

АЛГЕБРА, ЛОГИКА И КИБЕРНЕТИКА

*Материалы международной конференции,
посвященной 75-летию со дня рождения
профессора А. И. Кокорина*

Министерство образования и науки Российской Федерации
Государственное образовательное профессиональное
учреждение высшего профессионального образования
Иркутский государственный педагогический университет
Государственное образовательное профессиональное
учреждение высшего профессионального образования
Иркутский государственный университет

АЛГЕБРА, ЛОГИКА И КИБЕРНЕТИКА

Материалы международной конференции, посвященной
75-летию со дня рождения профессора А.И. Кокорина

(Иркутск, 25-28 августа 2004 г.)

Иркутск, 2004

Следствие. Решетка всех тотально насыщенных формаций модулярна.

Отметим, что данное следствие дает положительный ответ на вопрос 14.80 [3].

Список литературы

- [1] Шеметков Л.А., Скиба А.Н. Формации алгебраических систем. – М.: Наука, 1989. – 253 с.
 [2] Скиба А.Н. Алгебра формаций – Мн.: Беларуская навука, 1997. – 240 с.
 [3] Нерешенные вопросы теории групп. Коуровская тетрадь, 15-е изд., – Новосибирск, Ин-т матем. СО РАН, 2002.

ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ F -СУБНОРМАЛЬНЫХ ПОДГРУПП

*В.Н. Семенчук, С.Н. Шевчук**

Пусть \mathfrak{F} — непустая формация. Подгруппа K конечной группы G называется \mathfrak{F} -субнормальной, если существует максимильная цепь

$$G = K_0 \supset K_1 \supset \dots \supset K_n = K$$

такая, что $(K_{i-1})^{\mathfrak{F}} \subseteq K_i$ для всех i .

Необходимые определения и обозначения можно найти в [1].

Теорема 1. Пусть \mathfrak{F} — насыщенная формация, H — \mathfrak{F} -субнормальная подгруппа конечной группы G такая, что $G = F(G)H$. Тогда

$$G^{\mathfrak{F}}\Phi(G) = H^{\mathfrak{F}}\Phi(G).$$

Следствие [2]. Пусть \mathfrak{F} — насыщенная формация, H — \mathfrak{F} -субнормальная подгруппа конечной группы G такая, что $G = F(G)H$ и $H \in \mathfrak{F}$. Тогда $G \in \mathfrak{F}$.

*Гомель

Теорема 2. Пусть \mathfrak{F} — насыщенная формация. Если $G = F(G)\lambda H$, где H — \mathfrak{F} -субнормальная подгруппа конечной группы G , то $G \in \mathfrak{F}$.

Список литературы

1. Шеметков Л.А. Формации конечных групп. М.: Наука-1978.- 267 с.
 2. Hawkes T. On formation subgroups of a finite soluble group.- J.London Math. Soc., 1968, 44, № 2, с.243-250.

ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЦЕНТРАЛЬНЫХ РАСШИРЕНИЙ МЕТАЦИКЛИЧЕСКИХ ГРУПП ФРОБЕНИУСА

*В.М. Ситников, Е.О. Шумакова**

Определения и обозначения в работе следуют [1] и [2].

Метациклические группы Фробениуса исчерпываются следующими группами: $G = \langle a \rangle_m \rtimes \langle b \rangle_n$, где $b^{-1}ab = a^\nu$, $O(\nu \pmod m) = n$, $G' = \langle a \rangle_m$.

В данной работе рассматриваются представления центральных расширений метациклических групп Фробениуса.

Лемма. Если $G/Z(G) = \langle \bar{a} \rangle_m \rtimes \langle \bar{b} \rangle_n$ является группой Фробениуса с ядром $\langle \bar{a} \rangle$, то $G = (\langle a \rangle \times Z(G))\langle b \rangle$, $b^n \in Z(G)$ и коммутант $G' = \langle a \rangle_m$.

В силу леммы будем в дальнейшем рассматривать центральные расширения метациклических групп Фробениуса вида:

$$G = (\langle a \rangle_m \times Z(G))\langle b \rangle, \text{ где } Z(G) = \langle z_1 \rangle_{q_1} \times \dots \times \langle z_s \rangle_{q_s}, \\ b^n = c = z_1^{\beta_1} \cdot z_2^{\beta_2} \cdot \dots \cdot z_s^{\beta_s} \in Z(G), b^{-1}ab = a^\nu, O(\nu \pmod m) = n, G' = \langle a \rangle_m. \text{ Положим } k = |Z(G)| = q_1 q_2 \dots q_s.$$

Теорема. Пусть конечная группа G является центральным расширением метациклической группы Фробениуса типа $Z_m \rtimes Z_n$ и $G = (\langle a \rangle_m \times Z(G))\langle b \rangle$, где $Z(G) = \langle z_1 \rangle_{q_1} \times \dots \times \langle z_s \rangle_{q_s}$, $b^n = c = z_1^{\beta_1} \cdot z_2^{\beta_2} \cdot \dots \cdot z_s^{\beta_s} \in Z(G)$, $b^{-1}ab = a^\nu$,

*Челябинский государственный педагогический университет
e-mail:shumakovaeo@Rambler.ru

$O(\nu \pmod m) = n, k = |Z(G)|$.

Тогда группа G имеет точно $k(n + \frac{m-1}{n})$ различных неприводимых представлений над полем комплексных чисел:

а) nk одномерных представлений вида

$$\varphi_i^{(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_s)} : \begin{cases} a \rightarrow (1_F), \\ z_f \rightarrow (\zeta_f^{\eta_f}), \\ b \rightarrow (\xi^{a(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_s) + ki}), \end{cases}$$

где ζ_f – первообразный корень из 1 степени q_f ($\eta_f = 0, \dots, q_f - 1; f = 1, 2, \dots, s$) и ξ – первообразный корень из 1 степени

$$nk \quad (i = 0, \dots, n-1; a(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_s) = \sum_{f=1}^s \beta_f \eta_f \frac{k}{q_f}).$$

б) $k(\frac{m-1}{n})$ представлений степени n вида

$$\varphi_{n-1+j}^{(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_s)} : \begin{cases} a \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha^{\nu^{n-1}t_j} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha^{\nu^{n-2}t_j} & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \alpha^{t_j} \end{pmatrix}_{n \times n}, \\ b \rightarrow \begin{pmatrix} & 0 & & 1 & \dots & 0 \\ & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ & 0 & & 0 & \dots & 1 \\ \zeta_1^{\eta_1 \beta_1} \zeta_2^{\eta_2 \beta_2} \dots \zeta_s^{\eta_s \beta_s} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}_{n \times n}, \\ z_f \rightarrow \begin{pmatrix} \zeta_f^{\eta_f} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \zeta_f^{\eta_f} & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \zeta_f^{\eta_f} \end{pmatrix}_{n \times n}, \end{cases}$$

где α – первообразный корень из 1 степени m ($j = 1, \dots, \frac{m-1}{n}$) и ζ_f – первообразный корень из 1 степени q_f ($\eta_f = 0, \dots, q_f - 1; f = 1, 2, \dots, s$).

Список литературы

- [1] Кэртис Ч., Райнер И. Теория представлений конечных групп и ассоциативных алгебр. – М.: Наука, 1969.
[2] Белоногов В. А., Фомин А. Н. Матричные представления в теории конечных групп. – М.: Наука, 1976.

О НЕКОТОРЫХ ПАРАХ ФРОБЕНИУСА

А.И. Созутов*

Пусть $G > H > 1$, $|H| = m$, $|G| = mn$, $F^\# = G \setminus \cup_{x \in G} Hx$. Имеем $|F^\#| \geq n - 1 \geq 1$, и $|F^\#| = n - 1 \iff H \cap H^g = 1 \forall g \in G \setminus H$, при этом $G = F\lambda H$, где $F = F^\# \cup \{1\}$ (теорема Фробениуса). Если $G > H > 1$ и $H \cap H^g = 1 \forall g \in G \setminus H$, то (G, H) называется парой Фробениуса (Шунков), а H – обособленной подгруппой (Горчаков). Классической теореме Фробениуса в 2001 г. исполнилось 100 лет, однако до сих пор не удалось найти её доказательства, свободного от теории характеров. Еще до Фробениуса существование нормального дополнения к H установил Жордан, предполагая представление группы подстановками на H^G дважды транзитивным; Холл в [1] (теорема 20.7.1) обобщил эту теорему на бесконечные группы, в которых $|Hx \cap F| \leq 1 \forall x \in G$. Теорема Фробениуса легко вытекает из условия $|Hx \cap F| = 1 \forall x \in G \setminus H$. Действительно, из $a, b \in F$ и $ab \notin F^\#$, следует $a^x b^x \in H$ для некоторого $x \in G$, $Ha^x = Hb^{-x}$, $a^x = b^{-x}$ и $ab = 1$. Следовательно, F – нормальная в G подгруппа, и понятно, что $F\lambda H = G$. Как показывают примеры простых групп Ольшанского, в которых все собственные подгруппы сопряжены, условие $|Hx \cap F| = 1 \forall x \in G \setminus H$ в приведенных рассуждениях нельзя заменить на условие $|Hx \cap F| \leq 1$. С другой стороны, в теореме Холла достаточно существования $x \in G \setminus H$ с $|Hx \cap F| = 1$, поскольку ввиду 2-транзитивности G имеем $G = H \cup HxH$, и все смежные классы Hu , отличные от H , сопряжены с Hx . В частности, в конечной группе

* Красноярская государственная архитектурно-строительная академия
e-mail: chm@gasa.krs.ru

Лапшина Е.С., 64
Лемшев В.П., 68
Левчук В.М., 65
Левин В.И., 226
Лихарев А.Г., 243
Лопатина М.В., 169
Лялецкий А.А., 66
Лялецкий А.В., 173
Мадьяров А.И., 223
Махнев А.А., 149, 159, 181
Макаренко Н.Ю., 69
Малашонок Г.И., 175
Малашонок Н.А., 228
Маркова Н.С., 177
Матвеева Л.Е., 169
Мазуров В.Д., 71
Медведев Н.Я., 74
Михалев А.В., 76
Михеева Е.А., 183
Молокова Е.А., 79
Монахов В.С., 46, 77
Мордовской А.К., 28
Москвитин А.А., 230, 232
Мухин Ю.Н., 82
Новиков В.Е., 83
Нужин Я.Н., 241
Орлов А.В., 223
Падучих Д.В., 149, 181
Пантелеев В.И., 139, 223
Панюков А.В., 186
Перязев Н.А., 189, 234
Перязева Ю.В., 234
Петров П.С., 85
Пинус А.Г., 86
Попов А.М., 87
Потапов В.Н., 58
Приходько Д.М., 65
Прокип В.М., 88
Прокопенко Н.Ю., 90
Пузаренко В.Г., 245
Рублев В.С., 247
Рыбалов А.Н., 192
Рожков А.В., 19
Рубашкин А.Г., 63
Рябец Л.В., 128
Сафонов В.Г., 93
Сафонова И.Н., 92
Самохвалов К.Ф., 232
Семенчук В.Н., 94
Семенов А.А., 193
Сенашов В.И., 56
Селькин М.В., 240
Сытник А.А., 203
Ситников В.М., 95
Скобелев В.Г., 195
Сорокина М.М., 55
Созутов А.И., 97, 99
Степанова А.А., 200
Стукачев А.И., 201
Сучков Н.М., 100
Сулейманова Г.С., 102
Тихонов С.В., 105
Тимофеенко А.В., 104
Тимофеева И.Л., 205, 236
Тимошенко Е.А., 107
Тимошенко Е.И., 207
Трофимов В.И., 210
Тюменцева Г.Ч., 212
Тюрина И.А., 3
Филиппов К.А., 63

Хайдер Л., 167
Хайдер М., 165
Хелемендик Р.В., 215
Хисамиев Н.Г., 214
Ходаевич А.Д., 109
Хухро Е.И., 69
Чуркин В.А., 30
Шаранхаев И.К., 189, 217
Шеметков Л.А., 79
Шеметкова О.Л., 109
Шевчук С.Н., 94
Ширшова Е.Е., 76
Шоломов Л.А., 219
Шумакова Е.О., 95
Шунков В.П., 56
Юрасова Е.М., 134, 221
Ahmad A.A., 5
Bludov V.V., 6
Borzooei R.A., 9
Egorychev G. P., 145
Glass A.M.W., 24, 25
Glushkova V., 130
Harizavi H., 9
Karnaukh T.A., 171
Koval D.A., 157
Lafuente-Rodriguez R.H., 63
Lisovik L.P., 157, 171
Macintyre A., 25
Molchanov V.A., 80
Morozova S.V., 80
Point F., 25
Strunkov S.P., 101
Sudoplatov S.V., 198
Torkzadeh L., 40
Vdovin E.P., 15

Vikent'ev A.A., 122
Winkler R., 18
Yanchevskii V.I., 111
Zahedi M.M., 40
Zima E. V., 145