МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Развитие математического мышления на уроках геометрии в средней школе при решении задач на построение»

Выпускная квалификационная работа
по направлению 44.03.01 Педагогическое образование

Направленность программы бакалавриата
«Математика»
Форма обучения заочная

Проверка на объем заимствований:
63% авторского текста

Работа рекомендована к защите
«25» мая 2020 г.
И.о.зав. кафедрой математики и методики обучения математике
Шумакова Екатерина Олеговна

Выполнила:
Студентка группы ЗФ-513-087-5-1
Кирпичникова Алёна Игоревна
Научный руководитель:
Кандидат педагогических наук, доцент кафедры алгебры, геометрии и МПМ
Винтиш Татьяна Юрьевна

Челябинск
2020

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Одна из актуальнейших тем в обучении школьников, это формирование и развитие мышления по средствам общеобразовательных предметов. Стоит отметить, что стоит создавать специальные условия, а так же программы для предоставления тех или иных знаний, чтобы процесс обучения не был хаотичным.

Важной частью школьного курса математики является геометрия. Интеллектуальному развитию учащихся способствуют занятия по этой дисциплине. Заданий с геометрической составляющей ОГЭ и ЕГЭ в 9-м и 11-м классах становится больше из года в год, в то же время количество верно выполненных заданий по геометрии оставляет желать лучшего [4]

.

Развитие логического мышления на уроках геометрии это неотъемлемая часть процесса обучения. В помощь предлагаются различные курсы. Один из самых применяемых это «Наглядная геометрия» вместе с компьютерным сопровождением могут использоваться различные программы: PowerPoint, Excel, «Математический конструктор», «живая математика», «Geo-Gebra», что помогают развивать и формировать математическое мышление обучающихся, на занятиях.

Для развития логического и математического стиля мышления ребенка, необходимо развивать способность последовательно, связно рассуждать, из одних утверждений выводить логически другие (теоремы из аксиом и уже из известных теорем). В формировании такого мышления большой вклад вносит школьный предмет «Геометрия», в том числе изучение раздела задач на построение.

Актуальность данной квалификационной работы в том, что в настоящее время все большую важность приобретает вопрос математической компетентности, преподавателю выставляются все более высокие требования — каждый учитель должен раскрыть в себе педагогический талант и применять его в используемых методах и подходах к обучению детей.

Объектом исследования является процесс изучения геометрии.

Предметом исследования является развитие математического мышления в процессе решения задач на построения на уроках геометрии.

Гипотеза — возможно, если изучить влияния различных инструментов, предлагаемых современными методами обучения, на развитие математического мышления, при решении задач на построение в курсе геометрии средней школы, то процесс обучения станет эффективнее.

Цель квалификационной работе разработать методические рекомендации для проведения уроков геометрии на построение, что поспособствует развитию математического мышления в процессе обучения.

Задачи:

1) рассмотреть современные технологии обучения геометрии в средней школе;
2) разобрать понятие математического мышления;
3) рассмотреть основные этапы решения задач на построение;
4) проанализировать методы решения задач на построение;
5) разработать факультативный урок на один из методов решения “задач на построение”.

В первой главе описаны новые педагогические технологии применяемые для обучения математики, так же рассмотрены современные методики с использованием различных сервисов и программ. Во второй главе представлена взаимосвязь развития математического мышления при решении прикладных задач, которые в свою очередь помогают лучше понять изучаемый материал. В третьей главе приводится разработка факультативных занятий по данной теме, подбор задач и разбор решений.

ГЛАВА 1 СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДИКИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

1.1 Использование компьютера при обучении

В настоящее время роль компьютерных технологий в образовании значительно возросла. Это неудивительно, потому что это не только обеспечивает лучшее обучение, но и позволяет полностью освободить потенциал развития содержания предмета. Все это включает в себя компьютеризацию методических основ обучения, решение различных геометрических задач, таких как построение рисунков, построение математических моделей задач, которые занимают одно из главных мест в системе методических средств геометрического развития старшеклассников.

Особый практический интерес представляет определение роли и места компьютерных технологий в обучении геометрии. В связи с тем, что использование компьютерных технологий в обучении способно не только повысить эффективность обучения за счет наглядного представления информации, оказывающего положительное влияние на формирование и развитие гибкого геометрического мышления, но и создает представление о профессиональной деятельности, связанной с проектированием, конструированием и другой обработки визуальной информации. [4]. Предметно-ориентированные среды дают возможность оперировать с геометрическими объектами конкретного класса, реализуют геометрическое построение и преобразование. Превосходство их использования состоит в том, что учитель может самостоятельно создавать систему заданий на их базе и показывать материалы, которые соответствуют целям и задачам определенного урока. Впрочем, внедрение предметно-ориентированных сред в процессе изучения геометрии требует разработки, методического сопровождения и подготовки к их использованию специалистов.

1.2 Использование различных математических сервисов на уроке

Практическая работа считается основополагающей на занятиях курса наглядной геометрии с компьютерной помощью. Главные виды деятельности ребят: исследования, опыты, поиск закономерностей, конструирование. В компьютерном сопровождении курса могут применяться всевозможные программы: PowerPoint, Excel, «Математический конструктор», «живая математика», «Geo-Gebra» [1].

Главная задача курса наглядной геометрии с компьютерной поддержкой — становление у ребят практических навыков использования геометрических познаний и подготовка обучающихся к осознанному качественному изучению главного систематического курса геометрии.

Следя за изменяющимися геометрическими объектами и соответствующими значениями в режиме реального времени, в том числе и пятиклассники, могут находить некоторые закономерности, проводить опыты, имитировать построения циркулем и линейкой, выполнять геометрические преобразования и решать довольно трудные задачи с внедрением в компьютерную среду.

Программы «Математический конструктор», «живая математика», «Geo-Gebra» дают возможность моделировать всевозможные математические ситуации, делать анализ известных данных и делать открытие на основании довольно большущего числа экспериментов самостоятельно каждым учеником, а знание, раскрытое учащимся самостоятельно, как ведомо, усваивается гораздо проще [8]. Анимированные способности программ содействуют развитию геометрической интуиции ребенка.

С поддержкой данных программ дети имеют все шансы обнаружить закономерности в наблюдаемых геометрических явлениях, выражать определенные качества. Работа учащихся проводится по трем направлениям: анализ, исследование, построение [1]. Программы дают возможность решать большое количество дидактических задач, между которых:

• изучение изображений геометрических моделей;

• изучение моделей в зависимости от конфигураций и характеристик;

• достраивание модели;

• проведение вычислительного опыта и т. д.

Работа в программах производится и по готовым чертежам, разработанным учителем, и при автономном моделировании учениками геометрических объектов.

В итоге исследования курса геометрии, с компьютерной поддержкой, обучающиеся приобретают следующие умения:

• применять готовые компьютерные программы в процессе решения всевозможных задач, построения и проведения опытов и наблюдений;

• воплотить в жизнь исследовательскую, проектную работу и различные воздействия по добыче, хранению и передаче информации;

• воспользоваться научными способами познания находящегося вокруг мира и передовыми инноваторскими способами обучения.

Курс акцентирует построение персонажей с определенными свойствами. Впоследствии построения фигуры вы обязаны доказать или же другими словами обосновать, что построенная фигура владеет требуемыми свойствами. Здесь вы сможете увидеть компромисс между логической и визуальной составляющими геометрии. Данный компромисс подразумевает внедрение при доказательствах не только логических рассуждений. Обосновать значит убедить. Считаем, что возможности компьютерной программы могут быть убедительными, поэтому вначале принимаются доказательства компьютерной среды, в которой был построен чертеж [1]. Но далее, на уроках геометрии, используется теоремы основного курса.

Чтобы словесное описание геометрических объектов было наполненно содержанием, учащиеся должны располагать различными образами объектов и их связями с другими объектами. То вполне вероятно при помощи эмпирических изучений (наблюдение и описание объектов и их свойств) и экспериментальных (проектирование, моделирование, измерения, построение, изображение объектов) исследований объектов окружающей среды, предлагаемых курсом «Наглядная геометрия» с компьютерной помощью. А далее, в итоге накопления знаний, приобретенных эмпирическим и экспериментальным методом, нужно подводить учащихся к потребности в их логическом обосновании, собственно, что и подразумевает ведущее направление геометрии в школьной программе. Система практических задач-исследований факультативного курса ориентирована на комплексное усвоение учениками всех составляющих геометрической деятельности. Когда дети проводят компьютерные опыты, происходит органическое совершенствование способностей измерения, построения, изображения, конструирования, приблизительных расчетов, логического мышления и пространственной фантазии учащихся [4].Кроме того, использование компьютерных экспериментов развивает интуицию, создает базу для математического мышления учащихся.

1.3 Элементы логики в геометрии.

Довольно принципиально научить ребят с раннего возраста думать логически, то есть последовательно, связно. Прежде всего, это необходимо для их дальнейшего успешного обучения.

Подключение составляющих логики в изучение геометрии содействует естественному расширению геометрического кругозора и формированию у учащихся способностей владения математическим языком, развитию новых логических объектов, что, в свою очередь, определяет лучшее усвоение данных составляющих математического знания. И, естественно же, изучение курса математической логики содействует развитию логического мышления у ребят.

Логика — это наука, изучающая формы и законы мышления. Само слово произошло от греческого слова «logos», что означает «слово, понятие, разум». Законы и критерии формальной логики обязаны быть популярны для построения верных рассуждений. Согласно основному принципу логики, корректность объяснения (заключения) находится в зависимости лишь только от его логической формы и не зависит от определенного содержания его рассуждения. Свойственной чертой достоверного заключения считается то, что истинные выводы всегда получены из истинных утверждений. Это позволяет из одних истин получать иные с помощью только рассуждений, разума и без обращения к опыту.

Математическая логика — это конфигурация формальной логики, то есть науки, которая оценивает выводы с точки зрения их формальной структуры. Исследование матлогики начнем с ее более простого раздела — логики высказываний. В данном разделе вопрос об истинности или же ложности высказываний рассматривается и принимается решение на базе исследования способа построения утверждений из, например, базовых с внедрением логических связок. Главным понятием этого раздела логики конечно считается высказывание. Высказыванием именуется повествовательное предложение, про которое всегда определенно можно сказать, является оно истинным или ложным [5].

Бесспорно, что логику следует изучать систематически, последовательно и на протяжении всего периода обучения математике в средней школе. Кроме того, целесообразно соединять изучение составляющих логики с изучением курса математики, потому что в процессе изучения математики более продуктивно развивается умение рассуждать и думать логически.

Проблема становления логического мышления обязана быть отражена в курсе геометрии по причине недостаточной подготовки учащихся в данной части, большущего числа логических ошибок, допущенных учениками при усваиваемом содержании школьного предмета по геометрии, где предъявляются высочайшие запросы к логической организации материалов по сопоставлению с другими школьными предметами. Также нужно четко сформулировать проблему, потому что различные авторы имеют в виду разные задачи в развитии логического мышления [7]. В статьях-рекомендациях устанавливаются кое-какие нюансы общей задачи становления логического мышления. Нужно сформулировать проблему полностью. Есть различные толкования определений «логика мышления» и «логическое мышление». В педагогике и методологии преподавания математики эти понятия понимаются как обеспечение связей в уме. Это осознание включает логику поиска новых знаний (диалектическую логику), логику конструирования существующих знаний и логику здравого смысла. Есть еще сочетание элементарных психологических операций мыслительного процесса и логических форм. Нередко логические операции включают простые мыслительные операции: анализ, синтез, сравнение и т.д. Кроме того, понятия диалектического и логического мышления часто не четко разделены. Логическое рассуждение подразумевает недоступность скачка в мыслях, исключая отдельные связи в рассуждениях и общих рассуждениях, т.е. озарения, инсайта, интуиции.

Необходимо понять проблему развития логического мышления в абсолютной мере и универсальности и уметь его воплотить в жизнь в обычном образовательном процессе, не привлекая вспомогательного контента, методом размещения конкретных акцентов в обычном учебном материале. Развитие навыков логического мышления учащихся происходит быстрее, в случае есть изучение скооперировано конкретным образом, если внедрены отдельные логические формы. Зная конкретные логические формы, человек начинает думать яснее и выражать свои мысли в речи. Сегодняшняя обстановка в освоении норм логического мышления не имеет возможность являться удовлетворительной в массовой школе. Почти все ученики, выпускники средних учебных заведений делают бессчетные логические ошибки в определении терминов, их систематизации, путают прямые и обратные утверждения, свойства и признаки терминов, не понимают, как их квалифицировать, не умеют строить отрицание высказываний. Ученики путают определение, признак, свойство понятия. Вместо признака, необходимого при решении задачи, приводится определение или же свойство, а вместо определения — признак и т.д. Бессчетные промахи наблюдаются и при установлении связи между понятиями, при классификации понятий, при выяснении которых одна из теорем является следствием другой.

1.4 Практико-ориентированное обучение.

Современное образование в России перешло на Федеральный государственный стандарт второго поколения (ФГОС). В базу ФГОС нового поколения положена новая идеология. Образовательным учреждениям была дана задача взрастить у учащихся способность использовать познания и способности, обретенные в школе, в актуальных обстановках. Сейчас нам необходимы функционально компетентные выпускники, которые готовы вступать в дела с наружной средой, быстро приспосабливаться и работать в ней [6].

Перед педагогом стоит задача осуществить учебный процесс таким образом, чтобы он стал информативным, креативным ходом, в котором учебная работа учащихся считается удачной, а познания нужными. Один из возможных разновидностей заключения данной задачи заключается в разработке практико-ориентированного подхода к обучению учащихся.

Как и всякий учебный процесс, он реализован на учебных формах, способах и разработках обучения, осуществление коих может помочь получать новые познания и приобретать практический навык, его применение при решении важных задач и проблем.

Внедрение практико-ориентированного подхода к образовательному процессу вытекает из надобности розыска надлежащих образовательных технологий — композиции инструментов и способов изучения и становления, которые дают возможность благополучно достигать итогов, обозначенных в стандарте [1].

Этот подход разрешает значительно увеличить эффективность изучения. Данному содействует система отбора содержания учебного материала, помогающая учащимся расценивать значимость, практическую востребованность приобретаемых познаний и умений. В практико-ориентированном учебном процессе используются имеющийся у обучающихся житейский навык, а еще складывается новый навык на их базе [7].

Для реализации практико-ориентированного обучения необходимо разрабатывать специальные (нетрадиционные) задания и задачи.

Под практико-ориентированными задачами понимают задачи из обстоятельств реальности, связанные с развитием практических способностей, важных в будничной жизни, что в количестве с внедрением исторических материалов, элементов производственных процессов. Считают, что «Практико-ориентированные задачи имеют в общеобразовательной школе весомый смысл, до этого всего, для воспитания интереса к арифметике. На примере отлично составленных практико-ориентированных задач ученики станут убеждаться в смысле арифметики для всевозможных сфер людской работы, в ее полезности и надобности для практической работы, заметят широту способности арифметики, возьмут в толк ее роль в современной культуре».

Практико-ориентированные задачки играют особую роль в обучении геометрии, потому что именно здесь учащиеся развивают пространственное воображение и логическое мышление. Задачи должны быть выбраны так, чтобы можно было продемонстрировать связь с другими областями знаний. К таким задачам относятся задачи, связанны со строительством, проектированием, определением высоты объекта, определением расстояния до недоступной точки и др.

С принятием Федерального государственного образовательного стандарта изменились условия для результатов основных образовательных программ, условия для реализации и структура основной общеобразовательной программы, что невозможно без информационной образовательной среды, широкого использования информационных технологий и электронных образовательных ресурсов на уроках геометрии. Новые ФГОС обязывают учителей использовать ИКТ в образовательном процессе и, таким образом, обучать своих учеников их эффективному и содержательному применению.

Для жизни в современном обществе важно сформировать математический стиль мышления, который проявляется в определенных умственных навыках. Математика играет ведущую роль в формировании мышления, развитии способности применять действия в соответствии с определенным алгоритмом и построении нового. При выполнении решений задач — ведущей учебной деятельностью на уроках арифметики является развитие творческой и прикладной стороны мышления.

Изучение с внедрением практико-ориентированных задач приводит к более долговечному усвоению информации, вследствие того что ассоциации сделаны с определенными действиями и событиями. Индивидуальность данных заданий заключается в том, что собственно они увеличивают интерес учащихся, содействуют развитию любознательности и творческой активности [8]. Эти задачки развивают логическое и ассоциативное мышление, обеспечивают становление личности учащегося: наблюдение, способность понимать и обрабатывать информацию, создавать выводы из образного и аналитического мышления; умение использовать приобретенные познания для анализа наблюдательных процессов; развитие креативных возможностей учеников; раскрытие роли арифметики в современной цивилизации.

Не тайна, что сейчас основная масса учебных заведений помаленьку приспосабливается к образовательным стандартам третьего поколения. Таким образом, есть проблема подготовки обученных кадров для общества, которые сконцентрированы на математике как ведущей и важной науке[4]. Профессиональная ориентация позволяет нам рассматривать математику, для начала, как метод, которым мы можем построить профильно-ориентированный процесс изучения, во-вторых, как форму специфичной межпредметной связи общих и профессиональных знаний. Исходя из этого, развитие умственных способностей учащихся в построении и моделировании математики в реальное время является особенно необходимым.

Вывод по первой главе

В данной главе рассмотрены новые педагогические технологии применяющиеся для изучения математики. Использование различных сервисов и программ при обучении позволяет заменить многие традиционные средства обучения, что позволяет поддерживать интерес у учащихся к изучаемому предмету, создать обстановку, стимулирующую интерес ребенка.

ГЛАВА 2 РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ В ГЕОМЕТРИИ

2.1 Основные характеристики математического мышления

Обучение школьников системе математических познаний и овладение некоторыми математическими способностями считается одной из задач трудного процесса исследования математики. Второй задачей, не наименее важной, считается развитие мышления учащихся.

Изучая формирование теоретического мышления у школьников, Ю.М. Колягин считает, что концепция математического мышления подчиняется следующим ограничениям: 1) «математическое мышление» используется в качестве подходящего термина для работы; 2) задача состоит не в том, чтобы охарактеризовать математическое мышление с «внутренней», чисто психологической стороны, а в том, чтобы обнаружить конкретные особенности математического мышления, проявляющиеся в образовательной работе, и априори принять, что их развитие у учащихся, изучающих математику, повысит эффективность математического развития. Учащиеся в целом представили некоторые дидактические методы достижения такового становления в образовании [2]. В данных условиях Ю.В. М. Колягин вводит термин «математическое мышление»: «Математическое мышление - это, прежде всего, форма, в которой диалектическое мышление имеет место быть в процессе познания человеком конкретной математической науки или же в использовании математики в иных науках, разработках, народном хозяйстве и т.д; во-вторых, специфика, вытекающая из самой природы математических наук, способов ее исследования явлений в реальном мире, а также тех совокупных способов мышления, которые используются в данном случае. «Анализ, синтез, обобщение, абстракция - это просто логические особенности действий и операций, выполняемых над моделями, то есть особенности отдельных фаз динамического моделирования.

Математическая интерпретация Л.М. Фридмана интерпретируется следующим образом: «Математическое мышление — это чрезвычайно абстрактная теоретическая мысль, объекты которой лишены всякого смысла и могут быть интерпретированы самым произвольным образом при условии сохранения отношений между ними». По словам Фридмана, мы сразу же заключаем, что процесс формирования и становления мышления как способность решения задач обязан быть интегрирован в качестве одного из основных элементов методов обучения и методов моделирования. Среди них будет внедрение специального моделирования как метода познания. Математическое моделирование является неотъемлемой частью приложения решения.

Поэтому на основании гипотез Л.М. Фридмана, мы неизбежно сталкиваемся с необходимостью применять прикладные задачи к развитию математического мышления учащихся. Математическое мышление, которое считается частью мышления в целом, содержит собственные своеобразные особенности [4]. Это связано со спецификой математических дисциплин и специфичностью способов, применяемых для данной цели. Рассмотрим следующие особенности интеллектуальной деятельности, именуемые математическими способностями:

1. Получение математической информации: умение формализовать восприятие математического материала, понимание формальной структуры задачи.

2. Обработка математических данных:

а) умение логически думать в количественных и пространственных отношениях, а еще в числовых и знаковых символиках; умение думать с использованием математических символов;

б) умение проворно и обширно обобщать математические объекты, отношения и действия;

в) умение ограничивать математический процесс вывода и систему надлежащих действий; способность мыслить со сложными структурами;

г) гибкость мыслительных процессов в математической деятельности;

д) стремление к ясности, простоте, экономичности и рациональности решений;

е) способность проворно и свободно перестраивать направление мыслительного процесса, переход от прямого к обратному потоку мысли (обратимость мыслительного процесса в математическом мышлении).

3. Хранение математической информации: математическая память (обобщенная память для математических отношений, обычные признаки, схемы логического вывода и доказательства, методы решения задач и принципы подхода к ним).

4. Общая синтетическая составляющая: математическая направленность ума. Ю. М. Колягин к качествам научного мышления относит следующие: нетрадиционность, своеобразие, глубина, целенаправленность, рациональность, обобщенность, активность, критичность, доказательность мышления, организованность памяти, четкость и краткость речи и записи.

Своеобразие мышления заключается в применении необычных способов решения задач, популярных учащимся. Это следствие глубины мышления [2]. Глубина мышления характеризуется возможностью проникать в суть всякого исследуемого прецедента по отношению к иным фактам; раскрыть своеобразные, сокрытые особенности изучаемого материала (предмет задачи, способ ее решения, результат); умение строить модели определенные ситуации. Глубину мышления нередко именуют умением выделять то, что считается более необходимым. Противоположностью глубины мышления считается поверхностность мышления. Целенаправленность мышление характеризуется желанием сделать мудрый выбор действий для решения задачи, неизменным акцентом на цели, установленной данной задачей, и стремлением отыскать короткие пути ее достижения. Рациональность мышления характеризуется стремлением сберечь время и средства для решения трудности, стремлением отыскать подходящее решение в данных условиях для решения трудности, применяя схемы, знаки, символы в процессе решения проблем. Под широтой мышления понимается способность делать обобщенные способы воздействия, которые имеют расширенный диапазон возможностей передачи и использования в определенных, нестандартных случаях; умение определить проблему в целом, не теряя весомых подробностей, обобщить проблему, расширить диапазон итогов, полученных в итоге ее решения. Мыслительная работа характеризуется неизменными стараниями по решению определенных трудностей, изучением различных подходов к ее решению, исследованием всевозможных вариантов решения этой проблемы в зависимости от изменяющихся критерий и т. д. Критическое мышление характеризуется возможностью оценивать корректность избранных решений задач, итоги с точки зрения их достоверности и значительности. Подтверждение размышлений характеризуется возможностью быть терпеливым и осторожным в сборе достаточных фактов для вынесения суждения; готовность доказывать любой шаг в решении задачи, умение отличать достоверные и надежные результаты; раскрыть настоящую приверженность вывода [2]. Организованность памяти значит способность запоминать, длительное хранение, быстрое и верное воспроизведение информации, и упорядочить навык. Четкость, точность, краткость речи и записи — это особенности мышления, характерные для математического мышления. Они плотно связаны с вышеупомянутыми особенностями мышления. Без сомнения, все эти особенности характеризуют математический манерами мышления, который содержит собственную специфику. А. Я. Хинчин указал лишь на четыре свойственные особенности математического мышления:

1) «Для математики свойственно доведенное до предела преобладание логической схемы размышления. Данная индивидуальность стиля математического мышления, который так совершенно отсутствует в любой другой науке, имеет много ценных вещей. Разумеется, это позволяет максимально контролировать правильность потока мыслей и гарантирует от ошибок; с иной стороны, она вынуждает думающего при всякой дизъюнкции иметь перед глазами всю совокупность имеющихся возможностей и обязывает его принимать во внимание любую из них, не пропуская ни одной»;

2) «...лаконизм, сознательное желание всегда находить кратчайший, логичный путь, ведущий к конкретной цели, безрассудное неприятие всего, что не является абсолютно необходимым для безошибочной аргументации»;

3) «...четкое разделение потока аргументов». С этой целью в математической деятельности широко применяется такая простая техника, как нумерация терминов и предложений, указывающую, какой случай рассматривается в этом абзаце;

4) педантичная точность символики. «Каждый математический знак содержит строго конкретное значение: подмена его иными символом или перемещение его в другую часть, обычно приводит к искажению, а иногда и полностью разрушает смысл этого утверждения».

А.И. Маркушевич, характеризуя математическое мышление учащихся, назвал следующие особенности: умение отметить сущность трудности, отвлекая внимание от несущественных подробностей (умение абстрагировать); способность выстраивать эту закономерность явления, при котором сберегается лишь только то, собственно что нужно необходимо для математического толкования вопроса, а как раз: порядок отношений, количество, мера, месторасположение (умение схематизировать); что, в свою очередь, предлагает упрощение начальной постановки вопроса при помощи применения соответствующей рабочей догадки, возможность извлекать логические последствия из посылок (дедуктивное мышление); способность разбирать данную проблему, выделять отдельные случаи из них, различать, когда они исчерпали все способности; умение использовать выводы, приобретенные из теоретических суждений, к определенным задачам и сравнивать итоги с тем, что мы «рассчитали или теоретически предположили»; оценить воздействие меняющихся условий на достоверность результатов; обобщить выводы и задать новые вопросы в целом.

Похожие качества, характеризующие математическое мышление, были определены Б.В.Гнеденко. Основные элементы математического мышления можно выделить на основе специфики математического мышления. Связано не только с тем, что математические особенности присущи всем особенностям научного мышления, но и его специальным формам: специфическим и абстрактное мышление, функциональное мышление, интуитивное мышление и тому подобное. Мышление специфического (объективного) мышление находится в тесном взаимодействии с конкретной объектной моделью, оно делится на:

1) неоперативное (наблюдение, сенсорное восприятие);

2) оперативное (прямые воздействия с определенной моделью объекта).

Конкретное мышление играет весомую роль в разработке абстрактных понятий, в построении особых качеств математического мышления, становление которого способствует усвоению математических абстракций. Абстрактное мышление — это мышление, которое характеризует способность мысленно отходить от конкретного содержания исследуемого объекта в пользу его общих свойств, которые следует изучить. Абстрактное мышление делится на: аналитическое мышление; логическое мышление; пространственное мышление. Специфика аналитического мышления заключается в ясности отдельных фаз познания, в полной мере понимая как его содержание, так и используемые операции. Проявлением аналитического мышления является:

1) аналитический способ доказательства теорем и решения задач;

2) решение задач методом уравнений;

3) исследование результата решения некоторой задачи и т. п.

Специфика логического мышления заключается в:

1) умение выводить следствия из данных предпосылок;

2) способность выделять отдельные случаи из определенного общего положения;

3) способность теоретически прогнозировать конкретные результаты, обобщать результаты и т. д.

Дело в том, что мышление, в отличие от других процессов, происходит с определенной логикой. Поэтому в структуре мышления можно выделить следующие логические операции: сравнение, анализ, синтез, абстрагирование и обобщение. Кроме того, существуют также процессы мышления, выраженные в соответствующих формах. К ним относятся суждения, умозаключения, определение понятий, побуждение и дедукция. Хотя логические операции является органической частью мышления, они не всегда выступают как процесс, в котором действуют только логика и разум. Эмоции часто нарушают процесс мышления, изменяя его. Специфика пространственного мышления заключается в:

1) умении мысленно конструировать пространственные образы или схематические конструкции изучаемых объектов;

2) умении выполнять над ними операции, соответствующие им, которые должны были быть выполнены над самими объектами [2].

Интуитивное мышление, как один из элементов математического мышления, характеризуется тем, что в нем отсутствуют четко определенные этапы. Как правило оно основано ключевым образом на сжатом восприятии всей трудности сразу. Человек достигает ответа, который имеет возможность быть неплохим или нехорошим, не осознавая процесс, в котором он или же она получил желаемый ответ. Как правило интуитивное мышление базируется на познании базовых знаний в представленной области и их структуре и выделяет возможность реализовывать в облике прыжков быстрые переходы, обходя отдельные звенья. Эти функции требуют проверки приложений аналитическими методами. Функциональное мышление как элемент математического мышления характеризуется осознанием динамики общих и специфических связей между математическими объектами или их свойствами (и умением их использовать), что наглядно проявляется в связи с изучением одной из ведущих идей школьной математики — идеи функции. Майер П.А. Выявлены наиболее характерные особенности функционального мышления:

1) представление математических объектов в движении, изменении;

2) операционно-действенный подход к математическим фактам, оперирование причинно-следственными связями;

3) склонность к содержательным интерпретациям математических фактов, повышенное внимание к прикладным аспектам математики.

Развитие функционального мышления тесно связано с использованием задач на математическое выражение конкретных ситуаций с ярко выраженным «функциональным» содержанием и последующее использование их. Решение такой задачи содержит в себе три аспекта:

1) в изучаемом явлении выделяют основные, существенные связи, отбрасывая второстепенные, несущественные детали; вводят различного рода упрощения и допущения;

2) связав объекты, выступающие в изучаемом явлении, с числами или геометрическими образами, переходят от зависимостей между этими объектами к математическим соотношениям — формулам, таблицам, графикам;

3) полученные математические соотношения исследуют, пользуясь уже известными, выработанными и изученными правилами действий над ними, результаты исследования истолковывают в терминах и понятиях изучаемого явления [4].

Компоненты математического мышления: интуитивное мышление, конкретное мышление, абстрактное мышление, функциональное мышление. Особенности математического мышления: гибкость, точность, глубина, оригинальность, рациональность, критичность и т.д. Вместе они приводят к развитию особого стиля мышления — научного стиля мышления. Проблема развития математического стиля мышления учащихся является значительной и недостаточно разработанной в основных её положениях. Опыт показывает, что оснащение учеников системой научных знаний «автоматически» не обеспечивает им формирование научного стиля мышления. Научный стиль мышления — это уровень культуры мышления, к которому ученики могут прийти только благодаря целенаправленному, специально организованному сотрудничеству с ними. Исследование показало, при создании научного стиля математического мышления, как одного из основных факторов в обучении математике, необходимо учитывать интуитивное восприятие, которое должно возникнуть в данном случае. Чем более развита интуиция учащегося, тем выше его уровень математического мышления.

2.2 Геометрическое построение как средство решения прикладных задач

Выпускник обязан не только овладеть предметными знаниями, но и уметь с их поддержкой приходить к решению практических задач в аспектах реальной жизни. В связи с данным, одна из основных задач школьного образования — усиление практической направленности, в том числе, математики.

Переход средних учебных заведений на новые образовательные стандарты позволяет определить цели образования, отметить требования к его итогам, не лишь только предметным, но и в облике метапредметных и личностных результатов. Выпускник обязан не лишь только освоить предметные знания, но и уметь с их помощью решать практические задачки в критериях реальной жизни [5].

В связи с этим, одна из ведущих задач школьного образования — усиление практической направленности, в том числе, математики. В Концепции становления математического образования одной из задач указана проблема содержательного характера. Есть надобность расширения связи арифметики с другими школьными предметами, усиление прикладной направленности школьного курса математики [2]. Осуществление прикладной направленности школьного курса математики неразрывно связано с понятием прикладной задачи. По определению прикладная задача — это задачка, поставленная вне математики и решаемая математическими способами. Прикладная задачка имеет проблемную ситуацию, для разрешения которой необходимо избрать и использовать математические познания.

На базе имеющихся в реальное время разделов прикладной математики отличаются задачки на математическое моделирование, алгоритмизацию и программирование. Чаще всего в школьном курсе математики видятся задачи практического содержания, связанные с вычислением значений величин, встречающихся в практической деятельности; построением графиков и диаграмм. Для геометрии — это задачи на вычисление площадей и объемов тел, измерительные работы на местности, использование свойств фигур в архитектуре и строительстве [5].

В более популярных современных школах в учебнике геометрии 7-9 авторов Л.С.Атанасяна, В.Ф.Бутузова и др. наименее 3% задач имеют практический характер содержания. Основная масса этих задач встречается в темах: «Подобие треугольников», «Решение треугольников», «Длина окружности и площадь круга».

В следствии этого геометрические задачи с практическим содержанием для уроков стоит выбирать из различных книжек, сборников, материалов, предоставленных другими учителями-математиками.

Когда в тексте условия задачи описывается реальная ситуация из жизни, у детей формируется представление о появлении математики из практической жизненной актуальной надобности [5].Такие задачи интересны школьникам любого возраста, например задачу:

«Диаметр вала колодезного ворота равен 0,24 м. Чтобы вытянуть ведро со дна колодца, приходится делать 10 оборотов. Какова глубина колодца?».

Возможно, предложить обучающимся в 6 классе в теме «Длина окружности и площадь круга». Например, она увлекательна и для девятиклассников при подготовке к экзамену и решении задач блока «Реальная математика».

Следующую задачу можно рассмотреть в 8 классе при изучении темы «Подобие»: «Одно плечо шлагбаума имеет длину 4 м, другое 1 м. На сколько поднимется конец длинного плеча, если шлагбаум повернется из горизонтального положения около оси вращения на 60°? На сколько опустится при этом конец короткого плеча?».

В случае если данную задачу решать графически с помощью построений и измерений, тогда можно ее же рассматривать и в 5 классе (проводя построение угла с помощью транспортира), и в 7 классе (используя свойство прямоугольного треугольника и построение треугольника по трем элементам).

Еще один из примеров задачи для 8 класса при изучении темы «Теорема Пифагора»: «В 40 м одна от другой растут две сосны. Вы измерили их высоту: одна оказалась в 31 м высотой, другая молодая всего 6 м. Можете ли вы вычислить, как велико расстояние между их верхушками?»

К сожалению, еще меньше внимания в школьном курсе геометрии уделено задачкам на построение прикладного характера. Геометрические задачки на построение интегрированы в курс геометрии всех передовых учебников. Эти задачки развивают логическое и пространственное мышление, математическую интуицию, развивают способность к поиску необычных решений [6]. В ходе решения лишь только одной подобной задачки возможно реализовать требования ФГОС к формированию у обучающихся универсальных учебных действий (личностные, познавательные, регулятивные, коммуникативные):

На этапе анализа, когда проводится поиск решения задачи.

На этапе построения, когда отрабатывается умение работы с чертежными инструментами, происходит воплощение мысленного образа, развивается способность предвидеть результат своих действий.

На этапе доказательства, когда требуется установить, что найденное решение удовлетворяет условию.

На этапе исследования, когда выясняется возможность построения, является ли решение единственным, поиск других решений.

В то же время, культура решения задач на построение в рамках школьного курса геометрии недостаточно развита. Задач на построение прикладного и практического содержания в учебниках нет вообще.

Для увеличения внимания к таким задачам на занятиях можно предложить, в 7 классе при изучении темы «Построения циркулем и линейкой» следующую задачку:

«На одном и том же берегу речки, на разных расстояниях от нее, находятся два села А и В. Где следует построить мост через реку, чтобы он отстоял от этих сел на одном и том же расстоянии?».

Задачки прикладного характера помогают формированию интереса учеников к предмету, предрасполагают к самостоятельности в розыске решения, необходимой теоретической информации, расширяют кругозор обучающихся. В современном 3D мире нужно быть способным интерпретировать визуальную информацию, уметь работать с изображением и пространством [5]. Пространственное мышление важно во многих областях современной жизни: от архитектуры и дизайна до медицины. Верно выбранные геометрические задачки практического содержания несомненно помогут школьнику в самоопределении, выборе последующего профессионального пути, опыт решения этих задач, безусловно, понадобится для их повседневной деятельности. Чем разнообразнее учебная среда разными ситуациями, взаимодействия между обучающимися, тем больше условий для персонального прогресса, личностного, коммуникативного и социального развития подростков.

Вывод по второй главе.

В результате исследования основных особенностей математического мышления мы получаем следующие выводы:

1) математическое мышление как часть мышления вообще имеет свои специфические особенности, которые обусловлены спецификой изучаемых математикой объектов и спецификой применяемых при этом методов;

2) в качестве основных характеристик математического мышления мы выделяем:

а) формы мышления (понятия, суждения, умозаключения);

б) компоненты мышления (интуитивное, конкретное, абстрактное, функциональное и т.д.);

в) качества мышления (гибкость, активность, глубина, критичность и т.д.).

3) выделение компонентов и качеств математического мышления целесообразно, поскольку целенаправленная работа учителя по их формированию и развитию реализует задачу математического развития учащихся в целом.

Использование прикладных задач в школьном курсе геометрии способствует развитию логического мышления, познавательной самостоятельности, творческих способностей учеников, развитию сообразительности и наблюдательности, интереса к теме и к предмету в целом, формированию умения решать прикладные задачи в различных жизненных ситуациях. Решение прикладных задач способствует формированию математической культуры учащихся, позволяет лучше понять теоретический материал, приучает учеников пользоваться дополнительным справочным материалом, превращает знания в необходимый элемент практической деятельности, что является важным компонентом математической подготовки учащихся. Анализ учебников показали актуальность исследования, необходимость систематического включения прикладных задач в процесс обучения математике в каждом классе. Решая прикладные задачи, ученики оказываются в одной из жизненных ситуаций и учатся отвечать на возникающие вопросы с помощью знаний, полученных на уроках математики.

ГЛАВА 3 МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ

3.1 Схема решения геометрических задач на построение

Суть решения задачи на построение заключается в том, что необходимо построить заранее указанными инструментами определенную фигуру, в случае если представлена некая фигура и также указаны некие соотношения между элементами искомой фигуры и элементами данной фигуры.

Любая фигура, удовлетворяющая требованиям задачки, именуется решением данной задачи.

Отыскать решение задачки на построение — означает перевести ее к конечному количеству основных построений, то есть показать конечную очередность основных построений, впоследствии выполнения которых, разыскиваемая фигура станет уже являться построенной в силу принятых аксиом конструктивной геометрии.

Одной из ведущих задач способов изучения решению задач на построение считается способ введения и исследования этапов решения конструктивных задач. Ещё в IV в. до н. э. древнегреческие геометры придумали совместную схему решения задач на построение, которую мы используем и ныне [2]. Процесс решения задачи разбивают на 4 этапа: анализ, построение, доказательство и исследование. Рассмотрим каждый этап более детально.

Анализ. Это предварительный и в то же время более значительный этап решения задач на построение, так как именно он дает ключ к решению задачки. Задача анализа состоит в установлении таких зависимостей меж элементами разыскиваемой фигуры и элементами данных фигур, которые позволили бы выстроить разыскиваемую фигуру [4].Это достигается с помощью построения чертежа-наброска, изображающего данные и разыскиваемые примерно в том расположении, как это требуется условием задачки.

Построение. Этот этап решения состоит в том, чтобы показать последовательность ведущих построений, которые довольно произвести, дабы разыскиваемая фигура была построена.

Построение, как правило, всегда сопровождается графическим оформлением всякого его шага с помощью инструментов, принятых для построения.

Доказательство. Доказательство содержит цель установить, что построенная фигура вправду удовлетворяет всем поставленным в задаче условиям. Как правило приводится в предположении, что любой шаг построения вправду имеет возможность быть исполнен.

Исследование. При построении, как правило, ограничиваются отысканием одного какого-нибудь заключения, при этом ожидается, что все шаги построения вправду выполнимы. Для полного решения задачки нужно еще узнать следующие вопросы:

- при всяком ли выборе данных, возможно выполнить построение избранным способом;
- возможно ли и как построить разыскиваемую фигуру, в случае если избранный метод невозможно применить;
- сколько конечных решений содержит задачка при любом вероятном выборе данных.

Рассмотрение всех данных вопросов и составляет изучение. Таким образом, изучение содержит задачу установить условия разрешимости и определить количество решений.

Дабы добиться важной планомерности и полноты исследования, рекомендовано проводить изучения «по ходу построения». Суть этого способа состоит в том, чтобы перебрать поочередно все шаги, из которых слагается построение, и относительно всякого шага установить, всегда ли обозначенное на данном шаге построения выполнимо, а в случае если выполнимо, то сколькими методами.

Рассмотрим схему решения на построение на примере одной задачки.

Задача. Построить треугольник, зная биссектрису, медиану и высоту, проведенные из одной его вершины [3].

Анализ. Пусть ABC — искомый треугольник, AH=h_A — его высота, AM=m_A — медиана, AD=b_A — биссектриса угла BAC. Представим себе окружность ω, описанную около треугольника ABC. Пусть O — её центр. Тогда прямая OM перпендикулярна хорде BC и поэтому делит пополам каждую из двух окружности, стягиваемых этой хордой. Но биссектриса AD также делит пополам ту дугу окружности ω, на которую опирается угол BAC. Поэтому прямая OM и биссектриса AD встретятся в точке P описанной окружности. Заметим ещё, что перпендикуляр из O на AP приходит через середину S отрезка AP (рисунок 1).

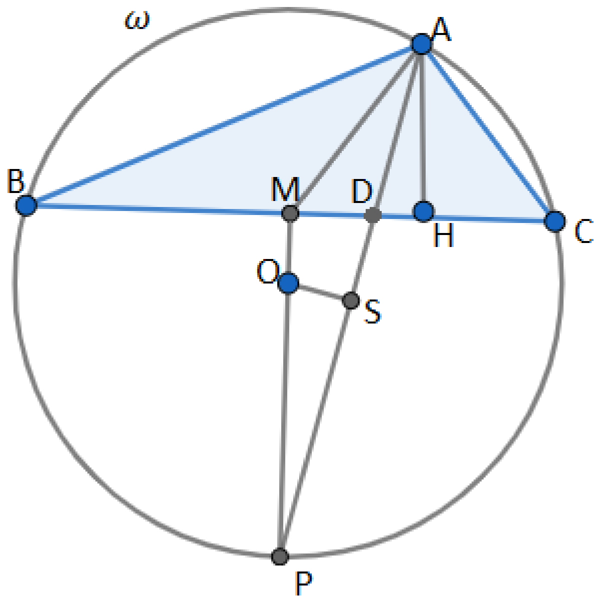


Рисунок 1

Построение. По гипотенузе b_A и катету h_A строим прямоугольный треугольник AHD. На луче HD находим точку M, проводя окружность (A, m_A) до пересечения с прямой DH. Находим точку P пересечения с перпендикуляром к прямой DH в точке M. Строим центр O описанной окружности ω как пересечение прямой MP с перпендикуляром к отрезку AP, проведенным через его середину. Точки B и C образуются в пересечении прямой DH с окружностью ω (O, OA).

Доказательство. Отрезок AH служит высотой треугольника ABC, так как при точке H строился прямой угол. Точка M — середина отрезка BC, так как является основанием перпендикуляра, опущенного из центра окружности на хорду BC. Так как точка P — середина дуги BPC, то вписанные углы BAP и CAP равны между собой, так что AD — биссектриса угла A.

Исследование. Необходимые условия разрешимости являются соотношения: $m_A \geq b_A \geq h_A$, так как в треугольнике либо биссектриса располагается между медианой и высотой, либо все эти линии совпадают. Если $m_A = b_A = h_A$, то задача состоит в построении равнобедренного треугольника по его высоте (которая одновременно служит его биссектрисой и медианой). Такая задача является неопределенной, причем построение отдельных её решений не представляет никакого труда. Обратимся к случаю $m_A \geq b_A \geq h_A$ и исследуем задачу по ходу приведенного выше построения. Треугольник ADH может быть построен и определяется условием однозначно. Окружность (A, m_A) пересечется с лучом HD в точке M (так как $m_A > h_A$) [3].

Точка P всегда существует и определяется однозначно, как пересечение перпендикуляра и наклонной к одной прямой. Прямая AP не перпендикулярна MP, так как она не параллельна DH; поэтому перпендикуляр к отрезку AP всегда встретится с MP, то есть центр описанной окружности существует и определяется при данном способе построения однозначно. Прямая DH пересекается с окружностью ω в двух точках B и C, так как проходит через внутреннюю точку D этой окружности. Итак, Указанный прием построения всегда приводит к решению.

Иной способ построения имеет возможность ни дать никакого решения: методом наложения, возможно, обосновать равенство 2-ух треугольников, в случае если медиана, биссектриса и высота 1-го треугольника, проведенные из одной его вершины, в соответствии с этим равны медиане, биссектрисе и высоте иного треугольника, еще проведенным из одной вершины.

3.2 Основные методы решения на построение

1. Метод геометрических мест точек.

Геометрическая фигура имеет возможность быть задана разными методами: как пересечение или соединение данных фигур, методом указания определяющего её свойства. Методом указания свойства, коим обладает любая её точка и т.п. В случае если фигура задана методом указания свойства, коими владеют все точки данной фигуры и лишь только они, то эту фигуру именуют геометрическим местом точек, владеющих обозначенным свойствам.

Этим образом, геометрическим местом точек плоскости, владеющих обозначенным свойствам, именуется фигура, состоящая из всех тех и лишь только тех точек плоскости, которые владеют данным свойством.

Свойство, при помощи которого описывается то или же другое геометрическое место точек, именуется характеристическим свойством точек геометрического места.

Геометрическое место точек имеет возможность быть не только линией или же совокупностью нескольких линий, но ещё конечной совокупностью точек, областью плоскости и др. Имеет возможность оказаться ещё, собственно, что геометрическое место точек, владеющим некоторым указанным свойствам, вовсе не существует [3].

Дабы доказать, собственно что фигура Ф есть геометрическое место точек, владеющих обозначенным свойствам, надобно доказать следующие

2 взаимно обратные предложения: 1) любая точка фигуры Ф владеет данными свойством; 2) любая точка, владеющая обозначенным свойствам, принадлежит фигуре Ф.

В последующем, из-за краткости, вместо «геометрическое место точек», будем писать ГМТ.

Простые ГМТ на плоскости рассматриваются в школьном курсе геометрии. Перечислим важные из них.

1. ГМТ, удаленных на данное расстояние r от представленной точки O, есть окружность γ радиуса r с центром в точке O: γ (O,r).
2. ГМТ, равноудаленных от 2-ух данных точек A и B (от концов отрезка AB), есть перпендикуляр к отрезку AB, проходящий сквозь середину этого отрезка (серединный перпендикуляр к отрезку AB, или же ось симметрии отрезка AB).
3. ГМТ, оказавшихся на представленном расстоянии h от представленной прямой, есть пара прямых, параллельных представленной прямой.

Для построения этого ГМТ надо в всякой точке A данной прямой a провести к ней перпендикуляр p, отложить на нем по обе стороны от данной прямой этот отрезок h и провести сквозь концы отложенных отрезков прямые l_1 и l_2, параллельные данной прямой a (рисунок 2).

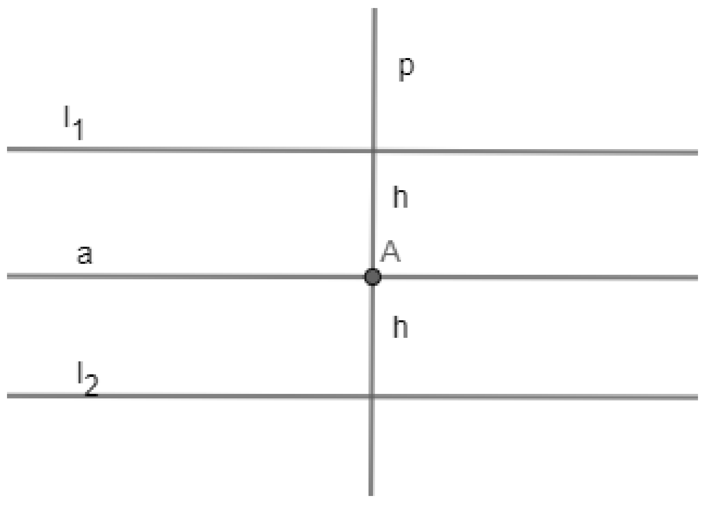


Рисунок 2

4. ГМТ, равноудаленных от 2-ух данных параллельных прямых, есть прямая, параллельная данным прямым.

Для построения этого ГМТ проводят какую-нибудь прямую с, пересекающую данные прямые a и b, разделяют отрезок данной секущей, заключенный меж данными прямыми, пополам и проводят разыскиваемую прямую через середину данного отрезка параллельно данным прямым (рисунок 3). Полученную линию называют иногда средней линией параллельных прямых [3].

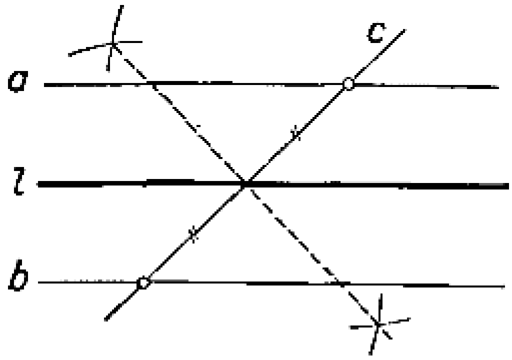


Рисунок 3

5. ГМТ, равноудаленных от двух данных пересекающихся, представляет собой две взаимно перпендикулярные прямые, являющиеся биссектрисами углов, образованных данными прямыми (рисунок 4).

Построение этого ГМТ сводится к элементарной задаче о делении данного угла пополам. На рисунке 4 прямые d_1 и d_2 образуют ГМТ, равноудаленных от прямых a и b.

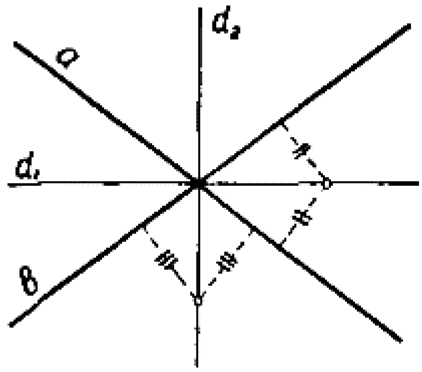


Рисунок 4

Решение задачки на построение сводят к разысканию некоторой точки, подчиненной 2 независимым условиям. Отбрасываем одно из данных условий и ищем ГМТ, удовлетворяющих второму условию. Пусть это будет фигура Φ_2. Отбрасываем вслед за тем 2-ое условие и ищем ГМТ, удовлетворяющих первому условию. Пусть это станет фигура Φ_1. Понятно, что обоим условиям удовлетворяет любая точка пересечения фигур Φ_1 и Φ_2, а всякая точка, не принадлежащая пересечению этих фигур, не удовлетворяет хотя бы одному из этих условий. Каждая точка фигуры Φ_1 Φ_2 дает возможность найти некоторое решение задачки [3].

Задача. Построить треугольник по его острому углу при вершине, радиусу описанной окружности и сумме квадратов боковых сторон [9].

Анализ. Пусть ABC-искомый треугольник, ω(O, R) — описанная около него окружность, $<$ A= α — данный угол, $AB^2 + AC^2 = d^2$, где d — данный отрезок (рисунок 5).

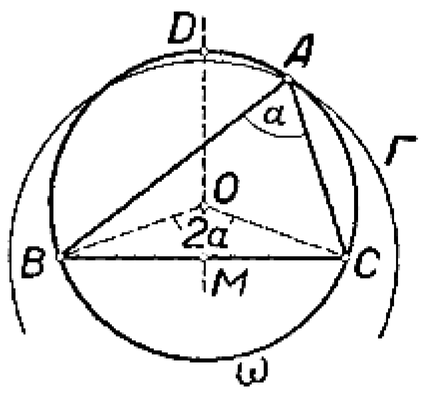


Рисунок 5

Величина хорды BC определяется условием, что она видна из некоторой точки окружности ω под данным углом α, а следовательно, из центра O — под углом 2 α (равным центральным углам соответствуют равные хорды). Что касается точки A, то она определяется двумя условиями: 1) она лежит на окружности ω; 2) она принадлежит ГМТ, для которых сумма квадратов расстояний от точек B и C равна d^2 (это окружность) [3].

Построение. Строим последовательно: 1) окружность ω(O, R) с центром в произвольной точке O; 2) два радиуса OB и OC этой окружности под углом 2 α один к другому; 3) отрезок BC и его середину M; 4) окружность Г, служащую геометрическим местом таких точек P, для которых $BP^2 + CP^2 = d^2$; 5) точку A пересечения окружностей ω и Г; 6) отрезки AB и AC. Треугольник ABC искомый. Доказательство ясно из анализа.

Исследование. Когда окружность Г существует и имеет общую точку с дугой BCD окружности ω, то задача имеет единственное решение. В противном случае решений нет.

2. Параллельный перенос.

Суть данного способа состоит в том, собственно, что на одном ряду с данными и разыскиваемыми фигурами рассматриваются кое-какие иные фигуры, которые получаются из данных или же разыскиваемых фигур или же их частей методом переноса на некоторый вектор. Данным методом иногда, получается упростить проведение анализа. Способ параллельного переноса используется ключевым образом для объединения разрозненных частей фигур. Тем более нередко этим способом пользуются для построения многоугольников. Временами способ переноса как оказалось полезным при решении задач на «кратчайший путь» [3].

Задача. Построить трапецию по заданным ее сторонам.

Подробнее: требуется построить трапецию так, чтобы её основание были в соответствии равны данным отрезкам a и b (a$> b$), а боковые стороны были в соответствии равны 2 данным отрезкам c и d (c≤d).

Анализ. Предположим, что ABCD – разыскиваемая трапеция, при этом AD — её большее основание, BC — наименьшее основание, AB и CD — боковые стороны, при этом AB=c, CD=d.

Представим себе перенос, определяемый вектором $\overrightarrow{CB}$. Тогда (рисунок 6) сторона CB преобразуется в отрезок BD`. Треугольник ABD` имеет возможность быть построен, например как все стороны его известны. Чтобы построить разыскиваемую трапецию, остается подвергнуть отрезок BD` переносу на вектор $\overrightarrow{BC}$, длина которого известна и который направлен идентично с вектором $\overrightarrow{AD}$.

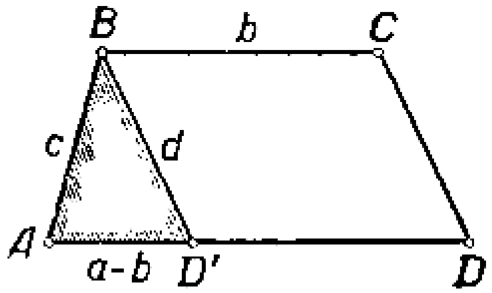


Рисунок 6

Построение. Построим треугольник ABD` по сторонам AB=c, BD`=d и AD`=a-b. Через точку B проведем луч, одинаково направленный с лучом AD`. На этом луче построим точку C так, чтобы BC=b. Через C проведем прямую CD параллельную BD` до пересечения с продолжением AD` в точке D. ABCD — искомая трапеция.

Доказательство. AB=c, BC=b по построению; AD=AD`+D`D=AD`+BC=a-b+b=a. CD=BD`, как отрезки параллельных прямых между параллельными прямыми.

Исследование. Первый шаг выполним при условии: d-c<a-b<d+c.

При данном условии, несомненно, выполнимы и все другие шаги построения. Подметим ещё, собственно что треугольник ABD`, а следовательно, и трапеция ABCD определяются условиями задачки однозначно до равенства. В следствии этого при условии d-c<a-b<d+c задачка содержит

единственное решение. В случае если же это условие не выполняется, то задачка не имеет решения.

3. Осевая симметрия.

Две точки плоскости M и M` именуются симметричными относительно прямой s, в случае если они находятся на одном перпендикуляре к прямой s и прямая s разделяет отрезок MM` пополам (рисунок 7).

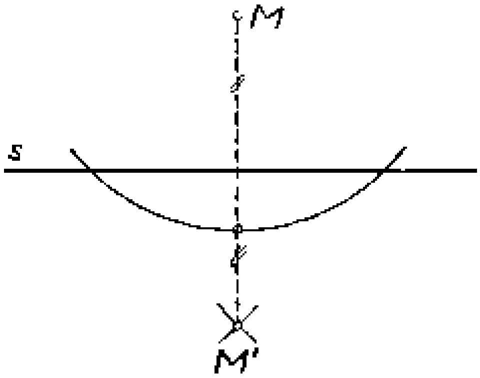


Рисунок 7

Преобразование, при котором всякой точке представленной фигуры ставится в соответствие точка, симметричная ей относительно прямой s, именуется осевой симметрией или же отражением в прямой s. Прямая s называется при этом осью симметрии [9].

Осевая симметрия является движением. Действительно, пусть в симметрии относительно s точке A соответствует точка A`, а точке B — точка B` (рис. 8). Тогда ΔAA_0B_0=$\Delta A`A_0B_0$ (по двум катетам), а поэтому $AB_0$=$A`B_0$ и $<$AB_0B=$<$A`$B_0B$` и поэтому ΔA_0B_0B=$\Delta A`B_0B$` по двум сторонам и углу между ними (рисунок 8). Следовательно, AB=A`B`, так что осевая симметрия преобразует каждую фигуру в равную ей фигуру.

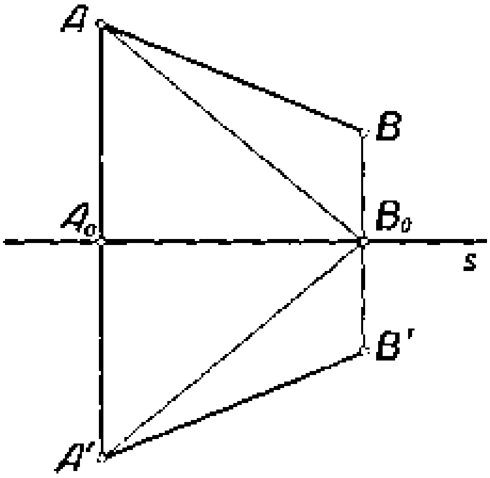


Рисунок 8

Использование осевой симметрии к решению задач на построению задач на построение именуют способом симметрии. Способ симметрии состоит в том, собственно что в одном ряду с данными и разыскиваемыми фигурами рассматриваются ещё фигуры, симметричные некоторым из них относительно некоторой оси. При успешном выборе оси преобразуемой фигуры решение задачки имеет возможность значительно упростить, а в других случаях симметрия непосредственно дает искомые точки.

Задача. Построить ромб так, чтобы одна из его диагоналей была равно данному отрезку r и лежала на данной прямой α, а остальные две вершины ромба лежали соответственно на данных прямых b и c.

Анализ. Пусть ABCD — искомый ромб, AD=r (рисунок 9).

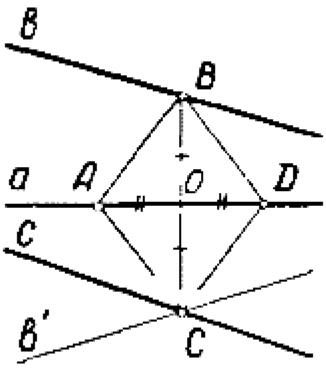


Рисунок 9

Подметим, что задача о построении ромба приводится к построению одной какой-либо из его вершин, например вершины С. По свойствам ромба точки В и С симметричны относительно прямой α [3]. Поэтому при зеркальном отражении в прямой α точка В преобразуется в точку С, а следовательно, прямая b — в некоторую прямую b`, проходящую через точку С. Таким образом, точка С может быть построение как точка пересечения прямых с и b`, из которых одна дана, а другая легко строится.

Построение. Строим последовательно: прямую b`, симметричную с прямой b относительно прямой α; точку С, общую для прямых с и b`; прямую ВС; точку O≡BC×α; точки A и D на прямой α, отстоящие от точки О на расстояние $\frac{r}{2}$. ABDC — искомый ромб.

Доказательство ввиду его простоты опустим.

Исследование. Возможны следующие случаи: 1) c||b`, решений нет. 2) c≡b`, решений бесконечно много; 3) прямые с и b` пересекаются на прямой α, решений нет.

Суть способа, заключается в следующем: задача сводится к построению точки, при этом данная точка оказывается общей точки некоторой данной фигуры и фигуры, инвариантной другой данной фигуре относительно некоторой оси.

4. Вращение около точки.

Концепция способа вращения заключается в том, чтобы повернуть какую-либо данную или искомую фигуру около целесообразно избранного центра на соответствующий угол так, чтобы упростить проведение анализа задачи или даже непосредственно прийти к решению.

Задача. Земельный участок квадратной формы был огорожен. От изгороди сохранились два столба на параллельных сторонах квадрата. Кроме того, остался столб в центре квадрата. Требуется восстановить границу участка.

Анализ. Пусть ABCD — искомый квадрат, O — его центр, M и N — данные точки соответственно на сторонах AB и CD (рисунок 10).

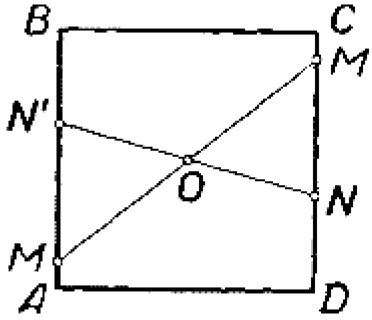


Рисунок 10

Если повернуть Квадрат на 180° около его центра O, то точка M займет некоторое положение M` на стороне CD, а точка N — некоторое положение N`, на AB. После этого нетрудно уже восстановить искомый квадрат.

Построение. Строим точку M`, симметричную M относительно O, и точку N`, симметричную N относительно O. Строим прямые MN` и NM`. Повернем построенные прямые около точки O на 90°. Четыре построенные прямые ограничивают искомый квадрат.

Доказательство опускаем.

Исследование. По смыслу задачи невозможен случай, когда точки M и N располагаются с точкой O на оной прямой, но не симметричны относительно O, то задача становится неопределенной. В остальных случаях задача имеет единственное решение.

5. Метод гомотетии.

Гомотетией с центром в точке T и коэффициентом m (m≠0) называется такое преобразование плоскости, при котором каждой отличной от T точке P этой плоскости сопоставляется такая точка S, что:

1) точки T, P и S лежат на одной прямой;

2) TS=|m|TP;

3) отрезки TP и TS одинаково направлены, если m>0, и противоположно направлены, если m<0.

Точке T сопоставляется эта же точка.

Основные свойства:

1. Всякая прямая, проходящая через центр гомотетии, преобразуется в себя.
2. Луч, исходящий из центра гомотетии, преобразуется:
    a. В себя, если гомотетия прямая.
    b. В луч, симметричный данному лучу относительно центра гомотетии, если гомотетия обратная.
3. Всякая прямая, не проходящая через центр гомотетии, преобразуется в прямую, параллельную данной.
4. При гомотетии:

   а) параллельные прямые преобразуются в параллельные же прямые;

   б) отрезок преобразуется в отрезок;

   в) угол преобразуется в угол;

   г) треугольник — в подобный ему треугольник;

   д) прямоугольник — в подобный ему многоугольник;

   е) если какая-либо точка разделит некоторый отрезок в определенном отношении, то подобная ей точка делит образ этого отрезка в том же отношении.
5. При гомотетии высота, медиана и биссектриса данного треугольника переходят соответственно в высоту, медиану и биссектрису подобного треугольника.

Суть метода подобия состоит в следующем. Сперва отбрасывают второе условие и строят дополнительную фигуру, подобную искомой фигуре, таким образом чтобы она удовлетворяла основному условию. Потом, применяя и 2-ое условие, строят искомую фигуру, подобную вспомогательной фигуре и удовлетворяющей данному условию.

Задача. Построить равнобедренный треугольник по углу при вершине и сумме основания с высотой [9].

Анализ. Искомый треугольник должен удовлетворять трём условиям:

1) он должен быть равнобедренным;

2) угол при вершине должен быть равен данному углу α;

3) сумма основания и соответствующей высоты должна быть равна данному отрезку *l*.

Замечаем, что легко построить треугольник, удовлетворяющий первым двум условиям. Таких треугольников существует бесконечно много. Пусть мы построили один из них — треугольник B\`AC\`, причём <B\`AC\`=α (рисунок 11).

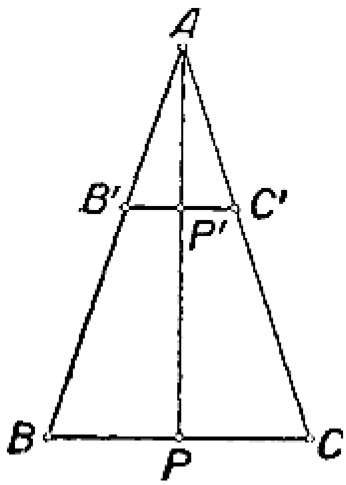


Рисунок 11

Искомый треугольник, удовлетворяющий условиям 1) — 3), будем искать среди треугольников, гомотетичных треугольнику B\`AC\` относительно какого-либо центра подобия, например относительно точки А. Пусть ΔBAC искомый [3]. Ясно, что BC||B\`C\` (или BC≡B\`C\`). Пусть AP-высота треугольника B\`AC\` точка пересечения прямых BC и AP\`. Ясно, что AP — высота треугольника BAC.

Если в некоторой гомотетии точке В` соответствует точка В, то точкам С` и Р` соответствуют точки С и Р. Найдём коэффициент гомотетии, преобразующей треугольник В`АС` в треугольник ВАС. По условию дан отрезок *l* такой, что ВС+АР=*l*. Кроме того, располагая построенным треугольником В`АС`, мы можем построить отрезок *l*` равный сумме В`С`+АР`.

Тогда искомый коэффициент гомотетии равен $\frac{BC+AP}{B`C`+AP`}$, т. е. $\frac{l}{l`}$.

Итак, треугольник ВАС гомотетичен треугольнику В`АС` относительно центра подобия А, причём коэффициент подобия равен $\frac{l}{l`}$.

По этим данным искомый треугольник ВАС может быть построен.

Построение.

1. Строим произвольный треугольник В`АС`, удовлетворяющий условиям 1) и 2) (так, что В`А=С`А и <В`АС`=α).

2. Строим высоту этого треугольника АР` и на продолжении отрезка АР` откладываем отрезок Р`F`=В`С` так, что АF`=АР`+В`С`. Эту сумму обозначим через *l*`.

3. Строим на луче АР` точку F такую, что АF=*l*.

4. Строим ΔВАС, соответствующий ΔВ`АС` в гомотетии $Г\left\{A, \frac{l}{l`}\right\}$. Для этого последовательно строим FB||F`B`, BC||B`C`. ΔBAC искомый (рисунок 12).

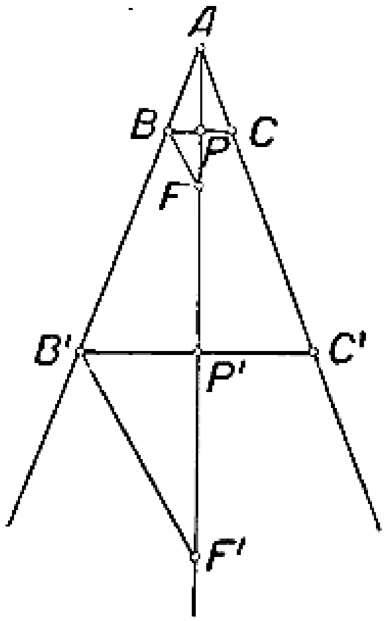


Рисунок 12

Доказательство. Пусть P`≡B`C`×AP. Так как ∆BAC~∆B`AC`, то $\frac{AP}{AP`} = \frac{BC}{B`C`} = \frac{AB}{AB`} = \frac{AF}{AF`} = \frac{l}{l`}$.

Поэтому $\frac{AP+BC}{AP`+B`C`} = \frac{l}{l`}$. Но AP`+B`C`=$l`$ по построению. Значит, AP+BC=l.

Итак, ∆BAC удовлетворяет условию 3). Очевидно, что он удовлетворяет и условиям 1) и 2).

Исследование. Все шаги проведённого построения однозначно выполнимы. Поэтому данный способ построения даёт единственное решение. Всякий другой треугольник $A_1B_1C_1$, удовлетворяющий условиям задачи, должен быть, очевидно, подобен построенному треугольнику ABC. Поэтому для всякого другого решения $A_1B_1C_1$, полученного каким-либо другим путём, будут выполняться соотношения: $\frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1P_1}{AP} = \frac{A_1P_1+B_1C_1}{AP+BC}$.

Так как $A_1P_1 + B_1C_1 = AP + BC$, то и $B_1C_1 = BC$, откуда ясно, что $\Delta A_1B_1C_1$,=∆ABC. Таким образом, всякий другой прием построения приведет к тому же решению, так что задача разрешима однозначно.

6. Метод инверсии.

Сущность метода инверсии заключается в следующем.

Наравне с данными и разыскиваемыми фигурами рассматриваем фигуры, обратные им либо их частям. В некоторых случаях этого как оказывается уже достаточно для нахождения таких связей среди разыскиваемыми и данными, какие необходимы для решения задачи. В большинстве ситуация решение задачи приводится к построению фигуры, обратной искомой, в теории, то что ранее построена фигура, обратна данной. Данная заключительная задача, при успешном подборе базисной окружности, может быть проще данной задачи. Построив фигуру, обратную разыскиваемой, затем строят искомую фигуру. Способ инверсии представляет возможность найти ряд более трудных полезных задач элементарной геометрии [3].

Задача. Даны: точка O и две не проходящие через неё прямые a и b. Провести через точку O такой луч, чтобы произведение его отрезков от точки O до точек пересечения с данными прямыми было равно квадрату данного отрезка.

Анализ. Пусть O — данная точка, a и b — данные прямые, AOB — искомый луч, так что OA$\cdot OB = r^2$, где r — данный отрезок (рисунок 13).

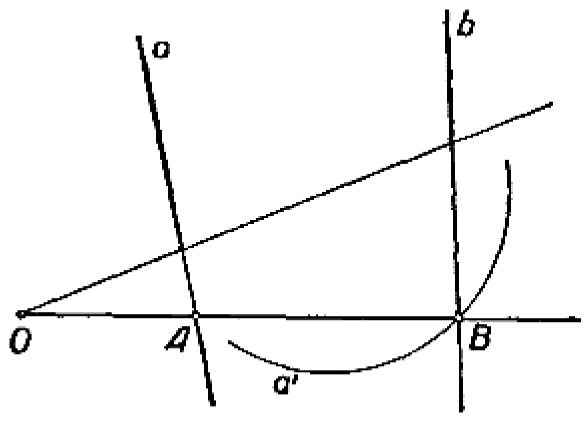


Рисунок 13

Инверсия относительно окружности ω(O,r) переведёт точку A в точку B, а прямую a в некоторую окружность a`, проходящую через точку B. Таким образом, B ≡ a`×b.

Построение. Строим последовательно:

1) окружность ω(O,r);

2) образ a\` прямой a в инверсии относительно ω;

3) точку B≡a\`×b\`;

4) луч OB, который и удовлетворяет условию задачи.

Доказательство. Пусть A≡OB×a. Тогда A — прообраз точки B в инверсии относительно ω(O,r), так как прямая a - прообраз окружности a\`. Следовательно, по определению инверсии, OA$\cdot OB = r^2$.

Исследование. Возможны следующие случаи:

1) окружность a\` пересекает прямую b; два решения;

2) окружность a\` касается прямой b; одно решение;

3) окружность a\` не имеет общих точек с прямой b; решений нет.

Так как искомая точка B обязательно соответственна точке A в инверсии относительно ω(O,r), то точка B должна быть общей точкой прямой b и окружности a\`. Отсюда следует, что других решений, кроме найденных, задача иметь не может.

3.3 Разработка факультатива на тему «задачи на построение»

Факультативные занятия — форма учебной деятельности, предполагающая формирование у обучающихся способностей также заинтересованности в сочетании с общим образованием; увеличивает заинтересованность к математике на ранней стадии. Целью организации дополнительных уроков является расширение кругозора обучающихся, формирование их математического мышления, развитие активного познавательного интереса к данной теме, формирование их миропонимания также ряда личностных характеристик с помощью углубленного изучения математики.

Факультативные занятия по математике дополняют неотъемлемый план по алгебре также геометрии и призваны, в первую очередь, содействовать наиболее углубленному освоению обучающимися использованного материала, предусмотренного планом.

Дополнительные занятия дают возможность педагогу находить и экспериментально проверять новый используемый материал, новые способы преподавания и широкий спектр сложности тестируемого материала.

Программа дополнительных занятий обязана непосредственно объединять теоретический материал единого характера с приложениями математики. Сведения факультатива представлены в Таблице 1.

Таблица 1— Сведения факультатива

Название факультатива	«Задачи на построение»
К какому виду относится факультатив?	Факультатив является предметно — ориентированным.
Какая программа взята за основу?	Программа подготовительного факультатива для учащихся 9 класса «Методы решения планиметрических задач», «Факультативные курсы. Сборник №2», Москва. Просвещение. 1990г.
На какое время рассчитана программа курса?	8 часов
Какой принцип реализуется в преподавании факультатива?	Личностно — ориентированный
Использование информационных технологий в процессе обучения	Для эффективности организации образовательного процесса используется компьютерная презентация некоторых из рассматриваемых тем.

Цели факультатива:

1) образовательные — повторение, обобщение и проверка знаний по темам, выработка основных навыков;
2) развивающие — развить внимание учащихся, усидчивость, настойчивость, логическое мышление, математическую речь;
3) воспитательные — посредством урока воспитывать внимательное отношение друг к другу, прививать умение слушать товарищей, взаимовыручке, самостоятельность.

Задачи:

1) формировать умения в построении геометрических фигур с применением циркуля, масштабной линейки, транспортира и чертежного треугольника;
2) проверить способность обучающихся решать задачи.

Почасовое распределение тем факультатива представлено в Таблице 2.

Таблица 2 — Содержание факультатива

Тема занятий	Часы
Метод осевой симметрии.	2ч.
Метод подобия.	2ч.
Метод геометрических мест точек.	2ч.
Метод параллельного переноса.	1ч.
Алгебраический метод.	1ч.

Занятие 1

Тема: Метод осевой симметрии.

Предлагаемые задачи:

Учебник под редакцией Атанасяна Л.С.

1176. Даны острый угол ABC и точка D внутри него. Используя осевую симметрию, найдите на сторонах данного угла такие точки E и F, чтобы треугольник DEF имел наименьший периметр.

1156. В окружности, центр которой не указан, проведены две параллельные неравные хорды. Разделите эти хорды пополам, пользуясь только одной линейкой.

1214. Точки A, B, C лежат на одной прямой. Точка M не принадлежит этой прямой. Докажите, что окружности с диаметрами MA, MB, MC имеют еще одну общую точку.

1220. Постройте четырехугольник ABCD, в который можно вписать окружность, зная стороны AB и AD и углы при вершинах B и D.

1231. Постройте квадрат, две противоположные вершины которого лежали бы на данной прямой, а две другие — на данных окружностях.

Учебник под редакцией Мерзляка А.Г.

1246. Начертите прямую m и отметьте точки P и S по разные стороны от неё. Постройте точки, симметричные P и S относительно прямой m.

1244. Прямая *l* проходит через середину отрезка AB. Обязательно ли точки A и B симметричны относительно прямой *l*.

Занятие 2

Тема: Метод подобия.

Предлагаемые задачи:

Учебник под редакцией Атанасяна Л.С.

580. Длина тени дерева равна 10,2м, а длина тени человека, рост которого 1,7, равна 2,5м. Найдите высоту дерева.

587. Постройте треугольник по двум углам и биссектрисе, проведенной из вершины меньшего из данных углов.

590. Постройте прямоугольный треугольник по гипотенузе и отношению катетов.

589. Постройте треугольник DST по углу D и стороне ST, если известно, что DS:DT=2:1.

871. Постройте равнобедренный треугольник по углу между боковыми сторонами и сумме основания и высоты, проведенной к основанию.

Учебник под редакцией Погорелова А.В.

11.8. Дан угол и внутри него точка M. Постройте окружность, касающуюся сторон угла и проходящую через точку M.

11.9. Впишите в данный треугольник квадрат, у которого две вершины лежат по одной стороне, а две другие вершины на двух других сторонах.

Занятие 3

Тема: Метод геометрических мест точек.

Предлагаемые задачи:

Учебник под редакцией Мерзляка А.Г.

623. Точки A и B принадлежат прямой m. Постройте точку, удаленную от прямой m на расстояние a и равноудаленную от точек A и B. Сколько решений имеет задача?

625. Точки A и B принадлежат разным сторонам угла A. Постройте точку D, принадлежащую углу, равноудаленную от его сторон и такую, что DC=BC. Сколько решений может иметь задача?

628. Постройте окружность данного радиуса, проходящую через данную точку, центр который принадлежит данной прямой.

629. Постройте окружность данного радиуса, проходящую через две данные точки.

640. Даны две параллельные прямые и секущая. Постройте окружность, касающуюся этих прямых.

646. Постройте прямоугольный треугольник по гипотенузе и сумме катетов.

652. Постройте треугольник по стороне, противолежащему ей углу и разности двух других сторон.

659. Постройте треугольник по стороне, высоте, проведенной к этой стороне, и медиане, проведенной к одной из двух других сторон.

662. В треугольнике ABC из вершины прямого угла C провели высоту CH и биссектрису CM. Длина отрезка HM в 2 раза меньше длины отрезка CM. Найдите острые углы треугольника ABC.

Учебник под редакцией Атанасяна Л.С.

150. Даны прямая a, точка B, не лежащая на ней, и отрезок FP. Постройте точку L на прямой a так, чтобы BL=FP. Всегда ли задача имеет решение?

184. На стороне ВС треугольника АВС постойте точку, равноудаленную от А и С.

353. Постройте точку, лежащую на данной окружности и равноудаленную от концов данного отрезка. Сколько решений может иметь задача?

Занятие 4

Тема: Метод параллельного переноса.

Учебник под редакцией Погорелова А.В.

6.71 Постройте трапецию по основаниям и боковым сторонам.

6.72 Постройте трапецию по основаниям и диагоналям.

Учебник под редакцией Атанасяна Л.С.

1162. Начертите отрезок АВ и вектор NC. Постройте отрезок FM, который получается из отрезка АВ параллельным переносом на вектор NC.

1165 Дан треугольник, трапеция и окружность. Постройте фигуры, которые получаются из этих фигур параллельным переносом на данный вектор а.

1170. Постройте окружность, которая получается из данной окружности с центром С поворотом вокруг точки О на угол 60° против часовой стрелки, если: а) точки О и С не совпадают; б) точки О и С совпадают.

1171 Постройте прямую b, которая получается из данной прямой а поворотом вокруг точки О на угол 60° по часовой стрелке, если прямая а не проходит через точку О.

1182. Используя параллельный перенос, постройте трапецию по ее основаниям и диагоналям.

Занятие 5

Тема: Алгебраический метод.

Учебник под редакцией Атанасяна Л.С.

476. Докажите, что площадь ромба равна половине произведения его диагоналей. Вычислите площадь ромба, если его диагонали равны: а)3,2дм. и 14см.; б)4,6дм и 2дм.

485. Начертите треугольник ABC. Через вершину A проведите две прямые так, чтобы они разделили это треугольник на три треугольника, имеющие равные площади.

627. Дан треугольник SDF. Постройте треугольник WER, подобный треугольнику SDF, площадь которого в два раза больше площади данного треугольника.

Конспект урока.

Тема урока: «Решение задач на построение методом подобных треугольников»

Цели:

Образовательные:

1. Продемонстрировать применение способа подобия треугольников при решении задач на построение с помощью циркуля и линейки;

2. Формировать умения использовать теоретический материал при решении практических задач.

Развивающие:

3. Развивать интерес к науке и технике, посредствам отбора примеров применения данной темы в жизни.

4. Получить умения экспериментальной деятельности.

Воспитательные:

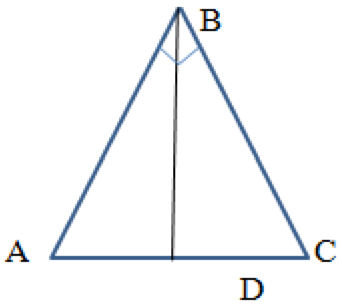
6. Сохранить и повысить мотивацию обучения данной дисциплине.

В Таблице 3 представлен ход одного из уроков факультативного курса.

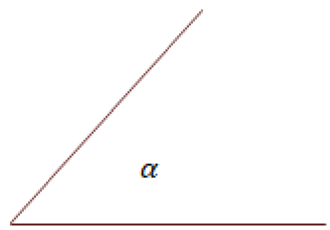
Таблица 3 — Ход урока

Деятельность учителя	Деятельность ученика	Длительность
Организационный момент	Тема урока: «Решение задач на построение методом подобных треугольников»	2 мин.

Продолжение таблицы 3

I Актуализация знаний учащихся		
Устный опрос 1) - Что называется отношением двух отрезков? - В каком случае говорят, что отрезки AB и CD пропорциональны отрезкам A1B1 и C1D1? - Дайте определение подобных треугольников. - Сформулируйте признаки подобия треугольников. - Сформулируйте утверждение о пропорциональных отрезках в прямоугольном треугольнике - Найти BD (рисунок 14)?  Рисунок 14 Ответ: BD = $\sqrt{AD \cdot DC}$ Выразить из равенства DC		15 мин.
Ответ: $BD^2 = AD \cdot DC$ DC = $\frac{BD^2}{AD}$ – Постройте угол равный данному углу. – Постройте медиану AM треугольника ABC – Постройте прямую, параллельную стороне AB ΔABC и проходящую через точку C.	Практические задания на построения с помощью линейки и циркуля, ученики работают в тетрадях.	

Продолжение таблицы 3

Ответ: $BD^2 = AD \cdot DC$ $DC = \frac{BD^2}{AD}$ 2) – Постройте угол равный данному углу. – Постройте медиану AM треугольника ABC – Постройте прямую, параллельную стороне AB ΔABC и проходящую через точку C.	Практические задания на построения с помощью линейки и циркуля, ученики работают в тетрадях.	
II Решение задач		
Сегодня на уроке мы будем решать задачи методом подобных треугольников. - В чем заключается метод построения фигур методом подобия? - Сколько и какие этапы включают в себя задачи на построения? - Ребята, сейчас все вместе разберем следующую задачу на построение. Задача 1. Построить треугольник ABC по углу A , отношению сторон AB:AC= 2:1 и расстоянию от точки пересечения медиан до вершины C. Решение: <u>Дано:</u> ∠A =α, O — точка пересечения медиан, ΔABC, OC = m, AB:AC = 2 : 1. <u>Построить:</u> ΔABC**.** <u>Построение:</u> а) Построить угол A, равный α (рисунок 15).	- Сначала строят фигуру, подобную искомой, потом строят по заданным размерам саму искомую фигуру. - Анализ задачи, построение, доказательство, исследование.  Рисунок 15	30 мин.

Продолжение таблицы 3

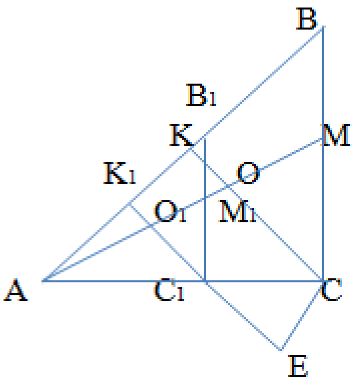
<table>
<tr>
<td>б) На сторонах угла А отложить отрезки AC_1 и AB_1так, что AB_1: AC_1= 2:1 (рисунок 16).
в) Построить точку пересечения медиан треугольник AB_1C_1 — точку O_1 .
г) На луче O_1C_1 отложить отрезок O_1Е, равный m (рисунок 17).
д) Построить прямую ЕС, параллельную медиане AM_1 треугольника AB_1C_1С = ЕС ∩ АC_1.
е) Через точку С провести прямую СВ,параллельную C_1 B_1, СВ∩АB_1 = В.
Треугольник АВС — искомый.
Доказательство:
а) В треугольнике АВС ∠А = α.
б) АВ:ВС = 2:1, так как ΔАВС ~ ΔAB_1C_1 по двум углам → так как AB_1: AC_1= 2:1 по построению, то АВ:АС = 2:1.
в) О — точка пересечения медиан треугольника АВС, так как если B_1 M_1 = M_1C_1, то ВМ = МС (ΔAB_1M_1~ΔАВМ, ΔАM_1C_1~ΔAMC).
г) ОС = m, так как O_1Е = m, а O_1ОСЕ параллелограмм по построению.
ΔАВС удовлетворяет всем условиям задачи, следовательно, ΔАВС — искомый.
Задача 2.
№ 588 (из учебника)
Постройте треугольник АВС по углу А и медиане АМ, если известно, что АВ:АС = 2:3.
Решение: (рисунок 18)</td>
<td>

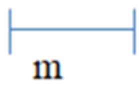
Рисунок 16


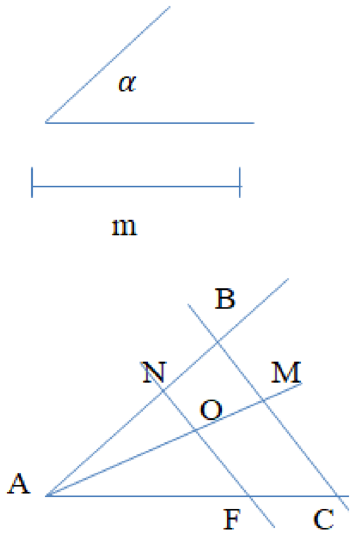
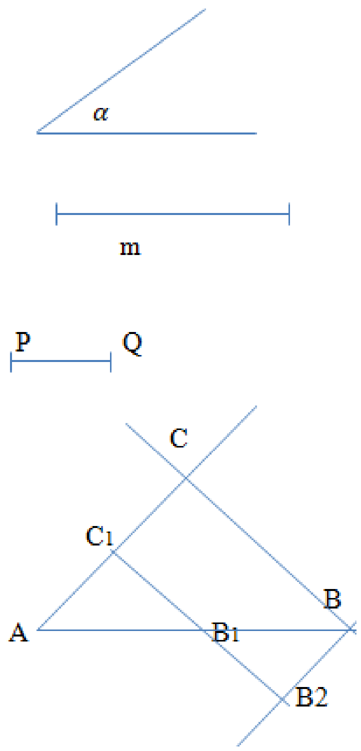
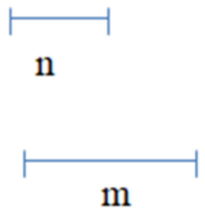
Рисунок 17


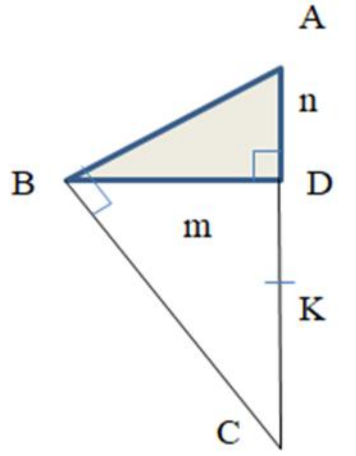
Рисунок 18</td>
<td></td>
</tr>
</table>

Дано: ∠A=α, AM = m, AB:AC = 2:3. Построить: ΔABC Построение: *а)* Построить ∠A = α б) На одной из сторон угла A отложить 2 одинаковых отрезка, а на другой 3 таких же отрезка, соединить FN в) Найти середину NF г) На луче AO — отрезок AM = m д) Через M строим прямую параллельную NF е) l ∩ AF = C, l ∩ AN = B. Треугольник ABC — искомый. Доказательство: а) ΔANF ~ΔABC, (∠A — общий, ∠ABC = ∠ANF при NF || BC и секущей AB) б) NO = OF (по построению) в) BM = MC, т.е. AM — медиана. Если данный угол не является развернутым, то задача имеет единственное решение. Задача 3. № 589 (из учебника) Постройте треугольник ABC по углу A и стороне BC, если известно, что AB:AC = 2:1. Дано: ∠A = α, BC = m, AB : AC = 2 : 1 Построить: ΔABC Построение: (рисунок 19) а) ∠A = α б) AB_1 = 2 PQ	Ученики решают самостоятельно. Кто решит первый, тот объясняет у доски. Если ученик не решил №588, то решают №589. Если ученик справился с задачей №588, то решает задачу №4.  Рисунок 19	

Продолжение таблицы 3

в) AC_1= PQ г) C_1B_2 = m д) Через точку B_2 проведем прямую, параллельную AC_1 ,BB_2‖ AC1 е) Через точку B проведем прямую, параллельную C_1B_1., BC ‖B_2C_1 Треугольник ABC - искомый. Доказательство: Угол A равен данному углу по построению. Так как BC ‖ B_2C_1 и B_2B ‖ C_1C, то четырехугольник BCC_1B_2 — параллелограмм, и поэтому BC = C_1B_2, а значит, сторона BC треугольника ABC равна данному отрезку. Наконец, так как BC ‖B_1C_1, ТО $\frac{AB}{AC} = \frac{AB1}{AC1} = \frac{2}{1}$. Таким образом, треугольник ABC удовлетворяет всем условиям задачи. Если данный угол не является развернутым, то задача имеет единственное решение. Задача 4. Постройте отрезок a= $\frac{(m-n)\cdot m}{n}$, если отрезки m и n известны. Решение Дано: (рисунок 20) Построить: отрезок a $\frac{(m-n)\cdot m}{n} = \frac{m^2-m\cdot n}{n} = \frac{m^2}{n} - m$ В прямоугольном треугольнике ABC BD - высота, проведенная из вершины прямого угла, поэтому BD= $\sqrt{CD \cdot AD}$.	 Рисунок 20	

Продолжение таблицы 3

$BD^2 = CD \cdot AD \rightarrow CD = BD^2 : AD =$ $m^2 : n. DK = CD - CK.$ Если CK= m, то DK = $\frac{m^2}{n} - m$. Построение: (рисунок 21) а) Построить ΔABD, в котором ∠D = 90°, BD = m, AD = n. б) Провести прямую BC так, что $BC \perp AB = C$. в) На луче CA отложить отрезок CK, равный m г) DK — искомый отрезок. Задача не имеет решения, если m$< n$.	 Рисунок 21	
IV Итог урока		
V Домашнее задание по выбору		
1) Начертите отрезок и с помощью циркуля и линейки разделите его в отношении 2:3. 2) Постройте треугольник по двум углам и медиане, проведенной из вершины третьего угла. 3) Даны отрезки m и n. Постройте отрезок y = $\frac{n^2}{m} + n$	Записывают домашнее задание.	3 мин.

Вывод по третьей главе

Описанные способы рекомендованы с целью решения геометрических задач на построение. В таком случае необходимо обратить внимание в формирование инициативы обучающихся, для того чтобы привить им вкус и умение решать конструктивные проблемы.

Было бы неверно считать, то что способы решения задач на построение имеют все шансы являться в качестве основы для самостоятельной классификации задач. Значимым, но никак не случайным необходимо принимать тот факт, что полный ряд задач на построение способен в одинаковой мере успешно решаться различными способами. С другой стороны, имеются задачи, которые возможно решить, попросту сочетая базовые структуры в отсутствии очевидного применения того или иного способа.

С методологической точки зрения наиболее оптимальным применением в тренировочных задачках считается создание следующего принципа. Следует совершить последовательный подбор заданий в соответствии с целями предмета геометрии также со временем представлять обучающимся методы решения задач на построение.

В свою очередь ученики обязаны познакомиться также исследовать способы, для того чтобы установить, каковым из способов возможно найти решение предложенной задачи. По этой причине в первую очередь, обучающихся необходимо обучить отличать наиболее свойственные черты задач, решаемых этим либо другим способом. Данные свойства определяются содержанием способа.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Регулярные исследования геометрических построений необходимо в школьном курсе. Таким образом в ходе изучения задач, они сосредотачивают в себе знания из иных сфер математики, формируют умения практической графики, сформировывают искательные умения решения практических вопросов, приобщают к посильным самостоятельным изучениям, содействует выработке определенных геометрических взглядов, но кроме того к наиболее тщательной обработке умений и навыков. В работе рассмотрены единые положения теории развития умения решать геометрические задачи на построение разными способами.

В базе рассмотрения учебно-методической литературы сформирован подбор использованного материала для практических уроков по данной теме.

Рассмотрено понятие математического мышления, представлены возможности формирования мышления учащихся при решении задач на построение.

Разобраны основные этапы решения задач на построение: анализ, построение, доказательство, исследование, какие четко отвечают стадиям любого логического размышления, любой из которых считается значимым и требует должного внимания при решении задач.

Далее были предложены основные методы решения задач на построение:

– метод осевой симметрии;

– метод подобия;

– метод геометрических мест точек;

– метод параллельного переноса;

– алгебраический метод.

По итогу проведён факультатив, который позволяет проверить теоретические знания, практические умения и навыки всех учащихся.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Александров А.С. Геометрия учебник для 8-9 классов/ А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик. – Москва: Просвещение, 1991. – 414 с.
2. . Атанасян Л.С. Геометрия 7-9 класс/ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Э.Г. Позняк, И.И. Юдина – М.: Просвещение, 2014. – 383 с.
3. Аргунов Б.И. Геометрические построения на плоскости. Пособие для студентов педагогических институтов/ Б.И. Аргунов. Издание 2-е. Москва: Учпедгиз, 1957. – 267 с
4. Гаджимурадов М.А. Особенности математического мышления и его развитие при обучении геометрии/ М.А. Гаджимурадов, З.Д. Гаджиева – Мир науки, культуры, образования, Махачкала. – 2018. – 189 с.
5. Егупова М.В. Прикладные задачи в курсе школьной геометрии: История и современность/ М.В. Егупова. ЯГПУ им. К. Д. Ушинского. — Ярославль: РИО ЯГПУ, 2007. – 45 с.
6. Мичасова М.А. Современные подходы к преподаванию математики в основной школе в условиях реализации требований ФГОС/ М.А. Мичасова – Нижегородский институт развития образования, Нижний Новгород. 2016. – 38с.
7. Рыбдолова Д.Д. Развитие математического мышления школьников как одна из целей обучения/ Д.Д. Рыбдолова// Науки об образовании. – 2007. 108– 113 с.
8. Секинаева Б.Ш. Формирование математического мышления школьников как важная педагогическая проблема/ Б.Ш. Секинаева – Владикавказ. 2018. – 321 с.
9. Яглом И.М. Геометрические преобразования/ И.М.Яглом. - М.: Гос. изд-во техн.-теорет. литературы, 1955. – 89с.