0)$, где $c -$ длина отрезка AB. Пусть точка C обладает координатами (q, h), а центр желаемой окружности $-$ (a, b). Радиус данной окружности отметим через R. Запишем в координатах особенность точек $A(0,0), B(c, 0)$ и $C(q, h)$ желаемой окружности:

$$a^2 + b^2 = R^2,$$

$$(c - a)^2 + b^2 = R^2,$$

$$(q - a)^2 + (h - b)^2 = R^2.$$

Каждое из этих условий выражает тот факт, что расстояние точек $A(0,0), B(c, 0)$, $C(q, h)$ от центра окружности (a, b) равно радиусу. Данные требования просто приобрести, в случае если записать равенство искомой окружности (окружности с центром (a, b) и радиусом R),

т. е. $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$, а затем в это уравнение вместо x и y подставить координаты точек A, B и C, лежащих на этой окружности. Эта система трех уравнений с тремя неизвестными легко решается, и мы получаем:

$a = \frac{c}{2}, b = \frac{q^2+h^2-cq}{2h},$

$R = \frac{\sqrt{(q^2+h^2)((q-c)^2+h^2)}}{2h}.$

Задача решена, так как мы нашли координаты центра и радиус. Причем следует заметить, что мы при решении задачи не прибегали к построению чертежа.

Домашнее задание:

1. Лестница, стоящая на гладком полу у стены, соскальзывает вниз. По какой линии движется котенок, сидящий на середине лестницы?
2. В квадрат вписана окружность. Доказать, что сумма квадратов расстояний любой точки окружности до сторон квадрата постоянна.

Небольшое исследование проделанных уроков: Ученики на занятиях стремительно приняли содействие, в особенности в первоначальном присутствии при заключении формул, таким образом, как использованный материал не сложный и применяют факты и понятия, которые существовали, исследованы не так давно и повторены на устном счете. Кроме того на первом занятии получилось найти все без исключения запланированные задачи на закрепление, особенную сложность побудила задача № 3, в которой ученики долгое время никак не имели возможность совершить чертеж и путались в формулах нахождения длины и координат вектора. Проделанная в последующем занятии независимая деятельность продемонстрировала, что практически все учащиеся освоили использованный материал. Максимальное число погрешностей существовало в задаче № 2, при применении формулы нахождения расстояния между 2 точками. Подобным способом, возможно, допустить, что тема «Простейшие задачи в координатах» была благополучно изучена множеством учащихся этого класса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Довольно обычный в использовании, метод координат считается нужной составляющей решения задач разного уровня. Применение координатного метода, дает возможность ученикам существенно облегчить также, уменьшить процесс решения задач, что может помочь им при последующем обучении, как школьного курса математики, таким образом, и при исследовании математики в высших учебных заведениях.

В работе сделано:

1. Анализ школьных учебников по теме: «Координатный метод».
2. Обучение метода координат, практики в виде решения задач и их типы.
3. Выявлены умения для применения метода на практике.

Кроме этого проведено преподавание в школе, которое доказало, что исследование метода координат в школьном курсе необходимо.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Автономова, Т.В. Основные понятия и методы школьного курса геометрии. Книга для учителя / Б. И. Аргунов. – М. Просвещение, 1988. – 127 с.

2. Атанасян, Л.С. Геометрия для 7-9 классов. Учебник для общеобразовательных организаций / В. Ф. Бутузов, С. Д. Кадомцев, Э. Г. Позняк, И. И. Юдина. 2-е издание – М. Просвещение, 2014.− 383с.

3. Высоцкий, И.Р. Самое полное издание типовых вариантов реальных заданий ЕГЭ 2016: Математика / Д.Д. Гущин, П.И. Захаров // авт.-сост. под ред. А. Л. Семенова, И.В. Ященко. – М.: АСТ: Астрель, 2016.− 109 с.− (Федеральный институт педагогических измерений).

4. Гельфанд, И.М. Метод координат / Е.Г. Глаголева, А.А. Кириллов. 6-е издание – М.:МЦНМО, 2017.− 184 с.

5. Готман, Э.Г. Решение геометрических задач аналитическим методом. Учебное пособие / З.А. Скопец.− М.: Просвещение, 1979.−128с.

6. Глаголев, Н. А. Элементарная геометрия. Стереометрия для 10-11 класса средней школе − в 2 т. – М.: Просвещение, 2008. – 128 с.− 2 ч.

7. Ефимов, Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. Учебное пособие / 13-е издание. Стереометрия – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 240 с.

8. Лысенко, Ф.Ф. Математика. Подготовка к ЕГЭ-2013. Учебно-методическое пособие / под ред. Ф.Ф. Лысенко, С. Ю. Калабухова. — М.: Легион, 2012. — 272 с.

9. Образовательный портал «Физ/мат класс» URL: www.fmclass.ru

10. Открытый банк заданий // URL: www.mathege.ru

11. Погорелов, А.В. Геометрия. Учебник для 7-11 класса общеобразовательных учреждений / 5-е издание − М: Просвещение, 1995.− 383с.: ил.

12. Федеральный институт педагогических измерений // URL: www.fipi.ru/

13. Шарыгин, И.Ф. Геометрия. Учебник для 7-9 класса общеобразовательных учреждений. − М: Дрофа, 2012.− 462с.: ил.