

К.А. Звягин, Ю.В. Корчемкина, С.В. Крайнева

МАТЕМАТИКА

**(подходы к построению системы натуральных
чисел, расширение множества натуральных чисел): рабочая
тетрадь**

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Челябинск

2021

К.А. Звягин, Ю.В. Корчемкина, С.В. Крайнева

МАТЕМАТИКА

**(подходы к построению системы натуральных
чисел, расширение множества натуральных чисел):
рабочая тетрадь**

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Челябинск
2021

УДК 51(07)(021)
ББК 74.262.21я73:22.1я73
З-45

Рецензенты:

Махмутова Л.Г., канд. пед. наук, доцент

Овсяницкая Л.Ю., канд. техн. наук, доцент

Звягин, Константин Алексеевич

Математика (подходы к построению системы натуральных чисел, расширение множества натуральных чисел): рабочая тетрадь: учебное пособие / К. А. Звягин, Ю. В. Корчемкина, С.В. Крайнева. – [Челябинск] : Изд-во ЗАО «Библиотека А. Миллера», 2021. – 63 с.

ISBN 978-5-93162-543-0

Рабочая тетрадь предназначена для студентов образовательных организаций высшего образования, обучающихся по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль «Начальное образование», а также 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) с первым профилем «Начальное образование».

Учебное пособие ориентирует бакалавров на овладение содержанием программы раздела «Подходы к построению системы натуральных чисел. Расширение множества натуральных чисел» математических дисциплин, входящих в состав основной профессиональной образовательной программы бакалавриата, и решение проблемных ситуаций, встречающихся в процессе профессиональной деятельности учителей начальной школы.

Пособие предназначено для подготовки бакалавров в области дошкольного и начального образования. Учебное пособие соответствует требованиям ФГОС ВО.

ISBN 978-5-93162-543-0

© Звягин К. А., Корчемкина Ю. В., Крайнева С.В., 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

Тема 1. Теоретико-множественный смысл натурального числа.....	5
Тема 2. Аксиоматический подход к понятию натурального числа. Метод математической индукции	13
Тема 3. Натуральное число как мера величины. Величины и единицы измерения	26
Тема 4. Задачи на величины: масса тела.....	31
Тема 5. Задачи на величины: время.....	35
Тема 6. Задачи на величины: зависимость между величинами	37
Тема 7. Дробные числа	44
Тема 8. Задачи на действия с дробями	48
Тема 9. Процентные вычисления.....	51
Тема 10. Задачи на дроби и действительные числа.....	58

ТЕМА 1. ТЕОРЕТИКО-МНОЖЕСТВЕННЫЙ СМЫСЛ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА

Задания

I. Объясните с теоретико-множественной позиции, почему данные задачи решаются сложением.

1. В одной коробке осталось 6 конфет, а в другой – 12. Сколько конфет осталось в двух коробках.

2. Из стопки тетрадей дежурный сначала взял 12 тетрадей, а потом – 8. Сколько тетрадей взял дежурный из стопки?

3. У девочки было несколько карандашей. Когда 2 карандаша она отдала, у нее осталось 5 карандашей. Сколько карандашей было у девочки[10]?

II. Объясните, почему нижеприведенные задачи решаются с помощью вычитания.

1. В саду росло 12 кустов малины, 3 куста засохли. Сколько кустов малины осталось в саду?

2. У лодочной станции было 17 лодок. Когда несколько лодок отправились по реке, то осталось 9 лодок. Сколько лодок отправились по реке[5]?

3. В вазе 10 шоколадных конфет, их на 3 больше, чем ирисок. Сколько ирисок лежало в вазе?

III. Обоснуйте с теоретико-множественной позиции выбор арифметического действия:

1. Снежную крепость строили 18 девочек, их на 3 меньше, чем мальчиков. Сколько мальчиков строили крепость?

2. В вазе лежало 9 груш, их было на 3 больше, чем яблок. Сколько яблок лежало в вазе [2]?

3. В вазе было несколько яблок. Когда в вазу положили еще 4 яблока, то в ней стало 11 яблок. Сколько яблок было в вазе?

4. У девочки были шары. Когда 2 из них она подарила, у нее осталось 5 шариков. Сколько шариков было у девочки?

IV. Объясните с теоретико-множественной позиции, почему данные задачи решаются умножением.

1. Учительница дала каждому ученику по 2 тетради. Сколько тетрадей получили 6 учеников?

2. Для кружка рисования купили 8 коробок цветных карандашей по 6 штук в каждой коробке. Сколько карандашей купили [4]?

V. Обоснуйте выбор действий при решении данных задач.

1. На каждой полке шкафа стояло по 3 больших глиняных фигурки и по 7 маленьких. Сколько фигурок стояло на 5 полках шкафа?

2. В классной библиотеке было по 65 книг. По две книги взяли 10 человек. Сколько книг осталось?

3. В киоск привезли 5 пачек по 12 журналов в каждой и пачку из 9 журналов. Сколько журналов привезли в киоск?

VI. Объясните с теоретико-множественной позиции, почему задачи решаются делением [5].

1. Фотограф сделал 28 фотографий и разложил их в конверты по 4 фотографии в каждый. Сколько конвертов ему потребовалось?

2. Маша наклеила 24 открытки на 6 страницах альбома, поровну на каждую страницу. Сколько открыток наклеила Маша на одну страницу альбома[5]?

3. На выставке представлены 24 модели военных кораблей, а океанских лайнеров в 3 раза меньше.

4. В военно-морском параде участвовало 4 крейсера и 16 линкоров. Во сколько раз линкоров на параде было больше, чем крейсеров?

VII. Обоснуйте выбор действий при решении задач.

1. Продавец киоска раскладывал 54 журнала для взрослых и 45 журналов для детей на 9 полок, поровну на каждую полку. Сколько журналов стояло на каждой полке [10]?

2. Мама испекла 36 блинов. Каждому из 4 детей досталось поровну блинов. Причем каждые 3 блина каждый из детей запивал киселем. Сколько кружек киселя выпил каждый ребенок?

3. На качелях и каруселях катались 95 юношей и девушек. На качелях сидели по 4 человека. Сколько парней и девушек каталось на каруселях, если было занято 14 качелей?

4. Фруктовый торт украшало 45 вишен, ягод клубники в три раза меньше чем вишен, а ягод смородины на 27 больше, чем ягод клубники. Сколько ягод смородины украшало фруктовый торт [7]?

5. Во время конкурса кондитеры приготовили 100 пирожных: миндальные корзиночки и эклеры. Миндальных и корзиночек вместе было 73, корзиночек и эклеров – 62. Сколько корзиночек было приготовлено?

**ТЕМА 2. АКСИОМАТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ПОНЯТИЮ
НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА. МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
ИНДУКЦИИ**

Задания

1. $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

Шаг 1. $n = 1$	
Шаг 2. $n = k$	
Шаг 3. $n = k + 1$	

2. $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2.$

<p>Шаг 1. $n = 1$</p>	
<p>Шаг 2. $n = k$</p>	
<p>Шаг 3. $n = k + 1$</p>	

$$3. 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Шаг 1. $n = 1$	
Шаг 2. $n = k$	
Шаг 3. $n = k + 1$	

$$4. 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n + 1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

Шаг 1. $n = 1$	
Шаг 2. $n = k$	
Шаг 3. $n = k + 1$	

$$5. \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1} [7].$$

Шаг 1.

$$n = 1$$

Шаг 2.

$$n = k$$

Шаг 3.

$$n = k + 1$$

$$6. 1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + n^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}.$$

Шаг 1. $n = 1$	
Шаг 2. $n = k$	
Шаг 3. $n = k + 1$	

$$7. 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

Шаг 1.

$$n = 1$$

Шаг 2.

$$n = k$$

Шаг 3.

$$n = k + 1$$

$$8. \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(n+3)(n+4)} = \frac{n}{4(n+4)}.$$

Шаг 1.

$$n = 1$$

Шаг 2.

$$n = k$$

Шаг 3.

$$n = k + 1$$

$$9. 2 + 7 + 14 + \dots + (n^2 + 2n - 1) = \frac{n(2n^2 + 9n + 1)}{6}.$$

Шаг 1.

$$n = 1$$

Шаг 2.

$$n = k$$

Шаг 3.

$$n = k + 1$$

10. $5^n + 2 \cdot 3^n - 3 : 8$ при любом натуральном n .

Шаг 1.

$$n = 1$$

Шаг 2.

$$n = k$$

Шаг 3.

$$n = k + 1$$

11. $n^3 + 5n : 6$ при любом натуральном n .

<p>Шаг 1. $n = 1$</p>	
<p>Шаг 2. $n = k$</p>	
<p>Шаг 3. $n = k + 1$</p>	

12. $10^n + 18n - 28 : 27$ при любом натуральном n [10].

Шаг 1.

$$n = 1$$

Шаг 2.

$$n = k$$

Шаг 3.

$$n = k + 1$$

13. $5^n - 4n + 15 : 16$ при любом натуральном n .

<p>Шаг 1. $n = 1$</p> <p>Шаг 2. $n = k$</p> <p>Шаг 3. $n = k + 1$</p>	
--	--

ТЕМА 3. НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО КАК МЕРА ВЕЛИЧИНЫ. ВЕЛИЧИНЫ И ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ

Задания

1. О каких величинах идет речь в предложениях:

а. В одной банке 9 кг меда, а в другой – 6 кг.

б. Высота сосны 15 м, а тополя 10 м.

в. За одну книгу заплатили 320 р., а за другую – 287 р.

г. Бабушке 60 лет, а внуку 15 лет.

д. В одной книге 289 страниц, а в другой – 379 страниц [5].

2. Заполните пропуски, записав соответствующие единицы величин:

а) Расстояние между городами 780 _____

б) Площадь участка 420 _____

в) Периметр треугольника 21 _____

г) Масса арбуза _____

д) Высота дерева 4 _____

е) Радиус окружности 70 _____

ж) Рост человека 165 _____.

3. На какие группы можно разбить единицы величин:

а) 1 ч, 1 т, 1 мин, 1 с, 1 ц, 1 кг;

б) 1 м², 1 дм, 1 км, 1 см², 1 мм, 1 т, 1 кг, 1 г.

4. Сравните следующие величины (поставьте знак «<», «>», «=»):

а) 6 мин 3 с _____ 362 с;

б) 256 ц _____ 25 т;

в) 50 мин _____ $\frac{2}{3}$ ч;

г) 9 т 8 ц _____ 986 кг;

д) $\frac{5}{8}$ т _____ 800 кг;

е) 1 т 250 кг _____ 12 500 г;

ж) 7300 мм _____ 7 км 30 м;

з) 72 км/ч _____ 1000 м/мин;

и) 540 дм 60 см _____ 55 м;

к) 36 км/ч _____ 10 м/с;

л) 1500 мм _____ 18 дм;

м) 60 км/ч _____ 1000 м/с;

н) 10000 с _____ 3 ч;

о) 1 сут _____ 1339 мин;

п) 540 дм² _____ 54 м²;

р) 12 ц _____ 127087 г;

с) 2 недели _____ 330 ч;

т) 1 год _____ 52 недели;

у) 228 мм _____ 2 м 8 см;

ф) 60 км/ч _____ 17 м/с.

5. Расположите в порядке убывания 150 км 7 м, 150 070 м, 1 500 700 см, 15 070 000 см, 1 507 070 дм [10].

6. Составьте все возможные истинные равенства, используя данные величины: 15 см², 800 м², 30 000 см², 19 га, 23 м², 8 соток, 3 м², 1900 а, 2300 дм², 1500 мм², 190 а, 3000 см².

7. Найдите значения выражений там, где это возможно:

а) 3 км 867 м + 17 км 589 м;

б) 8 т 36 ц – 4 т 18 ц;

в) $12 \text{ км } 020 \text{ м} - 11 \text{ км } 350 \text{ м};$

г) $6 \text{ кг } 730 \text{ г} \cdot 7;$

д) $840 \text{ м} + 120 \text{ дм}^2;$

е) $813 \text{ м}^2 + 545 \text{ дм}^2;$

ж) 3084 м и $285 \text{ дм};$

з) $7 \text{ т } 3 \text{ кг} + 102 \text{ кг}$;

и) $93 \text{ см} - 8 \text{ дм } 6 \text{ см}$

к) $18 \text{ мин} - 15 \text{ с}$;

л) $12 \text{ км} - 81 \text{ м}^2$;

м) $4 \text{ т } 268 \text{ кг} - 1 \text{ т } 56 \text{ кг}$.

8. Сравните следующие значения (поставьте знак «>», «<», «=»):

а) $6 \text{ дм}^2 \cdot 4$ ____ $9 \text{ см}^2 \cdot 6$;

б) $7 \text{ дм}^2 \cdot 9$ ____ $8 \text{ дм}^2 \cdot 6$;

в) $720 \text{ см}^2 : 9$ ____ $720 \text{ см}^2 : 8$;

г) $560 \text{ дм}^2 : 8$ ____ $630 \text{ м}^2 : 8$.


ТЕМА 4. ЗАДАЧИ НА ВЕЛИЧИНЫ: МАССА ТЕЛА

Задания

1. Из толстой железной проволоки в мастерской могут сделать цепь, состоящую из 80 или 100 звеньев. Если сделать цепь из 100 звеньев, то каждое звено её будет на 5 г легче, чем в том случае, если бы цепь сделали из 80 звеньев. Какую массу имеет проволока [11]?



2. На три склада доставлен груз. На первый и второй склады доставлено 400 т, на второй и третий – 300 т, а на первый и третий – 440 т. Сколько тонн груза было доставлено на каждый склад в отдельности?



3. В булочную привезли 280 кг сухарей в пакетах по 2 кг в каждом пакете. К концу недели осталось 40 кг сухарей. Сколько пакетов с сухарями было продано[5]?

4. Десять слив имеют такую же массу, как три яблока и одна груша, а шесть слив и одно яблоко – как одна груша. Сколько слив нужно взять, чтобы их масса была равна массе одной груши?

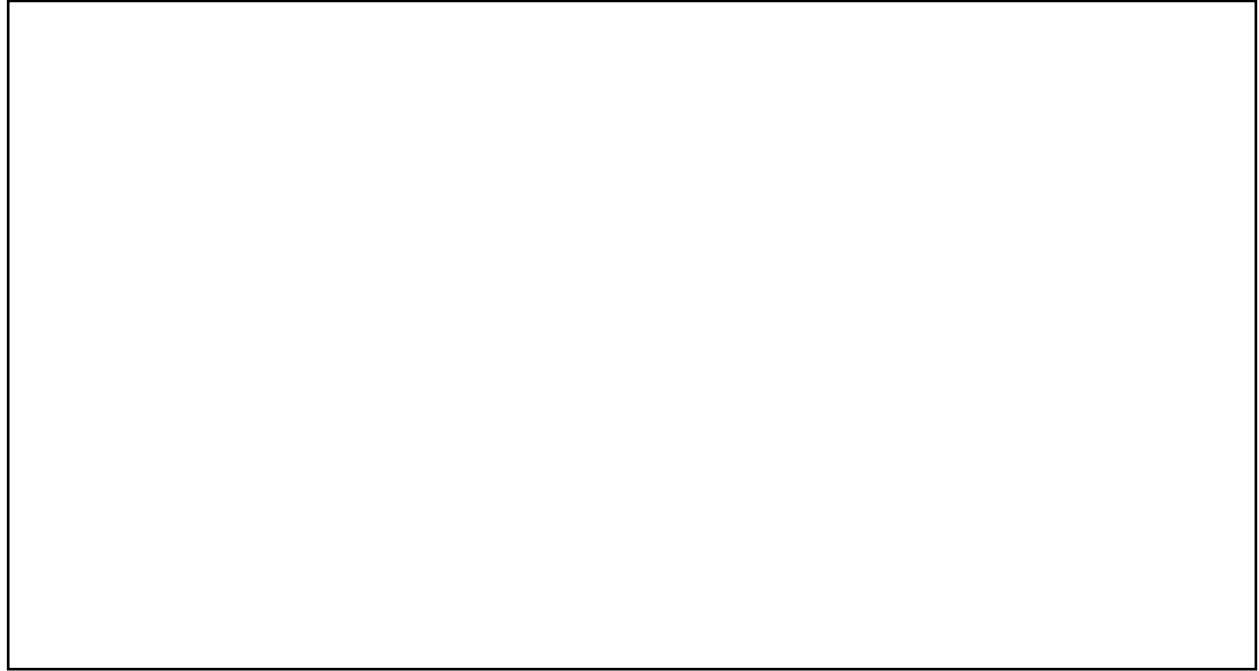
5. Рыбак поймал рыбу. Когда у него спросили, какова масса пойманной рыбы, он сказал: «Я думаю, что хвост её – 1 кг, голова – столько, сколько хвост и половина туловища, а туловище – сколько голова и хвост вместе». Какова масса рыбы?

6. Имеющийся в магазине картофель был расфасован в 24 пакета по 5 кг и 3 кг. Масса всех пакетов по 5 кг оказалась равна массе всех пакетов по 3 кг. Сколько было тех и других пакетов[7]?

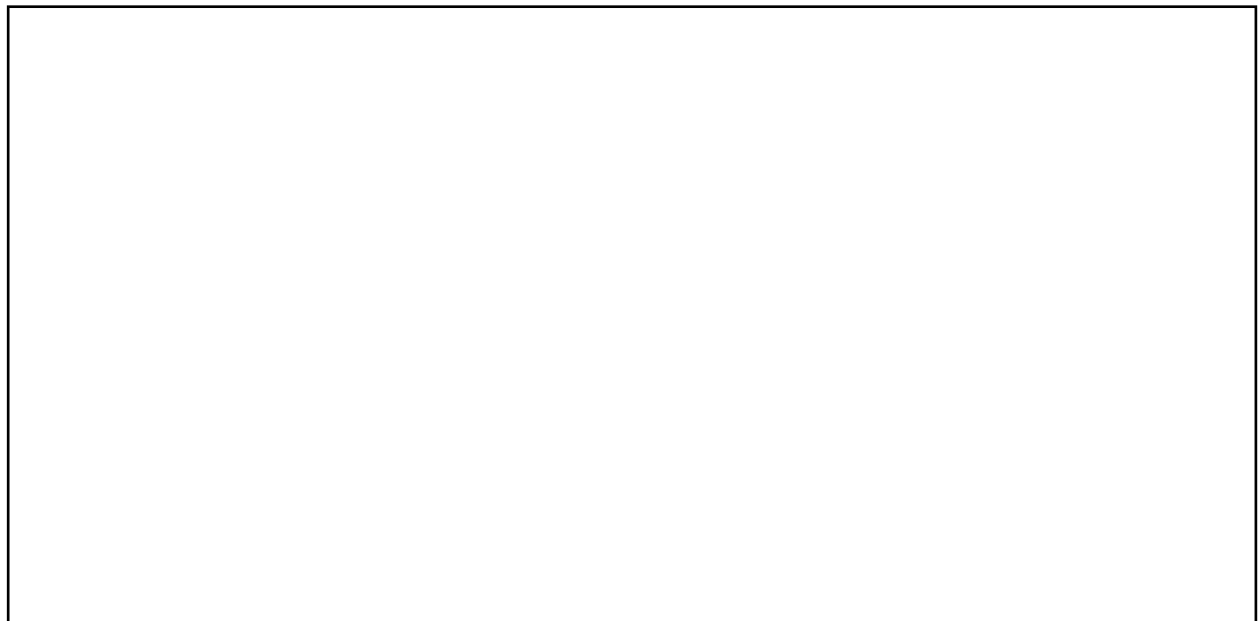
7. На одну чашку весов положили кусок сыра, а на другую $\frac{3}{4}$ куска и ещё $\frac{3}{4}$ килограмма, после чего на весах установилось равновесие. Какова масса куска сыра?

8. Масса сосновой шпалы 27,8 кг, а дубовой 45,5 кг. Масса доставленных шпал равна 384,2 кг. Сколько среди этих шпал сосновых и сколько дубовых?

9. Имеется 2 разных сплава меди. В первом на 40% меньше содержание меди, чем во втором. После того, как их сплавляли вместе, получили сплав, содержащий 36% меди. Определите процентное содержание меди в первом и во втором сплавах, если известно, что в первом сплаве было 6 кг меди, а во втором – 12 кг [4].



10. Имеется два сплава серебра и золота: в одном серебра 40%, а в другом серебра в 1,5 раза меньше, чем золота. Сколько надо взять того и другого сплава, чтобы получить $17\frac{1}{3}$ кг сплава, в котором количество золота относится к количеству серебра как 3:2?



ТЕМА 5. ЗАДАЧИ НА ВЕЛИЧИНЫ: ВРЕМЯ

Задания

1. Сколько сейчас времени, если до конца суток осталось $\frac{4}{5}$ того, что уже протекло от начала суток?

2. Дочери в настоящее время 8 лет, а матери – 38. Через сколько лет мать будет втрое старше дочери?

3. Когда отцу было 37 лет, то сыну было только 3 года, а сейчас сыну в три раза меньше лет, чем отцу. Сколько лет сейчас каждому из них?

4. Я два часа смотрел в окно.

Я три часа смотрел кино.

Одну десятую этого срока

Я в поте лица учил уроки.

Из-за стола я тихо встал

И маме говорю: «Устал».

Она отвечает: «Не мудрено!

Ты глядел в окно, ты смотрел кино.

Но сами уроки, этакий плут,

Ты учил всего лишь ____ минут».

5. Яша идёт от дома до школы 30 мин, а Петя – 40 мин. Петя вышел из дома на 5 мин раньше Яши. Через сколько минут Яша догонит Петю?

6. Один биолог открыл удивительную разновидность амёб. Каждая из них через минуту делится на две, и ровно через час вся пробирка оказывается заполненной амёбами. Сколько потребовалось бы времени, чтобы вся пробирка заполнилась амёбами, если бы в неё положили не одну амёбу, а две[2]?

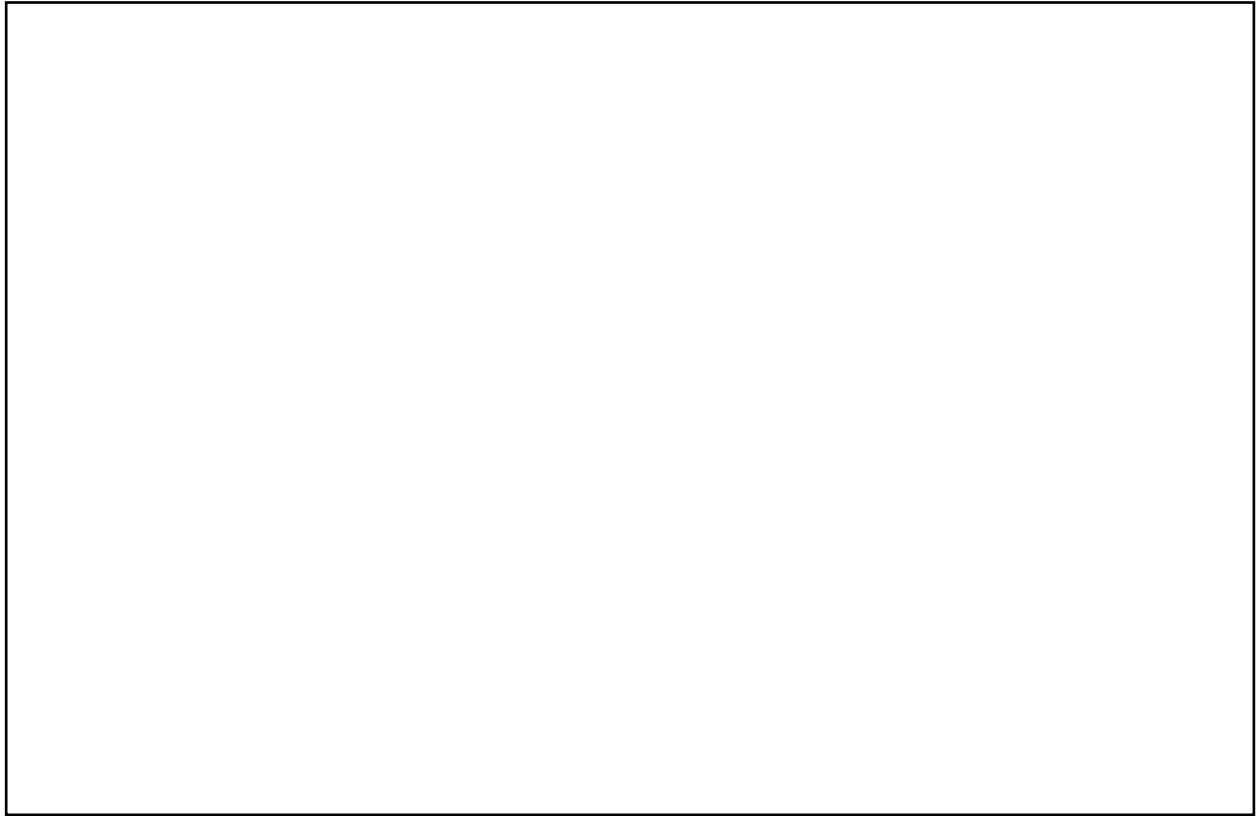
ТЕМА 6. ЗАДАЧИ НА ВЕЛИЧИНЫ: ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ВЕЛИЧИНАМИ

Задания

1. Туристы ехали на автомашине из лагеря в город. Когда они проехали $\frac{3}{4}$ пути, автомашина была остановлена для ремонта. Оставшуюся часть пути туристы проделали пешком, затратив на это времени в 4 раза больше, чем они ехали на автомашине. Во сколько раз быстрее ехали туристы на автомашине, чем шли пешком?

2. 30 пирожных стоят на 30 руб. дороже, чем 40 пирожков. Те же 30 пирожных стоят на 21 руб. дороже, чем 50 таких же пирожков. Сколько стоят одно пирожное и один пирожок[5]?

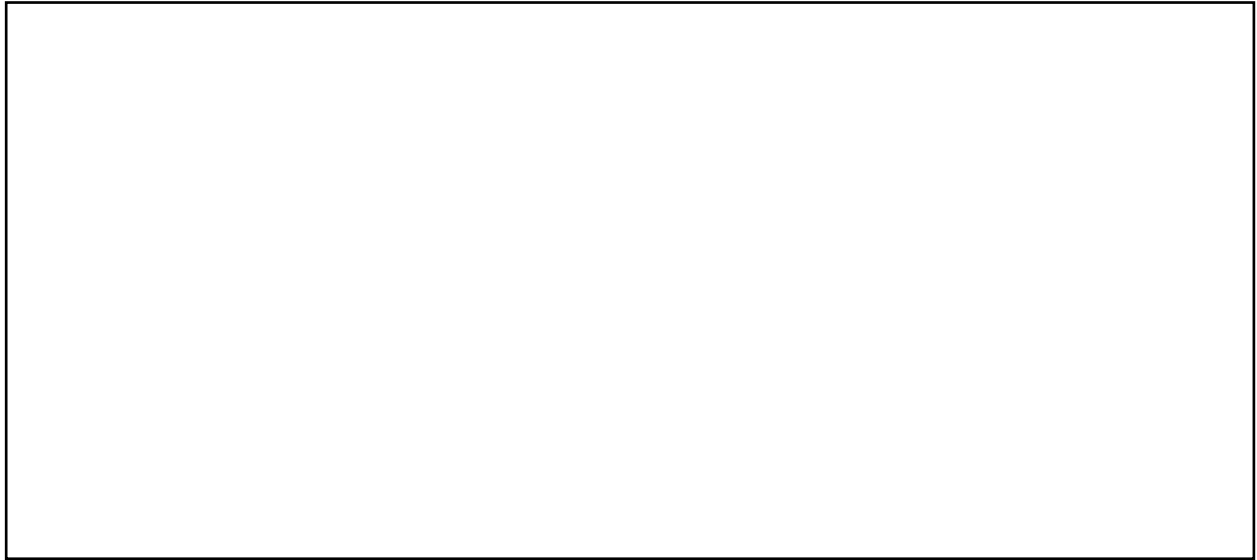
3. Велосипедист должен попасть в место назначения к определенному сроку. Известно, что если он поедет со скоростью 15 км/ч, то приедет на час раньше, а если скорость будет 10 км/ч, то опоздает на час. С какой скоростью должен ехать велосипедист, чтобы приехать вовремя?



4. Для туристов закуплено 100 билетов на поезд на общую сумму 340000 руб. Билеты стоимостью по 3000 и по 4000 рублей. Сколько закуплено билетов по 3000 рублей и по 4000 рублей[9]?



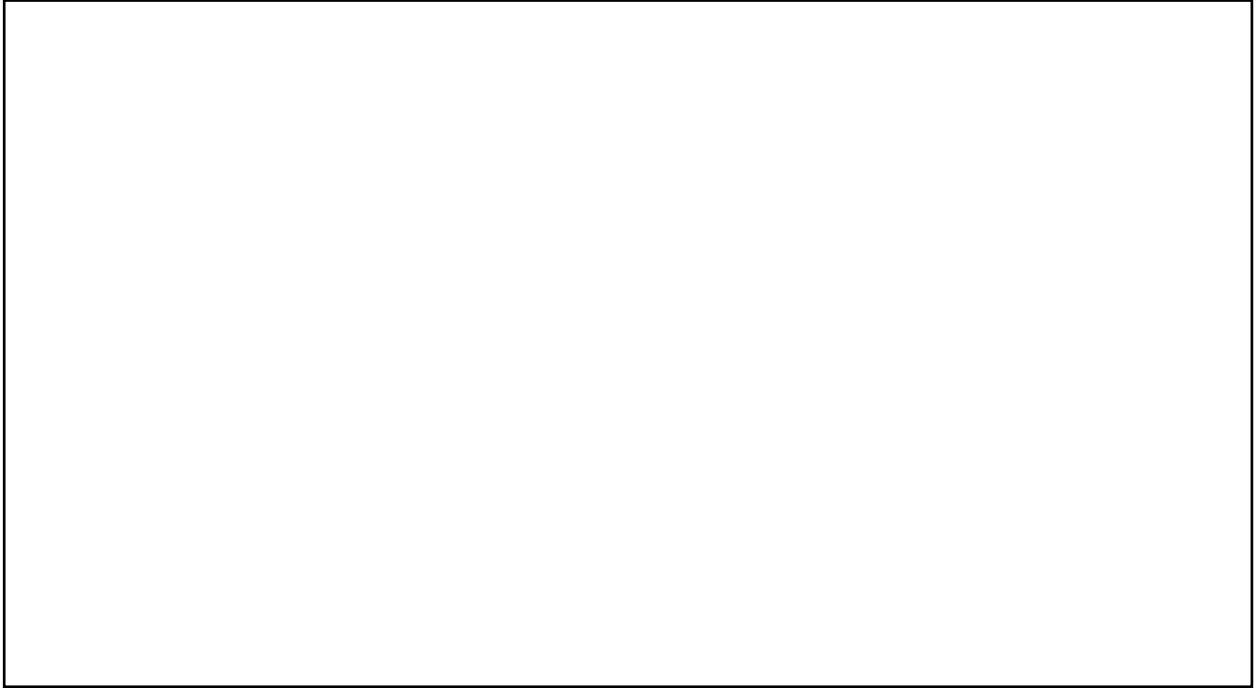
5. Собака погналась за лисицей, находящейся от нее на расстоянии 120 м. Через сколько времени собака догонит лисицу, если лисица пробегает в минуту 320 м, а собака – 350 м?



6. По дороге в одном и том же направлении идут два мальчика. В начале расстояние между ними было 2 км, но так как скорость идущего впереди мальчика 4 км/ч, а скорость второго 5 км/ч, то второй нагоняет первого. С начала движения до того, как второй мальчик догонит первого, между ними бегают собака со средней скоростью 8 км/ч. От идущего позади мальчика она бежит к идущему впереди, добежав, возвращается обратно, и так бегают до тех пор, пока мальчики не окажутся рядом. Какое расстояние пробежит за все это время собака?



7. Из двух труб в бочку течёт вода. Одной первой трубой бочка наполнилась бы водой за 24 мин, второй – за 15 мин. Однако в бочке дыра, из которой вся вода вытечет за 2 часа. Наполнится ли бочка и за какое время, если будет наполняться из обеих труб и вода будет вытекать в дыру[10]?



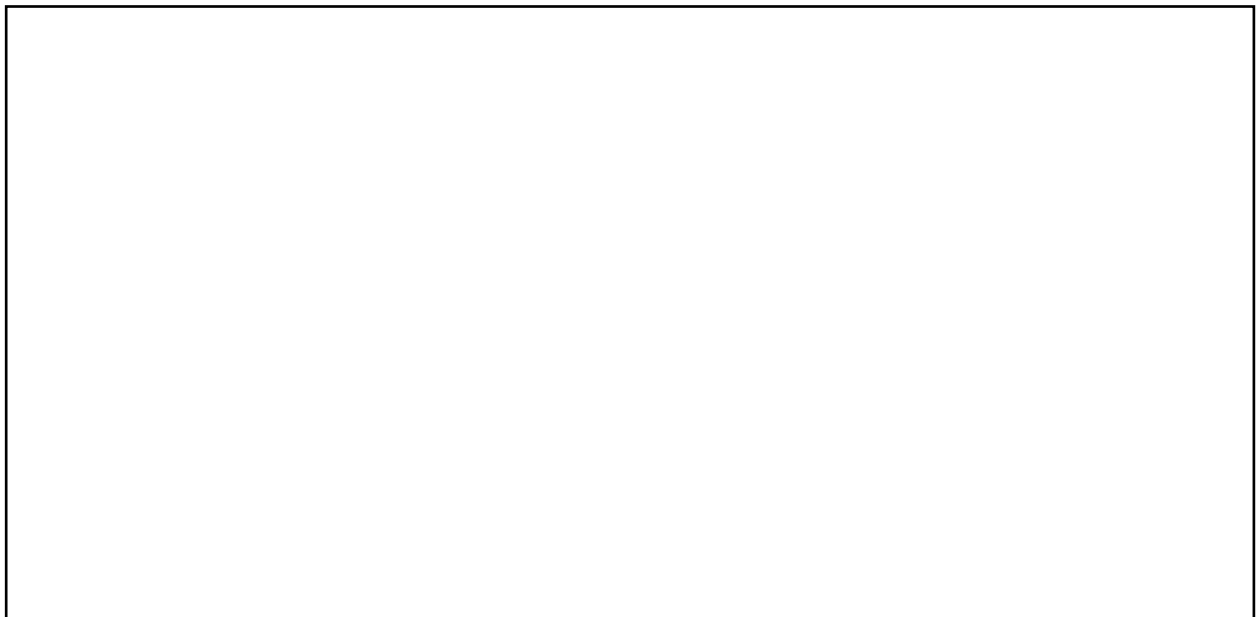
8. Трава на всем лугу растёт одинаково густо и быстро. 70 коров съели бы её за 24 дня, а 30 коров – за 60 дней. Сколько коров съели бы всю траву за 96 дней?



9. Две бригады, работая вместе, закончили ремонт участка за 6 дней. Одной первой бригаде для выполнения 40% всей работы потребовалось бы времени на 2 дня больше, чем одной второй бригаде для выполнения $13\frac{1}{3}\%$ всей работы. Определите, за сколько дней могла бы отремонтировать участок каждая бригада, работая одна[11]?



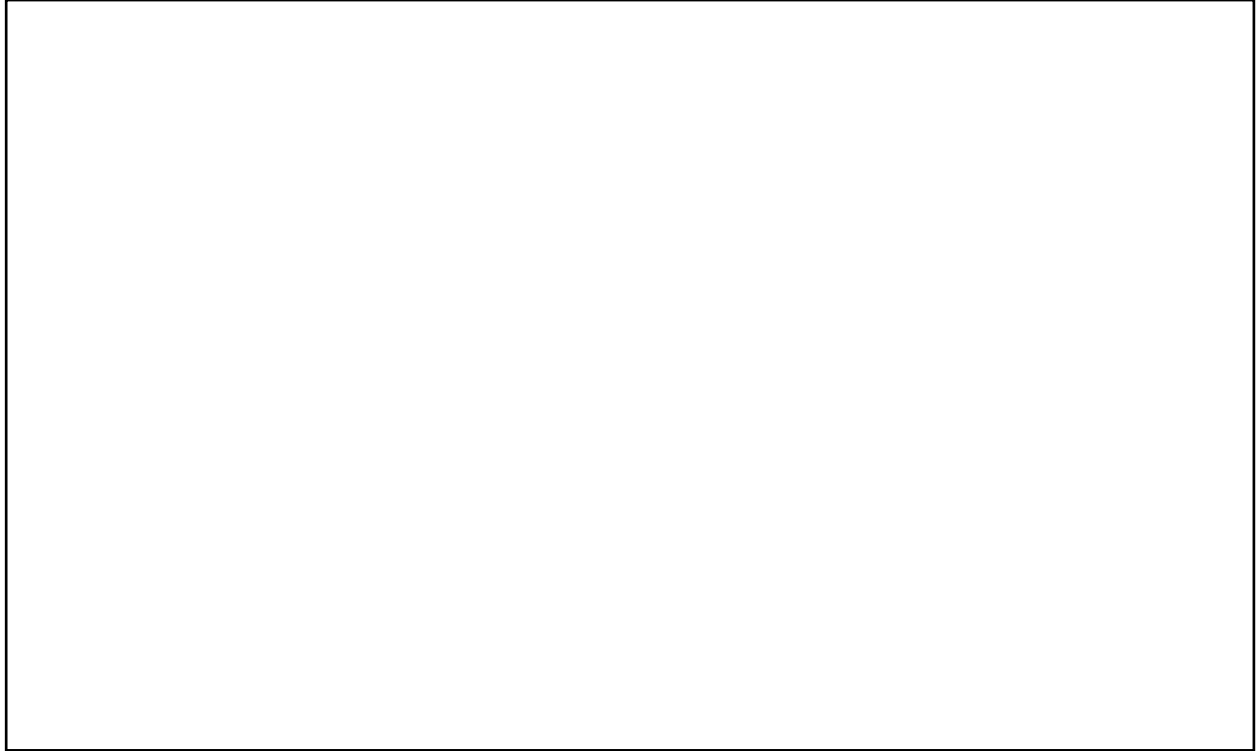
10. В бассейне проведены две трубы. Первой трубой он наполняется на 12 часов быстрее, чем второй. После того, как первая труба действовала 10 ч, ее закрыли и открыли вторую, которая наполнила оставшуюся часть бассейна за 16 ч. За сколько часов каждая труба, действуя отдельно, может наполнить пустой бассейн[1]?



11. Три подружки договорились купить к праздничному столу 12 пирожных. Первая из них купила 5 штук, вторая – 7, а третья вместо своей доли пирожных внесла 12 руб. Как подружки должны разделить эти деньги?

12. Поезд проходит мост длиной 450 м за 45 с, а мимо столба – за 15 с. Вычислить длину поезда и его скорость.

13. Грузовик проезжает некоторое расстояние за 10 ч. Если бы он проезжал в час на 10 км больше, то ему потребовалось бы на тот же путь 8 ч. Какова скорость грузовика и какое расстояние ему необходимо проехать[5]?



14. Пройдя половину пути, пароход увеличил скорость на 25% и поэтому прибыл к пристани на полчаса раньше срока. Сколько времени потребовалось пароходу на весь путь?



ТЕМА 7. ДРОБНЫЕ ЧИСЛА

Задания

Найти значения выражений:

1.
$$\frac{\left(1\frac{1}{4} - \frac{3}{14}\right) \cdot \frac{56}{7} + \frac{24}{5} \cdot \frac{8}{10}}{\left(3\frac{1}{4} + \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{11}{2} \cdot \frac{10}{49}}.$$

2.
$$\frac{\left(9\frac{3}{4} \cdot 5\frac{1}{2} + 3\frac{4}{10} \cdot 2\frac{7}{24}\right) \cdot 1\frac{9}{16} [5]}{\frac{31}{100} \cdot 8\frac{2}{5} - \frac{561}{100} \cdot 27\frac{1}{2}}.$$

3.
$$\frac{\left(\left(7\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{7}{7} + \frac{8}{6} - \frac{8}{17}\right) \cdot \frac{7}{17}}{\left(2\frac{1}{5} + \frac{7}{3}\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{34}{15} + 7}.$$

$$4. \quad (2:3\frac{1}{5} + (3\frac{1}{4}:13)):\frac{2}{3} + ((2\frac{5}{18} - \frac{17}{36}) \cdot \frac{18}{65}) \cdot \frac{1}{3}.$$

$$5. \quad \frac{(2\frac{38}{45} - \frac{1}{15}):13\frac{8}{9} + 3\frac{3}{65} \cdot \frac{26}{99}}{(18\frac{1}{2} - 13\frac{7}{9}) \cdot \frac{1}{85}} \cdot \frac{1}{2} [1].$$

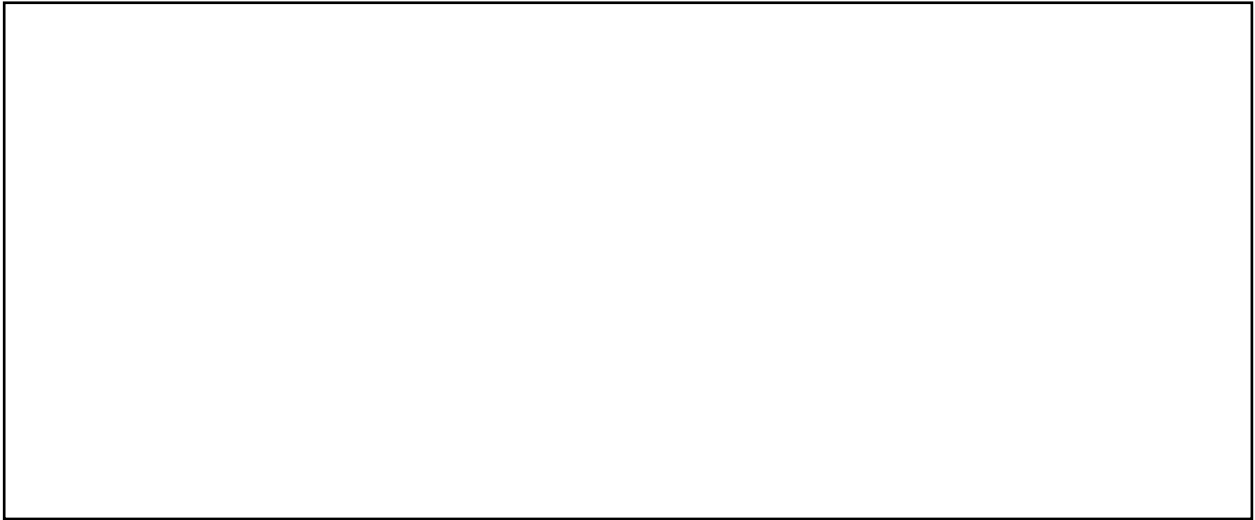
$$6. \quad (3,28 - (-1,52)):((-24) + (-1,3)) \cdot (-0,04).$$

$$7. \frac{4,5:(47,375-(26\frac{1}{3}-18\cdot 0,75))-2,4:0,88}{17,81:1,37-23\frac{2}{3}:1\frac{5}{6}}.$$

$$8. \frac{(2,268:2,25-0,75):0,04+0,75}{0,36\cdot 0,751+0,36\cdot 0,829-0,36\cdot 0,58}[4].$$

$$9. 26: \left(\frac{3:(0,2-0,1)}{2,5\cdot(0,8+1,2)} + \frac{(34,06-33,81)\cdot 4}{6,84:(28,57-25,15)} \right).$$

10. $\frac{6,75^2+0,125\cdot 6,75}{5,9^2-(1,03+1,89726:0,618)^2}[4].$



11. $\frac{3,05^2-2,55^2}{0,35\cdot 388-28,8\cdot(20,56-14,501:0,85)}.$



12. $\frac{(81,624:4,8-4,505)^2+125\cdot 0,75}{((0,44^2:0,88+3,53)^2-2,75^2):0,52}.$



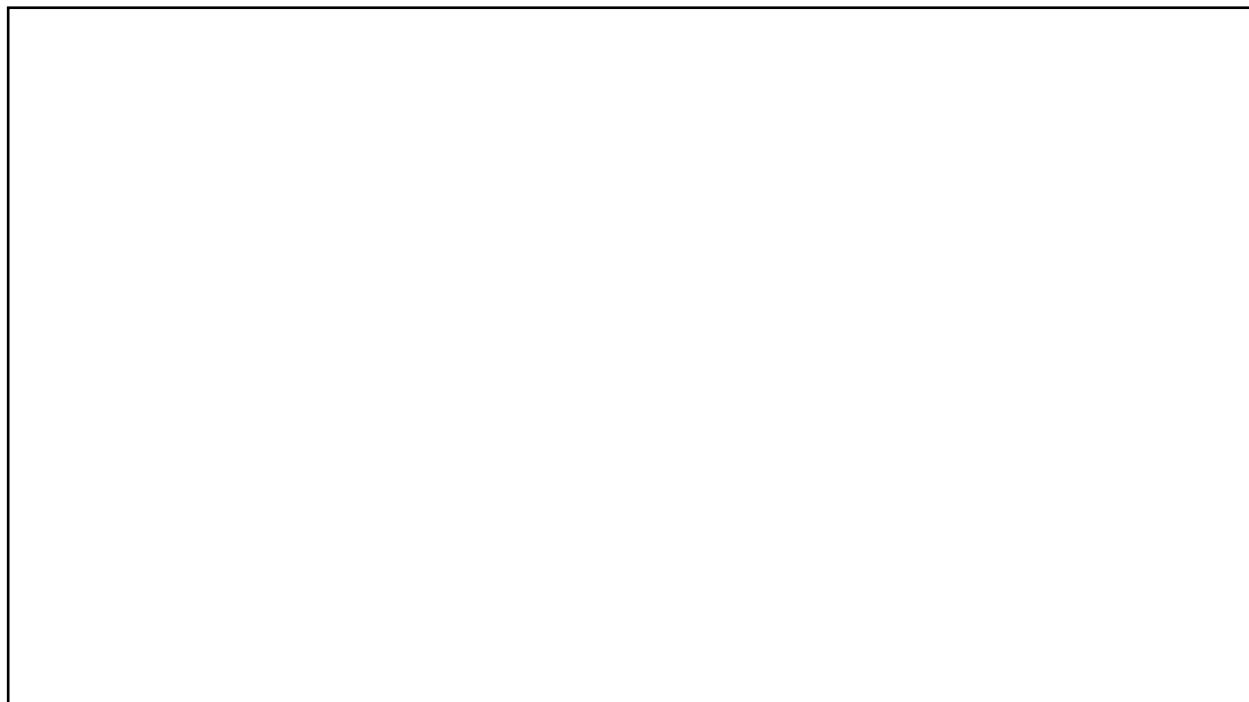
ТЕМА 8. ЗАДАЧИ НА ДЕЙСТВИЯ С ДРОБЯМИ

Задания

1. С автостанции автобус выехал в 8 часов утра и ехал 3 ч со скоростью 60 км/ч. За это время было пройдено $\frac{3}{4}$ всего пути до места прибытия. С какой скоростью автобусу надо проехать оставшуюся часть пути, если по расписанию он должен прибыть в конечный пункт в час дня[11]?



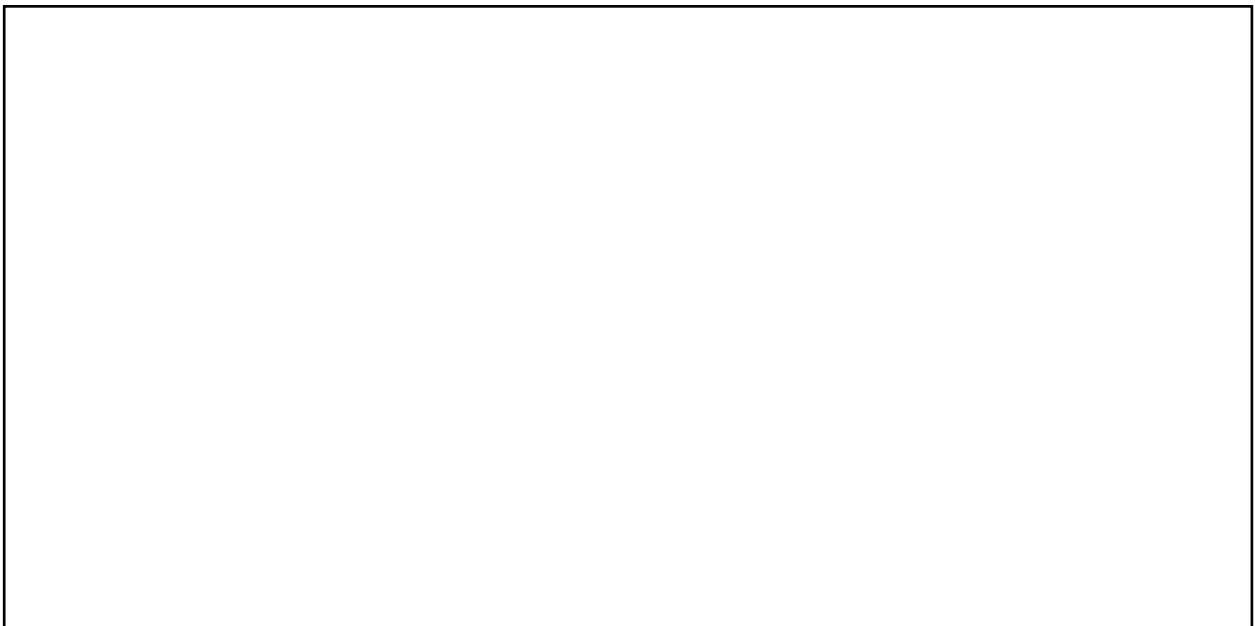
2. Турист прошел в первый день $\frac{10}{31}$ всего пути, во второй $\frac{9}{10}$ того, что прошел в первый день, а в третий день он прошел на 12 км больше, чем во второй день. Сколько километров прошел турист в каждый из трех дней?



3. Пешеход должен был пройти некоторое расстояние, чтобы прибыть на место к назначенному сроку. Пройдя 6 км за 2 ч, он рассчитал, что опоздает на $\frac{1}{3}$ ч, если пойдет и дальше с той же скоростью. Увеличив свою скорость на $\frac{1}{2}$ км/ч, пешеход прибыл к месту назначения на $\frac{2}{3}$ ч раньше срока. Какое расстояние должен был пройти пешеход?



4. Автобус проходит расстояние между конечными станциями своего маршрута за 1,5 часа. Если его скорость увеличить на 5 км/ч, то это же расстояние он пройдет на 15 минут быстрее. Каково расстояние между конечными станциями маршрута[9]?



5. Магазин продал в первый день 160 кг яблок, что составило $\frac{1}{3}$ всех яблок, во второй день – $\frac{4}{5}$ оставшихся яблок. Сколько килограммов яблок осталось продать?

6. У Маши было 360 рублей. Она потратила $\frac{1}{8}$ этой суммы и $\frac{1}{7}$ остатка. Сколько денег она потратила?

7. В сентябре 25 рабочих дней. Какую часть месяца составляют выходные дни?

8. На субботник вышли 90 учащихся. $\frac{1}{2}$ всех ребят получили лопаты, $\frac{1}{5}$ – грабли, $\frac{1}{10}$ – ведра, остальным выдали 9 носилок. Всем ли ребятам досталась работа[7]?

ТЕМА 9. ПРОЦЕНТНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Задания

1. Найдите:

а) 18% от числа 25;

б) 4% от числа 4,8;

в) 4,8% от числа 4.

2. Найдите число, если:

а) 16% его равны 4,5;

б) 2,5% его равны 5;

в) 5% его равны 2,5.

3. Сколько процентов составляет число:

а) 5 от числа 20;

б) 0,5 от числа 8;

в) 8 от числа 0,5.

4. Увеличьте:

а) число 130 на 7%;

б) число 145 на 20%;

в) число 250 на 37%.

5. Уменьшите:

а) число 20 на 3%;

б) число 148 на 5%;

в) число 1500 на 43%.

6. Число увеличили на 8% и получили 27. Какое число было первоначально?

7. Число уменьшили на 14% и получили 137,6. Какое число было первоначально?

8. Число увеличили на 27%, полученный результат уменьшили на 27% и получили 101 981. Какое число было первоначально? Изменится ли результат, если бы действия над тем же числом выполнялись в обратном порядке[7]?

9. В школе 1200 учащихся, 24% всех учащихся ученики начальной школы, 40% учеников начальной школы учатся без «3». Сколько учеников начальной школы учится только на «4» и «5»?

10. При первой сортировке овощей в хранилище потери составили 5%. При повторной сортировке потери составили 2%, после чего на складе оказалось 186,2 т овощей. Сколько тонн овощей было завезено в овощехранилище?

11. Бригада перешла с восьмичасового рабочего дня на семичасовой. На сколько процентов надо повысить производительность труда, чтобы сменная выработка осталась прежней [5].

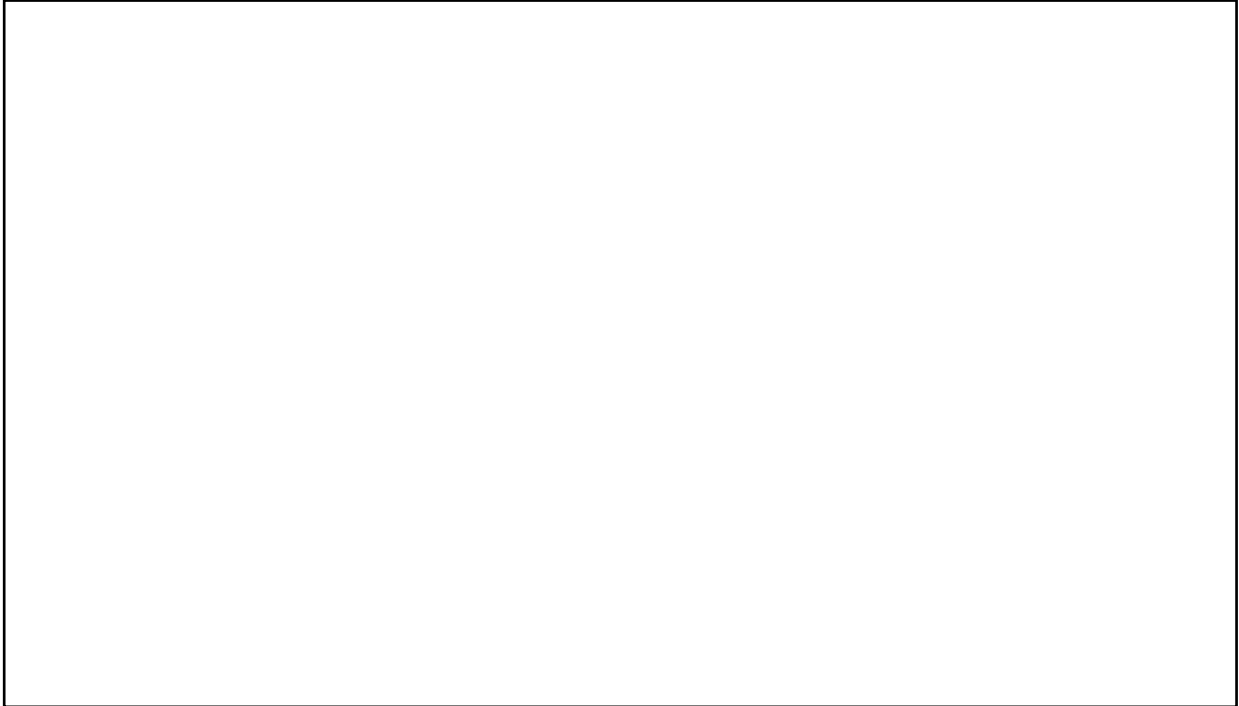
12. Цену товара сначала уменьшили на 20%, а потом увеличили на 20%. Изменилась ли в результате цена товара?

13. За 8 месяцев работы завод выполнил 80% объема от годового плана. На сколько % завод перевыполнит план, если будет дальше так же работать?

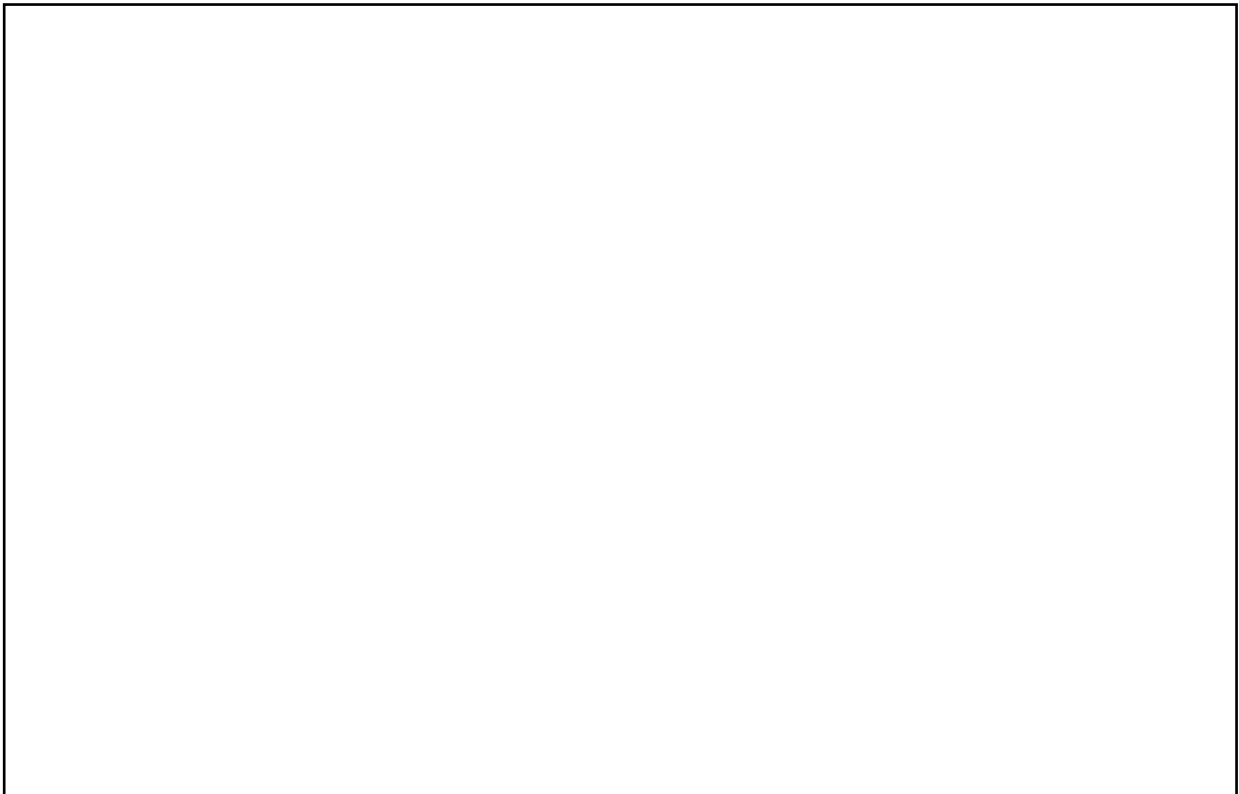
14. В месяце 24 учебных дня, ежедневно проводится по 4 урока, в классе 32 ученика. Учениками за месяц пропущено 120 уроков. Найдите процент посещаемости класса в этом месяце.

15. Четыре рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки[2]?

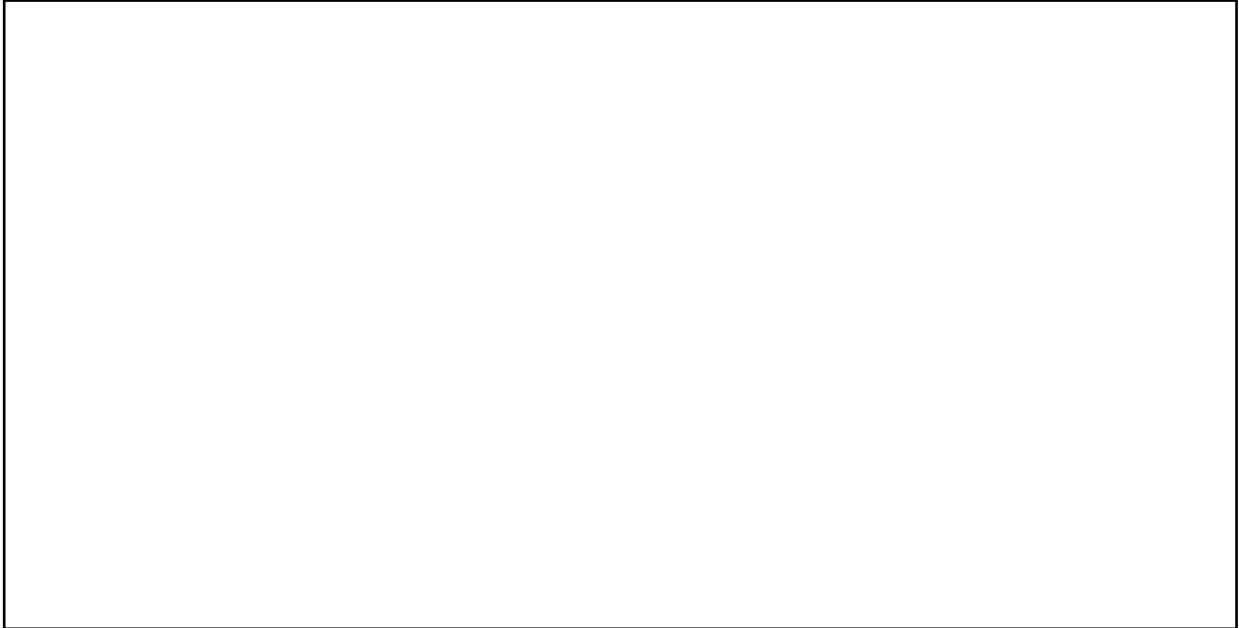
16. Собрали 100 кг грибов с содержанием воды 99%. Подсушив грибы, их влажность довели до 98%. Сколько килограммов подсушенных грибов получили[10]?



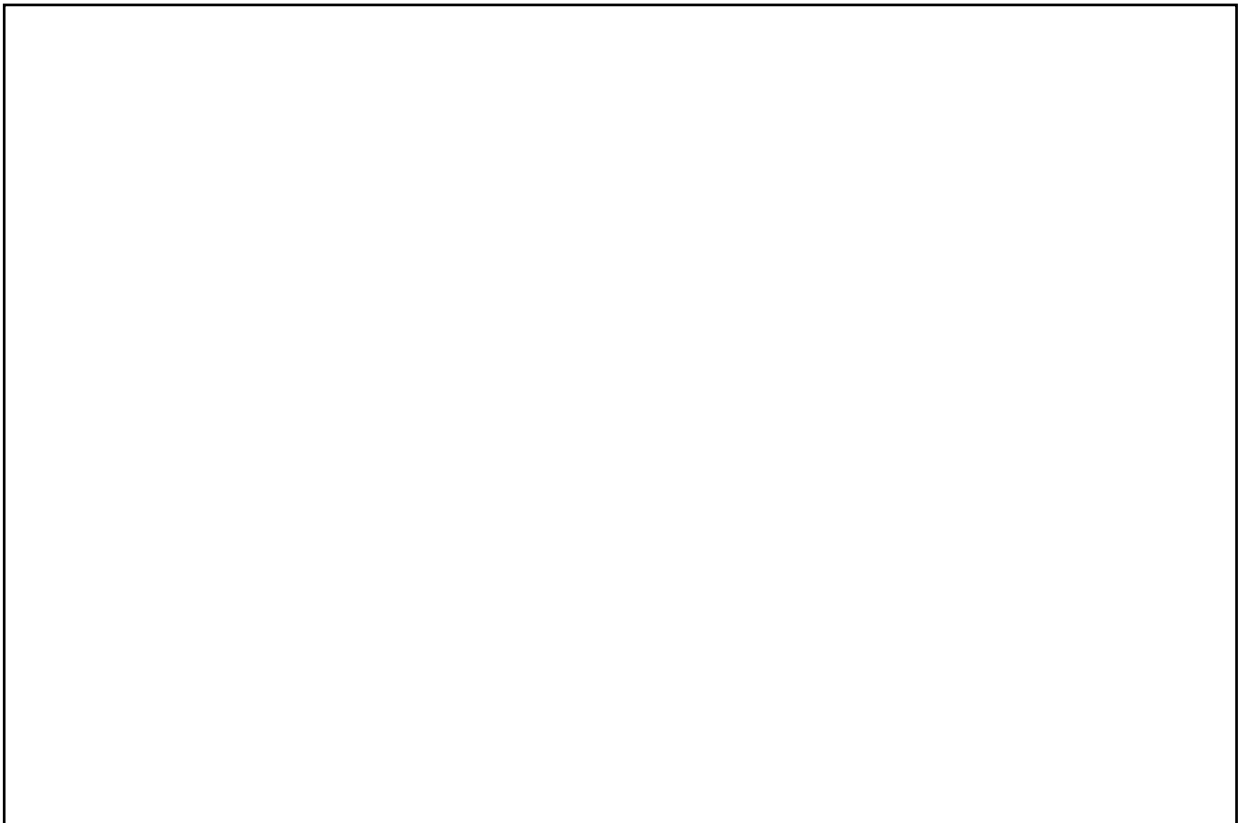
17. В сосуд, содержащий 5 литров 15%-ого раствора соли, добавили 7 литров воды. Какова концентрация соли в полученном растворе (в процентах)?



18. Сколько килограммов меди нужно добавить к куску бронзы массой 8 кг и содержащему 13% меди, чтобы повысить содержание в нем меди до 25% от общей массы?



19. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй – 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго[1]?

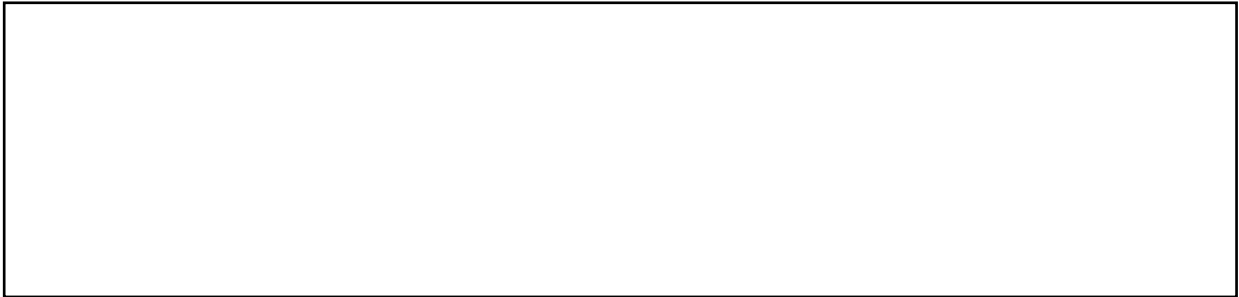


ТЕМА 10. ЗАДАЧИ НА ДРОБИ И ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Задания

1. Выберите единицу длины и постройте отрезок, длина которого выражается:

а) дробью $\frac{15}{4}$;



б) дробью $\frac{17}{3}$;



в) дробью $\frac{4}{7}$;



г) числом $\sqrt{85}$;



д) числом $\sqrt{24}$.



2. Решите задачи арифметическим способом:

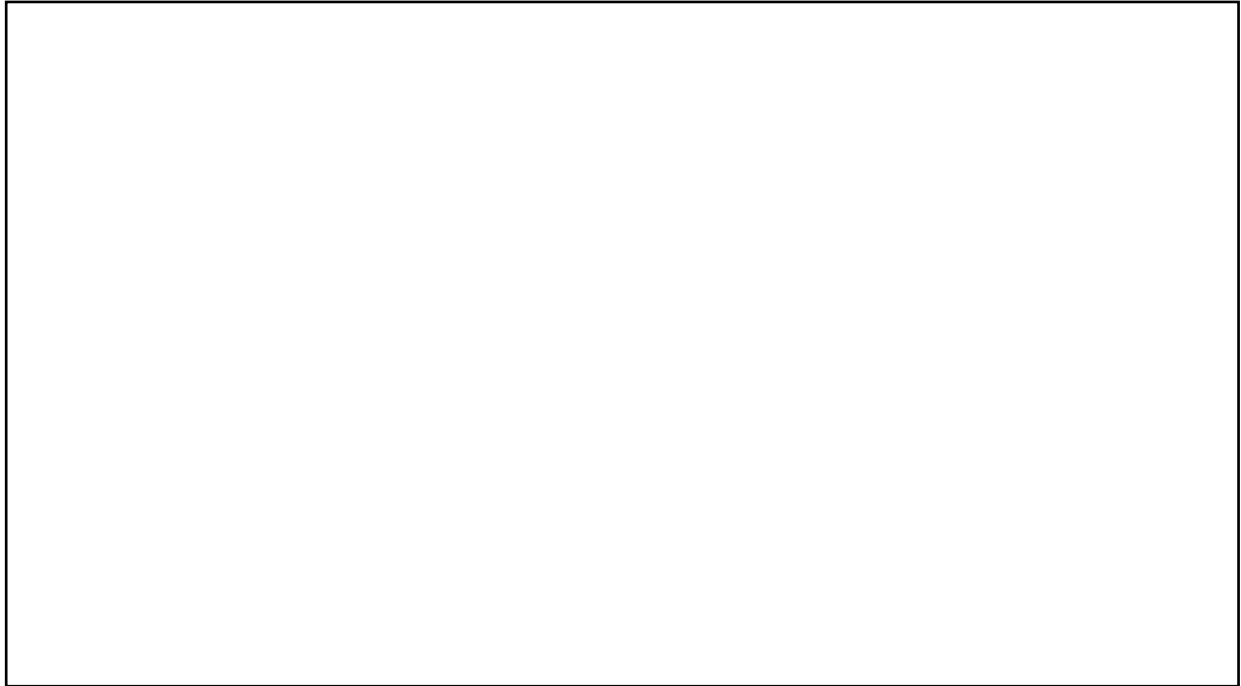
а. Прямоугольник разделили на 8 равных частей. Сначала закрасили $\frac{1}{2}$ прямоугольника, потом $\frac{1}{4}$, затем $\frac{1}{8}$. Весь ли прямоугольник закрасили?



б. Мальчик отпил $\frac{1}{6}$ чашки черного кофе и долил молока, затем отпил еще $\frac{1}{3}$ чашки и опять долил молока, потом отпил еще $\frac{1}{2}$ чашки и снова долил молока. Наконец он допил кофе с молоком. Чего больше выпил мальчик – кофе или молока [4]?



в. Двум машинисткам было поручено перепечатать рукопись. Первая машинистка перепечатала $\frac{3}{7}$ рукописи, вторая – $\frac{5}{14}$ всей рукописи. Сколько страниц в рукописи, если первая машинистка перепечатала на 7 страниц больше, чем вторая.



г. В первом вагоне в $1\frac{1}{2}$ раза больше груза, чем во втором. Если из первого вагона выгрузить $5\frac{4}{5}$ т, а во второй добавить $14\frac{1}{5}$ т, то груза в вагонах будет поровну. Сколько тонн груза в каждом вагоне?



БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алексеева Г.Ю. Сборник задач и упражнений по математике: для сузов / Г.Ю. Алексеева, Т.П. Быкова, Н. И. Хрипченко. – Москва : Экзамен, 2008. – 190 с. – ISBN 978-5-377-00803-3.

2. Виленкин Н. Я. Математика 4 – 5 классы. Теоретические основы / Н. Я. Виленкин. – Москва : Просвещение, 1974. – 224 с.

3. Евстафьева Л.П. Алгебра. Дидактические материалы. 8 класс / Л.П. Евстафьева, А.П. Карп. – Москва : Просвещение, 2021. – 143 с. – ISBN 978-5-090-70951-4.

4. Кузнецова Л.В. Алгебра. Контрольные работы. 7-9 классы: пособие для учителей общеобразовательных организаций / Л. В. Кузнецова, С. С. Минаева, Л. О. Рослова. – Москва : Просвещение, 2011. – 110 с. – ISBN 978-5-09-026388-7.

5. Математика. Сборник задач: учеб. пособие / Л.П. Стойлова, Е. А. Конобеева, Т. А. Конобеева, И. В. Шадрина. – Москва : Издательский центр «Академия», 2013. – 240 с. – ISBN 978-5-7695-9891-3.

6. Примерные программы по учебным предметам. Математика 5 – 9 классы : проект. – Москва : Просвещение, 2011. – 64 с. – (Стандарт второго поколения). – ISBN 978-5-09-025245-4.

7. Сборник арифметических задач и упражнений / Сост. В.Н. Худяков. – Челябинск: ЧГПИ, 1990. – 114 с.

8. Сборник нормативных документов. Математика / сост.: Э. Д. Днепров, А. Г. Аркадьев. – Москва : Дрофа, 2009. – 128 с. – ISBN 978-5-358-04767-9.

9. Сборник текстовых задач по математике. 3 класс / Сост. Т.Н. Максимова. – Москва : ВАКО, 2016. – 96 с. – ISBN 978-5-408-00383-9.

10. Сборник текстовых задач по математике. 4 класс / Сост. Т. Н. Максимова. – Москва : ВАКО, 2015. – 80 с. – ISBN 978-5-408-01589-4.

11. Стойлова Л.П. Математика: учебник / Л.П. Стойлова. – Москва : Издательский центр «Академия», 2013. – 464 с. ISBN 978-5-7695-9911-8

12. Фундаментальное ядро содержания общего образования / под ред. В. В. Козлова, А. М. Кондакова. – Москва : Просвещение, 2011. – 59 с. – (Стандарты второго поколения). – ISBN 978-5-09-025234-8.

13. Черновой, Е. В. Технология подготовки урока в современной информационной образовательной среде : пособие для учителя / Е. В. Черновой. – Москва : Просвещение, 2014. – 56 с – ISBN 978-5-09-031957-7.

Учебное издание

Звягин Константин Алексеевич

Корчемкина Юлия Валерьевна

Крайнева Светлана Васильевна

МАТЕМАТИКА

**(подходы к построению системы натуральных чисел, расширение множества натуральных чисел):
рабочая тетрадь**

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Издательство ЗАО «Библиотека А. Миллера»

454091, г. Челябинск, ул. Свободы, 159

Подписано в печать 21.10.2021. Формат 60x84/16

Бумага офсетная. Объем 3,72 усл.-печ.л. Тираж 100 экз.

Заказ №501.

Отпечатано с готового оригинал-макета в типографии ЮУрГГПУ

454080, Челябинск, пр. Ленина, 69