



МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ, ИНФОРМАТИКИ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Формирование познавательных универсальных учебных действий в процессе решения геометрических задач

Выпускная квалификационная работа по направлению
44.04.01 Педагогическое образование

Направленность программы магистратуры
«Математическое образование в системе профильной подготовки»
Форма обучения заочная

Проверка на объем заимствований:

72,97 % авторского текста
Работа рекомендована к защите

«01» 09 2021г.

зав. кафедрой МиМOM

Сухова Суховиенко Е.А.

Выполнила:

Студентка группы ЗФ-313-131-2-1
Нуранбекова Вероника Иржановна

Научный руководитель:

Доктор педагогических наук,
профессор
Суховиенко Елена Альбертовна

Сухова

Челябинск

2022

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ РЕШЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ.....	6
1.1 Понятие и классификация познавательных универсальных учебных действий	6
1.2 Способы формирования познавательных универсальных учебных действий средствами решения геометрических задач	12
1.3 Анализ учебника геометрии основной школы в аспекте формирования познавательных универсальных учебных действий	15
ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 1.....	58
ГЛАВА 2 МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ СРЕДСТВАМИ РЕШЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ	60
2.1 Методика формирования познавательных универсальных учебных действий при решении геометрических задач	60
2.2 Оценка эффективности разработанной методики формирования познавательных универсальных учебных действий	71
ВЫВОД К ГЛАВЕ 2	74
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	76
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	78

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в обществе изменились представления о целях образования и путях ее реализации. Образование рассматривается как процесс, направленный на становление личности, обретение им своего образа, неповторимой индивидуальности, духовности и творческого начала.

Необходимо сформировать у обучающихся такую важную компетенцию, как «умение учиться». Главная задача современного основного образования заключается в формировании универсальных учебных действий (УУД) – совокупности методов действий обучающегося, то есть способности обучающегося к самостоятельному овладению новыми знаниями и умениями. Развитие УУД, которые необходимы для формирования основных личностных компетенций обучающихся, представляет собой одну из актуальных проблем образования.

Развитие этих сложнейших психологических структур является залогом эффективности активной познавательной деятельности обучающихся, их творческой активности и интеллектуального роста. Само использование учениками УУД в ежедневной практической деятельности – это важный индикатор уровня умственной и познавательной активности.

А.Г. Асмолов, С.Г. Воробцов, О.А. Карабанова, Н.А. Чуланова и др. раскрывают сущность понятия УУД, рассматривают некоторые методические вопросы данной проблемы и предлагают пути их решения. При этом работ, посвященных проблеме формирования познавательных универсальных учебных действий (ПУУД) при обучении геометрии в школе, при всей значимости проблемы недостаточно. Работающие учителя пытаются добиться этого посредством использования своих приемов и методов. В работе делаем попытку определить, как работа на уроках математики при решении геометрических задач будет влиять на уровень формирования познавательных УУД.

Методист Л. М. Фридман и др. утверждают, что работать над формированием познавательных универсальных учебных действий у обучающихся нужно систематически. Вместе с тем психологи В. В. Давыдов, Д. Б. Эльконин и др. отмечают, что эффективность процесса формирования познавательных универсальных учебных действий зависит от способа организации специальной развивающей работы. Однако, единого подхода к решению вопроса, как организовать такое обучение в педагогической теории нет. Таким образом, возникают **противоречия**:

- на *социально-педагогическом уровне*: между государственным заданием образованию на подготовку личности, готовой к применению познавательных умений в жизни, и недостаточной направленностью системы школьного математического образования на формирование ПУУД;
- на *научно-теоретическом уровне*: между необходимостью в свете ФГОС ООО обеспечить формирование ПУУД обучающихся как результат их обучения и теоретической и практической неразработанностью методической модели формирования ПУУД;
- на *научно-методическом уровне*: между потребностью учителей в научно-обоснованных рекомендациях наиболее эффективного формирования ПУУД в процессе обучения математике и недостаточной разработанностью методического обеспечения этого процесса.

Данные противоречия позволили сформулировать **проблему исследования**: как сформировать ПУУД в процессе решения геометрических задач?

Актуальность проблемы исследования, ее теоретическая и практическая значимость обусловили выбор темы нашего исследования: «Формирование познавательных УУД в процессе решения геометрических задач».

Цель исследования – разработать и теоретически обосновать методику формирования ПУУД в процессе обучения математике при решении геометрических задач и опытно-экспериментальным путем проверить ее результативность.

Объект исследования – процесс обучения математике в основной школе.

Предмет исследования: формирование ПУУД обучающихся основной школы в процессе обучения математики при решении геометрических задач.

В основу нашего исследования положена **гипотеза:** формирование ПУУД в процессе решения геометрических задач будет эффективным, если организовать выполнение обучающимися на каждом этапе решения соответствующих ему познавательных универсальных учебных действий.

Для реализации поставленной цели и проверки гипотезы исследования решались следующие **задачи:**

- 1) выявить перечень ПУУД, формируемых в процессе решения геометрических задач;
- 2) провести анализ учебника по математике в аспекте формирования ПУУД;
- 3) разработать методику формирования ПУУД обучающихся основной школы в процессе решения геометрических задач;
- 4) экспериментально проверить эффективность методики формирования ПУУД в процессе решения геометрических задач.

ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ РЕШЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

1.1 Понятие и классификация познавательных универсальных учебных действий

Познавательные УУД являются основополагающими среди всех универсальных учебных действий, выделенных в Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования (ФГОС ООО) [26], так как это один из ведущих видов деятельности человека, направленных на приобретение информации об объектах и явлениях действительности и различных знаний.

Рассмотрим определения термина «познавательные универсальные учебные действия» авторов, в работах которых изучались познавательные универсальные учебные действия.

Первое определение познавательных универсальных учебных действий рассмотрим Л.И. Боженковой. Она определяет ПУУД, как действия, которые обеспечивают познание. Познание - умственный творческий процесс получения и постоянного обновления знаний, необходимых человеку [2].

Второе определение познавательных универсальных учебных действий рассмотрим Л.В. Ведерниковой. Она понимает ПУУД как систему способов познания окружающего мира, построения самостоятельного процесса поиска, исследования и совокупности шести операций по обработке, систематизации, обобщению и использованию полученной информации [3].

Следующее определение рассмотрим И.Д. Лушников и Е.Ю. Ногтевой. Они определяют познавательные универсальные учебные

действия как действия, обеспечивающие научно-ориентированное познание мира и развитие познавательных функций личности [12].

Н.А. Чуланова и Т.Н. Черняева понимают ПУУД как умственные действия, направленные на планирование, осуществление анализа своей познавательной деятельности и управление ею на основе способов деятельности, используемых как в рамках образовательного процесса, так и при решении проблем в реальных жизненных ситуациях [31].

«Познавательные универсальные учебные действия – это сложные формы опосредствования познавательной деятельности; переработка и структурирование информации (работа с текстом, смысловое чтение); формирование элементов комбинаторного мышления как одного из компонентов гипотетико-дедуктивного интеллекта; работа с научными понятиями и освоение общего приёма доказательства как компонента воспитания логического мышления» - определяет А.Г. Асмолов [1].

В своей работе определение ПУУД выберем последнее из представленных определение А.Г. Асмолова, так как учтены основные виды деятельности учеников. В отличие выбранного определения, определение Л.И. Боженковой не отражает основные действия, входящие в состав ПУУД. Определения, данные Л.В. Ведерниковой, Л.А. Чулановой и Т.Н. Черняевой, учитывают основные виды деятельности обучающихся, но не отражает основные черты ПУУД, представленных в ФГОС ООО.

Рассмотрим структуру познавательных УУД.

ПУУД представляют следующую структуру:

- общеучебные универсальные действия;
- логические универсальные действия;
- постановка и решение проблемы.

Умение поставить учебную задачу, найти информацию о ней и выбрать способы её решения, умение структурировать полученную информацию представляют общеучебные ПУУД.

Для обучающихся поиск любой информации в настоящее время не предоставляет трудностей. Однако умение ставить перед собой четко сформулированную проблему или цель и искать информацию, которая поможет решению этой проблемы или достижению цели, - это умение, которому обучающиеся должны научиться.

Среди общеучебных ПУУД значимыми являются знаково-символические действия, к которым относятся моделирование и преобразование моделей с целью выявления общих законов, определяющих данную предметную область.

Рефлексия также является общеучебным ПУУД. Она позволяет обучающимися повысить осознанность всех компонентов деятельности.

Три вида общеучебных умений выделяют С.Г.Воровщиков и Е.В. Орлова:

- учебно-управленческие (умения, обеспечивающие планирование, контроль, организацию, регулирование и анализ собственной учебной деятельности обучающихся);
- учебно-информационные (умения, обеспечивающие нахождение, переработку и использование информации для решения учебных задач, умение работать с письменными и устными текстами);
- учебно-логические (умения, обеспечивающие чёткую структуру постановки и решения учебных задач, в них входят анализ, синтез, сравнение, обобщение и классификация, определение понятий, доказательство и опровержение, определение и решение учебных проблем) [4].

Под логическими ПУУД подразумеваются умения анализировать и синтезировать полученную информацию, устанавливать причинно-следственные связи, доказывать свои суждения. Эти действия помогают формированию общих способов умственной деятельности, нужных для занятий математикой [12].

Под постановкой и решением проблемы понимают умения сформулировать и найти способы решения проблемы.

Выделим более подробный пооперационный состав каждого элемента познавательных универсальных учебных действий (таблица 1) [6].

Таблица 1 – Структура ПУУД

Элементы познавательных универсальных учебных действий	Описание	Пооперационный состав элементов познавательных универсальных учебных действий
1	2	3
Общеучебные		
Умение структурировать знания (моделировать, схематизировать)	Мыслительная деятельность, в процессе которой между изучаемыми объектами устанавливаются отношения и связи на основе выбранного принципа	1) умение представлять информацию в виде графиков, схем, диаграмм; 2) умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений; 3) умение устанавливать связи между объектами; 4) умение получить информацию из представленного графика, диаграммы, схемы; 5) умение достраивать недостающие элементы совокупности
Умение производить контроль и оценку результатов и процессов деятельности	Мыслительная деятельность, предполагающая сравнение наличного состояния объекта (процесса) с образцом (эталоном)	1) умение выделить критерии для оценки результата или процесса; 2) умение оценить по заданной системе критериев; 3) умение находить ошибки в решении.
Умение выбирать наиболее простые способы решения задач в зависимости от конкретных условий	Мыслительная деятельность, предполагающая выделение нескольких вариантов решений одной проблемы с дальнейшим выбором оптимального при помощи сравнения по заданным условиям	1) умение определять наиболее простой способ решения задачи из представленных в определенных условиях; 2) умение определять условия, при которых представленный способ решения задачи будет наиболее простым; 3) умение решить задачу несколькими способами
Логические		
Умение анализировать	Мыслительная деятельность, которая состоит в разделении	1) умение разделять объект на части;

	целого на части, элементы, в выделении отдельных его	
--	--	--

Продолжение таблицы 1

1	2	3
	признаков, компонентов и аспектов	2) умение располагать части в определенной последовательности; 3) умение характеризовать части этого объекта
Умение составлять целое из частей (синтез)	Мыслительная операция, которая предусматривает поиск целого через построение существенных связей между выделенными элементами целого	1) умение выделять основание объединения; 2) умение объединять элементы по заданному основанию; 3) умение преобразовать целое по другому основанию
Умение классифицировать (сравнивать, выделять существенные, несущественные признаки объектов)	Поиск существенных и общих признаков, элементов, связей для определенной группы объектов, что создает основы для разделения объектов на группы, подгруппы, классы	1) умение определять основание классификации объектов; 2) умение распределять элементы по заданному критерию; 3) умение выделять признаки, по которым сравниваются объекты; 4) умение выделять признаки сходства, различия; 5) умение выделять признаки объекта по определенному критерию
Умение устанавливать причинно-следственные связи	Мыслительная деятельность по определению связи между явлением (обстоятельством, логическим заключением) и полученным другим явлением (обстоятельством или логическим выводом)	1) умение определять истинность логических суждений по заданным исходным условиям; 2) умение определять исходные условия по заданным логическим суждениям; 3) умение определять условия по заданным исходным данным и конечному результату
Постановка и решение проблемы		
Умение формулировать проблему	Мыслительная деятельность, которая состоит в разделении целого на части, элементы, в выделении отдельных его признаков, компонентов и аспектов	1) умение прогнозировать условия, при которых невозможно решение задачи; 2) умение определять изменения в условиях; 3) умение определять недостаточную для решения задачи информацию или недостаточность информации для решения задачи

ПУУД отвечают за следующие функции:

1. обеспечение успешного усвоения знаний, умений и навыков и формирование компетентностей в любой предметной области;
2. обеспечение возможностей обучающегося самостоятельно осуществлять учебную деятельность, ставить учебные цели, искать и использовать необходимые средства и способы их достижения, контролировать и оценивать процесс и результаты деятельности;
3. создание условий для гармоничного развития личности и её самореализации на основе готовности к непрерывному образованию, необходимость которого обусловлена поликультурностью общества и высокой профессиональной мобильностью.

В итоге определили понятие «познавательные универсальные учебные действия», рассмотрели их структуру и функции. Рассмотрим условия формирования ПУУД на уроках математики.

Согласно ФГОС ООО, основой процесса обучения в школе должен быть системно-деятельностный подход. На уроках педагог должен включить обучающихся в учебную деятельность, а также организовать самостоятельные поиск и овладение обучающимися нового знания.

Важную роль в формировании ПУУД играет сближение науки с жизнью.

Следовательно, результатом формирования ПУУД обучающихся при обучении математике являются умения:

1. произвольно и осознанно владеть общим приёмом решения задач;
2. осуществлять поиск необходимой информации для выполнения учебных заданий;
3. использовать знаково-символические средства;
4. выделять существенную информацию из текстов разных видов;
5. осуществлять анализ и синтез;
6. планировать и осуществлять деятельность;
7. устанавливать причинно-следственные связи;
8. устанавливать аналогии и т.д.

1.2 Способы формирования познавательных универсальных учебных действий средствами решения геометрических задач

Роль задач в обучении математике очень важна, потому что через них удобно вводить проблемные ситуации. Решая задачи, обучающийся знакомится с важными элементами новых алгоритмов и овладевает новыми техническими элементами [13].

В данное время изучение математики должно иметь прикладную направленность и развивающий характер. Новому поколению необходимо прививать интерес к исследованию, формировать у него положительную мотивацию, навыки творчества, а не давать конкретную сумму знаний.

Основным психологическим условием успешности этой деятельности является интерес к учебной деятельности, подкрепляемый постоянным активным участием в открытии новых истин, проверке гипотез, поиском способа действий в задаче. В итоге, задачей учителя является содействие развитию мыслительных способностей у школьников.

Одной из основных функций задач в обучении математике является функция формирования и развития у обучающихся общих умений решений любых математических задач – считает Л.М. Фридман [28].

На современном этапе общие умения формируются чисто стихийно, а не целенаправленного и систематически. Также считается, что эти умения могут возникнуть благодаря решению большого числа математических задач.

Для дальнейших рассуждений рассмотрим этапы решения задачи, выделенные Л. М. Фридманом: 1) анализ задачи; 2) схематическая запись задачи; 3) поиск способа решения задачи; 4) осуществление решения задачи; 5) проверка решения задачи; 6) исследование задачи; 7) формулирование ответа; 8) познавательный анализ решения задачи [29].

Е.С. Полат рассматривает другой список этапов решения геометрической задачи:

- 1) чтение условия задачи;
- 2) выполнение чертежа с буквенными обозначениями;
- 3) краткая запись условия задачи;
- 4) составление цепочки действий;
- 5) запись решения задачи;
- 6) запись ответа [23].

Результативность формирования у обучающихся умений, которые связаны с реализацией различных видов деятельности, нужно обучать их самостоятельно выполнять каждый из этапов процесса решения задач.

Поиск решения задачи формирует у школьников такие мыслительные операции, как умение объяснять этапы решения задач, производить поиск и преобразование информации, анализ, синтез, сравнение, обобщение и т.д. Решение различных геометрических задач активизирует умения использовать чертежи, схемы, знаковые и графические модели, диаграммы, таблицы, создавая и преобразовывая их в соответствии с содержанием задачи.

На основе вышеизложенного под этапами решения геометрической задачи будем понимать список, предложенный Е.С. Полат.

Рассмотрим возможности использования геометрических задач для формирования у обучающихся ПУУД (таблица 2).

Таблица 2 - Соотнесение этапов решения геометрической задачи с пооперационным составом элементов формируемых познавательных универсальных учебных действий

Этапы решения геометрической задачи	Пооперационный состав элементов формируемых ПУУД
1	2
Чтение условия задачи	Умение устанавливать связи между объектами; умение получить информацию из представленного графика, диаграммы, схемы; умение разделять объект на части; умение выделять признаки объекта по определенному критерию
Выполнение чертежа с буквенными обозначениями	Умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений;
Краткая запись условия задачи	Умение устанавливать связи между объектами;

Продолжение таблицы 2

1	2
	<p>умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений;</p> <p>умение располагать части в определенной последовательности;</p> <p>умение характеризовать части этого объекта;</p> <p>умение распределять элементы по заданному критерию;</p> <p>умение определять исходные условия по заданным логическим суждениям;</p> <p>умение определять условия по заданным исходным данным и конечному результату</p>
Составление цепочки действий	<p>умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений;</p> <p>умение устанавливать связи между объектами;</p> <p>умение достраивать недостающие элементы совокупности;</p> <p>умение находить ошибки в решении;</p> <p>умение определять наиболее простой способ решения задачи из представленных в определенных условиях;</p> <p>умение определять условия, при которых представленный способ решения задачи будет наиболее простым;</p> <p>умение решить задачу несколькими способами;</p> <p>умение располагать части в определенной последовательности;</p> <p>умение выделять основание объединения;</p> <p>умение объединять элементы по заданному основанию;</p> <p>умение преобразовать целое по другому основанию;</p> <p>умение определять истинность логических суждений по заданным исходным условиям</p>
Запись решения задачи	<p>Умение представлять информацию в виде графиков, схем, диаграмм;</p> <p>умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений;</p> <p>умение располагать части в определенной последовательности;</p> <p>умение распределять элементы по заданному критерию</p>
Запись ответа	Умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений

Следует отметить, что не всем геометрическим задачам нужен чертеж, поэтому этот пункт может опускаться.

Исходя из данных таблицы, можно сделать вывод, что на всех этапах решения геометрических задач возможно формирование у обучающихся ПУУД.

1.3 Анализ учебника геометрии основной школы в аспекте формирования познавательных универсальных учебных действий

С точки зрения описанных этапов решения задачи и формируемых ПУУД рассмотрим задания на примере темы «Площадь» из учебника «Геометрия 7-9» Л. С. Атанасяна и др.

Задача №458. Два участка земли огорожены заборами одинаковой длины. Первый участок имеет форму прямоугольника со сторонами 220 м и 160 м, а второй имеет форму квадрата. Площадь какого участка больше и на сколько?

1) Чтение условия задачи.

На первом этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – прямоугольник и квадрат.
- Какие элементы нам известны в данных фигурах? Предполагаемый ответ – в прямоугольнике стороны равны 220 м и 160 м, про квадрат – что его периметр = периметру прямоугольника.

Обучающиеся пришли к выводу, что длина забора – это периметр.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 1.

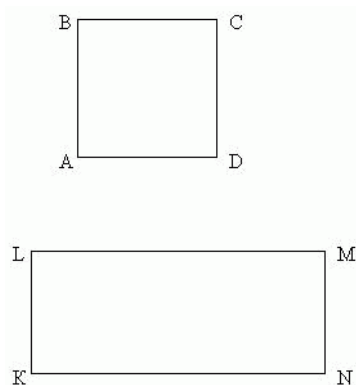


Рисунок 1 – Чертеж к задаче №458

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение представления информации с помощью собственной системы обозначений.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: $ABCD$ - квадрат; $KLMN$ – прямоугольник; $KN=220$ м, $KL=160$ м; $P = P_1$.

Найти: разницу между S и S_1 и сравнить их.

4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий, разработанная самими обучающимися:

Площадь прямоугольника находится по формуле:

$$S = KN * KL = 220 * 160 = 35200 \text{ м}^2$$

Площадь прямоугольника находится по формуле:

$$S = KN * KL = 220 * 160 = 35200 \text{ м}^2$$

Сторону квадрата нужно найти из периметра квадрата. Периметр квадрата равен периметру прямоугольника, который находится по формуле:

$$P = 2(KN + KL) = 2(220 + 160) = 760 \text{ м}$$

$$\text{Периметр квадрата } P_1 = 4AB = 760 \text{ м}$$

$$AB = 190 \text{ м}$$

$$S_1 = 190^2 = 36100 \text{ м}^2$$

$$S < S_1$$

$$S_1 - S = 36100 \text{ м}^2 - 35200 \text{ м}^2 = 900 \text{ м}^2$$

На этом этапе формируются такое умение, как умение устанавливать связи между объектами.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

Предполагаемая запись решения:

$$S = KN * KL = 220 * 160 = 35200 \text{ м}^2$$

$$S = KN * KL = 220 * 160 = 35200 \text{ м}^2$$

$$P = 2(KN + KL) = 2(220 + 160) = 760 \text{ м}$$

$$P_1 = 4AB = 760 \text{ м}$$

$$AB = 190 \text{ м}$$

$$S_1 = 190^2 = 36100 \text{ м}^2$$

$$S < S_1$$

$$S_1 - S = 36100 \text{ м}^2 - 35200 \text{ м}^2 = 900 \text{ м}^2$$

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

б) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ».

Предполагаемый ответ: $S < S_1$ на 900 м^2 .

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

Задача №465. Острый угол параллелограмма равен 30° , а высоты, проведенные из вершины тупого угла, равны 2 см и 3 см. Найдите площадь параллелограмма.

1) Чтение условия задачи.

На данном этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какая фигура дана в условии задачи? Предполагаемый ответ – параллелограмм.
- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – острый угол и две высоты, проведенные из тупого угла.

На этом этапе у обучающихся формируются универсальные учебные действия - умение устанавливать связи между объектами и умение определять недостаточную для решения задачи информацию или недостаточность информации для решения задачи.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 2.

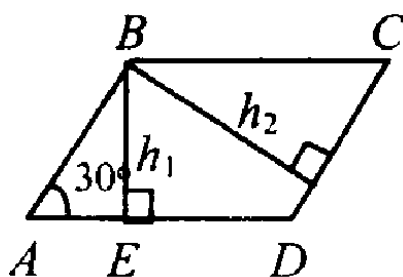


Рисунок 2 - Чертеж к задаче №465

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение представления информации с помощью собственной системы обозначений.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: $ABCD$ – параллелограмм, высота $BE=2$ см, $h_2 = 3$ см; $\angle A=30^\circ$.

Найти: S параллелограмма.

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение устанавливать связи между объектами и умение характеризовать части этого объекта.

4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий, разработанная самими обучающимися:

- Чтобы найти площадь параллелограмма нужно знать основание и высоту, даны две высоты. Нужно найти основание, т.е. одну из сторон параллелограмма.
- Рассмотрим прямоугольный $\triangle ABE$: $AB = 2BE=4$ см (катет, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы).
- Площадь параллелограмма: $S = AB \cdot h_2 = 4 \cdot 3 = 12 \text{ см}^2$

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

Рассмотрим прямоугольный $\triangle ABE$:

Катет BE лежит против угла в $30^\circ \Rightarrow AB = 2BE=4$ см

$$S = AB \cdot h_2 = 4 \cdot 3 = 12 \text{ см}^2$$

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

б) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ».

Предполагаемая запись ответа: $S = 12 \text{ см}^2$

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

Задача 500. Докажите, что площадь квадрата, построенного на катете равнобедренного прямоугольного треугольника, вдвое больше площади квадрата, построенного высоте, проведенной к гипотенузе.

1) Чтение условия задачи.

На этом этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – прямоугольный равнобедренный треугольник и 2 квадрата.
- Какие элементы нам известны в данных фигурах? Предполагаемый ответ – в прямоугольном треугольнике катеты равны, про первый квадрат – его сторона равна стороне катета треугольника, про второй квадрат – его сторона равна высоте треугольника, проведенной к гипотенузе.

На этом этапе у обучающихся формируются универсальные учебные действия - умение устанавливать связи между объектами; умение разделять объект на части и умение выделять признаки объекта по определенному критерию.

- 2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями. Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 3.

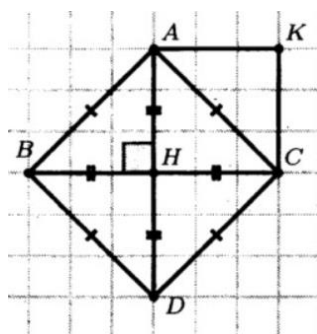


Рисунок 3 – Чертеж к задаче №500

На данном этапе формируется универсальное учебное действие - представление информации с помощью собственной системы обозначений.

- 3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: ABC – прямоугольный равнобедренный треугольник, $AB=AC$, $\angle A=90^\circ$, $АН$ – высота треугольника, $ABCD$ – квадрат, сторона которого равна катету; $KCHN$ – квадрат, сторона которого равна $АН$.

Доказать: $S_1 = 2 S_2$.

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение разделять объект на части и умение характеризовать части этого объекта.

4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий:

- $АН$ – медиана треугольника ABC
- Диагонали квадрата $AKCH$ разбивают 2 равных им треугольника ($\triangle ACH = \triangle AKC$)
- Диагонали квадрата $ABCD$ разбивают 4 равных треугольника ($\triangle ABH = \triangle ACH = \triangle HCD = \triangle HNC$) $\Rightarrow AN = HC = BH = HD$
- $S_2 = 2 * \triangle ACH$
- $S_1 = 4 * \triangle ACH = 2 * S_2$

На данном этапе формируются универсальные учебные действия - умение устанавливать связи между объектами, умение достраивать недостающие элементы совокупности, умение выделять основание объединения, умение объединять элементы по заданному основанию и умение преобразовать целое по другому основанию.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

Предполагаемая запись решения:

- $\triangle ACH = \triangle AKC \Rightarrow S_2 = 2 * \triangle ACH$
- $\triangle ABH = \triangle ACH = \triangle HCD = \triangle HNC \Rightarrow S_1 = 4 * \triangle ACH = 2 * S_2$

На данном этапе формируются универсальные учебные действия - умение располагать части в определенной последовательности и умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

б) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ». Обучающиеся записывают.

Предполагаемая запись ответа: $S_1 = 2 S_2$

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

Задача 501. Площадь земельного участка равна 27 га. Выразите площадь этого же участка: а) в квадратных метрах; б) в квадратных километрах.

1) Чтение условия задачи.

На этом этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Что нам известно? Предполагаемый ответ - площадь участка.

На данном этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Данный этап в задачи пропускается, так как неизвестна форма участка.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: $S = 27$ га.

Найти: а) S в m^2 ; б) S в km^2 .

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - **умение характеризовать части этого объекта.**

4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий, разработанная самими обучающимися:

- а) Так как $1 \text{ га} = 10000 \text{ м}^2$, то $S = 27 \text{ га} = 27 * 10000 = 270000 \text{ м}^2$
- б) Так как $1 \text{ га} = 0,01 \text{ км}^2$, то $S = 27 \text{ га} = 27 * 0,01 = 0,27 \text{ км}^2$

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение устанавливать связи между объектами и умение определять истинность логических суждений по заданным исходным условиям.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

Предполагаемая запись решения:

$$\text{а) } 1 \text{ га} = 10000 \text{ м}^2 \Rightarrow S = 27 \text{ га} = 27 * 10000 = 270000 \text{ м}^2$$

$$\text{б) } 1 \text{ га} = 0,01 \text{ км}^2 \Rightarrow S = 27 \text{ га} = 27 * 0,01 = 0,27 \text{ км}^2$$

На этом этапе формируется такое умение, как умение располагать части в определенной последовательности.

б) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ».

Предполагаемая запись ответа: а) 270000 м^2 ; б) $0,27 \text{ км}^2$.

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

Задача 502. Высоты параллелограмма равны 5 см и 4 см, а периметр равен 42см. Найдите площадь параллелограмма.

1) Чтение условия задачи.

На этом этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какая фигура дана в условии задачи? Предполагаемый ответ – параллелограмм.
- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – высоты параллелограмма и периметр.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение разделять объект на части.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 4.

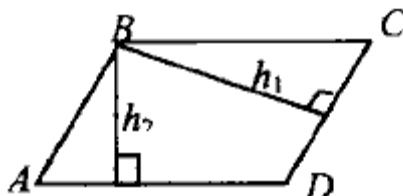


Рисунок 4 – Чертеж к задаче №502

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - представление информации с помощью собственной системы обозначений.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: $ABCD$ – параллелограмм, $P = 42$ см, $h_1 = 5$ см, $h_2 = 4$ см.

Найти: S .

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение характеризовать части этого объекта и умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий, разработанная самими обучающимися:

- Периметр параллелограмма $P_{ABCD} = 2(AB + AD)$

- Так как периметр равен 42, выразим AB :

$$42 = 2(AB + AD)$$

$$AB = 21 - AD$$

- Площадь параллелограмма можно найти 2 способами:

$$S_{ABCD} = AB * h_1 \text{ и } S_{ABCD} = AD * h_2$$

- $AB * h_1 = AD * h_2$

$$(21-AD) 5 = AD * 4$$

$$AD = 11\frac{2}{3} \text{ см}$$

- $AB=21-11\frac{2}{3} = 9\frac{1}{3} \text{ см}$
- $S_{ABCD} = AB * h_1 = 9\frac{1}{3} * 5 = 46\frac{2}{3} \text{ см}^2$

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение устанавливать связи между объектами; умение объединять элементы по заданному основанию и умение преобразовать целое по другому основанию.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

Предполагаемая запись решения:

$$P_{ABCD} = 2(AB + AD)$$

$$42=2(AB+AD)$$

$$AB=21-AD$$

$$S_{ABCD} = AB * h_1 \text{ и } S_{ABCD} = AD * h_2$$

$$AB * h_1 = AD * h_2$$

$$(21-AD) 5 = AD * 4$$

$$AD = 11\frac{2}{3} \text{ см}$$

$$AB=21-11\frac{2}{3} = 9\frac{1}{3} \text{ см}$$

$$S_{ABCD} = AB * h_1 = 9\frac{1}{3} * 5 = 46\frac{2}{3} \text{ см}^2$$

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение располагать части в определенной последовательности и умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

б) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ». Обучающиеся записывают.

Предполагаемая запись ответа: $46\frac{2}{3} \text{ см}^2$

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

Задача 503. Найдите периметр параллелограмма, если его площадь равна 24 см, а точка пересечения диагоналей удалена от сторон на 2 см и 3 см.

1) Чтение условия задачи.

На этом этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – параллелограмм.
- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – площадь и расстояния от точки пересечения диагоналей до сторон.

На этом этапе у обучающихся формируются универсальные учебные действия - умение разделять объект на части и умение выделять признаки объекта по определенному критерию.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 5.

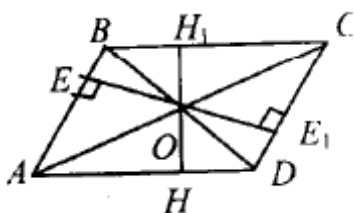


Рисунок 5 – Чертеж к задаче №503

На данном этапе формируется универсальное учебное действие – умение представления информации с помощью собственной системы обозначений.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: $ABCD$ – параллелограмм, $S = 24 \text{ см}^2$, $OH \perp BC$, $OE \perp AD$, $OH = 2 \text{ см}$, $OE = 3 \text{ см}$.

Найти: P .

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений и умение определять исходные условия по заданным логическим суждениям.

4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий, разработанная самими обучающимися:

- Периметр параллелограмма: $P_{ABCD} = 2(AB + AD)$
- Значит нужно найти стороны AB и AD
- Найдём высоты HH_1 и EE_1 : $HH_1 = 2 * OH = 6 \text{ см}$, $EE_1 = 2 * OE = 4 \text{ см}$
- Из площади параллелограмма найдём сторону AD : $S_{ABCD} = AD * HH_1$, $24 = AD * 6$, $AD = 4 \text{ см}$
- С другой стороны, из площади параллелограмма найдём сторону AB : $S_{ABCD} = AB * EE_1$, $24 = AB * 4$, $AB = 6 \text{ см}$
- Периметр параллелограмма: $P_{ABCD} = 2(AB + AD) = 2(6 + 4) = 20 \text{ см}$

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение устанавливать связи между объектами и умение преобразовать целое по другому основанию.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

Предполагаемая запись решения:

$$P_{ABCD} = 2(AB + AD)$$

$$HH_1 = 2 * OH = 6 \text{ см},$$

$$EE_1 = 2 * OE = 4 \text{ см}$$

$$S_{ABCD} = AD * HH_1, 24 = AD * 6, AD = 4 \text{ см}$$

$$S_{ABCD} = AB * EE_1, 24=AB*4, AB=6 \text{ см}$$

$$P_{ABCD} = 2(AB + AD) = 2(6+4) = 20 \text{ см}$$

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение располагать части в определенной последовательности и умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

б) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ». Обучающиеся записывают.

Предполагаемая запись ответа: 20 см.

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

Задача №504. Меньшая сторона параллелограмма равна 29 см. Перпендикуляр, проведенный из точки пересечения диагоналей к большей стороне, делит ее на отрезки, равные 33 см и 12 см. Найдите площадь параллелограмма.

1) Чтение условия задачи.

На этом этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – параллелограмм.
- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – меньшая сторона и отрезки, на которые разделена большая сторона.

На этом этапе у обучающихся формируются универсальные учебные действия - умение разделять объект на части и умение выделять признаки объекта по определенному критерию.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 6.

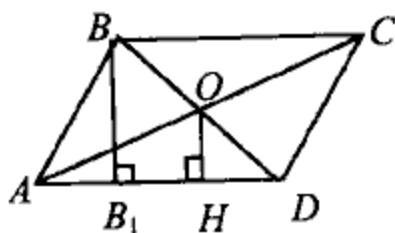


Рисунок 6 – Чертеж к задаче №504

На данном этапе формируются универсальные учебные действия - умение представления информации в виде графиков и умение представления информации с помощью собственной системы обозначений.

3) Краткая запись условия задачи. Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: $ABCD$ – параллелограмм, $AB=29$ см, $OH \perp AD$, $AH=33$ см, $HD=12$ см.

Найти: S_{ABCD} .

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений и умение располагать части в определенной последовательности.

4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий, разработанная самими обучающимися:

1) $BB_1 \perp AD$, в $\triangle BDB_1$: по свойству диагоналей $BO = OD$;

$B_1H \perp BB_1$ (т.к. $B_1B \perp AD$, $OH \perp AD$), по теореме Фалеса имеем:
 $HD = HB_1 = 12$ см.

2) В $\triangle ABB_1$: $BB_1^2 = AB^2 - AB_1^2 = 29^2 - (33 - 12)^2 = 400$;

$BB_1 = \sqrt{400} = 20$ см; $AD = AH + HD = 45$ см;

3) $S_{ABCD} = AD \cdot BB_1$; $S_{ABCD} = 45 \cdot 20 = 900$ см².

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение устанавливать связи между объектами; умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений и умение достраивать недостающие элементы совокупности.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

На данном этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

б) Запись ответа. Обучающимся даётся задание «записать ответ».

Обучающиеся записывают.

На заключительном этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

Задача № 505. Докажите, что из всех треугольников, у которых одна сторона равна a , а другая — b , наибольшую площадь имеет тот, у которого эти стороны перпендикулярны.

1) Чтение условия задачи.

На данном этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – треугольники.
- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – стороны a и b .

На этом этапе у обучающихся формируются универсальные учебные действия - умение устанавливать связи между объектами и умение выделять признаки объекта по определенному критерию.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 7.

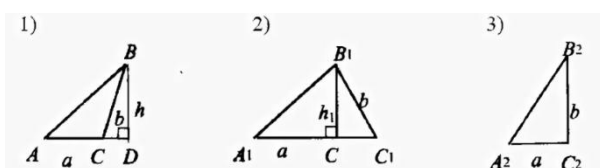


Рисунок 7 – Чертеж к задаче №505

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение представления информации в виде графиков и представление информации с помощью собственной системы обозначений.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: $\triangle ABC, \triangle A_1B_1C_1, \triangle A_2B_2C_2$ со сторонами a и b .

Доказать: $S_3 > S_1, S_3 > S_2$.

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений; умение располагать части в определенной последовательности; умение определять исходные условия по заданным логическим суждениям.

4) Составление цепочки действий. Предполагаемая цепочка действий, разработанная самими обучающимися:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} a \cdot h; \quad S_{A_1B_1C_1} = \frac{1}{2} a \cdot h_1; \quad S_{A_2B_2C_2} = \frac{1}{2} a \cdot b.$$

В случаях 1) и 2) h и $h_1 < b$, (в прямоугольном треугольнике гипотенуза больше любого катета).

Сравнивая правые части формул, имеем:

$$\frac{1}{2} a \cdot h < \frac{1}{2} a \cdot b; \quad \frac{1}{2} a \cdot h_1 < \frac{1}{2} a \cdot b, \text{ следовательно,}$$

$$S_{A_2B_2C_2} = \frac{1}{2} a \cdot b - \text{наибольшая.}$$

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение устанавливать связи между объектами; умение достраивать недостающие элементы совокупности и умение располагать части в определенной последовательности.

5) Запись решения.

Обучающиеся записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

б) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ».

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

Задача 506. Как провести две прямые через вершину квадрата, чтобы разделить его на три фигуры, площади которых равны?

1) Чтение условия задачи.

На этом этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – квадрат.
- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – две прямые, проходящие через одну из вершин.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 8.

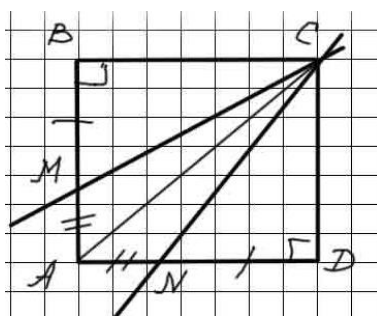


Рисунок 8 – Чертеж к задаче №506

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - представление информации с помощью собственной системы обозначений.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: ABCD – квадрат, $AB=BC=CD=DA=a$

Построить: точки M и N так, что $S_1 = S_2 = S_3$

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений; умение располагать части в определенной последовательности и умение характеризовать части этого объекта.

4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий, разработанная самими обучающимися:

- Квадрат нужно разделить на два равных треугольника и четырехугольник.
- Площадь первого треугольника $S_{MBC} = \frac{1}{2}BC * MB = \frac{1}{2}a * MB$
- Площадь второго треугольника $S_{NDC} = \frac{1}{2}DC * ND = \frac{1}{2}a * ND$
- Площадь четырехугольника

$$S_{MCNA} = S_{ANC} + S_{AMC} = \frac{1}{2}DC * AN + \frac{1}{2}CB * AM = \frac{1}{2}a(AM + AN)$$

- Пусть они будут равны по площади, тогда

$$\frac{1}{2}a * MB = \frac{1}{2}a * ND = \frac{1}{2}a(AM + AN)$$

$$MB = ND = AM + AN$$

$$MB + AM = a; MB = a - AM$$

$$ND + AN = a; ND = a - AN$$

$$AM = AN$$

$$ND = 2AN$$

$$a = 2AN + AN = 3AN$$

$$AM = AN = \frac{1}{3}a$$

$$MB = ND = \frac{2}{3}a$$

- M, N делят сторону квадрата в отношении 1:2.

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение устанавливать связи между объектами и умение располагать части в определенной последовательности.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

Предполагаемая запись решения:

$$S_{MBC} = \frac{1}{2}BC * MB = \frac{1}{2}a * MB$$

$$S_{NDC} = \frac{1}{2}DC * ND = \frac{1}{2}a * ND$$

$$S_{MCNA} = S_{ANC} + S_{AMC} = \frac{1}{2}DC * AN + \frac{1}{2}CB * AM = \frac{1}{2}a(AM + AN)$$

$$\frac{1}{2}a * MB = \frac{1}{2}a * ND = \frac{1}{2}a(AM + AN)$$

$$MB = ND = AM + AN$$

$$MB + AM = a; MB = a - AM$$

$$ND + AN = a; ND = a - AN$$

$$AM = AN$$

$$ND = 2AN$$

$$a = 2AN + AN = 3AN$$

$$AM = AN = \frac{1}{3}a$$

$$MB = ND = \frac{2}{3}a$$

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

б) Запись ответа. Обучающимся даётся задание «записать ответ».

Предполагаемая запись ответа: М, N делят сторону квадрата в отношении 1:2.

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

Задача 507*. Каждая сторона одного треугольника больше любой стороны другого треугольника. Следует ли из этого, что площадь первого треугольника больше площади второго треугольника?

1) Чтение условия задачи.

На этом этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – треугольники.
- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – стороны первого треугольника больше сторон второго.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 9.

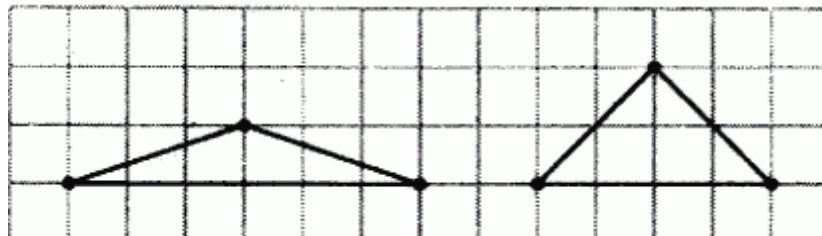


Рисунок 9 – Чертеж к задаче №507*

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - представление информации в виде графиков.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: 2 треугольника, стороны второго меньше сторон первого

Сравнить: S_1 и S_2

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий:

- Квадрат нужно разделить на два равных треугольника и четырехугольник.
- Площадь первого треугольника $S_1 = \frac{1}{2} * 1 * 6 = 3$
- Площадь второго треугольника $S_2 = \frac{1}{2} * 2 * 4 = 4$
- $S_2 > S_1$, не следует.

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение устанавливать связи между объектами и умение располагать части в определенной последовательности.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

Предполагаемая запись решения:

$$S_1 = \frac{1}{2} * 1 * 6 = 3$$

$$S_2 = \frac{1}{2} * 2 * 4 = 4$$

$$S_2 > S_1$$

На данном этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

Запись ответа. Обучающимся даётся задание «записать ответ».

Предполагаемая запись ответа: $S_2 > S_1$, не следует.

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

Задача 508. Докажите, что сумма расстояний от точки на основании равнобедренного треугольника до боковых сторон не зависит от положения этой точки.

1) Чтение условия задачи.

На этом этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – равнобедренный треугольник.
- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – боковые стороны равны.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение выделять признаки объекта по определенному критерию.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 10.

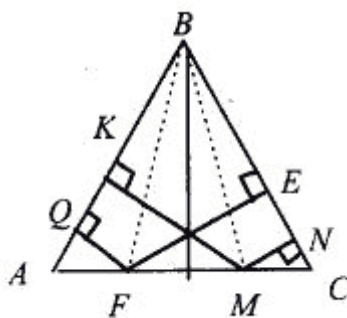


Рисунок 10 – Чертеж к задаче №508

На данном этапе формируется универсальное учебное действие - представление информации с помощью собственной системы обозначений.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: $\triangle ABC$, $AB = BC$;

$MN \perp BC$, $MK \perp AB$;

$FE \perp BC$, $FQ \perp AB$.

Доказать: $NM + MK = EF + FQ$.

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение характеризовать части этого объекта.

4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий:

- Площадь треугольника $S_{ABC} = S_{ABF} + S_{CBF}$
 - С другой стороны, $S_{ABC} = S_{ABM} + S_{CBM}$
 - $S_{ABF} + S_{CBF} = S_{ABM} + S_{CBM}$
- $$\frac{1}{2}AB * FQ + \frac{1}{2}AB * FE = \frac{1}{2}AB * MK + \frac{1}{2}AB * MN$$
- $$AB (FQ + FE) = AB(MK + MN)$$
- $$FQ + FE = MK + MN$$

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение устанавливать связи между объектами и умение располагать части в определенной последовательности.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

б) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ».

Предполагаемый ответ: что и требовалось доказать.

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

Задача 509. Докажите, что сумма расстояний от точки, лежащих внутри равностороннего треугольника, до его сторон не зависит от положения этой точки.

1) Чтение условия задачи.

На этом этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – равносторонний треугольник.

- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – все стороны равны.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

- 2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 11.

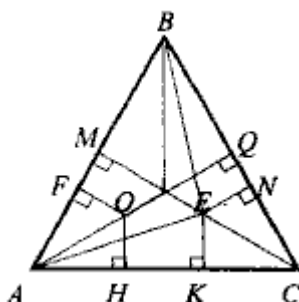


Рисунок 11 – Чертеж к задаче №509

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение представления информации с помощью собственной системы обозначений.

- 3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: $\triangle ABC$, $AB=BC=AC$, $EN \perp BC$, $EK \perp AC$, $EM \perp AB$, $OQ \perp BC$, $OH \perp AC$, $OF \perp AB$.

Доказать: $EN+EK+EM=OQ+OH+OF$.

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений; умение располагать части в определенной последовательности и умение характеризовать части этого объекта.

- 4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий, разработанная самими обучающимися:

$$\begin{aligned}
& 1) S_{\Delta ABC} = S_{\Delta AEC} + S_{\Delta BEC} + S_{\Delta ABE}, \text{ также } S_{\Delta ABC} = S_{\Delta AOC} + S_{\Delta COB} + S_{\Delta AOB}, \\
& \text{т.е. } S_{\Delta AEC} + S_{\Delta BEC} + S_{\Delta ABE} = S_{\Delta AOC} + S_{\Delta COB} + S_{\Delta AOB} \text{ или} \\
& \frac{1}{2} AC \cdot EK + \frac{1}{2} BC \cdot EN + \frac{1}{2} AB \cdot EM = \frac{1}{2} AC \cdot OH + \frac{1}{2} BC \cdot OQ + \\
& + \frac{1}{2} AB \cdot OF, \text{ имеем:} \\
& AC \cdot EK + EN \cdot BC + AB \cdot EM = AC \cdot OH + BC \cdot OQ + OF \cdot AB
\end{aligned}$$

На этом этапе формируются такие умения, как универсальные учебные действия - к умение устанавливать связи между объектами, умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

б) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ». Обучающиеся записывают.

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

Задача 510*. Через точку D, лежащую на стороне BC треугольника ABC, проведены прямые, параллельные двум другим сторонам и пересекающие стороны AB и AC соответственно в точках E и F. Докажите, что треугольники CDE и BDF равновеликие.

1) Чтение условия задачи.

На этом этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – треугольник.
- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – $B \in BC$, $DF \parallel AB$, $DE \parallel AC$.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 12.

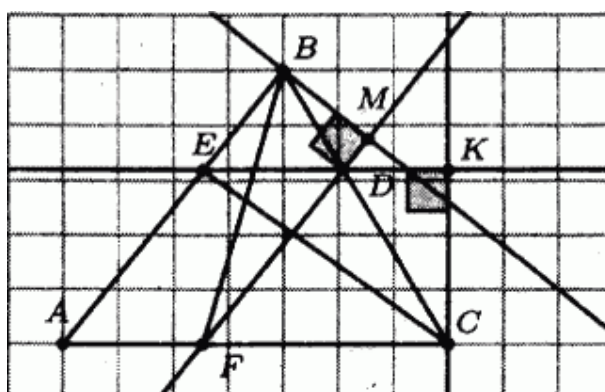


Рисунок 12 – Чертеж к задаче №510*

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение характеризовать части этого объекта.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: $\triangle ABC$, $B \in BC$, $DF \parallel AB$, $DE \parallel AC$

Доказать: $S_{DEC} = S_{BDF}$

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение характеризовать части этого объекта.

4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий, разработанная самими обучающимися:

BM - высота $\triangle BDF$, CK - высота $\triangle DEC$

BM, CK - параллелограмма AEDF

$$S_{DEC} = \frac{1}{2} S_{AEDF}$$

$$S_{BDF} = \frac{1}{2} S_{AEDF}$$

$$S_{DEC} = S_{BDF}$$

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

б) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ».

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

Задача 511. В трапеции ABCD с боковыми сторонами AB и CD диагонали пересекаются в точке O. а) Сравните площади треугольников ABD и ACD; б) Сравните площади треугольников ABO и CDO; в) Докажите, что выполняется равенство $OA \cdot OB = OC \cdot OD$.

1) Чтение условия задачи.

На данном этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – трапеция.
- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – AB, DC – боковые стороны, O – точка пересечения диагоналей.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 13.

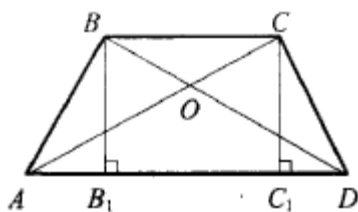


Рисунок 13 – Чертеж к задаче №511

На этом этапе формируется универсальное учебное действие – умение представления информации в виде графиков.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: ABCD - трапеция, O – точка пересечения AC и BD

Сравнить: 1) S_{ABD} и S_{ACD} , 2) S_{ABO} и S_{CDO}

3) Доказать: $AO \cdot OB = OC \cdot OD$

На этом этапе формируется универсальное учебное действие – умение характеризовать части этого объекта.

4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий, разработанная самими обучающимися:

- Рассмотрим S_{ABC} и S_{ACD}

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} AD \cdot BB_1, S_{ACD} = \frac{1}{2} AD \cdot CC_1, BB_1 = CC_1 \Rightarrow$$

$$S_{ABD} = S_{ACD}$$

- Рассмотрим S_{ABO} и S_{CDO}

$$S_{ABO} = S_{ABD} - S_{AOD}, S_{CDO} = S_{ACD} - S_{AOD} \Rightarrow$$

$$S_{ABO} = S_{CDO}$$

- Рассмотрим S_{ABO} и S_{CDO}

$$\angle BOA = \angle COD \text{ (вертикальные)} \Rightarrow \frac{S_{ABO}}{S_{CDO}} = \frac{BO \cdot OD}{CO \cdot OD} \Rightarrow 1 = \frac{BO \cdot OD}{CO \cdot OD}$$

$$\Rightarrow AO*OB=OC*OD$$

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение устанавливать связи между объектами и умение достраивать недостающие элементы совокупности.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

б) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ».

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

Задача 512*. Основания трапеции равны a и b . Отрезок с концами на боковых сторонах трапеции, параллельный основаниям, разделяет трапецию на две равновеликие трапеции. Найдите длину этого отрезка.

1) Чтение условия задачи.

На этом этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – трапеция.
- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – AB , DC – боковые стороны, O – точка пересечения диагоналей.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 14.

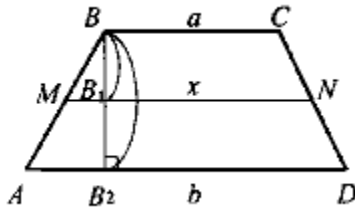


Рисунок 14 – Чертеж к задаче №512*

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: ABCD - трапеция, BC=a, AD=b, MN \parallel AD, $S_{AMND} = S_{MBCN}$

Найти: MN

На этом этапе у обучающихся формируются универсальные учебные действия - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений; умение располагать части в определенной последовательности.

4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий, разработанная самими обучающимися:

Пусть $MN = x$ см, тогда

$$1) S_{AMND} = \frac{1}{2} (b+x)(h-h_1) = \frac{1}{2} (x+a)h_1, \text{ т.е.}$$

$$(h-h_1)(b+x) = (x+a)h_1; h(b+x) = (a+b+2x)h_1;$$

$$2) S_{ABCD} = S_{AMND} + S_{MBCN}, \text{ т.е. } \frac{1}{2} (a+b) \cdot h = (b+x)(h-h_1) + \frac{1}{2} (x+a)h_1$$

$$\text{или } (a+b) \cdot h = (b+x)h + (a-b)h_1; (a-x)h = (a-b)h_1.$$

3) Имеем систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} (b+x) \cdot h = (a+b+2x) \cdot h_1; \\ (a-x) \cdot h = (a-b) \cdot h_1 \end{cases}$$

$$(a-x)(a+b+2x) = (b+x)(a-x);$$

$$a^2 + ab + 2ax - ax - bx - 2x^2 = ab + ax - b^2 - bx, a^2 - 2x^2 + b^2 = 0;$$

$$2x^2 = a^2 + b^2 = 0; \text{ т.е. } x^2 = \frac{a^2 + b^2}{2}, \text{ а } x = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение устанавливать связи между объектами; умение объединять элементы по заданному основанию и умение преобразовать целое по другому основанию.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности; умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

6) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ». Обучающиеся записывают.

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

Задача 514. Площадь ромба равна 540 см^2 , а одна из его диагоналей равна $4,5$ дм. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей до стороны ромба.

1) Чтение условия задачи.

На этом этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – ромб.
- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – площадь ромба и одна диагональ.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 15.

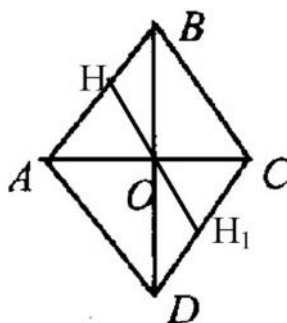


Рисунок 15 – Чертеж к задаче №514

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: ABCD - ромб, $S_{ABCD}=540 \text{ см}^2$, $AC=4,5 \text{ дм} = 45 \text{ см}$, $AB \perp OH$

Найти: OH

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий, разработанная самими обучающимися:

- Площадь ромба $S_{ABCD} = 540 \text{ см}^2 = \frac{1}{2} AC * BD$

$$BD = 24 \text{ см}$$

- Рассмотрим $\triangle AOB$

$$S_{ABO} = \frac{1}{2} AO * BO = \frac{1}{2} AB * OH$$

$$AO = 45 : 2 = 22,5 \text{ см}; BO = 12 \text{ см};$$

- По теореме Пифагора $AB^2 = AO^2 + BO^2$

$$AB^2 = 22,5^2 + 12^2$$

$$AB^2 = 650,25$$

$$AB = 25,5$$

- $\frac{1}{2} 22,5 * 12 = \frac{1}{2} 25,5 * OH$

$$OH = 10\frac{10}{17} \text{ см}$$

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение устанавливать связи между объектами.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

б) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ».

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

Задача 516. В треугольнике ABC $BC = 34$ см. Перпендикуляр MN, проведённый из середины BC к прямой AC, делит сторону AC на отрезки $AN = 25$ см и $NC = 15$ см. Найдите площадь треугольника ABC.

1) Чтение условия задачи.

На этом этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – треугольник.
- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – сторона, перпендикуляр, отрезки, на которые поделена другая сторона.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 16.

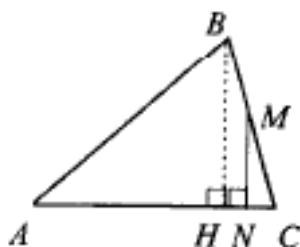


Рисунок 16 – Чертеж к задаче №516

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение характеризовать части этого объекта.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: $\triangle ABD$, BH - высота, $BC=34$ см, $BM=MC$, $AN=25$ см, $NC=15$ см,

$MN \perp AC$.

Найти: S_{ABC}

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий, разработанная самими обучающимися:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC * BH$$

$$AC = AN + NC = 15 + 25 = 40 \text{ см}$$

$MN \perp AC, BH \perp AC, BM = MC \Rightarrow$ По теореме Фалеса $HN = NC = 15 \text{ см}$

Рассмотрим $\triangle BHC$

$$HC = 15 + 15 = 30 \text{ см}$$

$\triangle BHC$ – прямоугольный \Rightarrow По теореме Пифагора

$$BC^2 = BH^2 + HC^2$$

$$1156 = BH^2 + 900$$

$$BH^2 = 256$$

$$BH = 16 \text{ см}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} 40 * 16 = 320 \text{ см}^2$$

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

б) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ». Обучающиеся записывают.

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

Задача 517. Найдите площадь четырёхугольника ABCD, в котором $AB = 5 \text{ см}, BC = 13 \text{ см}, CD = 9 \text{ см}, DA = 15 \text{ см}, AC = 12 \text{ см}$.

1) Чтение условия задачи.

На этом этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – четырехугольник.
- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – четыре стороны и диагональ.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 17.

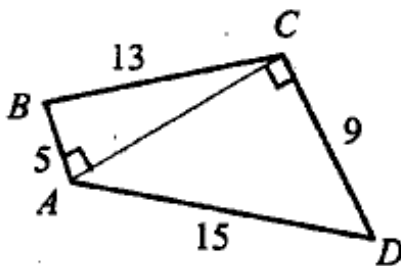


Рисунок 17 – Чертеж к задаче №517

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение характеризовать части этого объекта.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: ABCD, AB=5 см, BC=13 см, CD=9 см, DA=15 см, AC=12 см.

Найти: S_{ABCD}

На этом этапе у обучающихся формируются универсальные учебные действия - умение располагать части в определенной последовательности и умение характеризовать части этого объекта.

4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий, разработанная самими обучающимися:

- $S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ADC}$
- Рассмотрим $\triangle ABC$
- Проверим по теореме, обратной т. Пифагора

$$BC^2 = BA^2 + AC^2$$

$$169=25+144 \Rightarrow \triangle ABC - \text{прямоугольный}$$

- $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC * CD = 30 \text{ см}^2$
- Рассмотрим $\triangle ADC$
- Проверим по теореме, обратной т. Пифагора

$$AD^2 = CD^2 + AC^2$$

$$225=81+144 \Rightarrow \triangle ADC - \text{прямоугольный}$$

$$S_{ADC} = \frac{1}{2} AC * BA = 54 \text{ см}^2$$

- $S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ADC} = 30 + 54 = 84 \text{ см}^2$

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

б) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ». Обучающиеся записывают.

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

Задача 518. Найдите площадь равнобедренной трапеции, если: а) её меньшее основание равно 18 см, высота — 9 см и острый угол равен 45° ; б) её основания равны 16 см и 30 см, а диагонали взаимно перпендикулярны.

518a

1) Чтение условия задачи.

На этом этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – равнобедренная трапеция.
- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – меньшее основание, высота, угол при большем основании.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 18.

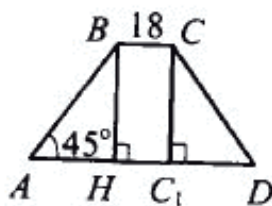


Рисунок 18 – Чертеж к задаче №518a

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: ABCD – равнобедренная трапеция, AC=18 см, BH – высота, BH = 9 см, $\angle A=45^\circ$.

Найти: S_{ABCD}

На этом этапе у обучающихся формируются универсальные учебные действия - умение располагать части в определенной последовательности и умение характеризовать части этого объекта.

4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий, разработанная самими обучающимися:

- $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(BC + AD)BH$
- Рассмотрим $\triangle ABH$ – прямоугольный
 $\angle A = 45^\circ \Rightarrow \angle ABH = 45^\circ \Rightarrow AH = BH = 9 \text{ см}$
- $AD = 9 + 18 + 9 = 36 \text{ см}$
- $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(18 + 36)9 = 243 \text{ см}^2$

На данном этапе формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

б) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ». Обучающиеся записывают.

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

518б

1) Чтение условия задачи. На данном этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – равнобедренная трапеция.
- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – меньшее основание, высота, угол при большем основании.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 19.

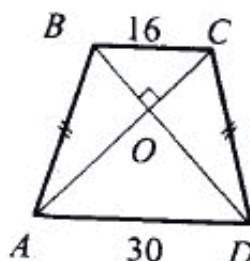


Рисунок 19 – Чертеж к задаче №5186

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: ABCD – равнобедренная трапеция, AB=16 см, AD=30 см, AC⊥BD.

Найти: S_{ABCD}

На этом этапе у обучающихся формируются универсальные учебные действия - умение располагать части в определенной последовательности и умение характеризовать части этого объекта.

4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий, разработанная самими обучающимися:

- Если в четырехугольнике диагонали перпендикулярны, то площадь равна половине произведения диагоналей $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC * BD$

1) ABCD – равнобедр., значит, $BD = AC$ и $OD = AO$; $BO = OC$;
из $\triangle BOC$: $BO^2 + OC^2 = 16^2$; $2x^2 = 256$; $x = 8\sqrt{2}$, где $x = BO = OC$;
в $\triangle AOD$: $AO^2 + OD^2 = AD^2$; $2y^2 = 900$; $y = 15\sqrt{2}$, где $y = AO = OD$;
 $AC = AO + OC = 8\sqrt{2} + 15\sqrt{2} = 23\sqrt{2}$;

$$2) S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD, \text{ т.е. } S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 23\sqrt{2} \cdot 23\sqrt{2} = 529 \text{ см}^2.$$

На данном этапе формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

б) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ».

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

Задача 519. Найдите площадь равнобедренной трапеции, у которой высота равна h , а диагонали взаимно перпендикулярны.

1) Чтение условия задачи.

На этом этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – равнобедренная трапеция.
- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – высота, перпендикулярные диагонали.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 20.

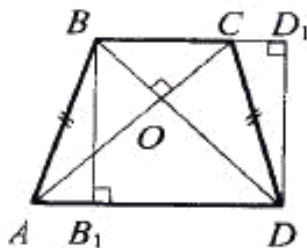


Рисунок 20 – Чертеж к задаче №519

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: ABCD – трапеция, $BB_1=h$, $BD \perp AC$, $BB_1 \perp AD$.

Найти: S_{ABCD}

На данном этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности; умение характеризовать части этого объекта.

4) Составление цепочки действий. Предполагаемая цепочка действий, разработанная самими обучающимися:

1) Проведем: $DD_1 \perp BC$, имеем BB_1DD_1 – прямоугольник;
 $S_{B_1BD_1} = S_{ABCD}$ (т.к. $S_{\triangle ABB_1} = S_{\triangle CDD_1}$, S_{B_1BCD} - общая).

2) Надо доказать, что BB_1DD_1 – квадрат,
 т.к. ABCD – параллелограмм, то $AC = B_1D_1$;
 из $BD \perp AC$, $AC \parallel B_1D_1$ следует, что $BD \perp B_1D_1$, $BD = B_1D_1$,
 но т.к. четырехугольник, диагонали которого равны, перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам – квадрат, то
 $BB_1 = B_1D_1 = DD_1 = BD = h$; $S_{B_1BD_1} = S_{ABCD} = h^2$.

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

б) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ». Обучающиеся записывают, как

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

ВЫВОДЫ К ГЛАВЕ 1

В первой главе определено понятие познавательных универсальных учебных действий, как сложные формы опосредствования познавательной деятельности; переработка и структурирование информации (работа с текстом, смысловое чтение); формирование элементов комбинаторного мышления как одного из компонентов гипотетико-дедуктивного интеллекта; работа с научными понятиями и освоение общего приёма доказательства как компонента воспитания логического мышления. Выделили их виды, функции и пооперационный состав.

Рассмотрены этапы решения геометрических задач. За основу взяты этапы решения геометрических задач, представленные Е. С. Полат: 1) чтение условия задачи; 2) выполнение чертежа с буквенными обозначениями; 3) краткая запись условия задачи; 4) составление цепочки действий; 5) запись решения задачи; 6) запись ответа. Определены возможности геометрических задач для формирования у обучающихся познавательных универсальных учебных действий.

Произведено соотнесение компонентов познавательных универсальных действий с этапами решения геометрических задач.

По результатам соотнесения сделан вывод о том, что на каждом этапе решения геометрических задач у обучающихся формируются познавательные универсальные учебные действия.

Приведены примеры поэтапного решения задач из учебника «Геометрия 7-9» Л.С. Атанасяна и др., на которых видно какие ПУУД можно формировать с помощью решения той или иной геометрической задачи.

ГЛАВА 2 МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ СРЕДСТВАМИ РЕШЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

2.1 Методика формирования познавательных универсальных учебных действий при решении геометрических задач

Изучив теоретические основы, проиллюстрируем алгоритм работы с геометрическими задачами на конкретных примерах с описанием ПУУД, формирование которых происходит на каждом из этапов.

Задача 513. Диагонали ромба равны 18 м и 24 м. Найдите периметр ромба и расстояние между параллельными сторонами.

1) Чтение условия задачи. На данном этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – ромб.
- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – диагонали.
- Что нужно найти? Предполагаемый ответ - периметр ромба и расстояние между параллельными сторонами.
- Каким элементом будет являться расстояние между параллельными сторонами? Предполагаемый ответ: высота.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 21.

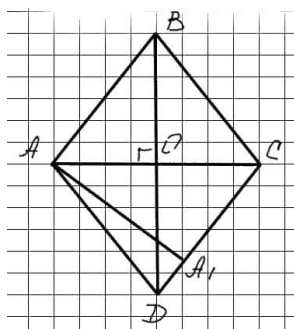


Рисунок 21 – Чертеж к задаче №513

Обучающиеся строят ромб, проводят в нем диагонали и высоту и обозначают все элементы буквами.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

- Какая фигура нам дана? Предполагаемый ответ – Ромб ABCD
- Что мы про нее знаем? Предполагаемый ответ – $AB=BC=CD=AD$; AC, BD – диагонали, $AC=18$ м, $BD=24$ м, $AC \perp BD$
- Что нам нужно найти? Предполагаемый ответ – периметр ромба и высоту AA_1 .

Предполагаемая краткая запись:

Дано: ABCD - ромб, $AC=18$ м, $BD=24$ м, $AC \perp BD$

Найти: P_{ABCD} , AA_1

На этом этапе у обучающихся формируются универсальные учебные действия - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений, умение располагать части в определенной последовательности и умение характеризовать части этого объекта.

4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий:

- Как найти периметр ромба? Предполагаемый ответ – Все стороны сложить, а у ромба все стороны равны, поэтому $P_{ABCD} = 4 * AB$.

- Как найти сторону АВ? Предполагаемый ответ – из прямоугольного треугольника АВО по теореме Пифагора. $AB^2 = AO^2 + BO^2$
- Как найти все другие стороны в $\triangle ABO$? Предполагаемый ответ – они равны половинам диагоналей, так как диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам. $AO = \frac{AC}{2} = 9$ м, $BO = \frac{BD}{2} = 12$ м.
- Как найти высоту ромба? Предполагаемый ответ – выразить из площади ромба.
- Как найти площадь ромба, если мы не знаем высоту? Предполагаемый ответ – использовать формулу нахождения площади через диагонали $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC * BD$.

На данном этапе формируются универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

Предполагаемая запись решения:

$$P_{ABCD} = 4 * AB.$$

Рассмотрим $\triangle ABO$

$$AB^2 = AO^2 + BO^2$$

$$AB^2 = \left(\frac{AC}{2}\right)^2 + \left(\frac{BD}{2}\right)^2$$

$$AB^2 = \left(\frac{18}{2}\right)^2 + \left(\frac{24}{2}\right)^2$$

$$AB^2 = 225$$

$$AB = 15 \text{ м}$$

$$P_{ABCD} = 4 * AB = 4 * 15 = 60 \text{ м}$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC * BD = AA_1 * CD$$

$$\frac{1}{2} 18 * 24 = AA_1 * 15$$

$$AA_1 = 14,4 \text{ м}$$

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

б) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ». Обучающиеся записывают.

Предполагаемая запись ответа: $P_{ABCD} = 60$ м; $AA_1 = 14,4$ м

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

Задача 515. Найдите площадь равнобедренного треугольника, если:
а) боковая сторона равна 20 см, а угол при основании равен 30° ; б) высота, проведённая к боковой стороне, равна 6 см и образует с основанием угол в 45° .

515а

1) Чтение условия задачи.

На этом этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – равнобедренный треугольник.
- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – боковая сторона и угол при основании.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение разделять объект на части.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 22.

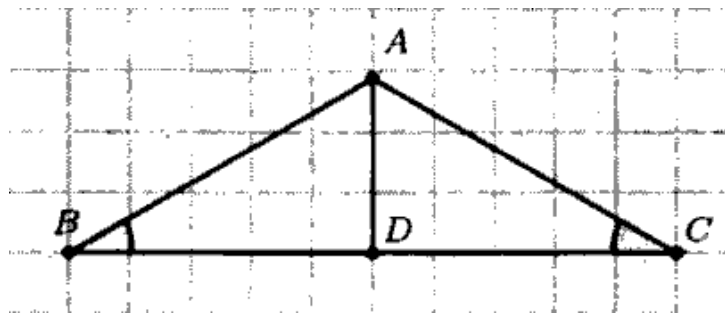


Рисунок 22 – Чертеж к задаче №515а

Обучающиеся строят равнобедренный треугольник и обозначают все элементы буквами.

На этом этапе у обучающихся формируется такое умение, универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

- Какая фигура нам дана? Предполагаемый ответ – треугольник ABC
- Что мы про нее знаем? Предполагаемый ответ – боковые стороны равны $AB=AC=20$ см, углы при основании равны $\angle B=\angle C=30^\circ$
- Что нам нужно найти? Предполагаемый ответ – площадь ABC.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: $\triangle ABC$, $AB=AC=20$ см, $\angle B=\angle C=30^\circ$

Найти: S_{ABC}

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий, разработанная самими обучающимися:

- Как найти площадь треугольника? Предполагаемый ответ - $S_{ABC}=\frac{1}{2}AD * BC$

- Как найти сторону AD ? Предполагаемый ответ – из прямоугольного треугольника ADB , катет, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы $AD = \frac{1}{2}AB = 10$ см.
- Как найти сторону BC ? Предполагаемый ответ – из суммы равных отрезков BD и DC , так как AD – высота равнобедренного треугольника, значит AD – медиана этого треугольника.

- Как найти отрезки BD и DC ? Предполагаемый ответ - по теореме Пифагора из прямоугольного треугольника ADB

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$

$$400 = 100 + BD^2$$

$$BD^2 = 300$$

$$BD = 10\sqrt{3}$$

- Найдем сторону $BC = 2BD = 20\sqrt{3}$ см

- $S_{ABC} = \frac{1}{2} 10 * 20\sqrt{3} = 100\sqrt{3}$ см²

На этом этапе формируются универсальные учебные действия - умение устанавливать связи между объектами и умение достраивать недостающие элементы совокупности.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

Предполагаемая запись решения:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AD * BC$$

Рассмотрим $\triangle ADB$: $AD = \frac{1}{2}AB = 10$ см (катет, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы)

По теореме Пифагора

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$

$$400 = 100 + BD^2$$

$$BD^2 = 300$$

$$BD=10\sqrt{3}$$

$$BC=2BD=20\sqrt{3} \text{ см}$$

$$S_{ABC}=\frac{1}{2} 10 * 20\sqrt{3} = 100\sqrt{3} \text{ см}^2$$

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

б) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ».

Предполагаемая запись ответа:

$$S_{ABC}=100\sqrt{3} \text{ см}^2$$

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

5156

1) Чтение условия задачи. На данном этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – равнобедренный треугольник.
- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – высота, проведенная к боковой стороне, и угол между высотой и основанием.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 23.

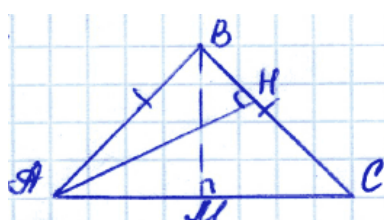


Рисунок 23 – Чертеж к задаче №5156

Обучающиеся строят равнобедренный треугольник, проводят в нем высоту к катету и обозначают все элементы буквами.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: $\triangle ABC$, $AN=6$ см, $\angle HAC=45^\circ$

Найти: S_{ABC}

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

4) Составление цепочки действий.

Предполагаемая цепочка действий, разработанная самими обучающимися:

- Площадь треугольника: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AD * BC$

- Рассмотрим $\triangle ANC$

$$\angle ANC=90^\circ, \angle HAC=45^\circ \Rightarrow \angle HCA=45^\circ$$

- $\triangle ABC$ – равнобедренный $\Rightarrow \angle BAC=45^\circ \Rightarrow \angle HAC=\angle BAC$

$$\Rightarrow \triangle ABC \text{ – прямоугольный с катетами } AB = BC = 6 \text{ см}$$

- $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB * AC = \frac{1}{2} 6 * 6 = 18 \text{ см}^2$

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

5) Запись решения.

Обучающиеся записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

Предполагаемая запись решения:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AD * BC$$

Рассмотрим $\triangle ANC$: $\angle ANC=90^\circ, \angle HAC=45^\circ \Rightarrow \angle HCA=45^\circ$

$\triangle ABC$ – равнобедренный $\Rightarrow \angle BAC = 45^\circ \Rightarrow \angle HAC = \angle BAC$

$\Rightarrow \triangle ABC$ – прямоугольный с катетами $AB = BC = 6$ см

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB * AC = \frac{1}{2} 6 * 6 = 18 \text{ см}^2$$

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

б) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ».

Предполагаемая запись ответа - 18 см^2 .

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

Задача 520. Диагонали равнобедренной трапеции взаимно перпендикулярны, а сумма оснований равна $2a$. Найдите площадь трапеции.

1) Чтение условия задачи.

На этом этапе обучающимся дается задание «прочитать условие задачи и ответить на вопросы»:

- Какие фигуры даны в условии задачи? Предполагаемый ответ – равнобедренная трапеция.
- Какие элементы нам известны в данной фигуре? Предполагаемый ответ – сумма оснований, перпендикулярные диагонали.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

2) Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.

Обучающиеся делают чертёж в соответствии с условием задачи.

Предполагаемый чертёж представлен на рисунке 24.

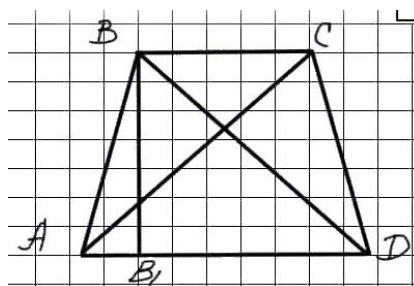


Рисунок 24 – Чертеж к задаче №520

Обучающиеся строят трапецию, проводят в нем диагонали и высоту и обозначают все элементы буквами.

На этом этапе у обучающихся формируется универсальное учебное действие - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений.

3) Краткая запись условия задачи.

Обучающиеся составляют и записывают краткую запись.

- Какая фигура нам дана? Предполагаемый ответ – равнобедренная трапеция.
- Что нам известно об этой фигуре? Предполагаемый ответ – сумма оснований равна $2a$, боковые стороны равны, диагонали перпендикулярны.
- Что нужно найти? Предполагаемый ответ – площадь трапеции.

Предполагаемая краткая запись:

Дано: $ABCD$ – трапеция, $AB=CD$, $BD \perp AC$, $AD+BC=2a$.

Найти: S_{ABCD}

На этом этапе у обучающихся формируются универсальные учебные действия - умение располагать части в определенной последовательности и умение характеризовать части этого объекта.

4) Составление цепочки действий.

- Как можно найти площадь трапеции? Предполагаемый ответ – Площадь трапеции равна половине суммы оснований, умноженной на высоту.

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(BC + AD)BB_1$$

- Есть другие способы нахождения площади трапеции? Предполагаемый ответ - или высота в квадрате (если диагонали перпендикулярны в равнобедренной трапеции). $S_{ABCD} = h^2 = BB_1^2$
- Нам неизвестна высота. Как найдем площадь? Предполагаемый ответ – нужно приравнять формулы нахождения площадей и найти высоту, а затем уже площадь.

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение устанавливать связи между объектами.

5) Запись решения.

Обучающие записывают решение в соответствии с проведёнными рассуждениями на предыдущем этапе решения задачи.

Предполагаемая запись решения:

$$S_{ABCD} = h^2 = BB_1^2$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(BC + AD)BB_1$$

$$BB_1^2 = \frac{1}{2}(BC + AD)BB_1$$

$$BB_1^2 = \frac{1}{2}2a * BB_1$$

$$BB_1^2 = a * BB_1$$

$$BB_1 = a$$

$$S_{ABCD} = a^2$$

На этом этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

б) Запись ответа.

Обучающимся даётся задание «записать ответ». Обучающиеся записывают. Предполагаемая запись ответа - a^2

На последнем этапе формируется универсальное учебное действие - умение располагать части в определенной последовательности.

2.2 Оценка эффективности разработанной методики формирования познавательных универсальных учебных действий

Проведена работа по проблеме «Формирование познавательных УУД в процессе решения геометрических задач»: на подготовительном этапе эксперимента разработаны диагностический инструментарий для оценки уровня сформированности ПУУД по геометрии (две контрольные работы) и конспекты уроков для урочных занятий для обучающихся 8 класса, на формирующем этапе организован образовательный процесс, на констатирующем этапе – проведена диагностическая работа по оценке ПУУД обучающихся 8 класса и проанализированы результаты формирующего эксперимента.

С целью проверки уровня сформированности познавательных УУД до и после эксперимента проведены две контрольные работы. Первая контрольная работа проведена в октябре 2021 года, вторая контрольная работа проведена в декабре 2021 года. Контрольные работы направлены на проверку не только знаний по геометрии, но и на оценку уровня развития познавательных универсальных учебных действий.

На подготовительном этапе проведена контрольная работа по теме «Многоугольники» и представлена в таблице 3. Будем считать, что контрольная работа состоит из 5 заданий, так как третье задание представлено двумя буквами. Контрольная работа рассчитана на 45 минут.

Таблица 3 - Контрольная работа по теме «Многоугольники»

Задание	Проверяемые умения
1. В четырехугольнике $KLMN$ $KL=MN$, $LM=KN$, $\angle L=30^\circ$. На стороне LM взята точка F так, что $\angle MNF=60^\circ$. Докажите, что четырехугольник $KLFN$ является прямоугольной трапецией	<ul style="list-style-type: none">• Умение устанавливать связи между объектами;• умение определять исходные условия по заданным логическим суждениям;• умение определять условия по заданным исходным данным и конечному результату.• умение достраивать недостающие элементы совокупности;
2. Постройте квадрат по его периметру	
3. На сторонах AB , BC , CD , AD ромба $ABCD$ взяты точки P , K , H , M соответственно. Каждая из прямых PM , KN , PK параллельна одной из осей симметрии ромба. Диагональ AC	

пересекает отрезок РМ в точке Е, а отрезок КН - в точке Т. а) Докажите, что диагонали четырехугольника ЕРКТ равны. б) Определите вид выпуклого четырехугольника МРКН	<ul style="list-style-type: none"> • умение располагать части в определенной последовательности
4. В параллелограмме ABCD известно, что $\angle A=60^\circ$, $AB=10$, $AD=16$. Найдите расстояние от вершин В и D до биссектрисы $\angle BCD$	

На констатирующем этапе проведена диагностическая контрольная работа по теме «Площадь многоугольника» и представлена в таблице 4. Контрольная работа состоит из 5 заданий и рассчитана на 45 минут.

Таблица 4 - Контрольная работа по теме «Площадь многоугольника»

Задание	Проверяемые УУД
1. Дан треугольник KLM. На стороне KM отмечена точка F так, что $KF=6$ см, $FM=9$ см. Найдите площади треугольников KLF и LMF, если $KL=13$ см, $LM=14$ см	<ul style="list-style-type: none"> • Умение устанавливать связи между объектами; • умение разделять объект на части; • умение определять исходные условия по заданным логическим суждениям; • умение определять условия по заданным исходным данным и конечному результату.
2. На стороне KN параллелограмма KLMN взята точка C так, что $KC=4$ см, $CN=5$ см, $LC=12$ см, $LN=13$ см. Найдите площадь параллелограмма	

Продолжение таблицы 4

3. В остроугольном треугольнике XYZ проведены высоты XH и ZM, $ZM = 12$ см, $YM = 9$ см, $XH = 10$ см. Найдите XZ	<ul style="list-style-type: none"> • умение достраивать недостающие элементы совокупности; • умение располагать части в определенной последовательности
4. В равнобедренной трапеции EFGJ EJFG, $\angle E=30^\circ$, $FH=1$ см, $FG=2\sqrt{3}$ см. Найдите площадь треугольника HLJ, если L - середина FJ	
5. В выпуклом четырехугольнике ABCD проведены диагонали AC и BD. Площади треугольников ABD, ACD и BCD. Докажите, что четырехугольник ABCD является параллелограммом	

Оценочная шкала контрольных работ приведена в таблице 5.

Таблица 5 - Оценочная шкала

Уровень	Количество баллов
Низкий	0-1
Средний	2-3
Высокий	4-5

Качественным уровнем успеваемости будем понимать показатель, зависящий от количества учащихся, достигших «средний» и «высших» уровни сформированности навыков и умений познавательных УУД.

Результаты проведенных контрольных работ в 8 классе в октябре и декабре 2021 года рассмотрим в таблице 6.

Таблица 6 - Результаты контрольных работ №1 и №2

№ п/п	ФИ	№ 1 (1)	№ 2 (2)	№ 3 а (3)	№ 3 б (4)	№ 4 (5)	Итого
1	2	3	4	5	6	7	8
1	АР	1 (1)	0 (1)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	1 (1)
2	БВ	1 (1)	1 (1)	1 (1)	0 (1)	0 (0)	3 (4)
3	БА	1 (1)	1 (1)	1 (1)	1 (1)	1 (1)	5 (5)
4	ВП	1 (1)	1 (1)	0 (1)	1 (1)	0 (0)	3 (4)
5	ВН	0 (1)	0 (0)	1 (1)	0 (0)	0 (0)	1 (1)
6	ГЯ	0 (1)	0 (0)	0 (1)	0 (0)	0 (0)	0 (2)
7	ГЕ	1 (1)	1 (1)	1 (1)	0 (1)	1 (1)	4 (5)
8	ГД	1 (1)	1 (1)	1 (1)	0 (1)	0 (1)	3 (5)
9	ДЯ	1 (1)	1 (1)	1 (1)	0 (1)	1 (1)	4 (5)
10	НН	1 (1)	1 (1)	1 (1)	1 (1)	1 (1)	5 (5)
11	НЛ	0 (1)	1 (1)	1 (1)	0 (0)	1 (0)	3 (3)
12	НЭ	1 (1)	0 (1)	1 (1)	1 (1)	0 (0)	3 (4)
13	НЭ	1 (1)	0 (1)	1 (1)	1 (1)	0 (0)	3 (4)
14	НР	1 (1)	0 (0)	1 (1)	0 (1)	0 (0)	2 (3)
15	УМ	1 (1)	1 (1)	0 (1)	0 (1)	1 (1)	3 (5)

Продолжение таблицы 5

1	2	3	4	5	6	7	8
16	УГ	1 (1)	1 (1)	1 (1)	0 (1)	0 (0)	3 (4)
17	УМ	1 (1)	0 (1)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	1 (2)
18	ФР	1 (1)	0 (1)	0 (1)	1 (1)	1 (1)	3 (5)
19	ФМ	1 (1)	1 (1)	1 (1)	1 (1)	0 (1)	4 (5)
20	ША	1 (1)	1 (1)	0 (1)	0 (0)	0 (1)	2 (4)
Кол-во выполненных заданий		17 (20)	12 (17)	13 (18)	7 (14)	7 (9)	
% выполнения		85 (100)	60 (85)	65 (90)	35 (70)	35 (45)	

Проверим нашу гипотезу, используя математическую статистику. Для этого воспользуемся U-критерием Манна-Уитни. Сформулируем гипотезы H_0 и H_1 .

Гипотеза H_0 : уровень сформированности ПУУД у обучающихся не изменится после проведенного эксперимента.

Гипотеза H_1 : уровень сформированности ПУУД у обучающихся повысится после проведенного эксперимента.

Таблица 7 – Количество выполненных заданий

	Результаты первой контрольной работы	Результаты второй контрольной работы
1	1	1
2	3	4
3	5	5
4	3	4
5	1	1
6	0	2
7	4	5
8	3	5
9	4	5
10	5	5
11	3	3
12	3	4
13	3	4
14	2	3
15	3	5
16	3	4
17	1	2
18	3	5
19	4	5
20	2	4

U-критерий Манна-Уитни равен 113.

Критическое значение U-критерий Манна-Уитни при заданной численности сравниваемых результатов составляет 127.

$113 \leq 127$, следовательно различия уровня признака в сравниваемых работах статистически значимы ($p < 0,05$).

Гипотеза исследования, что формирование ПУУД в процессе решения геометрических задач будет эффективным, если организовать выполнение обучающимися на каждом этапе решения соответствующих ему познавательных универсальных учебных действий, подтвердилась.

ВЫВОД К ГЛАВЕ 2

Во второй главе описана методика формирования ПУУД и приведены примеры задач, использованных в работе с обучающимися. Подробно описаны этапы решения задач, а также познавательные

универсальные учебные действия, формируемые при работе с каждым этапом решения геометрических задач.

Описаны результаты экспериментальной работы, проведенной на базе МОУ «Коротановская ООШ». Проведена работа по проблеме «Формирование познавательных УУД в процессе решения геометрических задач»: на подготовительном этапе эксперимента разработаны диагностический инструментарий для оценки уровня сформированности ПУУД по геометрии (две контрольные работы) и конспекты уроков для урочных занятий для обучающихся 8 класса, на формирующем этапе организован образовательный процесс, на констатирующем этапе – проведена диагностическая работа по оценке ПУУД обучающихся 8 класса и проанализированы результаты формирующего эксперимента.

Проверка гипотезы осуществлялась с помощью критерия Манна-Уитни. Гипотеза подтвердилась.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В своей работе познавательные универсальные учебные действия поняли как сложные формы опосредствования познавательной деятельности; переработка и структурирование информации (работа с текстом, смысловое чтение); формирование элементов комбинаторного мышления как одного из компонентов гипотетико-дедуктивного интеллекта; работа с научными понятиями и освоение общего приёма доказательства как компонента воспитания логического мышления.

В настоящее время занятие математикой является не только атрибутом социокультурного развития человека, но и важным фактором профессионального успеха. Изменения общественных, культурных условий находят своё отражение в учебно-воспитательном процессе, что предполагает формирование личности, способной неординарно мыслить, творчески решать поставленные задачи.

Рассмотренная нами проблема использования геометрических задач как одного из средств формирования у обучающихся познавательных универсальных учебных действий имеет прямое отношение к описанным выше требованиям.

В работе была поставлена цель: разработать и теоретически обосновать методику формирования ПУУД в процессе обучения математике при решении геометрических задач, и опытно-экспериментальным путем проверить ее результативность.

Для реализации поставленной цели и проверки гипотезы исследования решены следующие **задачи**:

1. выявлен перечень ПУУД, формируемых в процессе решения геометрических задач:

- умение устанавливать связи между объектами;
- умение получить информацию из представленного графика, диаграммы, схемы;

- умение выделять признаки объекта по определенному критерию;
 - умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений;
 - умение располагать части в определенной последовательности;
 - умение характеризовать части этого объекта;
 - умение распределять элементы по заданному критерию;
 - умение определять исходные условия по заданным логическим суждениям;
 - умение достраивать недостающие элементы совокупности;
 - умение находить ошибки в решении;
 - умение решить задачу несколькими способами;
 - умение располагать части в определенной последовательности;
 - умение выделять основание объединения и объединять элементы по заданному основанию;
 - умение преобразовать целое по другому основанию;
2. проведен анализ учебника по математике в аспекте формирования ПУУД. Анализ показал, что формировать познавательные УУД можно на любых геометрических задачах, представленных в школьном учебнике;
 3. разработана методика формирования ПУУД обучающихся основной школы в процессе решения геометрических задач. Если выполнять все этапы решения задач, то будет полным и систематическим закрепление познавательных УУД;
 4. с помощью критерия Манна-Уитни экспериментально проверили эффективность методики формирования ПУУД в процессе решения геометрических задач.

Таким образом, все поставленные задачи решены, цель работы достигнута, гипотеза подтверждена.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Асмолов, А.Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли [Текст]: пособие для учителя / А.Г. Асмолова, Г.В. Бурменская, И.А. Володарская, О.А. Карабанова, С.В. Молчанов и др. - М.: Просвещение, 2010-159 с.
2. Боженкова, Л. И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении геометрии / Л. И. Боженкова - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015-208 с.
3. Ведерникова, Л.В., Поворознюк, О.А., Бардина, О.Г. Формирование социальной позиции педагога как механизма профилактики виктимности воспитанников / Л.В. Ведерникова, О.А. Поворознюк, О.Г. Бардина// Педагогическое образование и наука. - 2014. - № 3. С. 52-55.
4. Воровщиков, С.Г. Развитие универсальных учебных действий: внутришкольная система учебно-методического и управленческого сопровождения : монография / Е.В. Орлова; С.Г. Воровщиков .- М. : Издательство Прометей, 2012 .- 210 с.
5. Газейкина, А.И. Диагностика сформированности познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы / А.И. Газейкина, Ю.О. Казакова// Педагогическое образование в России. – 2016. - №7. - С. 161-168.
6. Геометрия. 7-9 классы / Атанасян, Л.С., Бутузов, В.Ф., Кадомцев, С.Б., Позняк, Э.Г., Юдина, И.И., Под ред. Кузнецовой, Л.В. - М.: Просвещение, 2019. - 384 с
7. Гусев, В. А. Каким должен быть курс школьной геометрии/В.А. Гусев //Математика в школе. - 2002. - № 3. - 4-8.
8. Заика, Е. В. Как научиться учиться легко [Текст]: методические рекомендации по психогигиене и развитию познавательных процессов/Е. В. Заика - Харьков: ХГУ, 1990 - 50 с.

9. Козлова, В.В. Фундаментальное ядро содержания общего образования / В.В. Козлова, А. М. Кондакова - М.: Просвещение, 2011- 79 с.
10. Крамор, В. С. Повторяем и систематизируем школьный курс геометрии/ В. С. Крамор.- М.: ООО «Издательство Оникс»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2008. - 4-е издание. - 336 с.
11. Лушников, И.Д. Формирование познавательных универсальных учебных действий в технологиях проектной и учебно-исследовательской деятельности обучающихся [Текст]: пособие для учителя /И.Д. Лушников, Е.Ю. Ногтева - Вологда: ВИРО, 2013 - 176 с.
12. Математическое образование: современное состояние и перспективы (к 80-летию со дня рождения профессора А.А. Столяра): Тезисы докладов международной конференции. - Могилёв: МГУ им. А.А.Кулешова, 1999.
13. Медведева, Н.В. Формирование и развитие УУД в общем образовании [Текст] / Н.В. Медведева // Школа плюс До и После. - 2014. - № 1. - С. 74-81.
14. Менчинская Н.А. Краткий обзор состояния проблемы неуспеваемости школьников[Текст] / Н.А. Менчинская. - М.: Педагогика, 2004. - 157 с.
15. Меренкова, О.Ю. Научно-исследовательская работа в школе [Текст]: в помощь учителю, классному руководителю. Методическое пособие / О.Ю. Меренкова - М.: УЦ Перспектива, 2011 - 48 с.
16. Об образовании в Российской Федерации. Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/.
17. Обухов, А.С. Развитие исследовательской деятельности учащихся [Текст] / А.С. Обухов - М.: Национальный книжный центр, 2015. - 280 с.
18. Основное общее образование: федеральный государственный образовательный стандарт: сборник нормативно-правовых материалов. — М.: Вентана-Граф, 2013. - 160 с.

19. Пахомова, Н.Ю. Метод учебного проекта в образовательном учреждении [Текст]: пособие для учителей и студентов педагогических вузов / Н.Ю. Пахомова - М.: АРКТИ, 2005 - 112 с.
20. Пахомова, Н.Ю. Обучение ученика целеполаганию: психологическое обоснование методики. Смыслы и цели образования: инновационный аспект [Текст] / Н.Ю. Пахомова // Сб. научных трудов / Под ред. А.В. Хуторского. - М.: Научно - внедренческое предприятие «ИНЭК», 2007. - С. 164-168.
21. Пойа Д. Как решать задачу [Текст] / Д. Пойа - М.: Госучпедиз, 1959 - 207 с.
22. Полат, Е.С. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования [Текст]: учеб. пособие для студентов вузов и системы повышения квалификации педагогических кадров. //Е.С. Полат. – М.: «Академия», 2001 - 66 с.
23. Степанова, М.В. Учебно-исследовательская деятельность школьников в профильном обучении [Текст]: учебно-методическое пособие для учителей / М.В. Степанова - СПб.: КАРО, 2006 - 96 с.
24. Стефанова, Н. Л. Методика и технология обучения математике [Текст]: пособие для вузов /Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой - М: Дрофа, 2005 – 416 с.
25. Федеральный государственный образовательный стандарт общего основного образования / М-во образования и науки Рос. Федерации. - М.: Просвещение, 2011. - 48 с
26. Фридман, Л.М. Психолого—педагогические основы обучения математике в школе /Л.М. Фридман - М.: Просвещение, 1983 - 213 с.
27. Фридман, Л.М. Как научиться решать задачи /Л.М. Фридман - М.: Просвещение, 1989. - 192 с.
28. Чуланова, Н. А. Нормативный контекст определения «познавательные универсальные учебные действия» / Чуланова Н.А., Черняева Т.Н. // Современные проблемы науки и образования. - 2014. - №6. - с. 179-186