ДЕГТЯРЕВА Н.А.

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ МЕТОДАМ И МОДЕЛЯМ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Челябинск, 2017

УДК 51 (021):330.115(021)
ББК 22.1 я 73:65в641я73
Д 26

Дегтярева, Н.А. Сборник задач по экономико-математическим методам и моделям [Текст]: учебное пособие для студентов / Н.А. Дегтярева. – Челябинск: - «Цицеро», 2017. – 77 с.

ISBN 978-5-91283-817-0

Учебное пособие представляет собой сборник задач по методам оптимальных решений для студентов высших учебных заведений. В учебном пособии рассматриваются задачи, соответствующие федеральному государственному обязательному стандарту высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки - академический бакалавриат, по программе учебной дисциплины «Экономико-математические методы и модели». Они будут полезны при выполнении самостоятельной работы, индивидуальных домашних заданий, контрольных работ, при подготовке к тестированию, зачету, экзамену.

В учебном пособии подобраны задачи для рейтинговой оценки знаний, входящие в фонд оценочных средств (ФОС): построение экономико-математических моделей (ЭММ), графический и симплексный методы решения задач оптимизации, решение двойственных задач, решение задач теории игр, решение задач потребительского выбора, решение задач максимизации прибыли предприятия.

Рецензенты: Е. Н. Белов, канд. ф-м наук, доц.
А. С. Кутузов, канд. ф-м наук, доц.

ISBN 978-5-91283-817-0

Челябинск, 2017

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Современные выпускники вузов должны хорошо разбираться в вопросах моделирования экономических ситуаций, явлений и процессов, протекающих в реальных условиях. Уметь принимать эффективные (оптимальные) решения в различных экономических ситуациях.

Изучение дисциплины «Экономико-математические методы и модели» включает методы овладения навыками построения экономико-математических моделей, знания подходов и методов оптимальных решений задач.

Предлагаемый сборник задач ориентирован на получение практических навыков при изучении этой дисциплины. Задания для самостоятельной работы преследуют цель выработать у студентов навыки практической работы с моделями для принятия обоснованных (оптимальных) управленческих решений, предполагающих целенаправленное воздействие на развитие исследуемой экономической системы. Все предложенные задачи взаимосвязаны, и их решение, с одной стороны, требует непрерывной, последовательной работы студентов над изучением тем дисциплины, а с другой стороны, при выполнении этих условий гарантирует ее качественное освоение на уровне современных требований.

Приведенные задания могут быть использованы как для промежуточного (рейтингового) контроля знаний, так и для итогового контроля знаний, в качестве практических заданий на экзамене.

Большое внимание в вузах уделяется самостоятельной работе студента, поэтому данный сборник задач должен оказать в этом огромную помощь не только студентам, но и преподавателям, ведущим практические занятия со студентами по дисциплине.

Сборник задач позволяет эффективно использовать его в качестве учебного пособия не только для студентов, обучающихся по очной форме обучения, но и для студентов заочной и дистанционной форм обучения.

Раздел 1. ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Тема 1. Построение экономико-математических моделей задач линейного программирования

Задание: ***Построить экономико-математическую модель и решить графическим методом задачу оптимизации***

Вариант 1

Для кормления коров используются концентрированные и грубые корма. Один кг концентрата содержит 1 кормовую единицу и 0,08 протеина. Один кг грубых кормов содержит 0,25 кормовых единиц и 0,04 протеина. Суточный рацион одной коровы должен содержать не менее 10 кормовых единиц и не менее 1,2 единиц протеина. Определить оптимальный вариант суточного рациона кормления при условии, чтобы стоимость рациона была минимальной, если 1 кг концентрата стоит 5 ден. ед., а 1 кг грубых кормов – 2 ден.ед.

Построить экономико-математическую модель задачи, получить решение графическим методом.

Вариант 2

Совхоз для кормления животных использует два вида корма. В дневном рационе животного должно содержаться не менее 6 единиц питательного вещества *A* и не менее 12 единиц питательного вещества *B*. Какое количество корма надо расходовать ежедневно на одно животное, чтобы затраты были минимальными? Использовать данные таблицы.

Питательное вещество	Количество питательных веществ в 1 кг корма	
	1	2
A	2	1
B	2	4
Цена 1 кг корма, тыс.руб.	0,2	0,3

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на максимум, и почему?

Вариант 3

Некоторая фирма выпускает два набора удобрений для газонов: обычный и улучшенный. В обычный набор входит 3 кг азотных, 4 кг фосфорных и 1 кг калийных удобрений, а в улучшенный — 2 кг азотных, 6 кг фосфорных и 3 кг калийных удобрений. Известно, что для некоторого газона требуется, по меньшей мере, 10 кг азотных, 20 кг фосфорных и 7 кг калийных удобрений. Обычный набор стоит 3 ден. ед., а улучшенный — 4 ден. ед. Какие и сколько наборов удобрений нужно купить, чтобы обеспечить эффективное питание почвы и минимизировать стоимость?

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на максимум, и почему?

Вариант 4

На имеющихся у фермера 400 га земли он планирует посеять кукурузу и сою. Сев и уборка кукурузы требуют на каждый гектар 200 ден. ед. затрат, а сои — 100 ден. ед. На покрытие расходов, связанных с севом и уборкой, фермер получил ссуду в 60 тыс. ден. ед. Каждый гектар, засеянный кукурузой, принесет 30 центнеров, а каждый гектар, засеянный соей, — 60 центнеров. Фермер заключил договор на продажу, по которому каждый центнер кукурузы принесет ему 3 ден. ед., а каждый центнер сои — 6 ден. ед. Однако согласно этому договору фермер обязан хранить убранное зерно в течение нескольких месяцев на складе, максимальная вместимость которого равна 21 тыс. центнеров.

Фермеру хотелось бы знать, сколько гектаров нужно засеять каждой из этих культур, чтобы получить максимальную прибыль.

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум, и почему?

Вариант 5

Продукция двух видов (краска для внутренних (I) и наружных *(E)* работ) поступает в оптовую продажу. Для производства красок используются два исходных продукта — *A* и *B*. Максимально возможные суточные запасы этих продуктов составляют 6 и 8 тонн соответственно. Расходы продуктов *A* и *B* на 1 т соответствующих красок приведены в таблице.

Исходный продукт	Расход исходных продуктов на тонну краски, т		Максимально возможный запас, т
	Краска E	Краска I	
A	1	2	6
B	2	1	8

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на краску *I* никогда не превышает спроса на краску *E* более чем на 1 т. Кроме того, установлено, что спрос на краску *I* никогда не превышает 2 т в сутки. Оптовые цены одной тонны красок равны 3000 ден. ед. для краски *E* и 2000 ден. ед. для краски *I*. Какое количество краски каждого вида должна производить фабрика, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум, и почему?

Вариант 6

Финансовый консультант фирмы «АВС» консультирует клиента по оптимальному инвестиционному портфелю. Клиент хочет вложить средства (не более 25 000 долл.) в два наименования акций крупных предприятий в составе холдинга «Дикси».

Анализируются акции «Дикси - Е» и «Дикси - В». Цецы на акции: «Дикси - Е» — 5 долл. за акцию; «Дикси - В» — 3 долл. за акцию. Клиент уточнил, что он хочет приобрести максимум 6000 акций обоих наименований, при этом акций одного из наименований должно быть не более 5000 штук. По оценкам «АВС», прибыль от инвестиций в эти акции в следующем году составит: «Дикси - Е» — 1,1 долл.; «Дикси -В» — 0,9 долл.

Задача консультанта состоит в том, чтобы выдать клиенту рекомендации по оптимизации прибыли от инвестиций.

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум, и почему?

Вариант 7

Завод — производитель высокоточных элементов для автомобилей выпускает два различных типа деталей — *X и Y*. Завод располагает фондом рабочего времени в 4000 чел.-ч в неделю. Для производства одной детали типа X требуется 1 чел.-ч, а для производства одной детали типа *Y*—2 чел.-ч. Производственные мощности завода позволяют выпускать максимум 2250 деталей типа *X* и 1750 деталей типа У в неделю. Каждая деталь типа X требует 2 кг металлических стержней и 5 кг листового металла, а для производства одной детали типа *Y* необходимо 5 кг металлических стержней и 2 кг листового металла. Уровень запасов каждого вида металла составляет 10 000 кг в неделю. Кроме того, еженедельно завод поставляет 600 деталей типа *X* своему постоянному заказчику. Существует также профсоюзное соглашение, в соответствии с которым общее число производимых в течение одной недели деталей должно составлять не менее 1500 штук.

Сколько деталей каждого типа следует производить, чтобы максимизировать общий доход за неделю, если доход от производства *одной* детали типа X составляет 30 ден. ед,, а от производства одной детали типа *Y* — 40 ден. ед.? Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум, и почему?

Вариант 8

Имеется два вида корма I и II, содержащие питательные вещества (витамины) S_1 S_2 и S_3. Содержание числа единиц питательных веществ в 1 кг каждого вида корма и необходимый минимум питательных веществ, приведены в таблице.

Питательное вещество (витамин)	Необходимый минимум питательных веществ	Число единиц питательных веществ в 1 кг корма	
		I	II
S_1	9	3	1
S_2	8	1	2
S_3	12	1	6

Стоимость 1 кг корма I и II соответственно равна 4 и 6 ден. ед.

Необходимо составить дневной рацион, имеющий минимальную стоимость, в котором содержание питательных веществ каждого вида было бы не менее установленного предела.

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Вариант 9

При производстве двух видов продукции используется 4 типа ресурсов. Норма расхода ресурсов на производство единицы продукции, общий объем каждого ресурса заданы в таблице.

Ресурсы	Норма затрат ресурсов на товары		Общее количество ресурсов
	1-го вида	2-го вида	
1	2	2	12
2	1	2	8
3	4	0	16
4	0	4	12

Прибыль от реализации одной единицы продукции первого вида составляет 2 ден. ед., второго вида — 3 ден. ед.

Задача состоит в формировании производственной программы выпуска продукции, обеспечивающей максимальную прибыль от ее реализации.

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум, и почему?

Вариант 10

Фирма производит два широко популярных безалкогольных напитка — «Лимонад» и «Тоник». Фирма может продать всю продукцию, которая будет произведена. Однако объем производства ограничен количеством основного ингредиента и производственной мощностью имеющегося оборудования. Для производства 1 л «Лимонада» требуется 0,02 ч работы оборудования, а для производства 1 л «Тоника» — 0,04 ч. Расход специального ингредиента составляет 0,01 кг и 0,04 кг на 1 л «Лимонада» и «Тоника» соответственно. Ежедневно в распоряжении фирмы имеется 24 ч времени работы оборудования и 16 кг специального ингредиента. Прибыль фирмы составляет 0,10 ден. ед. за 1 л «Лимонада» и 0,30 ден. ед. за 1 л «Тоника».

Сколько продукции каждого вида следует производить ежедневно, если цель фирмы состоит в максимизации ежедневной прибыли?

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Вариант 11

На приобретение оборудования для нового производственного участка выделено 30 тыс. ден. ед. и помещение площадью в 45 $м^2$. Участок может быть оснащен машинами трех типов, характеристики которых приведены в таблице.

Машина	Стоимость машины, тыс. ден. ед.	Занимаемая площадь, $м^2$	Производительность за смену, тыс. ед.
$М_1$	6	9	8
$М_2$	3	4	4
$М_3$	2	3	3

Найти оптимальный план приобретения машин, обеспечивающий новому производственному участку максимальную производительность.

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Вариант 12

В опытном хозяйстве установлено, что откорм крупного рогатого скота выгоден только тогда, когда каждое животное получает в суточном рационе не менее 20 кормовых единиц, не менее 2000 г белка и не менее 100 г кальция. Для кормления животных используется сено и силос. Содержание указанных питательных веществ 1 кг корма каждого вида, а также себестоимость 1 кг корма приведены в таблице. Возможности хозяйства позволяют включать в суточный рацион не более 20 кг сена, не более 25 кг силоса.

Составить кормовой рацион минимальной стоимости, учитывающий минимальные суточные нормы потребления питательных веществ и возможности хозяйства по ресурсам.

Корм	Содержание в 1 кг			Себестоимость 1 кг корма, ден. ед.
	кормовых единиц	белка, г	кальция, г	
Сено	0,5	40	5	2
Силос	0,2	10	4	1

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Вариант 13

Имеются два проекта на строительство жилых домов. Расход стройматериалов, их запас, и полезная площадь дома каждого проекта приведены в таблице. Определить, сколько домов первого и второго проекта следует построить, чтобы полезная площадь была наибольшей. Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Стройматериалы	Расход стройматериалов ($м^3$) на один дом		Запас стройматериалов, $м^3$
	I	II	
Кирпич силикатный	7	3	1365
Кирпич красный	6	3	1245
Пиломатериалы	1	2	650
Полезная площадь, $м^2$	60	50	

Вариант 14

Сельскохозяйственное предприятие может приобрести тракторы марок M_1 и M_2 для выполнения работ $P_{1,}$ P_2 и $P_{3.}$ Производительность тракторов при выполнении указанных работ, общий объем работ, и стоимость каждого трактора приведены в таблице.

Найти оптимальный вариант приобретения тракторов, обеспечивающий выполнение всего комплекса работ при минимальных денежных затратах на технику.

Вид работ	Объем работ, га	Производительность трактора марки	
		M_1	M_2
P_1	60	4	3
P_2	40	8	1
$P_{3.}$	30	1	3
Стоимость трактора, ден.ед.		7	2

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Вариант 15

Совхозу требуется не более 10 трехтонных автомашин и не более 8 пятитонных. Отпускная цена автомашины первой марки 2 000 ден. ед., второй марки 4 000 ден.ед. Совхоз может выделить для приобретения машин 40 000 ден. ед. Сколько следует приобрести автомашин каждой марки в отдельности, чтобы их общая (суммарная) грузоподъемность была максимальной.

Построить экономико-математическую модель задачи, получить решение графическим методом.

Вариант 16

При откорме каждое животное должно получить не менее 9 ед. белков, 8 ед. протеина, 10 ед. углеводов. Для составления рациона используют два вида корма, представленных в следующей таблице.

Стоимость 1 кг корма первого вида – 4 ден.ед., второго – 6 ден.ед.

Составьте дневной рацион питательности, имеющий минимальную стоимость.

Питательные вещества	Количество единиц питательных веществ на 1 кг	
	корма 1	корма 2
Белки	3	1
Углеводы	1	2
Протеины	1	6

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Вариант 17

Для производства двух видов изделий *A* и *B* предприятие использует три вида сырья. Другие условия задачи приведены в таблице.

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие, кг		Общее количество сырья, кг
	A	*B*	
I	12	4	300
II	4	4	120
III	3	12	252
Прибыль от реализации одного изделия, ден.ед	30	40	

Составить такой план выпуска продукции, при котором прибыль предприятия от реализации продукции будет максимальной при условии, что изделий *B* надо выпустить не менее, чем изделий *A*.

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Вариант 18

Рацион для питания животных на ферме состоит из двух видов кормов I и II. Один килограмм корма I стоит 80 ден. ед. и содержит: 1 ед. жиров, 3 ед. белков, 1 ед. углеводов, 2 ед. нитратов. Один килограмм корма II стоит 10 ден. ед. и содержит 3 ед. жиров, 1 ед. белков, 8 ед. углеводов, 4 ед. нитратов.

Составить наиболее дешевый рацион питания, обеспечивающий жиров не менее 6 ед., белков не менее 9 ед., углеводов не менее 8 ед., нитратов не более 16 ед.

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Вариант 19

При производстве двух видов продукции используется 3 вида сырья. Составить план выпуска продукции, обеспечивающий максимум прибыли. Исходные данные приведены в таблице.

Запасы сырья	Расход сырья на единицу продукции	
	Первый вид продукции	Второй вид продукции
30	1	3
48	4	3
60	3	3
Прибыль	70	60

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Вариант 20

Для изготовления шкафов и буфетов мебельная фабрика применяет древесину четырёх видов, запасы которой ограничены и составляют соответственно: 12, 16, 12, 8 единиц. Количество единиц древесины для изготовления 1 шкафа и 1 буфета даны в таблице. Требуется составить такой план выпуска продукции, который обеспечивает наибольший доход, если от реализации шкафов получено 2 д. ед. дохода, а буфетов – 3 д. ед. дохода.

Ресурсы	Запасы	Расход	
		1 шкаф	1 буфет
1	12	---	0.4
2	16	0.4	---
3	12	0.2	0.2
4	8	0.1	0.2
Доход		2 ден. ед.	3 ден. ед.

Составить ЭММ и решить задачу графическим методом.

Вариант 21

При производстве двух видов продукции используется 3 вида сырья (исходные данные приведены в таблице). Составить план выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль.

Запасы сырья	Расход сырья на ед. продукции	
	I вид продукции	II вид продукции
20	2	1
12	1	1
30	1	3
Прибыль	40 ден.ед.	50 ден. ед.

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Вариант 22

Для производства двух видов изделий А и В предприятие использует 3 вида сырья (исходные данные приведены в таблице).

Составить такой план продукции, при котором прибыль предприятия от реализации продукции будет максимальной. Составить ЭММ и решить задачу графическим методом.

Вид сырья	Нормы расхода сырья на ед. изделия		Общее количество сырья
	А	В	
I	12	4	300
II	4	4	120
III	3	12	252
Прибыль от реализации одного изделия	30	40	

Вариант 23

В рационе животных используют два вида кормов. Животные должны получать 3 вида веществ (исходные данные приведены в таблице). Составить рацион кормления, обеспечивающий минимальные затраты.

Необходимое кол-во веществ	Содержание питательных веществ	
	№1	№2
15	5	1
12	2	1
7	1	1
Стоимость ед. корма	40	30

Составить ЭММ и решить задачу графическим методом.

Вариант 24

На предприятии выпускается два вида изделий, при этом используется три вида сырья. Составить план выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль. Исходные данные приведены в таблице:

Тип сырья	Нормы затрат ресурсов на единицу продукции		Запасы сырья
	№1	№2	
1	18	15	360
2	6	4	192
3	5	3	180
Цена изделия	9	10	

Составить ЭММ и решить задачу графическим методом.

Вариант 25

На свинокомплексе производится откорм свиней, причём каждое животное должно получать 6 единиц А; 8 единиц вещества В; 12 единиц вещества С. Для откорма нужно закупить 2 вида кормов: в I корме содержится 2 ед. вещества А; 1 ед. вещества В; 3 ед. вещества С; во II корме содержится 1 ед. вещества А; 2 ед. вещества В; 4 ед. вещества С. Стоимость 1 ед. корма I вида равна 2 ден. ед. Стоимость 1 ед. корма II вида равна 3 ден. ед.

Сколько надо закупить каждого вида корма, чтобы обеспечить наиболее дешёвый рацион питания. Составить ЭММ и решить задачу графическим методом.

Тема 2. Графический метод решения задач линейного программирования

Задание: ***Найти максимум и минимум функции F(x) при заданных ограничениях графическим методом***

1. $F(x) = 10x_1 + 5x_2$

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \le 6 \\ x_1 + 2x_2 \ge 4 \\ 4x_1 + x_2 \ge 1 \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

2. $F(x) = 3x_1 + 5x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 \ge 5 \\ 3x_1 - x_2 \le 3 \\ 2x_1 - 3x_2 \ge -6 \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

3. $F(x) = 4x_1 - 3x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \ge 2 \\ 2x_1 + x_2 \le 10 \\ x_1 - x_2 \le 1 \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

4. $F(x) = 2x_1 + 4x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 12 \\ -3x_1 + 2x_2 \le 9 \\ x_1 + 3x_2 \ge 6 \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

5. $F(x) = 5x_1 + 10x_2$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \ge 6 \\ x_1 + 2x_2 \ge 6 \\ x_1 \ge 1, 2x_2 \ge 3 \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

6. $F(x) = 3x_1 - 2x_2$

$$\begin{cases} 6x_1 - 4x_2 \geq -12 \\ -4x_1 + 8x_2 \leq 20 \\ 7x_1 + 5x_2 \leq 35 \\ x_1 + x_2 \geq 3 \end{cases}$$
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

7. $F(x) = 3x_1 + 3x_2$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ -2x_1 + x_2 \leq 6 \\ 2x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_1 + 2x_2 \geq 6 \end{cases}$$
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

8. $F(x) = 2x_1 - x_2$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 6 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 26 \\ x_1 - 2x_2 \leq 6 \\ 2x_1 + x_2 \geq 2 \end{cases}$$
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

9. $F(x) = 4x_1 - 3x_2$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 14 \\ 2x_1 + x_2 \leq 17 \\ 3x_1 - x_2 \leq 8 \\ x_1 + x_2 \geq 4 \end{cases}$$
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

10. $F(x) = 2x_1 + x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 15 \\ 2x_1 - 2{,}5x_2 \leq 10 \\ 0 \leq x_2 \leq 4 \end{cases}$$

11.

$$F\left(x\right)=5x_1-x_2\to\min,$$

$$\begin{cases} 2x_1-3x_2\le 0, \\ -5x_1+9x_2\le 45, \\ x_1-2x_2\le 4, \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0 \end{cases}.$$

12.

$$Z(x)=-x_1-x_2\to\min,$$

$$\begin{cases} -3x_1+2x_2\le 4, \\ -x_1+2x_2\le 8, \\ x_1+x_2\ge 10, \\ 4x_1-x_2\le 20, \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0. \end{cases}$$

13.

$$Z(x)=5x_1-3x_2\to\min,$$

$$\begin{cases} 4x_1-x_2\ge 0, \\ -x_1+x_2\le 3, \\ 2x_1-3x_2\le 6, \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0. \end{cases}$$

14.

$$F(X)=2x_1+3x_2\to\max,$$

$$\begin{cases} -2x_1+2x_2\le 2, \\ x_1-3x_2\ge -9, \\ 4x_1+3x_2\le 24, \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0. \end{cases}$$

15.

$$Z(x)=5x_1+5x_2\to\max,$$

$$\begin{cases} -2x_1+x_2\le 2, \\ -x_1+3x_2\ge 9, \\ x_1+x_2\ge 3, \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0. \end{cases}$$

16.

$$F(x,y)=3x+y\to\max$$

при условиях

$$\begin{cases}2x+3y\le 6,\\ 2x-3y\le 3,\\ x\ge 0,\ y\ge 0.\end{cases}$$

17.

$$F(x,y)=2x-10y\to\min$$

при условиях

$$\begin{cases}x-y\ge 0,\\ x-5y\ge -5,\\ x\ge 0,\ y\ge 0.\end{cases}$$

18.

$$F(x,y)=2x+3y\to\max$$

при условиях

$$\begin{cases}x+4y\ge 8,\\ x\le 4,\\ 2y\ge 5,\\ x\ge 0,\ y\ge 0.\end{cases}$$

19.

$$F(x,y)=3x+5y\to\max$$

при условиях

$$\begin{cases}x-y\le 3,\\ -3x+y\le 6,\\ y\ge 4,\\ x\ge 0,\ y\ge 0.\end{cases}$$

20.

$$F(x,y)=4y\to\min$$

при условиях

$$\begin{cases}3x+5y\le 18,\\ 2x-y\ge 0,\\ 5x-3y\le 15,\\ x\ge 0,\ y\ge 0.\end{cases}$$

21.

$$F(x) = 2x_1 + 3x_2 \to \max$$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \le 2 \\ x_1 - 3x_2 \ge -9 \\ 4x_1 + 3x_2 \le 24 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

22.

$$F(x) = 4x_1 - 3x_2 \to \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 5 \\ 5x_1 - 2x_2 \le 20 \\ 8x_1 - 3x_2 \ge 0 \\ 5x_1 - 6x_2 \le 0 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

23.

$$F(x) = x_1 + 2x_2 \to \max$$

$$\begin{cases} x_2 \le 6 \\ -3x_1 + x_2 \le 12 \\ x_1 + x_2 \ge 0 \\ x_1 - x_2 \le 0 \\ x_1 + 2x_2 \le 12 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

24.

$$F(x) = 3x_1 + 5x_2 \to \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \ge 0 \\ 3x_1 + x_2 \le 3 \\ 5x_1 + 4x_2 \ge 20 \\ x_1 - x_2 \ge 0 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

25.

$$F(x) = 2x_1 + 5x_2 \to \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \ge 0 \\ 2x_1 + x_2 \le 16 \\ -2x_1 + 5x_2 \ge 3 \\ -x_1 + 2x_2 \le 2 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

Тема 3. Симплексный метод решения задач линейного программирования

Задание: ***Решить ЗЛП симплексным методом***

1. Найти максимум функции:

$$F(x) = -6x_1 - 4x_2 + 4x_3$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \geq -1 \\ -2x_1 - x_2 + x_3 \leq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

2. Найти максимум функции:

$$F(x) = x_1 + x_2$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \geq -2 \\ x_1 + x_2 \leq 4 \\ 2x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

3. Найти минимум функции:

$$F(x) = -3x_1 - 4x_2 + x_3$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -2x_1 - x_2 + x_3 \geq -10, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 \geq 5, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

4. Найти максимум функции:

$$F(x) = x_1 - 24x_2 + 12x_3$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 \leq 1, \\ -x_1 + 4x_2 - x_3 \geq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

5. Найти максимум функции:

$$F(x) = -2x_1 - 6x_2 + 6x_3 + 6x_4$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

6. Найти минимум функции:

$$F(x) = 2x_1 + 4x_2 + 6x_3$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 \geq 1, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

7. Найти минимум функции

$$F(x) = 4x_1 - 4x_2 + 6x_3$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 - x_3 \leq 1, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

8. Найти максимум функции:

$$F(x) = 6x_1 - 2x_2 + 4x_3$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 2, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

9. Найти минимум функции:

$$F(x) = -6x_1 + 4x_2 + 4x_3$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -3x_1 - x_2 + x_3 \geq 2, \\ -2x_1 - 4x_2 + x_3 \geq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

10. Найти максимум функции:

$$F(x) = 3x_1 + x_2$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 6, \\ 2x_1 + 5x_2 \geq 10, \\ 2x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

11. Найти минимум функции:

$Z(X) = -11x_1 - 5x_2 + 8x_3 + 2x_4 \rightarrow \min$,

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 4, \\ -2x_1 + 5x_3 + x_4 = 10, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1,\ 2,\ 3,\ 4.$$

12. Найти максимум функции:

$Z(X) = x_1+5x_2+x_3+x_4 \rightarrow max$,

при ограничениях:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 4, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1,\ 2,\ 3,\ 4.$$

13. Найти минимум функции:

$Z(X) = -3x_1-5x_2+x_3+x_4 \rightarrow min$,

при ограничениях:

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 + x_3 = 6, \\ -x_1 + 3x_2 - x_4 = -3, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1,\ 2,\ 3,\ 4.$$

14. Найти максимум функции:

$Z(X) = 2x_1-3x_2+5x_3 \rightarrow max$,

при ограничениях:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 3, \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 \geq -4, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1,\ 2,\ 3$$

15. Найти минимум функции:

$Z(X) = -4x_1 -2x_2+x_3 \rightarrow min$,

при ограничениях:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 18, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1,\ 2,\ 3$$

16. Найти максимум функции:

$Z(X) = 3x_1+4x_2+x_3 \rightarrow max$,

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 12 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1,\ 2,\ 3$$

17. Найти максимум функции:

$Z(X) = 2x_1+3x_2+x_3 \rightarrow max,$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 \le 15, \\ x_1 + x_2 + x_3 \le 7, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 \le 12 \end{cases}$$

$x_j \ge 0, \quad j = 1,\ 2,\ 3$

18. Найти минимум функции:

$Z(X) = -5x_1-2x_2-3x_3 \rightarrow min,$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 2, \\ -3x_1 + 4x_2 + 5x_3 \le 10, \\ x_1 - 4x_2 + x_3 \le 1 \end{cases}$$

$x_j \ge 0, \quad j = 1,\ 2,\ 3$

19. Найти минимум функции:

$Z(X) = -x_1+x_2-3x_3 \rightarrow min,$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 \le 2, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 \le 6, \\ x_1 + x_2 - x_3 \le 2 \end{cases}$$

$x_j \ge 0, \quad j = 1,\ 2,\ 3$

20. Найти $F(x) = -2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \ge 12, \\ -x_1 + x_2 \le 7, \\ 2x_1 + x_2 \le 10, \\ x_2 \ge 2. \end{cases}$$

$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$

21. Найти максимум функции:

$Z(X) = x_1 +x_2+x_3 - x_4 \rightarrow max$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 6, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \le 10, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \le 10 \end{cases}$$

$x_j \ge 0, \quad j = 1,\ 2,\ 3,\ 4$

22. Найти минимум функции:

$Z(X) = 3x_1 - x_2 - 4x_3 \rightarrow \min$,

при ограничениях:

$$\begin{cases} -x_1 + x_3 \le 1, \\ -5x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ -8x_1 + x_2 + 2x_3 \ge 3 \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = 1,\ 2,\ 3$$

23. Найти максимум функции:

$Z(X) = x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 \rightarrow \max$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_4 = 6 \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = 1,\ 2,\ 3,\ 4$$

24. Найти минимум функции:

$Z(X) = -11x_1 - 5x_2 + 8x_3 + 2x_4 \rightarrow \min$,

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 4, \\ -2x_1 + 5x_3 + x_4 = 10 \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = 1,\ 2,\ 3,\ 4$$

25. Найти максимум функции:

$Z(X) = x_1 - 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 2x_3 \le 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \ge 3 \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = 1,\ 2,\ 3$$

Тема 4. Двойственные задачи линейного программирования

Задание 1: ***Использовать аппарат теории двойственности для экономико-математического анализа оптимального плана задачи линейного программирования***

Вариант 1

Для изготовления четырех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и цены реализации единицы каждого вида продукции приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
I	1	2	1	0	18
II	1	1	2	1	30
III	1	3	3	2	40
Цена изделия	12	7	18	10	

Требуется:

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум выручки от реализации готовой продукции, получить оптимальный план выпуска продукции.

2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план с помощью теорем двойственности.

3. Пояснить нулевые значения переменных в оптимальном плане.

4. На основе свойств двойственных оценок и теорем двойственности:

• проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане исходной задачи;

• определить, как изменятся выручка и план выпуска продукции при увеличении запасов сырья I и II видов на 4 и 3 единицы соответственно и уменьшении на 3 единицы сырья III вида;

• оценить целесообразность включения в план изделия *Д* ценой 10 ед., на изготовление которого расходуется по две единицы каждого вида сырья.

Вариант 2

Для изготовления четырех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и цены реализации единицы каждого вида продукции приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
I	1	0	2	1	180
II	0	1	3	2	210
III	4	2	0	4	800
Цена изделия	9	6	4	7	

Требуется:

1.Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум выручки от реализации готовой продукции, получить оптимальный план выпуска продукции.

2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план с помощью теорем двойственности.

3. Пояснить нулевые значения переменных в оптимальном плане.

4. На основе свойств двойственных оценок и теорем двойственности:

•проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане исходной задачи;

•определить, как изменятся выручка и план выпуска продукции при увеличении запасов сырья II и III видов на 120 и 160 единиц соответственно и уменьшении на 60 единиц запасов сырья I вида;

• оценить целесообразность включения в план изделия *Д* ценой 12 единиц, на изготовление которого расходуется по две единицы каждого вида сырья.

Вариант 3

Для изготовления четырех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и цены реализации единицы каждого вида продукции приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
I	2	1	3	2	200
II	1	2	4	8	160
III	2	4	1	1	170
Цена изделия	5	7	3	6	

Требуется:

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум выручки от реализации готовой продукции, получить оптимальный план выпуска продукции.
2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план с помощью теорем двойственности.
3. Пояснить нулевые значения переменных в оптимальном плане.
4. На основе свойств двойственных оценок и теорем двойственности:
   - проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане исходной задачи;
   - определить, как изменятся выручка от реализации продукции и план ее выпуска при увеличении запасов сырья I и II видов на 8'и 10 единиц соответственно и уменьшении на 5 единиц запасов сырья III вида;
   - оценить целесообразность включения в план изделия *Д* ценой 10 единиц, на изготовление которого расходуется по две единицы каждого вида сырья.

Вариант 4

Для изготовления трех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и цены реализации единицы каждого вида продукции приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие			Запасы сырья
	А	Б	В	
I II III	4 3 1	2 1 2	1 2 3	180 210 244
Цена изделия	10	14	12	

Требуется:

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум выручки от реализации готовой продукции, получить оптимальный план выпуска продукции.

2.Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план с помощью теорем двойственности.

3. Пояснить нулевые значения переменных в оптимальном плане.

4.На основе свойств двойственных оценок и теорем двойственности:

• проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане исходной задачи;

• определить, как изменятся выручка от реализации продукции и план ее выпуска при увеличении запасов сырья I и III видов на 4 единицы каждого;

• ценить целесообразность включения в план изделия Г ценой 13 единиц, на изготовление которого расходуется соответственно 1, 3 и 2 единицы каждого вида сырья, и изделия Д ценой 12 единиц, на изготовление которого расходуется по две единицы каждого вида сырья.

Вариант 5

На основании информации, приведенной в таблице, решается задача оптимального использования ресурсов на максимум выручки от реализации готовой продукции.

Вид ресурсов	Норма расхода ресурсов на единицу продукции			Запасы ресурсов
	I вид	II вид	III вид	
Труд	1	4	3	200
Сырье	1	1	2	80
Оборудование	1	1	2	140
Цена изделия	40	60	80	

Требуется:

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум выручки от реализации готовой продукции, получить оптимальный план выпуска продукции.

2.Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план с помощью теорем двойственности.

3. Пояснить нулевые значения переменных в оптимальном плане.

4. На основе свойств двойственных оценок и теорем двойственности:

•проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане исходной задачи;

•определить, как изменятся выручка от реализации продукции и план ее выпуска при увеличении запасов сырья на . 18 единиц;
•оценить целесообразность включения в план изделия четвертого вида ценой 70 единиц, на изготовление которого расходуется по две единицы каждого вида ресурсов.

Вариант 6

На основании информации, приведенной в таблице, решается задача оптимального использования ресурсов на максимум выручки от реализации готовой продукции.

Вид сырья	Норма расхода сырья на единицу продукции			Запасы сырья
	I вид	II вид	III вид	
I II III	18 6 5	15 4 3	2 8 3	360 192 180
Цена изделия	9	10	16	

Требуется:

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум выручки от реализации готовой продукции, получить оптимальный план выпуска продукции.

2.Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план с помощью теорем двойственности.

3. Пояснить нулевые значения переменных в оптимальном плане.

4. На основе свойств двойственных оценок и теорем двойственности:

• проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане исходной задачи;

• определить, как изменятся выручка от реализации продукции и план ее выпуска, если запас сырья I вида увеличить на 45 кг, а II — уменьшить на 9 кг;

• оценить целесообразность включения в план изделия Г ценой 11 единиц, на изготовление которого расходуется 9, 4 и 6 кг соответствующего вида сырья.

Вариант 7

Предприятие выпускает четыре вида продукции и использует три вида оборудования: токарное, фрезерное, шлифовальное. Общий фонд рабочего времени оборудования каждого вида, нормы расхода и цены реализации единицы каждого вида продукции приведены в таблице.

Тип оборудования	Нормы расхода ресурса на одно изделие				Фонд рабочего времени, ч
	А	Б	В	Г	
Токарное	2	1	1	3	300
Фрезерное	1	0	2	1	70
Шлифовальное	1	2	1	0	340
Цена изделия	8	3	2	1	

Требуется:

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум выручки от реализации готовой продукции, получить оптимальный план выпуска продукции.

2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план с помощью теорем двойственности.

3. На основе свойств двойственных оценок и теорем двойственности:

• проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане исходной задачи;

• определить, как изменятся выручка и план выпуска продукции, если фонд рабочего времени шлифовального оборудования увеличить на 24 часа;

• оценить целесообразность включения в план изделия Д ценой 11 единиц, если нормы затрат оборудования 8, 2 и 2 единицы соответственно.

Вариант 8

На основании информации, приведенной в таблице, решается задача оптимального использования ресурсов на максимум выручки от реализации готовой продукции.

Вид сырья	Норма расхода сырья на единицу продукции			Запасы сырья
	I вид	II вид	III вид	
I	1	2	1	430
II	3	0	2	460
III	1	4	0	420
Цена изделия	3	2	5	

Требуется:

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум выручки от реализации готовой продукции, получить оптимальный план выпуска продукции.

2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план с помощью теорем двойственности.

3. Пояснить нулевые значения переменных в оптимальном плане.

4. На основе свойств двойственных оценок и теорем двойственности:

• проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане исходной задачи;

•определить, как изменятся выручка от реализации продукции и план ее выпуска, если запас сырья I вида увеличить на 5 единиц, а II — уменьшить на 5 единиц;

• оценить целесообразность включения в план изделия четвертого вида ценой 7 у.е., если нормы затрат сырья 2, 4 и 3 единицы.

Вариант 9

Для изготовления четырех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и цены реализации единицы каждого вида продукции приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
I II III	2 1 3	1 5 0	0,5 3 6	4 0 1	2400 1200 3000
Цена изделия	7,5	3	6	12	

Требуется:

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум выручки от реализации готовой продукции, получить оптимальный план выпуска продукции.

2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план с помощью теорем двойственности.

3. Пояснить нулевые значения переменных в оптимальном плане.

4. На основе свойств двойственных оценок и теорем двойственности:

• проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане исходной задачи;

• определить, как изменятся выручка и план выпуска продукции при увеличении запасов сырья I вида на 100 единиц и уменьшении на 150 единиц запасов сырья II вида;

•оценить целесообразность включения в план изделия Д ценой 10 единиц, если нормы затрат сырья 2,4 и 3 единицы.

Вариант 10

Для изготовления трех видов продукции используют четыре вида ресурсов. Запасы ресурсов, нормы расхода и цены реализации единицы каждого вида продукции приведены в таблице.

Вид ресурсов	Норма расхода ресурсов на единицу продукции			Запасы ресурсов
	I вид	II вид	III вид	
Труд	3	6	4	2000
Сырье 1	20	15	20	15000
Сырье 2	10	15	20	7400
Оборудование	0	3	5	1500
Цена изделия	6	10	9	

Требуется:

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум выручки от реализации готовой продукции, получить оптимальный план выпуска продукции.

2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план с помощью теорем двойственности.

4. На основе свойств двойственных оценок и теорем двойственности:

• проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане исходной задачи;

• определить, как изменятся выручка и план выпуска продукции при увеличении запаса ресурса первого вида на 24 единицы;

•оценить целесообразность включения в план изделия четвертого вида ценой 11 единиц, если нормы затрат ресурсов 8, 4, 20 и 6 единиц.

Задание 2: ***Для следующих задач составить и решить двойственные и, используя их решение, найти решение исходных задач***

Вариант 11

$$Z(X) = -x_1 + x_2 + x_3 \to \min,$$
$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 \geq 1, \\ -2x_1 + 3x_2 \geq 1, \\ -3x_1 + 4x_2 - 2x_3 \leq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3. \end{cases}$$

Вариант 12

$$Z(X) = 2x_1 + 6x_2 + 12x_3 \to \min,$$
$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 \geq 1, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 \geq 0, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 \geq -2, \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3. \end{cases}$$

Вариант 13

$$Z(X) = 4x_1 + 6x_2 + 2x_3 \to \min,$$
$$\begin{cases} 2x_2 + 2x_3 \geq 3, \\ x_1 + x_2 - x_3 \geq 2, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 2, \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3. \end{cases}$$

Вариант 14

$$Z(X) = x_1 + x_2 + 3x_3 \to \min,$$
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 4, \\ x_1 + x_2 - x_3 \geq 3, \\ x_2 + 2x_3 \geq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3. \end{cases}$$

Вариант 15

$$Z(X) = x_1 + 2x_2 + x_3 \to \min,$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 6, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 2, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 \geq 2, \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3 \end{cases}$$

Вариант 16

$$Z(X) = 2x_1 + 6x_2 + 2x_3 \to \min,$$
$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 \geq 1, \\ -2x_1 - 3x_2 - x_3 \leq 1, \\ x_1 + x_2 - x_3 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3. \end{cases}$$

Вариант 17

$$Z(X) = 3x_1 + 7x_2 + 10x_3 \to \min,$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 5, \\ x_1 + x_2 \geq 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 \leq 7, \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3. \end{cases}$$

Вариант 18

$$Z(X) = 6x_1 + 2x_2 + 3x_3 \to \min,$$
$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - 3x_3 \geq 4, \\ x_1 + x_3 \geq 2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 10, \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3. \end{cases}$$

Вариант 19

$$Z(X) = 15x_1 + 7x_2 + 12x_3 \to \min,$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 2, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 \geq 3, \\ 5x_1 + x_2 + 4x_3 \geq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3. \end{cases}$$

Вариант 20

$$Z(X) = 4x_1 + 3x_2 + x_3 \to \min,$$
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 7, \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 1, \\ 11x_1 + 7x_2 + 4x_3 \leq 27, \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3 \end{cases}$$

Вариант 21

$Z(X) = 2x_1 + 5x_2 + x_3 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} -3x_1 - 2x_2 + x_3 \geq 5, \\ 2x_1 + 4x_2 - 4x_3 \geq 3, \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 \geq 6, \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3. \end{cases}$$

Вариант 22

$Z(X) = 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} -3x_1 - 5x_2 + 2x_3 \leq 4, \\ -2x_1 - 3x_2 + x_3 \geq 3, \\ 3x_1 + 6x_2 - x_3 \geq 5, \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3. \end{cases}$$

Вариант 23

$Z(X) = -x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 \geq 1, \\ -2x_1 + 3x_2 \geq 1, \\ -3x_1 + 4x_2 - 2x_3 \leq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3. \end{cases}$$

Вариант 24

$Z(X) = 2x_1 + 6x_2 + 12x_3 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 \geq 1, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 \geq 0, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 \geq -2, \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3. \end{cases}$$

Вариант 25

Решить исходную задачу симплексным методом:

$Z(X) = 5x_1 + 4x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 24 \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 24 \end{cases}$$

$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, .$

Составить двойственную задачу и найти ее решение с помощью теорем двойственности.

Раздел 2. ИГРОВЫЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ В ЭКОНОМИКЕ

Тема 5. Игры с седловыми точками и их решение

Задание:1. ***Для следующих задач определите верхнюю и нижнюю цены игры и, если возможно, то и седловую точку***

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & -4 & 0 \\ -2 & 5 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \\ -4 & 3 & -1 & -2 \\ -5 & 5 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 6 & 5 \\ 3 & 3 & 7 & 7 \\ 4 & 3 & 4 & 2 \\ 5 & 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 0{,}6 & 0{,}7 & 0{,}8 \\ 0{,}6 & 0{,}2 & 0{,}4 & 0{,}9 & 1{,}0 \\ 0{,}7 & 0{,}4 & 0{,}7 & 1{,}2 & 0{,}9 \\ 1{,}1 & 0{,}6 & 0{,}5 & 1{,}0 & 0{,}6 \\ 0{,}3 & 0{,}5 & 0{,}9 & 0{,}7 & 1{,}0 \\ 1{,}2 & 0{,}4 & 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}6 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 3 & 5 & 4 & 6 \\ 4 & 3 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 5 & 3 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}3 & -0{,}3 & 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}7 \\ 0{,}6 & 0{,}4 & 0{,}2 & 0{,}9 & 0{,}8 \\ 0{,}7 & 0{,}5 & 0{,}7 & 1{,}1 & 0{,}6 \\ 1{,}2 & 0{,}2 & 0{,}4 & 0{,}7 & 0{,}6 \\ 0{,}2 & 0{,}4 & 0{,}8 & 0{,}7 & 1{,}1 \\ 1{,}3 & 0{,}5 & 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}6 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 8 & 7 \\ 9 & 4 & 8 & 5 \\ 5 & 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$A=\begin{pmatrix}1&4&6&5\\5&6&3&9\\7&3&5&4\end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$A=\begin{pmatrix}4&8&-1&-2\\5&9&3&2\\5&-7&-2&4\end{pmatrix}$$

Вариант 11

$$A=\begin{pmatrix}3&-5&1&-2\\4&2&-4&3\\2&-3&5&4\end{pmatrix}$$

Вариант 12

$$A=\begin{pmatrix}3&5&4&1\\4&6&3&5\\2&3&4&6\end{pmatrix}$$

Вариант 13

$$A=\begin{pmatrix}2&9&10&5\\3&4&8&7\\-4&3&-4&-2\\8&5&-3&-4\end{pmatrix}$$

Вариант 14

$$A=\begin{pmatrix}7&10&8&5\\5&4&10&7\\4&3&-2&-3\\6&5&-3&-4\end{pmatrix}$$

Вариант 15

$$A=\begin{pmatrix}1&2&8&4\\3&4&5&7\\4&3&2&0\\8&5&1&2\end{pmatrix}$$

Вариант 1 6

$$A=\begin{pmatrix}-2&9&5&7\\-3&8&3&5\\4&2&2&6\\8&-1&-3&3\end{pmatrix}$$

Вариант 17

$$A=\begin{pmatrix}2&7&10&6\\3&8&7&3\\-4&3&-4&-2\\8&5&-3&4\end{pmatrix}$$

Вариант 18

$$A=\begin{pmatrix}4&-5&1&5\\3&4&8&7\\5&10&-4&-2\\7&2&-3&-4\end{pmatrix}$$

Вариант 19

$$A=\begin{pmatrix}3&6&1\\5&2&4\\1&4&5\end{pmatrix}$$

Вариант 20

$$A=\begin{pmatrix}3&6&1&4\\5&2&4&2\\2&1&5&4\end{pmatrix}$$

Вариант 21

$$A=\begin{pmatrix}3&6&1&4\\5&3&6&2\\1&4&3&5\end{pmatrix}$$

Вариант 22

$$A=\begin{pmatrix}5&3&8&2\\2&6&4&3\\9&5&3&7\\8&7&5&4\end{pmatrix}$$

Вариант 23

$$A=\begin{pmatrix}5&8&7&6\\10&11&5&7\\12&10&8&4\\7&11&10&3\end{pmatrix}$$

Вариант 24

$$A=\begin{pmatrix}8&7&10&5\\6&4&11&3\\10&5&9&7\\4&8&3&12\end{pmatrix}$$

Вариант 25

$$A=\begin{pmatrix}6&3&7&5&8\\7&1&4&9&10\\7&4&8&12&9\\11&5&5&10&7\\3&5&10&7&10\\12&4&3&3&6\end{pmatrix}$$

Вариант 26

$$A=\begin{pmatrix}3&2&5&10&8\\7&5&4&9&1\\7&4&8&2&9\\9&4&5&11&7\\4&5&10&7&10\\8&4&3&4&6\end{pmatrix}$$

Вариант 27

$$A=\begin{pmatrix}0{,}5&0{,}3&0{,}6&0{,}7&0{,}8\\0{,}6&0{,}2&0{,}4&0{,}9&1{,}0\\0{,}7&0{,}4&0{,}7&1{,}2&0{,}9\\1{,}1&0{,}5&0{,}4&1{,}0&0{,}6\\0{,}3&0{,}5&0{,}9&0{,}7&1{,}0\\1{,}2&0{,}4&0{,}3&0{,}2&0{,}6\end{pmatrix}$$

Вариант 28

$$A=\begin{pmatrix}4&5&6&7&10\\9&3&6&5&7\\7&6&8&11&10\\8&5&4&7&4\end{pmatrix}$$

Вариант 29

$$A=\begin{pmatrix}20&50&30&40&70&10\\15&70&10&30&40&20\\80&50&40&25&80&70\\45&90&25&55&60&50\end{pmatrix}$$

Вариант 30

$$A=\begin{pmatrix}4&5&6&7\\2&3&4&5\\7&6&8&10\\8&5&3&7\end{pmatrix}$$

Тема 6.Антагонистические игры. Решение игры *2x2* аналитическим методом

Задание:2. ***Дайте геометрическую интерпретацию решения игры для двух игроков. Для проверки геометрического решения проведите также алгебраические расчеты и сравните результаты, с полученными, геометрическим способом.***

Вариант 1

$$A=\begin{pmatrix}6 & 9\\ 7 & 4\end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A=\begin{pmatrix}4 & 1\\ 2 & 4\end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A=\begin{pmatrix}2 & 7\\ 4 & 3\end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A=\begin{pmatrix}3 & 5\\ 8 & 2\end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$A=\begin{pmatrix}10 & 11\\ 15 & 4\end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$A=\begin{pmatrix}5 & 8\\ 9 & 3\end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 4 & 2\end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$A=\begin{pmatrix}9 & 13\\ 14 & 4\end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$A=\begin{pmatrix}5 & 9\\ 8 & 3\end{pmatrix}$$

Вариант 11

$$A=\begin{pmatrix}9 & 4\\ 2 & 8\end{pmatrix}$$

Вариант 12

$$A=\begin{pmatrix}8 & 2\\ 1 & 5\end{pmatrix}$$

Вариант 13

$$A=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 5 & 3\end{pmatrix}$$

Вариант 14

$$A=\begin{pmatrix}5 & 4\\ 2 & 5\end{pmatrix}$$

Вариант 15

$$A=\begin{pmatrix}8 & 3\\ 3 & 4\end{pmatrix}$$

Вариант 16

$$A=\begin{pmatrix}3 & 9\\ 4 & 2\end{pmatrix}$$

Вариант 17

$$A=\begin{pmatrix}7 & 1\\ 3 & 4\end{pmatrix}$$

Вариант 18

$$A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 2 & 4\end{pmatrix}$$

Вариант 19

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 20

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 21

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 22

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Вариант 23

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$$

Вариант 24

$$A = \begin{pmatrix} -6 & -2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Вариант 25

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Вариант 26

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 27

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Тема 7. Графический метод решения антагонистических игр в смешанных стратегиях

Задание:3. ***Дайте геометрическую интерпретацию решения игры для двух игроков. Для проверки геометрического решения проведите также алгебраические расчеты и сравните их с результатами, полученными геометрическим способом.***

Вариант 1

$$A=\begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 0{,}6 & 0{,}7 & 0{,}8 \\ 0{,}6 & 0{,}5 & 0{,}4 & 0{,}9 & 1{,}1 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A=\begin{pmatrix} 3 & -5 & 1 & -2 \\ 4 & 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 & 4 \\ 4 & 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A=\begin{pmatrix} 1{,}1 & 0{,}6 & 0{,}8 & 1{,}0 & 0{,}4 \\ 1{,}2 & 0{,}4 & 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}6 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 & 4 & 2 \\ 5 & 2 & 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$A=\begin{pmatrix} -5 & 3 & -1 & -2 & 2 \\ -2 & 5 & -3 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$A=\begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 & -2 \\ -2 & 5 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 5 & 8 & 5 \\ 7 & 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 & 5 \\ 5 & 2 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Вариант 11

$$A=\begin{pmatrix} 7 & 10 & 8 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 7 & 10 & 8 \end{pmatrix}$$

Вариант 12

$$A=\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 13

$$A=\begin{pmatrix} 5 & 3 & 7 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

Вариант 14

$$A=\begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & 8 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 15

$$A=\begin{pmatrix} 7 & 3 & 6 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 16

$$A=\begin{pmatrix}3 & 9 & 6 & 4\\ 7 & 6 & 9 & 8\end{pmatrix}$$

Вариант 17

$$A=\begin{pmatrix}5 & 6 & 3 & 8\\ 2 & 9 & 4 & 7\end{pmatrix}$$

Вариант 18

$$A=\begin{pmatrix}5 & 8 & 4 & 7 & 6\\ 1 & 2 & 8 & 4 & 3\end{pmatrix}$$

Вариант 19

$$A=\begin{pmatrix}3 & 7 & 6 & 4\\ 8 & 4 & 9 & 8\end{pmatrix}$$

Вариант 20

$$A=\begin{pmatrix}8 & 7 & 4 & 4 & 7\\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10\end{pmatrix}$$

Вариант 21

$$A=\begin{pmatrix}5 & 8 & 6 & 4 & 7\\ 3 & 2 & 4 & 8 & 9\end{pmatrix}$$

Вариант 22

$$A=\begin{pmatrix}3 & 6 & 1 & 4\\ 5 & 2 & 4 & 2\end{pmatrix}$$

Вариант 23

$$A=\begin{pmatrix}3 & 6 & 1 & 4\\ 5 & 3 & 6 & 2\end{pmatrix}$$

Вариант 24

$$A=\begin{pmatrix}1 & 4 & 6 & 5\\ 5 & 6 & 3 & 9\end{pmatrix}$$

Вариант 25

$$A=\begin{pmatrix}7 & -5 & -2 & 4\\ 5 & 1 & 3 & 2\end{pmatrix}$$

Вариант 26

$$A=\begin{pmatrix}3 & 5 & 1 & 1\\ 4 & 2 & 3 & 3\end{pmatrix}$$

Вариант 27

$$A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 3 & 6\\ -2 & 4 & -1 & 5\end{pmatrix}$$

Задание: 4. ***Для задач 1-20 дайте геометрическую интерпретацию решения игры для двух игроков. Для проверки геометрического решения проведите также алгебраические расчеты и сравните результаты с геометрическими.***

Вариант 1

$$A=\begin{pmatrix}3 & 8\\ 7 & 6\\ 4 & 5\\ 9 & 2\\ 6 & 1\end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A=\begin{pmatrix}3 & 5\\ 5 & 7\\ 4 & 1\\ 2 & 4\\ 6 & 3\end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A=\begin{pmatrix}7 & 3\\ 4 & 7\\ 5 & 8\\ 2 & 4\\ 1 & 3\end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A=\begin{pmatrix}-4 & 2\\ 5 & 7\\ 2 & -8\\ -1 & 4\\ 6 & -3\end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$A=\begin{pmatrix}4 & 2\\ 5 & 3\\ 2 & 8\\ 1 & 4\end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 5 & 2\\ 4 & 7\\ 2 & 8\end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 5 & 3\\ 4 & 8\\ 2 & 4\end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$A=\begin{pmatrix}5 & 2\\ -3 & 1\\ 2 & -8\\ 4 & 6\end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$A=\begin{pmatrix}7 & 6\\ 5 & 4\\ 4 & 8\\ 6 & 5\end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$A=\begin{pmatrix}2 & 9\\ 5 & 4\\ 4 & 8\\ 7 & 6\\ 3 & 2\end{pmatrix}$$

Вариант 11

$$A=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 1 & 6\\ 2 & 3\\ 3 & 5\end{pmatrix}$$

Вариант 12

$$A=\begin{pmatrix}3 & 6\\ 5 & 2\\ 1 & 3\\ 4 & 5\end{pmatrix}$$

Вариант 13

$$A=\begin{pmatrix}4 & 8\\ 3 & 4\\ 6 & 5\\ 7 & 2\\ 6 & 3\end{pmatrix}$$

Вариант 14

$$A=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 5 & 2\\ 7 & 9\\ 3 & 5\\ 8 & 3\end{pmatrix}$$

Вариант 15

$$A=\begin{pmatrix}6 & 3\\ 5 & 2\\ 1 & 4\\ 3 & 6\\ 7 & 3\end{pmatrix}$$

Вариант 16

$$A=\begin{pmatrix}2 & 6\\ 3 & 7\\ 4 & 2\\ 6 & 5\\ 8 & 3\end{pmatrix}$$

Вариант 17

$$A=\begin{pmatrix}3 & 6\\ 4 & 2\\ 6 & 5\\ 8 & 3\end{pmatrix}$$

Вариант 18

$$A=\begin{pmatrix}-5 & 1\\ 1 & 4\\ 2 & -3\\ -4 & 3\end{pmatrix}$$

Вариант 19

$$A=\begin{pmatrix}-2 & 9\\ -3 & 4\\ 4 & -3\\ 8 & 2\end{pmatrix}$$

Вариант 20

$$A=\begin{pmatrix}-2 & 5\\ -3 & 4\\ 4 & -3\\ 8 & 3\end{pmatrix}$$

Вариант 21

$$A=\begin{pmatrix}2 & 9\\ 3 & 4\\ -4 & 3\\ 8 & 5\end{pmatrix}$$

Вариант 22

$$A=\begin{pmatrix}8 & 5\\ 6 & 7\\ -4 & -2\\ -3 & -4\end{pmatrix}$$

Вариант 23

$$A=\begin{pmatrix}7 & 10\\ 5 & 4\\ 4 & 3\\ 6 & 5\end{pmatrix}$$

Вариант 24

$$A=\begin{pmatrix}8 & 5\\ 9 & 6\\ -2 & -3\\ -3 & -5\end{pmatrix}$$

Вариант 25

$$A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 5 & 6\\ 4 & 3\\ 3 & 5\end{pmatrix}$$

Вариант 26

$$A=\begin{pmatrix}4 & 2\\ 1 & 4\\ 2 & 3\\ 3 & 5\end{pmatrix}$$

Вариант 27

$$A=\begin{pmatrix}4 & 8\\ 7 & 6\\ 2 & 5\\ 3 & 5\end{pmatrix}$$

Тема 8. Нахождение решения матричной игры *mxn* в смешанных стратегиях

Задание:5. ***Для следующих задач, найдите для двух игроков решение в смешанных стратегиях***

Вариант 1

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A=\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 7 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 4 \\ 3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 6 \\ 2 & 4 & 3 \\ 8 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$A=\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$A=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 & 2 \\ -1 & 4 & 8 & 1 \\ 6 & -1 & 2 & 9 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 6 & 4 & 2 \\ 7 & 2 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 6 & 4 & 5 \\ 7 & 2 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 11

$$A=\begin{pmatrix} -2 & 8 & 5 & 7 \\ -3 & 9 & 3 & 5 \\ 8 & -1 & 9 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 12

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 14 & 7 \\ 8 & 9 & 6 \\ 5 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Вариант 13

$$.A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 4 & 6 & 3 \\ 3 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

Вариант 14

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 7 & 4 \\ 3 & 1 & 4 \\ 6 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 15

$$A=\begin{pmatrix} 10 & 11 & 7 \\ 19 & 14 & 11 \\ 15 & 13 & 19 \end{pmatrix}$$

Вариант 16

$$A=\begin{pmatrix}2&3&2\\2&2&4\\5&2&3\end{pmatrix}$$

Вариант 17

$$A=\begin{pmatrix}9&5&5\\2&6&9\\6&2&4\end{pmatrix}$$

Вариант 18

$$A=\begin{pmatrix}2&3&6&5\\1&2&7&3\\5&4&3&0\end{pmatrix}$$

Вариант 19

$$A=\begin{pmatrix}2&3&1&2\\3&5&2&3\\1&2&4&1\end{pmatrix}$$

Вариант 20

$$A=\begin{pmatrix}5&7&-4&3\\2&1&3&6\\-2&4&-1&5\end{pmatrix}$$

Вариант 21

$$A=\begin{pmatrix}3&5&1&1\\4&2&3&3\\2&1&5&4\end{pmatrix}$$

Вариант 22

$$A=\begin{pmatrix}2&1&7\\9&5&4\\5&3&9\end{pmatrix}$$

Вариант 23

$$A=\begin{pmatrix}7&-5&-2&4\\5&1&3&2\\-2&4&-1&5\end{pmatrix}$$

Вариант 24

$$A=\begin{pmatrix}1&2&8\\2&8&4\\5&4&9\end{pmatrix}$$

Вариант 25

$$A=\begin{pmatrix}4&-3&-2\\2&3&4\\3&2&-1\\-2&6&-1\end{pmatrix}$$

Вариант 26

$$A=\begin{pmatrix}3&3&4\\5&7&3\\4&6&9\end{pmatrix}$$

Вариант 27

$$A=\begin{pmatrix}6&3&7\\8&5&1\\4&9&12\\3&7&8\\12&4&6\end{pmatrix}$$

Вариант 28

$$A=\begin{pmatrix}2&9&10&5\\3&4&8&7\\-4&3&-4&-2\\8&5&-3&-4\end{pmatrix}$$

Вариант 29

$$A=\begin{pmatrix}7&10&8&5\\5&4&10&7\\4&3&-2&-3\\6&5&-3&-4\end{pmatrix}$$

Вариант 30

$$A=\begin{pmatrix}1&2&8&4\\3&4&5&7\\4&3&2&5\\8&5&1&2\end{pmatrix}$$

Раздел 3. МОДЕЛИ МИКРОЭКОНОМИКИ

Тема 9. Модели поведения потребителей. Функции спроса

Вариант 1

Функция полезности имеет вид: $U(x,y) = 2ln(x\text{-}1) + 3ln(y\text{-}1)$. Цена единицы первого блага равна 8, второго - 16. На приобретение этих благ может быть затрачена сумма, равная 100. Определить характеристики оптимального набора для потребителя и функции спроса на товары. Изобразите допустимое множество и кривые безразличия.

Вариант 2

Функция полезности имеет вид: $U(x,y) = 0{,}5ln(x\text{-}2) + 2ln(y\text{-}1)$. Цена единицы первого блага равна 2 , второго - 4. На приобретение этих благ может быть затрачена сумма, равная 1000. Определить характеристики оптимального набора для потребителя и функции спроса на товары. Изобразите допустимое множество и кривые безразличия.

Вариант 3

Функция полезности имеет вид: $U(x,y) = 2(x\text{-}1)^2 + (y\text{-}1)^2$. Цена единицы первого блага равна 2, второго - 3. На приобретение этих благ может быть затрачена сумма, равная 120. Определить характеристики оптимального набора для потребителя и функции спроса на товары. Изобразите допустимое множество и кривые безразличия.

Вариант 4

Функция полезности имеет вид: $U(x,y) = lnx + ln2y$. Цена единицы первого блага равна 2, второго - 3. На приобретение этих благ может быть затрачена сумма, равная 1000. Определить характеристики оптимального набора для потребителя и функции спроса на товары. Изобразите допустимое множество и кривые безразличия.

***Вариант* 5**

Решите задачу потребительского выбора, найдя функции спроса, при ценах благ $p_1 = 10$, $p_2 = 2$ и доходе $I = 60$, со следующей функцией предпочтения: $U(x,x_2) = x_1x_2$. Определить характеристики оптимального набора для потребителя и функции спроса на товары. Изобразите допустимое множество и кривые безразличия.

***Вариант* 6**

Решите задачу потребительского выбора, найдя функции спроса, при ценах благ $p_1 = 10$, $p_2 = 2$ и доходе $I = 60$, со следующей функцией предпочтения: $U(x_1,x_2) = x_1^{1/2}x_2^{2/3}$. Определить характеристики оптимального набора для потребителя и функции спроса на товары. Изобразите допустимое множество и кривые безразличия.

***Вариант* 7**

Решите задачу потребительского выбора, найдя функции спроса, при ценах благ $p_1 = 10$, $p_2 = 2$ и доходе $I = 60$, со следующей функцией предпочтения: $U(x_1,x_2) = x_1 \cdot x_2^3$. Определить характеристики оптимального набора для потребителя и функции спроса на товары. Изобразите допустимое множество и кривые безразличия.

***Вариант* 8**

Решите задачу потребительского выбора, найдя функции спроса, при ценах благ $p_1 = 10$, $p_2 = 2$ и доходе$I = 60$, со следующей функцией предпочтения: $U(x,y) = (4-x)^2 + (10-y)^2$. Определить характеристики оптимального набора для потребителя и функции спроса на товары. Изобразите допустимое множество и кривые безразличия.

***Вариант* 9**

Для набора из двух товаров на рынке, известных ценах на них $p_1= 4$ и $p_2= 8$ и доходе $I= 80$ функция полезности имеет вид: $U(x,y) = x^{0,5}y^{0,5}$ Определить характеристики оптимального набора для потребителя и функции спроса на товары. Изобразите допустимое множество и кривые безразличия.

Вариант 10

Целевая функция потребления для двух товаров имеет вид: $U(x,y) = 3x^2y^3$, а вектор цен равен p = (2; 4); величину дохода обозначим I = 15. Определить характеристики оптимального набора для потребителя и функции спроса на товары. Изобразите допустимое множество и кривые безразличия.

Вариант 11

Целевая функция потребления для двух товаров имеет вид: $U(x,y) = x^{2/3}y^{1/3}$, а вектор цен равен p = (2; 5); величину дохода обозначим I = 80. Определить характеристики оптимального набора для потребителя и функции спроса на товары. Изобразите допустимое множество и кривые безразличия.

Вариант 12

Решите задачу потребительского выбора, найдя функции спроса, при ценах благ $p_1 = 10$, $p_2 = 5$ и доходе I = 100, со следующей функцией предпочтения: $U(x,y) = 3x^{2/3}y^{1/3}$ Определить характеристики оптимального набора для потребителя и функции спроса на товары. Изобразите допустимое множество и кривые безразличия.

Вариант 13

Решите задачу потребительского выбора, найдя функции спроса, при ценах благ $p_1 = 3$, $p_2 = 9$ и доходе I = 30, со следующей функцией предпочтения: $U(x,y) = xy$. Определить характеристики оптимального набора для потребителя и функции спроса на товары. Изобразите допустимое множество и кривые безразличия.

Вариант 14

Целевая функция потребления для двух товаров имеет вид: $U(x,y) = 20x^{1/4} y^{3/4}$, а вектор цен равен p = (2; 4); величину дохода обозначим I = 40. Определить характеристики оптимального набора для потребителя и функции спроса на товары. Изобразите допустимое множество и кривые безразличия.

Вариант 15

Решите задачу потребительского выбора, найти функции спроса, при ценах благ $p_1 = 5$, $p_2 = 10$ и доходе I = 50, со следующей функцией предпочтения: $U(x,y) = 5(2-x)^2 + (6-y)^2$. Определить характеристики оптимального набора для потребителя и функции спроса на товары.

Вариант 16

Функция полезности имеет вид: $U(x,y) = 1n3x + 1ny$. Цена единицы первого блага равна 4, второго - 6. На приобретение этих благ может быть затрачена сумма, равная 2000. Определить характеристики оптимального набора для потребителя и функции спроса на товары. Изобразите допустимое множество и кривые безразличия.

Вариант 17

Решите задачу потребительского выбора, найдя функции спроса, при ценах благ $p_1 = 6$, $p_2 = 12$ и доходе I = 300, со следующей функцией предпочтения: $U(x,y) = xy$. Определить характеристики оптимального набора для потребителя и функции спроса на товары. Изобразите допустимое множество и кривые безразличия.

Вариант 18

Решите задачу потребительского выбора, найдя функции спроса, при ценах благ $p_1 = 8$, $p_2 = 5$ и доходе I = 200, со следующей функцией предпочтения: $U(x,y) = 3x^{2/3}y^{1/3}$ Определить характеристики оптимального набора для потребителя и функции спроса на товары. Изобразите допустимое множество и кривые безразличия.

Вариант 19

Целевая функция потребления для двух товаров имеет вид: $U(x,y) = 5x^3y^2$, а вектор цен равен p = (4; 6); величину дохода обозначим I = 44. Определить характеристики оптимального набора для потребителя и функции спроса на товары. Изобразите допустимое множество и кривые безразличия.

Вариант 20

Решите задачу потребительского выбора, найдя функции спроса, при ценах благ $p_1 = 10$, $p_2 = 4$ и доходе I = 260, со следующей функцией предпочтения: $U(x_1,x_2) = x_1 \cdot x_2^3$. Определить характеристики оптимального набора для потребителя и функции спроса на товары. Изобразите допустимое множество и кривые безразличия.

Тема 10. Модели поведения производителей. Производственная функция

Вариант 1

Производственная функция фирмы имеет следующий вид: $F(x_1, x_2) = 3x_1^{1/6}x_2^{2/3}$. Средняя стоимость единицы труда составляет 10 ден.ед., а стоимость единицы капитала (1 ден.ед.) – 20% годовых. Рыночная цена выпускаемой продукции - 10 ден.ед. Определить оптимальный состав ресурсов, годовой выпуск продукции, издержки производства и прибыль.

Вариант 2

Задана производственная функция $F(x, y) = 24\ \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{y^2}$, цены на единицу первого и второго ресурсов - ω_1 =*27*ден.ед., ω_2 = *4*ден.ед., а так же ограничения С в сумме С = 6 ден.ед., которая может быть потрачена на приобретение ресурсов (сумма ≤ С). Рыночная цена выпускаемой продукции - 15 ден.ед. Найти значения величин используемых ресурсов (x, y), при которых фирма – производитель получит наибольшую прибыль. Определить оптимальный состав ресурсов, годовой выпуск продукции, издержки производства и прибыль.

Вариант 3

Производственная функция, характеризующая выпуск продукции предприятием за год, имеет вид: $f(x, y) = \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{y}$, Стоимость единицы первого ресурса равна 5 ден.ед., второго – 10 ден.ед. В силу бюджетных ограничений на ресурсы может быть потрачено не более 600 ден.ед. Рыночная цена выпускаемой продукции - 10 ден.ед. Определить оптимальный состав ресурсов, годовой выпуск продукции, издержки производства и прибыль.

Вариант 4

Рекламное объявление в газете стоит 500 марок, минута телевизионного времени – 1500 марок. Недельный рекламный бюджет фирмы – 15000 марок. Если x_1, x_2 – соответственно число объявлений в газете и число минут рекламного времени на телевидении в неделю, то прибыль фирмы за неделю: $П(x_1, x_2) = 4x_1x_2 - 5x_1^2 - x_2^2 + 20x_1 + 100000$ Как следует использовать рекламный бюджет, чтобы прибыль была максимальна?

***Вариант* 5**

Производственная функция, характеризующая выпуск продукции предприятием за год, имеет вид: $F = 10x^{0,4}y^{0,4}$, где x – количество затраченного за год труда (человеко – часов); y – затраты на капитал. Средняя стоимость единицы труда составляет 10 ден.ед., а стоимость единицы капитала (рубля) – 20% годовых. Рыночная цена выпускаемой продукции - 10 ден.ед. Определить оптимальный состав ресурсов, годовой выпуск продукции, издержки производства и прибыль.

***Вариант* 6**

Задана производственная функция: $f(x, y) = 10\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{y}$, цены на единицу первого и второго ресурсов- $\omega_1 = 2$ден.ед., $\omega_2 = 4$ден.ед., а так же ограничения С в сумме С = 12 ден.ед., которая может быть потрачена на приобретение ресурсов.Рыночная цена выпускаемой продукции - 20 ден.ед. Определить оптимальный состав ресурсов, годовой выпуск продукции, издержки

Вариант 7

Выпуск однопродуктовой фирмы определяется ПФКД: $f(K;L) = 4K^{1/6}L^{1/3}$. Найти распределение фондов К и затрат труда L , при котором выпуск будет максимальным, если на аренду фондов и оплату труда выделено 200ден.ед., стоимость аренды фондов $\omega_к = 10$ ден.ед. на единицу фондов, ставка зарплаты $\omega_L = 20$ден.ед./чел. Рыночная цена выпускаемой продукции - 25 ден.ед. Определить оптимальный состав ресурсов, годовой выпуск продукции, издержки производства и прибыль.

Вариант 8

Производственная функция фирмы: $F(X) = 10x_1^{1/3}x_2^{2/3}$. Цены покупки ресурсов: 5 и 10 ден.ед./ед. соответственно. Рыночная цена выпускаемой продукции – 10 ден.ед., издержки производства предприятия не должны превышать: 100 ден.ед. Определить оптимальный состав ресурсов, годовой выпуск продукции и прибыль.

Вариант 9

Производственная система описывается производственной функцией:*f (K;L)* = $20\ K^{1/4}L^{3/4}$. Стоимость единицы первого ресурса равна - 4 ден.ед., второго – 12 ден.ед. В силу бюджетных ограничений, на ресурсы может быть потрачено не более 300 ден.ед. Рыночная цена выпускаемой продукции - 15 ден.ед. Определить оптимальный состав ресурсов, годовой выпуск продукции, издержки производства и прибыль.

Вариант 10

Производственная функция фирмы имеет следующий вид: $F(x_1, x_2) = -4x_1^2 + 24x_1 + 2x_1x_2 + 6x_2 - x_2^2$, где x_1, x_2 – затраты ресурсов. Определить максимальный выпуск и обеспечивающие этот выпуск затраты ресурсов.

Вариант 11

Производственная функция равна $f(x, y) = \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{y}$, стоимость единицы первого ресурса равна 5, второго – 10. В силу бюджетных ограничений на ресурсы может быть потрачено не более 600 ден.ед. Рыночная цена выпускаемой продукции – 4 ден.ед. В этих условиях найти оптимальное для производителя значение (*x;y*) количества используемых ресурсов, оптимальный годовой выпуск продукции, оптимальные издержки, оптимальную прибыль.

Вариант 12

Задана производственная функция $f(x,y) = 10\sqrt{x}\cdot\sqrt[3]{y}$, цены на единицу первого и второго ресурсов - 2 ден. ед. и 4ден.ед, а так же ограничения в сумме 12 ден. ед, которая может быть потрачена на приобретение ресурсов. Рыночная цена выпускаемой продукции – 2 ден.ед. В этих условиях найти оптимальное для производителя значение (*x;y*) количества используемых ресурсов, оптимальный годовой выпуск продукции, оптимальные издержки, оптимальную прибыль.

Вариант 13

Задана производственная функция $f(x,y) = 24\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt[3]{y^2}$, цены на единицу первого и второго ресурсов – 27 ден. ед. и 4 ден.ед, , а так же ограничения в сумме 6 ден. ед, которая может быть потрачена на приобретение ресурсов. Рыночная цена выпускаемой продукции – 5 ден.ед. В этих условиях найти оптимальное для производителя значение (*x;y*) количества используемых ресурсов, оптимальный годовой выпуск продукции, оптимальные издержки и прибыль.

Вариант 14

Производственная система описывается производственной функцией $f(K,L)= 20\, K^{1/4}L^{3/4}$. Стоимость единицы первого ресурса равна 5, второго – 8. В силу бюджетных ограничений на ресурсы может быть потрачено не более 240 ден.ед. В этих условиях найти оптимальное для производителя значение (*x;y*) количества используемых ресурсов, оптимальный годовой выпуск продукции, оптимальные издержки прибыль.

Вариант 15

Выпуск фирмы определяется ПФ: $У= 4K^{1/6}L^{1/3}$. Найти значения фондов K и затрат труда L , при котором выпуск будет максимальным, если на аренду фондов и оплату труда выделено 200ден.ед., стоимость аренды фондов $\omega_к$=10ден.ед. на единицу фондов, ставка зарплаты ω_L=20ден.ед/чел.

***Вариант* 16**

Производственная функция фирмы имеет следующий вид: $f(x_1,x_2)=3x_1^{1/3}x_2^{2/3}$. Цены покупки ресурсов: 5 и 10 ден.ед./ед. соответственно.Издержки производства предприятия не должны превышать: 180 ден.ед. Определить оптимальный состав ресурсов, годовой выпуск продукции.

***Вариант* 17**

Производственная функция: $f(x,y) = 5x^{1/3}\cdot y^{1/3}$ описывает зависимость между затратами ресурсов x и y, и выпуском *f(x,y)*. Определить максимальный выпуск, если $x + y = 9$.

***Вариант* 18**

Производственная функция фирмы имеет следующий вид: $F(X)=-4x_1^2+24x_1+2x_1x_2+6x_2-x_2^2$, где x_1, x_2 – затраты ресурсов. Определить максимальный выпуск и обеспечивающие этот выпуск затраты ресурсов.

***Вариант* 19**

Функционирование производственной системы описывается производственной функцией $f(K,L) = 5K^{3/5}\cdot L^{4/5}$.Стоимость единицы первого ресурса равна 5ден.ед, второго – 8ден.ед. В силу бюджетных ограничений на ресурсы может быть потрачено не более 360 ден.ед. Определить максимальный выпуск и обеспечивающие этот выпуск затраты ресурсов.

***Вариант* 20**

Производственная система описывается производственной функцией $f(x_1,x_2) = 5x_1^{1/3}\cdot x_2^{2/3}$ Стоимость единицы первого ресурса равна 9 ден.ед, второго – 11 ден.ед. В силу бюджетных ограничений на ресурсы может быть потрачено не более 330 ден.ед. Определить состав ресурсов при котором выпуск продукции будет максимальным.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гетманчук А.В. Экономико-математические методы и модели [Электронный ресурс]: учебное пособие для бакалавров/ Гетманчук А.В., Ермилов М.М.- Электрон.текстовые данные.- М.: Дашков и К, 2013.- 188 с.- Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/14124.- ЭБС «IPRbooks», по паролю

2. Экономико-математические методы и прикладные модели [Электронный ресурс]: учебное пособие/ В.В. Федосеев [и др.].- Электрон.текстовые данные.- М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2012.- 304 с.- Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/15500.- ЭБС «IPRbooks», по паролю

3. Ильченко, А.Н. Практикум по экономико-математическим методам [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ильченко А.Н., Ксенофонтова О.Л., Канакина Г.В.- Электрон.текстовые данные.- М.: Финансы и статистика, 2014.- 288 с.- Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/18831.- ЭБС «IPRbooks», по паролю

4. Семёнов, А.Г. Математические модели в экономике [Электронный ресурс]: учебное пособие / Семёнов А.Г., Печерских И.А.- Электрон.текстовые данные. - Кемерово: Кемеровский технологический институт пищевой промышленности, 2011.- 187 с.- Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/14374.- ЭБС «IPRbooks», по паролю

5. Кузнецов, Б.Т. Математика [Электронный ресурс]: учебник / Кузнецов Б.Т.— Электрон.текстовые данные.- М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010.- 719 с.- Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/8092.- ЭБС «IPRbooks», по паролю

6. Алексеенко В.Б. Математические модели в экономике [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Алексеенко В.Б., Коршунов Ю.С., Красавина В.А.- Электрон.текстовые данные.- М.: Российский университет дружбы народов, 2013.- 80 с.- Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/22160.- ЭБС «IPRbooks», по паролю

7. Абрашин, Е.А. Экономико-математические методы и модели [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Абрашин Е.А., Комаров В.А.— Электрон.текстовые данные.- Волгоград: Волгоградский институт бизнеса, Вузовское образование, 2009.- 207 с.- Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/11367.- ЭБС «IPRbooks», по паролю.

8. Забудский, Г.Г. Математическое моделирование в экономике [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Забудский Г.Г.- Электрон.текстовые данные.- Омск: Омский государственный университет, 2008.- 91 с.- Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/24897.- ЭБС «IPRbooks», по паролю.

9. Кремер, Н.Ш. Исследование операций в экономике [Текст] : учебное пособие / Н.Ш. Кремер. - М. : ЮНИТИ, 2009. - 407 с.

10. Невежин, В.П. Сборник задач по курсу «Экономико-математическое моделирование» [Текст] : учебное пособие для вузов / В.П. Невежин, Кружилов С.И. - М. : ОАО «Издательский Дом» «Городец», 2005. – 320 с.

11. Колемаев, В.А. Математическая экономика [Текст] : учебник для вузов / В.А. Колемаев. - М. : ЮНИТИ – ДАНА, 2005. – 399 с.

12. Шапкин, А.С. Математические методы и модели исследования операций [Текст] : учебник / А.С. Шапкин, Н.П. Мазаева. - М. : Издательско-торговая корпорация "Дашков и К", 2004. - 400 с.

13. Юденков, А.В. Математическое программирование в экономике [Текст] : учебное пособие / А.В. Юденков, М.И. Дли, В.В. Круглов. – М. : Финансы и статистика, 2010. – 240 с.

14. Орлова, И.В. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование [Текст] : учебное пособие / И.В. Орлова, В.А. Половников. - М. : Вузовский учебник, 2007. – 365 с.

15. Ильченко, А.Н. Практикум по экономико-математическим методам [Текст] : учебное пособие / А.Н. Ильченко, О.Л. Ксенофонтова, Г.В. Канакина. - М. : Финансы и статистика; ИНФРА-М, 2009. – 288 с.

16. Стрикалов, А.И. Экономико-математические методы и модели [Текст] : пособие к решению задач / А.И.Стрикалов, И. А. Печенежская. – Ростов н/Д : Феникс, 2008. – 348 с.

17. Бродецкий, Г.Л. Экономико-математические методы и модели в логистике: процедуры оптимизации: Учеб. для студентов учреждений высшего профессионального образования / Г.Л. Бродецкий. - М.: ИЦ Академия, 2012. - 288 с.

18. Гармаш, А.Н. Экономико-математические методы и прикладные модели: Учебник для бакалавриата и магистратуры / А.Н. Гармаш, И.В. Орлова, В.В. Федосеев. - Люберцы: Юрайт, 2016. - 328 с.

19. Гетманчук, А.В. Экономико-математические методы и модели: Учебное пособие / А.В. Гетманчук, М.М. Ермилов. - М.: Дашков и К, 2015. - 188 с.. - 188 с.

20. Оклей, П.И. Экономико-математические методы и модели поддержки принятия решений при эксплуатации тепловых электростанций / П.И. Оклей. - М.: Ленанд, 2016. - 160 с.

21. Орлова, И.В. Экономико-математические методы и прикладные модели: Учебник для бакалавров / И.В. Орлова. - М.: Юрайт, 2013. - 328 с. 7. Орлова, И.В. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование: Учебное пособие / И.В. Орлова. - М.: Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 389 с.

22. Попов, А.М. Экономико-математические методы и модели: Учебник для бакалавров / А.М. Попов. - М.: Юрайт, 2013. - 479 с. 9. Смагин, Б.И. Экономико-математические методы / Б.И. Смагин. - М.: КолосС, 2012. - 271 с.

23. Хуснутдинов, Р.Ш. Экономико-математические методы и модели: Учебное пособие / Р.Ш. Хуснутдинов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 224 с.

24. Продюсерство. Экономико-математические методы и модели: Учебное пособие / Под ред. Ю.В. Криволуцкого, Л.А. Фунберг. - М.: ЮНИТИ, 2015. - 319 с.

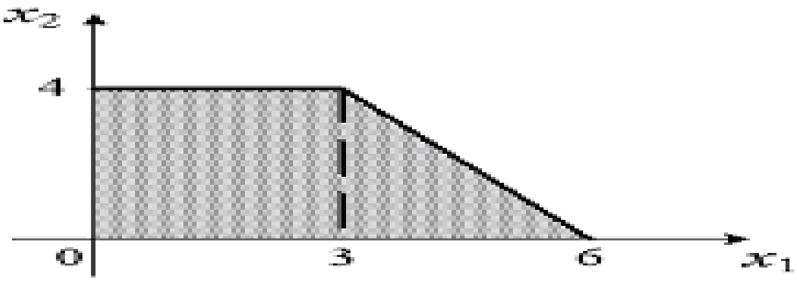
Приложение 1

Тесты остаточных знаний по ЭММиМ

ВАРИАНТ 1

Задание №1

Область допустимых решений задачи линейного программирования имеет вид:



Тогда максимальное значение функции $z = 3x_1 + 4x_2$ равно...

- 25
- 24
- 16
- 27

Задание 2

Неоклассическая мультипликативная производственная функция переменных K и L может иметь вид ...

- $f(K,L) = K^{0,5} L^{0,2}$
- $f(K,L) = 0,5K + 0,2L$
- $f(K,L) = K^{5} L^{0,2}$
- $f(K,L) = K^{-0,5} L^{-0,5}$

Задание 3

Если игра двух лиц с нулевой суммой устойчива, ни один из игроков не может улучшить ожидаемый выигрыш, отступив от своей минимаксной (максиминной) стратегии.

1) да *2) нет*

Задание 4

Даны функции спроса $q = \dfrac{2p+6}{p}$ и предложения $s = p + 3$, где p — цена товара. Тогда ***равновесная цена*** равна...

- 2
- 7
- 3
- 5

Задание 5

Условия оптимальности, используемые в симплекс-методе, различны для случаев максимизации и минимизации целевой функции.

1) верно 2) неверно

Задание 6

Каждая игра двух лиц с нулевой суммой может быть представлена парой прямой и двойственной задач линейного программирования.

1) да 2) нет

Задание 7

Функция полезности потребления имеет вид $U = U(X, Y) = X^{0,3}\, Y^{0,7}$. Тогда при $X = Y$ предельная норма замещения продукта Y продуктом X $\left(k = -\dfrac{U'_y}{U'_x}\right)$ равна ...

- $\frac{7}{3}$
- $-\frac{3}{7}$
- $\frac{3}{7}$
- $-\frac{7}{3}$

Задание 8

Прибавление одного и того же числа ко всем элементам платежной матрицы игры двух лиц с нулевой суммой влияет только на значение игры, не изменяя оптимальных смешанных стратегий.

1) да 2) нет

Задание 9

Функция спроса зависит:

1) только от цен; 2) только от дохода; 3) от предложения и дохода; 4) от предложения и цен; 5) от цен и дохода.

Задание 10

Дана функция полезности $u = x + 3\sqrt{y}$. Тогда кривая безразличия задается уравнением…

- $\frac{x}{3\sqrt{y}} = C$
- $1 + \frac{3}{2\sqrt{y}} = C$
- $x + 3\sqrt{y} = C$
- $3x\sqrt{y} = C$

Задание 11

Даны функции спроса $q = \frac{p+8}{p+1}$ и предложения $s = 2p + 2{,}5$, где p – цена товара. Тогда *равновесный объем* «спроса-предложения» $(q = s)$ равен…

1) 1 2) 3 3)4 .5 4) 5

Задание 12

Производственная функция задается как $Y = K^{0,5} \cdot L^{0,5}$, где K – капитал, L – труд. Тогда предельный продукт капитала $\frac{\partial Y}{\partial K}$ при $K = 8$, $L = 50$ равен…

- 20
- 1,25
- 0,4
- 0,2

Задание 13

Функция полезности потребления имеет вид: U = U (X;Y) = $X^{0,3}Y^{0,7}$. Тогда при У = X предельная норма замещения продукта Y продуктом X (k = -$\frac{U'_Y}{U'_X}$) равна:

1) 7/3 2) -3/7 3) 3/7 4)-7/3

Задание 14

Для мультипликативной производственной функции $Y = 2K^{0,57}L^{0,64}$ коэффициент эластичности по труду равен ...

- 3,21
- 1,21
- 0,57
- 0,64

Задание 15

Средний продукт (АР) определяется как:

а) только TP/L (TP — суммарный продукт, L — труд);

б) только ТР/К (К — капитал);

в) только ТР/М (М — объем используемых материалов);

г) любое из вышеперечисленных определений.

Задание 16

Выполнение условия оптимальности всегда гарантирует, что получаемое на новой итерации значение целевой функции будет лучше, чем на итерации, непосредственно предшествующей данной.

1) верно 2) неверно

Задание 17

Производственная функция Кобба-Дугласа имеет вид:

а) $y = a \cdot x_1 \cdot x_2$; б) $y = a_0(x_1^{a_1})(x_2^{a_2})$; в) $y = a_0 \cdot x + a_1$

Задание 18

Для того чтобы можно было использовать симплекс – метод, все переменные должны быть неотрицательными.

1) верно 2) неверно

Задание 19

Если производственная функция определяется уравнением: У = 100+4К^2 + 10L, тогда уравнение предельного продукта капитала имеет вид:

а) 8К+10L; б) 8К; в) 100 + 24К; г) 100+ 10L.

Задание 20

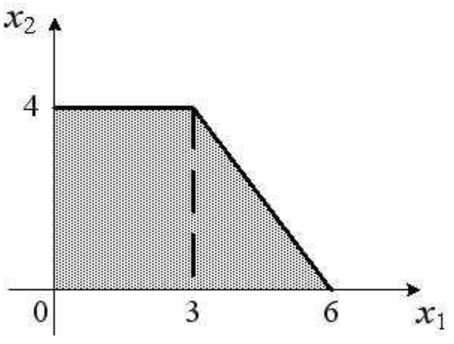
Оптимальное решение в игре двух лиц с нулевой суммой всегда является седловой точкой независимо от того, смешанные или чистые стратегии используют игроки.

1) да 2) нет

ВАРИАНТ 2

Задание №1

Область допустимых решений задачи линейного программирования имеет вид:



Тогда максимальное значение функции $z = 3x_1 + 4x_2$ ***равно...***

1) 27 2) 16 3) 24 4) 25

Задание 2

Функция полезности потребления имеет вид:* U = U (*X;Y*) = *X*^{0,3}Y^{0,7}*. Тогда при У = X предельная норма замещения продукта* Y *продуктом* X (k = - $\frac{U'_Y}{U'_X}$) *равна:

1) 7/3 2) -3/7 3) 3/7 4)-7/3

Задание 3

Если игра двух лиц с нулевой суммой устойчива, ни один из игроков не может улучшить ожидаемый выигрыш, отступив от своей минимаксной (максиминной) стратегии.

1) да 2) нет

Задание 4

Функцией полезности потребителя, удовлетворяющей свойству убывания предельной полезности, может быть функция ...

- $u(x, y) = x^{-\frac{3}{8}} y^{-\frac{5}{8}}$
- $u(x, y) = x^{\frac{3}{8}} y^{\frac{1}{4}}$
- $u(x, y) = \frac{x^{\frac{3}{8}}}{y^{\frac{1}{4}}}$
- $u(x, y) = \frac{y^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{3}{8}}}$

Задание 5

Каждая игра двух лиц с нулевой суммой может быть представлена парой прямой и двойственной задач линейного программирования.

1) да 2) нет

Задание 6

Прибавление одного и того же числа ко всем элементам платежной матрицы игры двух лиц с нулевой суммой влияет только на значение игры, не изменяя оптимальных смешанных стратегий.

1) да 2) нет

Задание 7

Оптимальное решение в игре двух лиц с нулевой суммой всегда является седловой точкой независимо от того, смешанные или чистые стратегии используют игроки.

1) да *2) нет*

Задание 8

Неоклассическая мультипликативная производственная функция переменных K и L может иметь вид ...

○ $f(K,L) = K^7 L^{0,5}$

○ $f(K,L) = 0,7K + 0,5L$

○ $f(K,L) = K^{0,7} L^{0,5}$

○ $f(K,L) = K^{-0,7} L^{-0,3}$

Задание 9

Функция спроса зависит:

1) только от цен; 2) только от дохода; 3) от предложения и дохода;

4) от предложения и цен; 5) от цен и дохода.

Задание 10

Даны функции спроса $q = \frac{2p+7}{p}$ и предложения $s = p + 3,5$, где p — цена товара. Тогда *равновесная цена* равна...

○ 2

○ 3,5

○ 7,5

○ 5,5

Задание 11

Дана функция полезности u = x+3 $\sqrt{y}$. Тогда кривая безразличия задается уравнением:

1) $\frac{x}{3\sqrt{y}}$ =C   2)1+ $\frac{3}{2\sqrt{y}}$ =C   3)3x $\sqrt{y}$ =C   4)x+3 $\sqrt{y}$ =C

Задание 12

Оптимальное решение в игре двух лиц с нулевой суммой всегда является седловой точкой независимо от того, смешанные или чистые стратегии используют игроки.

1) да   2) нет

Задание 13

Производственная функция задается как Y=K^{0,5}L^{0,5}, где K – капитал, L – труд. Тогда предельный продукт капитала $\frac{\partial Y}{\partial K}$ при K=50, L=8 равен:

1) 0,2   2)1,25   3)2,5   4)2,0

Задание 14

Для мультипликативной производственной функции Y=2K^{0,57}L^{0,64} коэффициент эластичности по труду равен:

1) 3,21   2)0,64   3)0,57   4)1,21

Задание 15

Даны функция спроса q=$\frac{2p+7}{p}$ и предложения s=p+3.5, где p – цена товара. Тогда равновесная цена равна:

1) 2   2) 7,5   3) 5,5   4) 3,5

Задание 16

Предельный продукт труда (MP) определяется как:

а) только $\Delta TP/\Delta L$;   б) только *d(TP)/dL*;   в) только *dQ/dL*;

г) любое из вышеперечисленных (где *TP — суммарный продукт, L — труд*);

Задание 17

Выполнение условия оптимальности всегда гарантирует, что получаемое на новой итерации значение целевой функции будет лучше, чем на итерации, непосредственно предшествующей данной.

1) верно 2) неверно

Задание 18

Средний продукт (АР) определяется как:

а) только TP/L (TP — суммарный продукт, L — труд); б) только TP/K (К — капитал); в) только TP/M (М — объем используемых материалов);
г) любое из вышеперечисленных определений.

Задание 19

Для того чтобы можно было использовать симплекс – метод, все переменные должны быть неотрицательными.

1) верно 2) неверно

Задание 20

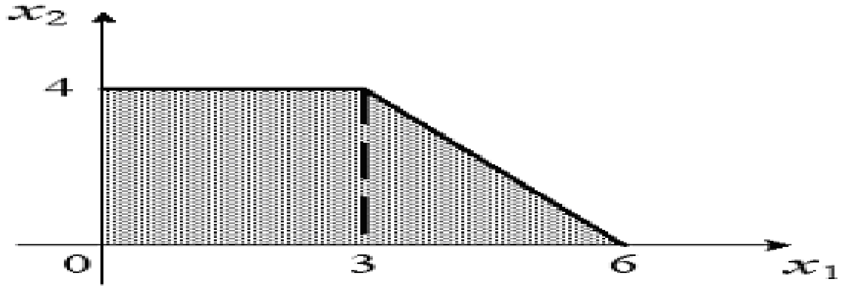
Условия оптимальности, используемые в симплекс-методе, различны для случаев максимизации и минимизации целевой функции.

1) верно 2) неверно

ВАРИАНТ 3

Задание 1

Область допустимых решений задачи линейного программирования имеет вид:



Тогда максимальное значение функции $z = 3x_1 + 4x_2$ равно...

- 27
- 25
- 16
- 24

Задание 2

Дана функция полезности $u = 3\sqrt{x} + y$ ***. Тогда кривая безразличия задается уравнением...***

- $\frac{3}{2\sqrt{x}} + 1 = C$
- $\frac{3\sqrt{x}}{y} = C$
- $3\sqrt{x} + y = C$
- $3y\sqrt{x} = C$

Задание 3

Производственная функция задается как $Y = K^{0,5} \cdot L^{0,5}$ ***где К - капитал. L - труд. Тогда предельный продукт труда*** $\frac{\partial Y}{\partial L}$ ***при К = 36*** $_s$ ***L = 9 равен...***

1) 18 2) 2 3) 1 4) 0,25

Задание 4

Если игра двух лиц с нулевой суммой устойчива, ни один из игроков не может улучшить ожидаемый выигрыш, отступив от своей минимаксной (максиминной) стратегии.

1) да 2) нет

Задание 5

Прибавление одного и того же числа ко всем элементам платежной матрицы игры двух лиц с нулевой суммой влияет только на значение игры, не изменяя оптимальных смешанных стратегий.

1) да 2) нет

Задание 6

Даны функции спроса $q = \dfrac{p+8}{p+1}$ ***и предложения s = 2p + 25, где р -цена товара. Тогда равновесный объем «спроса-предложения» (q = s) равен...***

1) 1 2) 13,5 3)8 4) 4,5

Задание 7

Каждая игра двух лиц с нулевой суммой может быть представлена парой прямой и двойственной задач линейного программирования.

1) да 2) нет

Задание 8

Дня мультипликативной производственной функции $Y = 2K^{0,59}L^{0,64}$ ***коэффициент эластичности по труду равен ...***

1) 3,23 2) *0,59* *3)* 0,64 4)1,23

Задание 9

Функция полезности потребления имеет вид: U = U (X;Y) = $X^{0,3}Y^{0,7}$***. Тогда при У = X предельная норма замещения продукта Y продуктом X (k = -*** $\dfrac{U_Y^|}{U_X^|}$***) равна:***

1) 7/3 2) -3/7 3) 3/7 4)-7/3

Задание 10

Функцией полезности потребителя, удовлетворяющей свойству убывания предельной полезности, может быть функция ...

○ $u(x, y) = \dfrac{x^{\frac{3}{8}}}{y^{\frac{1}{4}}}$

○ $u(x, y) = \dfrac{y^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{3}{8}}}$

○ $u(x, y) = x^{-\frac{3}{8}}y^{-\frac{5}{8}}$

○ $u(x, y) = x^{\frac{3}{8}}y^{\frac{1}{4}}$

Задание 11

Функция спроса зависит:

1) только от цен; 2) только от дохода; 3) от предложения и дохода; 4) от предложения и цен; 5) от цен и дохода.

Задание 12

Условия оптимальности, используемые в симплекс-методе, различны для случаев максимизации и минимизации целевой функции.

1) верно   2) неверно

Задание 13

Неоклассическая мультипликативная производственная функция переменных K и L может иметь вид ...

- $f(K,L) = K^{7} L^{0,5}$
- $f(K,L) = K^{-0,7} L^{-0,3}$
- $f(K,L) = 0,7K + 0,5L$
- $f(K,L) = K^{0,7} L^{0,5}$

Задание 14

Оптимальное решение в игре двух лиц с нулевой суммой всегда является седловой точкой независимо от того, смешанные или чистые стратегии используют игроки.

1) да   2) нет

Задание 15

Коэффициент эластичности выпуска по по i – му ресурсу определяется как:

а) *MP/AP;*   б) *MP·AP*;   в) *AP/MP*.

(где с*редний продукт – AP, предельный продукт* - *MP)*

Задание 16

Изокванта это:

а) линия равного выпуска;   б) линия эффективности производства;

в) линия постоянной предельной нормы замещения факторов производства.

Задание 17

Выполнение условия оптимальности всегда гарантирует, что получаемое на новой итерации значение целевой функции будет лучше, чем на итерации, непосредственно предшествующей данной.

1) верно   2) неверно

Задание 18

Даны функции спроса $q = \dfrac{2p+6}{p}$ и предложения $s = p + 3$, где p – цена товара. Тогда ***равновесная цена*** равна...

- 3
- 7
- 2
- 5

Задание 19

Для того чтобы можно было использовать симплекс – метод, все переменные должны быть неотрицательными.

1) верно 2) неверно

Задание 20

Предельный продукт труда (MP) определяется как:

а) только ΔTP/ΔL; б) только d(TP)/dL; в) только dQ/dL;

г) любое из вышеперечисленных определений.

Приложение 2

Вопросы для подготовки к экзамену

1. Метод моделирования. Математическое моделирование экономических систем. Особенности применения метода математического моделирования в экономике.

2. Классификация моделей. Этапы экономико-математического моделирования.

3. Общая постановка задачи линейного программирования. Примеры составления математических моделей экономических задач.

4.Математические основы методов линейного программирования: базисные и опорные решения; выпуклые множества точек; свойства выпуклых множеств; геометрический смысл решений неравенств, уравнений и их систем; свойства решений задачи линейного программирования.

5.Методы и приемы решения задачи линейного программирования. Графический метод решения задачи линейного программирования.

6.Методы и приемы решения задачи линейного программирования. Симплексный метод решения задачи линейного программирования. Нахождение первоначального допустимого базисного решения. Определение оптимального решения задачи линейного программирования.

7.Двойственные задачи линейного программирования. Виды математических моделей двойственных задач. Правила и алгоритм составления двойственной задачи.

8.Теоремы двойственности. Использование теорем двойственности для анализа оптимальных решений экономических задач.

9.Методы и модели нелинейного программирования. Постановка задачи нелинейного программирования, основные понятия. Геометрическая интерпретация задач нелинейного программирования. Классические методы определения экстремумов.

10.Методы и модели нелинейного программирования. Методы поиска условных экстремумов функций многих переменных: метод множителей Лагранжа.

11.Антагонистические игры. Определение антагонистической игры. Платежная матрица игры. Чистые и смешанные стратегии. Матричные игры. Оптимальные стратегии и их выбор.

12. Антагонистические игры. Ситуации равновесия и седловые точки. Решение игры с седловыми точками. Основная теорема теории матричных игр.

13.Игры без седловой точки и их решение в смешанных стратегиях. Теорема об активных стратегиях. Решение и графическая интерпретация конечных игр в смешанных стратегиях: аналитический метод решения игры 2×2; графический метод решения игр $2x2$, $2xn$, $mx2$.

14.Модели поведения потребителей. Потребительские предпочтения и его свойства. Функция полезности и ее свойства.

15. Кривые безразличия и их свойства. Бюджетное множество. Задача потребительского выбора и ее решение.

16.Модели поведения потребителей. Функции спроса. Кривые «доход-потребление», «цена - потребление».

17.Модели поведения производителей. Задача максимизации прибыли для долговременного промежутка времени в условиях совершенной конкуренции, и её решение.

18.Модели поведения производителей. Задача максимизации прибыли для кратковременного промежутка времени в условиях совершенной конкуренции, и её решение.

19.Модели производственно-технологического уровня. Ограничения и производственный процесс. Материальные балансы.

20.Производственная функция. Типы производственных функций.

21.Предельные и средние значения производственных функций. Коэффициент эластичности i-го фактора производства.

22.Основные виды производственных функций. Мультипликативная производственная функция Кобба – Дугласа и ее свойства.

23.Однородность производственной функции и влияние масштаба производства на эффективность производства. Изокванты и их свойства.

24.Закон убывающей отдачи факторов производства и вогнутость производственной функции. Предельная норма замещения факторов производства. Изоклины.

Учебное издание

Нина Адамовна ДЕГТЯРЕВА

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ МЕТОДАМ И МОДЕЛЯМ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Издательство «Цицеро»
454080, г. Челябинск, Свердловский пр., 60

Подписано к печати 29.06.2017
Формат 60x84 1/16 Объем 4,8 уч-изд.л.
Заказ № 537 Тираж 100 экз
Отпечатано на ризографе в типографии ФГБОУ ВО ЮУрГГПУ
454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 69