



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

Физико-математический факультет  
Кафедра математики и методики обучения математике

«ФОРМИРОВАНИЕ ЛОГИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ НА УРОКАХ  
АЛГЕБРЫ»

Выпускная квалификационная работа  
по направлению 44.04.01 Педагогическое образование

Направленность программы магистратуры  
«Математическое образование в системе профильной подготовки»

Проверка на объем заимствований:  
44,75 % авторского текста

Выполнил:  
Студент группы ОФ-213/131-2-1  
Трофимова Ирина Владимировна

Работа рекомендована к защите  
«26» марта 2019 г.  
И.о. зав. кафедрой МиМOM  
Шумакова Е.О. Шумакова Е.О.

Научный руководитель:  
канд. пед. наук, доцент  
Севостьянова С. А.

Челябинск  
2019

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ .....</b>	<b>3</b>
<b>ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ЛОГИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ .....</b>	<b>8</b>
1.1 Сущность и содержание понятия логической культуры .....	8
1.2 Особенности формирования логической культуры учащихся в процессе обучения математике .....	15
1.3 Мониторинг развития логической культуры в основной школе.	19
Выводы по первой главе .....	25
<b>ГЛАВА 2. СРЕДСТВА И МЕТОДЫ ФОРМИРОВАНИЯ ЛОГИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ АЛГЕБРЕ .....</b>	<b>26</b>
2.1 Дидактические возможности учебников алгебры по формированию логической культуры.....	26
2.2 Система задач, направленная на формирование логической культуры в процессе обучения алгебре .....	30
2.3 Описание и результаты экспериментальной работы.....	59
Выводы по второй главе .....	65
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>66</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	<b>68</b>

## ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. Уровень развития любой страны в наибольшей степени определяется последними достижениями в области науки и техники. Согласно концепции математического образования, в Российской Федерации математика занимает особое место в науке, культуре и общественной жизни, являясь одной из важнейших составляющих мирового научно-технического прогресса. Изучение математики играет системообразующую роль в образовании, развивая познавательные способности человека, в том числе логическое мышление. Повышение уровня математической образованности сделает более полноценной жизнь россиян в современном обществе, обеспечит потребности в квалифицированных специалистах для наукоемкого и высокотехнологичного производства [2].

В федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования прописаны основные метапредметные результаты освоения основной образовательной программы: «умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы» [1]. В результате освоения перечисленных умений у учащихся формируется логическая культура. То есть согласно федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования школа должна осуществлять формирование логической культуры.

Проблемой формирования логической культуры занимались многие психологи, педагоги. Интерес психологов к данной проблеме проявляется в теориях развития логического мышления. Основы формирования логического мышления прослеживаются в теории

поэтапного формирования умственных действий П. Я. Гальперина. Поэтапное формирование умственных действий рассматривается на основе перенесения внешних материальных действий в план отражения, восприятия, представлений и понятий. Н. Ф. Талызина продолжила изучение идей деятельностной теории, изучила закономерности и механизмы формирования умственных действий и познавательных умений. Рассматривая теории Выгодского, Ж. Пиаже, можно сделать вывод, что сформированность логической культуры ребенка зависит от степени развития речи. Согласно теории Ж. Пиаже, вначале возникает внеречевое аутистическое мышление, которое сменяет эгоцентрическая речь и эгоцентрическое мышление, затем появляется социализированная речь и логическое мышление.

Особенности формирования логической культуры были проанализированы в трудах многих ученых – педагогов, таких как: А. А. Столяр - известный методист по проблемам развития логического мышления школьников, И. Л. Никольская связывает развитие логической культуры личности с усвоением рациональных методов и приемов логического мышления, О. Б. Епишева описывает формирование логических умений через деятельностный подход. Л. Ф. Тихомирова, Д. А. Гусев описали в своих работах использование в учебном процессе задач и упражнений направленных на формирование логических операций. В. Н. Брюшинкин, В. И. Свинцов рассматривали логическую культуру через формирование мышления, подчиняющегося правилам, требованиям и законам традиционной логики. В работах Е. В. Яковлевой, С. А. Севостьяной, Л. Н. Удовенко выделены компоненты, составляющие понятие логической культуры, выявлены составные элементы логической культуры, разработаны основные положения системы формирования логической культуры в процессе обучения.

В наибольшей степени логическая культура формируются на уроках математики, а именно алгебры и геометрии. Курсу геометрии отводится главенствующая роль, поскольку он подразумевает изучение основных принципов и методов логических построений. В отличие от геометрии, алгебраический материал в большей степени связан с усвоением алгоритмов, но и здесь есть ресурсы для развития логической культуры. В настоящее время существует противоречие между потребностью в развитии логической культуры учащихся и недостаточной разработанностью методики формирования логической культуры на уроках алгебры, это определило тематику нашего исследования.

Цель исследования: разработать систему заданий, направленную на повышение уровня логической культуры учащихся в процессе изучения школьного курса алгебры.

Объектом исследования является процесс обучения алгебре в основной школе.

Предмет исследования: процесс формирования логической культуры учащихся на уроках алгебры.

Гипотеза исследования: если создать систему заданий, в содержание которой войдут различные упражнения, направленные на развитие логических умений и вести целенаправленную работу по их формированию, то можно обеспечить эффективное развитие логической культуры у школьников.

Проблема исследования потребовала решения следующих задач:

1. Рассмотреть психолого-педагогические компоненты формирования логической культуры у школьников.
2. Провести анализ учебников алгебры на выявление дидактических возможностей по формированию логической культуры.
3. Разработать, подобрать упражнения, ориентированные на формирование логической культуры.

4. Экспериментально проверить реализуемость гипотезы и эффективность разработанной методики.

Для решения поставленных задач использовались различные теоретические и экспериментальные методы, соответствующие этапам работы.

Во время теоретического исследования был проведен анализ литературы по психологии, педагогике, анализ школьных учебников по математике, анализ и синтез результатов поиска в информационно-поисковых системах с целью определения ведущих понятий, разработка программы исследования и прогнозирование итогов опытно-экспериментальной работы.

Экспериментальная часть исследования состояла из констатирующего, формирующего и контролирующего экспериментов, наблюдения, проведения соответствующих методик и их оценки.

Научная новизна исследования заключается в теоретическом обосновании и экспериментальной проверке модели формирования логической культуры у школьников при обучении алгебре.

Теоретическая значимость исследования состоит в следующем:

- обоснованы целесообразность и возможность организации систематической работы по формированию логической культуры школьников в процессе обучения алгебре;

- разработаны и научно обоснованы содержание и структура системы задач по формированию логической культуры мышления у учащихся при обучении алгебре;

Практическая значимость исследования заключается в возможности использования полученных результатов для совершенствования методики развития логической культуры в процессе обучения алгебре. Материалы исследования, могут быть использованы учителями школ, студентами и педагогами педагогического вуза в практике подготовки учителей.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка использованной литературы.

Во введении обоснована актуальность темы, сформулированы проблема, цель, объект, предмет, задачи, гипотеза, методы исследования, определены теоретическая и практическая значимости исследования.

В первой главе «Теоретические основы формирования логической культуры учащихся в процессе обучения математике» изучена характеристика логической культуры. Выявлены основные логические умения, действия, развитие которых влечет формирование логической культуры. Рассмотрены психолого-педагогические условия формирования логических умений школьников при изучении алгебры.

Во второй главе «Средства и методы формирования логической культуры в процессе обучения алгебре» проведен анализ учебников алгебры, с целью выявления дидактических возможностей по формированию логической культуры, описана организация и методика опытно-экспериментальной работы, проведен анализ ее результатов.

В заключении подведены итоги исследования и сформулированы выводы.

Список использованной литературы и информационных источников включает в себя 29 наименований.

# ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ЛОГИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

## 1.1 Сущность и содержание понятия логической культуры

В связи с современными тенденциями развития общества вопрос о методах, способах формирования логической культуры является весьма актуальным. Данной проблеме посвящают свои работы методисты, педагоги, психологи. Для установления сущности и содержания формирования логической культуры рассмотрим определения.

Е. В. Яковлева под логической культурой понимает такой компонент общей культуры личности, который проявляется в знании законов, методов и форм формальной и диалектической логики; в умении человека логически правильно, опираясь на эти законы, формы и методы, рассуждать; давать определения понятиям; оперировать понятиями; делать умозаключения, доказательные выводы; оперировать гипотезами; раскрывать противоречия, а также систематизировать и классифицировать в определённую систему имеющиеся знания. [24, с. 340]

Логическая культура, по мнению В. Н. Брюшинкина, — это система навыков мышления, позволяющая выражать имеющиеся мысли в ясной и отчетливой форме и приобретать новые мысли на основе одной только этой формы. [6, с. 30]

Гусев Д. А. считает, что логической культурой является знание и соблюдение основных принципов и требований правильного построения и выражения мыслей как в устной, так и в письменной речи. [10, с. 6]



В нашем исследовании мы будем опираться на определение В.И. Свинцова. Логическая культура - способность человека осуществлять и контролировать различные интеллектуальные операции (умозаключать, доказывать, выдвигать и развивать гипотезы, классифицировать, строить определения и т. д.) [19, с. 114].

Логическая культура личности нуждается в целенаправленном формировании, которое обеспечивается организованной познавательной деятельностью в рамках специализированных социальных институтов, прежде всего, института образования.

Логическая культура включает в себя: 1) индивидуальный аспект, связанный с тем, что источником мышления является отдельный человек; 2) социальный аспект, обусловленный человеческим общением преимущественно в языковой форме; 3) познавательный – логическая культура является инструментом познания, необходимым для открытия истины; 4) научный – логическая культура является фундаментом культуры научного мышления [5, с. 148].

Формирование логической культуры можно рассмотреть со стороны реализации федерального государственного образовательного стандарта. ФГОС предполагает становление и развитие личности учащихся за счет универсальных учебных действий. Согласно образовательной программе основного общего образования выделяются три группы универсальных учебных действий: регулятивные, познавательные и коммуникативные.

Познавательные УУД – это система способов познания окружающего мира, построение самостоятельного процесса поиска, исследования и совокупность операций по обработке, систематизации, обобщению и использованию полученной информации. [1]

В перечне познавательных универсальных учебных действий выделяют три подгруппы:

1. Общеучебные универсальные действия.

2. Логические универсальные действия.
3. Постановка и решение проблемы.

Рассмотрим логические УУД. К ним относят:

- анализ объектов с целью выделения свойств и признаков;
- синтез – составление целого из частей, в том числе самостоятельное достраивание с восполнением недостающих компонентов;
- сравнение объектов;
- сериация и классификация;
- подведение под понятие;
- выведение следствий;
- установление причинно-следственных связей;
- построение логической цепочки рассуждений, анализ истинности утверждений;
- доказательство;
- выдвижение гипотез и их обоснование.

В свою очередь формирование логических действий ведет к развитию логических умений.

А. К. Артемовым были выделены следующие логические умения: анализ, выделение существенных и несущественных признаков математических объектов в данных условиях, наблюдение, синтез, распознавание изучаемых математических объектов по признакам понятий, использование «контр» примеров, простейших рассуждений, сравнение математических объектов, обобщение, путем сравнения. Проведение простейших рассуждений: дедуктивных, индуктивных, переключение на обратный ход мыслей, по аналогии, обоснование своих выводов путем иллюстраций на примерах. [3 с. 56].

Удовенко Л. Н. раскрывает состав логических умений через: умение определять понятие; умение классифицировать совокупности объектов; умение проводить дедуктивные рассуждения; умение проводить направленный перебор возможностей; умение формулировать гипотезы, ставить вопросы; умение обосновывать на примере; умение проводить действия по алгоритму, составлять алгоритм деятельности, "зрительному схватыванию" закономерностей; "обобщению на примере"; проведению рассуждений по индукции, по аналогии; использованию естественного и символического языков, переводу с одного языка на другой. [22, с. 28],

Никольская И. Л. выделила «некоторый минимум логических знаний и умений, который необходим каждому человеку независимо от рода его занятий, и предполагается у всякого, получившего среднее образование». В этот минимум вошли: «знание правил классификации; знание точного смысла логических связок; умение выделить логическую форму (структуру) предложения; умение формулировать отрицания сложных предложений и предложений с кванторами; понимание смысла слов «следует», «равносильно» (логически), «необходимо», «достаточно» (необходимое, достаточное условие); умение проверить правильность рассуждения, обнаружить грубую логическую ошибку; знание наиболее употребительных приемов доказательства» [16, с. 26].

Человек с высокоразвитой логической культурой востребован в современном обществе, которое можно охарактеризовать как общество с ускоренными темпами развития, с глобальным информационным пространством. В связи с этим система образования должна развивать у обучающихся логическую компетентность, позволяющую осваивать новые области знания и приобретать необходимые навыки. Логическая компетентность частично формирует следующее:

1) коммуникативные навыки - умение понять поставленный вопрос, сформулировать релевантный ответ, принять позицию собеседника, найти моменты разногласий и точки совпадения, конструктивно строить диалог, формулировать и обосновывать собственную позицию;

2) навыки работы с информацией - умение проследить общую логику изложения, выделить основные смысловые разделы и понять связи, анализировать информацию, полученную из разных источников;

3) навыки организации мышления - умение структурировать поставленную задачу, выделяя и распределяя операции, необходимые для её разрешения. [29]

Для формирования каждого компонента логической культуры выделены определенные мыслительные действия.

Анализ:

1) Расчленить изучаемый объект на составные элементы (признаки, свойства, отношения)

2) Исследовать отдельно каждый элемент

3) Если нужно, включить изучаемый объект в связи и отношения с другими.

4) Составить план изучения объекта в целом

Сравнения:

1) Используя наблюдение и анализ, выделить свойства объектов изучения или их частей

2) Установить общие и существенные свойства (признаки)

3) Установить различные и несущественные свойства объектов

4) Сформулировать основания для сравнения (заданное или выделенное среди существенных признаков)

5) Сопоставить объекты или их части по данному основанию

6) Сформулировать вывод.

Аналогия:

- 1) Сравнить изучаемые объекты с какими-либо известными ранее
- 2) Сформулировать об известных объектах одно или несколько известных суждений (свойств)
- 3) Выделить свойства, отличающие изучаемые объекты от известных
- 4) Сформулировать полученное суждение

Синтез:

Объединить свойства, полученные при анализе в единое целое

Обобщение:

- 1) На основе анализа и сравнения сформулировать общие и существенные свойства объекта
- 2) Объединить объекты с общими существенными свойствами в одно множество
- 3) Дать название полученному (термин, символ)
- 4) Сформулировать суждение – характеристическое свойство полученного множества объекты.

Определение понятия

Через указание ближайшего рода и видовых отличий

- 1) Назвать определяемое понятие (термин)
- 2) Указать ближайшее множество объектов, элементом которого оно является(родовое понятие)
- 3) Перечислить характеристические признаки, выделяющие его из названного множества(видовые отличия)

Умение проводить дедуктивные рассуждения:

- 1) конструирование целого из заданных частей;
- 2) алгоритмическая деятельность;
- 3) логические операции и отношения;
- 4) построение логических схем.

Умение проводить направленный перебор возможностей:

1) конструирование целого из заданных частей с заданными свойствами;

2) алгоритмическая деятельность.

Способность к использованию естественного и символического языков, к переводу с одного языка на другой:

1) классификация;

2) конструирование целого из заданных частей с заданными свойствами;

3) построение логических схем. [12, 22]

Каждое действие нуждается в целенаправленном формировании. Согласно теории Гальперина, можно выделить несколько этапов формирования умственных действий.

Первый этап связан с предварительным ознакомлением учащихся с целью обучения, созданием мотивации.

На втором этапе строится схема ориентировочной основы действия.

Третий этап включает выполнение действий в материальном или материализованном виде. В материальном виде действие выполняется с реальными предметами, объектами. Материализованный вид подразумевает выполнение действия с помощью моделей: схем, чертежей и т.д.

Четвертый этап - формирование действия как внешне речевого. Действие подвергается дальнейшему обобщению благодаря его полной вербализации в устной или письменной речи.

На пятом этапе действие формируется во внешней речи про себя. Приобретая мысленную форму, действие постепенно сокращается, автоматизируется.

Шестой этап - этап выполнения действия в умственном плане. Действие становится внутренним процессом, максимально автоматизированным, становится актом мысли, ход осуществления

которого закрыт, а известен только конечный «продукт» этого процесса. [8, с 164]

В качестве критериев сформированности логической культуры школьников можно принять показатели сформированности основных логических умений: анализ, синтез, обобщения на основе анализа и синтеза фактического материала; делать индуктивные и дедуктивные выводы; осуществлять перенос имеющихся знаний в новую ситуацию и строить выводы по аналогии; объяснять сущность изучаемого явления; выдвигать и логически развивать гипотезу; выявлять и исправлять логические ошибки; проводить доказательства; владеть эмпирическими и теоретическими методами познания; знать принципы, категории, законы формальной и диалектической логики и др.

## **1.2 Особенности формирования логической культуры учащихся в процессе обучения математике**

Трудности в изложении своих мыслей – нередкая черта как обучающегося, так и выпускника школы. Данная проблема является следствием не развитой логической культуры. Жан Пиаже в своем труде «Речь и мышление ребенка» говорит об исследованиях, связанных с изучением степени развития логики ребенка в возрасте от 4 до 11–12 лет. По его мнению, дети до семи лет принимают свои мысли за истинные, у них нет потребностей в аргументации своих утверждений. Причиной отсутствия логического обоснования рассуждений является эгоцентризм и малая социализация мысли. С возрастом эгоцентризм уменьшается, мышление ребенка обретает черты, характерные для мыслительной деятельности взрослых, достигает стадии овладения логическими операциями. Жан Пиаже считает, что эгоцентризм мышления ослабевает вследствие социализации. Для детей дошкольного возраста основной вид социализации – это игра, для

школьников – учебная деятельность. Поэтому школе отводится основная роль по формированию логической культуры. [17]

Одной из целей математического образования является создание условий, направленных на воспитание, формирование у учащихся культуры мысли. Специфическая для математики логическая строгость и стройность умозаключений призваны воспитывать в учащихся общую логическую культуру мышления; предметносодержательное оснащение математических задач при надлежащем его выборе дает широкий простор для сообщения цифр и данных, способных значительно расширить кругозор учащихся, поднять их общий культурный уровень.

Хинчин А. Я. выделяет определенные стили математического мышления. Первый стиль подразумевает составление и доминирование логической схемы рассуждения; Второй включает полноценность аргументации. Третий деление хода рассуждения на случаи и подслучаи. И последний точное использование символики. [23, с.16] Развитие данных стилей мышления ведет к развитию логической культуры. Таким образом математика является основным инструментом для формирования логической культуры у учащихся.

Составной частью логической культуры является логическая грамотность. Выделяют четыре уровня логической грамотности школьников:

1-4 классы понимание смысла слов «сравнивать», «выделить главное», употребление в речи слов, с помощью которых характеризуются общие суждения или частные случаи; умения строить предложения со словами, отражающие пространственные и количественные отношения, умение расчленять целое на его составные части.

5-6 классы – приобретение навыка обосновывать простейшие тождественные преобразования числовых выражений, умение



обосновывать решение уравнения; умение выделять существенные признаки понятий, обосновывать факты, полученные из опытной проверки.

7-9 классы – понимание смысла слов «аксиома», «теорема», «доказательство», понимание сущности доказательства «от противного», необходимых и достаточных признаков, равносильности уравнений и их систем, равносильности неравенств.

10-11 классы – закрепление логических умений, полученных на предыдущих этапах; использование в записи математических предложений знаков  $\forall$ ,  $\exists$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\neg$ ,  $\Rightarrow$ ,  $\Leftrightarrow$ , применение правил построения и преобразования отрицаний предложений сложной логической структуры. [20, с. 10]

В процессе обучения математике в начальных классах в центре внимания учителя оказывается формирование творческого мышления, логико-математическая подготовка и развитие математической речи учащихся. В среднем звене общеобразовательной школы для формирования логических УУД на уроках алгебры можно применить следующие типы логических конструкций:

1. Импликативные рассуждения: построение логической цепочки, дедукция.

Умение строить логические цепочки связано с дедукцией. Данная форма рассуждения является основным инструментом для проведения доказательств. В геометрии особенно ярко проявляется дедуктивный характер рассуждений, но и алгебра имеет возможность для развития умений строить логические цепочки.

2. Разбор случаев.

Учащимся необходимо самостоятельно выделить и проанализировать все возможные случаи и доказать невозможность остальных.

3. Доказательство от противного.

Метод доказательства от противного основывается на формально-логическом законе исключенного третьего.

#### 4. Расширение / сужение условий.

Данный тип логической конструкции подразумевает использование ранее проведенных рассуждений для рассмотрения иного случая, решения новой задачи.

#### 5. Конструктивные методы (построение примеров).

Используя в рассуждениях конкретные примеры учащиеся должны понимать, что пример является подтверждением существования, но не является доказательством; помимо данного примера могут быть и другие.

#### 6. Индукция.

Индукция – метод рассуждений, ведущий от частных случаев к некоторой гипотезе, общему утверждению.

#### 7. Использование символического языка.

Умение использовать символический язык является эффективным инструментом при построении логических рассуждений. [9]

При формировании логической культуры необходимо учитывать психолого-педагогические принципы развития мышления:

Учет возрастных и индивидуальных особенностей учащихся. Необходимо применять методические приемы, соответствующие возрасту школьников, что способствует успешному усвоению материала, развитию умений. Дифференцированный и индивидуальный подход стимулирует развитие каждого ребенка.

Преемственность. Сущность принципа заключается в логической взаимосвязи всех этапов обучения. Логическая работа с учащимися начальной школы призвана обеспечить её преемственность со средним звеном школы.

Систематичность. Логические умения должны формироваться целенаправленно в системе, в определенном порядке. Логическое

знание изучается последовательно, что позволяет постепенно формировать логические умения, заложить основу для развития более сложных логических форм мышления.

**Доступность.** Принцип доступности требует, чтобы объем и содержание учебного материала были по силам учащимся, соответствовали уровню их умственного развития и имеющемуся запасу знаний, умений и навыков. Поэтому логическим понятиям и действиям необходимо придать такую форму, которая сделала бы их усвоение доступным для младших школьников.

Становление логической культуры – это длительный, целенаправленный процесс, который происходит за счет учебной деятельности. Основное предпочтение по развитию логической культуры отдается урокам алгебры и геометрии.

### **1.3 Мониторинг развития логической культуры в основной школе**

Эффективность развития логической культуры во многом будет зависеть от организации мониторинга уровня сформированности логических умений.

Мониторинг — это система сбора, обработки, хранения и распространения информации о любой системе или ее элементах, ориентированная на информационное обеспечение управления этой системой, которая позволяет судить о ее состоянии в любое время и прогнозировать ее развитие. [13, с.17]

Цель мониторинга – осуществление систематического контроля за процессом логического развития школьников, полноценного обеспечения исследовательско-педагогических задач развития логического мышления и логической рефлексии учащихся.

Основная задача мониторинга – выявить индивидуальные особенности развития логического мышления и логической рефлексии

каждого ребенка и наметить при необходимости индивидуальный маршрут образовательной работы для максимального развития его логической культуры.

Основными функциями педагогического мониторинга в построении образовательного процесса по развитию логического мышления и логической рефлексии школьников являются следующие:

1. Информационная: выявление результативности использования специально разработанного образовательного пространства (портала), обеспечивающего непрерывное слежение за состоянием и прогнозированием развития логического мышления и логической рефлексии учащихся, обеспечение обратной связи.

2. Требования к собираемой информации: полнота, конкретность, объективность, своевременность.

3. Мотивационная: интерес учащихся к логическому саморазвитию, самоанализ полученных результатов, установка на повышение уровня развития логического мышления, логической рефлексии.

4. Формирующая: постановка и конкретизация целей развития логического мышления и логической рефлексии, проектирование путей достижения поставленных целей, создание программы саморазвития.

5. Коррекционная: коррекция полученных результатов с учетом нормативной индивидуально-личностной модели развития логического мышления и логической рефлексии. [25, с. 2]

Выделяют четыре уровня сформированности универсальных учебных действий: высокий, средний, низкий, нулевой.

Высокий: у обучающегося сформированы умения осуществлять все операции учебного действия.

Средний уровень: у обучающегося сформированы половина или более умений осуществлять операции учебного действия.

Низкий уровень: у обучающегося сформировано менее половины умений осуществлять операции учебного действия.

Нулевой уровень: у обучающегося не сформировано ни одно умение осуществлять операции учебного действия. [7, с. 164]

Опираясь на опыт других исследователей, в своей работе мы рассмотрим следующие логические умения:

- проводить анализ;
- проводить синтез;
- проводить сравнение объектов, классификацию, аналогию, обобщение;
- определять понятия;
- правильно понимать смысл математического текста;
- ориентироваться в различных вариантах решения;
- строить логическую цепочку рассуждений;

Нами была составлена таблица 1 «Оценка уровня сформированности логических умений». В нее вошли критерии, характеризующие уровень развития логического умения.

Таблица 1. Оценка уровня сформированности логических умений.

Умения	Уровни сформированности логических умений		
	Низкий	Средний	Высокий
Проводить анализ	Затрудняется в расчленении изучаемого объект на составные элементы. Не видит план изучения объекта в целом.	Разделяет объект на части; допускает ошибки при определении последовательно сти частей и их особенностей.	Четко разделяет объект на части; без затруднений располагает части в определенной последовательно сти; Верно характеризует части объекта.

			Включает изучаемый объект в связи и отношения с другими
Проводить синтез	Не видит существенных признаков объектов, поэтому не может их сгруппировать.	Испытывает затруднения при выделении существенных и второстепенных признаков Объединяет свойства, полученные при анализе в единое целое.	Верно выделяет существенные и общие признаки объектов; объединяет объекты с общим основанием.
Проводить сравнение объектов, классификацию, аналогию, обобщение;	Затрудняется указать свойства объектов или их частей; сформулировать основания для сравнения выделить свойства, отличающие изучаемые объекты от известных Сформулировать полученное суждение.	Выделяет свойства объектов; Испытывает затруднения при отделении существенных признаков от второстепенных. Формулирует основание для сравнения Сравнивает изучаемые объекты с какими-либо известными ранее. объединяет объекты с общим основанием.	Верно определяет основание классификации объектов; распределяет элементы по заданному критерию; выделяет признаки, по которым сравниваются объекты; умение выделяет признаки объекта по определенному критерию; объединяет объекты с общим основанием; Сравнить изучаемые объекты с какими-либо

			известными ранее верно формулирует суждение – характеристическое свойство полученного множества объектов Формулирует вывод.
Определять понятия	Не всегда называет определяемое понятие; не видит основных, характеристических свойств; затрудняется указать родовое понятие.	Определяет понятие, испытывает трудности при указании видовых отличий и ближайшего множества объектов, элементом которого оно является.	Называет термины; Указывает родовые понятия, видовые отличия.
Правильно понимать смысл математического текста	Не владеет символическим языком, не способен к переводу с одного языка на другой. при ответах не соотносит учебный материал с информацией заключенной моделях, схемах, диаграммах– затрудняется в выделении главной мысли в	владеет приемом чтения математических текстов, но испытывает затруднения при переводе с символического языка на естественный и наоборот.	свободно анализирует статистический и текстовый материал, на основе анализа заполняет таблицы, строит графики, решает задачи; Осуществляет перевод с естественного языка на символический и наоборот.

	<p>тексте;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– затрудняется в нахождении терминов и понятий и их определений;</li> <li>– при работе с текстом не пользуется аппаратом ориентировки;</li> <li>– не обращает внимания на непонятные слова.</li> </ul>		
Ориентироваться в различных вариантах решения	Может применить один из известных способов решения.	Может применить несколько ранее изученных схем рассуждений.	Предлагает свой вариант решения.
Строить логическую цепочку рассуждений	строит логическое рассуждение, но оно связано с ошибочными выводами.	строит логические рассуждения, но правильные выводы чередуются с неправильными.	определяет истинность логических суждений; строит логические рассуждения и делает правильные выводы.

Учитывая оценку уровня сформированности логических умений каждого отдельно взятого ученика, учитель имеет возможность разработать оптимальный план дальнейшей работы, направленной на эффективное развитие логической культуры учащихся.



### **Выводы по первой главе.**

Современное общество нуждается в специалистах с высокоразвитой логической культурой, в связи с этим ее нужно развивать и совершенствовать.

В первой главе представлены определения логической культуры. Перечислены основные логические умения, действия, за счет которых происходит становление культуры мышления.

Развитие логической культуры — это целенаправленный процесс, который в наибольшей степени осуществляется в процессе обучения. Основными предметами школьного курса, влияющими на развитие логической культуры, являются алгебра и геометрия.

Эффективность формирования логических умений на уроках алгебры будет зависеть от всестороннего развития логических действий, от применения различных логических конструкций в решении учебных задач. Работа учителя будет успешной, если педагог учтет психолого-педагогические принципы развития логического мышления и будет осуществлять контроль деятельности по формированию логических умений.

## ГЛАВА 2. СРЕДСТВА И МЕТОДЫ ФОРМИРОВАНИЯ ЛОГИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ АЛГЕБРЕ

### 2.1 Дидактические возможности учебников алгебры по формированию логической культуры

В своем исследовании мы выделяем следующие логические умения: анализировать, осуществлять синтез, обобщения, классификации по определённым признакам, умение использовать знаковосимволические средства при решении задач, создавать схемы и модели, правильно понимать смысл математических текстов, ориентироваться в различных вариантах решения задач. С целью выделения задний, направленных на формирование перечисленных умений, нами был проведен анализ трех учебников алгебры для учащихся 8 классов общеобразовательных школ.

Список рассматриваемых учебников:

1. *Макарычев Ю.Н.* Алгебра 8 класс: учеб. для общеобразоват. организаций/[ Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова]; под ред. С. А. Теляковского. – М.: Просвещение, 2017. – 271с.

2. *Дорофеев Г.В.* Алгебра 8 класс: учеб. для общеобразоват. организаций/[ Г. В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е. А. Бунимович и др].3-е изд. – М.: Просвещение, 2016. – 320с.

3. *Мерзляк А.Г.* Алгебра 8 класс: учеб. для общеобразоват. организаций/А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – М.:Вентана-Граф, 2016. – 256с.

В учебнике Макарычева предлагаются разнообразные задания. Отдельно выделены задачи исследования, задачи для решения в парах и задачи повышенной трудности. Решение таких упражнений позволит расширить кругозор и подготовиться к математическим конкурсам.

Приведём примеры задач.

Пример 1. Докажите тождество  $\frac{1}{x+n} - \frac{1}{x+n+1} = \frac{1}{(x+n)(x+n+1)}$ .

Используя это тождество, упростите выражение

$$\frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)}.$$

Выполняя данное упражнение, учащиеся тренируют умения рассуждать, доказывать и устанавливать аналогии.

Пример 2. Из двух городов А и В выходят одновременно два автомобиля и встречаются через 5 ч. Скорость автомобиля, выходящего из А, на 10 км/ч меньше скорости другого автомобиля. Если бы первый автомобиль вышел из А на 4 ½ ч раньше второго, то встреча произошла бы в 150 км от В. Найдите расстояние между городами А и В.

Решение этого номера сопровождается созданием модели, схемы.

Пример 3. (Задача-исследование.) Моторная лодка прошла в один день некоторое расстояние по течению реки и вернулась обратно. В другой день она прошла такое же расстояние по течению более быстрой реки и так же вернулась обратно. В какой из дней лодка затратила на весь путь больше времени?

- 1) Выскажите предположение об ожидаемом ответе.
- 2) Введите обозначения:  $x$  км/ч – скорость лодки в стоячей воде,  $y$  км/ч и  $z$  км/ч - скорость течения первой и второй рек,  $s$  км – расстояние на которое отплывала лодка.
- 3) Запишите формулы для вычисления времени  $t_1$  ч и  $t_2$  ч, затраченного лодкой на весь путь в каждый из дней.
- 4) Найдите разность  $t_1 - t_2$  и, оценив ее, ответьте на вопрос задачи.
- 5) Подтвердилось ли ваше предположение?

Задача направлена на формирование умений строить гипотезы и их обоснования.

Особенность построения системы упражнений в учебнике Мерзляка заключается в том, что каждый пункт оканчивается задачей «Учимся делать нестандартные шаги». В этой рубрике собраны примеры, при решении которых необходимо применить сообразительность и смекалку.

Пример 1. Может ли четное число иметь нечетных делителей больше, чем четных?

Пример 2. Известно, что в некотором классе на «хорошо» и «отлично» учатся не менее 95,5% и не более 96,5% учащихся. Какое наименьшее количество учащихся может быть в этом классе?

Пример 3. На тарелке лежат 9 кусочков сыра разной массы. Докажите, что можно один из кусочков сыра разрезать на две части так, что полученные 10 кусочков можно будет разложить на две тарелки и при этом масса сыра на каждой из них будет одинаковой.

Решении данных упражнения позволяет развивать умения построения дедуктивной цепочки, переход к алгебраическому языку.

В учебнике Дорофеева большое количество разнообразных заданий, все примеры распределены по определенным направлениям. Есть такие рубрики, как рассуждаем, исследуем, доказываем, работаем с символами, применяем алгебру, верно или не верно, действуем по правилу, разбираем способ решения.

Пример. (Анализируем)

Даны уравнения:

$$x^2 = 3, x^2 = -144, x^2 = \frac{4}{9}, x^2 = 144, x^2 = 0, x^2 = -3.$$

Выберите из них те, которые:

- а) имеют два корня;
- б) имеют два рациональных корня;
- в) имеют два иррациональных корня;
- г) имеют один корень;

д) не имеют корней.

Пример. (Рассуждаем)

Запишите выражение, на которое можно умножить данный двучлен, чтобы в произведении не содержалось знака корня. Проверьте, выполнив умножение:

1)  $(2 + \sqrt{3}) \cdot \dots;$

2)  $(2\sqrt{5} - 1) \cdot \dots;$

3)  $(\sqrt{7} - \sqrt{5}) \cdot \dots;$

4)  $(x + a\sqrt{y}) \cdot \dots$

Что вы заметили в записи произведения?

Пример. (Исследуем)

1) Заметьте закономерность и запишите следующие три числа в последовательности:  $2\frac{2}{3}, 3\frac{3}{8}, 4\frac{4}{15}, 5\frac{5}{24}, \dots$

2) Проверьте равенства:  $\sqrt{2\frac{2}{3}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{3\frac{3}{8}} = 3\sqrt{\frac{3}{8}}, \sqrt{4\frac{4}{15}} = 4\sqrt{\frac{4}{15}}.$

Составьте несколько аналогичных равенств.

3) Запишите соответствующее равенство в буквенном виде и докажите его.

Школьные учебники содержат обширный практический материал. Основная часть упражнений связана с усвоением алгоритмов, правил, овладением общим приемом решения задач. Присутствуют примеры, решение которых связано с анализом информации, наблюдением, рассуждением, поиском закономерностей, доказательством, исследованием. Недостаточно представлены упражнения, направленные на вариативность решения задач, на формирование навыков смыслового чтения, на работу с алгебраическими понятиями. На наш взгляд, целесообразно использовать некоторые текстовые задачи в качестве материала для развития навыков смыслового чтения и ориентации в

различных способах решения. Таким образом, курс алгебры имеет широкие возможности для развития логического мышления.

## **2.2 Система задач, направленная на формирование логической культуры в процессе обучения алгебре**

Исходя из анализа учебников, считаем важным на уроках алгебры дополнительно рассматривать упражнения, связанные с поиском различных вариантов решения, с умением определять понятия и умением понимать смысл математических текстов, высказываний.

Чаще всего при решении какой-либо задачи, учащиеся используют знакомый, выученный ими алгоритм. У них нет представления об альтернативном способе решения.

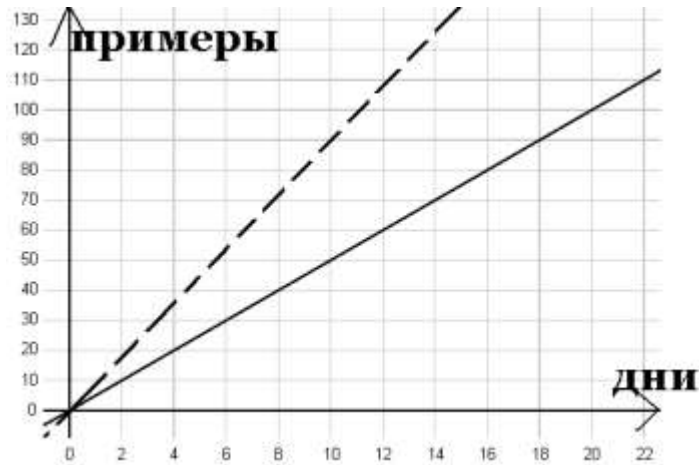
Существуют различные методы решения сюжетных задач, например, арифметический, алгебраический и геометрический. Так же существуют эвристические методы решения сюжетных задач - метод подбора и догадки, метод индукция и другие. Приведем пример упражнения, с помощью которого можно проиллюстрировать возможность применения к одной задаче нескольких вариантов решения.

Пример 1. Перед тобой задача и ее решения. Все они верные, но в каждом есть пропуски. Заполни их.

Вася и Петя готовятся к контрольной работе по математике. Им нужно прорешать несколько десятков примеров из учебника, чтобы успешно сдать контрольную. Вася посчитал, что если он будет решать по 5 примеров в день, то как раз успеет к контрольной. А Петя любит математику и хочет решать по 9 примеров в день. Петя выполнил все задания за 10 дней. Сколько времени потребовалось Васе?

Способ 1. Графический.

1). Построим график для Васи и Пети. Вася – сплошная линия, Петя – пунктирная линия.



2). Петя решал 10 дней. Значение по горизонтали 10.

3) Значение по вертикали \_\_\_\_\_.

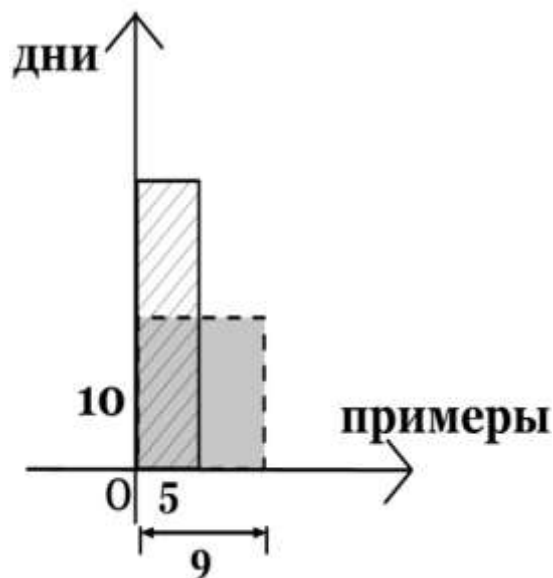
4) Это же значение для другой линии равно 18 по горизонтали.

Ответ: 18

Способ 2. Геометрический.

1). Построим диаграмму:

Прямоугольник со штриховкой – это Вася (назовем его В), серый прямоугольник – Петя (назовем его П).



2). Нужно найти длину прямоугольника В.

3). Площадь прямоугольника В – это количество решенных Васей задач. Площадь прямоугольника П – это количество решенных Петей задач.

4). Площадь В = площадь П

5). В и П имеют общую часть (серая со штриховкой), значит площади оставшихся частей равны.

6). Серая часть без штриховки.

$$S = ( \_ - \_ ) * 10 = \_$$

7). Белая заштрихованная часть.  $S = 5 * X = 40$

$$8). X = 40 : 5 = 8$$

$$9). \text{Длина } B = 10 + 8 = 18$$

Ответ: 18

Способ 3. Подбор

1). Запишем последовательности количества решенных примеров для Васи и Пети.

Вася: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100...

Петя: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 118 ...

2). Петя решал 10 дней. \_\_\_\_\_ число в его последовательности – это \_\_\_\_\_.

3). 90 – восемнадцатое число в последовательности Васи.

Ответ: 18

Способ 4. Алгебраический.

1). Пусть  $X$  – количество дней, которые решал Вася.

2). Тогда  $5 * X$  – это количество примеров (всего), которые надо решить.

$$3). 9 * 10 = 90 \text{ – решил Петя}$$

$$4). \_ * X = 90 \text{ – Вася решил столько же примеров, сколько Петя.}$$

$$5). X = 90 : 5 \text{ – количество дней для Васи.}$$

$$6). X = 18$$

Ответ: 18

Способ 5. Арифметический.

1). За 10 дней Петя решит  $9 * 10 = 90$  примеров.

2). За 10 дней Вася решит  $5 * \_ = \_$  примеров



3). Тогда Васе не хватает  $90 - 50 = 40$  примеров

4). Ему нужно еще  $40 : 5 = 8$  дней

5). Тогда всего Васе требуется:  $10 + 8 = 18$  дней.

Ответ: 18. [28]

Пример 2. Найдите корни уравнения  $x^2 - 5x + 2 = 0$  двумя способами.

Учащиеся могут решить уравнение с помощью теоремы Виета, дискриминанта, графически или разложением на множители.

Верное понимание условий задачи, ведет к успеху при ее решении. Существуют различные типы заданий, которые позволяют развивать и проверять умение понимать смысл математического текста:

- определение верных, неверных утверждений;
- выбор правильного ответа из предложенных вариантов;
- выбор истинных и ложных суждений;
- установление соответствия (не соответствия) предоставленной информации по отношению к данному тексту;
- нахождение соответствия между вопросами, названиями, утверждениями, пунктами плана, знаками, схемами, диаграммами и частями текста (короткими текстами);
- нахождение соответствующих содержанию текста слов, выражений, предложений, формул, схем, диаграмм и т.д. заполнение таблиц (схем) на основе прочитанного;
- установление верной последовательности информации;

Рассмотрим примеры формирующие навыки чтения математических текстов.

Пример 3. Из А и В одновременно выехали два мотоциклиста. Скорость одного из них в 1,5 раза больше скорости другого.

Мотоциклист, который первым прибыл в В, сразу же отправился обратно. Другого мотоциклиста он встретил через 2ч 24мин после выезда из А. Расстояние между А и В равно 120 км. Найдите скорости мотоциклистов и расстояние от места встречи до В.

Это стандартная задача, но для ее решения необходимо уметь верно выделять условия. Они ведут к рассмотрению двух случаев (поезда через два часа еще не успели встретиться, и когда после встречи они разъехались на 30 км), т.е. существованию двух различных ответов.

Пример 4. Из двух истинных суждений необходимо сделать заключение об истинности или ложности, а также, возможно, и неопределенности третьего утверждения.

1. Все десятичные дроби – числа.

1,5 – десятичная дробь.

1,5 – число?

2. Некоторые школьники умеют строить квадрат, равновеликий прямоугольнику.

Ваня – школьник.

Ваня умеет строить квадрат, равновеликий прямоугольнику?

3. Некоторые люди обладают способностью к быстрому и точному счету.

Некоторые люди – математики.

Следовательно, все математики обладают способностью к быстрому и точному счету?

4. Если число оканчивается нулем или цифрой 5, то оно делится на пять.

Число 435 оканчивается на 5.

Число 435 делится на 5?

5. Число -8 – целое число.

Число -8 – отрицательное число.

Следовательно, все целые числа отрицательные?

6. Все натуральные числа - рациональные.

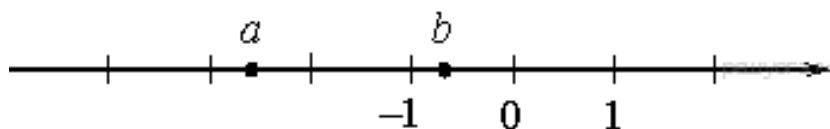
Нечетные числа – натуральные.

Следовательно, все нечетные числа – рациональные?

Пример 5. Девочки Маша, Оля и Катя принимали участие в соревнованиях. Сравните результаты их выступлений и составьте диаграмму достижений каждой участницы в каждом виде спорта. Пользуясь данной таблицей, укажите победителя, посчитав сумму мест.

Виды	Прыжки в длину	Метание	Бег
Маша	185 см	0,01 км	420 сек
Катя	19 дм	1200 см	5 мин 30 сек
Оля	1 м 7 дм	6 см 135 дм	0,1 ч

Пример 6. На координатной прямой отмечены числа  $a$  и  $b$ . Какое из следующих утверждений неверно?



- 1)  $a + b < 0$
- 2)  $-2 < b - 1 < -1$
- 3)  $a^2 b < 0$
- 4)  $-a < 0$

Пример 7. Значение какого из данных выражений положительно, если известно, что  $x > 0$ ,  $y < 0$ ?

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1)  $xy$
- 2)  $(x - y)y$
- 3)  $(y - x)y$
- 4)  $(y - x)x$

Работа с понятием – это длительный процесс, который нельзя заменить заучиванием, зубрежкой.

"Определить понятие - означает развить его, превратить его в другое понятие, включить в узловую линию понятийных превращений. Это означает далее, определить его место в системе понятий, в теоретической структуре" [4, с. 48]. В своих работах Г.И. Саранцев выделяет определенные этапы по усвоению понятия. К каждому этапу он предлагает систему упражнений.

Этапы работы над понятием:

- 1) мотивация введения понятия;
- 2) выделение существенных свойств понятия;
- 3) синтез выделенных свойств, формулировку определения понятия;
- 4) понимание смысла слов в определении понятия;
- 5) усвоение логической структуры определения понятия;
- 6) запоминание определения понятия;
- 7) применение понятия;
- 8) установление связей данного понятия с другими понятиями.

Упражнения направлены на применение изученных понятий и теорем; практического характера; на построение объектов, удовлетворяющих указанным свойствам; с моделями фигур; на распознавание объектов, принадлежащих объему понятия; на выделение следствий из определения понятия; на дополнение условий (распознавание и выводение следствий); на составление родословной понятия; на применение понятия в различных ситуациях; на систематизацию понятий.

Рассмотрим примеры упражнений из пособия Л.Ф. Тихомировой «Развитие интеллектуальных способностей школьника». [21]

Пример 8. Выбрать два признака, которые наиболее полно определяют математическое понятие.

1. Сумма

а) слагаемое; б) равенство; в) плюс; г) делитель; д) множитель

Ответ: слагаемое, плюс.

2. Дробь

а) делимое; б) делитель; в) числитель; г) знаменатель; д)

произведение.

Ответ: числитель; знаменатель.

3. Степень

а) корень; б) показатель; в) решение; г) основание; д) переменная.

Ответ: показатель, основание.

4. Координата

а) плоскость; б) абсцисса; в) ось; г) ордината; д) прямая.

Ответ: абсцисса, ордината.

Данное упражнение направлено на проверку умения выбирать существенные признаки объекта.

Пример 9. В каждой строчке исключи лишний элемент.

1. Десять, число, дробь, буква, пятнадцать.

2. Точка, отрезок, прямая, уравнение, плоскость.

3. Координата, ось, абсцисса, фигура, ордината.

Упражнение направлено на поиск общих свойств, различий.

Пример 10. Дайте ответы на вопросы.

1. По какому основанию необходимо сравнивать линейной уравнение и квадратное уравнение?

2. По какому основанию вы бы сравнивали равенство и уравнение?

Упражнение нацелено на выделение общих и существенных свойств понятия.

Пример 11.

1. Для каждого определения выделите название определяемого объекта, родовое понятие, видовые признаки:

а) числа, которые можно записать в виде обыкновенных дробей, называются рациональными;

б) тождеством называется равенство, верное при любых значениях переменной.

2. Укажите ближайшие родовые понятия для понятий:

а) уравнение;

б) равенство;

в) неравенство;

г) квадратный корень.

3. Назовите несколько видовых понятий для каждого из приведенного:

а) функция;

б) уравнение.

Упражнение формирует умение указывать род понятия, видовые признаки.

Эффективность учебной деятельности по развитию логической культуры у школьников напрямую зависит от успешного овладения учащимися умениями логического характера. Поэтому, процесс формирования логической культуры на уроках алгебры должен опираться на систему задач, обеспечивающую усвоение основных логических действий.

Нами была разработана система заданий, посвященная теме «Квадратные уравнения» (таблица 2). При составлении заданий мы опирались на «Разработку заданий для формирования и развития у учащихся познавательных универсальных учебных действий на уроках математики» Потаповой Л.М. и на задания с образовательного портала по подготовке к экзаменам «Решу ЕГЭ».

В процессе решение представленных учебных задач у школьников формируются:

- умение работать с понятиями

- умение верно понимать смысл математических предложений
- умение строить логическую цепочку рассуждений

Таблица 2. Система задач по теме «Квадратные уравнения».

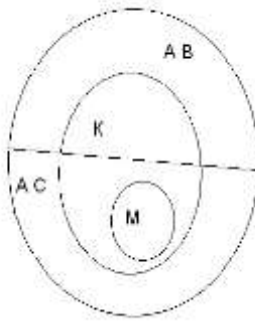
Задачи	Решение	УУД
<p>Найти основание деления понятий квадратные уравнения:</p> <p>1) равносильные и неравносильные</p> <p>2) полные и неполные</p> <p>3) приведённые и не являющиеся приведёнными.</p>	<p>1) по совпадению множества корней,</p> <p>2) по наличию коэффициента <math>b</math> или <math>c</math>, равного нулю</p> <p>3) по значению первого коэффициента.</p>	<p>анализировать объекты с целью выделения свойств и признаков, проводить сравнение объектов; подводить под понятие;</p>
<p>Сформулировать суждения на сравнение квадратного уравнения и линейного уравнения, выделив их общие признаки.</p>	<p>линейное уравнение и квадратное уравнение являются целыми уравнениями; линейное уравнение и квадратное уравнение имеет одну переменную; не только линейные, но и квадратные уравнения могут быть равносильными (неравносильными); наряду с линейным уравнением, квадратное уравнение применяется при решении текстовых задач.</p>	<p>анализировать объекты с целью выделения свойств и признаков, проводить выбор оснований и критериев для сравнения подводить под понятие; правильно понимать смысл математического текста;</p>

<p>Сформулировать суждения на сравнение квадратного уравнения и линейного уравнения, выделив их особенные (отличительные) признаки.</p>	<p>По сравнению с линейным уравнением, которое является уравнением первой степени, квадратное уравнение является уравнением второй степени. Если линейное уравнение имеет два коэффициента, то квадратное уравнение имеет три коэффициента. Сравнивая линейное уравнение с одной переменной и квадратное уравнение, можно сказать, что у линейного уравнения первый коэффициент <math>a</math> может принимать значение <math>0</math>, а у квадратного уравнения всегда <math>a \neq 0</math>. В отличие от линейного уравнения, которое может иметь бесконечно много корней, квадратное уравнение не может иметь более двух корней.</p>	<p>анализировать объекты с целью выделения свойств и признаков, проводить выбор оснований и критериев для сравнения, подводить под понятие, правильно понимать смысл математического текста;</p>
---	---	--



<p>По данным посылкам сформулировать вывод умозаключения.</p> <p>1) Квадратное уравнение <math>7x^2 - 25x + 23 = 0</math> не имеет корней.</p> <p>Квадратное уравнение <math>3x^2 + 7x + 5 = 0</math> не имеет корней.</p> <p>Квадратное уравнение <math>5x^2 - 8x + 4 = 0</math> не имеет корней.</p> <p>Квадратное уравнение <math>4x^2 + x + 1 = 0</math> не имеет корней.</p> <p>Квадратные уравнения</p> $7x^2 - 25x + 23 = 0,$ $3x^2 + 7x + 5 = 0,$ $5x^2 - 8x + 4 = 0,$ $4x^2 + x + 1 = 0$ <p>имеют дискриминант <math>D &lt; 0</math></p> <p>2) Любое квадратное уравнение с положительным дискриминантом имеет два корня.</p> <p><math>5x^2 - 8x + 3 = 0</math> – квадратное уравнение с положительным дискриминантом</p>	<p>1) Все квадратные уравнения, у которых <math>D &lt; 0</math>, не имеют корней.</p> <p>2) Квадратное уравнение <math>5x^2 - 8x + 3 = 0</math> имеет два корня.</p>	<p>анализировать объекты с целью выделения свойств и признаков, подведение под понятие, выведение следствий; построение логической цепи рассуждений; правильное понимание смысла математического текста;</p>
<p>Восстановить пропущенные посылки в умозаключениях:</p> <p>1) Неполное квадратное уравнение <math>4x^2 + x = 0</math> имеет два корня.</p> <p>Неполное квадратное уравнение <math>5x^2 - 8x = 0</math> имеет два корня.</p> <p>Неполное квадратное уравнение <math>7x^2 - 25x = 0</math> имеет два корня.</p> <p>Неполное квадратное уравнение <math>x^2 + x = 0</math> имеет два корня.</p> <p>Все неполные квадратные</p>	<p>1) Неполные квадратные уравнения</p> $4x^2 + x = 0,$ $5x^2 - 8x = 0,$ $7x^2 - 25x = 0,$ $x^2 + x = 0$ <p>Имеют коэффициент <math>c = 0</math>, коэффициент <math>b \neq 0</math></p> <p>2) Все квадратные уравнения с коэффициентом <math>a = 1</math> являются приведёнными</p>	<p>анализировать объекты с целью выделения свойств и признаков, подводить под понятие, построение логической цепи рассуждений; правильное понимание смысла</p>

<p>уравнения, у которых коэффициент <math>c</math> равен 0, а коэффициент <math>b \neq 0</math>, имеют два корня.</p> <p>2) Уравнение <math>x^2 - 2x - 3 = 0</math> является квадратным уравнением с коэффициентом <math>a = 1</math>.</p> <p>Уравнение <math>x^2 - 2x - 3 = 0</math> является приведённым квадратным уравнением.</p>	<p>квадратными уравнениями.</p>	<p>математического текста;</p>
<p>Найти виды понятий по указанным критериям.</p> <p>1) Алгебраические уравнения по наличию деления на выражение с переменной.</p> <p>2) Квадратные уравнения по наличию коэффициентов <math>b = 0, c = 0</math>.</p> <p>3) Алгебраические уравнения по совпадению множества корней.</p>	<p>1) Целые рациональные уравнения, дробные рациональные уравнения.</p> <p>2) Полные квадратные уравнения, неполные квадратные уравнения.</p> <p>3) Равносильные уравнения, неравносильные уравнения.</p>	<p>подведение под понятие; правильное понимание смысла математического текста;</p>
<p>С помощью кругов Эйлера отразить отношение между понятиями: квадратное уравнение, полное квадратное уравнение, неполное квадратное уравнение, приведённое квадратное уравнение, уравнение вида <math>x^2 = a</math></p>	<p>А – квадратное уравнение, В – полное квадратное уравнение, С – неполное квадратное уравнение, К – приведённое квадратное уравнение, М – уравнение вида <math>x^2 = a</math></p>	<p>анализировать объекты, сравнивать объекты, понимание смысла математического текста;</p>

		
<p>Укажите номера квадратных уравнений</p> <p>1) <math>x^2 - 2 = 0</math></p> <p>2) <math>\frac{7}{x^2} + 5x - 4 = 0</math></p> <p>3) <math>5x + 42 - 12x = 0</math></p> <p>4) <math>2x - x^2 = 12</math></p> <p>5) <math>2 - x = 7 + 2x^2</math></p> <p>6) <math>4x^2 - 8x + 5 = 0</math></p> <p>Ответ:</p>	<p>Ответ: 1, 4, 5, 6.</p>	<p>анализировать объекты, проводить сравнение объектов, подведение под понятие;</p>
<p>Укажите номер уравнения, которое является приведенным квадратным уравнением</p> <p>1) <math>3x^2 + 5x + 12 = 0</math></p> <p>2) <math>x^2 - 7x + 1 = 0</math></p> <p>3) <math>8x - 5x + 42 = 0</math></p> <p>4) <math>15 - 4x^2 = 0</math></p> <p>Ответ:</p>	<p>Ответ: 2</p>	<p>анализировать объекты, проводить сравнение объектов, подведение под понятие;</p>
<p>Установить последовательность решения квадратного уравнения <math>ax^2 + bx + c = 0</math></p> <p>1. Запишем уравнение в виде <math>\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{D}{4a^2}</math></p> <p>2. Преобразуем это уравнение <math>x^2 + \frac{b}{2a}2x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} = 0</math></p> <p>3. Разделим обе части уравнения на <math>a</math>, получим <math>x^2 +</math></p>	<p>3) Разделим обе части уравнения на <math>a</math>, получим <math>x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0</math>.</p> <p>2) Преобразуем это уравнение <math>x^2 + \frac{b}{2a}2x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} = 0</math></p> <p>4) <math>x^2 + \frac{b}{2a}2x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}</math></p>	<p>проводить синтез – составление целого из частей правильно понимать смысл математического текста; строить логическую цепочку рассуждений;</p>

$\frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0.$ <p>4. <math>x^2 + \frac{b}{2a}2x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}</math></p> <p>5. <math>\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}</math>  <math>\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}</math></p> <p>6. <math>x + \frac{b}{2a} = -\frac{\sqrt{D}}{2a}</math>  или <math>x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{D}}{2a}</math>  <math>x = -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{D}}{2a}</math>  или <math>x = -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{D}}{2a}</math></p> <p>7. <math>D = b^2 - 4ac</math>  Ответ: __, __, __, __, __, __, __.</p>	<p>5) <math>\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}</math>  <math>\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}</math></p> <p>7) <math>D = b^2 - 4ac</math>  1) Запишем уравнение в виде <math>\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{D}{4a^2}</math></p> <p>6) <math>x + \frac{b}{2a} = -\frac{\sqrt{D}}{2a}</math> или  <math>x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{D}}{2a}</math>  <math>x = -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{D}}{2a}</math> или  <math>x = -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{D}}{2a}</math>  Ответ: 3, 2, 4, 5, 7, 1, 6.</p>													
<p>Соотнести</p> <p>1. Если <math>D &gt; 0</math> А. Нет корней  Б. <math>x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}</math>,</p> <p>2. Если <math>D &lt; 0</math> <math>x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}</math></p> <p>3. Если <math>D = 0</math> В. <math>x = -\frac{b}{2a}</math></p> <p>В таблице под каждым номером укажите соответствующую букву.  Ответ:</p> <table border="1" data-bbox="323 1429 611 1518"> <tbody> <tr> <td>1.</td> <td>2.</td> <td>3.</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	1.	2.	3.				<table border="1" data-bbox="868 1010 1153 1099"> <tbody> <tr> <td>1.</td> <td>2.</td> <td>3.</td> </tr> <tr> <td>Б</td> <td>А</td> <td>В</td> </tr> </tbody> </table>	1.	2.	3.	Б	А	В	<p>анализировать объекты, правильно понимать смысл математического текста;</p>
1.	2.	3.												
1.	2.	3.												
Б	А	В												
<p>Какое из данных уравнений не имеет корней?</p> <p>1) <math>x^2 + x - 2 = 0</math>  2) <math>x^2 + 5x + 1 = 0</math>  3) <math>x^2 + 16 = 0</math>  4) <math>x^2 - 2x + 1 = 0</math>  Ответ:</p>	<p>Ответ: 3</p>	<p>анализировать объекты с целью выделения свойств и признаков, строить логическую цепочку рассуждений;</p>												
<p>Какое из данных уравнений</p>	<p>Ответ: 4</p>	<p>анализировать</p>												

<p>имеет единственный корень?</p> <p>1) <math>3x^2 + 5x + 2 = 0</math>  2) <math>x^2 - 9 = 0</math>  3) <math>x^2 - x + 1 = 0</math>  4) <math>4x^2 - 12x + 9 = 0</math>  Ответ:</p>		<p>объекты с целью выделения свойств и признаков, строить логическую цепочку рассуждений;</p>
<p>Напишите формулу половинного дискриминанта <math>D_1</math>, и формулу корней при <math>D_1 &gt; 0</math>.</p>	$D_1 = b^2 - ac$ $x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{a}$	<p>подводить под понятие; правильно понимать смысл математического текста;</p>
<p>Заполнить пропуски</p> $4x^2 - 14x + 6 = 0$ $D_1 = \dots^2 - \dots \cdot 6 = \dots$ $x_1 = \frac{7 + \sqrt{\dots}}{4} = \dots$ $x_2 = \frac{\dots - \sqrt{\dots}}{4} = \dots$ <p>Ответ: <math>x_1 = \dots, x_2 = \dots</math></p>	$4x^2 - 14x + 6 = 0$ $D_1 = 7^2 - 4 \cdot 6 = 25$ $x_1 = \frac{7 + \sqrt{25}}{4} = 3$ $x_2 = \frac{7 - \sqrt{25}}{4} = 0,5$ <p>Ответ: <math>x_1 = 3,</math>  <math>x_2 = 0,5.</math></p>	<p>анализировать объекты, проводить синтез – составление целого из частей, в том числе самостоятельное достраивание с восполнением недостающих компонентов; правильно понимать смысл математического текста;</p>
<p>Укажите количество корней для каждого уравнения</p> <p>1. <math>x^2 - 8x + 12 = 0</math>  2. <math>5x^2 + 3x + 7 = 0</math></p>	<p>1)  <math>x^2 - 8x + 12 = 0</math>  <math>D = 8^2 - 4 \cdot 12 = 16</math>  <math>16 &gt; 0 \Rightarrow 2</math> корня</p> <p>2)  <math>5x^2 + 3x + 7 = 0</math></p>	<p>анализировать объекты с целью выделения свойств и признаков,</p>

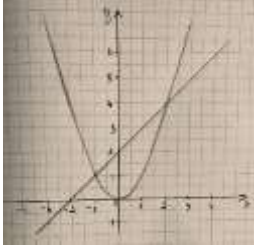
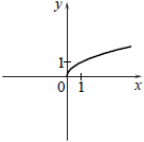
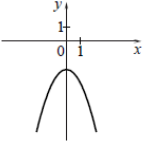
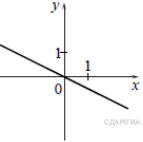
<p>3. <math>x^2 - 6x + 9 = 0</math></p> <p>А. 1 корень Б. 2 корня В. Нет корней</p> <p>В таблице под каждым номером укажите соответствующую букву.</p> <p>Ответ:</p> <table border="1" data-bbox="323 613 611 703"> <tr> <td>1.</td> <td>2.</td> <td>3.</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	1.	2.	3.				<p><math>D = 3^2 - 4 \cdot 5 \cdot 7 = -131.</math></p> <p><math>-131 &lt; 0</math> <math>\Rightarrow</math> нет корней</p> <p>3) <math>x^2 - 6x + 9 = 0</math> <math>D = 6^2 - 4 \cdot 9 = 0</math> <math>\Rightarrow</math> 1 корень</p> <p>Ответ:</p> <table border="1" data-bbox="868 562 1155 651"> <tr> <td>1.</td> <td>2.</td> <td>3.</td> </tr> <tr> <td>Б</td> <td>В</td> <td>А</td> </tr> </table>	1.	2.	3.	Б	В	А	<p>строить логическую цепочку рассуждений;</p>
1.	2.	3.												
1.	2.	3.												
Б	В	А												
<p>Указать сумму корней уравнения <math>4x^2 + 5x - 6 = 0</math></p> <p>А) -2, 75 Б) -1, 25 В) 5, 5 Г) 2, 75</p> <p>Ответ:</p>	<p><math>4x^2 + 5x - 6 = 0</math> <math>D = 5^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-6) = 121</math></p> <p><math>x_1 = \frac{-5 - \sqrt{121}}{2 \cdot 4} = -2,</math> <math>x_2 = \frac{-5 + \sqrt{121}}{2 \cdot 4} = 0,75.</math> <math>x_1 + x_2 = -1,25</math></p> <p>Ответ: Б</p>	<p>анализировать объекты с целью выделения свойств и признаков, строить логическую цепочку рассуждений; правильно понимать смысл математического текста;</p>												
<p>Указать сумму корней уравнения <math>(3x + 1)^2 - x(7x + 5) = 4</math></p> <p>А) -2,5 Б) -1,5 В) 2,5 Г) -0,5</p> <p>Ответ:</p>	<p><math>(3x + 1)^2 - x(7x + 5) = 4</math> <math>9x^2 + 6x + 1 - 7x^2 - 5x - 4 = 0</math> <math>2x^2 + x - 3 = 0</math> <math>D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25</math></p> <p><math>x_1 = \frac{-1 - \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = -1,5,</math> <math>x_2 = \frac{-1 + \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = 1.</math> <math>x_1 + x_2 = -0,5</math></p> <p>Ответ: Г</p>	<p>анализировать объекты с целью выделения свойств и признаков, строить логическую цепочку рассуждений; правильно понимать смысл математического текста;</p>												

<p>Укажите произведение корней уравнения <math>\frac{x^2-x}{3} = \frac{2x+4}{5}</math></p> <p>А) -2,4 Б) -2,2 В) 24 Г) 0,8 Ответ:</p>	$\frac{x^2 - x}{3} = \frac{2x + 4}{5}$ $5x^2 - 5x - 6x - 12 = 0$ $5x^2 - 11x - 12 = 0$ $D = 11^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-12) = 361$ $x_1 = \frac{11 - \sqrt{361}}{2 \cdot 5} = -0,8,$ $x_2 = \frac{11 + \sqrt{361}}{2 \cdot 5} = 3.$ $x_1 \cdot x_2 = -2,4$ <p>Ответ: А</p>	<p>анализ объектов с целью выделения свойств и признаков, строить логическую цепочку рассуждений; правильно понимать смысл математического текста;</p>
<p>Общий вид приведенного квадратного уравнения: <math>x^2 + px + q = 0.</math> Его корни <math>x_1, x_2</math>. Выберите верное утверждение.</p> <p>1) <math>x_1 \cdot x_2 = p, x_1 + x_2 = -q.</math> 2) <math>x_1 + x_2 = -p, x_1 \cdot x_2 = -q.</math> 3) <math>x_1 + x_2 = -p, x_1 \cdot x_2 = q.</math> 4) <math>x_1 \cdot x_2 = -p, x_1 + x_2 = q.</math></p> <p>Ответ:</p>	<p>Ответ: 3</p>	<p>анализировать объекты проводить сравнение объектов; подводить под понятие; правильно понимать смысл математического текста;</p>
<p>Выбери лишнее уравнение</p> <p>1) <math>x^2 - 2 = 0</math> 2) <math>x + 24 = 0</math> 3) <math>x^2 - 13x = 0</math> 4) <math>2x + x^2 - 15 = 0</math></p> <p>Ответ:</p>	<p>Уравнения под номерами 1, 3, 4 являются квадратными. Уравнение под номером 2 – линейное. Ответ: 2</p>	<p>анализировать объекты проводить сравнение объектов, классификацию, аналогию, обобщение;</p>
<p>Укажите неверные высказывания</p> <p>1) Уравнение <math>x^2 + 3x = 0</math> является полным. 2) В уравнении</p>	<p>Ответ: 1, 2, 5, 6.</p>	<p>анализировать объекты правильно понимать смысл</p>

<p><math>x^2 - 5x + 3 = 0</math> свободный член равен - 5.</p> <p>3) В уравнении <math>x^2 = 0</math> корень равен 0.</p> <p>4) Корни уравнения <math>x^2 - 0,16 = 0</math> равны 0,4 и -0,4</p> <p>5) Уравнение <math>x^2 - 9x + 8 = 0</math> является неполным</p> <p>6) Если дискриминант уравнения – число положительное, то уравнение не имеет корней</p> <p>7) Дискриминант вычисляется по формуле <math>D = b^2 - 4ac</math></p> <p>Ответ:</p>		<p>математического текста;</p>
<p>Составьте квадратное уравнение по известным корням</p> <p><math>x_1 = 5, x_2 = 0,5.</math></p>	<p><math>x^2 - 5,5x + 2,5 = 0</math></p> <p>Возможны другие варианты ответа</p>	<p>анализировать объекты;</p> <p>проводить синтез – составление целого из частей, в том числе самостоятельное достраивание с восполнением недостающих компонентов;</p>
<p>Придумайте условие текстовой задачи, при решении которой надо использовать уравнение</p> <p><math>x^2 + (x + 2)^2 = 100</math></p>	<p>Возможный вариант: Найдите длину катетов прямоугольного треугольника, если известно, что один из них на 2 больше другого, а гипотенуза равна 10.</p>	<p>анализировать объекты</p> <p>проводить синтез – составление целого из частей, в том числе самостоятельное достраивание с восполнением</p>



		недостающих компонентов;												
<p>Для каждой задачи выберите уравнение, которое будет являться ее решением.</p> <p>А) Земельный участок имеет форму прямоугольника площадью 165 м<sup>2</sup>. Вычислите длину и ширину участка, если длина больше ширины на 4 м.</p> <p>Б) В зрительном зале 165 мест, поровну в каждом ряду. Сколько рядов в зрительном зале, если число рядов в зале на 4 меньше числа мест в ряду?</p> <p>В) Произведение двух натуральных чисел равно 165, причем одно число меньше другого на 4. Найдите эти числа.</p> <p>1) <math>x^2 - 4x + 165 = 0</math>  2) <math>x^2 + 4x - 165 = 0</math>  3) <math>x^2 - 4 = 165</math></p> <p>В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.</p> <p>Ответ:</p> <table border="1" style="margin-left: 40px;"> <tr> <td>1.</td> <td>2.</td> <td>3.</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	1.	2.	3.				<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>А.</td> <td>Б.</td> <td>В.</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>2</td> <td>2</td> </tr> </table>	А.	Б.	В.	2	2	2	<p>анализировать объекты, правильно понимать смысл математического текста;</p>
1.	2.	3.												
А.	Б.	В.												
2	2	2												
<p>Постройте в одной системе координат графики функций <math>y = x^2 - 4x - 5</math> и <math>y = 2x - 5</math>. Найдите сумму ординат точек пересечения графиков.</p>	<p>Графики пересекутся в точках с координатами (0; -5) и (6; 7).  <math>-5 + 7 = 2</math>.  Ответ: 2</p>	<p>проводить синтез, правильно понимать смысл математического текста;</p>												
<p>Найти корни уравнения</p>	$x^2 - x - 2 = 0$	<p>анализировать</p>												

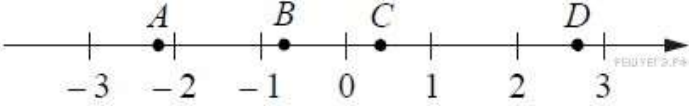
$x^2 - x - 2 = 0$ , используя график. Проверить результат, решив уравнение другим способом.	$x^2 = x + 2$ $y = x^2, \quad y = x + 2$ $x_1 = -1, x_2 = 2$ 	объекты, проводить синтез проводить сравнение объектов;												
Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают. А)  Б)  В)  1) $y = \sqrt{x}$ 2) $y = -x^2 - 2$ 3) $y = -0,5x$ 4) $y = -\frac{4}{x}$ В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер. Ответ: <table border="1" data-bbox="424 1451 549 1576"> <thead> <tr> <th>А</th> <th>Б</th> <th>В</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </tbody> </table>	А	Б	В				Ответ: <table border="1" data-bbox="833 797 1110 922"> <thead> <tr> <th>А</th> <th>Б</th> <th>В</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table>	А	Б	В	1	2	3	анализировать объекты проводить синтез проводить сравнение объектов;
А	Б	В												
А	Б	В												
1	2	3												
При каких значениях $a$ уравнение $ax^2 - x + 3 = 0$ имеет единственное решение? Ответ:	Рассмотрим случаи: а) $a=0$ . При этом уравнение принимает вид $-x + 3 = 0$ , откуда $x = 3$ , т.е. решение единственно. б) $a \neq 0$ , тогда $ax^2 - x + 3 = 0$ – квадратное	строить логическую цепочку рассуждений;												

	уравнение, $D = 1 - 12a$ . Для того, чтобы уравнение имело единственное решение, нужно, чтобы $D = 0$ , откуда $a = \frac{1}{12}$ . Ответ: $a = 0$ или $a = \frac{1}{12}$ .	
--	--	--

Для мониторинга формирования логических умений были разработаны контрольные работы: контрольная работа №1 по теме «Арифметический квадратный корень» (таблица 3) и контрольная работа №2, тема «Квадратные уравнения» (таблица 4). Каждая из работ включает по восемь заданий. При анализе результатов выявляется способность испытуемых выполнять основные логические действия: анализ объектов с целью выделения свойств и признаков; синтез объектов; сравнение, сериация и классификация; подведение под понятие; построение логической цепочки рассуждений, анализ истинности утверждений;

Таблица 3. Контрольная работа №1. Тема: «Арифметический квадратный корень».

Задачи	УУД
Вариант 1	
1. Составьте квадратное уравнение по известным корням $x_1 = -\sqrt{0,004}$ ; $x_2 = \sqrt{0,004}$ .	анализировать объекты проводить синтез – составление целого из частей, в том числе самостоятельное достраивание с восполнением недостающих компонентов;
2. Выберите неверное равенство: 1) $1)\sqrt{16} = 4$ ; 2) $\sqrt{0,4} = 0,2$ ;	анализировать объекты правильно понимать смысл математического

<p>3) <math>7 - \sqrt{25} = 2;</math>  4) <math>\sqrt{(-15)^2} = 15.</math></p>	<p>текста;</p>														
<p>3. Выбрать истинные утверждение:  1) Арифметический квадратный корень принимает только положительные значения  2) Под знаком арифметического квадратного корня может стоять любое действительное число  3) Уравнение <math>x^2 = a</math> имеет единственный корень, если <math>a &gt; 0</math>.  4) Выражение <math>\sqrt{5x - 10}</math> имеет смысл при <math>x \geq 2</math></p>	<p>анализировать объекты правильно понимать смысл математического текста;</p>														
<p>4. Найти виды понятий по указанным критериям.  Число квадрат, которого равен <math>a</math>.  Выражение, стоящее под радикалом.</p>	<p>подведение под понятие; правильное понимание смысла математического текста;</p>														
<p>5. Решить уравнение  <math display="block">\sqrt{x} = \frac{9}{x}</math></p>	<p>анализировать объекты проводить синтез проводить, строить логическую цепочку рассуждений;</p>														
<p>6. На координатной прямой отмечены точки <math>A</math>, <math>B</math>, <math>C</math>, и <math>D</math>. Про число <math>m</math> известно, что оно равно <math>\sqrt{2}</math>.</p>  <p>Установите соответствие между указанными точками и числами из правого столбца, которые им соответствуют.</p> <table data-bbox="236 1563 638 1803"> <thead> <tr> <th>ТОЧКИ</th> <th>ЧИСЛА</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>А) <math>A</math></td> <td>1) <math>2m - 5</math></td> </tr> <tr> <td>Б) <math>B</math></td> <td>2) <math>m^3</math></td> </tr> <tr> <td>В) <math>C</math></td> <td>3) <math>m - 1</math></td> </tr> <tr> <td>Г) <math>D</math></td> <td>4) <math>-\frac{1}{m}</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.</p> <p>Ответ:</p> <table data-bbox="316 1966 678 2020"> <tr> <td>А</td> <td>Б</td> <td>В</td> <td>Г</td> </tr> </table>	ТОЧКИ	ЧИСЛА	А) $A$	1) $2m - 5$	Б) $B$	2) $m^3$	В) $C$	3) $m - 1$	Г) $D$	4) $-\frac{1}{m}$	А	Б	В	Г	<p>анализировать объекты, проводить синтез, проводить сравнение объектов; строить логическую цепочку рассуждений;</p>
ТОЧКИ	ЧИСЛА														
А) $A$	1) $2m - 5$														
Б) $B$	2) $m^3$														
В) $C$	3) $m - 1$														
Г) $D$	4) $-\frac{1}{m}$														
А	Б	В	Г												

<p>7. Постройте в одной системе координат графики функций <math>y = \sqrt{x}</math>, <math>y = \frac{1}{x}</math>. Найдите сумму координат точки пересечения графиков.</p>	<p>проводить синтез правильно понимать смысл математического текста;</p>
<p>8. Докажите, что значение выражения <math>\sqrt{25 + m + 10\sqrt{m}} - \sqrt{25 + m - 10\sqrt{m}}</math> при <math>m \geq 25</math> не зависит от <math>m</math></p>	<p>строить логическую цепочку рассуждений;</p>
<p>Вариант 2</p>	
<p>1. Составьте квадратное уравнение по известным корням <math>x_1 = -\sqrt{0,016}</math>; <math>x_2 = \sqrt{0,016}</math>.</p>	<p>анализировать объекты проводить синтез – составление целого из частей, в том числе самостоятельное доистраивание с восполнением недо- стающих компонентов;</p>
<p>2. Выберите неверное равенство: 1) <math>\sqrt{25} = 5</math>; 2) <math>\sqrt{0,9} = 0,3</math>; 3) <math>10 - \sqrt{16} = 6</math>; 4) <math>\sqrt{(-28)^2} = 28</math>.</p>	<p>анализировать объекты правильно понимать смысл математического текста;</p>
<p>3. Выбрать ложные утверждение: 5) Арифметический квадратный корень может принимать положительные и отрицательные значения 6) Под знаком арифметического квадратного корня может стоять только положительное число 7) Уравнение <math>x^2 = a</math> имеет два корня, если <math>a &gt; 0</math>. 8) Выражение <math>\sqrt{0,4 + 2y}</math> имеет смысл при <math>y \geq 0,2</math></p>	<p>анализировать объекты правильно понимать смысл математического текста;</p>
<p>4. Найти виды понятий по указанным критериям. Неотрицательное число квадрат, которого равен <math>a</math>.</p>	<p>подведение под понятие; правильное понимание смысл математического текста;</p>

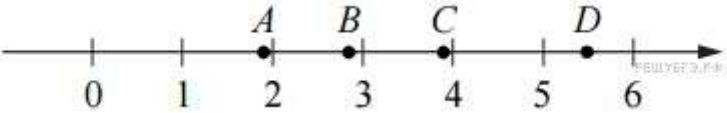
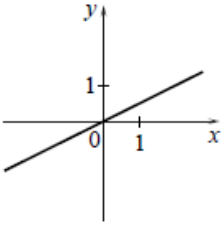
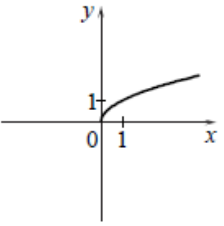
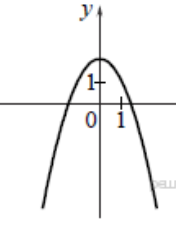
Действие нахождения арифметического квадратного корня.																			
5. Решить уравнение, выполнить проверку $12 - x = \sqrt{x}$	анализировать объекты проводить синтез проводить, строить логическую цепочку рассуждений;																		
6. На координатной прямой отмечены точки $A, B, C$ , и $D$ .  Установите соответствие между указанными точками и числами из правого столбца, которые им соответствуют.  <table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%;">ТОЧКИ</td> <td style="width: 50%;">ЧИСЛА</td> </tr> <tr> <td>А) <math>A</math></td> <td>1) <math>\sqrt{7} + 2\sqrt{2}</math></td> </tr> <tr> <td>Б) <math>B</math></td> <td>2) <math>\sqrt{7} : \sqrt{2}</math></td> </tr> <tr> <td>В) <math>C</math></td> <td>3) <math>2\sqrt{7} - \sqrt{2}</math></td> </tr> <tr> <td>Г) <math>D</math></td> <td>4) <math>(\sqrt{2})^3</math></td> </tr> </table> В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер. Ответ: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="width: 25px; text-align: center;">А</td> <td style="width: 25px; text-align: center;">Б</td> <td style="width: 25px; text-align: center;">В</td> <td style="width: 25px; text-align: center;">Г</td> </tr> <tr> <td style="height: 20px;"></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	ТОЧКИ	ЧИСЛА	А) $A$	1) $\sqrt{7} + 2\sqrt{2}$	Б) $B$	2) $\sqrt{7} : \sqrt{2}$	В) $C$	3) $2\sqrt{7} - \sqrt{2}$	Г) $D$	4) $(\sqrt{2})^3$	А	Б	В	Г					анализировать объекты, проводить синтез, проводить сравнение объектов; строить логическую цепочку рассуждений;
ТОЧКИ	ЧИСЛА																		
А) $A$	1) $\sqrt{7} + 2\sqrt{2}$																		
Б) $B$	2) $\sqrt{7} : \sqrt{2}$																		
В) $C$	3) $2\sqrt{7} - \sqrt{2}$																		
Г) $D$	4) $(\sqrt{2})^3$																		
А	Б	В	Г																
7. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \sqrt{x}$ , $y = \frac{8}{x}$ . Найдите сумму координат точки пересечения графиков.	проводить синтез правильно понимать смысл математического текста;																		
8. Докажите, что значение выражения $\sqrt{6\sqrt{n} + n + 9} + \sqrt{9 + n - 6\sqrt{n}}$ при $0 \leq n \leq 9$ не зависит от $n$ .	строить логическую цепочку рассуждений;																		

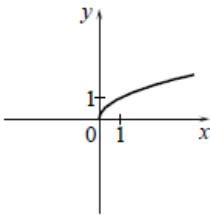
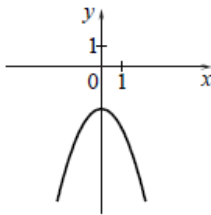
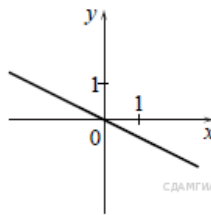
Таблица 4. Контрольная работа №2. Тема: «Квадратные уравнения».

Задачи	УУД
--------	-----

Вариант 1	
<p>1. Составьте квадратное уравнение по известным корням  <math>x_1 = -0,2 ; x_2 = 7.</math></p>	<p>анализировать объекты  проводить синтез –  составление целого из  частей, в том числе  самостоятельное  доставление с  восполнением недо-  стающих компонентов;</p>
<p>2. Какое из данных уравнений не имеет корней?  1) <math>x^2 - 4x + 2 = 0</math>  2) <math>x^2 - 2x + 4 = 0</math>  3) <math>x^2 - 2x = 0</math>  4) <math>x^2 + 4 = 0</math></p>	<p>анализировать объекты  правильно понимать  смысл математического  текста;</p>
<p>3. Выбрать ложные утверждение:  1) квадратное уравнение является уравнением второй степени  2) линейное и квадратное уравнения имеют по три коэффициента  3) не все квадратные уравнения с коэффициентом <math>a=1</math> являются приведёнными квадратными уравнениями.  4) Неполное квадратное уравнение <math>4 - x^2 = 0</math> имеет коэффициент <math>c=0</math>, коэффициент <math>b \neq 0</math>  5) квадратные уравнения, у которых <math>D &lt; 0</math>, не имеют корней.</p>	<p>анализировать объекты  правильно понимать  смысл математического  текста;</p>
<p>4. Найти виды понятий по указанным критериям.  Квадратные уравнения по наличию коэффициентов <math>c = 0, b \neq 0</math>.  Алгебраические уравнения по совпадению множества корней.</p>	<p>подведение под понятие;  правильное понимание  смысл математического  текста;</p>
<p>5. Решить уравнение двумя способами  <math>x^2 = 9x - 14</math></p>	<p>анализировать объекты  проводить синтез  проводить, строить  логическую цепочку  рассуждений;</p>

<p>6. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.</p> <p>А)  Б)  В) </p> <p>1) <math>y = \frac{1}{x}</math>  2) <math>y = 0,5x</math>  3) <math>y = 2 - x</math>  4) <math>y = \sqrt{x}</math></p> <p>В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.</p> <p>Ответ :</p> <table border="1" data-bbox="534 940 662 1064"> <tr> <td>А</td> <td>Б</td> <td>В</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	А	Б	В				<p>анализировать объекты, проводить синтез, проводить сравнение объектов;</p>
А	Б	В					
<p>7. Постройте в одной системе координат графики функций <math>y = x^2 + 6x + 6</math> и <math>y = x + 6</math>.  Найдите сумму ординат точек пересечения графиков.</p>	<p>проводить синтез правильно понимать смысл математического текста;</p>						
<p>8. Найти все значения <math>a</math>, при которых уравнение <math>x^2 - (a - 1)x + a - 2 = 0</math> имеет единственный корень.</p>	<p>строить логическую цепочку рассуждений;</p>						
<p>Вариант 2</p>							
<p>1. Составьте квадратное уравнение по известным корням <math>x_1 = 0,8</math>; <math>x_2 = 12</math>.</p>	<p>анализировать объекты проводить синтез – составление целого из частей, в том числе самостоятельное достраивание с восполнением недостающих компонентов;</p>						
<p>2. Какое из данных уравнений не</p>	<p>анализировать объекты</p>						



<p>имеет корней?</p> <p>1) <math>x^2 + 6x + 7 = 0</math></p> <p>2) <math>x^2 - 7x + 6 = 0</math></p> <p>3) <math>x^2 - 7x = 0</math></p> <p>4) <math>x^2 - 6 = 0</math></p>	<p>правильно понимать смысл математического текста;</p>
<p>3. Выбрать ложные утверждение:</p> <p>1) квадратные уравнения, у которых <math>D &gt; 0</math>, не имеют корней.</p> <p>2) В отличие от линейного уравнения, которое может иметь бесконечно много корней, квадратное уравнение не может иметь более двух корней.</p> <p>3) Линейное и квадратное уравнения равносильны</p> <p>4) квадратные уравнения с коэффициентом <math>a=1</math> являются приведёнными квадратными уравнениями.</p> <p>5) Неполное квадратное уравнение <math>0,5x^2 - 3,5x = 0</math> имеет коэффициент <math>c=0</math>, коэффициент <math>b \neq 0</math></p>	<p>анализировать объекты правильно понимать смысл математического текста;</p>
<p>4. Найти виды понятий по указанным критериям.</p> <p>1) Алгебраические уравнения по наличию деления на выражение с переменной.</p> <p>2) Квадратные уравнения по наличию коэффициентов <math>b=0</math>, <math>c \neq 0</math>.</p>	<p>подведение под понятие; правильное понимание смысл математического текста;</p>
<p>5. Решить уравнение двумя способами <math>x^2 = 7x - 10</math></p>	<p>анализировать объекты проводить синтез проводить, строить логическую цепочку рассуждений;</p>
<p>6. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.</p> <p>А) </p> <p>Б) </p> <p>В) </p>	<p>анализировать объекты, проводить синтез, проводить сравнение объектов;</p>

<p>1) <math>y = \sqrt{x}</math>  2) <math>y = -x^2 - 2</math>  3) <math>y = -2,5x</math>  4) <math>y = -\frac{4}{x}</math></p> <p>В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.  Ответ:</p> <table border="1" data-bbox="536 580 660 703"> <tr> <td>А</td> <td>Б</td> <td>В</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	А	Б	В				
А	Б	В					
<p>7. Постройте в одной системе координат графики функций <math>y = x^2 - 4x + 3</math> и <math>y = x - 1</math>.  Найдите сумму ординат точек пересечения графиков.</p>	<p>проводить синтез  правильно понимать  смысл математического  текста;</p>						
<p>8. Найти все значения <math>a</math>, при которых уравнение <math>x^2 - ax + 5a = 0</math> имеет единственный корень.</p>	<p>строить логическую  цепочку рассуждений;</p>						

Предложенная система задач направлена на развитие логических умений при изучении алгебраического материала. Работа по отработке логических умений окажется успешной, если она будет проводиться систематически, будет грамотно построенной, логически завершенной и отвечающей возрастным и индивидуальным особенностям школьников.

### **2.3 Описание и результаты экспериментальной работы**

Для подтверждения гипотезы и выполнения поставленных задач мы провели исследование, состоящее из трех этапов: констатирующий, формирующий и контролирующий.

Проверка результатов развития логической культуры с помощью предложенных задач проводилась в МАОУ «Гимназия №96 г. Челябинска». Участниками эксперимента стали учащиеся 8 «а» (32 человека) и 8 «в» классов (30 человек).

На констатирующем этапе была поставлена цель: выявить уровень сформированности логических умений у учащихся основной школы.

Задачи:

- определение опытно-экспериментальной базы (экспериментальной и контрольной групп);
- проведение диагностической работы;
- анализ и интерпретация полученных результатов;

На констатирующем этапе экспериментальной работы была изучена успеваемость классов за последний период обучения (Диаграмма 1); изучены результаты контрольной работы №1 «Арифметический квадратный корень», данные представлены в таблице 5; проведена беседа с учителем, после чего выбраны два класса с примерно одинаковым уровнем математической подготовки.

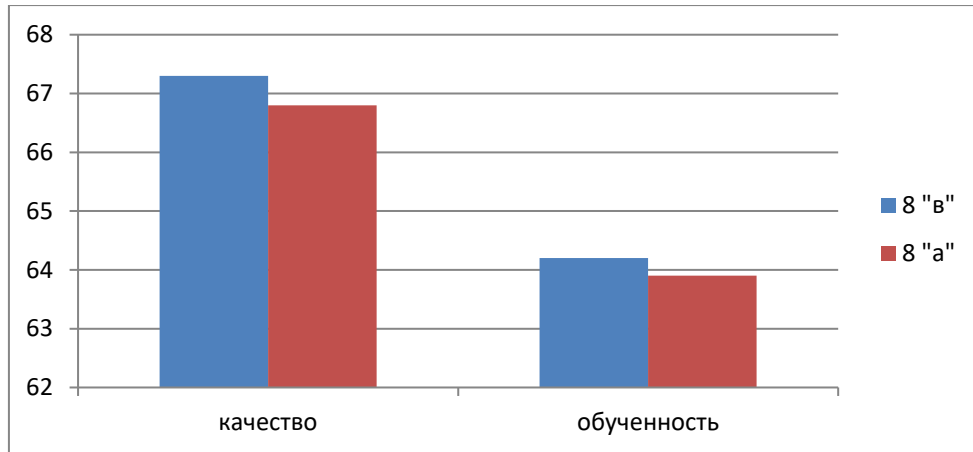


Диаграмма 1. Общая успеваемость

Анализируя данные таблицы, можно сделать вывод, что учащиеся недостаточно хорошо строят логические цепочки рассуждений. Также у них бывают затруднения в понимании смысла математического текста. Что говорит о необходимости в организации специальной, целенаправленной, систематизированной работы по формированию логической культуры школьников.

Таблица 5. Диагностика контрольной работы №1

	Контрольная группа		Экспериментальная группа	
	количество человек	%	количество человек	%
Задание 1	28	81	27	90
Задание 2	23	72	22	73
Задание 3	17	53	18	60
Задание 4	20	62	24	80
Задание 5	19	59	21	70
Задание 6	18	56	20	67
Задание 7	16	50	15	50
Задание 8	8	25	7	23

Целью формирующего этапа эксперимента явилось создание условий для формирования логических умений школьников на уроках алгебры.

Главная задача этапа состояла в разработке системы задач, в содержании которой отражается формирование логических умений школьников;

На данном этапе эксперимента была проведена работа по развитию логических умений у школьников средних классов. В формирующем эксперименте приняли учащиеся экспериментальной группы - учащиеся 8 «в» класса. При изучении раздела «Квадратные уравнения» помимо стандартного набора упражнений из учебника были предложены задания развивающие умения анализировать, проводить синтез, сравнивать объекты, находить обобщения, подводить под понятие, понимать математический текст, ориентироваться в различных вариантах решения, строить логическую цепочку рассуждений.

Результаты опытно-экспериментальной работы по развитию логической культуры получены на контрольном этапе.

Цель контрольного этапа: проверить эффективность использования предложенной системы задач.

Задачи контрольного этапа:

- провести повторную диагностику уровня сформированности логических умений;
- определить динамику результатов уровня сформированности логических умений.

На данном этапе для экспериментальной и контрольной групп учащихся была проведена контрольная работа по теме «Квадратные уравнения», в нее входили задания, направленные на проверку сформированности выше перечисленных умений.

Данные о повторно проведенной диагностике представлены в таблице 6.

Таблица 6. Диагностика контрольной работы №2

	Контрольная группа		Экспериментальная группа	
	количество человек	%	количество человек	%
Задание 1	22	69	24	80
Задание 2	27	84	27	90
Задание 3	17	53	23	76
Задание 4	19	59	25	83
Задание 5	21	66	27	90
Задание 6	20	63	22	73
Задание 7	17	53	21	70
Задание 8	9	28	15	50

Проведение повторной диагностики дает возможность сделать вывод о повышении уровня сформированности логических умений при изучении алгебраического материала школьниками.

Оценка эффективности исследования проводилась за счет сравнения изменений, происходящих у участников формирующего эксперимента и учащихся в традиционных условиях.

Для оценки различий между двумя группами мы использовали  $U$  – критерий Манна-Уитни. Гипотезы критерия:

$H_0$ : Различие между уровнем сформированности логической культуры в экспериментальной и в контрольной группах не существенно.

$H_1$ : Уровень сформированности логической культуры в экспериментальной группе превышает уровень сформированности логической культуры в контрольной группе

Гипотеза  $H_0$  о незначительности различий между выборками принимается, если  $U_{кр} < U_{эмп}$ . В противном случае  $H_0$  отвергается и различие определяется как существенное. Эмпирическое значение критерия  $U$  отражает то, насколько велика зона

совпадения между рядами. Поэтому чем меньше  $U_{\text{эмп}}$ , тем более вероятно, что различия достоверны.

$$U_{\text{эмп}} = n_1 n_2 + \frac{n_x(n_x + 1)}{2} - R_x$$

$n_1, n_2$  – количество человек в группах,  $n_x$  – наибольшая из объемов выборок  $n_1, n_2$ ,  $R_x$  – наибольшая сумма рангов.

Две выборки были объединены в одну и каждому баллу, полученному за контрольную работу, присвоен в соответствии его ранг. Ранги проставлены в порядке возрастания баллов, т.е. наименьшему баллу соответствует наименьший ранг.

Используя принцип ранжирования, получили таблицу рангов.

Таблица 7. Таблица рангов

№	Баллы за контрольную работу 8 «а» класса	Ранг 1	Баллы за контрольную работу 8 «в» класса	Ранг 2
1	3	9.5	4	18
2	7	45.5	8	56.5
3	7	45.5	7	45.5
4	4	18	6	35
5	6	35	6	35
6	2	3	8	56.5
7	4	18	4	18
8	4	18	6	35
9	8	56.5	8	56.5
10	3	9.5	8	56.5
11	7	45.5	6	35
12	4	18	5	26
13	2	3	7	45.5
14	3	9.5	5	26
15	4	18	6	35

16	7	45.5	4	18
17	2	3	5	26
18	6	35	7	45.5
19	2	3	8	56.5
20	3	9.5	6	35
21	3	9.5	2	3
22	5	26	8	56.5
23	7	45.5	5	26
24	8	56.5	7	45.5
25	4	18	7	45.5
26	6	35	6	35
27	5	26	8	56.5
28	8	56.5	3	9.5
29	3	9.5	6	35
30	3	9.5	8	56.5
31	8	56.5		
32	5	26		
Суммы:		823		1130

Используем данные таблицы, воспользуемся формулой расчёта эмпирического значения критерия. Получим:

$$U_{\text{Эмп}} = 295$$

Таблица 8. Критические значения

$U_{\text{Кр}}$	
$p \leq 0.01$	$p \leq 0.05$
314	362

Таким образом,  $U_{\text{Кр}} > U_{\text{Эмп}}$ , поэтому значение  $U_{\text{Эмп}}$  находится в зоне значимости (рис. 1).



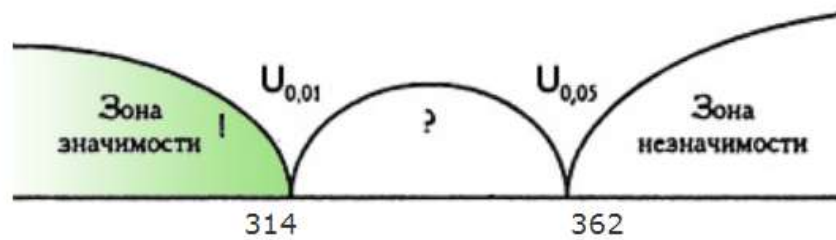


Рис. 1 Область значимости

Поскольку ранговая сумма 8 «в» класса выше, чем у 8 «а», то делаем вывод, что проделанная работа на уроках алгебры по формированию логических умений при изучении темы «Квадратные уравнения» дала положительные результаты. Таким образом, разработанные задания, направленные на отработку условий, выдвинутых в гипотезе, улучшили процесс формирования логической культуры.

### **Выводы по второй главе**

Во второй главе мы рассмотрели учебники алгебры за 8 класс, с целью выявления дидактических возможностей по формированию логической культуры. Разработали контрольные работы, систему задач, направленную на формирование и развитие определенных видов логических умений: анализировать, проводить синтез, сравнение, классификацию, строить логические цепочки рассуждений и т.д. Рассмотрели результаты, проведенной диагностики уровня сформированности логических умений при изучении алгебры в основной школе. Проанализировали данные, полученные при повторной диагностики. Выявили, что предложенная система задач по формированию логических умений школьников при изучении темы «Квадратные уравнения», была эффективной; перечень подобранных алгебраических заданий способствует развитию логической культуры.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Концепция математического образования и федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования являются подтверждением необходимости развития логической культуры у школьников в процессе обучения. На сегодняшний день одной из задач образования является обеспечение условий для развития логики и логического мышления учащихся.

В своем исследовании мы рассмотрели понятие логической культуры, выделили ее основные компоненты: умение анализировать, проводить синтез, классификацию, сравнение объектов, подводить под понятие, определять понятия, правильно понимать смысл математического текста, ориентироваться в различных вариантах решения, строить логическую цепочку рассуждений. Рассмотрели психолого-педагогические условия формирования логической культуры у школьников: всестороннее развитие логических действий; применение различных логических конструкций в решении учебных задач; учет психолого-педагогических принципов развития логического мышления; диагностика деятельности по формированию логических умений.

Для изучения возможностей формирования логической культуры в школе нами был проведен анализ учебной литературы по алгебре за 8 класс. Школьные учебники содержат большое количество упражнений, направленных на усвоение правил и алгоритмов, заданий, при решении которых формируются основные логические действия. На наш взгляд, недостаточно акцентировано внимание на понимание смысла математического текста и на работу с алгебраическими понятиями.

Мы подобрали, разработали упражнения по теме «Квадратные уравнения», ориентированные на формирование логической культуры учащихся на уроках алгебры.

Посредством экспериментальной проверки было выяснено, что эффективность формирования логической культуры у школьников будет успешной, если создать систему заданий, в содержание которой войдут различные упражнения, направленные на формирование логических умений, навыков.

Таким образом, задачи исследования решены, цель достигнута, гипотеза подтверждена.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Приказ Министерства образования и науки РФ от 17 декабря 2010 г. N 1897 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования" [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://base.garant.ru/70552506/>
2. Распоряжение Правительства РФ от 24.12.2013 N 2506-р о Концепции развития математического образования в Российской Федерации [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://base.garant.ru/70552506/>
3. Артемов, А. К. Интегрированная методика обучения математике и развивающее обучение школьников [Текст] / А. К. Артемов // Развивающее обучение математике. Межвузовский сборник научных статей. Пенза: ПГПУ, 1999. – 56 с.
4. Библер В.С. Понятие как процесс [Текст] / Библер В. С. // Вопросы философии, 1965, № 9, с.47-56.
5. Блажевич, Н. В. Генезис логической культуры [Текст]/ Н. В. Блажевич // Академический вестник. –2012. – № 2 (20). – С. 148–154.
6. Брюшинкин, В. Н. Практический курс логики для гуманитариев [Текст]: учеб. пособие / В. Н. Брюшинкин. - М.: Новая школа, 1996. – 320 с.
7. Газейкина, А. И. Диагностика сформированности познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы [Текст] / Газейкина А. И., Казакова Ю. О. // Педагогическое образование в России. - 2016. - №7. - С. 161-168.
8. Гальперин, П. Я.: Некролог [Текст] / Гальперин П. Я // Психологический журнал. - 1988. - Т.9, № 6. - С.164-165.
9. Гейн, А. Г. Роль логических конструкций в освоении учащимися универсальных учебных действий в школьном курсе

алгебры [Текст] / Гейн А. Г., Рекант Е. М. // Вестник Вятского государственного университета, 2012. – С. 68-76.

10. Гусев Д.А. Удивительная логика [Текст]/ Гусев Д.А. - М.: Энас-Книга, 2013. -240 с.

11. Дорофеев Г.В. Алгебра 8 класс [Текст] : учеб. для общеобразоват. организаций / [ Г. В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е. А. Бунимович и др].3-е изд. – М.: Просвещение, 2016. – 320с.

12. Епишева О. Б. Технология обучения математики на основе деятельностного подхода [Текст] : Кн. для учителя / О.Б. Епишева. – М.: Просвещение, 2002. – 223 с

13. Кулемин Н.А. Квалиметрический мониторинг в системе образования [Текст] : / Н. А. Кулемин // Педагогика. – 2001. – № 3. – С. 16-20

14. Макарычев Ю.Н. Алгебра 8 класс [Текст] : учеб. для общеобразоват. организаций / [ Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова]; под ред. С. А. Теляковского. – М.: Просвещение, 2017. – 271с.

15. Мерзляк А.Г. Алгебра 8 класс [Текст] : учеб. для общеобразоват. организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – М.:Вентана-Граф, 2016. – 256с.

16. Никольская, И.Л. Привитие логической грамотности при обучении математике [Текст] / И.Л. Никольская : дис. ... канд. пед. наук. - М., 1973. - 186 с.

17. Пиаже Ж. Речь и мышление ребенка[Текст] : – М.: Римис, 2008. – 416 с.

18. Саранцев, Г. И. Методика обучения математике в средней школе [Текст] : учеб.пособие для студентов / Г. И. Саранцев. – М. : Просвещение, 2002 – 224 с.

19. Свинцов, В. А. Логическая культура личности [Текст] / В. А. Свинцов // *Общественные науки и современность*. – 1993. – № 4. – С. 114–124.
20. Севостьянова С.А. Совершенствование логической подготовки студентов математических факультетов педагогических вузов [Текст] : автореферат диссертации кандидата педагогических наук : 13.00.02/ Севостьянова Светлана Анатольевна. - Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена. Санкт-Петербург, 1996. – 16 с.
21. Тихомирова, Л. Ф. Развитие интеллектуальных способностей школьника [Текст] / Тихомирова Л. Ф. – Ярославль: Академия развития, 1997. – 240 с.
22. Удовенко, Л.Н. Развитие логической культуры средствами логического конструирования при обучении математике в 5-6 классах [Текст] : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Удовенко Лариса Николаевна. - М., 1996. - 236 с.
23. Хинчин, А. Я. О воспитательном эффекте уроков математики [Текст] / А. Я. Хинчин // *Математика – как профессия*. – М. : Просвещение, 1980. – С. 36.
24. Яковлева, Е. В. Формирование логической культуры студентов [Текст] / Яковлева, Е. В. // *Вестник Казанского технологического университета*, 2009. – С. 338-342.
25. Морозова Е. В. Разработка системы педагогического мониторинга развития логического мышления и логической рефлексии школьников [Электронный ресурс]. – Режим доступа / <http://e-koncept.ru/2014/14293.htm>
26. Образовательный портал для подготовки к экзаменам «Решу ЕГЭ» [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://ege.sdamgia.ru>
27. Потапова, Л. М. Разработка заданий для формирования и развития у учащихся познавательных универсальных учебных действий

на уроках математики [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://multiurok.ru/files/razrabotka-zadani-dlia-formirovaniia-i-razvitiia.html>

28. ПУМА – мониторинговый проект по математике для учащихся 5-11 классов [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://puma.cerm.ru>

29. Турчевская, Б. К. Логическая компетентность и критическое мышление [Электронный ресурс] / Б. К. Турчевская, И. В. Брылина // Современные проблемы науки и образования. – 2015. – № 22. – Режим доступа: <https://science-education.ru/ru/article/view>