МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ» (ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

Физико-математический факультет
Кафедра математики и методики обучения математике

«Методика обучения решению задач на проценты при подготовке к ОГЭ»

Выпускная квалификационная работа
по направлению 44.03.05 Педагогическое образование

Направленность программы бакалавриата
«Математика. Экономика»

Проверка на объем заимствований:
69 % авторского текста

Выполнил:
Студент группы ОФ-513/086-5-1
Гараева Зилия Робертовна

Работа рекомендована к защите
«29» марта 2019 г.
И.о. зав. кафедрой МиМОМ
__________ Шумакова Е.О.

Научный руководитель:
канд. пед. наук, доцент
Эрентраут Елена Николаевна

Челябинск
2019

Содержание:

ВВЕДЕНИЕ

Проценты – является одним математических понятий, которые часто встречаются в повседневной жизни. Оперирование процентами при всевозможных банковских операциях, а так же в повседневной жизни человека, в настоящее время, является неотъемлемой частью знаний. Вследствие этого задачам на проценты, в частности трем основным: нахождению числа по данной величине его процентов, нахождению нескольких процентов от числа, нахождению процентного отношения чисел – должно быть уделено соответствующее внимание. Навыки работы с задачами на проценты необходимы человеку на протяжении всей его трудовой жизни.

Тема «Проценты» считается одной из универсальных тем в том смысле, что она связывает между собой многие естественные и точные науки, производственные и бытовые сферы жизни. Учащиеся, как правило, знакомятся с процентами в таких областях науки, как экономика, химия, биология, при чтении газетных изданий или просмотре различных телепередач. Далеко не все учащиеся обладают умением компетентно и экономно проводить простейшие процентные вычисления, однако, не смотря на это, большинство ориентировано на поступление в высшие учебные заведения. Основываясь на практике, можно сделать вывод о том, что помимо отсутствия прочных навыков обращения с процентными вычислениями многие выпускники к тому же, и вовсе не понимают смысла процентов. Этому есть ряд причин.

Первая состоит в том, что проценты, как правило, изучаются на первом этапе основной школы, в 5–6 классах. В течение этого времени учащиеся приобретают следующие навыки при решении задач: находить дробь числа (величины), число (величину) по его (ее) дроби и определять, какую часть одна величина составляет от другой. Перечисленные умения, которые учитель обобщает в виде правил, никоим образом не помогают перенести уже приобретенный навык в новую ситуацию, поскольку при решении определенных задач на проценты речь идет не о числителе и знаменателе дроби, а о количестве процентов, содержащихся в целом и его части.

Вторая заключена в следующем: при решении задач на проценты достаточно скоро начинают применять пропорции, что предполагает предварительное определение характера пропорциональности величин (прямая или обратная). Тем самым весь процесс решения задач становится «механизированным», что препятствует учащимся пониманию смысла выполненных ими действий.

Кроме того, учащиеся 5 и 6 классов еще не имеют практического опыта применения процентов. Отсюда вытекает отсутствие потребности в решении предлагаемых им задач на проценты.

Ключевые понятия, которые изучаются в теме «Проценты», являются значимыми понятиями для всего курса математики: «раствор», «сплав», «концентрация», «простой и сложный процентный рост» и т.д., поэтому требуется уже на первоначальном этапе обучения добиться достаточно высокого уровня знаний, умений и навыков учащихся. Именно первичный этап изучения данного материала определяет дальнейшее успешное обучение учащихся, а также формирует умение применять полученные знания в новых ситуациях на протяжении изучения всего курса математики.

В ходе школьного курса тема «Проценты» изучается в V – VI классе, но исходя из возрастных особенностей учеников, и оторванности применения процентов от практики, она не может быть усвоена ими осознанно. В дальнейшем данному вопросу не уделяется должного внимания. Задачи этого типа становятся прерогативой химии, которая вводит свою точку зрения на проценты, а в математике их место отведено только в задачах на повторение, либо же в задачах повышенной сложности.

Таким образом, учащиеся забывают о вопросах универсальности процентов и разнообразия областей их применения. По этой причине является актуальным вопрос о том, чтобы задачам на проценты было отведено соответствующее достойное место в рамках VII – IX классах. На данном этапе школьниками изучаются различные виды уравнений и их систем, которые закрепляются при решении текстовых задач, а наличие процентов в условии текстовых задач дает возможность установить связь между абстрактными математическими понятиями и реальной жизнью. Кроме того, текстовые задачи на проценты содержатся в материалах итоговой аттестации за курс основной школы, в КИМах и ЕГЭ, в конкурсных экзаменах. Тем не менее, практика свидетельствует о том, что у учащихся задачи на проценты вызывают затруднения и большинство, оканчивающих школу не имеют прочных навыков обращения с ними в повседневной жизни. Данная тема носит довольно большую значимость, так как умение решать задачи на проценты имеет важное практическое применение, поскольку понятие процента имеет обширное применение не только в реальной жизни, но и в различных областях науки.

В условиях современной жизни, задачи на проценты приобретают свою актуальность. Все это обусловлено расширением сферы практического применения процентных расчетов. Вопросы, связанные с инфляцией, ростом цен на товары, снижением покупательской способности касаются каждого человека в нашем обществе. Планирование собственного семейного бюджета, выгодного вложения денег на счет в банке, невозможны без умения выполнять элементарные процентные расчеты. Понимание процентов и умение производить, процентные расчеты в настоящее время необходимы каждому: практическая значимость этой темы очень велика и затрагивает финансовые, демографические, экологические, социологические и другие аспекты нашей жизни. Поэтому стоит отметить важность процентов в нашей жизни: проценты в настоящее время являются универсальной мерой измерения различных величин и объектов.

Цель данной работы: разработать методические рекомендации по обучению учащихся основной школы решению задач на проценты при подготовке к ОГЭ.

Гипотеза: если в 7–9 классах уделять большее внимание решению задач на проценты, то это будет способствовать формированию прочных навыков обращения с процентными вычислениями и повысит уровень сдачи ОГЭ.

Объектом исследования является процесс обучения математике в основной школе.

Предмет исследования: методика решения задач на проценты в курсе алгебры V – IX классов.

База исследования: исследование проводилось на базе МАОУ СОШ № 46 имени З. А. Космодемьянской города Челябинска. В исследовании приняли участие учащиеся 9 «Б» класса.

Апробация:

1) Во время прохождения практики данный курс по внеурочной деятельности был частично апробирован на учащихся 9 «Б» класса МАОУ СОШ № 46 имени З А. Космодемьянской города Челябинска. А именно, было проведено занятие на тему: «Проценты. Применение данной темы к решению текстовых задач в тестах ОГЭ (задача № 22)». Исходя, из проведенного занятия можно сделать вывод о том, что в начале урока, задачи данного типа вызывали у учащихся затруднения, но после того, как предложенные им задачи были рассмотрены и прорешены стали заметны улучшения в восприятии и осознании данной темы.

2) Выступление на Всероссийской студенческой научно-практической конференции: «Актуальные проблемы образования: позиция молодых» в секции «Частные вопросы методики преподавания математики».

3) Основные теоретические положения выпускной квалификационной работы отражены в публикациях статей:

Гараева З.Р., Эрентраут Е.Н., Особенности решения задач на проценты в задачах ЕГЭ по математике [Текст]: статья// Вопросы математики, ее истории и методики преподавания в учебно-исследовательских работах: матер. всероссийской. науч.-практ. конф. студентов матем. фак-тов с международным участием / Отв. ред. Скорнякова А.Ю.; ПГГПУ. – Пермь, 2019. – Вып. 12.

Особенности решения задач на проценты/ З.Р. Гараева// Актуальные проблемы развития среднего и высшего образования. : XIV Мезвузовский сборник научных трудов. Под ред. О.Р. Шефер: - Челябинск: Край Ра, 2019.- С. 39-43. 264 С.

Для достижения поставленной цели и сформулированной выше гипотезы были выявлены следующие **задачи**:

1) Рассмотреть исторические аспекты развития понятия процента в математике.

2) Выявить методические особенности обучения решению задач на проценты в курсе алгебры основной школы.

3) Систематизировать задачи на проценты по типам.

4) Разработать методические рекомендации (курс по внеурочной деятельности) по обучению учащихся решению задач на проценты и методические рекомендации по их применению.

ГЛАВА I. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ НА ПРОЦЕНТЫ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

Исторические концепции формирования понятия процента в математике

Понятие проценты считается одним из математических определений, которые довольно распространены в повседневной жизни. Принято считать, что термин «процент» происходит от латинских слов procentum, что буквально понимается как «за сотню», или «со ста» [25,С.3].

Процентами довольно удобно пользоваться на практике, поскольку они выражают части целых чисел в одних и тех же сотых долях. Это позволяет не только упрощать расчеты, но и легко сравнивать части между собой и с целыми. Концепция выражения элементов целого в одних и тех же долях, появилась в древности среди вавилонян, которые использовали шестидесятеричные дроби. Занимательно то, что уже в клинописных таблицах вавилонян есть задачи для расчета процентов. До нас дошли созданные вавилонянами таблицы процентов, благодаря которым можно было быстро определить сумму процентных денег.

Проценты также были известны в Индии. Индийские математики осуществляли процентные вычисления, с помощью, так называемого тройного правила, то есть, используя пропорцию. Помимо этого они совершали и более сложные вычислительные операции, связанные с процентами.

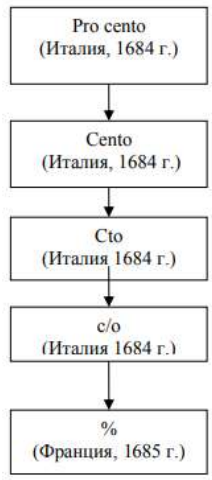
Денежные расчеты с содержанием процентов были особенно распространены в древнем Риме. Римляне называли процентами средства, которые заемщик выплачивал кредитору за каждую сотню. В том числе и римский сенат был обязан установить максимально допустимую процентную ставку для должника, поскольку некоторые кредиторы чрезмерно усердствовали в получении процентных средств. От римлян проценты перешли к иным народам.

В средневековой Европе, благодаря крупному развитию в сфере торговли, большое внимание уделялось умению рассчитывать проценты. В то время доводилось рассчитывать не только проценты, но и проценты к процентам, то есть сложный процент, как он называется в наше время. Некоторые конторы и фирмы для облегчения труда при вычислении процентов разрабатывали собственные особые таблицы, которые являлись коммерческим секретом фирмы [18, С. 58].

Впервые таблицы для расчета процентов были опубликованы в 1584 году Симоном Стевином, который был инженером из города Брюгге (Нидерланды), известным многообразием научных открытий, в том числе особенной записью десятичных дробей.

Длительное время под процентами было принято понимать исключительно прибыль и убыток на каждые 100 рублей. Они использовались только в торговых и валютных сделках. Вслед за тем сфера их применения расширилась, проценты встречаются в хозяйственных и денежных расчетах, науке, технике.

Интересно происхождение обозначения процента. Есть предположение о том, что знак % происходит от итальянского procento (сто), которое в процентных расчетах нередко сокращенно писалось cto. Отсюда путем последующего сокращения в скорописи буква t трансформировалась в наклонную черту (/), возник современный знак процента. Развитие процента представлено ниже в виде схемы:



В учебнике Н.Я. Виленкина, В.И. Жохова и А.С. Чеснокова «Математика 5» присутствует еще одна довольно любознательная версия возникновения знака %. Там, в частности, говорится, что этот знак появился в результате опечатки, допущенной наборщиком. В 1685 году в Париже была издана книга, руководство по коммерческой арифметике, где по ошибке наборщик вместо cto напечатал %.

В некоторых вопросах, временами используются и более мелкие, тысячные доли, так называемые «промилле» (от латинского promille – «с тысячи»), обозначаемые, по аналогии процентов. Открытие математических знаков и символов значительно облегчило изучение математики и способствовало ее дальнейшему развитию [3, С. 337].

Если мы говорим о проценте от данного числа, то это число принимается за 100 %. Например, 1 % зарплаты – это сотая часть зарплаты; 50 % зарплаты – это 50 сотых частей зарплаты. То есть половина зарплаты. Налог на заработную плату взимается по ставке 13 % или иначе 13 сотых от зарплаты. Обозначение «40 %» хлопка содержащееся на этикетке обозначает, что данная вещь содержит 40 сотых хлопка, то есть менее чем на половину состоит их чистого хлопка [12, С. 25].

Как известно из практики, благодаря процентам можно отразить изменение той или иной конкретной величины. Данная форма считается наглядной числовой характеристикой изменения, которая характеризует значение произошедшего изменения. К примеру, уровень безработицы вырос на 5 %, в этом ничего страшного нет, эта цифра отражает только естественные колебания уровня. Но если он увеличился на 50 %, это уже указывает на значимость проблемы и необходимость изучения причин этого явления и принятия, соответствующих мер.

Задачи на проценты традиционно встречаются в программе 5–6 классов. Обучение их решению всегда рассматривалось как необходимое условие подготовки учащихся к жизни. Так в дореволюционной школе изучение процентов было достаточно плотно связано с потребностями коммерческих расчетов. Например, в учебнике А.П. Киселева разъясняется смысл следующих слов: «должник», «кредитор», «ссуда», «начальный капитал», «процентная такса», отдать деньги «в рост». Объяснялось различие между простыми и сложными процентами. Задачи на проценты делились на 4 группы, в зависимости от того, что неизвестно из следующих величин:

1) процентные деньги или наращенный капитал,

2) начальный капитал,

3) процентная такса (процент за год),

4) время, в течение которого капитал находится в росте.

Современная жизнь вновь делает задачи на проценты весьма актуальными, поскольку сфера практического применения процентных расчетов расширяется. Всюду – в СМИ, телевидении, в транспорте и на работе обсуждаются повышение цен, зарплат, снижение покупательной способности населения и т.д. Добавим сюда объявления коммерческих банков, привлекающих деньги населения на различных условиях, сведения о доходах по акциям всевозможных компаний и фондов, об изменении процента банковского кредита и пр. Все это требует умения производить хотя бы элементарные процентные расчеты для сравнения и выбора более выгодных условий.

Изучение темы «Проценты» в школьном курсе

Понятие процента имеет обширное практическое использование, в связи с этим оно считается неотъемлемой частью школьной программы по математике. Учащиеся должны научиться решать основные задачи на проценты, представлять проценты в виде десятичных и обыкновенных дробей. Тема «Проценты» изучается в рамках младших классов среднего звена. Существуют следующие подходы, реализуемые в процессе изучения данной темы:

1) Проценты рассматривают как отдельную тему, не опираясь при этом на дроби. Нахождение нескольких процентов от числа осуществляется в два шага. Процесс изучения дробей ведется отдельной темой, гораздо позже, чем рассматриваются задачи на проценты. Таким образом, обучение идет от частного к общему, что менее эффективно и дает меньше возможностей для развития обучаемого.

2) Задачи на проценты осваиваются как частный случай задач на дроби и все приемы решения переносятся на них, то есть изучение идет от общего случая к частному. В большинстве современных учебников реализован второй подход.

В большой части современных учебников осуществлен второй подход. Вопросы, связанные с процентами, дают возможность сделать курс практико-ориентированным, продемонстрировать учащимся, что полученные ими математические знания применяются в повседневной жизни. При обучении решению задач на проценты учащиеся знакомятся с разными методами решения задач, при этом множество приемов шире, чем это бывает обычно. Они овладевают различными способами рассуждения, тем самым обогащая свой арсенал приемов и методов. Но также важно, чтобы учащиеся имели возможность выбора и могли использовать тот прием, который им кажется наиболее выгодным [10].

Анализ современного состояния процентов в школьном курсе математики

Исторически сформировались две стороны предназначения математической науки: духовная, связанная с мышлением человека и с овладением конкретным способом познания и практическая, связанная с созданием и использованием инструментария, необходимого человеку в его продуктивной деятельности. На этой основе определяются методы обучения математике. Математическая подготовка необходима для понимания принципов устройства, использования современной техники и восприятия научных и технических понятий. Математика – язык прогрессивной науки. Значение математического образования, способствующего формированию духовной сферы человека, обусловлено обширным запасом общечеловеческих ценностей, накопленных математической наукой в ходе своего собственного развития [13].

Процесс обучения формирует ряд таких приемов и методов человеческого мышления, как анализ и синтез, индукция и дедукция, систематизация и классификация. Объекты математических выводов, правила их построения раскрывают механизм логических построений, развивают умение выражать, демонстрировать и аргументировать суждения, развивая тем самым логическое мышление. При решении задач, составляющих основной вид учебной деятельности на уроках математики, развиваются творческие и прикладные аспекты мышления. Принципиально значимой позицией организации математического школьного образования должна стать технология уровневой дифференциации обучения математике в базовом образовании. Это означает, что при овладении общим курсом, одни ученики в своих результатах ограничиваются базовым уровнем подготовки, в то время как другие, в зависимости от их предрасположенности и способностей, достигают лучших результатов. В то же время достижение базового уровня должно стать неотъемлемой обязанностью учащихся в их образовательной деятельности. Кроме того, каждый имеет право самостоятельно решать, ограничивать ли себя этим уровнем или идти дальше. Именно на этом пути достигаются гуманистические начала в математическом образовании. Практический интеллект, помимо связанной с этим названием способности решать практические задачи, имеет и другие составляющие: здравый смысл, изобретательность, интуицию. В течение долгого времени школа пренебрегала развитием этих аспектов интеллекта ребенка или значительно сократила их до приобретения базовых навыков и навыков, связанных с низкоквалифицированной работой. В условиях перехода к рыночной экономике, важность практического интеллекта возросла, поскольку каждому человеку нужно вести расчетливый и обдуманный образ жизни. В структуре практического интеллекта присутствуют следующие качества ума: предприимчивость, расчетливость, способность оперативно решать возникающие проблемы. Предприимчивость проявляется в том, что в трудной жизненной ситуации человек может найти различные решения возникшей проблемы и, самое главное, независимо от проблемы, с которой он сталкивается, он всегда может найти ее оптимальное решение в практическом плане [14].

Сами проценты не дают экономического развития, но их знание способствует развитию практических способностей, а также умению решать экономические задачи. Углубленное изучение процентов может помочь развитию экономичности и расчетливости. Человек, обладающий таким качеством как экономичность, способен найти такой путь решения в сложившейся ситуации, который с наименьшими расходами и издержками приведет к желаемому результату. Расчетливый человек отличается своим умением заглядывать далеко вперед и предвидеть последствия определенных решений и действий, чтобы точно определить их результат, оценить, к чему это может привести. В конечном счете, способность оперативно решать поставленные задачи – это динамическая характеристика практического интеллекта, проявляющаяся в количестве времени, проходящее с момента возникновения задачи до ее практического решения. Развитое мышление – это практическое мышление, обладающее всеми перечисленными качествами. Сформировать экономичность у детей легче, чем какие-либо другие свойства практического интеллекта, но это следует делать систематически, мотивируя детей самостоятельно производить расчеты материальных затрат на интересующие их дела [26].

Тема «Проценты» не может быть отнесена к легкоусвояемым темам. Ее традиционное изучение сконцентрировано в строгих временных рамках курса 5–6 классов, что не позволяет расширить диапазон практических применений и полностью учитывать возрастные возможности учащихся для формирования серии практических навыков работы с процентами.

Прежде всего, следует отметить, что при изложении темы «проценты» достигается множество общих методологических особенностей, которые характерны для курса в целом.

Тема разворачивается по спирали и изучается в несколько подходов с 5 по 9 класс, включительно. С каждым подходом ученики возвращаются на новый уровень, их знания обновляются, появляются новые типы задач и методы их решения. Такое периодическое обращение к этому понятию приводит к тому, что оно усваивается прочно и осознанно с течением времени. Появляется возможность включать задачи, которые сейчас в действующих учебниках не могут рассматриваться просто в силу возрастных особенностей школьников.

Введение процентов опирается на предметно-практическую деятельность школьников, на геометрическую наглядность и моделирование. С самого начала освоения понятия школьники выполняют множество заданий, требующих заштриховать, закрасить, вырезать часть фигуры. Во многих заданиях задействованы рисунки и чертежи, которые помогают разобраться в задаче и наметить пути ее решения. Как и во всех других разделах курса, при анализе этой темы были использованы широкие возможности для дифференцированного обучения учеников. Задачи задаются с переменной сложностью – от простых (базовых) до довольно сложных. Учитель может подобрать материал, соответствующий возможностям школьников. В процессе обучения решению задач на проценты школьники знакомятся с разными способами их возможного решения. Ученик овладевает разнообразными способами рассуждения, пополняя свой запас приемов и методов. Но для него также важно иметь возможность выбирать и использовать ту технику, которая кажется ему более удобной.

Методические особенности обучения учащихся решению основных видов задач на проценты в курсе алгебры основной школы

Л.В. Виноградова пишет, что под процентом понимается частный случай десятичной дроби. Вследствие этого теория десятичных дробей распространяется на проценты. Проценты приобретают особое значение в первую очередь в коммерческих расчетах, к примеру, при расчете прибыли и потерь капитала или же наоборот капитала по принесенной им прибыли. Со временем применение процентов стало еще более обширной областью. Проценты стали применяться и в науке (физике, технике, химии), а также в жизненной практике [4, С.26].

Ю.М. Колягин упоминает о том, что роль процентов в повседневной жизни также достаточно значима, поскольку очень часто приходится решать такую задачу, как: «Продукт стоит m рублей, затем его цена снижается на p % после еще, на n %. Сколько в итоге стал стоить продукт? Решение даже этой элементарной задачи у большинства вызывает затруднения [16, С.330].

Ключевым вопросом темы «Проценты» является приложение теории дробей к решению задач, никакие новые теоретические вопросы в данную тему не включены. Основываясь на различном использовании, проценты занимали неравные позиции в школьных программах и учебниках. Давались различные определения понятия процента и в связи с этим различные методы решения задачи на проценты. Еще в дореволюционных учебниках процент связывали с коммерческими расчетами, к примеру, в учебнике Арифметика, под авторством А. Малинина и К. Буренина 1895 г. пишется: «Если кто-либо занимает деньги, то он платит за это лицу, которое дало ему эти деньги, определенное количество рублей со 100, эта плата и показывает количество или таксу процентов (procentum – на сто)».

В той же книге написано, что слово «проценты» используется не только при наличных расчетах, но и в целом для выражения прибылей или убытков на каждую сотню единиц.

Из этого следует, что один процент с какого-нибудь числа есть сотая часть числа. Исходя из определения процента как прибыли или же убытка со ста, использовалось тройное правило, то есть данные задачи решались с помощью пропорций или приведения к единице.

Г.В. Дорофеев акцентирует, что в некоторых задачах, где требуется сравнить дроби или же находить их приближенные значения в сотых долях. Сотые доли получают особое значение. Также напоминается, что более употребительные доли единицы получили отличительные названия: так одну вторую называют половиной, а одну четвертую называют четвертью. Вследствие этого и сотая доля приобрела особое наименование «процент» и обозначение в виде следующего символа %. Кроме того, будет достаточно познавательно, если учащимся рассказать о происхождении слова «процент». Следует упомянуть о том, что в частных случаях дроби выражают в тысячных долях, а не в сотых. Тысячные доли в таких случаях также получили особое название «промилле». В тысячных долях, например, выражают пробу ценных металлов: в сплаве золота 525-й пробы находится чистого золота по весу 0,525 всего сплава или 525 %.

Поскольку числа, выраженные в процентах, это те же самые дроби со знаменателем сто, то никаких новых правил действий над числами, представленных в виде процентов, не применяются и задачи решаются точно так же, как и обычные задачи на дроби.

В методике и теории обучения математике принято выделять три основных типа задач связанных с процентными вычислениями:

1) Нахождение числа от процента,

2) Нахождение процента от числа,

3) Нахождение процентного соотношения.

Решение двух видов задач на проценты в 5-ом классе осуществлялось, после того как будут изучены все действия над десятичными дробями тем самым, способствуя закреплению деления и умножения на десятичную дробь. В 6-ом классе все знания о процентах, приобретенных учащимися, сводятся в единую систему, и рассматриваются три вида задач на проценты и более сложные случаи их применения, например:

а) задается дробное число процентов,

б) находят проценты от процентов.

Ю.М. Колягин говорит о том, что на начальном этапе следует провести упражнение на запись процентов в виде дробей, а после приступать к решению задач на проценты. Перед тем как решать задачи на нахождение процентного отношения двух чисел уместно будет дать упражнения на выражение различных чисел в процентах.

В настоящее время тема «Проценты» изучается в курсе математики 5–6 классов. Для более осознанного усвоения данной темы ученики должны обладать достаточным уровнем развития абстрактного мышления, но, поскольку в возрасте 10–11 лет абстрактное мышление еще недостаточно развито, то овладение данной темой вызывает у них затруднения. В последующих классах в действующих учебниках алгебры проценты встречаются достаточно редко, и с каждым разом вызывают большие трудности у школьников.

Задачи, содержащие проценты учащиеся чаще всего рассматриваю на уроках химии, и решают их с помощью пропорций, исходя из этого, они не видят универсальность процентов и не могут решать элементарные задачи на проценты, которые могут встретиться в другой области человеческой деятельности.

Ю.М. Колягин отмечает, что задачи на проценты в нынешних учебниках алгебры встречаются крайне редко, поэтому каждый раз вызывают у школьников большие затруднения. Это особенно заметно при повторении в процессе подготовки к итоговой аттестации за курс девятого и одиннадцатого класса [15, С. 48].

Анализ учебников 5–6 классов под редакцией Муравина Г.К. и Муравниной О.В., Виленкина Н.Я. и Жохова В.И., Дорофеева Г.В.

Существуют различные подходы к обучению решения задач на проценты в школьных учебниках для общеобразовательных классов и классов с углубленным изучением математики.

В учебнике «Математика 5» Г.К. Муравина, О.В. Муравиной прежде чем вводить понятие процента, ученикам напоминают, что некоторые доли выражают довольно большие части целого. А в тех случаях, когда нужны маленькие части, обычно используются проценты. После чего, предложено определение понятия процента: слово процент происходит от латинских слов procentum (на сто) и означает сотую долю целого. Проценты обозначают с помощью специального знака «%» [17, С. 135].

После определения понятия приводятся примеры.

Пример 1. 1 % - это 0,01 часть целого.

Пример 2. 12,5 % - это 0,125 часть целого.

На понятие процента предлагаются следующие виды задач:

Задача № 1: верно ли утверждение, что

1) 1% от 1 м равен 1 см;
2) 1 аршин 1 % от 1 га.

Задача № 2: какое понятие отличается от других:

$$1\ \%\ \text{от}\ 34;\ \ 0{,}01\cdot 34;\ \ \frac{1}{100}\cdot 34.$$

Кроме того, в учебнике также приводится *правило чтения процентов*: в слове «процент» ударение ставится на второй слог во всех падежах в единственном и множественном числе.

Слово «процент» читается в том же падеже, что и числительное.

После правила чтения процентов авторы указывают, что *при сравнении двух величин* за 100 % принимается та, с которой проводится сравнение. Во всех задачах на проценты сначала следует понять, какая величина принимается за 100 %.

После чего рассматриваются задачи на нахождение процента от числа:

Задача № 3: Найдите:

1) 1 % от 435; 2) 2 % от 111; 3) 5 % от 125.

Задача № 4: Найдите число, зная, что 1 % его равен:

а) 3; б) 40; в) 2,4; г) 0,07.

Так же в данном учебнике в конце параграфа предложены задачи на смекалку, на нахождение процента от числа и числа по его проценту:

Задача № 840: Что больше: 15,5 % от 49 или 49 % от 15,5?

Задача № 841: Найдите наименьшее натуральное число, 20 % которого больше, чем 1,2.

Кроме того, после изучения темы «Процентные расчеты» предложены контрольные задачи, на основные виды задач на проценты:

1. Найдите 1 % от числа: а) 3457; б) 2,45.
2. Из молока получают 12 % творога. Сколько творога можно получить из 25 л молока? Сколько нужно взять молока, чтобы получить 1 кг творога?
3. С понедельника по пятницу чайник « Tefal» в магазине стоит 860 руб., а в субботу его цена составляет 817 руб. Насколько процентов магазин снижает цену по субботам?

Рассмотрим другой подход к обучению решения задач на проценты по учебнику Н.Я. Виленкина и В.И.Жохова «Математика 5».

Авторы сначала *вводят определение понятия «Процента»*.

Определение: Процентом называют одну сотую часть. Для краткости слово «процент» после числа заменяют знаком % [3, С.327].

Далее рассмотрена задача на нахождение процента от числа:

Задача № 1: Швейная фабрика выпустила 1200 костюмов. Из них 32 % составляют костюмы нового фасона. Сколько костюмов нового фасона выпустила фабрика?

Авторы приводят решение данной задачи:

Решение: Так как 1200 костюмов – это 100 % выпуска, то, чтобы найти 1 % выпуска, надо 1200 разделить на 100.

Получим, что 1200:100 = 12, значит 1 % выпуска равен 12 костюмам. Чтобы найти, чему равны 32 % выпуска, надо умножить 12 на 32 . Так как 12·32=384, то фабрика выпустила 384 костюма нового фасона.

После этого приведен разбор задачи на нахождение числа по его проценту. Эта задача также, рассматривается с решением.

Задача № 2: За контрольную работу по математике отметку «5» получили 12 учеников, что составляет 30 % всех учеников. Сколько учеников в классе?

Решение: Сначала узнаем, чему равен 1 % всех учеников. Для этого разделим 12 на 30. Так как 12:30=0,4, то 1 % равен 0,4.

Чтобы узнать чему равны 100 % учащихся, надо умножить 0,4 на 100. Так как 0,4·100=40, то в классе 40 учеников.

Также авторы приводят задачу на нахождение процентного соотношения.

Задача № 3: Из 1800 га колхозного поля 558 га засажено картофелем. Какой процент поля засажен картофелем?

Как и в предыдущих задачах, авторы рассматривают решение данной задачи.

Решение: Картофелем засажено $\frac{558}{1800}$ всего поля. Обратим дробь $\frac{558}{1800}$ в десятичную. Для этого разделим 558 на 1800. Получаем 0,31. Значит, картофелем засажена 31 сотая всего поля. Каждая сотая равна 1 % поля, поэтому картофелем засажен 31 % всего поля.

После авторы данного учебника вводят теоретические сведения, которые учащиеся должны знать наизусть:

1) Чтобы обратить десятичную дробь в проценты, нужно ее умножить на 100.

Пример 1. 0,982=0,982·100 %=98,2 %;

2)Чтобы перевести проценты в десятичную дробь, нужно разделить число процентов на 100.

Пример 2. 38 % =38:100=0,38.

Так же в учебнике «Математика» для 5 классов Н.Я. Виленкиным и В.И. Жоховым после изучения темы «Проценты» предложены вопросы для самопроверки:

1. Что называют процентом?
2. Как называют 1 % от центнера, метра, гектара?
3. Как обратить десятичную дробь в проценты?
4. Как перевести проценты в десятичную дробь?

После чего, ученикам предложены задачи по пройденной теме «Проценты» следующего вида:

Задача № 1: Запишите в виде десятичной дроби:

1 %; 6 %; 45 %; 123 %; 2,5 %.

Задача № 2: Запишите в процентах десятичные дроби:

0,87; 0,07; 1,45; 0,035; 2,672; 0,907.

Задача № 3: Запишите обыкновенные дроби $\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{2}{5}$ в виде десятичных, а потом в виде процентов.

В учебнике Н.Я. Виленкина и В.И. Жохова «Математика 6» проценты встречаются уже при изучении темы «Отношения и пропорции».

Перед тем как ввести определение понятия отношения, автор рассматривает задачу:

Задача № 1: От куска меди длиной 5 м отрезали 2 м. Какую часть куска материи отрезали?

Решение: Сначала находим, какую часть всего куска материи составляет 1 м, так как в куске 5 м, то 1 м составляет $\frac{1}{5}$ куска. Значит, 2 м составляют $\frac{2}{5}$ всего куска материи. Тот же ответ можно получить, разделив 2 на 5. Действительно, $2:5=\frac{2}{5}$. Ответ можно также записать в виде десятичной дроби или в процентах: $\frac{2}{5}=0{,}4=40\,\%$.

Ответ: 40 %.

После чего вводится определение понятия отношения: *Частное двух чисел называют отношением этих чисел. Отношение показывает, во сколько раз первое число больше второго или какую часть первое число составляет от второго* [2,С. 117].

Если значение двух величин выражены одной и той же единицей измерения, то их отношение называют также отношением этих величин (отношением длин, отношением масс, отношением площадей и т.д.).

Далее авторы рассматривают следующую задачу с решением.

Задача № 2: Длина железной дороги 360 км. Электрифицировано 240 км этой дороги. Какая часть дороги электрифицирована? Во сколько раз вся дорога длиннее ее электрифицированной части?

Решение: Чтобы найти, какая часть электрифицирована, берется отношение 240:360. Записывается это отношение в виде дроби и сокращается на 120. Получается $360:240=\frac{360}{240}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}=1{,}5$. Значит, вся дорога в 1,5 длиннее ее электрифицированной части.

Ответ: 1,5.

Авторы пишут, что числа $\frac{3}{2}$ и $\frac{2}{3}$ взаимно обратные, поэтому и отношения 3 к 2 и 2 к 3 называются взаимно обратными.

Также авторы отмечают: *если значения двух величин выражены этих величин надо предварительно перейти к одной единице измерения* [2,с. 118].

Кроме того, в учебнике Н.Я. Виленкина рассмотрены разные способы использования термина отношение в речи. Отношение 25:27 можно читать как:

– отношение числа двадцать пять к числу двадцать семь;

– отношение чисел двадцать пять и двадцать семь;

– отношение двадцати пяти к двадцати семи.

После изучения темы авторами приведены вопросы для самопроверки вида:

1. Что называют отношением двух чисел?

2. Что показывают отношение двух чисел?

3. Как узнать, сколько процентов одно число составляет от другого?

Кроме того, в учебнике Н.Я. Виленкина и В.И. Жохова после темы «Отношения» изучается тема «Пропорции».

Перед тем как ввести определение понятия пропорции авторы рассматривают пример: отношения 3,6:1,2 и 6,3:2,1 равны, так как после вычисления значения частных равны 3. Поэтому пишется равенство 3,6:1,2 = 6,3:2,1.

После чего вводится определение понятия пропорции: *равенство двух отношений называют пропорцией* [2, С.123].

Пропорция с помощью букв записывается в виде: $a:b = c:d$ или $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Эти записи читаются так: « Отношение a к b равно отношению c к d» или «a так относится к b, как c относится к d».

В пропорции $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ числа a и d – крайние члены, а числа b и c средние члены пропорции. Все члены пропорции должны быть отличны от нуля.

Далее авторы вводят утверждение: *в верной пропорции произведение крайних членов равно произведению средних*.

Так же авторами вводится обратное утверждение: *если произведение крайних членов равно произведению средних членов пропорции, то пропорция верна*.

После утверждений вводится основное свойство пропорции.

Пропорция 20 : 16 = 5 : 4 верна, так как 20 · 4 = 16 · 5 = 80.

Поменяв местами в этой пропорции средние члены, получится новая пропорция 20 : 5 = 16 : 4. Она тоже верна, так как при такой перестановке произведение крайних и произведение средних членов не изменилось. Эти произведения не изменятся, если в пропорции 20 : 5 = 16 : 4 поменять местами крайние члены.

Если в верной пропорции поменять местами средние члены или крайние члены, то получившиеся новые пропорции тоже верны.

Используя основное свойство пропорции, можно найти неизвестный член пропорции, если все остальные члены известны [2, С.124].

После рассмотрения основного свойства пропорции авторы рассматривают примеры.

Пример 1. найти в пропорции 0,5 : a = 2 : 13 неизвестный средний член a.

Решение: Используя основное свойство пропорции, получится $a \cdot 2 = 0{,}5 \cdot 13$. Отсюда $a = \frac{0{,}5 \cdot 13}{2}$, $a = 3{,}25$.

Пример 2. Решите уравнение: $\frac{8{,}75}{3\frac{3}{4}} = \frac{x}{0{,}75}$

Решение: Используя основное свойство пропорции, получится

$$8{,}75 \cdot 0{,}75 = 3\frac{3}{4}x$$

$$x = \frac{8{,}75 \cdot 0{,}75}{3\frac{3}{4}}$$

$$x = \frac{8{,}75}{5}$$

$$x = 1{,}75$$

После изучения темы «Пропорции» авторы приводят задачи для закрепления данной темы.

В учебнике под редакцией Г. В. Дорофеева учащиеся узнают о процентах в VI классе. Проценты рассматриваются дважды: в начале учебного года еще до изучения десятичных дробей (при повторении и систематизации материала, связанного с обыкновенными дробями) и в середине учебного года, после того как будут изучены десятичные дроби.

На первом этапе формируется понимание процента как специального способа выражения доли величины, вырабатывается умение представлять процент в виде соответствующей обыкновенной дроби. Под процентом понимается одна сотая часть некоторой величины. Причем, перед тем как ввести определение следует рассмотреть различные примеры употребления процентов [24].

Не стоит спешить приступать к решению задач на нахождение процента от некоторой величины. Прежде нужно дать ученикам возможность привыкнуть к введенному понятию, освоить фактически другую терминологию. Через систему упражнений учебника учащиеся осваивают употребление нового термина, «переводу» задач с языка долей и дробей на язык процентов и наоборот. Таким образом, еще до решения основных задач на проценты, учащиеся прочно оперируют достаточно большим набором фактов, которые помогают им в дальнейшем. Так, они усваивают следующие «эквиваленты»:

25 % величины – это $\frac{1}{4}$ данной величины; половина некоторой величины – это 50 % и т.п. [11].

Школьники учатся сравнивать доли величины, заданные различными способами:

- $\frac{1}{3}$ больше, чем 25 %;

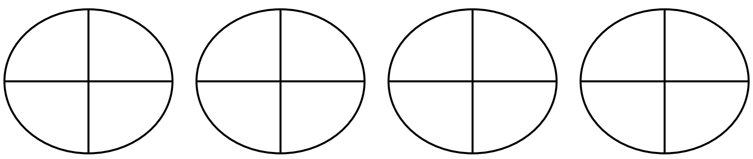
- $\frac{7}{12}$ - некоторой величины больше 50% этой величины;

- 23% меньше четверти; вся величина – это 100% и т.д.

Выработке умений и навыков по данной теме способствует специальная работа учащихся в тетради, используя при этом специальный материал, подобранный под учебник. Благодаря предложенной серии практических заданий учащимися лучше усваивается понятия процента. Приведем несколько примеров:

Пример:

1) Заштрихуйте на рисунки указную часть круга:



25% **50%** **75%** **100%**

2) Выберите для каждого процента в правом столбце соответствующую ему дробь:

10 %	1/2
50 %	9/10
30 %	1/10
75 %	1/4
90 %	3/10
25 %	3/4

Второй этап изучения процентов связан с десятичными дробями. После того как будет изучена тема десятичных дробей и операций над ними, необходимо снова возвратиться к понятию процента. Здесь предлагается два специальных пункта. В разделе «Главная задача на проценты» школьники учатся находить процент величины умножением на десятичную дробь. Прежде чем приступить к решению задач, нужно рассмотреть с учащимися правило и упражнения на перевод процентов в десятичную дробь [6].

«Чтобы выразить проценты десятичной дробью, нужно число, стоящее перед знаком %, разделить на 100 или, что-то же самое, умножить на 0,01».

Исходя, из рассмотренных выше учебников представим анализ учебников математики 5–6 классов по теме исследования таблица 1, таблица 2.

Таблица 1 – сравнительный анализ учебников математики 5 класс

Учебники математики, 5 класс	
Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов	Г.К. Муравин, О.В. Муравина
Количествочасов и тема	
Проценты. Основные задачи на проценты. 6 часов	Процентные расчеты. 6 часов
Последовательность вводимых понятий	
– Понятие процента – запись процента в виде десятичной дроби – запись десятичной дроби в виде процента – запись обыкновенных дробей в виде процентов	– понятие процента – правило чтения процентов – нахождение процента от числа – нахождение числа по его проценту – нахождение процентного соотношения
Определение понятия процента	
Процентом называют одну сотую часть.	Процент означает сотую долю целого.
Цель	

Сформировать у учащихся умения решать основные виды задач на проценты.	Научить учащихся находить процент от числа, число по его проценту и процентное соотношение, а также сформировать у учащихся умения решать простейшие задачи на проценты.

Таблица 2 – сравнительный анализ учебников математики 6 класс

Учебники математики, 6 класс		
Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов	Г.К. Муравин, О.В. Муравина	Г. В. Дорофеев И. Ф. Шарыгина
Количествочасов и тема		
Пропорции. Задачи на пропорции 3 часа	Решение задач на проценты 2 часа	Что такое процент 5 часов
Последовательность вводимых понятий		
Пропорция	Процентное содержание	Понятие процента. Нахождения процента величины
Основные понятия		
Пропорция – это равенство двух отношений	*Процентным содержанием* вещества в сплаве называется отношение массы этого вещества к массе всего сплава, выраженное в процентах. Процентное содержание в растворе называется *концентрацией*	*Процентом* от некоторой величины называется одна сотая ее часть
Цель		
Сформировать понятие пропорции и умение решать задачи на пропорции с помощью процентов	Сформировать понятие процентного содержания и научить решать более сложные задачи на проценты.	Познакомить учащихся с понятием процента, сформировать часто встречающиеся обороты речи со словом «процент»

Анализ учебников 7–9 классов под редакцией Муравина Г.К. и Муравниной О.В., Дорофеева Г.В.

В учебнике «Алгебра 7» Г.К. Муравина и О.В. Муравиной задачи на проценты встречаются в разделе «Математическая модель текстовой задачи».

Прежде чем рассмотреть типы этих задач, авторы данного учебника пишут, что математика помогает в решении многих задач в разнообразных видах деятельности. Поначалу задача формулируется на обычном языке и после переводится на математический язык, тем самым создается математическая модель задачи. После этого математическая модель исследуется, и по итогу результаты исследования интерпретируются, т.е. снова переводится на обычный язык [16, С.30].

Наибольшие трудности в решении реальных, и в решении учебных текстовых задач вызывает первый этап – перевод условия на математический язык.

Далее рассматривают текстовые задачи следующего вида: задачи на выполнение плановых заданий; задачи на изменение количества; задачи на движение. Одним из видов этих задач являются задачи на смеси и сплавы. После каждого типа задач рассматриваются примеры.

Задачи на смеси и сплавы:

Задача: Сплав золота и серебра массой 36 гр содержит 21,6 гр золота. Сколько золота нужно добавить в сплав, чтобы содержание серебра в нем стало равным 18 %?

Авторы учебника предлагают решение задачи.

Решение: Процентное содержание серебра в сплаве равно отношению массы серебра ко всей массе сплава, умноженному на 100 %.

Обозначим буквой x (г) искомую массу золота, которое нужно добавить в сплав. Тогда после этой добавки масса сплава станет $36 + x$ (г).

Поскольку масса серебра равна $36 - 21{,}6$ (г), получим решение

$$\frac{36-21{,}6}{36+x}\cdot 100=18.$$

Так же в учебнике Г.К. Муравина и О.В. Муравиной после рассмотрения данного типа задач на проценты, предложены следующие упражнения:

№ 72. К задаче составлена математическая модель. Объясните, что приняла за x, какие величины уравняли.

Хозяйка купила 300 г 70 % - ой пищевой уксусной эссенции. Сколько граммов воды нужно добавить, чтобы получился 9 % - ый раствор уксусной кислоты?

$(300 + x) \cdot 9 = 70 \cdot 300$ или $\frac{300+x}{100}\cdot 9=\frac{70\cdot 300}{100}$.

№ 80. определите тип задачи. Переведите условие задачи на математический язык.

Сколько граммов соли надо добавить к 200 г 10 % - го раствора соли, чтобы получить 20 % - ый раствор?

Если при решении этого типа задач у учащихся возникнут сложности, авторы предлагают воспользоваться советами и решениями задач в конце учебника, в разделе «Практикум по решению текстовых задач», где приведены советы:

− при сравнении чисел a и b, если известно, что a больше b на c, то это условие можно записать в виде равенства $a - b = c$.

− при сравнении чисел a и b, если известно, что a больше b в k раз, то это условие можно записать в виде равенства $bk = a$.

− чтобы определить, сколько процентов (p) составляет число а от числа b, нужно умножить частное $a : b$ на 100 %.

$$p\% = \frac{a}{b}\cdot 100\%.$$

В учебнике под редакцией Г.В.Дорофеева и др. «Алгебра 7» в разделе «Дроби и проценты» рассматривается тема «Задачи на проценты» [7, С.121].

В силу накопленного опыта работы с процентами и возрастных возможностей семиклассников учащимся становятся доступны многие вопросы, которые традиционно не рассматривались со всем классом, а изучались только в качестве дополнительных в работе с сильными учениками. Учащиеся уже знакомы со всеми основными видами задач, теперь они осваивают другие способы их решения, которые были им неизвестны.

В первой главе учебника выделен пункт «Решение задач на проценты», в котором помещен материал, позволяющий вспомнить сведения из шестого класса и продвинуться в решении задач. Теперь есть возможность рассмотреть более сложные в техническом отношении задачи. Они требуют достаточно прочного навыка представления процентов дробью и наоборот, умение находить процент от величины, понимание того, какая из величин, участвующих в задаче, принимается за 100 %. Поэтому в начале теоретической части пункта рассматриваются приемы, с помощью которых десятичная дробь выражается в процентах и наоборот; здесь специально выделяется вопрос о «маленьких» (меньше 1 %) и «больших» (больше 100 %) процентах, как наиболее трудный для усвоения.

В VIII классе в теме «Алгебраические дроби» учащиеся снова обращаются к задачам на проценты. Задачи на «концентрацию», «сплавы», «банковские расчеты» – это хорошие примеры практических задач, позволяющих продемонстрировать, как формальные алгебраические знания применяются в реальных жизненных ситуациях. Для того чтобы помочь учащимся осознать на новом уровне подход к решению задач с процентами, стоит обратить их внимание на то, что в учебнике приводятся образцы решения ряда задач. К разобранному образцу учащиеся при желании может вернуться вновь и использовать его в качестве опоры при решении подобной задачи.

Задача: Клиент открыл счет в банке на некоторую сумму денег. Годовой доход по этому вкладу составляет 11 %. Если бы он добавил 800 рублей, то через год получил бы доход 220 рублей. Какая сумма была внесена им в банк?

Решение: Пусть x рублей – сумма, которую клиент внес в банк.

(x + 800) руб. – если бы добавил

(x + 800) : 100 ·11 – находим от этой суммы 11 процентов

$(x + 800) : 100 \cdot 11 = 220$

$x + 800 = 2000$

$x = 1200$ руб. он положил денег

Ответ: 1200 рублей.

В IX классе в главе «Дробные уравнения» также можно предложить задачи на проценты, решение которых основано на составлении дробных рациональных уравнений.

Задача: На первые и вторые премии в конкурсе студенческих работ было выделено 15 тыс. руб., причем 40 % этих денег пошло на первые премии. На вторые премии было выдано на 4 больше, чем на первые. Сколько студентов получили первые премии и сколько вторые, если известно, что вторая премия составляет 50 % первой?

Решение: Обозначим за x - количество выданных 1-ых премий, тогда (x + 4) – число 2-ых премий.

1) $0{,}4 \cdot 15\,000 = 6\,000$(руб.) – пошло на 1-ые премии.

2) $15\,000 - 6\,000 = 9\,000$(руб.) – пошло на 2-ые премии.

Отсюда $\frac{6000}{x}$ руб. – составляет 1 – ая премия, а $\frac{9000}{x+4}$ руб. – составляет 2 – ая премия.

Составим соответствующее уравнение: $2 \cdot \left(\frac{9000}{x+4}\right) = \frac{6000}{x}$

Решив данное уравнение, получим, что значение x=2, то есть 2 студента получили 1-ю премию, а 6 студентов 2-ю премию.

Завершение линии процентных расчетов происходит в 9 классе при изучении темы «Простые и сложные проценты».

Знания о простых и сложных процентах имеют большое практическое значение, поскольку являются достаточно хорошим материалом для применения навыков, полученных на уроках математики.

В учебнике не приведены формулы для расчета простых и сложных процентов. Учащиеся должны уметь решать задачи, опираясь не на формулы, а на понимание понятия «процент», на умение находить процент от числа. В теме широко используется калькулятор, который позволяет рассматривать самые разнообразные задачи.

При решении задач, предложенных авторами, учащиеся видят, что понятия арифметической и геометрической прогрессии, а также формулы их сумм – это не просто абстрактное понятие, но и конкретное математическое знание, необходимое для жизни.

Таким образом, авторы данного курса уделяют большое внимание понятию процента. С помощью богатого задачного материала учащиеся могут увидеть все разнообразие применения данного математического термина.

Рассмотрев данные учебники, представим анализ в виде таблицы 3 по теме исследования:

Таблица 3 – сравнительный анализ учебников математики 7 класс

Учебники алгебры, 7 класс	
Г.К.Муравин, К.С.Муравин	Г.В. Дорофеев И.Ф. Шарыгина
Количество часов, класс и тема	
Математическая модель текстовой задачи 4 часа	Задачи на проценты 3 часа

Последовательность вводимых понятий	
– задачи на смеси и сплавы	нахождение процента от величины нахождение величины от процента
Основная цель	
Сформировать умение составлять математическую модель текстовой задачи, научить решать задачи на сплавы и смеси	Научить учащихся пользоваться эквивалентными представлениями чисел в ходе решения задач, обеспечить дальнейшее развитие вычислительных навыков и умений решать задачи на проценты
В 8-9 классах задачи на проценты рассматриваются в разделе «ПОВТОРЕНИЕ» и в заданиях ОГЭ.	

Можно заметить, что понятие процента, как математически тривиального, вводится уже в младших классах среднего звена. В силу их возрастных особенностей и невысокой математической грамотности учащиеся не могут ознакомиться со всем спектром задач на проценты. В ходе дальнейшего изучения математики данный термин забывается, и простейшие задачи шестого класса становятся для школьников сложными. Поэтому целесообразным уделять процентам больше внимания, как это сделано в учебном комплекте под редакцией Г. В. Дорофеева.

В 8–9 классах задачи на проценты рассматриваются в разделе повторения, в который включены и задачи на проценты. Также ученики сталкиваются с более сложными задачами на проценты при решении заданий ОГЭ.

Таким образом, проанализировав учебники, мы можем сказать, что решение текстовых задач на проценты предусмотрено в 5–6 классах, а в 7–9 классах на данную тему отдана незначительная часть времени, что может сказаться при сдаче учащимися ОГЭ.

ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОБУЧЕНИЮ УЧАЩИХСЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ НА ПРОЦЕНТЫ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

Общий подход к решению задач на проценты в заданиях ОГЭ по математике

Решение текстовых математических задач всегда был сложным аналитико-синтетическим процессом, связанным с формированием следующих методов мышления: обобщение, анализ, абстрагирование.

В процессе решения текстовых задач у учащихся сформировываются такие умения и навыки как: математическое моделирование реальных явления и объектов, планирование собственной деятельности, мотивирование и рациональное оформление каждого элемента своей деятельности, осуществление самоконтроля. Согласно ФГОС умение решать задачи не находится в прямой зависимости от количества решаемых задач, исходя из этого в методических и психолого-дидактических исследованиях предпочтение отдается приемам формирования более общих подходов к задаче как объекту ее изучения, ее анализу.

В курсе алгебры основной школы рассматриваются два основных метода решения текстовых задач: арифметический и алгебраический [1].

Суть арифметического метода заключена в нахождении значений неизвестной величины при помощи составления числового выражения и подсчета результата.

Алгебраический метод же основан на использовании уравнений, которые составляются в процессе решения задач.

Вообще, решение текстовых задач на проценты более целесообразно начать в 5–6 классах, опираясь на знания и опыте, приобретенных учениками еще в начальной школе, это следует из того, что знакомство с понятием «Процент» происходит именно в это время.

Совместно с этим, большая часть учащихся средней школы считают, что если задача решена правильно, то есть, если получен верный ответ, который совпадает с ответом в учебнике, или же одобрен учителем, то работа может считаться оконченной и о решении задачи можно забыть. Учащиеся не задумываются, о том, что каждая математическая задача должна иметь обучающий характер и способна помогать ориентироваться в возникающих проблемных ситуациях, способствовать обогащению их знаний и опыта.

Практическое значение обучения школьников решению задач на проценты состоит в том, чтобы разнообразными способами, к примеру с помощью использования ИКТ, вооружить их приемами решения задач на проценты, обогатить их жизненный опыт, а также мыслительную деятельность. Ведь, для того чтобы развитие таких качеств как сообразительность, к примеру, стало закономерным и планируемым результатом обучения, нужна специальная организация самого процесса обучения [8].

Вследствие этого, весь процесс обучения решению текстовой задачи на проценты, можно разделить на восемь этапов:

1) Анализ условия задачи.

2) Схематическая запись условия данной задачи.

3) Поиск возможных способов решения задачи.

4) Осуществление решения задачи.

5) Проверка полученного решения задачи.

6) Исследование задачи.

7)Формулирование ответа задачи.

8) Анализ решения задачи [9, с. 91].

На сегодняшний день при подготовке к успешной сдачи экзамена по математике, наблюдается тенденция уделять основное время, только лишь первым этапам (например: анализу условия задачи, составление схематической записи, опираясь на условие, реализация решения и формулирование ответа задачи), в то время как остальными этапам решения уделено значительно меньше времени и внимания, либо же вовсе допускается их пропуск в процессе решения задачи.

Далее рассмотрим основные этапы при решении задачи более подробно, а также укажем на важность каждого из них.

К наиболее значимым способностям, которые необходимо формировать у учеников на таких этапах, как анализ и составление краткой записи условия задачи являются:

– способность внимательно читать условие задачи;

– способность осуществлять первичный анализ текста;

– способность оформлять краткую запись условия задачи;

– способность выполнять чертежи (схемы) опираясь на условие задачи.

Находясь на этапе анализа условия задачи можно применять следующие приемы:

Первый прием основан на представлении той жизненной ситуации, которая описана в задаче, который выполняется, по сути, при чтении или слушании задачи. Совместно с этим, мысленное воспроизведение перечисленных объектов задачи и возможных связей между ними может производиться и позже. Целью такового воспроизведения является выявление ключевых количественных и качественных характеристик ситуации, которые представлены в задаче.

Второй прием опирается на постановку специальных вопросов и в дальнейшем поиск ответов на них. Данный прием включает в себя следующий стандартный набор вопросов, ответы на которые дают возможность подробно разобраться в содержании задачи:

1) О чем говорится в условии задачи?

2) Что известно в задаче?

3) Что необходимо найти в задаче?

4) Что в задаче неизвестно?

Третий прием, подразумевающий, переформулировку условия задачи состоит в том, чтобы заменить данное в задаче описание некоторой ситуации другим, которое будет сохранять все отношения, качественные характеристики и связи, но станет более явно их выражать. Вся ненужная и несущественная информация, таким образом, отбрасывается, и условие задачи преобразуется в форму, которая способствует облегчению поиска путей решения. В процессе переформулирования выделяют основные ситуации, которые присутствуют в задаче, при необходимости строят вспомогательную модель задачи: краткая запись условия, таблица, рисунок, схема.

Моделирование ситуации, рассмотренной в задаче, при помощи реальных объектов, предметных или графических моделей является четвертым, приемом анализа задачи**.**

Главная роль при решении задачи отводится поиску способа ее решения.

Это наиболее сложный этап, так как, от его разумного выполнения зависит, сможет ли ученик решить задачу.

На данном этапе составления плана решения учащемуся необходимо провести целенаправленные варианты различных сочетаний из самих данных и искомых. Для того чтобы ученик при решении сложной задачи смог сконцентрировать все свое внимание и способности на главном, то есть на поиске способа ее решения, нахождения теоретической базы решения, он должен обладать прочными навыками и умениями в выполнении всех элементарных действий и операций, которые ему придется применять.

Кроме того, ученики должны усвоить следующую общую идею, которая лежит в основе всех методов и способов решения задач: чтобы решить новую задачу необходимо свести ее решение к ранее решенным задачам, то есть подвести данную задачу под известный им тип, подобрать приемлемые методы и по итогу наметить пути решения задачи.

На этапе осуществление плана решения учащиеся практически реализуют, составленный ими план и одновременно корректирует его через установление соответствия с условием и выбранным базисом, и после выбирают способы оформления задач и оформляют свой план решения.

Что качается этапа проверки, то на нем фиксируется полученный конечный результат, проводится его анализ, исследуются особые и частные случаи [5].

В целом, за весь период обучения в школе, учащийся решает большое количество задач, и чаще всего, многие из них оказываются однотипными. Однако по итогу определенные ученики овладевают общим умением решения задач, а большая часть, столкнувшись с задачей незнакомого или возможно малоизвестного типа (например: задачи на проценты, из раздела финансовой математики), теряются и не знают, как ее решать.

Одной из причин такого положения является то, что часть учащихся вникают в процесс решения задач и область применения задач такого рода, стараются понять и осознать, в чем заключены приемы и методы решения задач. Остальные же попросту не задумываются над этим, а стараются лишь как можно быстрее решить заданные задачи. Эти учащиеся не анализируют в должной степени решаемые задачи, не выделяют из решения какие-то общие приемы и способы. Задачи нередко решаются ими только ради получения ответа.

Анализ решения задачи на проценты, лучше осуществлять по содержанию самой задачи, используя следующий способ классификации:

- Простые задачи на проценты: нахождение процента от числа, задание типа: «*Найти a % от b*»; нахождение процентного соотношения, задание типа: «*Найти сколько процентов составляет a от b*?»; нахождение числа по его проценту, задание типа: «*Найдите число x, если a % от него равно b*».
- Задач на проценты, а именно на: сушку, сплавы, смеси, растворы.
- Задач финансовой математики на кредиты, в свою очередь делятся на: сложные и простые проценты, а также вклады, которые также делятся на: дифференцированные платежи и аннуитет.

Таким образом, умение решать текстовые задачи, в том числе и задачи на проценты, считается одной из ключевых характеристик уровня математического развития учащихся, глубины усвоения учебного материала. По этой причине любой экзамен по математике или любая проверка знаний включает в качестве основной и, пожалуй, наиболее сложной части – решение текстовых задач.

Анализ задач ОГЭ на проценты

Требование вузов к математической подготовке с каждым годом возрастают. Уровень требований, предъявляемый к абитуриентам по теме «Проценты», высок. Ежегодно ОГЭ по математике включает задачи на проценты.

Представим основные задачи на проценты, используемые в заданиях ОГЭ. Данные виды задач используются в части 1 – задание 7 и в части 2 – задание 22.

Приведем сначала различные виды задания 7 части 1 ОГЭ [27].

Пример 1. В магазине одежды проводится акция. Любой из свитеров стоит 400 рублей. Если покупаете два свитера, то скидка на второй джемпер 75 %. Сколько рублей вам придется заплатить за покупку двух свитеров во время акции?

Решение: Стоимость первого джемпера 400 руб., стоимость второго – $400 - 0{,}75 \cdot 400 = 100$ руб. Следовательно, суммарная стоимость двух джемперов составит 400 + 100 = 500 руб.

Ответ: 500.

Далее можно рассмотреть решение тремя способами.

1 способ. 400 рублей принимаем за 100%, тогда в 1 % содержится

400 : 100 = 4 (руб.), а в 125 % содержится 4 · 125 = 500 (руб.)

2 способ. Процент от числа находится умножением числа на дробь, соответствующую проценту или умножением числа на данный процент и делением на 100:

$$400 \cdot 1{,}25 = 500 \text{ или } 400 \cdot \frac{125}{100} = 500.$$

3 способ. Применение свойства пропорции:

$$400 \text{ руб.} - 100\ \%$$

$$x \text{ руб.} - 125\ \%,$$

$$\text{получим } x = 125 \cdot \frac{400}{100} = 500 \text{ (руб.)}$$

Ответ: 500 рублей.

Пример 2. Средний вес мальчиков того же возраста, что и Гоша, равен 57 кг. Вес Гоши составляет 150 % среднего веса. Сколько килограммов весит Гоша?

Решение: Аналогично примеру, рассмотренному выше можно составить пропорцию:

$$57 \text{ кг} - 100\,\%$$

$$x \text{ кг} - 150\,\%,$$

$$\text{получим } x = 57 \cdot \frac{150}{100} = 85{,}5 \text{ (кг)}$$

Ответ: 85,5 кг

Пример 3. После уценки телевизора его новая цена составила 0,52 старой. На сколько процентов уменьшилась цена в результате уценки?

Решение:

1 способ. Найдем сначала долю уменьшения цены. Если исходную цену принять за 1, то 1 – 0,52 = 0,48 составляет доля уменьшения цены.

Тогда получаем, 0,48 ·100% = 48%. То есть на 48 % уменьшилась цена в результате уценки.

2 способ. Если исходную стоимость принять за А, то после уценки новая цена телевизора будет равняться 0,52А, то есть она уменьшится на А – 0,52А = 0,48А.

Составим пропорцию:

$$\text{А} - 100\%$$

$$0{,}48\text{А} - x\,\%,$$

$$\text{получим } x = 0{,}48A \cdot \frac{100}{\text{А}} = 48\ (\%)$$

Ответ: на 48% уменьшилась цена в результате уценки.

Пример 4. Товар на распродаже уценили на 15%, при этом он стал стоить 680 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

Решение: До понижения цены товар стоил 100%. Цена на товар после распродажи уменьшилась на 15%, т.е. стала 100 – 15 = 85 (%), в рублях эта величина равна 680 рублей.

1 способ.

$680 : 85 = 8$ (руб.) – в 1 %

$8 \cdot 100 = 800$(руб.) − стоил товар до распродажи.

Ответ: 800 рублей.

2 способ.

Это задача на нахождение числа по его проценту, решается делением числа на соответствующий ему процент и путем обращения полученной дроби в проценты, умножением на 100, или действием деления на дробь, полученную при переводе из процентов.

$680 : 85 \cdot 100 = 800$(руб.) или $680 : 0{,}85 = 800$ (руб.)

3 способ. С помощью пропорции:

$$680 \text{ руб.} - 85\,\%$$

$$x \text{ руб.} - 100\,\%,$$

$$\text{получим } x = 680 \cdot \frac{100}{85} = 800 \text{ (руб.)}$$

Ответ: 800 рублей стоил товар до распродажи.

Отметим, что в части 1 ОГЭ имеются все типы задач на проценты.

Рассмотрим виды задач 22 части 2 ОГЭ, где встречаются более сложные задачи на проценты [20, С. 105].

Пример 1. Свежие фрукты содержат 88 % воды, а высушенные – 30 %. Сколько сухих фруктов получится из 35 кг свежих фруктов?

Алгоритм решения:

1. Находим число процентов (или долю) твердого вещества в свежих фруктах. Находим эту величину в кг.
2. Вычисляем кол-во процентов твердого вещества в сушеных фруктах.
3. Составляем пропорцию и определяем общую массу сушеных фруктов.

Решение:

Если воды в свежих фруктах 88 %, то твердого вещества (мякоти) в них $100\ \% - 88\ \% = 12\ \% = 0{,}12$.

В кг эта масса равна $35 \cdot 0{,}12 = 4{,}2$ (кг).

В сушеных фруктах масса твердого вещества, по сравнению со свежими, не меняется (а только снижается объем воды). Поэтому в искомой массе сухих фруктов мякоти тоже будет 4,2 кг. Но в процентном соотношении эта масса составит 100 % – 30 % = 70 % (30 % по условию приходится на воду). Искомая же (общая) масса сухих фруктов в данном случае – это 100 %.

Тогда обозначим искомую массу через X и составим пропорцию:

$$4{,}2 \text{ кг} - 70\ \%$$

$$x \text{ кг} - 100\ \%$$

Решим эту пропорцию:

$$x = 4{,}2 \cdot 100\ \%/70\ \% = 6 \text{ (кг)}$$

Ответ: 6 кг

Пример 2. На пост главы администрации города претендовало три кандидата: Журавлёв, Зайцев, Иванов. Во время выборов за Иванова было отдано в 2 раза больше голосов, чем за Журавлёва, а за Зайцева – в 3 раза больше, чем за Журавлёва и Иванова вместе. Сколько процентов голосов было отдано за победителя?

Решение:

Заметим, что победителем на выборах окажется Зайцев. Пусть количество голосов, отданных за Зайцева равно x. Тогда за Журавлёва и Иванова вместе отдали $\frac{x}{3}$.

Тогда процент голосов, отданных за Зайцева:

$$x : \left(x + \frac{x}{3}\right) * 100\% = 75\%$$

Ответ: 75%

Пример 3. Сколько граммов 8 % серной кислоты можно получить из 200 г жидкости, содержащей 62 % серной кислоты?

Решение:

1) 200 · 0,62 = 124 (г) – столько крепкой (100%) серной кислоты содержится в 200 г 62-х процентной кислоты.

2) 124 : 0,08 = 1550 (г) – столько 8-ми процентной кислоты можно получить из 200 г 62-х процентной серной кислоты.

Ответ: 1550 г

Пример 4. Первый сплав содержит 5% меди, второй – 13% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 4 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава.

Решение:

Пусть масса первого сплава x кг. Тогда масса второго сплава (x + 4) кг, а третьего — (2x + 4) кг. В первом сплаве содержится 0,05x кг меди, а во втором — 0,13(x + 4) кг. Поскольку в третьем сплаве содержится 0,1(2x + 4) кг меди, составим и решим уравнение:

$$0{,}05x + 0{,}13 * (x + 4) = 0{,}1 * (2x + 4)$$

$$0{,}02x = 12$$

$$\text{Получаем } x = 6$$

Тогда масса третьего сплава равна 16 кг.

Ответ: 16 кг.

Пример 5. Имеется два сплава с разным содержанием меди: в первом содержится 60%, а во втором – 45% меди. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 55% меди?

Решение: Пусть первый сплав взят в количестве x кг, тогда он будет содержать 0,6x кг меди, а второй сплав взят в количестве y кг, тогда он будет содержать 0,45y кг меди. Соединив два этих сплава, получим сплав меди массой $x + y$, по условию задачи он должен содержать $0{,}55(x + y)$ меди. Следовательно, можно составить уравнение: $0{,}6x + 0{,}45y = 0{,}55(x + y)$.

Выразим x через y: $x = 2y$. Следовательно, отношение, в котором нужно взять сплавы: $\frac{x}{y} = \frac{2}{1}$.

Ответ: $\frac{2}{1}$.

Проанализировав различные издания, направленные на подготовку к ОГЭ по математике за период с 2014 – 2018 год, мы выделили следующие примеры задач, встречающиеся в разных вариантах, и на основе этого составили следующую таблицу 4:

Таблица 4 – анализ задач для подготовки к ОГЭ по математике

Год	Автор	Примеры задач
2014	Ященко И.В., Рослова Л.О., Шестаков А.С., Кузнецова Л.В. 20 типовых вариантов экзаменационных работ	**Задачи из части 1 под номером 16 модуля «Реальная математика»:** 1) Набор полотенец, который стоил 200 рублей, продается с 3 %-ой скидкой. При покупке этого набора покупатель отдал кассиру 500 рублей. Сколько рублей сдачи он должен получить? 2) Товар на распродаже уценили на 20 % , при этом он стал стоить 560 р. Сколько рублей стоил товар до распродажи? 3) Магазин "малыш" закупает на оптовой базе наборы погремушек. Стоимость одного набора 145 рублей. Если общая сумма превышает 1000 рублей, то на эту часть суммы, которая превышает 1000 рублей, дается скидка 40 %. Сколько рублей магазин должен будет перечислить на счет оптовой базы при заказе 10 наборов? 4) Из объявления фирмы, проводящей обучающие семинары: «Стоимость участия в семинаре – 2000 рублей с человека. Группам от организаций предоставляется скидка: от 4 до 10 человек – 6 %; более 10 человек – 10 %». Сколько рублей должна заплатить организация, направившая на семинар группу из 5 человек? **Задача из части 2 под номером 22 модуля «Алгебра»:** 5) На пост главы администрации города претендовало три кандидата: Андреев, Борисов, Васильев. Во время выборов за Васильева было отдано в 1,5 раза больше голосов, чем за Андреева, а за Борисова – в 4 раза больше, чем за Андреева и Васильева вместе. Сколько процентов голосов было отдано за победителя [19]?
2015	Типовые экзаменационные	**Задачи из части 1под номером 16 модуля «Реальная математика»:**

	варианты: 36 вариантов. Ященко И.В	1) Туристическая фирма организует трехдневные автобусные экскурсии. Стоимость экскурсии для одного человека составляет 3500 р. Группам предоставляются скидки: группе от 3 до 10 человек – 5 %, группе более 10 человек – 10 %. Сколько заплатит за экскурсию группа из 12 человек? 2) Спортивный магазин проводит акцию: «Любой свитер по цене 800 рублей. При покупке двух свитеров – скидка на второй 75 %». Сколько рублей придется заплатить за покупку двух свитеров? 3) Акции предприятия распределены между государством и частными лицами в отношении 7:2. Общая прибыль предприятия после уплаты налогов за год составила 18 млн. р. Какая сумма из этой прибыли должна пойти на выплату частным акционерам? 4) Клюква стоит 250 рублей за килограмм, а малина – 200 рублей за килограмм. На сколько процентов клюква дороже малины? **Задача из части 2 под номером 22 модуля «Алгебра»:** 5) Свежие фрукты содержат 88 % воды, а высушенные – 30 %. Сколько сухих фруктов получится из 420 кг свежих фруктов [20]?
2016	ОГЭ - 2016. Типовые экзаменационные варианты. Математика. 36 вариантов. Ященко И.В.	**Задачи из части 1 под номером 16 модуля «Реальная математика»:** 1) Поступивший в продажу в январе мобильный телефон стоил 1600 рублей. В мае он стал стоить 1440 рублей. На сколько процентов снизилась цена на мобильный телефон в период с января по май? 2) Спортивный магазин проводит акцию. Любая футболка стоит 400рублей. при покупке двух футболок скидка на вторую футболку 40 %. Сколько рублей придется заплатить за покупку двух футболок в период действия акции? 3) Стоимость проезда в электричке составляет 264 рубля. Студентам предоставляется скидка 50 %. Сколько рублей будет стоить проезд для 3 взрослых и 14 студентов? 4) Плата за телефон составляет 360 рублей в месяц. В следующем году она увеличится на 4 %. Сколько рублей придется платить ежемесячно за телефон в следующем году? **Задача из части 2 под номером 22 модуля «Алгебра»:** 5) Свежие фрукты содержат 93 % воды, а высушенные — 16 %. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 21 кг высушенных фруктов [21]?
2017	ОГЭ 2017. Математика. Три модуля. 30 вариантов типовых тестовых заданий - Под ред. Ященко	**Задачи из части 1 под номером 16 модуля «Реальная математика»:** 1) В начале года число абонентов телефонной компании «Восток» составляло 800 тыс. человек, а в конце года их стало 880 тыс. человек. На сколько процентов увеличилось за год число абонентов этой компании? 2) Средний вес мальчиков того же возраста, что и Петя, равен 42 кг. Вес Пети составляет 120 % среднего веса. Сколько весит Петя? 3) Поступивший в продажу в январе мобильный телефон

		стоил 2400 рублей. В октябре он стал стоить 1320 рублей. На сколько процентов снизилась цена на мобильный телефон в период с сентября по октябрь? 4) После уценки телевизора его новая цена составляла 0,5 старой. На сколько процентов уменьшилась цена телевизора в результате уценки? **Задача из части 2 под номером 22 модуля «Алгебра»:** 5) Имеются два сосуда, содержащие 4 кг и 16 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 57 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 60% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе [22]?
2018	ОГЭ 2018. Математика. 36 типовых экзаменационных вариантов. Ященко И.В. Издательство Фипи	**Задачи из части 1 под номером 7:** 1) Плата за телефон составляет 320 рублей в месяц. В следующем году она увеличится на 5 %. Сколько придется платить ежемесячно за телефон в следующем году? 2) Товар на распродаже уценили на 30 %, при этом он стал стоить 700 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи? 3) Банк начисляет на счет 15 % годовых. Вкладчик положил на счет 700 рублей. Сколько рублей будет на этом счете через год, если никаких операций, кроме начисления процентов, со счетом проводиться не будет? 4) После уценки телевизора его новая цена составила 0,57 старой цены. На сколько процентов уменьшилась цена телевизора в результате уценки? **Задача из части 2 под номером 22:** 5) Имеются два сосуда, содержащие 30 кг и 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 81 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 83 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе [23]?

Курс по внеурочной деятельности: «Обучение решению задач на проценты при подготовке к ОГЭ»

Проведя анализ учебников следующих авторов: Муравина Г.К., Виленкин Н.Я., Дорофеев Г.В. было замечено, что краткое изучение темы «Проценты» в 5–6 классах не дает больших результатов. Учащиеся в силу возрастных особенностей еще не могут получить полноценное представление о процентах, об их роли в повседневной жизни. На последующих этапах обучения повторного обращения к этой теме не предусматривается. Поэтому задачи на проценты у учащихся вызывают затруднения и очень многие, окончившие школу, не имеют прочных навыков обращения с процентами в повседневной жизни. Кроме того, текстовые задачи на проценты включены в материалы ОГЭ за курс основной школы и в КИМы ЕГЭ, чем объясняется актуальность представленной к повторению и обобщению темы. Поэтому для успешного решения задач данного типа в вариантах ОГЭ, был разработан курс по внеурочной деятельности на тему: «Обучение решению задач на проценты при подготовке к ОГЭ».

Цель данного курса состоит в следующем: систематизировать и обобщить знания обучающихся по данной теме, подготовить к выполнению заданий этого типа в тестах ОГЭ.

Задачи:

образовательные:

- выработка умения обобщать изученный материал;
- повторить понятие «Процент»
- повторить виды и способы решения задач на проценты;
- закрепить навыки и умения применения знаний по теме к решению упражнений.

развивающие:

- совершенствование умственной деятельности: анализ, синтез, классификация, способность наблюдать и делать выводы, выделять существенные признаки.
- применить сформированные знания, умения и навыки в новых ситуациях;
- сформировать навыки самоконтроля.

воспитательные:

- воспитать трудолюбие, аккуратность ведения записей,
- воспитание интереса к познавательному процессу;
- прививать желание иметь качественные, глубокие знания, доводить дело до конца.

Для систематизации и обобщения знаний обучающихся по данной теме и подготовки к выполнению заданий в тестах ОГЭ, предлагается следующая структура в таблице 5.

Таблица 5 – Структура курса

№	**Тема занятия**	**Время**
1	Входная проверочная работа по теме «Проценты»	**1 ч**
2	Основные типы задач на проценты	**3 ч**
3	Подготовка к ОГЭ. Задачи с процентами (задача №7)	**3 ч**
4	Проценты. Применение данной темы к решению текстовых задач в тестах ОГЭ (задача № 22)	**8 ч**
5	Итоговая проверочная работа	**1 ч**

Для начала, учителю предлагается провести входную проверочную работу, позволяющую проверить состояние знаний, умений, навыков учащихся по теме «Проценты». Результаты данной работы позволят наметить пути устранения пробелов в знаниях учащихся.

Проверочная работа состоит из двух вариантов, в каждом варианте содержатся по 5 задач. Работа предназначена на 40 минут. (Приложение 1)

Далее предлагается ряд занятий, направленных на подготовку учащихся к решению задач на проценты при подготовке к ОГЭ:

Занятие 1

Основные типы задач на проценты

Решение задач этого типа тесно связано с тремя основными алгоритмами:

1. нахождение процента от числа,
2. нахождение числа по его проценту,
3. нахождение процентного отношения.

Правило 1. ***Чтобы найти проценты от данного числа нужно обратить проценты в десятичную или обыкновенную дробь, а затем умножить данное число на эту дробь.***

Задача 1: Предприятие изготовило за квартал 500 насосов, из которых 60 % имели высшую категорию качества. Сколько насосов высшей категории качества изготовило предприятие?

Решение:

Найдем 60 % от 500 (общее количество насосов).

60 % = 0,6

500 · 0,6 = 300 насосов высшей категории качества.

Ответ: 300 насосов высшей категории качества.

Задача 2: В классе 20 человек. Контрольную работу по математике 25% учащихся написали на «5», 35 % написали на «4», 10 % всех учащихся получили «2». Сколько пятерок, четверок, троек и двоек получил класс?

Решение: Количество пятерок составляет 25 % от 20. По правилу нахождения процентов от данного числа это 0,25 · 20 = 5 учащихся.

Четверки получили 35 % от 20. Это 0,35 · 20 = 7 учащихся.

Двоек 10 %. Это 1/10 часть от 20 учащихся, т.е. 2 человека. Остальные учащиеся получили оценку «3». Их 20-5-7-2=6 человек.

Ответ: оценку «5» получило 5 учащихся; оценку «4» получили 7 учащихся; оценку «3» получило 6 учащихся и оценку «2» получили 2 ученика.

Правило 2. ***Чтобы найти число по его процентам нужно обратить проценты в десятичную дробь, а затем разделить данное число на эту дробь.***

Задача 3: В школьной библиотеке 5780 учебников, что составляет 85 % всех книг, имеющихся в библиотеке. Сколько всего книг в школьной библиотеке?

Решение:

1) 85 % = 0,85;

2) 5 780 : 0,85 = 578 000 : 85 = 6 800 книг.

Ответ: всего в библиотеке 6 800 книг.

Задача 4: Токарю нужно было сделать 120 деталей, но он перевыполнил план на 10 %. Сколько деталей изготовил токарь?

Решение: 10 % от 120 деталей – это одна десятая часть от 120, т.е. это 12 деталей. Токарь изготовил 120 + 12 = 132 детали.

Ответ: 132 детали изготовил токарь.

Задача 5: После уценки на 10 % цена холодильника стала 11430 рублей. Какова была цена холодильника до уценки?

Решение: Имеем: 11430 рублей – это 90 % от начальной цены холодильника. Находим число по его процентам.

1) 90 % = 0,9;

2) 11 430 : 0,9 = 114 300 : 9 = 12700 рублей.

Ответ: до уценки холодильник стоил 12700 рублей.

<u>Правило 3:</u> ***Чтобы найти, сколько процентов составляет первое число от второго нужно первое число разделить на второе и результат умножить на 100%***

Задача 6: Сколько процентов число 36 составляет от 48?

Решение:

$$\frac{36}{48} * 100\,\% = \frac{3}{4} * 100\,\% = 75\,\%$$

Ответ: 75 % составляет число 36 от числа 48.

Задача 7: За 1 час станок–автомат изготовлял 240 деталей. После реконструкции этого станка он стал изготовлять в час 288 таких же деталей. На сколько процентов повысилась производительность станка?

Решение: Производительность станка повысилась на 288 – 240 = 48 деталей в час. Нужно узнать, сколько процентов от 240 деталей составляют 48 деталей. Для того чтобы узнать, сколько процентов число 48 составляет от числа 240 нужно число 48 разделить на 240 и результат умножить на 100%:

$$\frac{48}{240} * 100\% = \frac{1}{5} * 100\% = 20\%$$

Ответ: производительность станка повысилась на 20%.

Задача 8: Бронза является сплавом олова и меди. Сколько процентов сплава составляет медь в куске бронзы, состоящем из 6 кг олова и 34 кг меди?

Решение:

1) 34 + 6 = 40 (кг) – масса всего сплава.

2) 34 : 40 = 0,85 = 85 (%) – сплава составляет медь.

Ответ: 85%.

<u>Занятие 2:</u>

<u>Задачи на проценты из ОГЭ</u>

На втором занятии к рассмотрению предложены примеры задач из ОГЭ по математике на проценты, встречающиеся в вариантах ОГЭ под № 7.

Задача 1. Средний вес мальчиков того же возраста, что и Юра равен 55 % кг. Вес Юры составляет 120 % от среднего веса. Сколько килограммов весит Юра?

Решение: Надо найти 120 % от 55. Для этого умножим 55 на $\frac{120}{100}$:

$$55 \cdot \frac{120}{100} = 66 \text{ (кг)}$$

Значит, вес Юры 66 килограммов.

Ответ: 66 кг.

Задача 2. Стоимость проезда в электричке составляет 80 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50 %. Сколько рублей будет стоить проезд для группы из трех взрослых и пяти школьников?

Решение: Билет для школьника стоит 100% − 50% = 50% от полной цены билета. Значит, такой билет стоит:

$\frac{50}{100} \cdot 80 = 40$ рублей.

Теперь найдем стоимость проезда для указанной группы:

3 · 80 + 5 · 40 = 240 + 200 = 440 рублей.

Ответ: 440 рублей.

Задача 3. В автопарке количество новых автобусов относится к количеству старых как 4:1. Сколько процентов автопарка составляют новые автобусы?

Решение: Общее количество автобусов в автопарке принято на 100 %. Это количество разделено на 5 частей. 4 части приходится на новые автобусы, а 1 часть на старые. Пятая часть от всего автопарка − это 20% от него. Четыре такие части составляют 4 · 20 % = 80 %автопарка.

Значит, на новые автобусы приходится 80 % всех автобусов.

Ответ: 80 %

Задача 4. Обычная цена пакета молока 80 рублей. По акции на него действует скидка 20%. Сколько рублей сдачи нужно получить с 1500 рублей, если купить на эту сумму по акции максимально возможное количество пакетов молока?

Решение: Цена со скидкой составляет 100 %−20% = 80% от обычной цены. Это $\frac{80}{100} \cdot 80 = 64$ рубля. Узнаем, сколько пакетов молока по 64 рубля за штуку можно купить на 1500 рублей и сколько рублей сдачи нужно получить. Для этого разделим 1500 на 64 с остатком.

1500 : 64 = 23 − пакета молока можно купить.

1500 – 1472= 28 рублей осталось с покупки молока.

Значит, на 1500 рублей можно купить 23 пакета молока и получить 28 рублей сдачи.

Ответ: 28

Задача 5. Магазин делает пенсионерам скидку на определенное количество процентов от стоимости покупки. Сколько процентов составляет скидка, если буханка хлеба стоила в магазине 24 рубля, а пенсионер заплатил за нее 21 рубль 12 копеек?

Решение: 1 рубль = 100 копеек. Значит, 21 рубль 12 копеек − это 21,12 рубля. Пенсионер заплатил за хлеб на $24 - 21{,}12 = 2{,}88$ рубля меньше полной цены. Значит, скидка составила:

$$\frac{2{,}88}{24} \cdot 100\ \% = 12\ \%$$

Ответ: 12 %

Задача 6. В цветочный магазин поступили в продажу букеты по цене 1500 р. В соответствии с принятыми в магазине правилами цена букета в течение 3 дней остается неизменной, а каждый следующий день снижается на 10 % от предыдущей цены. Сколько рублей будет стоить букет на пятый день после поступления в продажу?

Решение: Первые три дня цена не менялась. На четвертый день она снизилась на 10 % и стала составлять 90 % от начальной цены. На пятый день цена снова снизилась на 10 % и стала составлять 90 % от цены в четвертый день. Значит, цена на пятый день составляла:

$1500 \cdot 0{,}90 \cdot 0{,}90 = 1215$ (руб.)

Ответ: 1215 рублей.

Задача 7. Рубашка дороже футболки на 20 %, а куртка дороже футболки на 44 %. На сколько процентов куртка дороже рубашки?

Решение: Если принять цену футболки за A, то цена рубашки составляет 120% от A. Это $1{,}2 \cdot A$. Цена куртки составляет 144 % от А − это 1,44·А.

Следовательно, куртка дороже рубашки на 1,44 : 1,2 = 1,2 раза.

Поэтому пиджак стоит на 20 % дороже брюк.

Ответ: на 20%

Занятие 3:

Смеси и сплавы. Процентное содержание, концентрация

В физике, химии и других естественных науках часто встречаются задачи на смеси и сплавы. Такие задачи встречаются и в экзаменах по математике.

Процентное содержание вещества это тот процент, который масса вещества составляет от общей массы раствора или сплава.

Иногда, вместо «процентное содержание» говорят «концентрация раствора».

Теперь рассмотрим некоторые задачи из ОГЭ на смеси и сплавы. Данный тип задач встречается во второй части экзаменационных вариантов под № 22.

Задачи на смеси.

1. У хозяйки имеется 50 г 9 %−го уксуса. Сколько нужно добавить воды, чтобы получить уксус 3 %−ой концентрации? Ответ укажите в граммах.

Решение:

Запишем кратко условие задачи в виде таблицы, обозначив за x массу воды, которую нужно добавить, а за $(50 + x)$г − массу полученного 3 % − ного уксуса. Запись будет иметь следующий вид:

масса	процентная концентрация
↓ 50 г	9% уксуса ↑
5о+х г	3% уксуса

Зависимость между массой и процентной концентрацией обратно пропорциональная, так как если уменьшить концентрацию уксуса в несколько раз, то масса во столько же раз увеличится. Условно обозначим такую зависимость противоположно направленными стрелками. Запишем пропорцию:

$$\frac{50}{50+x} = \frac{3}{9}\ ;$$

$$\frac{50}{50+x} = \frac{1}{3}\,;$$

$$50 + x = 150;$$

$$x = 100.$$

Ответ: 100 граммов.

2. В лаборатории изготовили 1 кг 16 % солевого раствора. Через неделю из этого раствора испарилось 200 г воды. Определите процентное содержание соли в новом растворе.

Решение:

Пусть x − процентное содержание соли в новом растворе.

$1\ \text{кг} = 1000\text{г}$

Узнаем массу нового раствора после испарения воды:

$1000 - 200 = 800\text{г}.$

Условие задачи имеет следующий вид:

масса	процентная концентрация
↓ 1000 г	16% солевого раствора ↑
800 г	х % солевого раствора

Запишем пропорцию:

$$\frac{1000}{800} = \frac{x}{16} ;$$

$$\frac{5}{4} = \frac{x}{16} ;$$

$$4x = 80 ;$$

$$x = 20.$$

Ответ: 20% соли в новом растворе.

3. Для консервирования 10 кг баклажан необходимо 0,5 л столового уксуса (10 % раствор уксусной кислоты). У хозяйки имеется уксусная эссенция (80 % раствор уксусной кислоты). Сколько миллилитров уксусной эссенции понадобится хозяйке для консервирования 20 кг баклажан?

Решение:

Для консервирования 20 кг баклажан понадобится 1 л или 1000 мл столового уксуса (10 % раствор уксусной кислоты).

Условие задачи имеет следующий вид:

объём	процентная концентрация
↓ 1000мл столового уксуса	10% раствор уксусной кислоты ↑
х мл уксусной эссенции	80% раствор уксусной кислоты

Запишем пропорцию:

$$\frac{1000}{x} = \frac{80}{10} ;$$

$$\frac{1000}{x} = \frac{8}{1} ;$$

$$8x = 1000 ;$$

$$x = 125.$$

Ответ: 125 миллилитров.

<u>Задачи на так называемый «принцип сухого вещества»</u>

1. Свежие абрикосы содержат 80 % воды по массе, а курага (сухие абрикосы) − 12% воды. Сколько понадобится килограммов свежих абрикосов, чтобы получить 10 кг кураги?

Решение:

Будем рассматривать абрикосы как смесь некого «сухого вещества» и воды. При хранении и усушке масса «сухого вещества» не изменяется, поэтому найдём его процентную концентрацию в свежих абрикосах и в кураге:

$100 - 80 = 20\%$ −сухого вещества в свежих абрикосах.

$100 - 12 = 88\% -$ сухого вещества в кураге.

Составим таблицу:

масса	процентная концентрация сухого вещества
↓ x кг свежих абрикосов	20% сухого вещества в свежих абр. ↑
10 кг кураги	88% сухого вещества в кураге

Запишем пропорцию:

$$\frac{x}{10} = \frac{88}{20} \ ;$$

$$\frac{x}{10} = \frac{22}{5} \ ;$$

$$5x = 220 \ ;$$

$$x = 44.$$

Ответ: 44 кг свежих абрикосов.

2. Абрикосы при сушке теряют 60 % своей массы. Сколько процентов воды содержат свежие абрикосы, если в сушёных абрикосах 25 % воды?

Решение:

Узнаем концентрацию абрикос после сушки: $100 - 60 = 40\%$

Пусть x кг масса свежих абрикос, то кураги $0{,}4x$ кг.

Находим процентную концентрацию «сухого вещества»:

В свежих абрикосах «сухое вещество» возьмём за y %, а в кураге вычислим: $100 - 25 = 75\%$

Составим таблицу:

масса процентная концентрация сухого вещества

$\downarrow$ x кг свежих абрикосов
0,4x кг кураги

y % сухого вещества в свежих абр. $\uparrow$
75% сухого вещества в кураге.

Запишем пропорцию и найдем y:

$$\frac{x}{0,4x} = \frac{75}{y};$$

$$y = \frac{75 \cdot 0,4x}{x} = 30.$$

30 % сухого вещества в свежих абрикосах, тогда воды 100 – 30 = 70 %

Ответ: 70 % воды содержат свежие абрикосы.

3. В свежих яблоках 80 % воды, а в сушёных – 20 %. На сколько процентов уменьшается масса яблок при сушке?

Решение:

Находим «сухое вещество» в свежих и сушёных яблоках:

$100 - 80 = 20\%$ –«сухого вещества» в свежих яблоках.

$100 - 20 = 80\%$ –«сухого вещества» в сушёных.

Пусть x кг масса свежих яблок, а y масса сушеных.

Составим таблицу:

$\downarrow$ x кг масса свежих яблок
y кг масса сушёных

20 % сухого вещества в свежих яблоках $\uparrow$
80% сухого вещества в сушеных

Запишем пропорцию и найдем y:

$$\frac{x}{y} = \frac{80}{20};$$

$$\frac{x}{y} = \frac{4}{1};$$

$$y = \frac{x}{4} = 0,25x.$$

Так как масса свежих яблок была x кг, а сушёных стала $0,25x$ кг, то узнаем, на сколько же килограммов уменьшилась масса при сушке:

$x - 0,25x = 0,75x$ кг, а $0,75 \cdot 100\% = 75\%$

Ответ: на 75%.

<u>Задачи на смеси и сплавы с помощью таблиц</u>

Изображаем каждую смесь (сплав) в виде прямоугольника разбитого на фрагменты, количество которых соответствует количеству составляющих эту смесь (этот сплав) элементов.

1. Сплавили 2 кг цинка и меди, содержащего 20 % цинка, и 6 кг сплава цинка и меди, содержащего 40 % цинка. Найдите процентную концентрацию меди в получившемся сплаве.

Изобразим каждый сплав в виде прямоугольника, разбитого на два фрагмента (по числу составляющих элементов). На модели отобразим характер операции: сплавление – знак «+», после двух прямоугольников поставим знак «=», показывая, что третий сплав получен в результате сплавления первых двух.

Заполняем получившиеся прямоугольники в соответствие с условием задачи:

1) Указываем компоненты сплава, сохраняя порядок соответствующих букв.

2) Вписываем процентное содержание соответствующего компонента. Процентное содержание второго компонента равно разности 100% и процентного содержания первого.

3) Перед прямоугольником записываем массу (или объём) соответствующего сплава (или компонента).

Представим этот процесс в виде следующей схемы:

$$2\text{кг}\begin{array}{|c|c|}\hline \text{медь} & \text{цинк} \\ & 20\% \\ \hline\end{array} + 6\text{кг}\begin{array}{|c|c|}\hline \text{медь} & \text{цинк} \\ & 40\% \\ \hline\end{array} = 8\text{кг}\begin{array}{|c|c|}\hline \text{медь} & \text{цинк} \\ & \\ \hline\end{array}$$

Решение:

Пусть процентная концентрация меди в получившемся сплаве x. Найдём процентное содержание второго компонента. Дополним схему этими выражениями:

$$2\text{кг}\begin{array}{|c|c|}\hline \text{медь} & \text{цинк} \\ 80\% & 20\% \\ \hline\end{array} + 6\text{кг}\begin{array}{|c|c|}\hline \text{медь} & \text{цинк} \\ 60\% & 40\% \\ \hline\end{array} = 8\text{кг}\begin{array}{|c|c|}\hline \text{медь} & \text{цинк} \\ x\% & \\ \hline\end{array}$$

Так как по меди известны все компоненты, то составим уравнение:

$$2 \cdot 0{,}8 + 6 \cdot 0{,}6 = 0{,}08x$$

$$1{,}6 + 3{,}6 = 0{,}08x$$

$$0{,}08x = 5{,}2$$

$$x = 5{,}2 : 0{,}08$$

$$x = 65$$

Ответ: 65%.

2.Смешали 300 г 60 %–ного раствора серной кислоты и 200 г 80%–ного раствора серной кислоты. Сколько процентов серной кислоты в получившемся растворе?

Решение:

Пусть x % серной кислоты в получившемся растворе.

Составим схему:

$$300\ \text{г}\ \boxed{}\boxed{\begin{matrix}\text{сер. кисл.}\\ 60\%\end{matrix}} + 200\ \text{г}\ \boxed{}\boxed{\begin{matrix}\text{сер. кисл.}\\ 80\%\end{matrix}} = 500\ \text{г}\ \boxed{}\boxed{\begin{matrix}\text{сер. кисл.}\\ x\%\end{matrix}}$$

Составим уравнение: $300 \cdot 0{,}6 + 200 \cdot 0{,}8 = 500 \cdot 0{,}01x$

$$180 + 160 = 5x$$

$$5x = 340$$

$$x = 68\ \%$$

Ответ: 68 %.

3. Имеется лом стали двух сортов с содержанием никеля 5% и 40%. Сколько нужно взять металла второго из этих сортов, чтобы получить 140 т стали с содержанием 30% никеля?

Решение:

x т – металла второго сорта, $(140 - x)$ т –металла первого сорта.

$$(140 - x)\ \text{т}\ \boxed{}\boxed{\begin{matrix}\text{никель}\\ 5\%\end{matrix}} + x\ \text{т}\ \boxed{}\boxed{\begin{matrix}\text{никель}\\ 40\%\end{matrix}} = 140\ \text{т}\ \boxed{}\boxed{\begin{matrix}\text{никель}\\ 30\%\end{matrix}}$$

Составим уравнение: $0{,}05 \cdot (140 - x) + 0{,}4x = 42$

$$7 - 0{,}05x + 0{,}4x = 42$$

$$0{,}35x = 35$$

$$x = 100$$

Ответ: 100 т.

4. Кусок сплава меди и цинка массой в 36 кг содержит 45 % меди. Какую массу меди нужно добавить к этому куску, чтобы полученный новый сплав содержал 60 % меди?

Решение:

x кг – меди нужно добавить, а $(36 + x)$ кг масса нового сплава.

$$36\text{ кг}\boxed{\begin{matrix}\text{медь}\\ 45\%\end{matrix}}\boxed{\begin{matrix}\text{цинк}\\ \end{matrix}} + x\text{ кг}\boxed{\begin{matrix}\text{медь}\\ 100\%\end{matrix}} = (36 + x)\boxed{\begin{matrix}\text{медь}\\ 60\%\end{matrix}}\boxed{\begin{matrix}\text{цинк}\\ \end{matrix}}$$

Составим уравнение: $36 \cdot 0{,}45 + x = 0{,}6 \cdot (36 + x)$

$$16{,}2 + x = 21{,}6 + 0{,}6x$$

$$0{,}4x = 5{,}4$$

$$x = 13{,}5$$

Ответ: 13,5 кг.

5. У ювелира два одинаковых по массе слитка, в одном из которых 36 % золота, а в другом 64 %. Сколько процентов золота содержится в сплаве, полученном из этих слитков?

Решение:

x – масса слитка, а y % – золота в полученном сплаве.

$$x\boxed{}\boxed{\begin{matrix}\text{золото}\\ 36\%\end{matrix}} + x\boxed{}\boxed{\begin{matrix}\text{золото}\\ 64\%\end{matrix}} = 2x\boxed{}\boxed{\begin{matrix}\text{золото}\\ y\%\end{matrix}}$$

Составим уравнение: $0{,}36x + 0{,}64x = 0{,}02xy$

$$x = 0{,}02xy$$

$$y = 50$$

Ответ: 50%.

По изучению предложенного курса учителю предлагается проведение контрольной работы, предназначенной для контроля усвоения знаний учащихся по теме: «Проценты». Работа будет проходить после изучений всего курса. Она состоит из двух вариантов, в каждом из которых содержится по шесть задач. (Приложение 2)

Заключение

Тема «проценты» не потеряет своей актуальности в любые времена, и сейчас знакомство с нею на уровне уверенного владения представляется весьма целесообразным. Исходя из этого, тема, представленная в нашей работе, является актуальной.

При решении задач на проценты большинство учащихся сталкивается с рядом проблем, вызванных затруднением понимания данной темы, поскольку тема «Проценты» является одной из самых сложных тем математической науки. Проценты окружают нас в повседневной жизни, мы встречаем их на каждом шагу. Появление процентов в мире связано с практической необходимостью решения определенных проблем, особенно тех, которые связаны с экономическими потребностями общества. Поэтому следует отметить важность процентов в нашей жизни, поскольку проценты практически проникли во все отрасли знаний. Мы регулярно наблюдаем за тем, что проценты применяются даже в том случае, если проценты на первый взгляд не применимы в данной ситуации. Разумеется, тема «Проценты» не потеряет своей актуальности в любое время, и теперь знакомство с ней на уровне уверенного владения кажется весьма целесообразным. Исходя из всего этого, тема, рассмотренная в нашей работе, является актуальной.

В данной работе нами были рассмотрены следующие аспекты:

1. Исторические концепции развития понятия процента в математике.

2. Представлен анализ программы школьных учебников и пособий по заявленной теме. Было установлено, что решение текстовых задач на проценты традиционно рассматривается в рамках 5–6 классах, а в среднем звене на эту тему отведена незначительная часть времени, что может повлиять на результаты при сдаче учащимися ОГЭ.

3. Выявлены методические особенности обучения решению задач на проценты в курсе алгебры основной школы.

4. Проведен анализ введения определения понятия процента в учебниках разных авторов. Выделены три основополагающих вида задач на проценты: нахождение процента от числа, нахождение числа по его проценту и нахождение процентного отношения.

5. Разработан курс по внеурочной деятельности на тему: «Подготовка к решению задач на проценты при подготовке к ОГЭ».

Все это дает основание полагать, что задачи, представленные в исследовании, были полностью решены.

Список литературы:

1. Болотов, В. А. Единый государственный экзамен и качество образования [Текст] / А. В. Болотов, В. Н. Шаулин, А. Г. Шмелев. – М. : Издательский центр «Академия», 2002. – 179 с.

2. Виленкин Н.Я. Математика 6 класс: учебник для общеобразовательных учреждений/н.я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков 8-е изд. М.: Мнемозина, 2013. 379 с.

3. Виленкин Н.Я. Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных учреждений/н.я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков. 8-е изд. М.: Мнемозина, 2013. 380 с.

4. Виноградова Л.В., Методика преподавания математики в средней школе: учеб.пособ. / Виноградова Л.В. - Ростов н/д: Феникс, 2009. - 252 с.

5. Груденов, Я. И. Психолого-дидактические основы методики обучения математики [Текст] / Я. И. Груденов. – М. : Просвещение, 1995. – 191 с.

6. Дорофеев Г.В., Математика. 6 класс: учебник для общеобразовательных учебных заведений/г.в. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунилович, Л.В. Кузнецова, С.С. Минаева. М.: Дрофа, 2014. 288 с.

7. Дорофеев Г.В., Математика. 7 класс: учебник для общеобразовательных учебных заведений/г.в. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунилович, Л.В. Кузнецова, С.С. Минаева. М.: Дрофа, 2014. 278 с.

8. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://www.school-collection.edu.
ru/catalog

9. Епишева, О. Б. Учить школьников учиться математике. Формирование приемов учебной деятельности [Текст] / О. Б. Епишева, И. В. Крупич. – М. : Просвещение, 2000. – 128 с.

10. Избранные вопросы методики преподавания математики: сборник научно-методических статей / Авторы-сост.: Азарова В., Артемьев Е., Нартова А. и др.; науч. Ред. Л.О. Денищева.—М.: МГПУ, 2013

11. Изучение процентов в основной школе / Авторы-сост.: Дорофеев Г.В., Кузнецова Л.В., Минаева С.С., Суворова С.Б. // Математика в школе. – 2013

12. Крамор В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начала анализа. – М.: Просвещение, 2008. 245 с.

13. Максимова, В.Н. Проблемный подход к обучению в школе: Методическое пособие по спецкурсу/ В.Н. Максимова. – Л.,2011

14. Матюшкин, А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении. – М.:«Педагогика», 2013

15. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика: Учеб.пособие для студентов физ.-мат. факультетов пед. вузов / Ю.М. Колягин и др. – М.: Просвещение, 1995. 462 с.

16. Муравин Г.К., Алгебра. 7 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / г.к. Муравин, К.С. Муравина, О.В. Муравина. 7-е изд., дораб. М. : Дрофа, 2014. 286 с.

17. Муравин Г.К., Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / г.к. Муравин, О.В. Муравина. 3-е изд., стер. М. : Дрофа, 2014. 319 с.

18. Нагибин Ф.Ф. Математическая шкатулка. – М. : Просвещение, 1988. 253 с.

19. ГИА. Математика: типовые варианты: 20 вариантов / Под.ред. И.В. Ященко. М.: «Национальное образование», 2014. 129 с.

20. ОГЭ. Математика: типовые варианты: 36 вариантов / Под.ред. И.В. Ященко. М.: «Национальное образование», 2015. 225 с.

21. ОГЭ. Математика: типовые варианты: 36 вариантов / Под.ред. И.В. Ященко. М.: «Национальное образование», 2016. 240 с.

22. ОГЭ. Математика: типовые варианты: 36 вариантов / Под.ред. И.В. Ященко. М.: «Национальное образование», 2017. 238 с.

23. ОГЭ. Математика: типовые варианты: 36 вариантов / Под.ред. И.В. Ященко. М.: «Национальное образование», 2018. 242 с.

24. Первые уроки по учебному комплекту «Математика 5–8» / Под ред. Дорофеева Г.В. и Шарыгина И.Ф. // Математика. – 2011

25. Самойлик Г.А. История математики на уроках. Проценты // Математика. 2002. 36 С. 3.

26. Шевкин, А.В. От реформы до реформ. Попытка обзора школьных учебников по математике / А.В. Шевкин // Школьное обозрение. – 2010

27. Электронный источник: Решу ОГЭ, код доступа: https:// https://oge.sdamgia.ru

Приложение 1.

Вариант 1

1. На счет в банке, доход по которому составляет 15% годовых, внесли 24 тыс. р. Сколько тысяч рублей будет на этом счете через год, если никаких операций со счетом проводиться не будет?

2. В период распродажи магазин снижал цены дважды: в первый раз на 30%, во второй — на 45%. Сколько рублей стал стоить чайник после второго снижения цен, если до начала распродажи он стоил 1400 р.?

3. Свежие фрукты содержат 75% воды, а высушенные – 25%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 45 кг высушенных фруктов?

4. При смешивании первого раствора кислоты, концентрация которого 20%, и второго раствора этой же кислоты, концентрация которого 50%, получили раствор, содержащий 30% кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

5. Имеются два сосуда, содержащие 4 кг и 16 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 57% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 60% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

Вариант 2

1. На счет в банке, доход по которому составляет 25 % годовых, внесли 42 тыс. р. Сколько тысяч рублей будет на этом счете через год, если никаких операций со счетом проводиться не будет?

2. В период распродажи магазин снижал цены дважды: в первый раз на 20 %, во второй — на 50 %. Сколько рублей стала стоить кофеварка после второго снижения цен, если до начала распродажи она стоила 1600 р.?

3. Свежие фрукты содержат 72 % воды, а высушенные – 20 %. Сколько сухих фруктов получится из 100 кг свежих фруктов?

4. При смешивании первого раствора соли, концентрация которого 40%, и второго раствора этой же соли, концентрация которого 48 %, получился раствор с концентрацией 42 %. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

5. Имеются два сосуда, содержащие 30 кг и 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 81 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 83 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

Приложение 2.

Контрольная работа по пройденному материалу:

Вариант 1.

1. Акции предприятия распределены между государством и частными лицами в отношении 3:5. Общая прибыль предприятия после уплаты налогов за год составила 32 млн. р. Какая сумма из этой прибыли должна пойти на выплату частным акционерам?

2. Магазин детских товаров закупает погремушку по оптовой цене 260 рублей за одну штуку и продает с 40-процентной наценкой. Сколько будут стоить 3 такие погремушки, купленные в этом магазине?

3. Морская вода содержит 5 % (по массе) соли. Сколько килограммов пресной воды нужно прибавить к 40 кг морской воды, чтобы содержание соли в последней составляло 2 %?

4. Свежие фрукты содержат 88 % воды, а высушенные – 30 %. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 6 кг высушенных фруктов?

5. Смешали 40 %-ый раствор соляной кислоты с 20 %-ым получили 800 г 25 %-го раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

6. Имеются два слитка, состоящие из цинка, меди и олова. Известно, что первый слиток массой 150 кг содержит 40 % олова, а второй массой 250 кг – 26 % меди. Процентное содержание цинка в обоих слитках одинаково. Сплавив первый и второй слитки, получили сплав, в котором оказалось 30 % цинка. Сколько килограммов олова содержится в полученном сплаве?

Вариант 2.

1. Государству принадлежит 60 % акций предприятия, остальные акции принадлежат частным лицам. Общая прибыль предприятия после уплаты налогов за год составила 40 млн. р. Какая сумма в рублях из этой прибыли должна пойти на выплату частным акционерам?

2. Магазин детских товаров закупает погремушку по оптовой цене 260 рублей за одну штуку и продает с 40-процентной наценкой. Сколько будут стоить 3 такие погремушки, купленные в этом магазине?

3. Морская вода содержит 5 % соли по массе. Сколько пресной воды нужно добавить к 30 кг морской воды, чтобы концентрация соли составляла 1,5 %?

4. Свежие фрукты содержат 80 % воды, а высушенные – 28 %. Сколько сухих фруктов получится из 288 кг свежих фруктов?

5. Смешали 30 %-ный раствор соляной кислоты с 10 %-ным и получили 600г 15 %-ного раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

6. Имеются два сплава, состоящие из меди, цинка и олова. Известно, что первый сплав содержит 25 % цинка, а второй – 50 % меди. Процентное содержание олова в первом сплаве в 2 раза меньше, чем во втором. Сплавив 200 кг первого сплава и 300 кг второго, получили новый сплав, в

котором оказалось 28 % цинка. Определите, сколько килограммов меди содержится в получившемся новом сплаве.