Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего образования
«Южно-Уральский государственный гуманитарно-
педагогический университет»

Л.А. Кострюкова
Б.А. Артеменко

ОСНОВЫ ФИНАНСОВОЙ МАТЕМАТИКИ

Учебно-практическое пособие

Челябинск
2022

УДК 33(076)
ББК 65.01я7
К 72

Кострюкова, Л.А. Основы финансовой математики: учеб.-практ. пособие / Л.А. Кострюкова, Б.А. Артеменко; Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет». – Челябинск: Изд-во Южно-Урал. гос. гуманитар.-пед. ун-та, 2022. – 107 с. – ISBN 978-5-907611-69-6. – Текст: непосредственный.

К 72

Учебно-практическое пособие разработано на кафедре экономики, управления и права Профессионально-педагогического института ФГБОУ ВО «Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет» для студентов высших учебных заведений уровня бакалавриата, 44.03.04 Профессиональное обучение, профильной подготовки «Экономика и управление» всех форм обучения.

Пособие содержит массив учебно-практического материала для определения стоимостных и временных параметров финансовых и инвестиционных операций, процессов и сделок, а также задачи, тестовые задания для закрепления знаний и навыков при освоении основ финансовой математики.

Содержание пособия может быть использовано для самостоятельного изучения и усвоения базовых экономических знаний студентами всех форм обучения и направлений подготовки.

Кострюкова Л.А. (пп. 1; 2; 3; введ.; заключ., библ. список, прил.); Артеменко Б.А. (п. 4; глоссарий).

Рецензенты: Ю.В. Лысенко, д-р эконом. наук, профессор
Т.М. Ческидова, канд. эконом. наук, доцент

ISBN 978-5-907611-69-6

Содержание

ВВЕДЕНИЕ

В процессе модернизации современного образования перед выпускниками вузов ставится задача получения качественного образования и необходимых компетенций в процессе обучения для дальнейшей плодотворной профессиональной деятельности, что является значимым показателем их подготовки для трудоустройства с позиции работодателя.

В современных условиях задачами развития общества являются формирование у специалистов самостоятельности мышления, подготовка к творческой деятельности, что предполагает комплексное усвоение знаний и навыков в области теоретических основ экономики, а также умений ориентироваться в текущей экономической ситуации.

Международный стандарт экономического образования предусматривает необходимость издания такой учебно-методической литературы, в которой оптимально сочеталась бы как теоретическая, так и практическая информация.

Учебно-практическое пособие поможет приобретению базовых представлений, усвоению основных понятий, категорий и инструментов экономики и финансов, получению навыков анализа мотивов и закономерностей деятельности субъектов экономики, ситуаций на конкретных рынках товаров и ресурсов, а также решению проблемных ситуаций на микро- и макроэкономическом уровнях (домохозяйство, фирма, отраслевой рынок, государство).

Важным направлением в этом процессе является совершенствование методики преподавания, то есть создание структурной технологической основы обучения.

1. АЛГОРИТМ ФИНАНСОВЫХ РЕШЕНИЙ. ВРЕМЯ КАК ФАКТОР ДЕНЕГ

Финансовые вычисления, базирующиеся на понятии временной стоимости денег, являются краеугольным элементом финансового менеджмента и используются в различных его разделах. Наиболее интенсивно они применяются для оценки инвестиционных проектов, в операциях на рынке ценных бумаг, в ссудо-заемных операциях, в оценке бизнеса и др.

Переход к рыночной экономике сопровождается появлением некоторых видов деятельности, имеющих для финансового менеджера предприятия принципиально новый характер. К их числу относится задача эффективного вложения денежных средств. В условиях централизованно планируемой экономики на уровне обычного предприятия такой задачи практически не существовало. Причин было несколько.

Прежде всего, ни юридические, ни физические лица официально, как правило, не располагали крупными свободными денежными средствами. В частности, денежные ресурсы предприятия жестко лимитировались прямыми или косвенными методами. Так, наличные деньги лимитировались путем установления Государственным банком максимального остатка денежных средств, который мог находиться в кассе на конец рабочего дня. Сумма средств на расчетном счете ограничивалась косвенными методами, главным образом, путем изъятия средств в бюджет в конце отчетного периода, а также путем введения довольно жестких нормативов собственных оборотных средств.

Еще одна причина состояла в том, что практически единственный путь использования свободных денег был связан с размещением их под проценты в сберегательном банке. Стабильность экономического развития, оказавшаяся, как теперь принято говорить, застоем, гарантировала в этом случае не только сохранность денежных средств, но и их небольшой рост.

Ситуация резко изменилась в последние годы. Можно выделить, как минимум, шесть основных моментов.

Во-первых, были упразднены многие ограничения, в частности, нормирование оборотных средств, что автоматически исключило один из основных регуляторов величины финансовых ресурсов на предприятии.

Во-вторых, кардинальным образом изменился порядок исчисления финансовых результатов и распределения прибыли. С введением новых форм собственности стало невозможным изъятие прибыли в бюджет волевым методом, как это делалось в отношении государственных предприятий, благодаря чему у предприятий появились свободные денежные средства.

В-третьих, как уже упоминалось выше, произошла существенная переоценка роли финансовых ресурсов, т.е. появилась необходимость грамотного управления ими, причем в различных аспектах – по видам, по назначению, во времени и т.д.

В-четвертых, появились принципиально новые виды финансовых ресурсов, в частности, возросла роль денежных эквивалентов, в управлении которыми временной аспект имеет решающее значение.

В-пятых, произошли принципиальные изменения в вариантах инвестиционной политики. Переход к рынку открывает новые возможности приложения капитала: вложения в коммерческие банки, участие в различного рода рисковых предприятиях и проектах, приобретение ценных бумаг, недвижимости и т.п. Размещая капитал в одном из выбранных проектов, финансовый менеджер планирует не только со временем вернуть вложенную сумму, но и получить желаемый экономический эффект.

В-шестых, в условиях свойственной переходному периоду финансовой нестабильности, проявляющейся в устойчиво высоких темпах инфляции и снижении объемов производства, стало невыгодным хранить деньги даже в государственном банке. Многие предприятия на опыте познали простую истину: в условиях инфляции денежные ресурсы, как и любой другой вид активов, должны обращаться и, по возможности, быстрее. Таким образом, деньги приобретают еще одну характеристику, доселе неведомую широкому кругу людей, но объективно существующую, а именно – временную ценность.

Этот параметр можно рассматривать в двух аспектах.

Первый аспект связан с обесценением денежной наличности с течением времени. Представим, что предприятие имеет свободные денежные средства в размере 15 млн. руб., а инфляция, т.е. обесценение денег, составляет 20 % в год. Это означает, что уже в следующем году, если хранить деньги «в чулке», они уменьшатся по своей покупательной способности и составят в ценах текущего дня лишь 12,5 млн. руб.

Второй аспект связан с обращением капитала (денежных средств). Для понимания существа дела рассмотрим простейший ситуацию.

Предприятие имеет возможность участвовать в деловой операции, которая принесет доход в размере 10 млн. руб. по истечении двух лет. Предлагается выбрать вариант получения доходов: либо по 5 млн. руб. по истечении каждого года, либо единовременное получение всей суммы в конце двухлетнего периода. Даже на житейском уровне очевидно, что второй вариант получения доходов явно невыгоден по сравнению с первым. Это происходит потому, что сумма, полученная в конце первого года, может быть вновь пущена в оборот и, таким образом, принести дополнительные доходы. На первый взгляд, такой вывод очевиден и не требует каких-то специальных знаний, однако проблема выбора моментально усложнится, если немного изменить условие задачи; например, доходы таковы: в первый год – 4 млн. руб. а во второй – 5 млн. руб. В этом случае уже не очевидно, какой вариант предпочтительнее. Приведенный пример можно усложнять и дальше, вводя дополнительные условия: инфляция, стохастичность величины доходов, выплачиваемых единовременно и периодически, оказание дополнительных услуг и т.п.

Проблема «деньги – время» не нова, поэтому уже разработаны удобные модели и алгоритмы, позволяющие ориентироваться в истинной цене будущих дивидендов с позиции текущего момента. Ниже дана характеристика их в теоретическом и практическом аспектах [5].

2. ВВЕДЕНИЕ В ФИНАНСОВУЮ МАТЕМАТИКУ

Предметом финансовой математики является количественный анализ, осуществляемый при финансовом проектировании и выборе инвестиционных проектов. К основным задачам финансовой математики, в том числе, относятся планирование инвестиционных проектов, расчет конечных результатов финансовых операций, оценка эффективности сделок с финансовыми инструментами.

2.1. Основные понятия

Ставка процента – это относительная величина дохода (процентных денег) к сумме дохода. Именно с помощью начисления процентов каждый методов финансового анализа учитывает временной фактор. Процентная ставка показывает степень интенсивности изменения стоимости денег во времени.

Под процентными деньгами или, кратко, процентами в финансовых расчетах понимают абсолютную величину дохода от предоставления денег в долг в любой форме: в виде выдачи денежной ссуды, продажи в кредит, помещении денег на сберегательный счет, учета векселя, покупки сберегательного сертификата или облигаций и т.д.

Размер платежа – выплачиваемая денежная сумма.

Срок операции – время от момента начала до окончания операции. Необходимость учета фактора времени вытекает из принципа неравноценности денег, относящихся к разным моментам времени, связано это с возможностью инвестировать денежные суммы с целью получения доходов в будущем, влиянием инфляционных процессов.

Период начисления процентов – это временной интервал, к которому приурочена процентная ставка, чаще всего это год.

2.2. Операции наращения и дисконтирования

Логика построения основных алгоритмов достаточно проста и основана на следующей идее. Простейшим видом финансовой сделки является однократное предоставление в долг некоторой суммы **PV** с условием, что через какое-то время **t** будет возвращена большая сумма **PV**. Как известно, результативность подобной сделки может быть охарактеризована двояко: либо с помощью абсолютного показателя – прироста **(FV – PV)**, либо путем расчета некоторого относительного показателя. Абсолютные показатели чаще всего не подходят для подобной оценки ввиду их несопоставимости в пространственно-временном аспекте. Поэтому пользуются специальным коэффициентом – ставкой. Этот показатель рассчитывается отношением приращения исходной суммы к базовой величине, в качестве которой можно брать либо **PV**, либо **FV**. Таким образом, ставка рассчитывается по одной из двух формул:

темп прироста

$$r_t = \frac{FV - PV}{PV} \qquad (2.2.1)$$

темп снижения

$$d_t = \frac{FV - PV}{FV} \quad . \qquad (2.2.2)$$

В финансовых вычислениях первый показатель имеет еще названия «процентная ставка», «процент», «рост», «ставка процента», «норма прибыли», «доходность», а второй — «учетная ставка», «дисконт». Очевидно, что обе ставки взаимосвязаны, т.е. зная один показатель, можно рассчитать другой:

$$r_t = \frac{d_t}{1 - d_t} \qquad (2.2.3)$$

или

$$d_t = \frac{r_t}{1 + r_t} \qquad (2.2.4)$$

Оба показателя могут выражаться либо в долях единицы, либо в процентах. Различие в формулах состоит в том, какая величина берется за базу сравнения: в формуле (2.2.3) — исходная сумма, в формуле (2.2.4) – возвращаемая сумма.

Как же соотносятся между собой эти показатели? Очевидно, что $r_t > d_t$, а степень расхождения зависит от уровня процентных ставок, имеющих место в конкретный момент времени. Так, если r_t = 8 %, d_t = 7,4%, т.е. расхождение сравнительно невелико; если r_t = 80 %, то d_t = 44,4 %, т.е. ставки существенно различаются по величине.

В прогнозных расчетах, например, при оценке инвестиционных проектов, как правило, имеют дело с процентной ставкой, хотя обычно это не оговаривается. Объяснение этому может быть, например, таким.

Во-первых, анализ инвестиционных проектов, основанный на формализованных алгоритмах, может выполняться лишь в относительно стабильной экономике, когда уровни процентных ставок невелики и сравнительно предсказуемы в том смысле, что их значения не могут измениться в несколько раз или на порядок, как это имело место в России в переходный период от централизованно планируемой к рыночной экономике. Если вероятна значительная вариабельность процентных ставок, должны применяться другие методы анализа и принятия решений, основанные, главным образом, на неформализованных критериях. При разумных значениях ставок расхождения между процентной и дисконтной ставками, как мы видели, относительно невелики и потому в прогнозных расчетах вполне может быть использована любая из них. Во-вторых, прогнозные расчеты не требуют какой-то повышенной точности, поскольку результатами таких расчетов являются ориентиры, а не «точные» оценки. Поэтому, исходя из логики подобных расчетов, предполагающих их многовариантность, а также использование вероятностных оценок и имитационных моделей, излишняя точность не требуется.

Итак, в любой простейшей финансовой сделке всегда присутствуют три величины, две из которых заданы, а одна является искомой.

Процесс увеличения суммы денег во времени с присоединением процентов называется **наращением**.

Процесс определения процентов при движении во времени в обратном направлении, связанный с уменьшением суммы денег, относящейся к будущему, на величину соответствующего дисконта (скидки) называется **дисконтированием**.

С помощью наращения определяется будущая стоимость «сегодняшних» денег. Дисконтирование денежных сумм, применяют для обеспечения сопоставимости величины распределенных по времени платежей.

Под наращенной суммой ссуды (долга, депозита, других видов инвестированных средств) понимается первоначальная ее сумма вместе с начисленными на нее процентами к концу срока.

Исторически сложились два подхода к счету процентных денег: от настоящего к будущему (так называемое наращение) и, наоборот, от будущего к настоящему (так называемое дисконтирование).

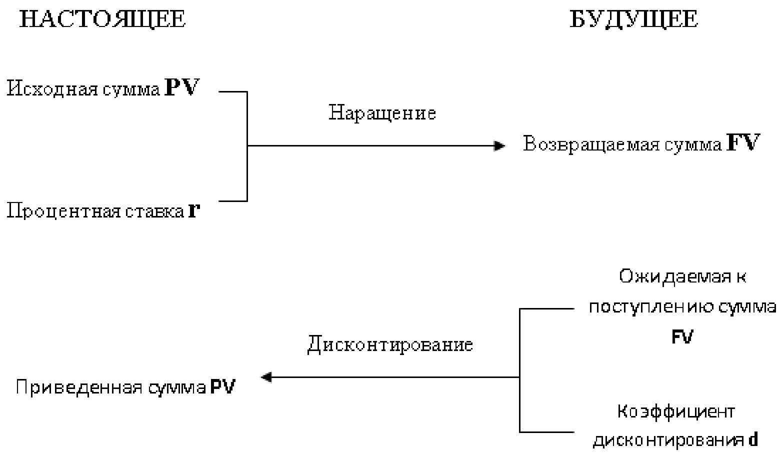

Рис. 1. Логика финансовых операций [5]

2.3. Процентные ставки и методы их начисления

Существует большое количество видов процентных ставок и методов начисления процентов. Два наиболее часто применяемых вида начисления процентов – по простой процентной ставке и по сложной процентной ставке.

При ***простой процентной ставке*** за базу для расчета на всех периодах начисления принимается первоначальная сумма.

При ***сложной процентной ставке*** за базу для расчета на следующем периоде начисления принимается сумма, полученная на предыдущем периоде начисления.

К наращению по простым процентам обычно прибегают при краткосрочных депозитах или ссудах (до одного года), или в случаях, когда проценты не присоединяются к первоначальной сумме.

Для расчета наращенной суммы по простым процентам при сроке сделки менее одного года на примере банковского депозита используется следующая формула:

$$FV = PV \cdot \left(1 + r \cdot \frac{t}{\text{база}}\right), \qquad (2.3.1)$$

где

PV – первоначальная сумма;

r – процентная ставка, выраженная в долях единицы в расчете на временную ***базу*** начисления процентов ***T*** (базовый период);

t – срок вклада менее одного года;

FV– сумма, полученная в конце вклада (наращенная сумма).

При расчете процентов обычно применяют разные годовые базовые периоды – 365 дней или 360 дней (принимая, что в году 12 месяцев по 30 дней). При этом, упоминая процентную ставку ***r***, говорят «***r*** процентов годовых». Необходимо обратить внимание, что в ряде случаев процентная ставка указывается не для годового, а для более короткого периода (полгода, квартал, месяц). В этих случаях рекомендуется перед проведением расчетов привести процентную ставку к годовому базовому периоду.

Пример 1.

Банк начислил простой процент на вклад в сумме 1 000 руб. по процентной ставке 12 % годовых. Срок вклада 90 дней, базовый период 365 дней. Определить, какая сумма будет получена по истечению срока вклада?

Решение:

$$FV = 1000 \cdot \left(1 + 0{,}12 \cdot \frac{90}{365}\right) = 1029{,}59 \text{ руб.}$$

Если срок вклада более одного года и составляет целое число лет, то при условии фиксированной процентной ставки формула (1) принимает следующий вид:

$$\boldsymbol{FV = PV \cdot (1 + r \cdot n)}, \qquad (2.3.2)$$

где

n – срок вклада (в годах).

Пример 2.

Банк начислил простой процент на вклад в сумме 1 000 руб. по процентной ставке 12 % годовых. Срок вклада 2 года.

Определить, какая сумма будет получена по истечению срока вклада?

Решение:

$$FV = 1000 \cdot (1 + 0{,}12 \cdot 2) = 1240 \text{ руб.}$$

В случае, если процентная ставка меняется, формула (2.3.2) модифицируется:

$$\boldsymbol{FV} = \boldsymbol{PV} \cdot (\mathbf{1} + \mathbf{r_1} + \boldsymbol{r_2} + \ldots + \boldsymbol{r_n}), \qquad (2.3.3)$$

где

$\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_{2, \ldots} \boldsymbol{r}_n$ – процентная ставка в ***n***-ом году.

Пример 3.

Вкладчик размещает на счете 2 000 руб. на три года. Банк начисляет простой процент. Процентная ставка за первый год равна 8 %, второй – 9 %, третий – 10 %. Определить, какая сумма будет получена по счету через 3 года?

Решение:

$$FV = 2000 \cdot (1 + 0{,}08 + 0{,}09 + 0{,}1) = 2540 \text{ руб.}$$

Расчет наращенной суммы по заданным процентной ставке, первоначальной сумме и сроке вклада относится к классу прямых задач расчета процентных выплат. Расчет дисконтированной суммы по заданным сумме в конце вклада, процентной ставке и сроке вклада относится к классу обратных задач. Также к обратным задачам можно отнести такие задачи, как определение процентной ставки или срока вклада по первоначальной и наращенной суммам.

Используя формулы (2.3.2) и (2.3.3), получим зависимость для расчета дисконтированной суммы (первоначальной суммы вклада) в условиях обратной задачи:

$$PV = \frac{FV}{(1 + r \cdot n)} \quad (2.3.4)$$

$$PV = \frac{FV}{(1 + r_1 + r_2 + \cdots + r_n)} \quad (2.3.5)$$

Пример 4.

Вкладчик положил в банк некоторую сумму в начале 2017 г. Банк выплачивал простые проценты по следующим процентным ставкам: 2017 г. – 10 % годовых; 2018 г. – 11 % годовых; 2019 г. – 12 % годовых. В предположении, что вкладчик не снимал денег со своего счета, определите, какую сумму он положил в банк, если на его счете в начале 2008 г. Была 13 300 руб.?

Решение:

$$PV = \frac{13300}{(1 + 0{,}1 + 0{,}11 + 0{,}12)} = 10000 \text{ руб.}$$

Для обратных задач, в условиях которых требуется определить величину процентной ставки, используется, в том числе, следующая зависимость, вытекающая из выражения (2.2.1):

$$r = \left(\frac{FV}{PV} - 1\right) \times \frac{1}{n} \quad (2.3.6)$$

Пример 5.

Вкладчик положил в банк 20 тыс. руб. в начале 2018 г. Банк начислял простые проценты. В предположении, что вкладчик не снимал денег со своего счета, определите процентную ставку банка, если в начале 2020 г. на счете вкладчика было 50 тыс. руб.

Решение:

$$r = \left(\frac{50}{20} - 1\right) \cdot \frac{1}{2} = 0{,}75 \text{ или } 75\,\%$$

2.4. Области применения схемы простых процентов

На практике многие финансовые операции выполняются в рамках одного года, при этом могут использоваться различные схемы и методы начисления процентов. В частности, большое распространение имеют краткосрочные ссуды, т.е. ссуды, предоставляемые на срок до одного года с однократным начислением процентов. Как отмечалось выше, в этом случае для кредитора, диктующего чаще всего условия финансового контракта, более выгодна схема простых процентов, при этом в расчетах используют промежуточную процентную ставку, которая равна доле годовой ставки, пропорциональной доле временного интервала в году.

$$\boldsymbol{FV = PV \times (1 + F \times R)} \qquad (2.4.1)$$

или

$$\boldsymbol{FV = PV \times (1 + T/T \times R),} \qquad (2.4.2)$$

где r – годовая процентная ставка в долях единицы;
t – продолжительность финансовой операции в днях;
T – количество дней в году;
$\mathbf{f_0}$ – относительная длина периода до погашения ссуды.

I. При определении продолжительности финансовой операции **(t)** принято ***день выдачи и день погашения ссуды считать за один день.***

II. В зависимости от того, чему берется равной ***продолжительность года*** *(T)* (квартала, месяца), размер промежуточной процентной ставки может быть различным. Возможны два варианта:

1) ***точный процент,*** определяемый исходя из точного числа дней в году (365 или 366), в квартале (от 89 до 92), в месяце (от 28 до 31);

2) ***обыкновенный процент,*** определяемый исходя из приближенного числа дней в году, квартале и месяце (соответственно 360, 90, 30).

III. При определении ***продолжительности периода (t), на который выдана ссуда,*** также возможны два варианта:

1) принимается в расчет ***точное число дней ссуды*** (расчет ведется по дням);

2) принимается в расчет ***приблизительное число дней*** *ссуды* (исходя из продолжительности месяца в 30 дней).

Для упрощения процедуры расчета точного числа дней пользуются специальными таблицами (см. приложение), в которых все дни в году последовательно пронумерованы. Продолжительность финансовой операции определяется вычитанием номера первого дня из номера последнего дня.

В случае, когда в расчетах используется точный процент, берется и точная величина продолжительности финансовой операции; при использовании обыкновенного процента может применяться как точное, так и приближенное число дней ссуды. Таким образом, расчет может выполняться одним из трех способов:

– обыкновенный процент с точным числом дней (применяется в Бельгии, Франции);

– обыкновенный процент с приближенным числом дней (ФРГ, Дания, Швеция);

– точный процент с точным числом дней (Великобритания, США).

В практическом смысле эффект от выбора того или иного способа зависит от значительности суммы, фигурирующей в процессе финансовой операции [5].

Пример 6.

Предоставлена ссуда в размере 5 млн. руб. 25 января с погашением через шесть месяцев (25 июля) под 60 % годовых (год не високосный). Рассчитать различными способами сумму к погашению (S).

Величина уплачиваемых за пользование ссудой процентов зависит от числа дней, которое берется в расчет. Точное число дней определяется по таблице с номерами дней года: 206 – 25 = 181 дн. Приближенное число дней ссуды равно: 5 дней января (30 – 25) + 150 (по 30 дней пяти месяцев: февраль, март, апрель, май, июнь) + 25 (июль) =180 дн.

Возможные варианты возврата долга:

1. В расчет принимаются точные проценты и точное число дней ссуды:

$$S = 5{,}0 \times (1 + 181 : 365 \times 0{,}6) = 6{,}487 \text{ млн. руб.}$$

2. В расчет принимаются обыкновенные проценты и точное число дней:

$$S = 5{,}0 \times (1 + 181 : 360 \times 0{,}6) = 6{,}508 \text{ млн. руб.}$$

3. В расчет принимаются обыкновенные проценты и приближенное число дней:

$$S = 5{,}0 \times (1 + 180 : 360 \times 0{,}6) = 6{,}5 \text{ млн. руб.}$$

В средне- и долгосрочных финансовых операциях, еслипроцентыневыплачиваютсясразу,априсоединяются к первоначальной сумме (так называемая капитализация процентов), применяют ***сложные проценты***. Для расчета наращенной по сложным процентам суммы, если срок сделки составляет целое число лет и применяется фиксированная процентная ставка, на примере банковского депозита используется следующая формула:

$$\boldsymbol{FV = PV \cdot (1 + r)^n} \qquad (2.4.3)$$

Таким образом, как показывает сравнение выражений (2.3.2) и (2.4.3), при прочих равных условиях банковский депозит, начисляемый по сложным процентам, является более доходным, чем депозит по схеме простых процентов.

Пример 7.

Банк начислил сложный процент на вклад в сумме 1 000 руб. по процентной ставке 12 % годовых. Срок вклада 2 года. Определить, какая сумма будет получена по истечению срока вклада?

Решение:

$$FV = 1000 \cdot (1 + 0{,}12)^2 = 1254{,}40 \text{ руб.}$$

Сравнение этого примера с примером при формуле (2.3.2) демонстрирует преимущество сложных процентов.

В случае меняющейся процентной ставки формула (2.4.3) модифицируется:

$$\boldsymbol{FV = PV \times (1 + r_1) \times (1 + r_2) \times \ldots \times (1 + r_n)} \qquad (2.4.4)$$

Пример 8.

Вкладчик положил в банк 10 000 руб. Банк выплачивает сложные проценты. Какая сумма будет на счете у вкладчика через два года, если процентная ставка за первый год составляет 20 %, а за второй – 30 %?

Решение:

$$FV = 10000 \cdot (1 + 0{,}2) \cdot (1 + 0{,}3) = 15600 \text{руб.}$$

Из выражения (2.4.3) вытекает решение обратной задачи нахождения дисконтированной суммы по полученной (наращенной) сумме, процентной ставке и сроке вклада:

$$\boldsymbol{PV} = \frac{\boldsymbol{FV}}{(\boldsymbol{1} + \boldsymbol{r})^{\boldsymbol{n}}} \tag{2.4.5}$$

Пример 9.

По окончании второго года на счете инвестора находится сумма 28 732 руб. Начисление происходило по схеме сложного процента по ставке 13 % в конце каждого года. Рассчитайте первоначальную сумму вклада.

Решение:

$$PV = \frac{28732}{(1 + 0{,}13)^2} = 22501 \text{руб.}$$

Выражения $\mathbf{(1+r)^n}$ и $\frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{\boldsymbol{n}}}$ называют соответственно коэффициентом наращения и коэффициентом дисконтирования при начислении сложных процентов.

Для обратных задач, когда требуется определить величину процентной ставки при начислении сложных процентов, используют, в том числе, следующую зависимость, вытекающую из выражения (2.4.5):

$$\boldsymbol{r} = \sqrt[\boldsymbol{n}]{\frac{\boldsymbol{FV}}{\boldsymbol{PV}}} - \boldsymbol{1}, \tag{2.4.6}$$

где $\boldsymbol{n}$ – срок вклада в годах.

Для задач, в которых требуется определить срок вклада, рекомендуется в общем случае использовать метод подбора.

Пример 10.

Банк выплачивает сложные проценты. Вкладчик разместил в банке 10 000 рублей. Какую процентную ставку должен обеспечить банк для того, чтобы через два года сумма вклада составила 24 000 руб.?

Решение:

$$r = \sqrt[2]{\frac{24000}{10000}} - 1 = 0{,}5492$$

или

$$0{,}5492\ \%.$$

Для средне- и долгосрочных финансовых операций характерно использование периода начисления процента меньше одного года (например, ежеквартально). В этом случае выражение (2.4.3) принимает следующий вид:

$$\boldsymbol{FV} = \boldsymbol{PV} \cdot \left(\mathbf{1} + \frac{\boldsymbol{r}}{\boldsymbol{m}}\right)^{n \cdot m}, \qquad (2.4.7)$$

где

n – срок вклада в годах;

m – число периодов начисления в году.

Пример 11.

Вкладчик размещает в банке 2 000 руб. под 8 % годовых. Банк осуществляет капитализацию процентов на счете ежеквартально. Какая сумма получится на счете через 3 года?

Решение:

$$FV = 2000 \times \left(1 + \frac{0{,}08}{4}\right)^{3 \times 4} = 2536{,}48 \text{ руб.}$$

Пример 12.

Банк начислил сложный процент на вклад в сумме 1 000 руб. по процентной ставке 12 % годовых. Срок вклада 2 года. Капитализация процентов осуществляется один раз в полгода. Определить, какая сумма будет получена по истечению срока вклада?

Решение:

$$FV = 1000 \times \left(1 + \frac{0{,}12}{2}\right)^{2\times 2} = 1262{,}48 \text{ руб.}$$

Сравнение последнего примера с примером при формуле (2.4.3) показывает, что чем чаще начисляются проценты, тем при прочих равных условиях выгоднее депозит.

В целом ряде случаев возникает необходимость сравнения доходности финансовых инструментов, использующих различные схемы и периоды начисления. Для такого сравнения используют, в том числе, эффективную ставку процента. ***Под эффективным процентом понимается процент, который получается по итогам года при начислении процентов в рамках года.*** Иными словами, это ставка процента, которая дает такой же результат, как и ставка сложного процента r с начислением m раз в течение года.

$$\left(1 + r_{eff}\right) = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m} \qquad (2.4.8)$$

Приравнивая, получим связь между эффективной и номинальной процентными ставками:

$$r_{eff} = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m} - 1, \qquad (2.4.9)$$

где

r_{eff} – эффективная ставка или эффективный процент;

m – периодичность начисления процентов в течение года.

Пример 13.

Банк начисляет процент на вклад в сумме 1 000 руб. по процентной ставке 10 % годовых. Проценты капитализируются ежеквартально. Определить величину эффективного процента.

Решение:

$$r_{eff} = \left(1 + \frac{0,1}{4}\right)^4 - 1 = 0,1038$$

Если известен эффективный процент, то по формуле (2.4.10), которая вытекает из формулы (2.4.8), можно определить эквивалентный ему простой процент в расчете на год:

Формула выводится из (2.4.8) (2.4.10)

Пример 14.

Эффективный процент равен 8,16 % годовых. Определить эквивалентный ему простой процент в расчете на год, если начисление процентов осуществляется каждые полгода.

Решение:

$$r = 0,0816 = \left(1 + \frac{r}{2}\right)^2 - 1 = 0.08$$

или ***8 %.***

2.5. Внутригодовые процентные начисления

В практике выплаты дивидендов нередко оговаривается величина годового процента и частота выплаты. В этом случае расчет ведется по формуле сложных процентов по подынтервалам и по ставке, равной пропорциональной доле исходной годовой ставки по формуле [2]:

$$F_n = P \times (1 + r/m)^{k \times m}, \qquad (2.5.1)$$

где

r – объявленная годовая ставка;

m – количество начислений в году;

k – количество лет.

Пример 15.

Вложены деньги в банк в сумме 5 млн. руб на два года с полугодовым начислением процентов под 20 % годовых. В этом случае начисление процентов производится четыре раза по ставке 10 % (20 % : 2), и схема возрастания капитала будет иметь вид:

Таблица 1

Схема возрастания капитала

Период (месяцев)	Сумма, с которой идет начисление		Ставка (в долях ед.)		Сумма к концу периода
6	5,0	×	1.10	=	5,5
12	5,5	×	1.10	=	6,05
18	6,05	×	1.10	=	6,655
24	6,655	×	1.10	=	7,3205

Если пользоваться формулой (2.5.1), то **m** = 2, **k** = 2, следовательно:

$$F_n = 5 \times (1 + 20\% : 100\% : 2)^4 = 7{,}3205 \text{ млн. руб.}$$

Пример 16.

В условиях предыдущего примера проанализировать, изменится ли величина капитала к концу двухлетнего периода, если бы проценты начислялись ежеквартально.

В этом случае начисление будет производиться восемь раз по ставке 5 % (20 % : 4), а сумма к концу двухлетнего периода составит:

$$F_n = 5 \times (1 + 0{,}05)^8 = 7{,}387 \text{ млн. руб.}$$

Таким образом, можно сделать несколько простых практических выводов:

– при начислении процентов: 12 % годовых не эквивалентно 1 % в месяц (эта ошибка очень распространена среди начинающих бизнесменов);

– чем чаще идет начисление по схеме сложных процентов, тем больше итоговая накопленная сумма.

2.6. Начисление процентов за дробное число лет

Достаточно обыденными являются финансовые контракты, заключаемые на период, отличающийся от целого числа лет. В этом случае проценты могут начисляться одним из двух методов [3]:

– по схеме сложных процентов:

$$\boldsymbol{F_N = P \cdot (1 + r)^{W+F}} \tag{2.6.1}$$

– по смешанной схеме (используется схема сложных процентов для целого числа лет и схема простых процентов – для дробной части года):

$$\boldsymbol{F_N = P \times (1 + r)^{W} \times (1 + f \times r),} \tag{2.6.2}$$

где

w – целое число лет;

f – дробная часть года.

Поскольку $f < 1$, то $(1 + f \times r) > (1 + r)^{f}$, следовательно, наращенная сумма будет больше при использовании смешанной схемы.

Пример 17.

Банк предоставил ссуду в размере 10 млн. руб. на 30 месяцев под 30 % годовых на условиях ежегодного начисления процентов. Какую сумму предстоит вернуть банку по истечении срока?

По формуле (2.6.1):

$$F_n = 10 \times (1 + 0{,}3)^{2+0.5} = 19{,}27 \text{ млн. руб.}$$

По формуле (2.6.2):

$$F_n = 10 \times (1 + 0{,}3)^2 \times (1 + 0{,}3 \times 0{,}5) = 19{,}44 \text{ млн. руб.}$$

Таким образом, в условиях задачи смешанная схема начисления процентов более выгодна для банка.

Возможны финансовые контракты, в которых начисление процентов осуществляется по внутригодовым подпериодам, а продолжительность общего периода действия контракта не равна целому числу подпериодов. В этом случае также возможно использование двух схем:

а) схема сложных процентов:

$$\boldsymbol{F_N = P \times (1 + r/m)^{M \times K} \times (1 + r/m)^{f}} \qquad (2.6.3)$$

б) смешанная схема:

$$\boldsymbol{F_N = P \times (1 + r/m)^{M \times K} \times (1 + f \times r/m)}, \qquad (2.6.4)$$

где

k – количество лет;

m – количество начислении в году;

r – годовая ставка;

f – дробная часть подпериода.

Пример 18.

Банк предоставил ссуду в размере 120 млн. руб. на 27 месяцев (т. е. 9 кварталов, или 2,25 года) под 16 % годовых на условиях единовременного возврата основной суммы долга и начисленных процентов. Проанализировать, какую сумму предстоит вернуть банку при различных вариантах и схемах начисления процентов: а) годовое; б) полугодовое; в) квартальное.

а) *Годовое начисление процентов.*

В этом случае продолжительность ссуды не является кратной продолжительности базисного периода, т.е. года. Поэтому возможно применение любой из схем, характеризуемых формулами (2.6.1) и (2.6.2) и значениями соответствующих параметров: **w** = 2; **f** = 0,25; **r** = 16 %.

При реализации схемы сложных процентов:

$$Fn = P \times (1 + r)^{w+f} =$$
$$= 120 \times (1 + 0{,}16)^{2.25} = 167{,}58 \text{ млн. руб.}$$

При реализации смешанной схемы:

$$F_n = P \times (1 + r)^{w} \times (1 + f \times r) =$$
$$= 120 \times (1 + 0{,}16)^{2} \times 1{,}04 = 167{,}93 \text{ млн. руб.}$$

б) *Полугодовое начисление процентов.*

В этом случае мы имеем дело с ситуацией, когда начисление процентов осуществляется по внутригодовым подпериодам, а продолжительность общего периода действия контракта не равна целому числу подпериодов. Следовательно, нужно воспользоваться формулами (2.6.3) и (2.6.4), когда базисный период равен полугодию, а параметры формул имеют следующие значения: **k** = 2; **w** = 2; **f** = 0,25; **r** = 16 %.

При реализации схемы сложных процентов:

$$F_n = P \times (1 + r/m)^{m \times k} \times (1 + r/m)^{f} =$$
$$= 120 \times (1 + 0{,}08)^{4{,}5} = 169{,}66 \text{ млн. руб.}$$

При реализации смешанной схемы:

$$\boldsymbol{F_n = P \times (1 + r/m)^{m \times k} \times (1 + f \times r/m) =}$$
$$= 120 \times (1 + 0{,}08)^4 \times (1 + 1/2 \times 0{,}16/2) = 169{,}79 \text{ млн. руб.};$$

в) *Квартальное начисление процентов.*

В этом случае продолжительность ссуды кратна продолжительности базисного периода и можно воспользоваться обычной формулой сложных процентов (4.4), в которой n = 9, а r =0,16 / 4 = 0,04.

$$F_n = 120 \times (1 + 0{,}04)^9 = 170{,}8 \text{ млн. руб.}$$

2.7. Операции по учету векселей банком

Другой весьма распространенной операцией краткосрочного характера, для оценки которой используются рассмотренные формулы, является ***операция по учету векселей банком*** [5].

Покупка векселя банком называется учётом векселя.

Вексель – это ценная бумага с правом уплаты денежного обязательства.

Вексель является лишь подтверждением долга и никак не связан с той сделкой, в результате которой был выписан. По сути, вексель – это те же самые деньги, только с отсрочкой, равной сроку выплаты. Отдельно между сторонами может быть заключен договор, по которому одна обязуется совершить определенное действие (продать товар, оказать услугу, предоставить ссуду и т.д.), а вторая – выписать вексель на определенную сумму и срок.

Как долговая бумага, вексель удостоверяет право держателя требовать определенную сумму долга спустя определенное время в оговоренном месте у лица, выдавшего вексель. Вексель – это не кредитный договор и не долговая расписка в том плане, что документ не привязан к займу или иной сделке. Бумага удостоверяет исключительно наличие долга, выписавшего вексель перед его держателем. Этот долг, как уже было упомянуто, должен быть возвращен не позже определенного документом срока в месте, прописанном в векселе. Как правило, местом встречи назначается банк, в котором открыт счет у должника. При этом вовсе не обязательно, чтобы последний там присутствовал, потому что банк обязан выплатить сумму долга векселедателю с расчетного счета должника, при условии наличия векселя и полных данных о лице, его выписавшем.

При операции по учету векселей банком пользуются дисконтной ставкой. Одна из причин состоит в том, что векселя могут оформляться по-разному, однако чаще всего банку приходится иметь дело с суммой к погашению, т.е. с величиной **FV**. Схема действий в этом случае может быть следующей. Владелец векселя на сумму **FV** предъявляет вексель банку, который соглашается его учесть, т.е. купить, удерживая в свою пользу часть вексельной суммы, которая: нередко также называется дисконтом. В этом случае банк предлагает владельцу сумму (**PV**), исчисляемую исходя из объявленной банком ставки дисконтирования (**d**). Очевидно, что чем выше значение дисконтной ставки, тем большую сумму удерживает банк в свою пользу. Расчет предоставляемой банком суммы ведется по формуле:

$$PV = FV\,(1 - f \times d),\ \text{или}\ PV = FV\,(1 - t/T \times d), \qquad (2.7.1)$$

где **f** – относительная длина периода до погашения ссуды (отметим, что операция имеет смысл, когда число в скобках не отрицательно).

Пример 19.

Векселедержатель предъявил для учета вексель на сумму 5 млн. руб. со сроком погашения 28.09.2022 г. Вексель предъявлен 13.09.2022 г. Банк согласился учесть вексель с дисконтом в 75% годовых. Тогда сумма, которую векселедержатель может получить от банка, рассчитывается и составит:

$$FV = 5\ (1 - 15/\ 360 \times 0{,}75) = 4{,}84 \text{ млн. руб.}$$

Разность между величинами **FV** и **PV** представляет собой комиссионные, удерживаемые банком в свою пользу, за предоставленную услугу; в данном примере она составила 156 тыс. руб.,

Можно выполнить и более глубокий факторный анализ. Доход банка при учете векселей складывается из двух частей – проценты по векселю, причитающиеся за время, оставшееся до момента погашения векселя, и собственно комиссионные за предоставленную услугу. Как уже упоминалось выше, теоретическая дисконтная ставка меньше процентной. Однако на практике, устанавливая дисконтную ставку, банк, как правило, повышает ее в зависимости от условий, на которых выдан вексель, риска, связанного с его погашением, комиссионных, которые банк считает целесообразным получить за оказанную услугу, и т.п. Поскольку величина процентов по векселю за период с момента учета до момента погашения предопределена, банк может варьировать лишь размером комиссионных путем изменения учетной ставки. Прежде чем рассмотреть простейший пример, изложим логику факторного анализа дохода банка в этом случае.

Введем следующие обозначения:

PV – стоимость векселя в момент его оформления;

P1 – теоретическая стоимость векселя в момент учета;

P2 – предлагаемая банком сумма в обмен на вексель;

FV – стоимость векселя к погашению;

Δ_0 – общий доход банка от операции.

Функции ***PV = f(t)*** и ***FV = f(t)*** являются линейными относительно t, т.е. процессы перехода ***PV→FV*** и ***FV→PV***, а также структура факторного разложения при учете векселей могут быть представлены графически следующим образом.

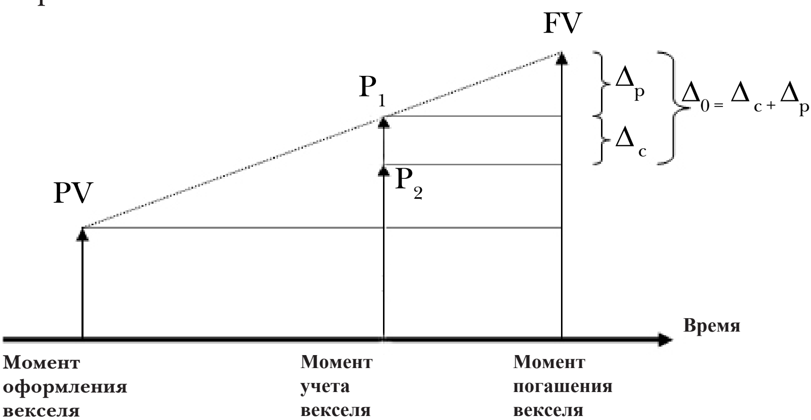

Рис. 2. Логика факторного разложения дохода банка при учете векселя [5]

Скорость наращения стоимости векселя, т.е. крутизна наклона прямой **PV – FV**, зависит от уровня процентной ставки **r**, согласованной между векселедателем и векселедержателем. По мере приближения срока погашения векселя его теоретическая стоимость постоянно возрастает на сумму причитающихся за истекший период процентов, таким образом, в момент учета векселя она составит величину $\mathbf{P_1}$, которую можно рассчитать по формуле:

$$P_1 = PV \times (1 + f\,P_1 \times r), \text{ или } P_1 = PV \times (1 + t / T \times r).$$

Итак, учитывая вексель в банке, его владелец теоретически мог бы рассчитывать на сумму $\mathbf{P_1}$, а факт ее получения означал бы, что с момента учета векселя кредитором векселедателя фактически становится банк. Вряд ли такое положение устраивает менеджеров банка, поскольку не очевидно, что заложенная в векселе доходность в размере ставки **r** будет привлекательной для банка. Именно поэтому предлагаемая банком сумма $\mathbf{P_2}$, которая рассчитывается по формуле (2.7.1) исходя из стоимости векселя к погашению и предлагаемой банком дисконтной ставки, в принципе не связанной со ставкой **r**, в подавляющем большинстве случаев меньше теоретической стоимости векселя. Разность $\Delta_c = \mathbf{P_1} - \mathbf{P_2}$ представляет собой сумму комиссионных, получаемых банком за услугу, оказываемую векселедержателю. С позиции последнего эта сумма составляет затраты, т.е. плату за возможность более быстрого получения наличных. Помимо комиссионных банк получает также проценты за период с момента учета до момента погашения векселя, сумма которых рассчитывается по формуле $\Delta_p = \mathbf{FV} - \mathbf{P_1}$. Таким образом, общий доход банка от операции составит $\Delta_0 = \Delta_p + \Delta_c = \mathbf{FV} - \mathbf{P_1}$. Отметим, что реальные потери векселедержателя составляют величину $\Delta_c = \mathbf{P_1} - \mathbf{P_2}$, а не сумму $(\mathbf{FV} - \mathbf{P_2})$, как это кажется на первый взгляд. Дело в том, что с момента учета векселя кредитором становится банк, поэтому ему и «передаются» проценты за оставшийся период.

Пример 20.

Предприятие продало товар на условиях потребительского кредита с оформлением простого векселя: номинальная стоимость 1,5 млн. руб., срок векселя – 60 дней, ставка процента за предоставленный кредит – 90 % годовых. Через 45 дней с момента оформления векселя предприятие решило учесть вексель в банке; предложенная банком дисконтная ставка составляет: а) 85 %; б) 100 %. Рассчитать суммы, получаемые предприятием и банком.

Будущая стоимость векселя к моменту его погашения составит:

$$FV = 1{,}5 \times (1 + 60 : 360 \times 0{,}9) = 1{,}725 \text{ млн. руб.}$$

Срочная стоимость векселя в момент учета его банком составит:

$$P_1 = 1{,}5 \times (1 + 45 : 360 \times 0{,}9) = 1{,}669 \text{ млн. руб.}$$

Предлагаемая банком сумма рассчитывается по формуле (4.6):

а) $P_2 = 1{,}725 \times (1 - 15 : 360 \times 0{,}85) = 1{,}664$ млн. руб.
б) $P_2 = 1{,}725 \times (1 - 15 : 360 \times 1{,}00) = 1{,}653$ млн. руб.

Таким образом, банк получает от операции проценты по векселю за оставшиеся 15 дней в размере 56 тыс. руб. (1,725 – 1,669), величина которых не зависит от уровня дисконтной ставки, и комиссионные за оказанную услугу в размере:

в случае (а) – 5 тыс. руб. (1,669 – 1,664);
в случае (б) – 16 тыс. руб. (1,669 – 1,653).

Пример 21.

Компания предъявила для учета вексель на сумму 4350 тыс. рублей со сроком погашения 02.11.2017 г. Вексель предъявлен 29.11.2017 г. Банк предложил учесть вексель по учетной ставке 24,8 % годовых. Определите выплаченную банком сумму компании.

$$PV = 4\,350 \times (1 \times 27/360 \times 0{,}248) = 4\,269{,}09 \text{ тыс. руб.}$$

Таким образом, банк выплатил 4 269,09 тыс. руб.

Пример 22.

Предприятие реализовало товар в кредит с оформлением простого векселя номинальной стоимостью 3,24 млн. рублей, выпущенный в обращение 2 октября 2018 г. по схеме обыкновенных процентов с точным числом дней, со сроком погашения 12 января 2020 г., процентной ставкой за кредит 17,5 %. Через 60 дней векселедержатель обратился в банк для проведения операции по учету векселя. Банк предложил учесть вексель по дисконтной ставке равной 21,25 %. Определите сумму, полученную фирмой, и сколько получит средств банк в результате данной операции?

Определим время с момента оформления до момента погашения векселя:

$$t = 29 + 30 + 31 + 12 = 102 \text{ дн.}$$

Определим будущую стоимость векселя к погашению:

$$FV = 3\,240\,000 * (1 + 0{,}175 * 102 / 360) = 3\,400\,650 \text{ руб.}$$

Определим срочную стоимость векселя в момент учета банком:

$$P_1 = 3\,240\,000 * (1 + 0{,}175 * 60 / 360) = 3\,334\,500 \text{ руб.}$$

Рассчитаем предлагаемую банком сумму:

$$P_2 = 3\,400\,650 * (1 - 0{,}2125 * (102 - 60) / 360) = 3\,316\,342 \text{ руб.}$$

Банк заработает на этой сделке:

$$Пр = 3\,400\,650 - 3\,316\,342 = 84\,308 \text{ руб.}$$

Таким образом, банк предложит за вексель 3 316 342 руб. и получит при погашении векселя 84 308 руб.

Пример 23.

Компания приобрела заправочную станцию с оформлением простого векселя номинальной стоимостью 9,7 млн. долл., выпущенного в обращение 1 мая 2010 г. по схеме обыкновенных процентов с точным числом дней, со сроком погашения 1 августа 2020 г. 15 июля векселедержатель учел вексель в банке по дисконтной ставке равной 8,15 % и получил за него 9,856 млн. долл. Определите размер процентной ставки, уплачиваемой векселедателем.

Определим время с момента оформления до момента погашения векселя:

$$t = 31 + 30 + 31 = 92 \text{ дн.}$$

Определим время с момента оформления до момента учета векселя:

$$t_u = 31 + 30 + 14 = 75 \text{ дн.}$$

Определим будущую стоимость векселя к погашению:

$$P_2 = FV \times (1 - r_b \times (t - t_u) \;/\; T),$$

отсюда:

$$FV = P_2 \;/\; (1 - r_b \times (t - t_u) \;/\; T);$$

$$FV = 9\,856\,000 \;/\; (1 - 0{,}0815 \times (92 - 75) \;/\; 360) = 9\,894\,078 \text{ долл.}$$

Определим размер процентной ставки:

$$FV = PV \times (1 + r - t \;/\; T),$$

отсюда:

$$r = (FV/PV - 1) \times T/t =$$
$$= (9\,894\,078/9\,700\,000 - 1) \times 360/92 = 0{,}0783 \text{ или } 7{,}83\ \%.$$

Таким образом, компания оформила вексель под 7,83 % годовых.

2.8. Определение стоимости и доходности облигаций. Стоимость бескупонных и купонных облигаций. Текущая доходность облигации, ее доходность к погашению

Облигация – срочная долговая ценная бумага, удостоверяющая отношения займа между ее владельцем и эмитентом.

Облигации бывают государственные, муниципальные, корпоративные, еврооблигации. Компания или государство может не выплатить вам деньги только в том случае, если обанкротится. Поэтому самые надежные облигации – государственные. Вероятность банкротства целой страны менее вероятна, чем отдельно взятой компании [6].

Известно достаточно много типов облигаций, в том числе купонные и бескупонные. Доход инвестора по бескупонной облигации – разность между ее номинальной стоимостью и ценой приобретения. Для купонных облигаций возникает также дополнительный доход от выплат по купонам. Традиционно облигации котируют в процентах от номинальной стоимости.

Определение цены облигации основано на дисконтировании денежных потоков, связанных с выплатой купонных доходов и номинальной стоимости облигации.

Для бескупонной облигации, поскольку доход по облигации выплачивается один раз при погашении, цена может быть определена по следующей формуле:

$$PV = \frac{FV}{(1+r)^n}, \tag{2.8.1}$$

где

N – номинальная стоимость облигации;

r – доходность облигации к погашению (доходность облигации до погашения) – доходность инвестора в расчете на год, если инвестор, купив облигацию, продержит ее до погашения;

n – число лет до погашения облигации.

Пример 24.

Номинал бескупонной облигации равен 1 000 руб., бумага погашается через 7 лет. Определить цену облигации, если ее доходность до погашения должна составить 8 % годовых.

Решение:

$$\mathrm{PV} = \frac{1000}{(1+0{,}08)^7} = 583{,}49 \text{ руб.}$$

Вместе с тем необходимо иметь в виду, что рыночная цена облигации не обязательно будет совпадать с результатами расчета. Это связано с тем, что разные инвесторы могут использовать различные ставки дисконтирования; на цену также значимо влияют соотношение спроса и предложения на облигацию, информация об эмитенте, его кредитный рейтинг, другие рыночные факторы.

Из выражения (2.8.1) следует фундаментальное свойство ценообразования облигаций – курсовая стоимость облигации и доходность связаны обратно пропорциональной зависимостью – при повышении доходности облигации к погашению ее цена падает, и наоборот.

Для купонных облигаций поток платежей включает купонные выплаты, а также выплату номинальной стоимости облигации при ее погашении. Поэтому при условии выплаты купона один раз в год цена облигации определяется суммой дисконтированных потоков:

$$\boldsymbol{PV} = \frac{\boldsymbol{C}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})} + \frac{\boldsymbol{C}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{2}} + \dots + \frac{\boldsymbol{C}+\boldsymbol{N}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{\boldsymbol{n}}}, \qquad (2.8.2)$$

где

C – купонный доход по облигации.

Следует обратить внимание, что обычно размер купонного дохода задается в виде процента от номинальной стоимости облигации.

Пример 25.

Номинал облигации 1 000 руб., купон 10 %, выплачивается один раз в год. До погашения облигации 3 года. Определить цену облигации, если ее доходность до погашения должна составить 12 %.

Решение:

$$PV = \frac{0{,}1 \cdot 1000}{(1+0{,}12)} + \frac{0{,}1 \cdot 1000}{(1+0{,}12)^{2}} + \frac{0{,}1 \cdot 1000 + 1000}{(1+0{,}12)^{3}} = 951{,}96 \text{ руб.}$$

Важным элементом анализа облигаций является определение доходности.

Текущая доходность купонной облигации определяется в расчете на один календарный год, для сравнения с альтернативными инвестициями на этот период. Текущая доходность представляет собой отношение величины ожидаемого (или последнего) годового дохода к текущей рыночной цене.

$$r_t = \frac{C}{PV} \qquad (2.8.3)$$

Пример 26.

Номинал облигации равен 100 руб., купонная ставка 10 %, текущая цена 80 руб. Чему равна текущая доходность?

Решение:

$$r_t = \frac{0,1 \cdot 100}{80} = 0,125,$$

где r_t – текущая доходность облигации.

Для инвестора, который приобрел облигацию по цене PV и продержал ее до погашения, важно знать какую доходность обеспечила его инвестиция. В общем случае, для решения этой задачи необходимо определить значение r из уравнения типа (1.15), что без использования финансового калькулятора и специальных программ представляется затруднительным. Тем не менее для частных случаев можно использовать упрощенные зависимости. В предположении, что весь купонный доход выплачивается при погашении, при этом купонный доход не реинвестируется, рассчитывают простую (или валовую) доходность к погашению:

$$r = \frac{N - PV + C \cdot n}{n \cdot PV} \qquad (2.8.4)$$

Пример 27.

Облигация сроком обращения 2 года погашается по номиналу. По облигации выплачивается ежегодный купонный доход в размере 5% от номинала. Рыночная цена облигации составляет 91,3 % от номинала. Рассчитайте простую доходность облигации к погашению.

Решение:

$$r = \frac{100 - 91,3 + 5 \cdot 2}{2 \cdot 91,3} = 0,1024.$$

Если облигация является бескупонной, то доходность до погашения определяется выражением (2.8.4),

где

$FV = N$;

PV – цена покупки облигации.

2.9. Показатель дохода на одну акцию, коэффициент P/E

Акция – долевая ценная бумага, предоставляющая ее владельцу, в том числе, право на получение дивидендов и участие в управлении обществом.

Для оценки и анализа инвестиций в акции используется достаточно большое количество различных показателей, среди которых наиболее распространены дивидендная доходность, показатель дохода на одну акцию, отношение цены акции к доходу [2].

Дивидендная (текущая) доходность акции r_d определяется для сравнения с альтернативными инвестициями на данный период и рассчитывается как отношение годового дивиденда к текущей рыночной цене:

$$r_d = \frac{Div}{PV}, \qquad (2.9.1)$$

где r_d – дивидендная (текущая) доходность акции;

div – размер годового дивиденда;

PV – текущая рыночная цена акции.

Пример 28.

Акция имеет рыночную стоимость 1 800 руб. За последний год ежеквартальные дивиденды выплачивались в сумме 45 руб. Рассчитайте ставку дивиденда по акции в расчете на год.

Решение:

$$r_d = \frac{45 \cdot 4}{1800} = 0{,}1.$$

Показатель дохода на акцию – ***EPS*** является важнейшим показателем фундаментального анализа акций. В частности, исходя из этого ***показателя определяют справедливую стоимость акций компании***. Значение показателя EPS определяется следующим выражением:

$$\boldsymbol{EPS} = \frac{(\boldsymbol{NI} - \boldsymbol{div}_{\text{пр}})}{\boldsymbol{CSO}}, \qquad (2.9.2)$$

где

NI – чистая прибыль;

$\boldsymbol{div_{пр}}$ – дивиденды по привилегированным акциям;

CSO – количество обыкновенных акций в обращении.

Пример 29.

Валовая прибыль компании составила 1,5 млн. руб. Уставный капитал компании состоит из обыкновенных акций и 2 000 привилегированных акций номинальной стоимостью 1 000 руб. Дивидендная ставка по привилегированным акциям – 20 %. Рассчитайте величину дохода на одну акцию, если ставка налогообложения равна 24 %.

Решение:

$$\text{EPS} = \frac{1500000 \cdot (1 - 0{,}24) - 0{,}2 \cdot 1000 \cdot 2000}{10000} = 74 \text{ руб.}$$

Коэффициент P/E, рассчитываемый как отношение рыночной цены к доходу на одну акцию, указывает, какова цена каждого рубля из дохода предприятия. Коэффициент P/E показывает количество лет при текущем уровне прибыли, которое потребуется компании, чтобы окупить цену своих акций.

$$\frac{P}{E} = \frac{PV}{EPS} \qquad (2.9.3)$$

Пример 30.

Обыкновенная акция имеет рыночную стоимость 150 руб. Доход на акцию по итогам года составил 14 руб. Определите значение коэффициента P/E.

Решение:

$$\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{E}} = \frac{150}{14} = 10{,}71$$

2.10. Периодическое помещение на счет одинаковой суммы. Будущая стоимость аннуитета, его приведенная стоимость. Расчет стоимости разового платежа, погашение кревными выплатами

Регулярный поток постоянных платежей называется финансовой рентой или аннуитетом. Аннуитеты – достаточно распространенный финансовый инструмент, часто используемый, например, в пенсионных схемах [3].

Будущая стоимость аннуитета при ежегодном платеже может быть определена по формуле:

$$FV = \sum_{i=1}^{n} C_i \cdot (1 + r)^{n-i} \quad (2.10.1)$$

Вместе с тем для длительных сроков аннуитета расчеты по этой формуле могут оказаться весьма трудоемкими. Более удобным для расчетов представляется эквивалентное выражение следующего вида:

$$FV = \frac{C}{r}[(1 + r)^n - 1] \quad (2.10.2)$$

Пример 31.

Инвестор в течение трех лет в конце каждого года размещает 1 000 руб. под 10 % годовых. Определить будущую стоимость аннуитета.

Решение:

Вариант 1:

F = 1 000 × (1+0,1) × 2 + 1000 × (1+0,1) ×1 + 1000 = 3 310 руб.

Вариант 2:

F = 1 000 / 0,1 × {(1+0,1) × 3 – 1} = 3 310 руб.

В этом примере расчет будущей стоимости аннуитета осуществлен двумя способами. Результаты расчета одинаковы.

Если условиями аннуитета предусмотрено осуществление нескольких (m) платежей в год, то выражение (2.10.2) принимает следующий вид:

$$FV = \frac{C}{r}\left[\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{n \cdot m} - 1\right] \quad (2.10.3)$$

где

C – годовая сумма платежей, а разовые платежи осуществляются равными долями с равной периодичностью.

Пример 32.

Инвестору выплачивается пятилетний аннуитет. В расчете на год платеж составляет 1 000 руб., однако платежи осуществляются через каждые полгода. Инвестор размещает получаемые суммы под 8 % годовых до истечения аннуитета. Определить будущую стоимость аннуитета.

Решение:

$$FV = \frac{1000}{0,08}\left[\left(1 + \frac{0,08}{2}\right)^{5\cdot 2} - 1\right] = 6003,05 \text{ руб.}$$

Приведенная стоимость аннуитета представляет собой будущую стоимость аннуитета, дисконтированную к начальному моменту времени. Расчет приведенной стоимости аннуитета проводится в задачах, когда нужно, например, определить, какую сумму следует положить на депозит, чтобы в дальнейшем регулярно снимать одинаковые суммы. Для случая одного ежегодного платежа приведенная стоимость аннуитета определяется по формуле:

$$PV = \frac{C}{r}\left[1 - \frac{1}{(1 + r)^n}\right] \qquad (2.10.4)$$

Если в течение года предусмотрено несколько (m) платежей в год, то выражение (2.10.4) усложняется:

$$PV = \frac{C}{r}\left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{n\cdot m}}\right] \qquad (2.10.5)$$

Пример 33.

В течение восьми лет в конце каждого года необходимо выплачивать 20 тыс. руб. Для решения этой задачи в банке открывается восьмилетний депозит, по которому ежегодно начисляется 9 %, средства со счета можно снимать в конце года. Какую сумму следует разместить на депозите, чтобы осуществлять необходимые платежи и, чтобы после последнего платежа на депозите больше не осталось денег?

Решение:

$$PV = \frac{20000}{0,09}\left[1 - \frac{1}{(1+0,09)^8}\right] = 110\,696,4 \text{ руб.}$$

Пример 34.

Ежегодный платеж по пятилетнему аннуитету составляет 1 000 руб. и инвестируется под 10 % годовых, капитализация процентов осуществляется через каждые полгода. Определить приведенную стоимость аннуитета.

Решение:

$$PV = \frac{1000}{0,1}\left[1 - \frac{1}{\left(1+\frac{0,1}{2}\right)^{5\cdot 2}}\right] = 3860,87 \text{ руб.}$$

Одним из вариантов аннуитета является так называемая вечная рента, когда платежи осуществляются без ограничения срока, т.е. $n \to \infty$. В этом случае будущую стоимость аннуитета определить нельзя, а приведенная стоимость вытекает из выражения (24):

$$\boldsymbol{PV = \frac{C}{r}} \qquad (2.10.6)$$

Пример 35.

Определить приведенную стоимость бессрочного аннуитета, по которому в конце каждого года выплачивается 1 000 руб., если процентная ставка равна 8 %.

Решение:

$$PV = \frac{1000}{0{,}08} = 12500 \text{ руб.}$$

Расчет размера аннуитетного платежа может быть осуществлен как на основе будущей стоимости аннуитета (FV), так и на основе приведенной стоимости аннуитета (PV) в зависимости от условий задачи:

$$C = \frac{FV \cdot r}{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{n \cdot m} - 1} \tag{2.10.7}$$

$$C = \frac{PV \cdot r}{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{n \cdot m} - 1} \tag{2.10.8}$$

Выражения (2.10.7) и (2.10.8) имеют многочисленные применения в задачах определения размера платежа для достижения в заданный срок необходимой суммы, величины периодического платежа по кредиту и т.п. Они записаны в общем виде ($m > 1$), в случае, если платеж осуществляется один раз в год, эти выражения легко упрощаются.

Пример 35.

Заемщик берет кредит на десять лет в размере 5 млн. руб. под 15 % годовых с условием погашения его равными суммами в конце каждого года. Проценты начисляются в конце каждого года на оставшуюся часть долга. Определить величину ежегодной выплаты по кредиту.

Решение:

$$C = \frac{5\,000\,000 \cdot 0{,}15}{1 - \frac{1}{(1 + 0{,}15)^{10}}} = 996\,260{,}31 \text{ руб.}$$

Пример 36.

Заемщик берет кредит на два года в размере 1 млн. руб. под 12 % годовых с условием погашения его равными суммами ежеквартально. Проценты начисляются в конце каждого года на оставшуюся часть долга. Определить величину ежеквартального платежа по кредиту.

Решение:

1) Годовой платеж	2) Ежеквартальный платеж
$C = \frac{1\,000\,000 \cdot 0,12}{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{0,12}{4}\right)^{2 \cdot 4}}} = 569825,56$ руб.	569 825,56 / 4 = 142 456,39 руб.

3. ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ

1. Найти простой процент для 8 000 руб. за пять месяцев при 2 % годовых.

2. Найдите простой процент и итоговую сумму, если 5 000 руб. инвестируются на четыре месяца при 5 % годовых.

3. Найдите обыкновенный и точный простой процент для 5 600 руб. за 120 дней при 8 % в обычном году.

4. Найдите обыкновенный простой процент и итоговую сумму для 130 000 руб. при 5 % за 90 дней.

5. Банк начисляет 5 руб. обыкновенного простого процента за использование 300 руб. в течение 60 дней. Какова норма простого процента таких сделок?

6. При приобретении товаров покупатель может заплатить или 500 руб. сразу или 520 руб. через 4 недели. Если он заплатит деньги, чтобы рассчитаться наличными, какая норма простого процента может быть допустима для возмещения займа?

7. Какая основная сумма приведет к итогу в 7 800 руб. за пять месяцев, если норма процента равна 8 %?

8. Какая основная сумма приведет к итогу в 13 900 руб. через 90 дней при норме 8 % обыкновенного простого процента?

9. Сколько дней понадобиться, чтобы 7 000 руб. «заработали» 100 руб., если они инвестируются при 8 % обыкновенного простого процента?

10. Найдите точный и обыкновенный простые проценты, если ρ = 28000 руб., τ = 7 %, t =189 дней.

11. Через 60 дней после займа Иванов выплатил ровно 20 000 руб. Сколько было занято, если 20 000 руб. включают основную сумму и обыкновенный простой процент при r = 10 %?

12. Найдите простой процент за ссуду 5 000 руб. на 7 месяцев при норме 7 %.

13. Человеку, который инвестировал 150 000 руб. на год, возмещено 152 000 руб. девяноста днями позже. С какой нормой зарабатывали эти деньги при обыкновенном простом проценте?

14. Найдите ρ, если s = 5 800 руб., r = 8 % и t = $^1/_4$.

15. Какая основная сумма приведет к итогу в 18 200 руб. через 90 дней при норме 7 % точного простого процента?

16. Установить дату погашения 90-дневной расписки, датированной 19 февраля 2005 года.

17. Ссуда была выдана 10 октября 2005 года и возмещена 23 июля 2006 года.

Найдите: а) точное время; б) приближенное время периода.

18. Вексель на 21 160 руб., погашаемый через 90 дней, продан банку, который установил 6-процентную норму простого процента при дисконтировании. Какой будет выручка?

19. Петров намеревался получить ссуду в сберегательном банке на 150 дней. Если банк начисляет 4 % авансом, какую сумму должен просить Петров, чтобы получить на руки 50 000 руб.?

20. Вексель с суммой погашения 200 000 руб. продан при норме дисконта 3,5 % за 90 дней до даты погашения. Найдите дисконт и выручку.

21. Вексель с суммой погашения 150 000 руб. продан за 75 дней до даты погашения при норме процентов 2,5 %. Найдите выручку?

22. Вексель с суммой погашения 50 000 руб. 15 июля, продан за 49 000 руб.12 апреля. Какая норма дисконта была использована? Какую норму процента реализовал покупатель в результате сделки?

23. При получении товара торговец подписал вексель, обязуясь заплатить 240 000 руб. через 60 дней. Найдите выручку, если поставщик продает вексель банку, который использует 6,5 % норму дисконта. Какую прибыль получит поставщик, если товар стоит 190 000 руб.?

24. Банк заплатил 54 000 руб. за вексель с суммой погашения 55 000 руб. через четыре месяца. Какова норма дисконта? Какова норма процента?

25. Инвестор ссудил 34 млн. руб. и получил вексель с обязательством заплатить эту сумму плюс 7 % простых процентов через 90 дней. Вексель был немедленно продан банку, который начисляет 6 % банковского дисконта. Сколько заплатил банк за вексель? Какую норму процента реализует банк при погашении векселя?

26. Инвестор ссудил 40 млн. руб. и получил вексель с обязательством заплатить эту сумму плюс 6 % простых процентов через 90 дней. Вексель был немедленно продан банку, который начисляет 5 % банковского дисконта. Какова прибыль инвестора? Какую норму процента реализует банк при окончании векселя?

27. Банк заплатил 48 000 руб. с суммой погашения 50 000 руб. через восемь месяцев. Какова норма дисконта? Какова норма процента?

28. В векселе содержится обязательство выплатить 600 000 руб. и банковский простой процент при норме 5,5 % через 60 дней. Он был дисконтирован при 6 % банковского дисконта за 20 дней до погашения. Найдите сумму погашения векселя и выручку от продажи.

29. Просьба ссудить 50 000 руб. на четыре месяца поступила в банк, который начисляет 8 % авансом. Определите дисконт, чему равна выручка ссуды?

30. Для того чтобы получить выручку 100 000 руб., сколько нужно попросить в банке для восьмимесячной ссуды, если банк начисляет 7 % банковский дисконт?

31. Найдите составной итог в конце второго года при основной сумме 20 000 руб., если при начислении используется 6 % норма процента, конвертируемая поквартально.

32. Найдите приближенное значение итоговой суммы при накоплении процентов основной суммы 20 000 руб. в течение десяти лет при норме процента í = 4 %.

33. Какая эффективная годовая норма соответствует номинальной норме j_3 = 0,06 (í = 6 %, m = 3).

34. Найдите годовую номинальную норму, конвертируемую поквартально, соответствующую эффективной норме 6 %.

35. Найдите составную итоговую сумму, если 20 000 руб. накапливают проценты в течение десяти лет и трех месяцев при норме j_2 = 8 %.

36. Используя точный метод, найдите текущую стоимость 30 000 руб. за пять лет и шесть месяцев до ее накопления, с нормой процентов j_1 = 5 %.

37. При какой номинальной ставке j_4 деньги удваиваются через двенадцать лет?

38. При какой номинальной ставке j_3 деньги удваиваются через пятнадцать лет?

39. При какой номинальной ставке j_2 деньги удваиваются через двадцать лет?

40. При какой номинальной ставке j_3 деньги удваиваются через пятнадцать лет?

41. При процентной ставке j_2 10 млн. руб. прирастают до 25 млн. руб. через двадцать лет. Какой является сумма в конце десяти лет?

42. При данной процентной ставке j_4 5 млн. руб. прирастают до 8 млн. руб. в конце десяти лет. Какой будет сумма в конце четырех лет?

43. Облигация стоит 18,75 млн. руб., и по ней выплачивается 25 млн. руб. через десять лет. Какая процентная ставка j_2 обеспечивает этот рост?

44. Облигация стоит 14 млн. руб., и по ней выплачивается 20 млн. руб. через двенадцать лет. Какая процентная ставка j_3 обеспечивает этот рост?

45. Найдите годовую эффективную норму, соответствующую 1,5 %, конвертируемым ежемесячно.

46. Найдите годовую эффективную норму, соответствующую 2,5 %, конвертируемым ежеквартально.

47. Сумма денег инвестируется при $j_4 = 4$ % на один год. Какая ставка j_{12} накопила бы такую же сумму на конец года?

48. Сумма денег инвестируется при $j_3 = 6$ % на два года. Какая ставка j_6 накопила бы такую же сумму на конец второго года?

49. 10 млн. руб. инвестируется на пять лет, при $j_{12} = 5$ %. Какая ставка j_4 накопит равную сумму через то же самое время?

50. 20 млн. руб. инвестируют на пять лет, при $j_6 = 6$ %. Какая ставка j_2 накопит равную сумму через то же самое время?

51. Сумма денег инвестируется при $j_2 = 0,06$ на один год. Какая ставка j_6 накопила бы такую же сумму в конце года?

52. Найдите годовую эффективную норму, соответствующую 4 %, конвертируемым ежемесячно.

53. 15 млн. руб. инвестируют на семь лет, при $j_6 = 4$ %. Какая ставка j_3 накопит равную сумму через то же самое время?

54. Облигация стоит 12 млн. руб., и по ней выплачивается 16 млн. руб. через восемь лет. Какая процентная ставка j_3 обеспечивает этот рост?

55. При данной процентной ставке j_3 8 млн. руб. прирастают до 10 млн. руб. в конце пяти лет. Какой будет сумма в конце третьего года?

56. При какой номинальной ставке j_2 деньги удваиваются через 20 лет?

57. Какая эффективная годовая норма соответствует номинальной норме $j_4 = 0,03$.

58. Найдите значение итоговой суммы при накоплении процентов с основной суммы 15 млн. руб. в течение пяти лет при норме процента i = 3 %.

59. Найдите составную итоговою сумму, если 15 000 руб. накапливает проценты в течение пятнадцати лет при норме j_3 = 6 %.

60. Сумма денег инвестируется при j_4 =4 % на три года. Какая ставка j_6 накопила бы такую же сумму в конце третьего года?

61. Долг 20 000 руб. следует выплатить через десять лет. Если деньги стоят j_1 = 6 %, найти эквивалентный долг через: а) два года, б) пятнадцать лет.

62. Вексель на 15 000 руб. со сложным процентом при j_4 = 8 % за четыре года должен быть погашен через четыре года. Какая сумма, полагающаяся через восемь лет, эквивалентна этой сумме при j_2 = 4 %?

63. Если деньги стоят j_4 = 6 %. Найдите одноразовую выплату, эквивалентную серии из 15 000 руб., погашаемых через два года и 20 000 руб., погашаемую через пять лет, для трех случаев погашения:

а) в настоящее время; б) через два года; в) через пять лет.

64. Сравнить два обязательства:

Выплатить 30 000 руб. со сложным процентом на два года при норме j_4 = 8 % через два года и 20 000 руб. через шесть лет, если деньги стоят j_2 = 6 %, рассматривая их стоимость в три различных момента времени:

а) в настоящее время;

б) через два года;

в) через шесть лет.

65. Петров имеет два векселя, подписанные Ивановым. Один – с датой погашения через три года на 200 тыс. руб. и второй на 400 тыс. руб. с датой погашения через восемь лет. Петров с Ивановым договорились, что деньги стоят j_2 = 8 %. Если Петров получит 100 тыс. руб. сейчас, сколько должен заплатить Иванов через пять лет, погашая весь долг?

66. 200 тыс. руб. погашаются через пять лет и 300 тыс. руб. через девять лет. Если деньги стоят j_1 = 6 %, через сколько лет оба платежа эквивалентно заменит выплаты а) 350 тыс. руб.; б) 400 тыс. руб.?

67. Предположим, что деньги стоят j_2 = 3 %. Найдите датированную сумму на конец двенадцатого года, эквивалентную 20 млн. руб. по окончании четырех лет.

68. Рассматриваются суммы 15 млн. руб. по окончании трех лет и 16 млн. руб. по окончании шести лет. Деньги стоят j_2 = 4,5 %. Сравнить эти суммы в настоящее время и по окончании трех лет. Убедиться, что разности между этими суммами для обоих сроков одинаковы.

69. Найдите эффективную ставку, при которой 10 млн. руб. теперь эквивалентны 20 млн. руб. через четырнадцать лет.

70. Иванов имеет 100 млн. рублей в сберегательном банке, который начисляет проценты по ставке j_4 = 3 %. Какие одинаковые взносы в конце каждого квартала нужно делать Иванову, чтобы на его счете в банке через год было 300 млн. руб.?

71. Найдите датированные суммы по окончании трех и десяти лет, эквивалентные 10 млн. руб. по окончании пяти лет, если деньги стоят 4 % эффективно проверить положении о том, что эти суммы эквивалентны.

72. Деньги стоят j_2 = 5 %. Найдите датированную сумму по окончании трех лет, для серии платежей: 5 млн. руб. через пять лет и 8 млн. руб. через восемь лет.

73. Долг 10 млн. руб. нужно вернуть через три года. Если сегодня выплачивается 2 млн. руб. в счет долга, какая одноразовая выплата через два года ликвидирует обязательство при стоимости денег j_4 = 6 %?

74. Вексель Иванова на 5 млн. руб. и пятилетний процент со ставкой j_2 = 5,5 % нужно погасить через пять лет, а второй вексель на 10 млн. руб. при таких же условиях – через десять лет. Он желает заплатить 2 млн. руб. сегодня и рассчитаться полностью двумя одинаковыми платежами по окончании пяти и десяти лет. Если деньги стоят j_4 = 4 %, какими будут эти платежи?

75. Найдите датированную сумму по окончании трех лет, при эффективности 6 %, эквивалентную 10 млн. руб. с процентами за десять лет при j_2 = 5 %.

76. Деньги стоят j_1 = 6 %. Найдите датированную сумму по окончании семи лет, для серии платежей: 6 млн. руб. через два года и 9 млн. руб. через десять лет.

77. Некто занял 50 млн. руб. сегодня при j_4 = 5,5 %. Он обещает возместить 10 млн. руб. через год, 20 млн. руб. через два года и остальные в конце третьего года. Каким будет это последнее возмещение?

78. Рассматриваются суммы 15 млн. руб. по окончании трех лет и 16 млн. руб. по окончании шести лет. Деньги стоят j_2 = 4,5 %. Сравнить эти суммы в настоящее время и по окончании трех лет. Убедитесь, что разность между этими суммами для обоих сроков одинакова.

79. Найдите датированную стоимость на конец года для следующего набора активов: четыре облигации по 1 млн. руб. с датами погашения через 3, 6, 9 и 12 месяцев, если деньги стоят j_4 = 4 %.

80. Петров сделал следующие вклады в банк, который начисляет проценты в соответствии со ставкой j_2 = 2,25 % : 10 млн. руб. пять лет назад и 5 млн. руб. три года назад. Он брал со счета 2 млн. руб. год назад и планирует взять остальную сумму через год. Какую сумму он получит?

81. Какая сумма денег по окончании четырех лет эквивалентна 25 млн. руб. по окончании девяти лет, если деньги стоят j_4 = 4,5 %?

82. Деньги стоят j_4 = 3 %. Найдите датированную сумму по окончании пяти лет, для серии платежей: 10 млн. руб. через шесть лет и 20 млн. руб. через десять лет.

83. Найдите номинальную ставку для n = 12, при которой 5 млн. руб. по окончании пяти лет эквивалентны 15 млн. руб. по окончании двадцати пяти лет.

84. Контракт предполагает платежи по 1 млн. руб. в конце каждого квартала в течение следующего года и дополнительный заключительный платеж 5 млн. руб. по его окончании. Какова стоимость этого контракта наличными, если деньги стоят j_4 = 5 %?

85. Найдите датированные суммы по окончании двух и восьми лет, эквивалентные 20 млн. руб. по окончании четырех лет, если деньги стоят j_2 = 3,5 %. Проверить положение о том, что эти суммы эквивалентны.

86. Найдите датированную сумму по окончании двух лет, при j_2 = 5 %, эквивалентную 5 млн. руб. с процентами за восемь лет при j_4 = 4 %.

87. Деньги стоят j_2 = 4 %. Найдите датированную сумму по окончании шести лет, для серии платежей: 10 млн. руб. через три года и 15 млн. руб. через восемь лет.

88. Найдите датированную стоимость в настоящее время для следующего набора активов: четыре облигации по 1 млн. руб. с датами погашения через 3, 6, 9 и 12 месяцев, если деньги стоят j_4 = 4 %.

89. Фермер получает товары стоимостью 10 млн. руб. Он заплатил 2 млн. руб. сразу и заплатит на 5 млн. руб. больше через три месяца. Если процент начисляется на сумму неоплаченного баланса со ставкой j_{12} = 6 %, какой должна быть заключительная выплата по окончании шести месяцев?

90. Петров имел 10 млн. рублей на счете в сберегательном банке десять лет назад. Банк начисляет проценты по ставке j_2 = 3 %. Петров взял со счета 2 млн. руб. пять лет назад и 3 млн. руб. два года назад. Какая сумма сегодня лежит на счете Петрова?

91. Найдите текущую стоимость и итоговую сумму обыкновенного аннуитета, состоящего из шести полугодовых платежей по 20000 руб. каждый, если деньги стоят j_2=3 %.

92. Сидоров будет делать вклады на депозит по 20 000 руб. в конце каждого квартала в банк, который установил норму процента 3 %, конвертируемую поквартально. Какую сумму Сидоров будет иметь в банке через десять лет, если а) он не имел ничего на банковском счете в начальный момент; б) он имел на банковском счете 100 000 руб. в начальный момент?

93. Найдите эквивалентную стоимость стиральной машины, которая может быть куплена в течение года ежемесячным платежом по 900 руб., если деньги стоят j_{12} = 6 %.

94. Банк начисляет проценты с нормой j_2 = 3 %. Если на депозитный счет в начале каждого полугодия вносить по 5000 руб. Какая сумма будет лежать на этом счете через десять лет?

95. Предприятие получило определенную сумму, которую оно будет возмещать, выплачивая по 100 тыс. руб. в месяц. Первая выплата должна быть сделана через

три месяца, а последняя – через шесть лет от даты заключения сделки. Какую сумму получило предприятие в день заключения сделки при норме процента j_4 = 0,08 (j = 8 %, m = 4)?

96. При приобретении квартиры необходимо заплатить 300 тыс. руб. в день покупки и выплачивать 100 тыс. руб. ежемесячно в течение последующих двенадцати месяцев. Если деньги стоят j_{12} = 24 %, какова стоимость квартиры на день покупки?

97. Банк начислил проценты по норме j_4 = 4 %. Какой величины вклады необходимо делать в конце каждого квартала, чтобы накопить за шесть лет 1 млн. руб.?

98. Холодильник стоит 27 тыс. руб. наличными. Он может быть приобретен в рассрочку путем начального платежа в сумме 7 тыс. руб. и одинаковыми ежемесячными взносами в течение двух лет. Найдите величину ежемесячного платежа, если деньги стоят j_{12} = 8 %.

99. Студент занимает 200 тыс. руб., чтобы заплатить за обучение. Он обещает возместить долг с процентами при j_2 = 4 % десятью полугодовыми взносами. Первая выплата будет сделана через три года после получения займа. Какими должны быть эти взносы?

100. Вклады по 20 000 руб. делаются в банк по полугодию при норме процента j_2 = 2 %. На какую дату попадает заключенный вклад, не превышающий 20000 руб., если сумма на депозитном счете становится равной 250 000 руб.? Каким будет этот заключенный вклад?

101. Сидоров вкладывал по 200 тыс. руб. в конце каждого месяца в течение пяти лет. В настоящее время у него на счете накопилось 1 350 тыс. руб. С какой номинальной нормой процента для m = 12 начисляет проценты банк?

102. Фирма продает товар стоимостью 10 млн. руб. по следующему платежному расписанию: 1 млн. руб. сразу и десять ежемесячных вкладов по 950 тыс. руб. каждый. Первый взнос делается через три месяца. Какую номинальную норму для $m = 12$ предусматривает такое расписание?

103. Какие ежеквартальные взносы должны делаться в банк, выплачивающий $j_4 = 3$ %, для того чтобы накопить 5 млн. руб. за пять лет?

104. Найдите годовые платежи аннуитета, чья итоговая сумма равна 2,5 млн. руб., если срок равен десяти годам и процентная ставка $j_1 = 5$ %.

105. Какие одинаковые платежи в конце каждого квартала в течение двадцати лет обеспечили бы приобретение дома, который стоит 5 млн. руб. наличными, если процентная ставка $j_4 = 5$ %?

106. Автомобиль стоит 400 тыс. руб. наличными, но может быть куплен за 100 тыс. руб. наличными, а остаток в виде ежемесячных платежей вносится в течение трех лет. Если процентная ставка $j_{12} = 8$ %, то какими должны быть ежемесячные платежи?

107. Предприятие будет выплачивать долг 6 млн. руб. с процентной ставкой $j_4 = 6$ % равными ежеквартальными платежами в течение восьми лет. Какими будут эти платежи?

108. Известно, что оборудование нужно заменить через 15 лет после установки. Стоимость замены 15 млн. руб. Какую сумму нужно инвестировать компании в конце каждого года, для того чтобы заменить оборудование, если инвестиции приносят доход (проценты) 4 % годовых?

109. Цветной телевизор стоит 7,5 тыс. руб. и покупается за 1,5 тыс. руб. наличными в течение двух с по-

ловиной лет. Если процентная ставка равна j_{12} = 5 %, то какими будут платежи?

110. По страховому договору выплачивается пособие 1 млн. руб. наличными или ежеквартальный аннуитет сроком десять лет, эквивалентный этой сумме при j_4 = 4%. Найдите ежеквартальные платежи аннуитета.

111. Сидоров занимает 1 млн. руб. под проценты j_4 = 5 % и начинает выплачивать долг полугодовыми взносами по 50 тыс. руб. После десяти платежей он желает изменить размер, чтобы ликвидировать долг пятнадцатью взносами. Какими должны быть новые платежи?

112. Сумма аннуитета по 10 тыс. руб. в год равна 150 тыс. руб. Процентная ставка составляет 4 % годовых. Найдите число полных платежей и величину заключительного частичного платежа, если он необходим.

113. Настоящая стоимость аннуитета 1 млн. руб. в квартал равна 5 млн. руб. Если процентная ставка равна j_4 = 4 %, найдите число полных платежей и заключительный частичный платеж.

114. Садовый участок стоимостью 250 тыс. руб. покупается за 20 тыс. руб. наличными, а ежеквартальные платежи по 5 тыс. руб. производятся так долго, сколько это необходимо. Если процентная ставка равна j_4 = 6 %, найти количество полных платежей и заключительный частичный платеж.

115. Ежемесячный журнал стоит 250 руб. в розничной продаже. Двухлетняя подписка, однако, стоит 4 тыс. руб. Если за подписку журнала нужно платить на месяц раньше поступления первого номера, с какой процентной ставкой j_{12} работают подписчики 4 тыс. руб.?

116. Иванов занял 100 тыс. руб. у Петрова и подписал контракт, обещал выплачивать по 6 тыс. руб. процентов в конце каждого года в течение десяти лет срока выпла-

ты основной суммы долга. Петров сразу же продал этот контракт в банк, который выплачивает 4 % годовых за его инвестиции. Сколько выплатил банк за контракт и какова прибыль Петрова?

117. Компания выплачивает проценты за депозит по ставке j_4 = 3 %. Человек депонирует 2 тыс. руб. в конце каждого квартала в течение двадцати лет и затем начинает снимать по 4 тыс. руб. в квартал. Сколько полных платежей он получит и каким будет последний частичный платеж?

118. Найдите годовые платежи аннуитета, если итоговая сумма равна 100 тыс. руб., если срок равен пяти годам и процентная ставка j_1 = 3 %

119. Предприятие будет выплачивать долг 6 млн. руб. с процентной ставкой j_4 = 8 % равными ежеквартальными платежами в течение пяти лет. Какими будут эти платежи?

120. Какие одинаковые платежи в конце каждого месяца в течение десяти лет обеспечили бы приобретение автомобиля, который стоит 800 тыс. руб. наличными, если процентная ставка j_{12} = 8 %?

121. Петров получает пенсию 50 тыс. руб. в конце каждого года. Какие ежемесячные выплаты эквивалентны этой сумме, если деньги стоят j_{12} = 8 %?

122. Заменит платежами по 50 тыс. руб. в конце каждого квартала на полугодовые платежи, если норма процента 5 % и m = 2.

123. Сидоров вносит в банк 10 тыс. руб. в конце каждого квартала при норме процента j_2 = 4 %. Какая сумма будет у него в банке через пять лет?

124. Найдите настоящую стоимость серии полугодовых платежей по 10 тыс. руб. в течение пяти лет (первый платеж в конце второго года), если норма процента j_4 = 8 %.

125. Дом, оцененный в 6 млн. руб., продается за 1 млн. руб. наличными с последовательными одинаковыми полугодовыми платежами в течение последующих пяти лет. Какими должны быть платежи при норме процента j_4 = 4,5 %?

126. Обыкновенный аннуитет на 50 тыс. руб. поквартально на пять лет может быть куплен за 800 тыс. руб. Какая номинальная норма, конвертируемая ежемесячно, использована для реализации инвестиций покупателя?

127. Сколько ежемесячных платежей по 50 тыс. руб. каждый потребуется для ликвидации долга в 1 млн. руб., если норма процента равна 6 %, m = 2 и первая выплата делается через месяц после займа?

128. Найдите настоящую стоимость серии годовых платежей по 20 тыс. руб. в течение пяти лет, если норма процента j_{12} = 6 %.

129. Обыкновенный аннуитет на 30 тыс. руб. поквартально на семь лет может быть куплен за 600 тыс. руб. Какая номинальная норма, конвертируемая по полугодиям, использована для инвестиции покупателя?

130. Найдите ежемесячный, эквивалентный 20 тыс. руб. в квартал. Процентная ставка j_{12} = 5 %.

131. Найдите ежемесячный аннуитет, эквивалентный полугодовым выплатам 50 тыс. руб. при процентной ставке j_{12} = 4 %.

132. Аннуитет по 150 тыс. руб. в квартал заменили ежегодными платежами. Насколько большими будут они при процентной ставке 6 % за год?

133. Преобразовать общий аннуитет с полугодовыми платежами по 10 тыс. руб. в простой аннуитет, если деньги стоят j_1 = 6 %.

134. Преобразовать общий аннуитет с ежеквартальными платежами по 50 тыс. руб. в простой аннуитет, если деньги стоят $j_{12} = 5\ \%$.

135. Найдите простой аннуитет при $j_4 = 4\ \%$, эквивалентный платежам 150 тыс. руб. каждые пять лет.

136. Иванов вносит 5 тыс. руб. в конце каждого месяца в фонд, возмещающий их с процентной ставкой $j_2 = 6\ \%$. Какая сумма будет на счете у Иванова через пять лет?

137. Дом может быть куплен за 5 млн. руб. наличными с уплатой 250 тыс. руб. ежемесячно в течение двадцати лет. Какая стоимость дома наличными, если процентная ставка равна 5 % в год?

138. Иванов имеет 10 тыс. руб. в Сберегательном банке, выплачивающем проценты по ставке $j_{12} = 8\ \%$. Если Иванов продолжает вкладывать по 1 тыс. руб. в конце каждого квартала, какую сумму он будет иметь на счете через пять лет?

139. По контракту будут производиться платежи по 250 тыс. руб. в конце каждых шести месяцев в течение десяти лет и еще один платеж в сумме 10 млн. руб. в конце срока. Какая настоящая стоимость контракта, если деньги стоят 4% в год?

140. Заменит аннуитет по 100 тыс. руб. в год на эквивалентный общий аннуитет, выплачиваемый а) поквартально, б) помесячно, в) через каждые полгода, если процентная ставка составляет 6 % годовых.

141. Цена автомобиля равна 1,5 млн. руб. наличными. Покупателю дается кредит на эту покупку в сумме 800 тыс. руб. Расчет должен быть произведен за 24 месяца равными ежемесячными взносами. Какими будут эти платежи, если процентная ставка составляет 5 % годовых?

142. Сумма в 500 тыс. руб. инвестируется сегодня для того, чтобы обеспечить человеку ежегодные поступления в течение двадцати лет (первый платеж должен быть получен через пятнадцать лет начиная от сегодняшнего дня). Найдите величину годовых поступлений, если ставка составляет $j_4 = 3$ %.

143. Долг в сумме 200 тыс. руб. выплачивается посредством 36 равных ежемесячных взносов (первый делается через двадцать пять месяцев от сегодняшнего дня). Какими будут платежи, если процентная ставка составляет $j_2 = 5$ %?

144. Сумма аннуитета, по которому выплачивается по 10 тыс. руб. через каждые полгода, по окончании двадцати лет равна 500 тыс. руб. Найдите процентную ставку j_{12}.

145. Машина, стоимостью 400 тыс. руб. приобретается в счет выплаты 100 тыс. руб. наличными и десяти полугодовых платежей по 40 тыс. руб. Найдите процентную ставку j_2.

146. Найдите годовую ставку, при которой серия ежеквартальных депозитов по 2 тыс. руб. дает итоговую сумму в 90 тыс. руб. через восемь лет.

147. Итоговая сумма пятнадцатимесячного аннуитета равна 100 тыс. руб. Если процентная ставка $j_2 = 5$ %, найти число полных платежей.

148. Сколько ежемесячных платежей по 10 тыс. руб. необходимо, чтобы выплатить долг в сумме 400 тыс. руб., если процентная ставка составляет 5 % годовых.

149. Настоящая стоимость аннуитета, по которому выплачивается поквартально по 2,5 тыс. руб., равна 25 тыс. руб. Если процентная ставка составляет $j_{12} = 3$ %, найдите количество полных платежей.

150. Сколько ежемесячных платежей по 25 тыс. руб. необходимо, чтобы выплатить долг в сумме 500 тыс. руб., если процентная ставка составляет 8 % годовых?

4. ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Вариант 1

1. Фактор времени учитывается с помощью:

а) процентной ставки;

б) дисконта;

в) ренты;

г) суммы.

2. Внутренние факторы финансового процесса:

а) система налогообложения, инфляция;

б) способ начисления процентов в кредитных сделках, выбранная схема погашения долга;

в) система налогообложения, выбранная схема погашения долга, инфляция;

г) все ответы верны.

3. Процент – это:

а) относительная величина дохода за фиксированный интервал времени;

б) абсолютная величина дохода от предоставления денег в долг в любой ее форме;

в) увеличение первоначальной суммы в связи с капитализацией;

г) все ответы верны.

4. Доход, получаемый по учетной ставке, называется:

а) учетом;

б) дисконтом;

в) ставкой;

г) прибылью.

5. Точный процент получают, когда временная база выражается:

а) фактическим числом дней в году и точным числом дней проведения финансовой операции;

б) финансовым годом и точным числом дней проведения финансовой операции;

в) половиной финансового года и точным числом дней проведения финансовой операции;

г) фактическим числом дней в году и приближенным числом дней проведения финансовой операции.

6. Авансовые проценты начисляют:

а) в конце периода относительно конечной суммы средств;

б) в начале периода относительно конечной суммы средств;

в) в конце периода относительно исходных средств;

г) в начале периода относительно исходных средств.

7. Доход, определяемый авансовым процентом, выплачивают:

а) в момент предоставления кредита;

б) в конце периода операции;

в) в середине финансовой операции;

г) все ответы верны.

8. Базой расчета декурсивных процентов служит:

а) исходный размер средств;

б) сумма погашения долга;

в) эквивалентная сумма;

г) нет верного ответа.

9. Финансовая математика:

а) наука, изучающая экономические процессы и их влияние на экономические результаты деятельности предприятия;

б) наука, изучающая методы и методики прогнозирования финансовых и инвестиционных операций;

в) наука, изучающая методы и методики определения стоимостных и временных параметров финансовых и инвестиционных операций;

г) нет верного ответа.

10. Если по заданной ожидаемой в будущем к получению суммы и процентной ставке необходимо найти исходную сумму долга – это:

а) процесс наращения;

б) процесс дисконтирования;

в) процесс инвестирования;

г) нет верного ответа.

11. Процентная ставка – это:

а) относительная величина дохода за фиксированный интервал времени;

б) абсолютная величина дохода от предоставления денег в долг;

в) увеличение первоначальной суммы в связи с капитализацией;

г) все ответы верны.

12. Антисипативные проценты начисляют:

а) в начале периода относительно конечной суммы средств;

б) в конце периода относительно исходных средств;

в) в начале периода относительно исходных средств;

г) в конце периода относительно конечной суммы средств.

13. Доход, определяемый декурсивными процентами, выплачивают:

а) в момент предоставления кредита;

б) в середине финансовой операции;

в) в конце периода финансовой операции;

г) все ответы верны.

14. Сложным процентам соответствует:

а) арифметическая прогрессия;

б) геометрическая прогрессия;

в) арифметическая и геометрическая прогрессия;

г) все ответы верны.

15. База для начисления сложных процентов:

а) не изменяется с каждым периодом выплат;

б) уменьшается с каждым периодом выплат;

в) увеличивается с каждым периодом выплат;

г) нет верного ответа.

16. Влияние инфляции проявляется в:

а) снижение номинальной стоимости денежных поступлений;

б) снижение реальной стоимости будущих денежных поступлений;

в) увеличение реальной стоимости будущих денежных поступлений;

г) не оказывает влияние.

17. Если инвестор предполагает держать акцию достаточно долго, то ее цена зависит от следующих параметров:

а) амортизационных отчислений;

б) цены продажи, периода владения акцией;

в) требуемой нормы прибыли;

г) размера дивидендных выплат.

18. Сущность французской практики начисления простых процентов:

а) в использовании обыкновенных процентов и приближенного срока;

б) в использовании точных процентов и приближенного срока ссуды;

в) в использовании точных процентов и точного срока ссуды;

г) в использовании обыкновенных процентов и точного срока ссуды.

19. На какой срок необходимо поместить денежную сумму под простую процентную ставку 30 % годовых, чтобы она увеличилась в 2 раза.

а) 2;
б) 3,333;
в) 2,5;
г) 2,53.

20. Укажите наращенную стоимость годовой ренты постнумерандо со следующими параметрами: ежегодный платеж 2000, срок ренты – 5 лет, процентная ставка – 20 %.

а) 9 874,2;
б) 10 783,1;
в) 11 340,5;
г) 14 883,2.

21. В чем сущность британской практики начисления простых процентов?

а) в использовании обыкновенных процентов и приближенного срока ссуды;

б) в использовании точных процентов и приближенного срока ссуды;

в) в использовании точных процентов и точного срока ссуды;

г) в использовании обыкновенных процентов и точного срока ссуды.

22. При движении денежных средств на расчетном счете и расчете простых процентов сумма процентов к моменту закрытия счета рассчитывается как:

а) сумма процентных чисел, деленная на постоянный делитель;

б) взвешенная сумма процентных чисел, с весами, определяемыми суммами на расчетном счете, деленная на постоянный делитель;

в) взвешенная сумма процентных чисел, с весами, определяемыми периодами постоянства сумм на расчетном счете, делен в) взвешенная сумма процентных чисел, с весами, определяемыми периодами постоянства сумм на расчетном счете, деленная на постоянный делитель;

г) взвешенная сумма процентных чисел, с весами, определяемыми произведением суммы на расчетном счете на интервал постоянства счета в днях, деленная на постоянный делитель.

Вариант 2

1. Процесс дисконтирования:

а) по заданной исходной сумме и процентной ставке необходимо найти ожидаемую к получению сумму;

б) по заданной ожидаемой в будущем к получению суммы и процентной ставке необходимо найти исходную сумму долга;

в) расчет доходности;

г) нет верного ответа.

2. Чем выше конкуренция среди кредиторов:

а) тем выше процентные ставки по кредитам;

б) тем ниже процентные ставки по кредитам;

в) тем хуже заемщикам;

г) нет верного ответа.

3. Капитализация процентов – это:

а) величина дохода за фиксированный интервал времени;

б) доход от предоставления денег в долг в любой форме;

в) присоединение начисленных процентов к основной сумме;

г) все ответы верны.

4. Реинвестирование:

а) многоразовое наращение;

б) одноразовое наращение;

в) наращение один раз;

г) нет верного ответа.

5. Доход, определяемый антисипативными процентами, выплачивают:

а) в момент предоставления кредита;

б) в конце финансовой операции;

в) в середине операции;

г) все ответы верны.

6. Арифметическая прогрессия соответствует:

а) дисконту;

б) наращению;

в) сложным процентам;

г) простым процентам.

7. База для начисления сложных процентов:

а) меняется за счет присоединения ранее начисленных процентов;

б) не меняется;

в) меняется за счет внешних факторов;

г) меняется за счет внутренних факторов.

8. Присоединение начисленных процентов к сумме долга, которая служит базой для их начисления, – это:

а) капитализация процентов;

б) доход процентов;

в) изменение процентов;

г) все ответы верны.

9. Период начисления – это:

а) интервал времени получения дохода;

б) процесс накопления денежной суммы вклада;

в) интервал времени, к которому приурочена процентная ставка;

г) все ответы верны.

10. Обычные проценты начисляют:

а) в конце периода относительно исходного размера средств;

б) в начале периода относительно конечной суммы средств;

в) в начале периода относительно исходного размера средств;

г) в конце периода относительно конечной суммы средств.

11. Для одних и тех же условий эффективная учетная ставка:

а) больше номинальной;

б) меньше номинальной;

в) равна номинальной;

г) нет верного ответа.

12. Отношение дохода, полученного за определенный период времени, к ожидаемой сумме погашения долга – это:

а) обычная ставка процентов;

б) антисипативная ставка процентов;

в) сложная ставка процентов;

г) финансовая ставка процентов.

13. Геометрическая прогрессия соответствует:

а) простым процентам;

б) сложным процентам;

в) наращению;

г) дисконту.

14. Доходность бескупонной облигации зависит от следующих параметров:

а) номинальной цены облигации и срока погашения;

б) эмиссионной цены облигации;

в) цены приобретения;

г) величины процентных выплат по облигации.

15. Два платежа считаются эквивалентными, если:

а) равны процентные ставки;

б) приведенные к одному моменту времени они оказываются равными;

в) равны наращенные суммы;

г) равны учетные ставки.

16. Принцип финансовой эквивалентности состоит в том, что:

а) процентные ставки одинаковые;

б) учетные ставки одинаковые;

в) неизменность финансовых отношений участников до и после изменения финансового соглашения;

г) сложные учетные ставки равны.

17. При использовании сложных процентов расчет приведенных стоимостей при замене платежей можно осуществлять:

а) на любой момент времени;

б) на момент заключения контракта;

в) на начальный момент;

г) на момент времени по договоренности.

18. Сущность германской практики начисления простых процентов:

а) в использовании обыкновенных процентов и приближенного срока ссуды;

б) в использовании точных процентов и приближенного срока ссуды;

в) в использовании точных процентов и точного срока ссуды;

г) в использовании обыкновенных процентов и точного срока ссуды.

19. Укажите наращенную стоимость годовой ренты постнумерандо со следующими параметрами: ежегодный платеж 2000, срок ренты – 6 лет, процентная ставка – 25 %.

а) 22 517,6;

б) 20 145,3;

в) 21 369,2;

г) 19 844,5.

20. Контракт предусматривает следующий порядок начисления процентов: первый год 12 %. В каждом последующем полугодии ставка повышается на 1 %. Определить множитель наращения за 2,5 года.

а) 1,2;

б) 1,23;

в) 1,33;

г) 1,05.

21. В чем сущность французской практики начисления простых процентов?

а) в использовании обыкновенных процентов и приближенного срока ссуды;

б) в использовании точных процентов и приближенного срока ссуды;

в) в использовании точных процентов и точного срока ссуды;

г) в использовании обыкновенных процентов и точного срока ссуды.

22. Если при погашении краткосрочной задолженности частями сумма платежа меньше суммы процентов, начисленных на эту дату, то в актуарном методе:

а) платеж погашает соответствующую часть начисленных процентов, а оставшаяся часть процентов идет на увеличение суммы долга;

б) платеж не учитывается, а присоединяется к следующему платежу;

в) платеж не учитывается, но вместе с начисленными на него процентами присоединяется к следующему платежу;

г) платеж сначала не учитывается, но затем вместе с начисленными на него по заниженной (заранее оговоренной) ставке процентами присоединяется к следующему платежу.

Вариант 3

1. Объект финансовой математики:

а) финансовые операции и сделки, их технико-экономическое обоснование, направленное на извлечение прибыли;

б) хозяйственные процессы предприятия;

в) внутренние и внешние факторы финансового процесса;

г) все ответы верны.

2. Процесс накопления денежной суммы вклада определяют:

а) инвестируемый капитал, начальный момент инвестиций;

б) текущие и будущие рыночные цены;

в) выбор схемы начисления процентов и процентной ставки;

г) фактор времени.

3. Реальная стоимость денег – это:

а) количество потребительских благ, которое можно приобрести в обмен на определенную денежную сумму;

б) баланс между денежной массой и покупательной способностью;

в) процесс реинвестирования;

г) нет верного ответа.

4. Авансовые проценты – это:

а) обычные проценты;

б) антисипативные проценты;

в) декурсивные проценты;

г) необычные проценты.

5. Декурсивные проценты начисляют:

а) в начале периода относительно конечной суммы средств;

б) в конце периода относительно конечной суммы средств;

в) в конце периода относительно исходного размера средств;

г) в начале периода относительно исходного размера средств.

6. Учетная ставка процентов – это:

а) отношение дохода, полученного за определенный период времени, к размеру капитала, предоставляемого в кредит;

б) отношение дохода, полученного за определенный период времени, к ожидаемой сумме погашения долга;

в) отношение дохода, полученного за год, к ожидаемой сумме погашения долга;

г) отношение дохода, полученного за месяц, к ожидаемой сумме погашения долга.

7. Если n < 1/n, то наращение по простой учетной ставке:

а) не имеет смысла;

б) имеет смысл;

в) невозможно;

г) нет верного ответа.

8. Для одних и тех же условий номинальная учетная ставка:

а) больше эффективной;

б) меньше эффективной;

в) равна эффективной;

г) нет верного ответа.

9. Внешние факторы финансового процесса:

а) структура портфеля активов;

б) система налогообложения, инфляция;

в) выбранная схема погашения долга;

г) начальный момент инвестиций.

10. «Денежная сумма, полученная сегодня, больше той же суммы, полученной завтра», – это:

а) «Золотое» правило бизнеса;
б) «Правило 78»;
в) начисления процентов;
г) схема погашения долга.

11. Простые проценты используют:
а) в краткосрочных финансовых операциях;
б) в долгосрочных финансовых операциях;
в) в среднесрочных финансовых операциях;
г) никогда не используют.

12. Доход, определяемый обычными процентами, выплачивают:
а) в момент предоставления кредита;
б) в середине финансовой операции;
в) в конце периода финансовой операции;
г) все ответы верны.

13. База для начисления сложных процентов:
а) не изменяется с каждым периодом выплат;
б) уменьшается с каждым периодом выплат;
в) увеличивается с каждым периодом выплат;
г) нет верного ответа.

14. Базой расчета авансовых процентов служит:
а) денежная сумма с процентами (сумма погашения долга);
б) исходный размер средств;
в) эквивалентная сумма финансовой операции;
г) нет верного ответа.

15. Обычная ставка процентов – это:
а) отношение дохода, полученного за определенный период времени, к размеру капитала, предоставляемого в кредит;
б) отношение дохода, полученного за определенный период времени, к ожидаемой сумме погашения долга;

в) отношение дохода, полученного за год, к ожидаемой сумме погашения долга;

г) нет верного ответа.

16. Как называется процентная ставка сложных процентов, которая дает тот же результат, что и m-разовое начисление процентов по ставке i/m:

а) эффективной;

б) номинальной;

в) дискретной;

г) точной.

17. При погашении кредита периодическими равномерными платежами каждый платеж представляет собой:

а) процент на остаток долга и часть основной суммы долга;

б) процент на весь долга и часть основной суммы долга;

в) процент на остаток долга;

г) процент на весь долг.

18. Контракт предусматривает следующий порядок начисления процентов: первый год 15 %. В каждом последующем полугодии ставка повышается на 1 %. Определить множитель наращения за 3 года.

а) 1,2;

б) 1,43;

в) 1,3;

г) 1,5.

19. Укажите наращенную стоимость годовой ренты постнумерандо со следующими параметрами: ежегодный платеж 1000, срок ренты – 7 лет, процентная ставка – 20 %.

а) 11 345,3;

б) 12 114,8;

в) 12 915,9;

г) 10 254,2.

20. Если по заданной исходной сумме и процентной ставке необходимо найти ожидаемую к получению сумму, – это:

а) процесс наращения;

б) дисконтирование;

в) реинвестирование;

г) нет верного ответа.

21. В чем сущность германской практики начисления простых процентов?

а) в использовании обыкновенных процентов и приближенного срока ссуды;

б) в использовании точных процентов и приближенного срока ссуды;

в) в использовании точных процентов и точного срока ссуды;

г) в использовании обыкновенных процентов и точного срока ссуды.

22. Проценты на проценты начисляются в схеме:

а) сложных процентов;

б) простых процентов;

в) как сложных, так и простых процентов;

г) независимо от схемы проценты начисляются только на основной капитал, но не на проценты.

Вариант 4

1. «Золотое» правило бизнеса гласит:

а) Денежная сумма, полученная сегодня, больше той же суммы, полученной завтра;

б) Денежная сумма, полученная сегодня, меньше суммы, полученной завтра;

в) Денежная сумма, полученная сегодня, равна сумме, полученной завтра;

г) нет верного ответа.

2. Относительная величина дохода за фиксированный интервал времени – это:

а) процент;

б) процентная ставка;

в) дисконт;

г) все ответы верны.

3. Антисипативные проценты – это:

а) авансовые проценты;

б) декурсивные;

в) обычные проценты;

г) необычные.

4. Базой расчета антисипативных процентов служит:

а) исходный размер средств;

б) денежная сумма с процентами (сумма погашения долга);

в) эквивалентная сумма финансовой операции;

г) нет верного ответа.

5. Операцию предварительного начисления процентов называют:

а) дисконтированием по учетной ставке,

б) коммерческим учетом;

в) банковским учетом;

г) все ответы верны.

6. Сложные проценты используют:

а) в краткосрочных финансовых операциях;

б) в долгосрочных и среднесрочных финансовых операциях;

в) в среднесрочных финансовых операциях;

г) никогда не используют.

7. Капитализация процентов – это:

а) присоединение начисленных процентов к сумме долга, которая служит базой для их начисления;

б) доход процентов;

в) изменение процентов;

г) все ответы верны.

8. Процесс наращения:

а) по заданной исходной сумме и процентной ставке необходимо найти ожидаемую к получению сумму;

б) по заданной в будущем к получению суммы и процентной ставке необходимо найти сумму долга;

в) норма дисконта;

г) расчет доходности.

9. Чем выше конкуренция среди заемщиков:

а) тем выше процентные ставки по кредитам;

б) тем ниже процентные ставки по кредитам;

в) тем хуже кредиторам;

г) нет верного ответа.

10. В зависимости от процентной ставки применяют два метода дисконтирования:

а) декурсивное и антисипативное;

б) математическое и коммерческое;

в) банковский учет и обычные;

г) нет верного ответа.

11. Обычные проценты – это:

а) авансовые проценты;

б) декурсивные проценты;

в) антисипативные;

г) необычные проценты.

12. Отношение дохода, полученного за определенный период времени, к размеру капитала, предоставляемого в кредит, – это:

а) учетная ставка процентов;

б) обычная ставка процентов;

в) антисипативная ставка;

г) сложная ставка процентов.

13. (1 + i × n) – это:

а) множитель дисконтирования процентов;

б) множитель наращения простых процентов;

в) антисипативная ставка процентов;

г) все ответы верны.

14. В каких финансовых кредитных операциях применяются сложные процентные ставки?

а) краткосрочных;

б) долгосрочных;

в) среднесрочных;

г) среднесрочных и долгосрочных.

15. При анализе долгосрочных инвестиций в условиях инфляции необходимо:

а) использовать при расчете стоимости денег номинальную процентную ставку;

б) использовать при расчете стоимости денег реальную процентную ставку;

в) корректировать номинальную стоимость будущих денег на индекс роста цен;

г) корректировать реальную стоимость будущих денег на индекс роста цен.

16. Абсолютная величина дохода от предоставления денег в долг в любой ее форме – это:

а) процент;

б) ставка;

в) доход;

г) налог.

17. Базой расчета обычных процентов служит:

а) сумма погашения долга;

б) исходный размер средств;

в) наращенный капитал;

г) нет верного ответа.

18. Если по заданной ожидаемой в будущем к получению суммы и процентной ставке необходимо найти исходную сумму долга, – это:

а) процесс наращения;

б) процесс дисконтирования;

в) процесс инвестирования;

г) нет верного ответа.

19. Из какого капитала можно получить 30 тыс. руб. через 2 года наращением по простым процентам по процентной ставке 25 %?

а) 10 тыс. рублей;

б) 12 тыс. рублей;

в) 16 тыс. рублей;

г) 20 тыс. рублей.

20. Укажите наращенную стоимость годовой ренты постнумерандо со следующими параметрами: ежегодный платеж 2000, срок ренты – 5 лет, процентная ставка – 17 %.

а) 7 014,4;

б) 6 530,2;

в) 6 875,5;

г) 5 672,3.

21. Укажите возможные способы измерения ставок процентов:

а) только процентами;

б) только десятичной дробью;

в) только натуральной дробью с точностью до 1/32;

г) процентами, десятичной или натуральной дробью.

22. По условиям одного из двух обязательств должно быть выплачено 500 тыс. руб. через 4 месяца; второго – 540 тыс. руб. через 8 месяцев. Применяется

простая процентная ставка 18 %. Какое из этих условий выгоднее для должника:

а) первое;

б) второе;

в) равноценны;

г) имеющейся информации недостаточно.

Вариант 5

1. Процент – это:

а) относительная величина дохода за фиксированный интервал времени;

б) абсолютная величина дохода от предоставления денег в долг в любой ее форме;

в) увеличение первоначальной суммы в связи с капитализацией;

г) все ответы верны.

2. Доход, получаемый по учетной ставке, называется:

а) учетом;

б) дисконтом;

в) ставкой;

г) прибылью.

3. Точный процент получают, когда временная база выражается:

а) фактическим числом дней в году и точным числом дней проведения финансовой операции;

б) финансовым годом и точным числом дней проведения финансовой операции;

в) половиной финансового года и точным числом дней проведения финансовой операции;

г) фактическим числом дней в году и приближенным числом дней проведения финансовой операции.

4. Авансовые проценты начисляют:

а) в конце периода относительно конечной суммы средств;

б) в начале периода относительно конечной суммы средств;

в) в конце периода относительно исходных средств;

г) в начале периода относительно исходных средств.

5. Доход, определяемый авансовым процентом, выплачивают:

а) в момент предоставления кредита;

б) в конце периода операции;

в) в середине финансовой операции;

г) все ответы верны.

6. Присоединение начисленных процентов к сумме долга, которая служит базой для их начисления, – это:

а) капитализация процентов;

б) доход процентов;

в) изменение процентов;

г) все ответы верны.

7. Период начисления – это:

а) интервал времени получения дохода;

б) процесс накопления денежной суммы вклада;

в) интервал времени, к которому приурочена процентная ставка;

г) все ответы верны.

8. Обычные проценты начисляют:

а) в конце периода относительно исходного размера средств;

б) в начале периода относительно конечной суммы средств;

в) в начале периода относительно исходного размера средств;

г) в конце периода относительно конечной суммы средств.

9. Для одних и тех же условий эффективная учетная ставка:

а) больше номинальной;

б) меньше номинальной;

в) равна номинальной;

г) нет верного ответа.

10. Отношение дохода, полученного за определенный период времени, к ожидаемой сумме погашения долга – это:

а) обычная ставка процентов;

б) антисипативная ставка процентов;

в) сложная ставка процентов;

г) финансовая ставка процентов.

11. Как называется процентная ставка сложных процентов, которая дает тот же результат, что и m-разовое начисление процентов по ставке i/m:

а) эффективной;

б) номинальной;

в) дискретной;

г) точной.

12. При погашении кредита периодическими равномерными платежами каждый платеж представляет собой:

а) процент на остаток долга и часть основной суммы долга;

б) процент на весь долга и часть основной суммы долга;

в) процент на остаток долга;

г) процент на весь долга.

13. Контракт предусматривает следующий порядок начисления процентов: первый год 15 %. В каждом последующем полугодии ставка повышается на 1 %. Определить множитель наращения за 3 года.

а) 1,2;

б) 1,43;

в) 1,3;

г) 1,5.

14. Укажите наращенную стоимость годовой ренты постнумерандо со следующими параметрами: ежегодный платеж 1 000, срок ренты – 7 лет, процентная ставка – 20 %.

а) 11 345,3;

б) 12 114,8;

в) 12 915,9;

г) 10 254,2.

15. Если по заданной исходной сумме и процентной ставке необходимо найти ожидаемую к получению сумму, – это:

а) процесс наращения;

б) дисконтирование;

в) реинвестирование;

г) нет верного ответа.

16. Объект финансовой математики:

а) финансовые операции и сделки, их технико-экономическое обоснование, направленное на извлечение прибыли;

б) хозяйственные процессы предприятия

в) внутренние и внешние факторы финансового процесса;

г) все ответы верны.

17. Укажите наращенную стоимость годовой ренты постнумерандо со следующими параметрами: ежегодный платеж 2 000, срок ренты – 6 лет, процентная ставка – 25 %.

а) 22 517,6;

б) 20 145,3;

в) 21 369,2;

г) 19 844,5.

18. Процесс дисконтирования:

а) по заданной исходной сумме и процентной ставке необходимо найти ожидаемую к получению сумму;

б) по заданной ожидаемой в будущем к получению суммы и процентной ставке необходимо найти исходную сумму долга;

в) расчет доходности;

г) нет верного ответа.

19. Чем выше конкуренция среди кредиторов:

а) тем выше процентные ставки по кредитам;

б) тем ниже процентные ставки по кредитам;

в) тем хуже заемщикам;

г) нет верного ответа.

20. Капитализация процентов – это:

а) величина дохода за фиксированный интервал времени;

б) доход от предоставления денег в долг в любой форме;

в) присоединение начисленных процентов к основной сумме;

г) все ответы верны.

21. Что означает принцип финансовой неравноценности денег, относящихся к различным моментам времени?

а) обесценение денег в связи с инфляцией;

б) возрастание риска с увеличением срока ссуды;

в) возможность инвестировать деньги с целью получить доход;

г) снижение себестоимости товаров в связи с научно-техническим прогрессом.

22. В потоке платежей разрешается переставлять платежи произвольным образом. Как их надо переставить, чтобы современная величина потока была наибольшей:

а) в порядке возрастания;

б) в порядке, который дает наименьшую наращенную сумму;

в) в порядке, который дает наибольшую наращенную сумму;

г) в порядке убывания.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Несмотря на кажущуюся простоту расчетов, методы финансовых вычислений исключительно важны для решения практических задач. Умение ориентироваться в методах, привлекаемых для получения ряда оценок финансовых операций, можно использовать для обоснования принимаемых решений в области кредитования и финансирования. Рассмотренные методы позволяют обдуманно составлять договор финансовой операции (определить ставку, частоту, схему начисления процентов, сделать поправку на инфляцию и др.), что поможет избежать значительных финансовых потерь.

Необходимость введения данного курса также вызвана тем, что в ряде дисциплин (финансовый менеджмент, математические методы финансового анализа, инвестиционный анализ, инвестиционное проектирование, рынок ценных бумаг и пр.) необходимы знания теоретических основ финансовых расчетов. Материалы пособия «Основы финансовой математики» позволят не только более глубоко и последовательно изучить теоретические основы финансовых расчетов и получить практические навыки по решению задач, излагаемых в экономических курсах, но и тем самым увеличить долю времени на изучение конкретной экономической дисциплины.

ГЛОССАРИЙ

Аннуитет – см. финансовая рента.

Антисипативная процентная ставка (учетная ставка или антисипативный процент) – это отношение суммы дохода, начисленного за определенный интервал, к наращенной сумме, полученной в конце данного периода. При антисипативном способе наращенная сумма, полученная в конце периода, считается величиной получаемого кредита (ссуды), которую заемщик обязан вернуть. Получает он сумму, меньшую на величину процентного дохода кредитора. Таким образом, процентный доход (дисконт) начисляется сразу, т.е. остается у кредитора. Эта операция называется дисконтированием по учетной ставке, коммерческим (банковским) учетом.

Актуарный метод расчета – один из двух методов расчета процентов и определения остатка долга при погашении краткосрочной задолженности частичными платежами (см. правило торговца).

Брутто-ставка – ставка процентов, скорректированная на инфляцию.

Декурсивный способ начисления процентов – способ, при котором проценты начисляются в конце каждого интервала начисления. Их величина определяется исходя из величины предоставляемого капитала. Соответственно, декурсивная процентная ставка представляет собой выраженное в процентах отношение суммы начисленного за определенный интервал дохода к сумме, имеющейся на начало данного интервала.

Дисконт или скидка – проценты в виде разности $D = S - P$, где S – сумма на конец срока, P – сумма на начало срока.

Дисконтирование суммы S – расчет ее текущей стоимости *P*.

Дисконтный множитель – коэффициент, показывающий, какую долю составляет первоначальная сумма ссуды в окончательной величине долга (наращенной сумме).

Индекс покупательной способности денег – равен обратной величине индекса цен.

Индекс цен – показывает во сколько раз выросли цены за указанный промежуток времени.

Инфляционная премия – корректировка ставки процентов для компенсации обесценения денег.

Капитализация процентов – присоединение начисленных процентов к сумме, которая служила базой для их определения.

Контур финансовой операции – графическое изображение процесса погашения краткосрочной задолженности частичными (промежуточными) платежами.

Коэффициент наращения ренты – отношение наращенной суммы ренты к сумме ее годовых платежей или к размеру отдельного платежа.

Коэффициент приведения ренты – отношение современной стоимости ренты к сумме ее годовых платежей или к размеру отдельного платежа.

Математическое дисконтирование – вид дисконтирования, представляющий собой решение задачи, обратной наращению первоначальной ссуды.

Множитель наращения – коэффициент, который показывает во сколько раз наращенная сумма больше первоначальной.

Наращение или рост первоначальной суммы – процесс увеличения денег в связи с присоединением процентов к сумме долга.

Наращенная сумма потока платежей – сумма всех членов последовательности платежей с начисленными на них процентами к концу срока ренты.

Наращенная сумма ссуды (долга, депозита, других видов инвестированных средств) – первоначальная ее сумма вместе с начисленными на нее процентами к концу срока.

Переменная рента –рента с изменяющимися членами.

Период начисления – интервал времени, к которому относится (применяется) процентная ставка.

Период ренты – временной интервал между двумя соседними платежами.

Постоянная рента – рента с равными членами.

Поток платежей – ряд последовательных выплат и поступлений. Правило торговца – один из двух методов расчета процентов и определения остатка долга при погашении краткосрочной задолженности частичными платежами (см. актуарный метод расчета).

Практика расчета простых процентов различает три варианта расчета: 1) точные проценты с точным числом дней ссуды (британская практика); 2) обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды (французская практика); 3) обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды (германская практика).

Приведение – это определение любой стоимостной величины на некоторый момент времени. Если некоторая сумма приводится к более ранней дате, чем текущая, то применяется дисконтирование, если же речь идет о более поздней дате, то – наращение.

Принцип неравноценности денег – деньги, относящиеся к разным моментам времени, имеют различную текущую стоимость.

Процент обыкновенный или коммерческий получают, когда за базу измерения времени берут год, условно состоящий из 360 дней (12 месяцев по 30 дней в каждом).

Процент точный получают, когда за базу измерения времени берут действительное число дней в году: 365 или 366.

Процентная ставка – отношение суммы процентных денег, выплачиваемых за фиксированный отрезок времени, к величине ссуды. Ставка измеряется в процентах, в виде десятичной или натуральной дроби.

Процентные деньги или, кратко, проценты в финансовых расчетах – это абсолютная величина дохода от предоставления денег в долг в любой форме.

Проценты дискретные предполагают, что начисление процентов производится дискретно, т.е. в отдельные (обычно равноотстоящие) моменты времени, причем, в качестве периодов начисления принимают год, полугодие, квартал, месяц.

Проценты непрерывные предполагают непрерывное начисление процентов во времени.

Реинвестирование – неоднократное повторение процесса инвестирования суммы депозита вместе с начисленными на нее в предыдущем периоде процентами.

Рента финансовая – см. финансовая рента.

Рента верная – рента, члены которой подлежат безусловной выплате.

Рента немедленная – рента, срок которой начинается немедленно.

Рента отложенная или отсроченная – рента, начало срока которой запаздывает.

Рента постнумерандо (или обычная рента) – рента, платежи которой осуществляются в конце каждого периода.

Рента пренумерандо – рента, платежи которой осуществляются в начале каждого периода.

Рента р-***срочная*** – рента, предусматривающая р равных платежей в году.

Рента условная – рента, выплата членов которой ставится в зависимость от наступления некоторого случайного события.

Сила роста δ представляет собой номинальную ставку процентов при $m \to \infty$, где m – число начислений процентов в году.

Современная величина (текущая стоимость) суммы S – величина P, найденная дисконтированием.

Современная величина потока платежей – сумма всех его членов, дисконтированных (приведенных) на некоторый момент времени, совпадающий с началом потока платежей или предшествующий ему.

Срок ренты – время, измеренное от начала финансовой ренты доконца ее последнего периода.

Ставка номинальная – годовая ставка u1089 сложных процентов j при числе периодов начисления в году ***m***. Тогда за каждый период проценты начисляют по ставке ***j/m*** .

Ставка процентов номинальная учетная – сложная годовая учетная ставка f, применяется при дисконтировании m раз в году. Тогда в каждом периоде, равном $1/m$ части года, дисконтирование осуществляется по сложной учетной ставке f/m.

Ставка процентов простая – это ставка, которая применяется к одной и той же начальной сумме на протяжении всего срока ссуды.

Ставка процентов сложная – это ставка, которая применяется к сумме с начисленными в предыдущем периоде процентами. Ставка процентов сложная учетная – дисконтирование по сложной годовой учетной ставке осуществляется по формуле $P = S(1 - d_{сл})\ n$, где $d_{сл}$ – сложная годовая учетная ставка, S – дисконтируемая величина, P – современная стоимость S, n – срок дисконтирования.

Ставка учетная – ставка, применяемая для расчета процентов при учете векселей.

Ставка эффективная – годовая ставка сложных процентов, приводящая к тому же финансовому результату, что и m – разовое наращение в год по ставке j/m , где j – номинальная ставка.

Ставка эффективная учетная – сложная годовая учетная ставку, эквивалентная (по финансовым результатам) номинальной учетной ставке, применяемой при заданном числе дисконтирований в году m.

Уравнение эквивалентности – уравнение, в котором сумма заменяемых платежей, приведенных к какому-либо одному моменту времени, приравнивается сумме платежей по новому обязательству, приведенных к той же дате. Разрабатывается при изменении условий контракта.

Учет банковский или коммерческий – учет (покупка) векселей заключается в том, что банк до наступления срока платежа по векселю или др. платежному обязательству покупает его у владельца (кредитора) по цене ниже той суммы, которая должна быть выплачена по нему в конце срока, т.е. приобретает (учитывает) его с дисконтом.

Член ренты – величина каждого отдельного платежа ренты.

Финансовая рента или аннуитет – поток платежей, все члены которого положительные величины, а временные интервалы постоянны.

Формула наращения по простым процентам, или, кратко, формулой простых процентов: $S = P(1 + ni)$, где S – наращенная сумма, P – первоначальная сумма (ссуда), n – срок начисления процентов (срок ссуды), i – ставка процентов за единицу времени.

Форфейтная кредитная операция (операция а форфэ) – операция, в которой участвуют продавец, покупатель и банк-кредитор. Покупатель выписывает продавцу комплект векселей на сумму стоимости товара плюс проценты за кредит, сроки векселей равномерно распределены во времени. Продавец сразу же учитывает портфель векселей в банке без права оборота на себя. Банк, форфетируя сделку, берет весь риск на себя [16].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная литература:

1. Бургумбаева, С.К. Финансовая математика. Процентные ставки и потоки платежей: учебное пособие к практическим занятиям / С.К. Бургумбаева, Э.Н. Мынбаева. – Алматы: Альманах, 2016. – 82 с.; ЭБС «IPRbooks». – URL: https://www.iprbookshop.ru/69248.html (дата обращения: 07.11.2022).

2. Выгодчикова, И.Ю. Финансовая математика: учебное пособие / И.Ю. Выгодчикова. – Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2020. – 149 с. – ISBN 978-5-4497-0609-6; ЭБС «IPRbooks». – URL: https://www.iprbookshop.ru/96562.html (дата обращения: 07.11.2022).

3. Долгополова, А.Ф. Финансовая математика в инвестиционном проектировании: учебное пособие / А.Ф. Долгополова, Т.А. Гулай, Д.Б. Литвин – Ставрополь: Ставропольский государственный аграрный университет, Сервисшкола, 2014. – 55 с.; IPR SMART: [сайт]. – ЭБС «IPRbooks». – URL: https://www.iprbookshop.ru/48260.html (дата обращения: 07.11.2022).

4. Ивлиев, М.Н. Финансовая математика. Методы и модели в экономике. Сборник задач: учебное пособие / М.Н. Ивлиев, Л.А. Коробова, К.В. Чекудаев. – Воронеж: Воронежский государственный университет инженерных технологий, 2019. – 92 с. ; ЭБС «IPRbooks». – URL: https://www.iprbookshop.ru/95381.html (дата обращения: 07.11.2022). – ISBN 978-5-00032-444-8.

5. Ковалев, В.В. Финансовый менеджмент; теория и практика / В.В. Ковалев. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Велби; Проспект, 2007. – 1024 с. – ISBN 978-5-482-01505-6.

6. Малыхин, В.И. Финансовая математика: учебное пособие для вузов / В.И. Малыхин. – Москва: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. – 235 с. – ISBN 5-238-00559-8; ЭБС «IPRbooks». – URL: https://www.iprbookshop.ru/71239.html (дата обращения: 07.11.2022).

7. Токтошов, Г.Ы. Финансовая математика: учебное пособие / Г.Ы. Токтошов. – Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2019. – 131 с.; ЭБС «IPRbooks». – URL: https://www.iprbookshop.ru/90603.html (дата обращения: 07.11.2022).

Информационное обеспечение дисциплины:

8. Гражданский кодекс Российской Федерации. – Москва: ЭкООнис, 2014. – 328 с. – URL: http://www.iprbookshop.ru/23709.html (дата обращения: 07.11.2022).

9. Справочно-правовая система российских банков. – URL: www.bankir.ru/ (дата обращения: 07.11.2022).

10. Нормативная документация (Гражданский, Трудовой кодексы, законы) в справочно-поисковых системах «Гарант», «Консультант+».

Статистическая и прочая информация, необходимая для самостоятельной работы содержится на сайтах:

11. Федеральная служба государственной статистики. – URL: http://www.gks.ru (дата обращения: 07.11.2022).

12. Центральный банк РФ. – URL: http://www.cbr.ru/ (дата обращения: 07.11.2022).

13. Министерство финансов РФ. – URL: http://www1.minfin.ru/ (дата обращения: 07.11.2022).

14. Министерство экономического развития и торговли РФ. – URL: http://www.economy.gov.ru/wps/portal/ (дата обращения: 07.11.2022).

15. Гребенникова, А.А. Основы управления инвестициями: учебно-методическое пособие / А.А. Гребенникова, Е.Е. Нечаевская, О.П. Салтыкова. – Саратов: Вузовское образование, 2022. – 64 с. – ISBN 978-5-4487-0826-8; ЭБС «IPRbooks». –URL: https://www.iprbookshop.ru/120291.html (дата обращения: 07.11.2022).

16. Кострюкова, Л.А. Основы экономической теории: учебно-практическое пособие / Л.А. Кострюкова. – Электрон. текстовые данные. – Челябинск: Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2017. – 111 с.; ЭБС «IPRbooks». – URL: http://www.iprbookshop.ru/83863.html (дата обращения: 07.11.2022).

17. Кузовкова, Т.А. Основы цифровой экономики: учебное пособие для бакалавров / Т.А. Кузовкова, О.И. Шаравова. – Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2022. – 128 с. – ISBN 978-5-4497-1556-2; ЭБС «IPRbooks». – URL: https://www.iprbookshop.ru/118881.html/ (дата обращения: 07.11.2022).

Научная литература по проблемам курса:

18. «РосБизнесКонсалтинг». – URL: http://www.rbc.ru/ (дата обращения: 07.11.2022).

19. Экономика. Социология. Менеджмент. Федеральный образовательный портал – URL: http://www.ecsocman.edu.ru / (дата обращения: 07.11.2022).

20. Бизнес-словарь: http – URL://www.businessvoc.ru/ (дата обращения: 07.11.2022).

21. Economicus.ru: http – URL://economicus.ru/ (дата обращения: 07.11.2022).

22. Финансы, денежное обращение, кредит on-line. – URL: http://economictheory.narod.ru/ (дата обращения: 07.11.2022).

23. Википедия. – URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Вексель/ (дата обращения: 07.11.2022).
24. Википедия https://ru.wikipedia.org/wiki/Учёт_векселя/ (дата обращения: 07.11.2022).
25. Инвест-анализ. – URL: http://investment-analysis.ru/task/tasFKBill.html
26. Студент. – URL: http://www.studfiles.ru/preview/2204414/ (дата обращения: 07.11.2022).
27. Студент. – URL: http://www.studfiles.ru/preview/2203620/ (дата обращения: 07.11.2022).

Приложение

Таблица

Порядковое обозначение дней года *

Ден	Янв	Фев	Мар	Апр	Май	Июнь	Июль	Авг	Сен	Окт	Ноя	Дек
1	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336
3	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337
4	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338
5	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339
6	6	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340
7	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341
8	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
9	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362
29	29		88	119	149	180	210	241	272	302	333	363
30	30		89	120	150	181	211	242	273	303	334	364
31	31		90		151		212	243		304		365

* В високосном году следует добавить единицу (один день) к номеру каждого дня после 28 февраля.

Учебное издание

Кострюкова ***Людмила Александровна***

Артёменко ***Борис Александрович***

ОСНОВЫ ФИНАНСОВОЙ МАТЕМАТИКИ

Учебно-практическое пособие

ISBN 978-5-907611-69-6

Работа рекомендована РИС ЮУрГГПУ
Протокол № 27, 2022

Издательство ЮУрГГПУ
454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 69

Редактор О.Э. Карпенко

Подписано в печать 27.11.2022 г.
Формат 60 × 84 $^{1}/_{16}$. Тираж 100 экз.
Уч.-изд. л. 3,05. Усл. п.л. 6,22
Заказ № 765

Отпечатано с готового оригинал-макета
в типографии ЮУрГГПУ
454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 69