



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Формирование универсальных учебных действий при изучении производной

Выпускная квалификационная работа
по направлению 44.03.05 Педагогическое образование

Направленность программы бакалавриата
«Математика. Экономика»

Проверка на объем заимствований:
53,18 % авторского текста

Работа Колесникова к защите
« 21 » марта 2018 г.
зав. кафедрой МиМОМ
Сухоиенко Суховиенко Е.А.

Выполнила:
Студентка группы ОФ-513/086-5-1
Кокарева Ирина Евгеньевна

Научный руководитель:
д.п.н., доцент
Суховиенко Елена Альбертовна

Челябинск

2018

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	3
Глава 1. Теоретические основы формирования универсальных учебных действий при изучении математики у старших школьников.....	6
1.1. Сущность универсальных учебных действий	6
1.2. Особенности формирования универсальных учебных действий на уроках математики.....	10
1.3. Методические особенности изучения темы «Производная».....	23
Глава 2. Формирование универсальных учебных действий на уроках математики при решении задач на производную.....	30
2.1. Анализ темы «Производная» с точки зрения формирования универсальных учебных действий.....	30
2.2. Планирование темы «Производная» с учётом универсальных учебных действий.....	39
2.3. Примеры формирования универсальных учебных действий на уроках по теме «Производная».....	47
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	77
Библиографический список.....	78

Введение

В современной школе математика считается одним из основных предметов с точки зрения ее вклада в развитие интеллекта обучающихся. Школьное математическое образование развивает не только навыки логического и алгоритмического мышления, но и формирует фантазию и проницательность. С помощью математики учащиеся вооружаются методами познания других предметов. Но, к сожалению, знания по математике у обучающихся не всегда отвечают требованиям к планируемым результатам обучения. Большинство школьников показывает невысокие результаты усвоения учебного материала, но даже высокие результаты обучения не дают никаких гарантий, что обучающийся станет высококвалифицированным специалистом, тем более сможет применять свои математические способности для решения практических задач.

В настоящее время обществу необходимы люди, способные самостоятельно учиться и постоянно менять спектр своих действий и умений в течение всей своей жизни, которые готовы к активным и целесообразным независимым действиям, и принятию ответственных решений.

В связи с этим в области образования ведутся поиски нового содержания и новых конфигураций обучения, формируются новые образовательные технологии, происходит переход на новые образовательные стандарты, развивающий потенциал которых обеспечивается системно-деятельностным подходом.

Установить цели образования, выразить требования к его результатам, которые в настоящее время выступают не только в виде предметных результатов, но и в виде метапредметных и личностных результатов, позволяют основные положения системно-деятельностного подхода. Данные результаты обучения рассматриваются как универсальные учебные действия, которыми обязаны владеть обучающиеся. Овладение универсальными учебными действиями ведет не только к успешному

освоению предметов, но и помогает успешно решать проблемы в реальной жизни.

Для того, чтобы обучающиеся могли успешно освоить универсальные учебные действия, нужно чтобы педагог владел значительной степенью подготовки, обладал большим резервом математических знаний, умел организовывать обучение таким образом, чтобы они смогли самостоятельно ставить вопросы, искать решение, применять разнообразные источники информации. Такая организация обучения приведет к успешному саморазвитию и самосовершенствованию обучающихся, тем самым формируя у них универсальные учебные действия.

Несмотря на признание в педагогической науке и практике значимости УУД для успешного обучения математике, систематической и целенаправленной работы по формированию и введению их в практику школьного обучения не приводилось.

Проанализировав ФГОС СОО, методическую и психолого-педагогическую литературу, а также понаблюдав за практическим опытом преподавателей, можно сделать вывод, что существует разногласие между потребностью в повышении эффективности обучения математике, необходимостью овладения обучающимися различными видами универсальных учебных действий и отсутствием в настоящее время соответствующей методики обучения математики в 10-11 классах. Потребность в разрешении выявленного противоречия обуславливает актуальность исследования и определяет его проблему.

Проблема исследования состоит в поиске путей формирования универсальных учебных действий на уроках математике при изучении производной.

Целью исследования является разработка методики формирования универсальных учебных действий на уроках математики при обучении теме «Производная» в 10-11 классах.

Объектом исследования является процесс обучения математике обучающихся 10-11 классов.

Предметом исследования является процесс формирования универсальных учебных действий при изучении производной.

В ходе исследования выдвинута следующая гипотеза: если выявить возможности темы «Производная» для формирования универсальных учебных действий, запланировать эти действия на каждом уроке по данной теме и стимулировать обучающихся к выполнению УУД, то повысится качество знаний обучающихся.

Для достижения поставленной цели и проверки выдвинутой гипотезы потребовалось решить следующие задачи:

- изучить психолого-педагогическую литературу и нормативные документы для выявления подходов к формированию универсальных учебных действий у учащихся 10-11 классов при обучении математике;
- выявить организации обучения математике в 10-11 классах, направленного на формирование универсальных учебных действий;
- сформулировать цели, выявить методы и формы обучения математике при изучении производной, направленного на формирование универсальных учебных действий;
- разработать методику формирования универсальных учебных действий при изучении темы «Производная», с помощью использования различных заданий по учебной программе.

Глава 1. Теоретические основы формирования универсальных учебных действий при изучении математики у старших школьников

1.1. Сущность универсальных учебных действий

Важной проблемой современной системы общего образования становится формирование универсальных учебных действий, обеспечивающих школьникам умение учиться, способность к саморазвитию и самосовершенствованию. Все без исключения достигается путем осознанного, интенсивного присвоения обучающимися социального опыта. При этом знания, умения и навыки рассматриваются как производные от соответствующих видов целенаправленных действий, т.е. они формируются, используются и сохраняются в близкой связи с активными действиями самих учащихся. Качество усвоения знаний обуславливается разнообразием и характером видов универсальных учебных действий.

В современном стандарте установлены требования к результатам освоения обучающимися основной образовательной программы:

личностные, содержащие стремление и способность обучающихся к саморазвитию и личностному самоопределению, сформированность их мотивации к обучению и целенаправленной познавательной деятельности, концепции важных социальных и межличностных отношений, ценностно-смысловых установок, отображающих личностные и гражданские позиции в деятельности, правосознание, экологическую культуру, способность ставить цели и строить жизненные планы, способность к осознанию российской гражданской идентичности в поликультурном социуме;

метапредметные, содержащие изученные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в познавательной и социальной практике, самостоятельность в планировании и осуществлении учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, способность к

построению индивидуальной образовательной траектории, владение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности;

предметные, содержащие изученные обучающимися в процессе изучения учебного предмета умения, характерные для данной предметной области, виды деятельности по получению нового знания в рамках учебного предмета, его преобразованию и использованию в учебных, учебно-проектных и социально-проектных ситуациях, формирование научного типа мышления, владение научной терминологией, основными суждениями, способами и приёмами. [12]

Универсальные учебные действия (УУД) — это обобщенные действия, раскрывающие возможность широкой ориентации обучающихся, как в различных предметных областях, так и в строении самой учебной деятельности, включая понимание обучающимися ее целевой ориентированности, ценностно-смысловых и операциональных характеристик. В широком значении термин «универсальные учебные действия» обозначает умение учиться, т. е. способность субъекта к саморазвитию и самосовершенствованию путём осознанного и активного присвоения нового социального опыта. Достижение умения учиться подразумевает полное осваивание обучающимися всех частей учебной деятельности, которые включают: познавательные и учебные мотивы, учебную цель, учебную задачу, учебные действия и операции (ориентировка, преобразование материала, контроль и оценка). Умение учиться — значительный фактор увеличения эффективности освоения обучающимися предметных знаний, развития умений и компетенций, образа мира и ценностно-смысловых оснований личностного морального выбора.

Функции универсальных учебных действий включают:

обеспечение способностей обучающегося без помощи других осуществлять деятельность учения, ставить учебные цели, находить и

применять необходимые средства и способы их достижения, контролировать и оценивать процесс и результаты деятельности;

создание условий с целью гармоничного формирования личности и её самореализации на основе готовности к постоянному образованию; обеспечение эффективного освоения знаний, развития умений, навыков и компетентностей в любой предметной области.

Универсальный характер учебных действий выражается в том, что они носят метапредметный характер; гарантируют целостность общекультурного, личностного и познавательного развития и саморазвития личности; обеспечивают преемственность всех ступеней образовательного процесса; лежат в основе организации и регуляции любой деятельности обучающегося независимо от её специально-предметного содержания. Универсальные учебные действия обеспечивают этапы усвоения учебного содержания и формирования психологических способностей обучающегося.

В составе основных видов универсальных учебных действий, соответствующих основным целям общего образования, можно отметить три блока: регулятивный, познавательный и коммуникативный.

Регулятивные учебные действия обеспечивают возможность управления познавательной и учебной деятельностью посредством постановки целей, планирования, контроля, коррекции своих действий, оценки успешности усвоения.

- 1) Целеполагание
- 2) Планирование
- 3) Прогнозирование
- 4) Контроль
- 5) Коррекция
- 6) Оценка
- 7) Саморегуляция

Познавательные действия содержат действия исследования, поиска, отбора и структурирования необходимой информации, моделирование исследуемого содержания.

- 1) Общеучебные универсальные действия
- 2) Логические универсальные действия
- 3) Постановка и решение проблемы

Коммуникативные УУД обеспечивают социальную компетентность и сознательную ориентацию обучающихся на позиции других людей, умение слушать, слышать, понимать партнера и вступать в диалог, принимать участие в коллективном обсуждении проблем, интегрироваться в группу сверстников и строить продуктивное взаимодействие и сотрудничество со сверстниками и взрослыми.

- 1) Планирование
- 2) Постановка вопросов
- 3) Разрешение конфликтов
- 4) Контроль, коррекция действий. [13]

По ФГОСам метапредметные результаты освоения основной образовательной программы должны отражать:

1) умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

2) умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

3) владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

4) готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

5) умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее – ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;

6) умение определять назначение и функции различных социальных институтов;

7) умение самостоятельно оценивать и принимать решения, определяющие стратегию поведения, с учётом гражданских и нравственных ценностей;

8) владение языковыми средствами – умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

9) владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения. [7]

1.2. Особенности формирования универсальных учебных действий на уроках математики

Формировать универсальные учебные действия призваны все предметы учебного плана. Математика согласно собственному содержанию организации способов учебной деятельности предоставляет большие возможности для формирования у обучающихся регулятивных, познавательных, а также коммуникативных УУД. Т.к. в первую очередь, при обучении математике у обучающихся развиваются такие свойства интеллекта, как:

математическая интуиция (на методы решения задач, на образы, свойства, способы доказательства, построения);

логическое мышление (понимание определений и общепонятных связей, владение правилами логического вывода, понимание и сохранение в памяти важных доказательств);

пространственное мышление (построение пространственных абстракций, анализ и синтез геометрических образов, пространственное воображение);

техническое мышление, способность к конструктивно-математической деятельности (понимание сущности скалярных величин, умение определять, измерять и вычислять длины, площади, объемы геометрических фигур, умение изображать геометрические фигуры и выполнять геометрические построения, моделировать и конструировать геометрические объекты);

комбинаторный стиль мышления (поиск решения проводится на основе целенаправленного перебора возможностей, круг которых ограничен определенным образом);

алгоритмическое мышление, необходимое для профессиональной деятельности в современном обществе;

владение символическим языком математики (понимание математических символов, умение записывать в символической форме решения и доказательства);

математические способности обучающихся (возможности к абстрагированию и оперированию формальными структурами, обобщению).

Так, решение любой математической задачи требует точной самоорганизации: чёткого осознания цели, работы либо по готовому алгоритму (плану), либо по самостоятельно созданному, проверки результата действия (решения задачи), коррекции результата в случае необходимости.

Общий прием решения задач содержит:

1. Анализ текста задачи (логический, математический) является центральным компонентом приема решения задач.
2. Перевод текста на язык математики с помощью вербальных и невербальных средств.
3. Установление отношений между данными и вопросом.
4. Составление плана решения.
5. Осуществление плана решения.
6. Проверка и оценка решения задачи.

Формирование универсальных учебных действий средствами учебного предмета «Математика»

Универсальные учебные действия	Средства формирования универсальных учебных действий	Типы заданий
Регулятивные	Одним из наиболее эффективных учебных заданий на развитие таких умений является текстовая задача, так как работа с ней полностью отражает алгоритм работы по достижению поставленной цели. Работа над системой учебных заданий (учебной задачей)	Текстовые задачи. Проблемные вопросы и задачи для обсуждения, а также теоремы и доказательства, позволяющие проверить правильность собственных умозаключений. Таким образом, школьники учатся сверять свои действия с целью.

		<p>Проблемные ситуации, позволяющие школьникам вместе с учителем выбрать цель деятельности (сформулировать основную проблему (вопрос) урока), авторские версии таких вопросов дают возможность оценить правильность действий учеников</p>
<p>Познавательные</p>	<p>Формирование моделирования как необходимого универсального учебного действия.</p> <p>Широкое использование продуктивных заданий, требующих целенаправленного использования и, как следствие, развития таких важнейших мыслительных операций, как анализ, синтез, классификация, сравнение, аналогия.</p>	<p>Задания с моделями: самостоятельное создание и их применение при решении предметных задач.</p> <p>Задания на классификацию, доказательство.</p>

	Использование заданий, позволяющих школьникам самостоятельно применить знания в новой ситуации, т.е. сформировать познавательные универсальные учебные действия	«Занимательные и нестандартные задачи»
Коммуникативные	Задания на развитие устной научной речи. Задания на развитие комплекса умений, на которых базируется грамотное эффективное взаимодействие	Задания, сопровождающиеся инструкциями «Расскажи», «Объясни», «Обоснуй свой ответ». Система заданий, нацеленных на организацию общения учеников в паре или группе (все задания, относящиеся к этапу первичного применения знаний; к работе над текстовой задачей, осуществляемой методом мозгового штурма)

На уроках математики работа с любым учебным заданием требует развития регулятивных умений. Одним из наиболее эффективных учебных заданий на развитие таких умений считается текстовая задача, т.к. работа с ней целиком отображает алгоритм работы по достижению поставленной цели (по П.Я. Гальперину).

С целью формирования регулятивных умений полезной считается работа над системой учебных заданий (учебной задачей). Для этого предлагаются проблемные вопросы для обсуждения обучающихся и заключения, позволяющие проконтролировать правильность собственных умозаключений (таким образом, обучающиеся учатся сверять свои действия с целью). В уроки включаются проблемные ситуации, позволяющие обучающимся вместе с преподавателем выбрать цель деятельности (сформулировать основную проблему (вопрос) урока). Проблемные ситуации курса математики строятся на затруднении в выполнении нового задания, система подводящих диалогов позволяет при этом учащимся самостоятельно, опираясь на имеющихся у них знаниях, вывести новый алгоритм действия для нового задания, поставив при этом цель, спланировав свою деятельность, и оценить результат, проверив его. [14]

Развитие регулятивных умений исполняется посредством проблемно-диалогической технологии освоения новых знаний, где учитель руководитель учебного процесса, а учащиеся совместно с ним ставят и решают учебную предметную проблему (задачу), при этом обучающиеся используют эти умения на уроке. Уже в 5-6 классах надо начать использовать проектную деятельность как в учёбе, так и вне учёбы. Проектная деятельность предусматривает как коллективную, так и индивидуальную работу по самостоятельно выбранной теме. Данная тема подразумевает решение жизненно-практических (часто межпредметных) задач (проблем), в ходе которого обучающиеся применяют присвоенный ими алгоритм постановки и решения проблем. Учитель в данном случае считается консультантом. Так обучающийся постепенно учится давать свои

ответы на неоднозначные оценочные вопросы. Таким образом, он постепенно начинает вырабатывать основы личного мировоззрения.

В математике формирование моделирования как универсального учебного действия является более значимым, т.к. создаёт основной инструментарий для развития у обучающихся познавательных универсальных действий.

Использование продуктивных заданий, требующих целенаправленного применения и, как следствие, формирования таких важнейших мыслительных операций, как анализ, синтез, классификация, сравнение, аналогия (Это задания типа «Сравни», «Разбей на группы», «Найди истинное высказывание» и т.д.) приведет к формированию познавательных УУД. Также к этим заданиям можно отнести задания, позволяющие обучить школьников самостоятельному применению знаний в новой ситуации.

При формировании коммуникативных универсальных учебных действий развиваются базовые умения разных видов вербальной деятельности: говорения, слушания. На уроках, помимо фронтальной, применяется групповая форма организации учебной деятельности обучающихся, которая даёт возможность использовать и улучшать их коммуникативные умения в процессе решения учебных предметных проблем (задач).

Формирование и развитие универсальных учебных действий на уроках математики происходит с помощью различных видов заданий:

Виды универсальных учебных действий	Виды заданий
Познавательные	«Найти отличия»
	«Поиск лишнего»
	Составления схем-опор

	Работа с разными видами таблиц, диаграмм
Регулятивные	«Преднамеренные ошибки»
	Поиск информации в предложенных источниках
	Взаимоконтроль
	Диспут
	Контрольный опрос на определенную проблему
	Участие в проектах
Коммуникативные	Составь задание партнеру
	Отзыв за работу товарища
	Групповая работа
	«Объясни ...»

Для формирования универсальных учебных действий на уроках математики можно выделить 4 этапа:

I. Вводно-мотивационный.

Чтобы обучающийся начал «действовать», нужны конкретные мотивы. На уроках математики следует сформировать проблемные ситуации, где обучающийся выражает способность комбинировать элементы для решения проблемы. На этом этапе обучающиеся обязаны понять, почему и для чего им нужно изучать данную тему, и изучить, какова основная учебная задача предстоящей работы. (Используется технология проблемного обучения)

II. Открытие математических знаний.

На данном этапе главной ролью обладают приемы, требующие самостоятельных исследований, стимулирующие рост познавательной потребности.

III. Формализация знаний.

Основное назначение приемов на этом этапе – организация деятельности обучающихся, нацеленная на всестороннее исследование установленного математического факта.

IV. Обобщение и систематизация.

На этом этапе используются приемы, устанавливающие взаимосвязь между изученными математическими фактами, приводят знания в систему. Формирование всех составляющих учебно-познавательной компетентности совершается в процессе реализации учебно-познавательной деятельности, соотносится с этапами ее развития. [14]

Проанализируем наиболее распространённый тип урока – комбинированный. Суть изменений, связанных с формированием универсальных учебных действий на основных этапах урока такова: отличается, в первую очередь, деятельность учителя и обучающихся на уроке. Ученик из присутствующего и пассивно выполняющего указания учителя на уроке традиционного типа теперь становится главным деятелем. Речь идёт об уроке современного типа, в основе которого заложен принцип системно – деятельностного подхода. Учитель призван реализовывать скрытое управление процессом обучения, быть вдохновителем обучающихся. Определяются, какие универсальные учебные действия формируются на каждом этапе урока. Для этого используется таблицу «Описание этапов урока и универсальные учебные действия, которые формируются на данных этапах».

Этапы урока	Формируемые универсальные учебные действия
1. Мотивирование на учебную деятельность	Коммуникативные
2. Актуализация знаний	Познавательные Регулятивные Коммуникативные

3. Изучение нового материала	Познавательные Регулятивные Коммуникативные
4. Закрепление изученного материала	Познавательные Регулятивные Коммуникативные
5. Контроль и самоконтроль	Познавательные Регулятивные Коммуникативные
6. Рефлексия учебной деятельности на уроке	Познавательные Регулятивные Коммуникативные

Эта классификация позволяет при планировании видеть, на каком этапе урока какие универсальные учебные действия формируются при правильной организации деятельности обучающихся. [15]

Затем, чтобы сформировать у обучающихся любое универсальное учебное действие следует спроектировать на уроке следующие этапы: Формирование первичного опыта выполнения этого действия и мотивацию. Опираясь на имеющемся опыте, сформировать понимание способа (алгоритма) исполнения надлежащего универсального учебного действия. Затем сформировать умение осуществлять изученное универсальное учебное действие посредством включения его в практику обучения, организовывать самоконтроль его выполнения и при необходимости – коррекцию; организовать контроль уровня сформированности данного универсального учебного действия. Вскоре необходимо установить методы, приёмы, средства обучения; формы организации деятельности учащихся; педагогические технологии для достижения поставленных целей.

При проектировании и проведении урока, направленного на формирование не только предметных, но и метапредметных результатов,

учитель может использовать различные методы, приёмы, средства обучения, формы организации деятельности учащихся, кроме того разнообразные педагогические технологии. На этом этапе подготовки к уроку используем следующую таблицу: «Формы организации учебной деятельности, направленные на формирование универсальных учебных действий».

Требования к уроку комбинированного типа	Формирование универсальных учебных действий.	Методы, приёмы, средства обучения; формы организации деятельности учащихся; педагогические технологии.
Тема урока	Познавательные Коммуникативные	Постановка проблемного вопроса, организация проблемной ситуации
Выявление целей и задач	Регулятивные Коммуникативные	Диалог, технология проблемного обучения
Планирование	Регулятивные	ЦОР, карта урока, интерактивные плакаты, презентация
Практическая деятельность учащихся	Познавательные Регулятивные Коммуникативные	Проектная деятельность. Свободный урок, уроки взаимообучения; Частично поисковая, исследовательская деятельность; Проведение дидактических игр;

		Работа с учебником, выполнение тренировочных заданий; Работа с интерактивными тренажёрами; Применение энциклопедий, словарей, справочников, ИКТ – технологий
Осуществление коррекции	Коммуникативные Регулятивные	Взаимопомощь, работа по памяткам
Оценивание обучающихся	Регулятивные Коммуникативные	Используются самоконтроль, взаимоконтроль
Итог урока	Регулятивные Коммуникативные	Приёмы «ладошка», смайлики, карты обратной связи, карты урока, презентация
Домашнее задание	Познавательные Регулятивные Коммуникативные	Используются разноуровневые домашние задания, задания по выбору, творческие и поисковые задания, тематические проекты

Производится отбор заданий, позволяющих сформировать отобранные на 2 этапе подготовки урока. Прогнозируется желаемый результат.

Развитие и формирование универсальных учебных действий на уроках математики возможно при соблюдении следующих условий: целостность и системность организации образовательного процесса; учет возрастных, психологических особенностей учащихся; правильное

определение объекта изучения, тщательный отбор содержания урока; продуманное сочетание индивидуальных и групповых форм работы; использование проблемно-исследовательской технологии. [15]

Значение универсальных учебных действий можно представить как фактор мобильности, увеличивающий познавательные ресурсы обучающегося; как фактор добывания знаний напрямую из реальности, владение приемами действий в нестандартных ситуациях, эвристическими методами решения проблем. Результат обучения определяется в основном учителем, его убеждением в преподавании, его методикой обучения, его мастерством, той атмосферой, что формируется в классе, взаимоотношениями между учителем и учениками и многим другим.

В таком случае, чтобы правильно распланировать урок математики с позиции формирования универсальных учебных действий, следует помнить о расстановке акцентов при организации учебной деятельности на уровне универсальных учебных действий; об активном использовании инновационных педагогических форм: диалог, групповое и парное взаимодействие, проблемная ситуация, учебное исследование, работа с разными видами информации и т.д. [15]

Овладение универсальными учебными действиями, в окончательном счете, и ведет к формированию способности самостоятельно успешно усваивать новые знания, овладевать умениями и компетентностями, включая самостоятельную организацию процесса усвоения, т.е. умение учиться. Таким образом, достижение «умения учиться» подразумевает полное освоение всех компонентов учебной деятельности.

Результатом формирования познавательных УУД будет являться умение обучающегося: выделять тип задач и способы их решения; осуществлять поиск необходимой информации, которая нужна для решения задач; различать обоснованные и необоснованные суждения; обосновывать этапы решения учебной задачи; производить анализ и преобразование информации; проводить основные мыслительные операции (анализ, синтез,

классификации, сравнение, аналогия и т.д.); устанавливать причинно-следственные связи; владеть общим приемом решения задач; создавать и преобразовывать схемы необходимые для решения задач; осуществлять выбор наиболее эффективного способа решения задачи исходя из конкретных условий. [14]

Главным аспектом сформированности коммуникативных действий можно считать коммуникативные способности обучающегося, содержащие в себе: желание вступать в контакт с окружающими (мотивация общения «Я хочу!»); знание норм и правил, которым необходимо следовать при общении с окружающими; умение организовывать общение, включающее умение слушать собеседника, умение решать конфликтные ситуации.

Критерием сформированности регулятивных действий может стать способность: выбирать средства для своего поведения; планировать, контролировать и выполнять действие по заданному образцу, правилу, с использованием норм; планировать результаты своей деятельности и предвосхищать свои ошибки; начинать и заканчивать свои действия в нужный момент.

1.3. Методические особенности изучения темы «Производная»

За последние несколько лет издано около десятка учебников по математике для 10-11 классов. Именно в это время происходит знакомство с элементами математического анализа. Ученики знакомятся с производной как в 10, так и в 11 классах. В учебниках прослеживаются различные подходы авторов к изложению материала, связанного с производной.

Рассмотрим тему «Производная» в следующих учебниках:

1. А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын, Б.М. Ивлев, С.И. Шварцбурд «Алгебра и начала математического анализа» 10-11 кл., 2008г.

2. Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин «Алгебра и начала математического анализа» 10-11 кл., 2016г.

3. А.Г. Мордкович «Алгебра и начала математического анализа» 10-11 кл., 2013г.

4. С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин «Алгебра и начала математического анализа» 11 кл., 2013г.

5. М.И. Шабунин, А.А. Прокофьев «Алгебра. Начала математического анализа» 11 кл., 2008г.

6. Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин «Алгебра и начала математического анализа» 11 кл., 2010г.

Рассмотрим методические особенности изложения «Производной» в базовых школьных учебниках:

В учебнике А.Н. Колмогорова 10-11 кл. производная вводится во 2 полугодии 10 класса. Для введения понятия производной вводятся понятия приращение, приращение функции, секущей, средней скорости изменения функции, касательной к графику функции, мгновенной скорости движения. Данные понятия разобраны и приводятся примеры для отработки навыков решения задач. Методическими особенностями при введении определения производной является то, что рассматривают две различные задачи, физическую и геометрическую, схема которых приводит к определению производной (на физическом языке), а потом сразу преобразуется на математический язык. Методической особенностью введения геометрического смысла производной функции является то, что понятие касательной начинается с аналогии. Увеличивая масштаб графика, автор обращает внимание школьников на то, что график все больше становится похож на прямую. Также он замечает, что, проводя отрезки между точками графика, мы можем получить его приближенное изображение. Методической особенностью изучения применения производной при исследовании функции является то, что формулировка признаков

возрастания/ убывания функции находится в начале разделов учебника. Автор доказывает эти признаки на основе формулы Лагранжа. Колмогоров доказывает каждую теорему, связанную с экстремумами функции. В учебнике описана схема исследования функции: 1. Нахождение области определения; 2. Проверка на четность/ нечетность; 3. Нахождение точек пересечения с осями; 4. Нахождение промежутков знакопостоянства; 5. Нахождение промежутков возрастания и убывания; 6. Нахождение точек экстремума и значений функции в этих точках; 7. Исследование поведения функции в окрестностях «особых» точек и бесконечности.

В учебнике Ш.А. Алимова 10-11 кл. производная вводится в 1 полугодии 11 класса, поэтому производная обобщает и систематизирует свойства различных функций – тригонометрических, логарифмических, степенных и др. Введение понятия производной предваряется знакомством со средней и мгновенной скоростями движения, что приводит к понятию разностного отношения. Определение производной дается как предел разностного отношения. Понятие предела формулируется после определения производной без подробного изучения, а определение предела разностного отношения дается на интуитивной основе и разъясняется на конкретных примерах. Методической особенностью введения определения производной является то, что вначале определение производной вводится через механический смысл, т.е. производная – это мгновенная скорость. Рассмотрев задачу на скорость, Алимов сразу же переходит к точному понятию производной через пределы. Методической особенностью введения геометрического смысла производной функции является то, что пункт «Геометрический смысл производной» расположен в самом конце, после объяснения методов вычисления. Автор дает конкретное определение геометрического смысла производной: значение производной функции в точке равно угловому коэффициенту касательной к графику функции в этой точке. Определение касательной и вывод ее формулы дается через рассмотрение хорд. Используются приращения и пределы. Методической

особенностью изучения применения производной при исследовании функции является то, что формулировка признаков возрастания/ убывания функции находится в начале разделов учебника. Автор не приводит никаких доказательств для этих признаков. Затем идут примеры, наглядно показывающие, как находить промежутки возрастания/ убывания. При изучении экстремумов функции, Алимов делает упор на рассмотрение задач. Автор исследует функцию только на монотонность. [17]

В учебнике А.Г. Мордковича 10-11 кл. (Базовый уровень) производная вводится во 2 полугодии 10 класса. Для введения понятия производной вводятся понятия предела, последовательности, предел функции. Данные понятия разобраны и приводится множество примеров для отработки навыков решения задач. Методическими особенностями при введении определения производной является то, что рассматривают две различные задачи, физическую и геометрическую, процесс решения которых как раз и приводит к возникновению новой математической модели. Методической особенностью введения геометрического смысла производной функции является то, что именно с геометрического смысла начинается эта тема. Представлены графики и полное описание. Методической особенностью изучения применения производной при исследовании функции является то, что в учебнике описан алгоритм исследования функций: 1. Найти производную функции; 2. Найти стационарные и критические точки; 3. Определить знаки производной на получившихся промежутках; 4. Опираясь на теоремы, сделать соответствующие выводы о монотонности функции и экстремумах.

Методические особенности изложения «Производной» в профильных школьных учебниках:

В учебнике С.М. Никольского 11 кл. производная вводится в 1 полугодии 11 класса, поэтому производная обобщает и систематизирует свойства различных функций – тригонометрических, логарифмических, степенных и др. Изучение темы «Производная» начинается с введения

понятия приращения функции и формулировки правила его вычисления. Потом рассматриваются дифференцируемые функции. При помощи предела дается определение дифференцируемой функции в точке. На примере доказываются правила дифференцирования функций. Методическими особенностями при введении определения производной является то, что сначала рассматриваются задачи с решениями на приращение функции, основываясь на этом, вводится определение производной. Методической особенностью введения геометрического смысла производной функции является то, что все объяснение дается на наглядных примерах. Методической особенностью изучения применения производной при исследовании функции является то, что в учебниках дается множество теорем по данной теме. Явный алгоритм не представлен.

В учебнике М.И. Шабунина 11 кл. производная вводится в 1 полугодии 11 класса, поэтому производная обобщает и систематизирует свойства различных функций – тригонометрических, логарифмических, степенных и др. Введение понятия производная начинается с определений мгновенной скорости, касательной, предела и приращения. Методическими особенностями при введении определения производной является то, что сначала рассматриваются задачи на мгновенную скорость и касательную, которые сводятся к нахождению предела отношения приращения функции к приращению аргумента. Методической особенностью введения геометрического смысла производной функции является то, что все объяснение дается на наглядных примерах. Методической особенностью изучения применения производной при исследовании функции является то, что большое внимание уделяется теоретическим обоснованиям применения производной к исследованию функций с помощью производной. В учебнике описана схема исследования функции: 1. Найти область определения функции, выяснить, является ли она четной (нечетной), периодической; 2. Найти, если возможно, точки пересечения с осями координат, промежутки знакопостоянства; 3. Найти асимптоты графика функции; 4. Вычислить

производную и найти промежутки монотонности функции; 5. Найти экстремумы функции; 6. вычислить производную второго порядка и найти промежутки выпуклости; 7. Построить график функции.

В учебнике Ю.М. Колягина 11 кл. производная вводится в 1 полугодии 11 класса, поэтому производная обобщает и систематизирует свойства различных функций – тригонометрических, логарифмических, степенных и др. Для введения понятия производная вводятся понятия предел, непрерывность, мгновенная скорость, разность отношений. Методическими особенностями при введении определения производной является то, что сначала рассматриваются задачи на предел и на непрерывность функции, потом с помощью закона движения точки автор постепенно приходит к мгновенной скорости, после чего переводит определение на математический язык. Методической особенностью введения геометрического смысла производной функции является то, что вводятся понятия секущей, касательной. Множество примеров с графиками. Методической особенностью изучения применения производной при исследовании функции является то, что в учебники дается множество теорем по данной теме. Явный алгоритм не представлен.

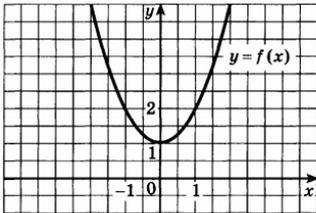
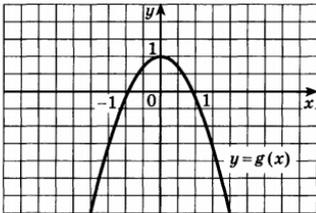
Анализ вышеуказанных учебников показал, что тема «Производная и ее применение» изучается в 10-11 классах. На тему «Производная и ее применение» отводится 36 часов (базовое обучение) и 48 часов (профильное обучение). В основном в каждом учебнике рассматриваются следующие типы заданий: задачи на приращение, непрерывность, нахождение производной, уравнение касательной, угловой коэффициент, приближенные вычисления, механический смысл производной, исследование функции, задачи на наибольшее и наименьшее значение функции. Учебник Ш.А. Алимов оказался более удачным для изучения алгебры и начала математического анализа, т.к. он рассчитан не только на углубленное изучение, но и на базовое, т.е. в нем есть объяснения сложных

вещей простым языком, а для изучение производной это немаловажный фактор.

Глава 2. Формирование универсальных учебных действий на уроках математики при решении задач на производную
2.1. Анализ темы «Производная» с точки зрения формирования универсальных учебных действий

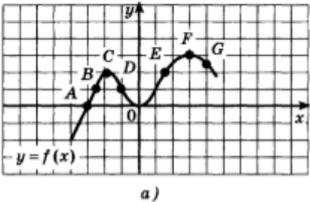
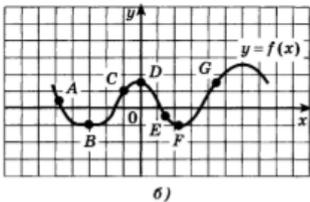
Для выявления потенциала темы «Производная» для формирования универсальных учебных действий мы решили все типы упражнений из VIII и IX глав учебник Ш.А. Алимова и определили какие универсальные учебные действия выполняют ученики при решении этих заданий.

Задачи	Универсальные учебные действия
VIII глава. Производная и её геометрический смысл	
§44. Производная	
Используя определение производной, найти $f'(x)$, если: 1) $f(x) = 3x + 2$; 2) $f(x) = 5x + 7$; 3) $f(x) = 3x^2 - 5x$; 4) $f(x) = -3x^2 + 2$	Умение самостоятельно составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять деятельность; владение навыками познавательной деятельности как осознание совершаемых действий и мыслительных процессов
Используя определение предела функции в точке, выяснить, является ли верным равенство: 1) $\lim_{x \rightarrow 1} (2x + 1) = 3$; 2) $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4$	Умение самостоятельно составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять деятельность; владение навыками познавательной деятельности как осознание совершаемых действий и мыслительных процессов;

	критически оценивать информацию
§45. Производная степенной функции	
<p>Найти $f(x_0)$, если:</p> <p>1) $f(x) = x^6, x_0 = \frac{1}{2}$;</p> <p>2) $f(x) = x^{-2}, x_0 = 3$;</p> <p>3) $f(x) = \sqrt{x}, x_0 = 4$;</p> <p>4) $f(x) = \sqrt[3]{x}, x_0 = 8$;</p> <p>5) $f(x) = \sqrt{5 - 4x}, x_0 = 1$;</p> <p>6) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x+1}}, x_0 = 1$</p>	<p>Умение самостоятельно составлять планы деятельности;</p> <p>самостоятельно осуществлять деятельность;</p> <p>владение навыками познавательной рефлексии, осознания совершаемых действий и мыслительных процессов</p>
<p>По данному на рисунке 108 графику квадратичной функции написать формулы, задающие саму функцию и ее производную.</p>	<p>Использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности;</p> <p>выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;</p> <p>способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач</p>
<div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p style="text-align: center;">а) б)</p> <p><i>Рис. 108</i></p>	
§46. Правила дифференцирования	
<p>Построить график функции $y = 3(x - 2)^2 + 1$ и график функции, являющейся ее производной</p>	<p>Умение составлять планы деятельности;</p> <p>использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов</p>

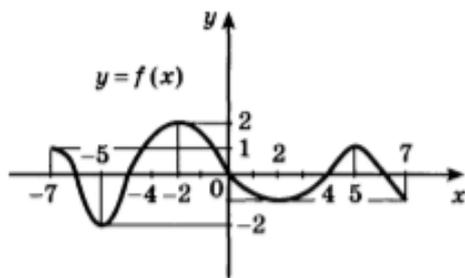
	<p>деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач; владение навыками познавательной рефлексии как осознания границ своего знания и незнания</p>
<p>Дифференцируема ли функция $y = f(x)$ в точке x, если:</p> <p>1) $y = \frac{2}{x-1}, x = 1$;</p> <p>2) $y = \frac{3x-5}{(x-3)^2}, x = 3$;</p> <p>3) $y = \sqrt{x+1}, x = 0$;</p> <p>4) $y = \sqrt{5-x}, x = 0$</p>	<p>Использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; владение навыками познавательной деятельности как осознание совершаемых действий и мыслительных процессов; владение языковыми средствами; критически оценивать информацию</p>
<p>При каких значениях x значение производной функции $f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$ равно 11?</p>	<p>Умение самостоятельно составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять деятельность; владение навыками рефлексии как</p>

	новых познавательных задач и средств достижения; самостоятельно осуществлять деятельность
Угол поворота тела вокруг оси изменяется в зависимости от времени t по закону $\varphi(t) = 0,1t^2 - 0,5t + 0,2$. Найти угловую скорость (в рад/с) вращения тела в момент времени $t = 20$ с	Способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач; умение самостоятельно составлять планы деятельности
§47. Производная некоторых элементарных функций	
Найти производную функции $\ln(x^2 - 5x + 6)$ при $x < 2$ и при $x > 3$	Умение самостоятельно составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять деятельность
§48. Геометрический смысл производной	
Найдите значение k и b , если прямая $y = kx + b$ проходит через точку $(x_0; y_0)$ и образует с осью Ox угол α : 1) $\alpha = \frac{\pi}{4}, x_0 = 2, y_0 = -3$; 2) $\alpha = \frac{\pi}{4}, x_0 = -3, y_0 = 2$; 3) $\alpha = -\frac{\pi}{3}, x_0 = 1, y_0 = 1$; 4) $\alpha = -\frac{\pi}{6}, x_0 = -1, y_0 = -1$	Способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применение различных методов познания; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях
Найти угол между касательной к графику функции $y = x^4 - 2x^3 + 3$ с точке с абсциссой $x_0 = \frac{1}{2}$ и осью Ox	Владение языковыми средствами; владение навыками познавательной деятельности; умение

	<p>самостоятельно определить цели и задачи деятельности; самостоятельное составление плана действия и его реализация</p>
<p>Прямая касается гиперболы $y = \frac{k}{x}$, где $k > 0$ в точке с абсциссой x_0:</p> <p>1) Доказать, что площадь треугольника, ограниченного этой касательной и осями координат, не зависит от положения точки касания. Найти эту площадь;</p> <p>2) Доказать, что эта касательная проходит через точки $(x_0; \frac{2k}{x_0})$ и $(2x_0; 0)$</p>	<p>Оказание взаимопомощи; умение с достаточной полнотой выражать свои мысли; владение навыками познавательной деятельности; владение языковыми средствами</p>
<p>Функция $y = f(x)$ задана своим графиком (рис.118, а, б). Из точек А, В, С, D, Е, F, G выбрать те, в которых производная этой функции принимает:</p> <p>а) положительные значения;</p> <p>б) отрицательные значения;</p> <p>в) значения, равные 0</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div>	<p>Владение навыками познавательной рефлексии; самостоятельно составлять и реализовывать план деятельности</p>
<p>IX глава. Применение производной к исследованию функций</p>	
<p>§49. Возрастание и убывание функции</p>	
<p>Найти промежутки возрастания и убывания функции:</p> <p>1) $y = \frac{1}{x+2}$;</p>	<p>Использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и</p>

<p>2) $y = 5x^2 - 3x - 1$;</p> <p>3) $y = -\sqrt{x - 3}$;</p> <p>4) $y = 1 + 3\sqrt{x - 5}$</p>	<p>реализации планов деятельности; владение навыками получения необходимой информации; владения навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов</p>
<p>Постройте эскиз графика непрерывной функции $y = f(x)$, определённой на отрезке $[a; b]$, если:</p> <p>1) $a = 0, b = 5, f'(x) > 0$ при $0 < x < 5, f(1) = 0, f(5) = 3$;</p> <p>2) $a = -1, b = 3, f'(x) < 0$ при $-1 < x < 3, f(0) = 0, f(3) = -4$</p>	<p>Умение определять цели и задачи; самостоятельно составлять план деятельности</p>
<p>При каких значениях a функция возрастает на всей числовой прямой:</p> <p>1) $y = x^3 - ax$;</p> <p>2) $y = ax - \sin x$</p>	<p>Использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения задачи</p>
<p>§50. Экстремумы функции</p>	
<p>Найти стационарные точки функции:</p> <p>1) $y = \frac{x}{2} + \frac{8}{x}$;</p> <p>2) $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x$;</p> <p>3) $y = e^{2x} - 2e^x$;</p>	<p>Выбирать успешную стратегию решения задачи; владение навыками познавательной</p>

4) $y = \sin x - \cos x$	деятельности; владение навыками познавательной рефлексии как осознания границ своего знания и незнания
Исследовать на экстремум функцию $y = (x + 1)^n e^{-x}$, где n – натуральное число	Способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач; умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности
§51. Применение производной к построению графиков функций	
Используя график функции $y = f(x)$ (рис.136), найти: 1) область определения и множество значений функции; 2) нули функции; 3) промежутки возрастания и убывания функции; 4) значения x , при которых функция принимает положительные, отрицательные значения; 5) экстремумы функции	Готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности; умение составлять планы деятельности



<p>Построить график функции:</p> <p>1) $y = 3x^5 - 5x^3$;</p> <p>2) $y = xe^x$;</p> <p>3) $y = \frac{-x^2+3x-1}{x}$</p>	<p>Самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; выбирать успешные стратегии; способность и готовность к самостоятельной деятельности</p>
<p>Найти число действительных корней уравнения:</p> <p>1) $x^4 - 4x^3 + 20 = 0$;</p> <p>2) $8x^3 - 3x^4 - 7 = 0$</p>	<p>Владение навыками познавательной деятельности; самостоятельная реализация плана деятельности</p>
<p>§52. Наибольшее и наименьшее значения функции</p>	
<p>Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$:</p> <p>1) на отрезке $[-4; 3]$;</p> <p>2) на отрезке $[-2; 1]$</p>	<p>Использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; критически оценивать информацию; владение языковыми средствами</p>

<p>Из всех прямоугольников с периметром p найти прямоугольник наибольшей площади</p>	<p>Умение самостоятельно составлять планы деятельности; владение навыками познавательной деятельности; готовность и способность к самостоятельной познавательной деятельности</p>
<p>§53*. Выпуклость графика функции, точки перегиба</p>	
<p>Найти $f''(x)$, если:</p> <p>1) $f(x) = x^2 \cos x$;</p> <p>2) $f(x) = x^3 \sin x$;</p> <p>3) $f(x) = x^5 + 2x^3 - x^2 + 2$;</p> <p>4) $f(x) = x^4 - 3x^3 + 5x + 6$</p>	<p>Владение навыками познавательной деятельности как осознание совершаемых действий и мыслительных процессов; критически оценивать информацию</p>
<p>Найти интервалы выпуклости вверх и интервалы выпуклости вниз функции $f(x)$, если:</p> <p>1) $f(x) = (x + 1)^4$;</p> <p>2) $f(x) = x^4 - 6x^2 + 4$;</p> <p>3) $f(x) = (x^2 - 3x + 2)e^x$;</p> <p>4) $f(x) = x^3 - 6x \ln x$</p>	<p>Владения навыками получения необходимой информации; владение языковыми средствами; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований</p>
<p>Найти точки перегиба функции $f(x)$, если:</p> <p>1) $f(x) = \cos x, -\pi < x < \pi$;</p> <p>2) $f(x) = x^5 - 80x^2$;</p>	<p>Использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов</p>

3) $f(x) = 12x^3 - 24x^2 + 12x$;	деятельности; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения задачи
4) $f(x) = \sin x - \frac{1}{2} \sin 2x, -\pi < x < \pi$	

По данной таблице можно сделать вывод, что универсальные учебные действия в математике при решении различных задач на производную очень часто повторяются. Наиболее часто встречаемые результаты универсальных учебных действий: умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; владение навыками познавательной деятельности; критически оценивать информацию; владение навыками познавательной рефлексии; владение языковыми средствами; умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности.

2.2. Планирование темы «Производная» с учётом универсальных учебных действий

В тематическом планировании покажем, какие универсальные учебные действия формируются на различных темах при изучении производной.

Наименование темы	Кол-во часов	Универсальные учебные действия
<i>Глава VIII. Производная и её геометрический смысл</i>	18	
Производная	2	Умение самостоятельно составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять деятельность; владение навыками познавательной деятельности как осознание совершаемых

		действий и мыслительных процессов; владение языковыми средствами; критически оценивать информацию
Производная степенной функции	2	Умение самостоятельно составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять деятельность; владение навыками познавательной рефлексии, осознания совершаемых действий и мыслительных процессов; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач
Правила дифференцирования	3	Умение самостоятельно составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать

		<p>успешные стратегии в различных ситуациях; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач; владение навыками познавательной рефлексии как осознания границ своего знания и незнания; владение навыками познавательной деятельности как осознание совершаемых действий и мыслительных процессов; владение языковыми средствами; критически оценивать информацию; владение навыками рефлексии как новых познавательных задач и средств достижения</p>
<p>Производная некоторых элементарных функций</p>	<p>4</p>	<p>Владение навыками получения необходимой информации; владение навыками рефлексии как новых познавательных задач и средств достижения; самостоятельно осуществлять деятельность; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач; умение самостоятельно составлять планы</p>

		<p>деятельности; самостоятельно осуществлять деятельность; умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности</p>
<p>Геометрический смысл производной</p>	4	<p>Способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применение различных методов познания; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях; оказание взаимопомощи; умение с достаточной полнотой выражать свои мысли; владение навыками познавательной рефлексии; умение самостоятельно определить цели и задачи деятельности; самостоятельно составлять и реализовывать план деятельности</p>
<p>Уроки обобщения, систематизации и коррекции знаний.</p>	2	<p>Использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения задачи; владение навыками</p>

		<p>познавательной деятельности как осознание совершаемых действий и мыслительных процессов, новых познавательных задач и средств достижения; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность</p>
<p>Контрольная работа № 2 по теме «Производная и ее геометрический смысл»</p>	1	<p>Умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; выбирать успешные стратегии; самостоятельно реализовывать планы деятельности</p>
<p><i>Глава IX. Применение производной к исследованию функций</i></p>	18	
<p>Возрастание и убывание функции</p>	2	<p>Умение определять цели и задачи; самостоятельно составлять план деятельности; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; владения навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов; умение продуктивно</p>

		общаться; владение языковыми средствами; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения задачи
Экстремумы функции	3	Способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач; умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности; способность выбирать успешную стратегию решения задачи; владение навыками познавательной рефлексии как осознания границ своего знания и незнания; владение навыками познавательной деятельности
Применение производной к построению графиков функций	5	Самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; выбирать успешные стратегии; способность и готовность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности; владение навыками познавательной

		<p>деятельности; умение самостоятельно составлять и реализовывать планы деятельности</p>
<p>Наибольшее и наименьшее значения функции</p>	3	<p>Использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; критически оценивать информацию; оказание взаимопомощи; осуществление взаимного контроля; владение языковыми средствами; умение самостоятельно составлять планы деятельности; владение навыками познавательной деятельности; готовность и способность к самостоятельной познавательной деятельности</p>
<p>Выпуклость графика функции, точки перегиба</p>	2	<p>Владения навыками получения необходимой информации; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; владение языковыми средствами; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых</p>

		действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований; уметь взаимодействовать в коллективе; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения задачи; критически оценивать информацию
Урок обобщения, систематизации и коррекции знаний.	2	Использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения задачи; владение навыками познавательной деятельности как осознание совершаемых действий и мыслительных процессов, новых познавательных задач и средств достижения; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность
Контрольная работа № 3 по теме «Применение производной к исследованию функций»	1	Умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; выбирать успешные стратегии;

		самостоятельно реализовывать планы деятельности
--	--	---

2.3. Примеры формирования универсальных учебных действий на уроках по теме «Производная»

Рассмотрим на примерах какие универсальные учебные действия формируются на уроках по теме «Производная».

Технологическая карта урока №1

Тема урока: «Производная»

Тип урока: урок усвоения новых знаний.

Предмет: алгебра и начала математического анализа

Класс: 11

УМК: Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин «Алгебра и начала математического анализа» 10-11 кл., 2016г.

Цель урока: синтез познаний и отработка умений вычисления производных по правилам дифференцирования.

Методы обучения: вербальный (метод самостоятельной работы с дидактическим материалом), наглядный (частично – поисковый), репродуктивный, управления познавательной деятельностью под руководством учителя, демонстрация.

Формы организации обучения: индивидуальная, фронтальная.

Средства обучения: тетради, учебники, листочки с заданиями для самостоятельной работы.

План урока:

1. Организационный момент – 1 мин
2. Актуализация знаний – 5 мин
3. Формулирование темы урока, постановка цели – 2 мин
4. Изложение нового материала – 10 мин
5. Первичное закрепление знаний – 15 мин
6. Контроль и самоконтроль – 10 мин

7. Рефлексия учебной деятельности на уроке– 2 мин

Характеристика этапов урока

I. Организационный момент (1 мин)

Цель: контроль готовности обучающихся, их настрой на работу.

Учитель: Проверка подготовленности классного помещения к уроку.

Проверка подготовленности детей к уроку. Взаимное приветствие.

Ученик: Подготовка учащихся к уроку. Взаимное приветствие.

Планируемые УУД:

Коммуникативные: умение продуктивно общаться и взаимодействовать.

II. Актуализация знаний (5 мин)

Цель: повторение пройденного материала.

Учитель: Что такое средняя скорость? Мгновенная скорость?

Приращение?

Ученик: Средняя скорость тела – это отношение пути ко времени прохождения этого пути. Скорость движения при этом не обязана быть постоянной.

$v_{\text{ср.}} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$, где $v_{\text{ср.}}$ – средняя скорость, ΔS – весь путь, пройденный телом, Δt – время прохождения пути.

Мгновенная скорость – это скорость тела в данный момент времени или в данной точке траектории. Это векторная физическая величина, численно равная пределу, к которому стремится средняя скорость за бесконечно малый промежуток времени: $\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t}$

Приращение функции $f(x)$ в точке x_0 — функция, обычно обозначаемая Δf от новой переменной $\Delta x = x - x_0$, определяемая как $\Delta f(x_0) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$.

Переменная $\Delta x = x - x_0$ называется приращением аргумента.

Планируемые УУД:

Познавательные: владение навыками познавательной деятельности.

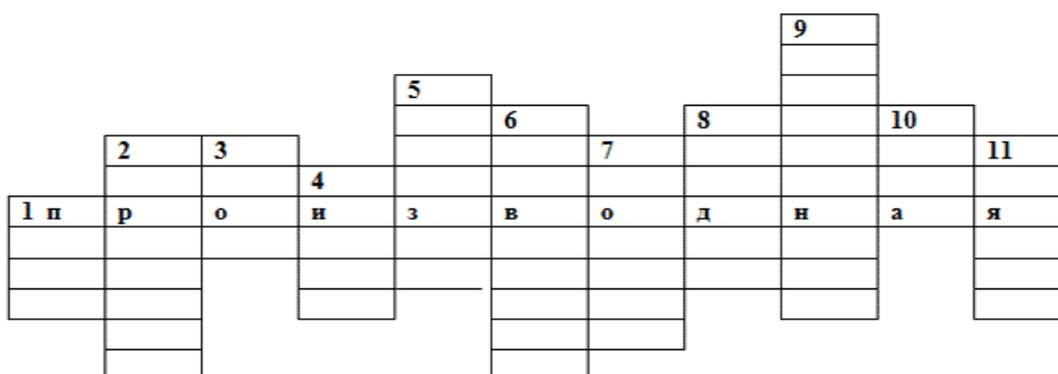
Регулятивные: самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность.

Коммуникативные: учитывать позиции других участников; владение языковыми средствами.

III. Формулирование темы урока, постановка цели (2 мин)

Цель: подведение детей к формулированию темы и постановке задач урока. Составление плана деятельности.

Учитель: Чтобы узнать тему нашего урока, отгадаем кроссворд.



1. Знак, обозначающий действие сложения. (плюс)
2. Сумма длин всех сторон многоугольника. (периметр)
3. Геометрическая фигура, состоящая из двух лучей. (угол)
4. Тригонометрическая функция. (синус)
5. Прямая, заключенная между двумя точками. (отрезок)
6. Равенство, содержащее переменную. (уравнение)
7. Сотая часть числа. (процент)
8. Единица измерения угла. (градус)
9. Сторона прямоугольного треугольника, лежащая против прямого угла. (гипотенуза)
10. Часть окружности, заключенная между двумя точками. (дуга)
11. Одно из основных неопределяемых понятий стереометрии. (прямая)

Ученик: Разгадывают кроссворд, получают слово «Производная».

Тема: «Производная»

Открывают тетради, записывают число, тему урока.

Наша цель: узнать что такое производная, выявить алгоритм её нахождения.

Планируемые УУД:

Познавательные: готовность и способность к самостоятельной познавательной деятельности.

Регулятивные: самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности.

Коммуникативные: адекватно использовать речевые средства для дискуссии и аргументации своей позиции.

IV. Изложение нового материала (10 мин)

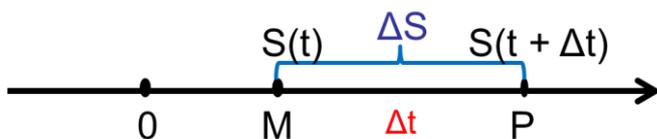
Цель: ввести понятие производная, развитие умения находить ответы на проблемные вопросы, подведение обучающихся к самостоятельному выводу способа действия с информацией.

Учитель: Чтобы прийти к понятию производная, попробуем решить физическую задачу о скорости движения.

Рассмотрим прямолинейное движение некоторого тела.

Закон его движения $S = S(t)$.

Нужно найти скорость движения тела в момент времени t .



$V_{cp.} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ — средняя скорость движения тела за промежуток времени $[t; t + \Delta t]$.

Кроме средней скорости, существует мгновенная скорость.

Мгновенная скорость — это скорость тела в данный момент времени или в данной точке траектории.

Мгновенная скорость вычисляется по формуле:

$$V_{\text{МГНОВ.}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} V_{\text{ср.}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Определение: производной функции $y = f(x)$ в данной точке x_0 называется предел отношения приращения функции в этой точке к приращению аргумента, при условии, что приращение аргумента стремится к нулю.

Обозначение производной: $y'(x_0)$ или $f'(x_0)$.

$$y'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \text{ или } f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

Алгоритм нахождения производной (по определению):

1. Рассмотрим два значения аргумента x и $x + \Delta x$, где Δx – приращение аргумента;

2. Найдём приращение функции $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$;

3. Найдём отношение приращения функции к приращению аргумента $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$;

4. Вычислим предел этого отношения при $\Delta x \rightarrow 0$ $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$.

Для быстрого запоминания составим и оформим в записных книжках таблицу производных, которой будем пользоваться на уроках.

Функция	Производная
c'	0
x	1
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$kx + m$	k

Ученик: Внимательно слушают, с помощью алгоритма нахождения производной составляют таблицу производных.

$$1) f(x) = c$$

$$f(x + h) = c$$

$$\Delta f = f(x + h) - f(x) = c - c = 0$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{0}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 0 = 0$$

$$f'(x) = 0;$$

$$2) f(x) = x$$

$$f(x + h) = x + h$$

$$\Delta f = f(x + h) - f(x) = x + h - x = h$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 1 = 1$$

$$f'(x) = 1;$$

$$3) f(x) = x^2$$

$$f(x + h) = (x + h)^2 = x^2 + 2xh + h^2$$

$$\Delta f = f(x + h) - f(x) = x^2 + 2xh + h^2 - x^2 = h(2x + h)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x + h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h) = 2x$$

$$f'(x) = 2x;$$

$$4) f(x) = x^3$$

$$f(x + h) = (x + h)^3 = x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3$$

$$\Delta f = f(x + h) - f(x) = x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - x^3 = h(3x^2 + 3xh + h^2)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(3x^2 + 3xh + h^2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (3x^2 + 3xh + h^2) = 3x^2$$

$$f'(x) = 3x^2;$$

$$5) f(x) = kx + m$$

$$f(x + h) = k(x + h) + m = kx + kh + m$$

$$\Delta f = f(x + h) - f(x) = kx + kh + m - kx - m = kh$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{kh}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} k = k$$

$$f'(x) = k.$$

Таблицу оформляют в записных книжках.

Планируемые УУД:

Познавательные: владение навыками познавательной деятельности; критически оценивать информацию.

Регулятивные: использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности.

Коммуникативные: владение языковыми средствами.

V. Первичное закрепление знаний (15 мин)

Цель: применение новых знаний и умений.

Учитель: Теперь применим полученные знания на практике.
Выполняем задания 780, 781.

№780. Используя определение производной, найти $f'(x)$, если:

- 1) $f(x) = 3x + 2$; 2) $f(x) = 5x + 7$; 3) $f(x) = 3x^2 - 5x$;
- 4) $f(x) = -3x^2 + 2$.

№781. С помощью формулы $(kx + b)' = k$ найти производную функции:

- 1) $f(x) = 4x$; 2) $f(x) = -7x + 5$; 3) $f(x) = -5x - 7$.

Ученик: По очереди выходят к доске, решают задачи в тетради и сравниваются с доской.

№780. Вспомним алгоритм нахождения производной (по определению):

1. Рассмотрим два значения аргумента x и $x + \Delta x$, где Δx – приращение аргумента;

2. Найдём приращение функции $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$;

3. Найдём отношение приращения функции к приращению аргумента $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$;

4. Вычислим предел этого отношения при $\Delta x \rightarrow 0$ $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$.

С помощью него мы можем начинать решать примеры.

1) $f(x) = 3x + 2$

$$f(x + h) = 3(x + h) + 2 = 3x + 3h + 2$$

$$\Delta f = f(x + h) - f(x) = 3x + 3h + 2 - (3x + 2) = 3h$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 3 = 3$$

$$f'(x) = 3;$$

$$2) f(x) = 5x + 7$$

$$f(x + h) = 5(x + h) + 2 = 5x + 5h + 7$$

$$\Delta f = f(x + h) - f(x) = 5x + 5h + 7 - (5x + 7) = 5h$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 5 = 5$$

$$f'(x) = 5;$$

$$3) f(x) = 3x^2 - 5x$$

$$f(x + h) = 3(x + h)^2 - 5(x + h) = 3x^2 + 6xh + 3h^2 - 5x - 5h$$

$$\begin{aligned} \Delta f &= f(x + h) - f(x) = 3x^2 + 6xh + 3h^2 - 5x - 5h - (3x^2 - 5x) \\ &= h(6x + 3h - 5) \end{aligned}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(6x + 3h - 5)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (6x + 3h - 5) = 6x - 5$$

$$f'(x) = 6x - 5;$$

$$4) f(x) = -3x^2 + 2$$

$$f(x + h) = -3(x + h)^2 + 2 = -3x^2 - 6xh - 3h^2 + 2$$

$$\begin{aligned} \Delta f &= f(x + h) - f(x) = -3x^2 - 6xh - 3h^2 + 2 - (-3x^2 + 2) \\ &= h(-6x - 3h) \end{aligned}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(-6x - 3h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (-6x - 3h) = -6x$$

$$f'(x) = -6x.$$

$$\text{№781. } (kx + b)' = k$$

$$1) f(x) = 4x$$

$$k = 4$$

$$f'(x) = (4x)' = 4;$$

$$2) f(x) = -7x + 5$$

$$k = -7$$

$$f'(x) = (-7x + 5)' = -7;$$

$$3) f(x) = -5x - 7$$

$$k = -5$$

$$f'(x) = (-5x - 7)' = -5.$$

Планируемые УУД:

Познавательные: владение навыками познавательной деятельности как осознание совершаемых действий и мыслительных процессов.

Регулятивные: самостоятельно составлять и реализовывать план деятельности.

Коммуникативные: умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности; владение языковыми средствами.

VI. Контроль и самоконтроль (10 мин)

Цель: осознание обучающимися степени овладения полученными знаниями.

Учитель: Решите задания на листочках:

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость $x'(t)$ (в м/с) в момент времени $t = 9$ с.

2. Используя определение производной, найти $f'(x)$, если:

1) $f(x) = 4x - 1$; 2) $f(x) = 2x + 7$; 3) $f(x) = 7x^2 + 3x$;

4) $f(x) = -8x^2 + 2$.

Ученик: Рассаживаются по одному. Решают задания на листочках.

Сдают на проверку учителю.

$$1. x(t) = 6t^2 - 48t + 17$$

$$x'(t) = 12t - 48$$

$$x'(9) = 12 \cdot 9 - 48 = 60$$

$$2. 1) f(x) = 4x - 1$$

$$f(x + h) = 4(x + h) - 1 = 4x + 4h - 1$$

$$\Delta f = f(x + h) - f(x) = 4x + 4h - 1 - (4x - 1) = 4h$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 4 = 4$$

$$f'(x) = 4;$$

$$2) f(x) = 2x + 7$$

$$f(x + h) = 2(x + h) + 7 = 2x + 2h + 7$$

$$\Delta f = f(x + h) - f(x) = 2x + 2h + 7 - (2x + 7) = 2h$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 2 = 2$$

$$f'(x) = 2;$$

$$3) f(x) = 7x^2 + 3x$$

$$f(x + h) = 7(x + h)^2 + 3(x + h) = 7x^2 + 14xh + 7h^2 + 3x + 3h$$

$$\begin{aligned} \Delta f = f(x + h) - f(x) &= 7x^2 + 14xh + 7h^2 + 3x + 3h - (7x^2 + 3x) \\ &= h(14x + 7h + 3) \end{aligned}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(14x + 7h + 3)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (14x + 7h + 3) = 14x + 3$$

$$f'(x) = 14x + 3;$$

$$4) f(x) = -8x^2 + 2$$

$$f(x + h) = -8(x + h)^2 + 2 = -8x^2 - 16xh - 8h^2 + 2$$

$$\begin{aligned} \Delta f = f(x + h) - f(x) &= -8x^2 - 16xh - 8h^2 + 2 - (-8x^2 + 2) \\ &= h(-16x - 8h) \end{aligned}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(-16x - 8h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (-16x - 8h) = -16x$$

$$f'(x) = -16x.$$

Планируемые УУД:

Познавательные: владение навыками познавательной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному применению различных методов познания.

Регулятивные: самостоятельно составлять планы деятельности.

VII. Рефлексия учебной деятельности на уроке (2 мин)

Цель: сопоставление поставленных задач с достигнутым результатом, закрепление знания, постановка дальнейших целей.

Учитель: Задает домашнее задание, отвечает на вопрос обучающихся. Помогает подвести итоги урока. Чему научились на уроке? Что удалось? Над чем надо работать?

Выдает лист рефлексии. Подчеркните, пожалуйста, те состояния, которые вы испытывали в процессе сегодняшнего урока:

П – продуктивность

Р – результативность

О – объективность

И – интерес

З – активность

В – внимательность

О – ответственность

Д – действенность

Н – безрезультатность

А – активность

Я – радость

Спасибо за урок.

Ученик: Записывают домашнее задание, задают интересующие вопросы. Подводят итог урока. На листке рефлексии подчеркивает подходящее ему состояние.

Планируемые УУД:

Познавательные: рефлексия способов и условий действия, их контроль и оценка; критичность.

Регулятивные: самостоятельно корректировать свою деятельность.

Коммуникативные: умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли.

Технологическая карта урока №2

Тема урока: «Нахождение производных функций»

Тип урока: урок обобщения, систематизации и коррекции знаний.

Предмет: алгебра и начала математического анализа

Класс: 11

УМК: Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин «Алгебра и начала математического анализа» 10-11 кл., 2016г.

Цель урока: синтез познаний и отработка умений вычисления производных по правилам дифференцирования.

Методы обучения: вербальный (метод самостоятельной работы с дидактическим материалом), наглядный (частично – поисковый), репродуктивный, управления познавательной деятельностью под руководством учителя, демонстрация.

Формы организации обучения: индивидуальная, фронтальная, парная.

Средства обучения: тетради, учебники, таблица производных, листочки с заданиями для фронтальной и самостоятельной работы.

План урока:

1. Организационный момент – 1 мин
2. Актуализация знаний – 5 мин
3. Формулирование темы урока, постановка цели – 2 мин
4. Обобщение и систематизация знаний – 10 мин
5. Применение знаний и умений в новой ситуации – 15 мин
6. Контроль и самоконтроль – 10 мин
7. Рефлексия учебной деятельности на уроке – 2 мин

Характеристика этапов урока

I. Организационный момент (1 мин)

Цель: контроль готовности обучающихся, их настрой на работу.

Учитель: Проверка подготовленности классного помещения к уроку.

Проверка подготовленности детей к уроку. Взаимное приветствие.

Ученик: Подготовка учащихся к уроку. Взаимное приветствие.

Планируемые УУД:

Коммуникативные: умение продуктивно общаться и взаимодействовать.

II. Актуализация знаний (5 мин)

Цель: повторение пройденного материала.

Учитель: На прошлых уроках мы с вами изучали правила вычисления производных. Давайте их повторим. На доске я записала правила вычисления производных и некоторые табличные значения производных, но в перемену кто-то баловался и стер некоторые значения. Предлагаю попробовать их восстановить. (Заполнить пробелы)

«Дополни»

Функция	Производная
x^n	
	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
c	
	$u'v + uv'$
$\frac{u}{v}$	
	$-\sin x$
tgx	

Ученик: Выполняют задание. По очереди поднимают руки.

$$nx^{n-1}; \sqrt{x}; 0; u \cdot v; \frac{u'v+uv'}{v^2}; \cos x; \frac{1}{\cos^2 x}$$

Планируемые УУД:

Познавательные: владение навыками познавательной деятельности.

Регулятивные: самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность.

Коммуникативные: учитывать позиции других участников; владение языковыми средствами.

III. Формулирование темы урока, постановка цели (2 мин)

Цель: подведение детей к формулированию темы и постановке задач урока. Составление плана деятельности.

Учитель: Ведет беседу и задает вопросы, выводя обучающихся на тему урока. Мы знаем, что такое производная, предел, непрерывная точка, умеем находить производные от степенных функций и применяем правила дифференцирования, знаем геометрический смысл производной. Если мы все это обобщим, то как будет называться тема нашего сегодняшнего урока?

Ученик: Выявляют тему урока и ставят цель.

Тема: «Нахождение производных функций»

Открывают тетради, записывают число, тему урока.

Наша цель: находить производные функций.

Планируемые УУД:

Познавательные: готовность и способность к самостоятельной познавательной деятельности.

Регулятивные: самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности.

Коммуникативные: адекватно использовать речевые средства для дискуссии и аргументации своей позиции.

IV. Обобщение и систематизация знаний (10 мин)

Цель: выявление обучающимися знаний и незнаний, развитие умения находить ответы на проблемные вопросы, подведение детей к самостоятельному выводу способа действия с информацией.

Учитель: Ребята, выполнив следующие задания мы с вами ответим, кто же из ученых ввел обозначения производной, которыми мы пользуемся в наше время. Каждый пример записан под своей буквой, выполняя их и найдя в 1 строке таблицы число, полученное в ответе, записываем во вторую строку соответствующую букву.

«Вычислите производную в заданной точке»

1) $y = 2x^3, x_0 = 0$ А

2) $y = \sqrt{x} + 4, x_0 = 4$ Г

3) $y = -\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 1,2, x_0 = -1$ Р

4) $y = x^3(2x + x^2), x_0 = 1$ Н

5) $y = 2 \sin x - 13, x_0 = 0$ А

6) $y = 2 \operatorname{ctg} x, x_0 = \frac{\pi}{2}$ Ж

7) $y = \frac{x}{x+1}, x_0 = 0$ Л

Ответ	1	0	$\frac{1}{4}$	-4	2	13	-2
Буква							

Ученик: Обучающиеся выполняют задание на доске и в тетрадях под руководством учителя, повторяя правила нахождения производных и таблицу производных.

1) $y' = (2x^3)' = 6x^2, y'(0) = 0$

2) $y' = (\sqrt{x} + 4)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, y'(4) = \frac{1}{4}$

3) $y' = \left(-\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 1,2\right)' = -2x^2 + 2x, y'(-1) = -4$

4) $y' = (x^3(2x + x^2))' = (x^3)'(2x + x^2) + (x^3)(2x + x^2)' = 5x^4 + 8x^3, y'(1) = 13$

5) $y' = (2 \sin x - 13)' = 2 \cos x, y'(0) = 2$

6) $y' = (2 \operatorname{ctg} x)' = -\frac{2}{\sin^2 x}, y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2$

7) $y' = \left(\frac{x}{x+1}\right)' = \frac{x'(x+1) - x(x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}, y'(0) = 1$

Ответ	1	0	$\frac{1}{4}$	-4	2	13	-2
Буква	Л	А	Г	Р	А	Н	Ж

Планируемые УУД:

Познавательные: владение навыками познавательной деятельности; критически оценивать информацию.

Регулятивные: использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности.

Коммуникативные: владение языковыми средствами; учитывать позиции других участников деятельности; эффективно разрешать конфликты.

V. Применение знаний и умений в новой ситуации (15 мин)

Цель: применение ранее изученных знаний и умений в новых ситуациях.

Учитель: Теперь приступаем к заданиям из учебника:

№860. Написать уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$

в точке с абсциссой x_0 :

1) $f(x) = x^2 + x + 1, x_0 = 1$;

2) $f(x) = x - 3x^2, x_0 = 2$;

3) $f(x) = \frac{1}{x}, x_0 = 3$;

4) $f(x) = \frac{1}{x}, x_0 = -2$;

5) $f(x) = \sin x, x_0 = \frac{\pi}{4}$;

6) $f(x) = e^x, x_0 = 0$;

7) $f(x) = \ln x, x_0 = 1$;

8) $f(x) = \sqrt{x}, x_0 = 1$.

Ученик: №860 по очереди решают у доски, остальные самостоятельно в тетради и сравнивают с записями на доске.

Решение:

Запишем уравнение касательной: $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$. Подставим в функцию точку x_0 , найдем производную функции и подставим в производную это же значение точки x_0 . Подставим все значения в уравнение касательной.

1) $f(x) = x^2 + x + 1, x_0 = 1$

$f(1) = 1^2 + 1 + 1 = 3$

$f'(x) = 2x + 1$

$f'(1) = 2 \cdot 1 + 1 = 3$

$$y = 3 + 3(x - 1) = 3x;$$

$$2) f(x) = x - 3x^2, x_0 = 2$$

$$f(2) = 2 - 3 \cdot 2^2 = -10$$

$$f'(x) = 1 - 6x$$

$$f'(2) = 1 - 12 = -11$$

$$y = -11x + 12;$$

$$3) f(x) = \frac{1}{x}, x_0 = 3$$

$$f(3) = \frac{1}{3}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$$

$$f'(3) = -\frac{1}{9}$$

$$y = \frac{1}{3} - \frac{1}{9}(x - 3) = -\frac{1}{9}x + \frac{2}{3};$$

$$4) f(x) = \frac{1}{x}, x_0 = -2$$

$$f(-2) = -\frac{1}{2}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$$

$$f'(3) = -\frac{1}{4}$$

$$y = -\frac{1}{2} - \frac{1}{4}(x + 2) = -\frac{1}{4}x - 1;$$

$$5) f(x) = \sin x, x_0 = \frac{\pi}{4}$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$f'(x) = \cos x$$

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$y = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\pi\sqrt{2}}{8};$$

$$6) f(x) = e^x, x_0 = 0$$

$$f(0) = e^0 = 1$$

$$f'(x) = e^x$$

$$f'(0) = e^0 = 1$$

$$y = 1 + 1(x - 0) = x + 1;$$

$$7) f(x) = \ln x, x_0 = 1$$

$$f(1) = \ln 1 = 0$$

$$f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$f'(1) = 1$$

$$y = x - 1;$$

$$8) f(x) = \sqrt{x}, x_0 = 1$$

$$f(1) = 1$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(1) = \frac{1}{2}$$

$$y = 1 + \frac{1}{2}(x - 1) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}.$$

Планируемые УУД:

Познавательные: владение навыками познавательной рефлексии.

Регулятивные: самостоятельно составлять и реализовывать план деятельности.

Коммуникативные: умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности; умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения.

VI. Контроль и самоконтроль (10 мин)

Цель: осознание каждым обучающимся степени овладения полученными знаниями.

Учитель: Решите задания на карточках. После выполнения работы обменяйтесь тетрадями с соседом по парте. Решения с правильными ответами проектируются на экран.

ВАРИАНТ 1

Найти производную функции

1. $y = x^2$

2. $y = 5,2$

3. $y = \sqrt{x}$

4. $y = 2x^9 - 4x^7 + 8x - 10$

5. $y = 2\cos x + \sin x$

6. $y = \operatorname{tg} x + 4x$

ВАРИАНТ 2

Найти производную функции

1. $y = x^3$

2. $y = 3,7$

3. $y = \frac{1}{x}$

4. $y = 3x^8 - 2x^6 + 2x - 8$

5. $y = 2\sin x + \cos x$

6. $y = \operatorname{ctg} x - 3x$

Критерий выставления оценок записан на доске:

все правильно – «5»

1-2 ошибки – «4»

3 ошибки – «3»

В остальных случаях – «2»

Ученик: Обучающиеся записывают на листочках ответы. По окончании меняются тетрадями, выполняют взаимопроверку.

ВАРИАНТ 1	ВАРИАНТ 2
1. $2x$	1. $3x^2$
2. 0	2. 0
3. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$	3. $-\frac{1}{x^2}$
4. $18x^8 - 28x^6 + 8$	4. $24x^7 - 12x^5 + 2$
5. $-2\sin x + \cos x$	5. $2\cos x - \sin x$

б. $\frac{1}{\cos^2 x} + 4$	б. $-\frac{1}{\sin^2 x} - 3$
-----------------------------	------------------------------

Планируемые УУД:

Познавательные: владение навыками познавательной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному применению различных методов познания.

Регулятивные: самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность.

Коммуникативные: умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности.

VII. Рефлексия учебной деятельности на уроке (2 мин)

Цель: сопоставление поставленных задач с достигнутым результатом, закрепление знания, постановка дальнейших целей.

Учитель: Задает домашнее задание, отвечает на вопрос обучающихся. Помогает подвести итоги урока. Чему научились на уроке? Что удалось? Над чем надо работать?

Выдает лист рефлексии. Подчеркните, пожалуйста, те состояния, которые вы испытывали в процессе сегодняшнего урока: интерес, беспокойство, эмоциональный подъем, скука, удовольствие, раздражение.

Спасибо за урок.

Ученик: Записывают домашнее задание, задают интересующие вопросы. Подводят итог урока. На листке рефлексии подчеркивает подходящее ему состояние.

Планируемые УУД:

Познавательные: рефлексия способов и условий действия, их контроль и оценка; критичность.

Регулятивные: самостоятельно корректировать свою деятельность.

Коммуникативные: умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли.

Технологическая карта урока №3

Тема урока: «Применение производной к исследованию функций»

Тип урока: урок обобщения, систематизации и коррекции знаний.

Предмет: алгебра и начала математического анализа

Класс: 11

УМК: Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин «Алгебра и начала математического анализа» 10-11 кл., 2016г.

Цель урока: синтез познаний и отработка умений вычисления производных по правилам дифференцирования.

Методы обучения: вербальный (метод самостоятельной работы с дидактическим материалом), наглядный (частично – поисковый), репродуктивный, управления познавательной деятельностью под руководством учителя, демонстрация.

Формы организации обучения: индивидуальная, фронтальная, парная.

Средства обучения: тетради, учебники, таблица производных, листочки с заданиями для фронтальной и самостоятельной работы.

План урока:

1. Организационный момент – 1 мин
2. Актуализация знаний – 5 мин
3. Формулирование темы урока, постановка цели – 2 мин
4. Обобщение и систематизация знаний – 10 мин
5. Применение знаний и умений в новой ситуации – 15 мин
6. Контроль и самоконтроль – 10 мин
7. Рефлексия учебной деятельности на уроке – 2 мин

Характеристика этапов урока

I. Организационный момент (1 мин)

Цель: контроль готовности обучающихся, их настрой на работу.

Учитель: Проверка подготовленности классного помещения к уроку.
Проверка подготовленности детей к уроку. Взаимное приветствие.

Ученик: Подготовка учащихся к уроку. Взаимное приветствие.

Планируемые УУД:

Коммуникативные: умение продуктивно общаться и взаимодействовать.

II. Актуализация знаний (5 мин)

Цель: повторение пройденного материала.

Учитель: Начнем наш урок с устного опроса. Внимательно посмотрите на доску, по цепочке устно говорите ответ (если ответ неверный, то следующий ученик исправляет ошибку). На доске появляется таблица производных и правила дифференцирования.

Найти производную каждого значения:
 $C, \sqrt{x}, \frac{u}{v}, y^n, ctgx, \frac{1}{x}, \sin y, x^n, \sqrt{y}, uv, u + v, tgy, \sin x, ctgy, \cos x, tgx, \cos y, \arcsin x, \arccos x, arctgx, arcctgx.$

Ученик: Выполняют задание. По очереди говорят ответ.

Планируемые УУД:

Познавательные: владение навыками познавательной деятельности.

Регулятивные: самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность.

Коммуникативные: учитывать позиции других участников; владение языковыми средствами.

III. Формулирование темы урока, постановка цели (2 мин)

Цель: подведение обучающихся к формулированию темы и постановке задач урока. Составление плана деятельности.

Учитель: Ведет беседу и задает вопросы, выводя обучающихся на тему урока. Мы знаем, что такое производная, предел, умеем находить производные от степенных функций, применяем правила дифференцирования, знаем геометрический смысл производной, можем найти наибольшее и наименьшее значение, точки экстремума, перегиб, выпуклость и вогнутость. Если мы все это обобщим, то как будет называться тема нашего сегодняшнего урока?

Ученик: Выявляют тему урока и ставят цель.

Тема: «Применение производной к исследованию функций»

Открывают тетради, записывают число, тему урока.

Наша цель: научиться применять производные в исследовании функции.

Планируемые УУД:

Познавательные: готовность и способность к самостоятельной познавательной деятельности.

Регулятивные: самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; использовать всевозможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности.

Коммуникативные: адекватно использовать речевые средства для дискуссии и аргументации своей позиции.

IV. Обобщение и систематизация знаний (10 мин)

Цель: выявление обучающимися знаний и незнаний, развитие умения находить ответы на проблемные вопросы, подведение детей к самостоятельному выводу способа действия с информацией.

Учитель: Вспомним алгоритм исследования функции с помощью производной:

1. Область определения.
2. Проверяем функцию на чётность.
3. Находим точки пересечения графика с осями координат.
4. Определяем период функции.
5. Находим промежутки знакопостоянства функции.
6. Находим асимптоты.
7. Определяем промежутки возрастания и убывания функции, а также точки максимума и минимума.
8. Точки перегибы и промежутки выпуклости и вогнутости.
9. Дополнительные точки (если потребуется).
10. Построение графика.

Исследуйте функцию и постройте её график: $y = x^4 - 2x^2 - 8$

Ученик: Учащиеся повторяют алгоритм исследования функции и построения ее графика и закрепляют навыки исследования функции с помощью производной в процессе решения задания (несколько учащихся на доске поочередно выполняют определенный этап данного задания, остальные ученики работают в тетрадях, сверяя свое решение с решением на доске).

$$y = x^4 - 2x^2 - 8$$

1. $D(y) = R$

2. $y(-x) = (-x)^4 - 2(-x)^2 - 8 = x^4 - 2x^2 - 8$ – функция чётная

3. $y = 0, x^4 - 2x^2 - 8 = 0, x = \pm 2; x = 0, y = -8$

4. Функция не является периодической

5. $y > 0, x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

$y < 0, x \in (-2; 2)$

6. Асимптоты не определены

7. $y' = 4x^3 - 4x; y' = 0; 4x^3 - 4x = 0; x = 0, x = \pm 1$

$y \uparrow : x \in (-1; 0) \cup (1; +\infty)$

$y \downarrow : x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$

$y_{max} = 0, y_{min} = \pm 1$

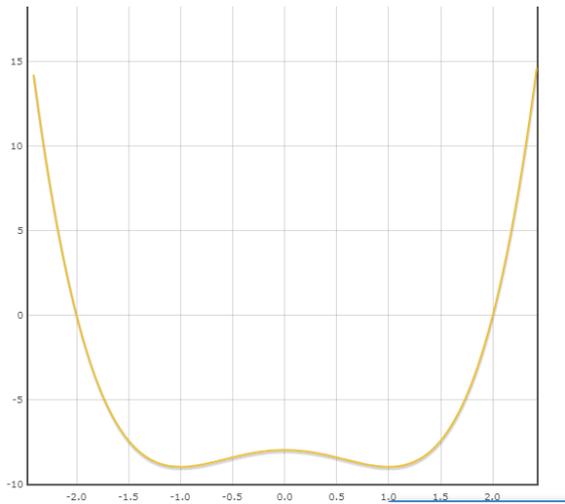
8. $y'' = 12x^2 - 4; y'' = 0; 12x^2 - 4 = 0; x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$

Функция выпуклая: слева от точки $x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ и справа $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Функция вогнутая: справа от точки $x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ (или слева от точки $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$)

Точки перегиба: $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$

10. Построение графика:



Планируемые УУД:

Познавательные: владение навыками познавательной рефлексии как границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения.

Регулятивные: умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности.

Коммуникативные: владение языковыми средствами; умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности.

V. Применение знаний и умений в новой ситуации (15 мин)

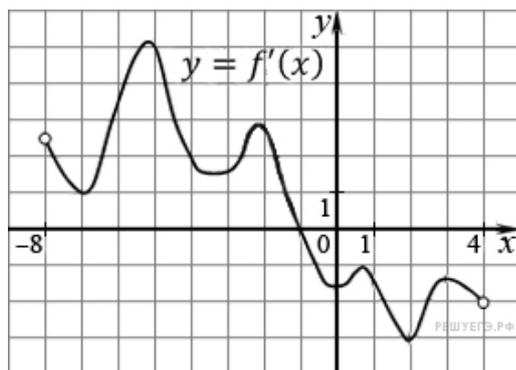
Цель: применение ранее изученных знаний и умений в новых ситуациях.

Учитель: Раздаёт карточки со следующими заданиями:

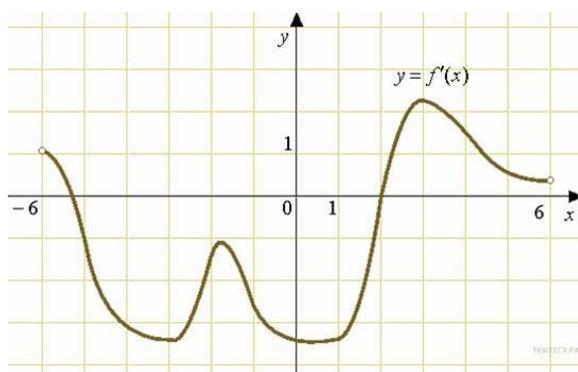
Задача 1. Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 48x + 17$.

Задача 2. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 27x$ на отрезке $[0;4]$.

Задача 3. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 4)$. В какой точке отрезка $[-7; -3]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Задача 4. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6;6)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Ученик: Один человек возле доски или отвечает с места, остальные с ним сверяются.

Задача 1. Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 48x + 17$.

Решение: Чтобы найти точку максимума, сначала следует найти производную функции, приравнять ее к нулю, определить знаки производной функции и найти искомую точку.

Найдем производную заданной функции:

$$y' = 3x^2 - 48 = 3(x^2 - 16) = 3(x - 4)(x + 4)$$

Найдем нули производной:

$$3(x - 4)(x + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4, \\ x = 4 \end{cases}$$

Определим знаки производной функции в таблице:

x	-5	-4	0	4	5
y'	27	0	-48	0	27

y	\uparrow	max	\downarrow	min	\uparrow
-----	------------	-----	--------------	-----	------------

Искомая точка максимума $x = -4$.

Ответ: -4

Задача 2. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 27x$ на отрезке $[0;4]$.

Решение: Чтобы найти точку максимума, сначала следует найти производную функции, приравнять ее к нулю, определить знаки производной функции и найти искомую точку.

Найдем производную заданной функции:

$$y' = 3x^2 - 27 = 3(x^2 - 9) = 3(x + 3)(x - 3)$$

Найдем нули производной:

$$\begin{cases} 3(x + 3)(x - 3) = 0, \\ 0 \leq x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3, \\ x = 3, \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$$

Определим знаки производной функции в таблице:

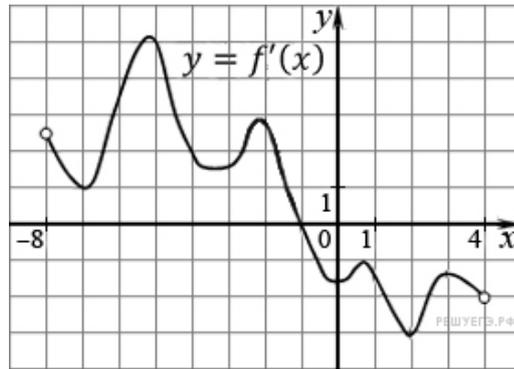
x	0	1	3	3,5	4
y'	0	-24	0	9,75	0
y	-	\downarrow	min	\uparrow	-

В точке $x = 3$ заданная функция имеет минимум, являющийся ее наименьшим значением на заданном отрезке.

Найдем это наименьшее значение: $y(3) = 27 - 27 \cdot 3 = -54$.

Ответ: -54

Задача 3. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 4)$. В какой точке отрезка $[-7; -3]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение?

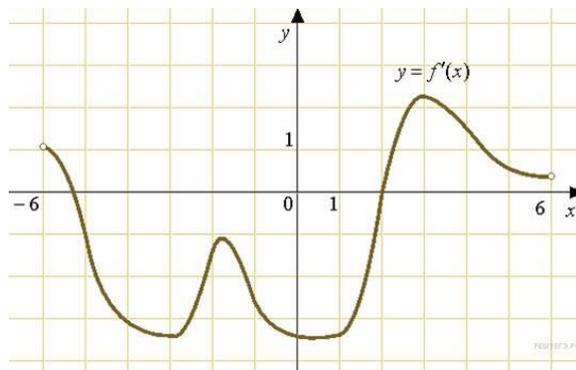


Решение:

На заданном отрезке производная функции положительна, поэтому функция на этом отрезке возрастает. Поэтому наименьшее значение функции достигается на левой границе отрезка, т. е. в точке -7 .

Ответ: -7

Задача 4. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6;6)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Решение:

Промежутки возрастания данной функции $f(x)$ – это такие промежутки, на которых ее производная неотрицательна, то есть промежуткам $(-6; -5,2]$ и $[2; 6)$. Данные промежутки содержат целые точки 2, 3, 4 и 5. Их сумма равна 14.

Ответ: 14

Планируемые УУД:

Познавательные: владение навыками познавательной деятельности.

Регулятивные: самостоятельно составлять и реализовывать план деятельности.

Коммуникативные: умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности; умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения.

VI. Контроль и самоконтроль (10 мин)

Цель: осознание каждым обучающимся степени овладения полученными знаниями.

Учитель: Решите задания на карточках.

Исследовать функцию и построить её график:

1 вариант: $y = x^4 - 4x^2 + 2$

2 вариант: $y = x^4 - 6x^2 + 3$

Ученик: Самостоятельно решают задания на карточках. Сдают на проверку учителю.

Планируемые УУД:

Познавательные: способность и готовность к самостоятельному применению различных методов познания; владение навыками познавательной деятельности, навыками разрешения проблем.

Регулятивные: умение самостоятельно составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять деятельность.

VII. Рефлексия учебной деятельности на уроке (2 мин)

Цель: сопоставление поставленных задач с достигнутым результатом, закрепление знания, постановка дальнейших целей.

Учитель: Задаёт домашнее задание, отвечает на вопрос обучающихся. Помогает подвести итоги урока. Чему научились на уроке? Что удалось? Над чем надо работать?

Продолжи фразу: сегодня на уроке...

- мне понравилось...

- было трудно...

- я научился...

Спасибо за урок.

Ученик: Записывают домашнее задание, задают интересующие вопросы. Подводят итог урока. На листке рефлексии продолжают фразу.

Планируемые УУД:

Познавательные: критичность; рефлексия способов и условий действия, их контроль и оценка.

Регулятивные: самостоятельно корректировать свою деятельность.

Коммуникативные: умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли.

Заключение

В данной дипломной работе была исследована тема «Формирование универсальных учебных действий при изучении производной». Были рассмотрены теоретические основы формирования универсальных учебных действий старших школьников, изучен федеральный государственный образовательный стандарт, была проведена практическая работа, направленная на решение поставленной проблемы с использованием накопленного теоретического материала.

Найдя пути формирования универсальных учебных действий на уроках математики при изучении производной, мы выяснили, что цель разработки методики формирования универсальных учебных действий на уроках математики при обучении теме «Производная» в 10-11 классах была достигнута.

Изучив психолого-педагогическую литературу и нормативные документы, мы выявили подходы к формированию универсальных учебных действий у учащихся 10-11 классов при обучении математике. Выявив организации обучения математике в 10-11 классах, направленных на формирование универсальных учебных действий и сформулировав цели и формы обучения математике при изучении производной, направленных на формирование универсальных учебных действий, мы пришли к тому, что выдвинутая гипотеза подтвердилась. Действительно, определив возможности темы «Производная» для формирования универсальных учебных действий, запланировав эти действия на каждом уроке по данной теме и стимулируя обучающихся к выполнению УУД, повысилось качество знаний обучающихся.

Библиографический список

1. Колмогоров, А.Н. Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын, Б.М. Ивлев, С.И. Шварцбурд. – М.: Просвещение, 2008г. – 387 с.
2. Алимов, Ш.А. Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин. – М.: Просвещение, 2016г. – 463 с.
3. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / А.Г. Мордкович. –14-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2013г. – 400 с.
4. Никольский, С.М. Алгебра и начала математического анализа 11 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. – М.: Просвещение, 2013г. – 468 с.
5. Шабунин, М.И. Алгебра. Начала математического анализа. 11 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / М.И. Шабунин, А.А. Прокофьев. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2008г. – 477 с.
6. Колягин, Ю.М. Алгебра и начала математического анализа 11 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин. – М.: Просвещение, 2010г. – 336 с.
7. Асмолов, А.Г. Проектирование универсальных учебных действий в старшей школе / А.Г. Асмолова// Национальный психологический журнал. – 2011. –№1(5)
8. Дони́на, И.А. Универсальные учебные действия старшего школьника: возрастные особенности и направления развития / И.А. Дони́на, С.А. Поломошнова// Вестник Новгородского государственного университета. – 2016. – №5(96)

9. Балашова, А.И. К вопросу о развитии универсальных учебных действий / А.И. Балашова, Н.А. Ермолова, А.Ф. Потылицына.// Инновационные исследовательские проекты. – 2009. – №5
10. Петерсон, Л.Г. Формирование и диагностика организационно-рефлексивных общеучебных умений / Л.Г. Петерсон, Ю.В. Агапов. – М.: Ювента, 2009г. – 112 с.
11. Самочернова, Л.И. Высшая математика. Часть 2: учеб. пособие / Л.И. Самочернова. –2-е изд., испр. – Томск: Изд-воТомского политехнического университета, 2005. – 164 с.
12. Запорожец, Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу: учебное пособие / Г. И. Запорожец. – 7-е изд., стер. – М.: Лань, 2010. – С. 7-10.
13. ЕГЭ 2017. Математика. Профильный уровень. 30 вариантов типовых тестовых заданий и 800 заданий части 2 / И. В. Ященко, М. А. Волчкевич, И. Р. Высоцкий, Р.К. Гордин, П.В. Семёнов, О.Н. Косухин, Д.А. Фёдоровых, А.И. Суздальцев, А.Р. Рязановский, И.Н. Сергеев, В.А. Смирнов, А.В. Хачатурян, С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль; под ред. И.В.Ященко. – М.: Издательство «Экзамен», издательство МЦНМО, 2017. – С. 172-173.
14. Математика. Подготовка к ЕГЭ в 2018 году. Профильный уровень. Диагностические работа. – М.: МЦНО, 2018. – 96 с.
15. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования / М-во образования и науки Рос. Федерации – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2017. – 63с.
16. Шкерина, Л.В. Методика выявления и оценивания уровня сформированности профессиональных компетенций студентов – будущих учителей математики / Л.В. Шкерина. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=24224957>
17. Вахнин, А.А. Формирование универсальных учебных действий на уроках в основной школе / А.А. Вахнин. – Режим доступа:

<https://infourok.ru/statya-formirovanie-universalnih-uchebnih-deystviy-na-urokah-v-osnovnoy-shkole-869554.html>

18. Иерусалимская, С.А. Формирование и развитие универсальных учебных действий на уроках математики / С.А. Иерусалимская. – Режим доступа:

<https://doc4web.ru/matematika/formirovanie-i-razvitie-universalnih-uchebnih-deystviy-na-urokah.html>

19. Захарова, Е.А. Проектирование урока математики с позиции формирования УУД. Описание этапов урока и УУД, которые формируются на данных этапах / Е.А. Захарова. – Режим доступа:

<http://lektsii.net/1-6927.html>

20. Суровцева, А.К. Изучение темы «Производная» в классах с углубленным изучением математики / А.К. Суровцева. – Режим доступа: https://otherreferats.allbest.ru/pedagogics/00125168_1.html

21. Труснев, В.В. Методика изучения элементов математического анализа в школьном курсе математики / В.В. Труснев. – Режим доступа: <https://kpfu.ru/portal/docs/F909900651/Trusnev.pdf>

