МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ, ИНФОРМАТИКИ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКЕ

Методика обучения решению задач на проценты в курсе математики основной школы и при подготовке к ОГЭ

Выпускная квалификационная работа по направлению

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность программы бакалавриата

«Математика. Информатика»

Форма обучения очная

Проверка на объем заимствований:
68,34 % авторского текста
Работа рекомендована к защите
рекомендована /не рекомендована
« 27 » апреля 2022 г.
и. о. зав. кафедрой математики
и МОМ ______ Суховиенко Е.А.

Выполнила:
Студентка группы ОФ-513/204-5-1
Денищенко Алёна Владимировна

Научный руководитель:
Доцент, к.ф.-м.н., доцент кафедры МиМОМ
Вагина Мария Юрьевна

Челябинск
2022

Содержание

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время растет число профессий, требующих высокого уровня образования, связанного с непосредственным применением математики (экономика, бизнес, финансы, физика, химия и многие другие). Другими словами, растет круг обучающихся, для которых математика становится профессионально важным предметом. Поэтому одна из важнейших задач школьного образования – обеспечить обучающихся глубокими и прочными знаниями и необходимыми умениями рационально применять их в учебной и практической деятельности. Умение решать задачи на проценты очень важно с практической точки зрения, так как понятие процента широко используется в реальной жизни и в различных научных областях.

В школьном курсе математики тема «Проценты» вводится в 5-6 классах, но из-за того, что этой теме уделяется мало времени на уроках, учащиеся не могут решить задачи на проценты. Тема «Проценты» является универсальной в том смысле, что она связывает многие точные и естественные науки, бытовые и производственные сферы жизни. Обучающиеся встречаются с процентами на уроках экономики, химии, экологии, при чтении газет, просмотре телепередач. Не все обучающиеся способны умело и экономно проводить элементарные процентные вычисления, хотя многие из них поступают в высшие учебные заведения. При сдаче ОГЭ требуется умение решать задачи на проценты различных типов. Практика показывает, что большой процент выпускников не только не имеют прочных навыков обращения с процентами в повседневной жизни, но даже не понимают их значение.

Перечисленные аспекты определяют актуальность данного исследования.

Проблема исследования состоит в определении путей качественного усвоения темы «Проценты» и выявлении методических особенностей обучения учащихся основной школы решению задач на проценты.

Объект исследования: процесс обучения математике в основной школе.

Предмет исследования: обучение решению задач на проценты в основной школе.

Гипотеза: обучение решению задач на проценты с использованием различных методических материалов будет способствовать эффективной математической подготовки обучающихся основной школы.

Цель исследования: выявление методических особенностей изучения процентов в 5-9 классах и разработка методических материалов по обучению учащихся основной школы решению задач на проценты.

Задачи исследования:

1. Рассмотреть исторические аспекты развития понятия процента в математике.

2. Представить анализ программы и школьных учебников по теме исследования.

3. Выявить методические особенности обучения решению задач на проценты в курсе алгебры основной школы и подготовки к ОГЭ.

4. Разработать методические материалы по обучению учащихся 5-6-х и 7-9-х классов решению задач на проценты.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ НА ПРОЦЕНТЫ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

1.1 Из истории возникновения процентов и развитие их в математике

Слово «процент» происходит от латинского слова procentum, что буквально переводится как «за сотню», или «со ста». Проценты очень удобно использовать на практике, поскольку они выражают части целых чисел в одних и тех же сотых долях. Это позволяет упростить вычисления и облегчает сравнение части друг с другом и с целыми.

Один процент – это одна сотая часть от какого-либо числа. Процент обозначается знаком %.

$1\,\% = \frac{1}{100} = 0{,}01.$

Говорят, что знак % появился от итальянского слова cento (сто), которое в процентных расчетах часто писали сокращенно cto. В итоге, путем дальнейшего упрощения написания в наклонную черту буквы t был создан современный символ, обозначающий процент.

Существует и другая версия появления этого знака. Говорят, что этот знак появился в результате опечатки, допущенной наборщиком. В 1685 году в Париже была опубликована книга по коммерческой арифметике, где по ошибке наборщик напечатал % вместо cto. С того момента, этот знак стал особенно часто появляться в печатных изданиях в начале XIX в. Распространение знака «%» в печатных изданиях привело к тому, что уже в середине XIX в. Он получил всеобщее признание как символ процента. Проценты из коммерческой практики постепенно проникли в различные отрасли техники и знания. Область применения процентов быстро расширилась, охватывая различные науки [12].

Идея постоянно выражать части целого в одних и тех же долях, вызванная практическими соображениями, появилась еще в древности у вавилонян, которые использовали шестидесятеричные дроби. Клинописные таблицы вавилонян уже содержат задачи на вычисления процентов. До нас дошли таблицы процентов, составленные вавилонянами, которые позволяли быстро определить сумму процентных денег.

Проценты были известны также и в Индии. Индийские математики вычисляли проценты, используя так называемое тройное правило, т. е. пользуясь пропорцией. Они могли также с использованием процентов выполнять более сложные вычисления.

Денежные расчеты с процентами были особенно распространены в Древнем Риме. Римляне называли процентами деньги, которые должники платили заимодавцу за каждую сотню. Даже римский сенат был вынужден установить максимально допустимый процент, взимаемый с должника, потому что некоторые заимодавцы усердствовали в получении процентных денег. Проценты перешли от римлян к другим народам [12].

Изначально проценты появились как особый вид дохода, который владельцы получали за отдачу в пользование плодоносящего имущества, например: домашних животных, фруктовых садов и т.д. Позже в оборот стали вводиться денежные суммы, которые также стали взиматься за пользование.

В средние века в Европе в связи с широким развитием торговли большое внимание уделялось умению вычислять проценты. Изначально, появился потребительский кредит; с развитием торговых отношений появился коммерческий кредит, одним из стимулов которого уже были проценты. Этот доход выражался обычно в определенной части имущества (вещей или денежного капитала), взятого в заем, эта часть впоследствии выражалась в сотых долях имущества, введенного в оборот.

В то время была необходимость рассчитывать не только проценты, но и проценты с процентов, т. е. сложные проценты, как их называют сейчас. Отдельные офисы и предприятия, чтобы облегчить работу по расчету процентов, разработали собственные таблицы, которые были коммерческой тайной компании. Симон Стевин, инженер из города Брюгге (Нидерланды), впервые опубликовал таблицы для расчета процентов в 1584 году. Стевин известен разнообразием замечательных научных открытий, в том числе специальной записью десятичных дробей (рисунок 1).

Рисунок 1 – Запись процентов

Употребление термина «процент» в России начинается в конце XVIII в. Долгое время проценты понимались исключительно как прибыль и убыток на каждые 100 рублей. Они использовались только в торговых и денежных сделках. Затем сфера их применения расширилась, проценты стали появляться в хозяйственных и финансовых расчетах, статистике, науке и технике. Сейчас проценты заняли прочное место не только в денежных расчетах, но и в науке и в повседневной практике. Теперь нам приходится иметь дело с процентами не только в коммерческих расчетах и в хозяйственном учете, но и в технике, и в физике, и в химии, и в метеорологии, и в прочих науках. С годами проценты приобрели популярность среди населения, слово «процент» стали использовать в повседневном лексиконе [12].

1.2 Определение задачи, решение задач

Термин «задача» в повседневной жизни считается как проблема, требующая решения, или как проблемная ситуация. В этом восприятии роли задачи находится в человеческой жизни на всех уровнях.

В рамках математической науки задачи тесно находятся с понятиями и определениями, алгоритмами, теоремами и т.д. Вместе с тем задачи занимают специальное место, так как все теоретические знания получаются в ходе решения задач.

Как правило, под задачей понимается цель, поставленная при определённых условиях. Л.Л. Гурова обращает внимание на умственные усилия человека, затрачиваемые при решении задач: «Задача – это предмет умственной деятельности, содержащий требования некоторого практического преобразования или ответа на теоретический вопрос путем поиска условий, позволяющих выявить связи (отношения) между её известными и неизвестными элементами».

Л.М. Фридман ссылается на понимание задачи как проблемной ситуации: «Генезис задачи можно рассматривать как моделирование проблемной ситуации, в которой субъект оказывается в процессе своей деятельности, а саму задачу – как модель проблемной ситуации, выраженной с помощью знаков некоторого естественного или искусственного языка».

Учебные математические задачи отличаются по характеру их объектов. В определенных задачах все объекты являются математическими (числа, геометрические фигуры, функции и т.п.), в других объектами являются реальные предметы (люди, животные, автотранспортные и механические средства, сплавы, жидкости и т.д.) или их свойства и характеристики (количество, возраст, скорость, производительность, длина, масса и т.п.). Задачи, все объекты которых являются математическими (доказательства теорем, вычислительные упражнения, установление признаков изучаемого математического понятия и т.д.), часто называют математическими заданиями [13].

Любое математическое задание можно считать задачей, выделив в нём условие, т.е. ту часть, содержащую информацию об известных и неизвестных значениях величин, об отношениях между ними, и требование – все неизвестные величины или отношения между ними, которые необходимо найти.

Решение задач — процесс выполнения интеллектуальных действий, направленный на достижение цели, поставленной в рамках проблемной ситуации — задачи; является неотъемлемой частью мышления.

Задачи решаются в четыре этапа:

1. Знакомство с задачей, понимание условий задания, а также отдельных его составляющих.
2. Запись краткого условия (рисунка), составление плана решения.
3. Реализация плана и всех его деталей на практике.
4. Окончательная проверка решения, доработка с целью усвоения материала, определение того, что может пригодиться в будущем при освоении других заданий.

Чтобы получить правильное решение, требуется чётко представить всю ситуацию, предложенную в задаче:

1. Необходимо выяснить, что дано, что нужно найти.
2. Рекомендуется набросать наглядный чертёж, это поможет определить возможные решения.

В математике предоставлены те задачи, которые решаются с помощью логического мышления, схема позволяет наглядно увидеть соответствующее и правильное направление.

1.3 Виды задач

Существует несколько классификаций видов задач в математике:

1. Виды задач классифицируют по содержанию, сюда входят следующие виды задач: вычислительные, задачи на доказательство, задачи на построение, комбинированные задачи.

Особое место в изучении задач занимает такой вид, как текстовые задачи, которые можно разделить на традиционные и нетрадиционные (проблемные). Традиционные текстовые задачи – это задачи на движение, работу, сплавы и смеси. Проблемные текстовые задачи – это и есть нестандартные задачи [13].

2. Виды задач классифицируют по функциям: дидактические, развивающие, познавательные и контролирующие задачи.

Дидактические задачи опережающего характера могут быть и познавательными, и развивающими. Функции задач могут быть определены как глобально, так и локально. Вышеперечисленные функции являются глобальными. При подготовке к конкретному уроку учитываются локальные функции. Дидактические задачи предусматривают и используют на этапе закрепления. Познавательные задачи привносят что-то новое, что предусмотрено в целях обучения на данном этапе. Развивающие задачи – это новые неизвестные проблемные задачи.

3. Виды задач классифицируют по обучающей роли в изучении школьного курса: задачи на усвоение, задачи на овладение математической символикой, задачи на обучение доказательству, задачи на формирование математических умений и навыков, задачи развивающего характера.

Любая дидактическая или обучающая задача может быть преобразована путем усиления развивающей функции, что может быть достигнуто различными способами: путем частичного изменения условий задач, рассмотрение ее частных или предельных случаев, постановкой дополнительных вопросов, решение задачи более рациональным способом.

4. В зависимости от количества известных ученику компонентов различают следующие виды задач:

4.1 Тренировочные упражнения (шаблонные задачи), в которых известны цель, способ решения, ответ. К первому виду задач относят учебные задачи, в которых известны цель и условие задачи, они занимают наибольшее содержание учебника.

4.2 Нестандартные задачи – для таких задач известно только условие.

4.3 Задачи-проблемы – известна только цель. Эти задачи встречаются в быту и производстве, где четко определена только цель, необходимые условия пути и средства решения должны быть определены учеником самостоятельно.

1.4 Тема «Проценты» и ее место в школьном курсе математики

В федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования отмечается, что учащиеся должны уметь:

1) создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;

2) применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов и компьютера.

Согласно примерной программы основного общего образования по математике учащиеся основной школы должны уметь:

1) переходить от одной формы записи чисел к другой, представлять проценты в виде дроби и дробь в виде процентов;

2) решать текстовые задачи, включая задачи на проценты;

3) решать текстовые задачи алгебраическим методом, интерпретировать полученный результат, проводить отбор решений, исходя из формулировки задач;

4) создавать модель условия задачи, в которой даны значения двух из трёх взаимосвязанных величин, с целью поиска решения задачи;

5) составлять план решения задачи;

6) выделять этапы решения задачи;

7) интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи;

8) решать задачи на нахождение части числа и числа по его части;

9) находить процент от числа, число по его проценту, находить процентное отношение двух чисел, находить процентное снижение или процентное повышение величины.

Анализ учебников по математике для 5-х классов представлен в Таблице 1.

Таблица 1 – Анализ учебников математики для 5-х классов

Критерий	Учебник (Виленкин Н.Я.)	Учебник (Мерзляк А.Г.)	Учебник (Муравин Г.К.)
1	*2*	*3*	*4*
Тема	Проценты. Основные задачи на проценты.	Проценты. Нахождение процентов от числа. Нахождение числа по его процентам.	Процентные расчеты.
Кол-во часов	6 часов	8 часов	6 часов
Последовательность вводимых понятий	– понятие процента; – запись процента в виде десятичной дроби; – запись десятичной дроби в виде процента; – запись обыкновенных дробей в виде процентов.	– понятие процента; – запись процента в виде десятичной дроби; – запись обыкновенных дробей в виде процентов; – нахождение процента от числа; – нахождение числа по его процентам.	– понятия процента; – правила чтения процентов.
Определение понятия процента	Процентом – это величина, означающая одну сотую часть.	Для сотой части величины или числа придумали специальное название – один процент и обозначение 1 %.	Процент – это величина, означающая сотую долю целого.

Продолжение таблицы 1

1	*2*	*3*	*4*
Цель	Сформировать у учащихся навыки решения основных типов задач на проценты.	Сформировать у учащихся представление о процентах как о новой форме записи числа, а также об особом способе выражения части величины.	Обеспечить осознанное усвоение понятия «проценты», сформировать умение записывать в процентах десятичные дроби и проценты в виде десятичных дробей.

В учебнике математике А.Г. Виленкин знакомство с темой «Проценты» происходит в 5-м классе в конце учебного года в главе «Инструменты для вычислений и измерений» в пункте 40 «Проценты. Основные задачи на проценты».

За пять уроков нужно с учащимися определить понятие процента, научиться записывать проценты в виде обыкновенных и десятичных дробей, наглядно представлять число процентов на рисунке как часть целого, научиться решать простейшие задачи на проценты, провести контрольную работу на шестом уроке.

В учебнике описаны 3 типа задач (вычисление процента от числа; вычисления числа по его процентам; какой процент составляет одно число от другого).

В учебнике математике А.Г. Мерзляк учащиеся 5-го класса знакомятся с понятием процента тоже в конце учебного года. В главе «Десятичные дроби» представлены две темы в пункте 37 «Проценты. Нахождение процентов от числа» и в пункте 38 «Нахождение числа по его процентам».

За восемь уроков необходимо определить понятие процента; научиться записывать десятичную дробь в процентах и, наоборот; с помощью рисунков наглядно показать представление процента;

рассмотреть простейшие задачи на проценты с подробным решением; закрепить полученные знания через устные упражнения, ответы на вопросы, решения задач; рассмотреть 2 типа задач в учебнике (задачи на нахождение процентов от числа, нахождение числа по его процентам); провести самостоятельную работу.

В учебнике математике Г.К. Муравин учащиеся 5-го класса знакомятся с понятием процента в главе «Десятичные дроби» в пункте 29 «Процентные расчеты».

Авторы не раскрывают подробно тему «Проценты»: дается только определение без примеров решения задач. Предлагают решить сразу различные задачи, в том числе и задачи на смекалку.

Анализ учебников по математике для 6-х классов представлен в Таблице 2.

Таблица 2 – Анализ учебников математики для 6-х классов

Критерий	Учебник (Дорофеев Г.В.)	Учебник (Никольский С.М.)	Учебник (Муравин Г.К.)
1	*2*	*3*	*4*
Тема	Что такое процент.	Понятие о проценте. Задачи на проценты.	Решение задач на проценты.
Кол-во часов	5 часов	6 часов	2 часа
Последовательность вводимых понятий	– понятие процента; – нахождения процента величины.	– понятие процента; – нахождения процента величины; – задачи на нахождение процента от числа; – задачи на нахождение числа по его процентам; – задачи на нахождение, сколько процентов составляет одно число от другого.	– процентное содержание.

Продолжение таблицы 2

1	*2*	*3*	*4*
Определение понятия процента	Процентом от некоторой величины называется одна сотая ее часть.	Одну сотую часть числа (величины) называют процентом этого числа (величины).	Процентным содержанием вещества в сплаве называется отношение массы этого вещества к массе всего сплава, выраженное в процентах. Процентное содержание в растворе называется концентрацией.
Цель	Знакомство учащихся с понятием «процент», формирование часто встречающихся оборотов речи со слово «процент».	Сформировать навыки и умения решения трех типов задач на проценты, необходимых для применения на практике.	Развитие практических умений и навыков решать задачи на проценты.

В учебнике математике Г.В. Дорофеев понятие процента вводится в 6 классе в начале учебного года. В главе «Обыкновенные дроби» представлена тема в пункте 1.4 «Что такое процент».

Учащиеся знакомятся с понятием процента впервые. Главной целью на данном этапе, по мнению авторов является:

1) формирование понимания процента, как особого способа выражения доли величины;

2) развитие способности выражать процент соответствующей обыкновенной дробью.

В учебнике математике С.М. Никольский учащиеся 6-го класса знакомятся с понятием процента тоже в начале учебного года. В главе «Отношения. Пропорции. Проценты» представлены две темы в пункте 1.6 «Понятие о проценте» и в пункте 1.7 «Задачи на проценты».

В учебнике Г.К. Муравин ученики продолжают изучать тему проценты в главе «Формулы и уравнения» в пункте 19 «Решение задач на проценты». Учащиеся рассматривают задачи, в которых процентная база меняется с задачами на «сложные проценты» в процессе решения.

Анализ учебников по математике для 7-х классов представлен в Таблице 3.

Таблица 3 – Анализ учебников математики для 7-х классов

Критерий	Учебник (Макарычев Ю.Н.)	Учебник (Муравин Г.К.)	Учебник (Дорофеев Г.В.)
Тема	Решение задач с помощью линейных уравнений.	Математическая модель текстовой задачи.	Задачи на проценты.
Кол-во часов	3 часа	4 часа	3 часа
Последовательность вводимых понятий	– понятие «линейное уравнение с двумя переменными»; – алгоритм решения систем двух линейных уравнений с двумя переменными.	– задачи на смеси и сплавы.	– нахождение процента от величины; – нахождение величины от процента.
Цель	Развивать способности решать системы линейных уравнений и применять их для решения задач, в том числе задач на проценты.	Развивать умение составлять математическую модель текстовой задачи, научить решать задачи на сплавы и смеси.	Ввести понятие процентов; вспомнить и повторить правила решения и оформления задач на проценты.
В 8-9 классах задачи на проценты рассматриваются в разделе повторения и в заданиях ОГЭ.			

В учебнике алгебры 7 класса Ю.Н. Макарычев нет отдельных пунктов для изучения темы «Проценты», но уже в первых пунктах в рубрике «Упражнения для повторения» есть материал, позволяющий учащимся повторить содержание темы «Проценты», изученной в шестом классе через решение задач.

В седьмом классе учащиеся продолжают изучать тему «Решение линейных уравнений». В пункте «Решение задач с помощью уравнений» авторы предлагают учащимся решить задачи на проценты.

В учебнике алгебры 7 класса Муравин Г.К. даются задачи на смеси и сплавы, учащиеся учатся составлять математическую модель к текстовой задаче.

В учебнике алгебры 7 класса Дорофеев Г.В. в первой главе «Дроби и проценты» в пункте «Решение задачи на проценты» помещен материал для повторения содержания, изученного по данной теме в шестом классе, а также рассмотрены более сложные задачи, требующие достаточно сильных навыков «представления процентов дробью и наоборот, умения выделять из величин, участвующих в задаче величину, принимаемую за 100 %».

В 8-9 классах задачи на проценты рассматриваются в разделе повторения, в который также включены задачи на проценты. Учащиеся при решении заданий ОГЭ сталкиваются с более сложными задачами на проценты.

Вывод по главе 1

Рассмотрены история возникновения процентов и развитие их в математике, определение задачи и виды задач, которые существуют в математике, а также рассмотрены теоретические основы обучения решению задач на проценты в школьном курсе математике. Проведен сравнительный анализ изложения темы «Проценты» в учебниках математики 5-6 классов, проанализировано изложение различных тем, связанных с процентами, в учебниках алгебры 7-9 классов.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ПРОЦЕНТОВ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

2.1 Методика обучения решению задач на проценты в 5-6 классах

В учебнике «Математика 5 класс» Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С., Шварцбурд С.И. перед тем, как ввести понятие процента приводят сведения, на которые стоит обратить внимание учеников: сотую часть центнера называют килограммом, сотую часть метра – сантиметром, сотую часть гектара – аром или соткой. Принято называть сотую часть любой величины или числа процентом. Значит, 1 кг – один процент центнера, 1 см – один процент метра, 1 а – один процент гектара, а 0,02 – один процент от 2. После чего, предложено определение понятия процента: процентом называют одну сотую часть. Для краткости авторы предлагают слово «процент» после числа заменить знаком % [1].

После определения понятия приводятся примеры задач с решением.

Задача 1. Швейная фабрика выпустила 1200 костюмов. Из них 32 % составляют костюмы нового фасона. Сколько костюмов нового фасона выпустила фабрика?

Решение. Так как 1200 костюмов – это 100 выпуска, то, чтобы найти 1 % выпуска, надо 1200 разделить на 100. Получим, что $1200:100 = 12$, значит, 1 % выпуска равен 12 костюмам. Чтобы найти, чему равны 32 % выпуска, надо умножить 12 на 32. Так как $12 \cdot 32 = 384$, то фабрика выпустила 384 костюма нового фасона.

Задача 2. За контрольную работу по математике отметку «5» получили 12 пятиклассников, что составляет 30 % всех учеников. Сколько учеников в классе?

Решение. Сначала узнаем, чему равен 1 % всех учеников. Для этого разделим 12 на 30. Так как $12:30 = 0{,}4$, то 1 % равен 0,4. Чтобы узнать, чему равны 100 % учащихся, надо умножить 0,4 на 100. Так как $0{,}4 \cdot 100 =$ $= 40$, то в классе 40 учеников.

Задача 3. Из 1800 га поля 558 га засажено картофелем. Какой процент поля засажен картофелем?

Решение. Картофелем засажено $\frac{558}{1800}$ всего поля. Обратим дробь $\frac{558}{1800}$ в десятичную. Для этого разделим 558 на 1800. Получаем 0,31. Значит, картофелем засажена 31 сотая всего поля. Каждая сотая равна 1 % поля, поэтому картофелем засажен 31 % всего поля.

Авторы делают пометку, чтобы обратить десятичную дробь в проценты, надо ее умножить на 100. Чтобы перевести проценты в десятичную дробь, надо разделить число процентов на 100.

После объяснения материала авторы предлагают ответить на вопросы:

1. Что называют процентом?
2. Как называют 1 % от центнера, метра, гектара?
3. Как обратить десятичную дробь в проценты?
4. Как перевести проценты в десятичную дробь?

В учебнике «Математика 5 класс» Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С.; под редакцией Подольского В.Е. авторы раскрывают тему проценты в двух параграфах [2].

1. Проценты. Нахождение процентов от числа.

Сначала вводится определение понятия «Процента»: для сотой части величины или числа придумали специальное название – один процент и обозначение 1 %.

Чтобы найти 1 % величины, надо ее значение разделить на 100.

После определения понятия приводятся примеры.

Пример 1. 1 % от 300 кг равен 3 кг. Действительно, $300 : 100 = 3$ кг.

Если 1 % составляет $\frac{1}{100}$ величины, то, например 3 % составляют $\frac{3}{100}$ величины.

Так, 3 % от 1 км составляют $\frac{3}{100}$ километра, т.е. 30 м.

Замечание. 100 % величины составляют $\frac{100}{100}$ величины, т.е. 100 % величины – это вся величина.

Пример 2. Если говорят, что работа выполнена на 100 %, то выполнена вся работа; если турист прошел 100 % маршрута, то он прошел весь маршрут.

Авторы предлагают с помощью примера показать, как изменяется величина с помощью процентов.

Пример 3. Если спортивную секцию посещали 12 учащихся, а стали посещать 24, то говорят, что количество членов секции увеличилось на 100 %. Если во время новогодней распродажи мобильный телефон стал стоить в два раза дешевле, то говорят, что его цена снизилась на 50 %.

Любое количество процентов можно записать в виде десятичной дроби или натурального числа. Для этого нужно число, стоящее перед знаком % разделить на 100.

Также можно выполнить обратное преобразование, т.е. записать десятичную дробь или натуральное число в процентах. Для этого нужно число умножить на 100 и к результату приписать знак %.

В учебнике приведены задачи с подробным решением.

Пример 4. Клубника содержит 6 % сахара. Сколько килограммов сахара содержится в 15 кг клубники?

Решение.

1) $15:100 = 0{,}15$ (кг) – составляет 1 % массы всей клубники;

2) $0{,}15 \cdot 6 = 0{,}9$ (кг) – сахара содержится в 15 кг клубники.

Ответ: 0,9 кг.

Решив эту задачу, выяснили сколько составляет 6 % от числа 15. Такую задачу называют задачей на нахождение процентов от числа.

Пример 5. В магазине завезли 600 кг конфет, печенья и мармелада. 40 % составляли конфеты, 25 % – печенье. Сколько килограммов мармелада завезли в магазин?

Решение.

1) $40 + 25 = 65$ (%) – составляют конфеты и печенье;

2) $100 - 65 = 35$ (%) – составляет мармелад;

3) $600 : 100 = 6$ (кг) – составляет 1 % массы завезенного товара;

4) $6 \cdot 35 = 210$ (кг) – завезли мармелада.

Ответ: 210 кг.

Пример 6. Вкладчик положил в банк 45 000 рублей под 9 % годовых. Какая сумма будет у него на счете через год?

Решение.

Первый способ:

1) $45\,000 : 100 = 450$ (рублей) – составляет 1 % вклада;

2) $450 \cdot 9 = 4\,050$ (рублей) – будет начислено процентных денег на конец года;

3) $45\,000 + 4\,050 = 49\,050$ (рублей) – станет на счете через год.

Второй способ:

1) $45\,000 : 100 = 450$ (рублей) – составляет 1 % вклада;

2) $100 + 9 = 109$ (%) – исходной суммы составляет деньги на счете на конец года;

3) $450 \cdot 109 = 49\,050$ (рублей) – станет на счете через год.

После объяснения материала авторы предлагают ответить на вопросы:

1. Как называют сотую часть величины или числа?
2. Как найти 1 % величины?
3. Сколько процентов составляет вся величина?
4. Что нужно сделать, чтобы проценты представить десятичной дробью или натуральным числом?

5. Что нужно сделать, чтобы представить десятичную дробь или натуральное число в процентах?

2. Нахождение числа по его процентам.

Предлагается учащимся рассмотреть еще один тип задач на проценты.

Пример 1. В сливочном мороженом содержится 14 % сахара. Сколько килограммов мороженого изготовили, если при этом использовали 49 кг сахара?

Решение.

1) $49:14=3{,}5$ (кг) – составляет 1 % всей массы мороженого;

2) $3{,}5\cdot 100=350$ (кг) – изготовили мороженого.

Ответ: 350 кг.

В этой задаче нашли число 350, зная, что 49 составляет от искомого числа 14 %. Такую задачу называют задачей на нахождение числа по его процентам.

Пример 2. За день рабочий сделал 48 деталей, что составляет 120 % количества деталей, которые он должен сделать по плану. Сколько деталей рабочий должен сделать по плану?

Решение.

1) $48:120=0{,}4$ (детали) – составляет 1 % плана;

2) $0{,}4\cdot 100=40$ (деталей) – рабочий должен сделать за день по плану.

Ответ: 40 деталей.

Пример 3. В роще растут дубы, клены и березы. Дубы составляют 15 % всех деревьев, клены – 23 %, а берез 248. Сколько всего деревьев растет в роще?

Решение.

1) $15+23=38$ (%) – всех деревьев составляют дубы и клены;

2) $100-38=62$ (%) – всех деревьев составляют березы;

3) $248:62=4$ (дерева) – составляют 1 % всех деревьев;

4) $4 \cdot 100 = 400$ (деревьев) – растет в роще.

Ответ: 400 деревьев.

В учебнике «Математика 6 класс» Дорофеев Г.В., Шарыгин, И.Ф., Суворова С.Б. авторы, перед тем как ввести понятие процент предполагают, что учащиеся могли услышать это слово по радио или встретить в газетах [6].

Например:

1) в выборах приняло участие 67 процентов жителей города;

2) стоимость проезда в городском транспорте повысилась на 50 процентов;

3) рейтинг (показатель популярности) передачи «Поле чудес» составляет 19 процентов.

Вводится понятие процент: процентом от некоторой величины называется одна сотая ее часть. Поэтому, чтобы найти один процент от величины, нужно разделить эту величину на 100.

После определения понятия приводятся примеры:

1) 1 процент от 500 т равен 5 т, так как $500 : 100 = 5$;

2) 1 процент от 1 км составляет 10 м, действительно, 1 км $=$
$= 1000$ м, а $1000 : 100 = 10$.

Авторы делают пометку, что для слова «процент» в математике есть специальный знак: %. Вместо слов «10 процентов» пишут: 10 %.

Приводятся примеры с подробным решением.

Пример 1. Зимняя куртка стоит 1200 рублей. На весенней распродаже ее можно купить на 33 % дешевле. Сколько можно сэкономить денег, если купить куртку на распродаже?

Решение. Сначала найдем 1 % стоимости куртки: $1200 : 100 = 12$ (рублей). Теперь найдем 33 % ее стоимости: $12 \cdot 33 = 396$ (рублей). Значит, купив куртку на распродаже, можно сэкономить 396 рублей. Можно было рассуждать иначе: 33 % величины – это 33 ее сотых доли, т.е.

33 % выражаются дробью $\frac{33}{100}$. Чтобы найти $\frac{33}{100}$ от 1200, нужно 1200 умножить на $\frac{33}{100}$:

$$1200 \cdot \frac{33}{100} = \frac{1200 \cdot 33}{100} = 396 \text{ (рублей).}$$

Пример 2. В прошлом году в марафоне, посвященном Дню города, участвовало 200 горожан. В этом году число участников марафона увеличилось на 120 %. Сколько горожан приняло участие в марафоне в этом году?

Решение. Чтобы найти 120 % от 200, нужно 200 разделить 100 и результат умножить на 120: $(200{:}\,100) \cdot 120 = 240$ (человек).

Значит, в этом году число участников марафона увеличилось на 24 человек, и всего их стало $200 + 240 = 440$ (человек).

Пример 3. При рождении ребенок весил 3 кг. За год его вес увеличился на 200 %. Сколько весил ребенок, когда ему исполнился один год?

Решение. Исходный вес ребенка составляет 100 %, т.е. 3 кг – это 100 %. Тогда 200 % составляют 6 кг. Значит, к году ребенок стал весить $3 + 6 = 9$ (кг).

В учебнике «Математика 6 класс» Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н. авторы вводят понятие процент: одну сотую часть числа называют процентом этого числа [8].

Приводят формулировку понятие процента в энциклопедии: процентом называют сотую часть целого, принимаемого за единицу. Один процент обозначают 1 % и читают: «один процент».

Авторы предлагают рассмотреть задачи на проценты.

Задача 1. Найти 1 % от 600 м.

Решение. 1 % от 600 м равен $\frac{1}{100}$ от 600 м: $600{:}\,100 = 6$ (м).

Ответ: 6 м.

Задача 2. Найти 25 % от 36 м.

Решение. 1 % от 36 м равен $\frac{36}{100}$ м; 25 % от 36 м равен:

$$25\cdot \frac{36}{100} = \frac{25\cdot 36}{100} = = \frac{36}{4} = 9 \text{ (м)}.$$

Ответ: 9 м.

Задача 3. Найти число, 1 % которого равен 5.

Решение. Так как 1 % от числа равен 5, то само число в 100 раз больше: $5 \cdot 100 = 500$.

Ответ: 500.

Задача 4. Найти число, 30 % которого раны 60.

Решение. Так как 30 % числа равны 60, то 1 % числа равен $\frac{60}{30}$. Само число в 100 раз больше:

$$\frac{60}{30}\cdot 100 = \frac{60\cdot 100}{30} = 200.$$

Ответ: 200.

Авторы отмечают, чтобы найти 1 % от числа (величины) А, нужно найти $\frac{1}{100}$ от А, т.е 1 % от А – это $\frac{1}{100}\cdot$ А.

Пример 1. 1 % числа 48 – это $\frac{1}{100}$ числа 48, т.е. $\frac{1}{100}\cdot 48 = \frac{48}{100} = \frac{12}{25}$.

Чтобы найти р % от числа (величины) А, нужно найти $\frac{p}{100}$ от А, т.е р % от А – это $\frac{p}{100}\cdot$ А.

Пример 2. 2 % от числа 300 – это $\frac{2}{100}\cdot 300 = 6$.

Авторы вводят правило: чтобы узнать, сколько процентов первое число составляет от второго, надо первое число разделить на второе и результат умножить на 100.

На закрепление правила предлагают рассмотреть задачу с решением.

Задача 5. Сколько процентов от числа 200 составляет число 125?

Решение. По правилу 125 разделим на 200 и результат умножим на 100 %:

$$100\text{:}\ \frac{125}{200}\cdot 100\ \% = 62\frac{1}{2}\ \%.$$

Ответ: $62\frac{1}{2}$ %.

Учащимся предлагается рассмотреть задачи на проценты, которые можно решать как задачи на дроби – умножением или делением на дробь.

Задача 6. В городе 64 тыс. избирателей, 85 % всех избирателей приняли участие в выборах. Сколько избирателей приняли участие в выборах?

Решение. Найдем 85 %, или $\frac{85}{100}$, от 64 000:

$$\frac{85}{100} \cdot 64\,000 = 54\,400.$$

Ответ: 54 400 избирателей.

Задача 7. В соревнованиях было 9 победителей, что составило 18 % всех участников. Сколько было участников соревнований?

Решение. Число 9 составляет 18 %, или $\frac{18}{100}$, неизвестного числа. Найдем это число, разделив 9 на $\frac{18}{100}$: $9 : \frac{18}{100} = 50$ (участников).

Ответ: 50 участников.

Авторы отмечают, что простые задачи на проценты можно решать с помощью одного приема – как задачи на прямую пропорциональность.

Пример 3. Найдем число,12 % которого равны 3.

Решение. Пусть x – искомое число, тогда

$$x - 100\ \%;$$

$$3 - 12\ \%;$$

$$\frac{x}{3} = \frac{100}{12},\ x = \frac{3 \cdot 100}{12},\ x = 25.$$

Ответ: 25.

Пример 4. Найдем 8 % от 35.

Решение. Пусть x – искомое число, тогда

$$35 - 100\ \%;$$

$$x - 8\ \%;$$

$$\frac{35}{x} = \frac{100}{8},\ x = \frac{35 \cdot 8}{100},\ x = \frac{14}{5},\ x = 2\frac{4}{5}.$$

Ответ: $2\frac{4}{5}$.

Пример 5. Сколько процентов составляет число 8 от числа 40?

Решение. Пусть 8 от 40 составляет x процентов, тогда

40 – 100 %;

8 – x %;

$$\frac{40}{8} = \frac{100}{x}, x = \frac{8 \cdot 100}{40}, x = 20.$$

Ответ: 20 %.

2.1.1 Итоговый тест по теме «Проценты» для 5-6 классов

OnlineTestPad — бесплатный универсальный конструктор, с помощью которого можно создать целую палитру цифровых учебных задач: тестов, кроссвордов, сканвордов, опросов, логических игр, диалогов.

Данный сервис дает учителю возможность создавать тесты с выбором одного или нескольких вариантов ответов, вводом числа или текста в ответе, а также ответа в свободной форме; установление последовательности и установление соответствия; заполнение пропусков и т.д.

Конструктор тестов позволяет вставлять изображение, как в вопрос, так и в варианты ответов, что позволяет разнообразить учебные задания.

Еще один плюс сервиса OnlineTestPad – возможность скачать созданные тесты для распечатки или использования в компьютерном классе без доступа к сети Интернет.

OnlineTestPad на уроке дает возможность провести экспресс проверку уровня усвоения материала по какой-либо теме.

Я разработала итоговый тест по теме «Проценты» для 5-6 классов (ПРИЛОЖЕНИЕ 1). Он может быть использован на уроках промежуточного и обобщающего контроля по данной теме и при организации обобщающего повторения в 9 классах. Тест позволяет систематизировать знания учащихся по теме «Проценты», своевременно выявить пробелы в изученном материале. Принцип построения теста – «от простого к сложному» – позволяет использовать его в классах с разной математической подготовкой. На его выполнение отводится 40 минут. Перед тем как обучающиеся приступят к выполнению теста, они должны прочитать инструкцию. Тест состоит из 22 заданий: 11 заданий с выбором ответа, 10 заданий открытого типа, 1 задание на соотнесение.

Обучающиеся после выполнения теста могут видеть свои результаты в виде оценки, время прохождения теста, количество правильных ответов, максимальное количество баллов и процент (ПРИЛОЖЕНИЕ 2). Обучающиеся могут посмотреть в разделе «Показать мои ответы», в каком задании они допустили ошибки. После окончания теста обучающиеся получают сертификат о прохождении теста. Активность тестируемых фиксируется в личном кабинете педагога в разделе статистика.

Анализ результатов предоставляется в разных форматах: таблица с указанием данных участника, процентом выполнения и оценкой; таблица с подробными результатами ответов на каждое задание; статистика отдельно по каждому вопросу и участнику; диаграммы по оценкам, по количеству правильных ответов и по процентам. По каждому тесту можно получить статистику ответов (по отдельности или по всем результатам сразу), которую можно также загрузить в формате Excel (ПРИЛОЖЕНИЕ 3).

Основная ссылка на тест: https://onlinetestpad.com/fpvukm35wzibs

Представлен набор задач для 5-6 классов с подробным решением для подготовки к тесту.

2.1.2 Задачи на нахождение процента от числа

Задача 1. Автомобильный завод изготовил за квартал 300 деталей, из которых 30 % имели высшую категорию качества. Сколько было изготовлено заводом деталей высшей категории качества?

Решение.

$$30\ \% \text{ равен } 0{,}3;$$

$$300 \cdot 0{,}3 = 90 \text{ (деталей).}$$

Ответ: 90 деталей.

Задача 2. Длина Енисея 3487 км. Теплоход проплыл 20 % этой реки и сделал остановку. Сколько километров до первой остановки проплыл корабль?

Решение.

$$20~\% \text{ равен } 0{,}2;$$

$$3487 \cdot 0{,}2 = 697{,}4 \text{ (километров).}$$

Ответ: 697,4 км.

Задача 3. Оля поспорила с Леной, что пробежит 1200 м, а пробежала только 60 % его длины. Сколько метров пробежала Лена?

Решение.

$$60~\% \text{ равен } 0{,}6;$$

$$1200 \cdot 0{,}6 = 720 \text{ (метров).}$$

Ответ: 720 м.

Задача 4. Костя купил 20 яблок. Он приготовил шарлотку, в которой было 30 % купленных яблок. Сколько всего яблок он положил в шарлотку?

Решение.

$$30~\% \text{ равен } 0{,}3;$$

$$20 \cdot 0{,}3 = 6 \text{ (яблок).}$$

Ответ: 6 яблок.

Задача 5. В саду всего 850 цветов. В летний сезон садовник продал 60 % всех цветов. Сколько цветов продал садовник?

Решение.

$$60~\% \text{ равен } 0{,}6;$$

$$850 \cdot 0{,}6 = 510 \text{ (цветов).}$$

Ответ: 510 цветов.

2.1.3 Задачи на нахождение числа по его проценту

Задача 1. Таня прочитала 200 страниц, что составило 40 % числа всей книги. Сколько в книге страниц?

Решение.

$200 : 40 = 5$ (страниц) – составляет 1 %;

$5 \cdot 100 = 500$ (страниц) – всего страниц в книге.

Ответ: 500 страниц.

Задача 2. Велосипедист проехал по дороге 28 км, что составило 70 % пути. Каков путь, который проехал велосипедист?

Решение.

$$28 : 70\,\% = 28 : 0{,}7 = \frac{28 \cdot 100}{70} = 40 \text{ (км)}.$$

Ответ: 40 км.

Задача 3. Катя съела 30 леденцов, что составило 60 % от подарка. Сколько леденцов было в подарке?

Решение.

$$30 : 60\,\% = 30 : 0{,}6 = \frac{30 \cdot 100}{60} = 50 \text{ (леденцов)}.$$

Ответ: 50 леденцов.

Задача 4. Строителями было построено 60 домов для жителей города, что составляет 40 % от плана. Сколько всего домов нужно построить строителям?

Решение.

$$60 : 40\,\% = 60 : 0{,}4 = \frac{60 \cdot 100}{40} = 150 \text{ (домов)}.$$

Ответ: 150 домов.

Задача 5. В подарочном конверте лежали деньги. 2000 было потрачено на долгожданную покупку, осталось 40 % от первоначальной суммы. Сколько денег осталось в подарочном конверте?

Решение.

$$2000 : 40\,\% = 2000 : 0{,}4 = \frac{2000 \cdot 100}{40} = 5000 \text{ (рублей)}.$$

Ответ: 5000 рублей.

2.1.4 Задачи на нахождение процентного отношения чисел

Задача 1. Из 200 помидоров 16 оказались неспелыми. Сколько процентов всех помидоров составили неспелые помидоры?

Решение.

$$(16 : 200) \cdot 100\ \% = \frac{16}{200} \cdot 100\ \% = \frac{4}{50} \cdot 100\ \% = \frac{100 \cdot 4}{50} = 8\ \%.$$

Ответ: 8 % неспелых помидоров.

Задача 2. Друзья поехали путешествовать на машине. Им нужно проехать 1600 км. Через 240 км остановились заправить машину. Какую часть пути осталось им проехать?

Решение.

$$(240 : 1600) \cdot 100\ \% = \frac{240}{1600} \cdot 100\ \% = \frac{3}{20} \cdot 100\ \% = \frac{100 \cdot 3}{20} = 15\ \%.$$

Ответ: 15 % пути осталось проехать.

Задача 3. В спортивных соревнованиях 20 различных испытаний. В каждом испытании нужно выполнить еще 2 дополнительных испытания. Спортсмен прошел только 12 испытаний. Какую часть испытаний он прошел?

Решение.

$$20 \cdot 2 = 40 \text{ (испытаний)};$$

$$(12 : 20) \cdot 100\ \% = \frac{12}{20} \cdot 100\ \% = \frac{6}{10} \cdot 100\ \% = \frac{100 \cdot 6}{10} = 60\ \%.$$

Ответ: 60 % испытаний прошел.

Задача 4. В саду растет 20 кустов смородины. Обработали 6 деревьев средством от вредителей. Какая часть деревьев обработана?

Решение.

$$(6 : 20) \cdot 100\ \% = \frac{6}{20} \cdot 100\ \% = \frac{3}{10} \cdot 100\ \% = \frac{100 \cdot 3}{10} = 30\ \%.$$

Ответ: 30 % деревьев обработано.

Задача 5. В домашней библиотеке всего 300 книг. Прочитано 120 книг. Сколько книг осталось прочитать в домашней библиотеке?

Решение.

$$(120 : 300) \cdot 100\ \% = \frac{120}{300} \cdot 100\ \% = \frac{2}{5} \cdot 100\ \% = \frac{100 \cdot 2}{5} = 40\ \%.$$

Ответ: 40 % книг осталось прочитать.

2.1.5 Задачи повышенной трудности, содержащие проценты, для 5-6 классов

Задача 1. В магазин привезли дыни. В первый день продали 30 % всех дынь, во второй 40 % дынь, а остальные 60 кг дынь в третий день. Сколько всего килограммов дынь привезли в магазин?

Решение.

1) $30\ \% + 40\ \% = 70\ \%$ в первый день и во второй;

2) $100\ \% - 70\ \% = 30\ \%$ в третий день;

3) $\frac{60}{30} \cdot 100 = 200$ (кг) всего привезли дынь.

Ответ: 200 кг.

Задача 2. В младших классах учится 200 учеников, что составляет 40 % учеников старших классов. Сколько учеников учится в школе?

Решение.

1) $\frac{200}{40} \cdot 100 = 500$ – учеников учится в старших классах;

2) $200 + 500 = 700$ – учеников учатся в школе.

Ответ: 700 учеников.

Задача 3. Маша с подругой поедали вкусные конфеты. Маша съела только 20 % своих конфет, а ее подруга все свои. Во сколько раз больше имелась конфет у подруги, чем у Маши, если на пару они съели 80 % всех имевшихся у них конфет?

Решение. Примем за x конфеты Маши, а за y конфеты ее подруги.

Составим уравнение:

$$20x + 100y = 80(x + y);$$

$$20x + 100y = 80x + 80y;$$
$$x(20 - 80) = y(80 - 100);$$
$$60x = 20y;$$

У подруги в 3 раза больше конфет, чем у Маши.

Ответ: в 3 раза.

Задача 4. Цена на товар увеличилась на 25 %. Насколько % ее теперь надо снизить, чтобы вернуть начальную цену?

Решение.

1) $100\ \% + 25\ \% = 125\ \%$ – столько стало стоить;

2) $125: 25 = 5$ часть составляет 25 % от 100 %, значит снизить надо в 5 раз;

3) $100\ \%: 5 = 20\ \%$.

Ответ: на 20 %.

Задача 5. Банкомат берет комиссию 5 % от внесенной суммы денег. Сколько рублей нужно опустить в банкомат, чтобы после вычитания из этой суммы комиссии на счету оказалось 475 рублей?

Решение.

1) 475 рублей – это $100 - 5 = 95\ \%$;

2) $\frac{475}{95}$ = 5 рубля 1 %;

3) $5\ \cdot 100 = 500$ (рублей).

Ответ: 500 рублей надо опустить в банкомат.

2.2 Методика обучения решению задач на проценты в 7-9 классах

В учебнике Г.В. Дорофеева «Алгебра 7» в разделе «Дроби и проценты» рассматривается тема «Задачи на проценты». Учащимся напоминают, что при решении задач на проценты необходимо иметь возможность свободно переходить от дробей к процентам и наоборот. Это совсем не сложно, если напомнить, что под процентом понимают $\frac{1}{100}$ часть соответствующего значения [7].

Затем авторы вводят правило выражения десятичной дроби в процентах: Если часть величины, заданную десятичной дробью, надо выразить в процентах, то можно в этой дроби перенести запятую на два знака вправо и к полученному числу приписать знак %.

После введения правила рассматривается пример:

— 0,48 некоторой величины – это 48 % этой величины;
— 0,325 некоторой величины – это 32,5 % этой величины;
— 0,001 некоторой величины – это 0,1 % этой величины;
— 1,2 некоторой величины – это 120 % этой величины.

Автор обращает внимание на то, что для обратного перехода – от процентов к десятичной дроби запятую перемещают в обратном направлении: Если часть величины, заданную в процентах, нужно выразить десятичной дробью, то можно перенести запятую на два знака влево в числе перед знаком %.

Далее приводятся примеры:

— 48 % некоторой величины – это 0,48 этой величины;
— 32,5 % некоторой величины – это 0,325 этой величины;
— 0,1 % некоторой величины – это 0,001 этой величины;
— 120 % некоторой величины – это 1,2 этой величины.

Авторами учебника под редакцией Г.В. Дорофеева говорится, что если нужно выразить в процентах часть величины, заданного обыкновенной дробью, должны сначала преобразовать эту дробь в десятичную. Поскольку проценты выражаются дробями, автор отмечает, то задачи на проценты – это теми же задачи на дроби.

Авторы рассматривают задачи на проценты с подробным решением:

Задача 1. По данным социологического исследования, проведенного в этом году, в городе Лукошкино проживает 36 тыс. человек, 29 % из них достигли пенсионного возраста, а 24 % – дети и подростки дошкольного и школьного возраста. Сколько в городе взрослых жителей, не достигших пенсионного возраста?

Решение. Все население города принимаем за 100 %. Выясним, сколько процентов приходится на взрослых, не достигших пенсионного возраста: $100\,\% - (29\,\% + 24\,\%) = 47\,\%$.

Далее находим 47 % от 36 тыс. Так как 47 % – это 0,47 населения города, то 36000 нужно умножить на $0{,}47$: $36000 \cdot 0{,}47 = 16920$.

Таким образом, в городе Лукошкино живет примерно 17 тыс. взрослых, не достигших пенсионного возраста.

Задача 2. Банк предлагает своим клиентам следующие условия вклада: деньги кладутся на счет на 31 день, по истечении которых клиент получает доход, равный 7,5 % от вложенной суммы. Какую сумму нужно положить на счет, чтобы доход составил 1500 рублей?

Решение. 1500 рублей составляют 7,5 %, или иначе 0,075, от неизвестной суммы. И нам нужно решить знакомую задачу – найти целое по его части. Она решается делением: $1500 : 0{,}075 = 20000$ (рублей).

Итак, на счет надо положить 20000 рублей.

Задача 3. Январский тираж нового ежемесячного журнала составил 250 экземпляров. В феврале его тираж увеличился на 30 %, а в марте – еще на 120 %. Каким стал тираж журнала в марте?

Решение.

Способ 1: сначала узнаем, на сколько экземпляров вырос тираж в феврале, то есть найдем 30 % от 250:

30 % тиража – это 0,3 тиража: $250 \cdot 0{,}3 = 75$.

Теперь можно определить величину февральского тиража:

$$250 + 75 = 325.$$

Чтобы узнать мартовский тираж журнала, нужно найти 120 % от февральского тиража и прибавить полученное число к 325:

1) 120 % тиража – это 1,2 тиража: $325 \cdot 1{,}2 = 390$;

2) $325 + 390 = 715$.

Способ 2: январский тираж журнала принимается за 100 %. В феврале тираж журнала увеличился на 30 % и составил $100\,\% + 30\,\% = 130\,\%$ январского тиража. Так как 130 % соответствуют дроби 1,3, то февральский тираж больше январского в 1,3 раза. Найдем его: $250 \cdot 1{,}3 = 325$.

Теперь 100 % – это февральский тираж. В марте он увеличился на 120 % и составил $100\,\% + 120\,\% = 220\,\%$ февральского тиража. Так как 220 % – это 2,2, то мартовский тираж больше февральского в 2,2 раза, то есть он равен: $325 \cdot 2{,}2 = 715$.

Задача 4. Во время весенней распродажи куртку, стоившую 1500 рублей, продавали за 900 рублей. На сколько процентов была снижена цена куртки на распродаже?

Решение. Сначала узнаем, на сколько рублей новая цена меньше старой: $1500 - 900 = 600$ (рублей).

Теперь выясним, сколько процентов составляет разница в 600 рублей от старой цены куртки. Для этого найдем отношение 600 рублей к 1500 рублей и выразим его в процентах: $\frac{600}{1500} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0{,}4$.

Так как 0,4 – это 40 %, то цена куртки на распродаже была снижена на 40 %.

Задача 5. К 100 г 30 процентного раствора соли дожили 50 г воды. Какова концентрация получившегося раствора?

Решение. Так как исходный раствор был 30 процентный, то в 100 г раствора содержится 30 г соли. После того как к раствору долили 50 г воды, его масса стала равной 150 г, а количество соли в нем изменилось. Чтобы узнать концентрацию получившегося раствора, нужно найти отношение массы соли к массе раствора и выразить его в процентах: $\frac{30}{150} = \frac{1}{5} = 0{,}2$.

Значит, концентрация получившегося раствора 20 %.

В учебнике «Алгебра 7» Г.К. Муравина и О.В. Муравиной задачи на проценты находятся в параграфе «Математическая модель текстовой задачи».

Прежде чем рассмотреть типы этих задач, авторы учебника обращают внимание на то, что математика помогает решать многие задачи в разных видах деятельности. Вначале задача формулируется на обычном языке и переводится на математический язык – создается математическая модель задачи. Потом исследуется математическая модель, и в результате исследования интерпретируются, т.е. переводится на обычный язык [5].

Первый этап – перевод условия на математический язык вызывает наибольшие трудности как при решении реальных, так и при решении учебных текстовых задач.

Затем рассматриваются некоторые часто встречающиеся в текстовых задачах сюжеты вида: задачи на выполнение плановых заданий; задачи на изменение количества; задачи на движение. Одним из видов таких задач являются задачи на смеси и сплавы. Примеры рассматриваются после каждого типа задач.

Задача на смеси и сплавы:

Задача 1. Сплав золота и серебра массой 36 г содержит 21,6 г золота. Сколько золота нужно добавить в сплав, чтобы содержание серебра в нем стало равным 18 %?

Решение. Процентное содержание серебра в сплаве равно отношению массы серебра ко всей массе сплава, умноженному на 100 (%).

Обозначим буквой x грамм искомую массу золота. Тогда после этой добавки масса сплава станет $(36 + x)$ грамм. Поскольку масса серебра равна $(36 - 21{,}6)$ грамм, получим решение:

$$\frac{36 - 21{,}6}{36 + x} \cdot 100 = 18.$$

При изучении темы следует рассмотреть следующие задачи.

Задача 2. Определите массу 20 % сгущенки, если в нём 120 г сахара?

Решение. Обозначим за x грамм массу сгущенки и примем ее за 100 %.

Тогда получаем:

$$x – 100\ \%;$$

$$120 – 20\ \%.$$

Отсюда составим и решим пропорцию:

$$\frac{x}{120} = \frac{100}{20};$$

$$20x = 120 \cdot 100;$$

$$x = 600.$$

Получаем, что x = 600 грамм — масса 20 %-ой сгущёнки.

Ответ: масса сгущенки составляет 600 грамм.

Задача 3. Сколько весит 25 % сахарный сироп, если в нём 450г воды?

Решение. Обозначим общую массу сахарного сиропа как 100 %.

Поскольку нам известно, что процент сахара в нем составляет 25 %, значит, процент воды в сиропе будет равен: $100\,\% - 25\,\% = 75\,\%$.

Чтобы узнать общую массу сиропа, необходимо разделить 450 грамм воды на 75 %.

В итоге получим: $\frac{450}{0{,}75} = 600$ грамм.

Масса сахара в сиропе составила: $600 - 450 = 150$ г.

Ответ: Сахарный сироп весит 600 грамм.

Задача 4. Сколько сахара надо добавить к 300г 30 % сахарного сиропа, чтобы получить 40 % сироп?

Решение. Найдем количество сахара, содержащегося в исходном количестве сахарного сиропа (количество сиропа умножаем на количество процентов и делим на 100): $\frac{300 \cdot 30}{100} = 90$ грамм.

Примем за x количество добавленного сахара, тогда:

(90 + x) – новое количество сахара;

(300 + x) – новое количество сахарного сиропа.

Получим уравнение:

$$\frac{90+x}{300+x} = \frac{40}{100};$$

$$100(90 + x) = 40(300 + x);$$

$$9000 + 100x = 12000 + 40x;$$

$$3000 = 60x;$$

$$x = 50.$$

Задача 5. Кусок сплава меди и цинка массой 36 кг содержит 45 % цинка. Сколько килограммов цинка нужно добавить к этому куску сплава, чтобы получившийся новый сплав содержал 60 % цинка?

Решение. Найдем вес меди в начальном сплаве:

$$\frac{36 \cdot 45}{100} = 36 \cdot 0{,}45 = 16{,}2 \text{ (кг)}.$$

Составляем пропорцию, в которой необходимое количество меди запишем как x (кг):

$$\frac{16{,}2}{45} = \frac{16{,}2+x}{60};$$

$$45(16{,}2 + x) = 16{,}2 \cdot 60;$$

$$729 + 45x = 972;$$

$$45x = 243;$$

$$x = 5{,}4\text{кг};$$

$$100\ \% - 60\ \% = 40\ \%;$$

$$\frac{5{,}4}{40} \cdot 100 = 13{,}5 \text{ (кг)}.$$

Ответ: чтобы в сплаве было 60 % меди, нужно добавить 13,5 кг.

В учебнике «Алгебра 7» Ю.Н. Макарычева и Н.Г. Миндюк задачи на проценты рассматриваются в параграфе «Решение задач с помощью уравнений».

Авторы вводят алгоритм для решения задач с помощью уравнений: обозначают некоторое неизвестное число буквой и, используя условие задачи, составляют уравнение; решают это уравнение; истолковывают полученный результат в соответствии с условием задачи [9].

Далее предлагают решить задачи на проценты с применением этого алгоритма.

Задача 1. Двое рабочих изготовили 86 деталей, причем первый изготовил на 15 % деталей больше, чем второй. Сколько деталей изготовил каждый рабочий?

Решение. Пусть x деталей — изготовил второй рабочий;

$0{,}15x$ деталей — изготовил первый рабочий.

Зная, что всего двое рабочих изготовили 86 деталей, составим уравнение:

$$x + 1{,}15x = 86;$$

$$2{,}15x = 86;$$

$$x = \frac{86}{2{,}15} = \frac{8600}{215} = 40;$$

40 деталей — изготовил второй рабочий;

$86 - 40 = 46$ (деталей) — изготовил первый рабочий.

Ответ: первый рабочий изготовил 46 деталей, второй рабочий изготовил 40 деталей.

Задача 2. Прибыль, полученная фирмой за первые два квартала текущего года, составила 126 000 рублей, причем прибыль, полученная во втором квартале, была на 10 % выше, чем в первом. Какую прибыль получила эта фирма в первом квартале?

Решение. Пусть x рублей составила прибыль в первом квартале;

$x + 0{,}1x = 1{,}1x$ (рублей) − составила прибыль во втором квартале.

Так как прибыль, полученная фирмой за первые два квартала текущего года, составила 126000 рублей, значит:

$$x + 1{,}1x = 126000;$$

$$2{,}1x = 126000;$$

$$x = \frac{126000}{2{,}1} = \frac{1260000}{21} = 60000;$$

60000 (рублей) − составила прибыль в первом квартале.

Ответ: 60000 рублей.

2.2.1 Рабочая тетрадь по математике для 7 классов

Canva – это банк готовых идей для дизайна. Наличие больших идей для творчества педагога. Позволяет создавать объявления, открытки, плакаты, свидетельства, дипломы, сертификаты, рабочие тетради.

Рабочая тетрадь – учебное пособие, имеющее особый дидактический аппарат, способствующий самостоятельной работе учащегося над освоением учебного предмета.

Применение рабочих тетрадей в профессиональном обучении ставит перед собой следующие цели:

1) обеспечить качественное усвоение рабочего материала;
2) выработать умения и навыки учебной деятельности;
3) способствовать активизации учебно-познавательной деятельности обучающихся;
4) формировать навыки самостоятельной работы.

Я разработала рабочую тетрадь по математике для 7 классов в Canva (ПРИЛОЖЕНИЕ 4). Тетрадь предназначена для выработки и закрепления знаний и умений по предмету.

Рабочая тетрадь включает 10 заданий и содержит различные виды заданий на усвоение, закрепление нового материала. Ко всему материалу приводятся схемы решения задач, диаграммы, таблицы, рисунки. В каждом задании оставлено место для самостоятельного заполнения.

Преимущество данной рабочей тетради в том, что ее можно использовать как в печатном виде, так и в электронном формате. Тетрадь разработана в виде отдельных рабочих листов.

Достоинства рабочих листов:

1) учитель учитывает состав класса, уровень его подготовки;
2) при составлении рабочих листов есть возможность включать задания разного уровня и вида;

3) учитель может, комбинируя или заменяя задания на листах, использовать материал на уроках повторения;

4) учитель может давать такие листы обучающимся для решения заданий дома самостоятельно.

Рабочая тетрадь может быть использована при организации обобщающего повторения в 8-9 классах.

Представлен набор задач для 7-9 классов. Каждая задача рассматривается с подробным решением.

2.2.2 Задачи на пропорции

Задача 1. На пост губернатора города претендовало три кандидата: Смирнов, Ковалев, Терентьев. Во время выборов за Терентьева было отдано в 3 раза больше голосов, чем за Смирнова, а за Ковалева – в 4 раза больше, чем за Смирнова и Терентьева вместе. Сколько процентов голосов за победителя было отдано?

Решение. Пусть количество голосов, отданных за Смирнова равно x.

Терентьев получил $3x$ голосов, тогда Ковалев получил $4(x+3x)$.

Сумма голосов за всех кандидатов: $x+3x+4x+12x=20x$.

Составим пропорцию:

$$20x - 100\ \%;$$

$$16x - y\ \%;$$

$$y = \frac{16 \cdot 100}{20} = 16 \cdot 5 = 80.$$

Ответ: 80 % голосов было отдано за победителя.

Задача 2. Насколько выгодно покупать шорты за 1400 рублей при условии, что в магазине в честь 23 февралях действует скидка 15 %?

Решение. $100-15=85\ \%$ – стоит футболка сейчас в % соотношении.

Составим пропорцию:

$$1400 – 100\ \%;$$

$$x – 85\ \%;$$

$$x = \frac{1400 \cdot 85}{100} = 1190;$$

$1400 - 1190 = 210$ (рублей) – насколько выгодно купить шорты.

Ответ: купить шорты выгоднее на 210 рублей.

Задача 3. В свежих сливах 80 % влаги, а в сухофрукте черносливе только 8 %. Сколько килограммов слив нужно, чтобы получить 25 килограммов чернослива?

Решение.

В сливах 20 % питательного вещества, а в сливе в концентрированном виде — 92 %.

Поэтому в 30 килограммах сливы $25 \cdot 0{,}92 = 23$ (кг) питательного вещества.

Значит, 23 килограммов питательного вещества в сливах — это 20 % веса свежих слив.

Составим пропорцию:

$$23 – 20\ \%;$$

$$x – 100\ \%;$$

$$x = \frac{23 \cdot 100}{20} = 115.$$

Ответ: 115 кг свежих слив потребуется для изготовления 25 кг чернослива.

Задача 4. Цена на набор ложек была повышена на 18 % и составила 2360 рублей. Сколько рублей до повышения цены стоил набор ложек?

Решение. Новая цена на набор ложек составляет 118 %.

Составим пропорцию:

$$2360 – 118\ \%;$$

$$x – 100\ \%;$$

$$x = \frac{100 \cdot 2360}{118} = 2000.$$

Ответ: 2000 рублей стоил набор ложек до повышения цены.

Задача 5. Сколько процентов числа 7 составляет разность между ним и 4 % числа 28?

Решение. Найдем 4 % от числа 28: $28 \cdot 0{,}04 = 1{,}12$.

Определим разность: $7 - 1{,}12 = 5{,}88$.

Найдем, сколько процентов числа 7 составляет 5,88, для этого составим пропорцию:

$$7 – 100\ \%;$$

$$5{,}88 – x\ \%;$$

$$x = \frac{5{,}88 \cdot 100}{7} = 84.$$

Ответ: 84 %

2.2.3 Задачи на смеси, сплавы и концентрацию

Задача 1. Оля смешала раствор, содержащий 30 % кислоты и раствор, содержащий 50 % той же кислоты. У нее получился раствор, содержащий 34,5 % кислоты, причём объём полученного раствора 6 литра. Сколько литров раствора, содержащего 30 % кислоты, использовала Оля при смешивании?

Решение. Пусть x литров раствора, содержащего 30 % кислоты.

Тогда 6 литров $- x$ литров раствора, содержащего 50 % кислоты.

$\frac{30}{100}x$ – объем кислоты в растворе, содержащем 30 % кислоты.

$\frac{50}{100}(6 - x)$ – объем кислоты в растворе, содержащем 50 % кислоты.

В итоге оказалось кислоты: $\frac{34{,}5}{100} \cdot 6 = 2{,}07$ литра.

Получаем:

$$\frac{30}{100}x + \frac{50}{100}(6 - x) = 2{,}07;$$

$$0{,}3x + 0{,}5(6 - x) = 2{,}07;$$

$$-0{,}2x = -0{,}93;$$

$$x = 4{,}65.$$

Ответ: 4,65 литров, содержащего 30 % кислоты, использовала Оля при смешивании.

Задача 2. В сосуде A содержится 4 литра 18-процентного водного раствора вещества X. Из сосуда B в сосуд A перелили 8 литров 20-процентного водного раствора вещества X. Сколько процентов составляет концентрация полученного в сосуде A раствора?

Решение. Концентрация в процентах – это отношение объёма вещества к объёму смеси, умноженное на 100 %.

До переливания в сосуде A было $4 \cdot 0{,}18 = 0{,}72$ литра вещества X, в сосуде B было $8 \cdot 0{,}2 = 1{,}6$ литра вещества X.

После переливания объема вещества X в сосуд A стал $0{,}72 + 1{,}6 =$ $= 1{,}32$ литра, а объем всего раствора $4 + 8 = 12$ литров.

Тогда концентрация в процентах составляет: $\frac{1{,}32}{12} \cdot 100 = 11$ %.

Ответ: 11 % составляет концентрация полученного в сосуде A раствора.

Задача 3. Во сколько раз больше должен быть объём 4-процентного раствора кислоты, чем объём 16-процентного раствора той же кислоты, чтобы при смешивании получить 6-процентный раствор?

Решение. Пусть объем 8-процентного раствора кислоты равен x литров, а отъем 16-процентного раствора кислоты равен y литров.

Тогда нужно найти значение величины $\frac{x}{y}$ при условии:

$$0{,}04x + 0{,}16y = 0{,}06(x + y);$$

$$0{,}04x + 0{,}16y = 0{,}06x + 0{,}06y;$$

$$0{,}02x = 0{,}1y \leftrightarrow \frac{x}{y} = \frac{0{,}1}{0{,}02} = \frac{10}{2} = 5.$$

Ответ: в 5 раз.

Задача 4. К 120 г раствора, содержащего 60 % соли, добавили 280 г раствора, содержащего 25 % той же соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?

Решение. Найдем сколько соли в первоначальном виде: $0{,}6 \cdot 120 =$ $= 72$ г.

Найдем сколько соли во втором растворе: $280 \cdot 0{,}25 = 70$ г.

Чтобы найти процентное содержание соли в получившемся растворе нужно: $\frac{72+70}{280+120} \cdot 100 = 35{,}5$.

Ответ: 35,5 % соли содержится в получившемся растворе.

Задача 5. Из сосуда, доверху наполненного 95 %-м раствором кислоты, отлили 1,8 л жидкости и долили 1,8 л 60 %-го раствора этой же кислоты. После этого в сосуде получился 82 % раствор кислоты. Сколько литров раствора вмещает сосуд?

Решение. Пусть x литров вмещает сосуд, тогда составим уравнение:

$$0{,}95(x - 1{,}8) + 0{,}6 \cdot 1{,}8 = 0{,}81x;$$

$$0{,}95x - 1{,}71 + 1{,}08 = 0{,}81x;$$

$$0{,}14x = 0{,}63;$$

$$x = 4{,}5.$$

Ответ: 4,5 литров раствора вмещает сосуд.

2.2.4 Задачи на сложные проценты

Формула для вычисления сложных процентов:

$$S = a \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n,$$

где S – это итоговая сумма,

a – это первоначальная сумма,

n – количество расчётных периодов,

p – количество процентов.

Задача 1. Численность населения в городе Самара в течение трех лет возрастала на 4 % ежегодно. В результате число жителей возросло на 9792 человек. Сколько первоначально жителей было в Самаре?

Решение. А – первоначальное количество жителей в Самаре.

$$\text{А}(1 + 0{,}04)^2 = \text{А} + 9792;$$

$$0{,}0816\text{А} = 15000;$$

$$\text{А} = 120000.$$

Ответ: 120000 жителей первоначально было в Самаре.

Задача 2. За хранение денег Тинькофф начисляет вкладчику 7 % годовых. Вкладчик положил на счет 6000 рублей и решил в течение четырех лет не снимать деньги со счета и не брать процентные начисления. Сколько денег будет на счете вкладчика через год? через два года? через пять лет?

Решение. Вкладчик положил на счёт счет 6000 рублей под 7 % годовых.

Через год: $6000(1 + 0{,}01 \cdot 7) = 6420$ (рублей).

Через два года: $6420(1 + 0{,}01 \cdot 7) = 6869{,}4$ (рублей).

Через пять лет: $6000(1 + 0{,}01 \cdot 7)^5 = 8415{,}31$ (рублей).

Ответ: через год – 6420 рублей; через два года – 6869,4 рублей; через пять лет – 8415,31 рублей.

Задача 3. После двух последовательных снижений цен на одно и то же число процентов стоимость товара с 625 рублей снизилась до 441 рублей. На сколько процентов стоимость товара снижалась каждый раз?

Решение. По формуле сложных процентов получаем:

$$625(1 - 0{,}01a)^2 = 441;$$

$$25(1 - 0{,}01a) = 21;$$

$$25 - 0{,}25a = 21;$$

$$0{,}25a = 4;$$

$$a = 16.$$

Ответ: на 16 % стоимость товара снижалась каждый раз.

Задача 4. Вкладчик положил на депозит 4000 рублей под 11 % годовых на 5 лет. Какая сумма аккумулируется конце 5-го года при годовой капитализации? Насколько вырастет сумма по сравнению с первоначальным взносом?

Решение. По формуле сложных процентов:

$4000\left(1+\frac{11}{100}\right)^5 = 4000 \cdot 1{,}685 = 6740$ (рублей) – сумма будет к концу 5-го года при годовой капитализации;

$6740 - 4000 = 2740$ (рублей) – насколько вырастет по сравнению с первоначальным взносом.

Ответ: 6740 рублей, 2740 рублей.

Задача 5. Цена телевизора ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена телевизора, если, выставленный на продажу за 20 000 рублей, через два года он был продан за 15 842 рубля.

Решение. Пусть x – часть, на которую каждый год уменьшалась цена телевизора. По формуле сложных процентов:

$$20\,000(1-x)^2 = 15\,842;$$

$$(1-x)^2 = 0{,}7921;$$

$$(1-x)^2 = (0{,}89)^2;$$

$$1 - x = 0{,}89;$$

$$x = 0{,}11.$$

Цена телевизора уменьшалась на $0{,}11 \cdot 100\ \% = 11\ \%$ ежегодно.

Ответ: 11 %.

2.2.5 Задачи повышенной трудности, содержащие проценты, в курсе алгебры 7 класса

Задача 1. Предварительно в двух бочках было воды поровну. Количество воды в первой бочке сначала уменьшилось на 10 %, а затем увеличилось на 10 %. Количество воды во второй бочке сначала увеличилось на 10 %, а затем уменьшилось на 10 %. В какой бочке стало больше воды?

Решение. Пусть x – первоначальное количество воды в каждой из двух бочек. В первой бочке после уменьшения количества воды на 10 % ее стало $0{,}9x$; после увеличения на 10 % воды стало $0{,}9x + 0{,}09x = 0{,}99x$. Во второй бочке после увеличения количества воды на 10 % ее стало $x + +0{,}1x = 1{,}1x$; после уменьшения на 10 % воды стало $1{,}1x - 0{,}11x = 0{,}99$.

$0{,}99x = 0{,}99x$, следовательно, воды в бочках осталось поровну.

Ответ: воды в бочках осталось поровну.

Задача 2. На сколько процентов увеличится площадь прямоугольника, если его длину увеличить на 30 %, а ширину – на 20 %.

Решение. Пусть a – длина прямоугольника, а b – его ширина, тогда площадь равна $a \cdot b$. После увеличения длины и ширины прямоугольника соответственно на 30 % и на 20 % его площадь стала равна $1{,}3a \cdot 1{,}2b = = 1{,}56ab$, значит площадь прямоугольника увеличилась на $0{,}56ab$, что составляет 56 % от ab.

Ответ: площадь прямоугольника увеличилась на 56 %.

Задача 3. Три ящика наполнены рисом. Во втором ящике на 20 % риса больше, чем в первом, и на 40 % больше, чем в третьем. Сколько риса в каждом ящике, если в первом на 60 риса больше, чем в третьем?

Решение. Пусть x риса было в первом ящике, тогда в третьем $(x - 60)$ риса, во втором ящике $1{,}2x$ или $1{,}4(x - 60)$ риса. Составим уравнение:

$$1{,}4(x - 60) = 1{,}2x;$$

$$1{,}4x - 84 = 1{,}2x;$$

$$1{,}4x - 1{,}2x = 84;$$

$$0{,}2x = 84;$$

$$x = 420;$$

$420 - 60 = 360$ – риса было в третьем ящике;

$420 \cdot 1{,}2 = 504$ – риса было во втором ящике.

Ответ: 420 риса было в первом ящике, 504 во втором и 360 риса в третьем.

Задача 4. Число a составляет 60 % числа b, а число c составляет 120 % числа b. Найдите числа a, b, c, если известно, что c больше a на 42.

Решение. По условию задачи имеем $a = 0{,}6b, c = 1{,}2b, c - a = 42$.

$$c - a = 1{,}2b - 0{,}6b = 0{,}6b;$$

$$0{,}6b = 42;$$

$$b = 70.$$

Найдем число a:

$$a = 0{,}6b;$$

$$a = 0{,}6 \cdot 70 = 42.$$

Найдем число c:

$$c = 1{,}2b;$$

$$c = 1{,}2 \cdot 70 = 84.$$

Ответ: $a = 42, b = 70, c = 84$.

Задача 5. В колбе было 400г 40 %-го спирта. Провизор отлил из колбы некоторое количество этого спирта и затем добавил в нее столько же воды, чтобы получить 20 %-ый спирт. Сколько граммов воды добавил провизор?

Решение. Пусть x граммов 40 %-го спирта было взято из колбы, а затем добавлено такое же количество воды. Тогда «чистого» спирта в этих x граммов было $0{,}4x$. Поэтому в колбе осталось $0{,}4(400 - x)$ граммов «чистого» спирта. Отсюда процентная концентрация спирта, после добавления x граммов воды, стала равна $\frac{100}{400}(400 \cdot 0{,}4 - 0{,}4x)$, что по условию задачи составляет 20 %. Получим уравнение:

$$\frac{100}{400}(400 \cdot 0{,}4 - 0{,}4x) = 20;$$

$$0{,}4(400-x)\frac{100}{400}=20;$$

$$0{,}1(400-x)=20;$$

$$400-x=200;$$

$$x=200.$$

По условию задачи масса x взятого 40 %-го спирта была равна массе добавленной воды, следовательно, провизор добавил 200 граммов воды.

Ответ: 200 граммов.

2.2.6 Задачи на проценты, входящие в ОГЭ

В ОГЭ задачи на проценты включены во 2 часть под заданием 21.

Задание 21 в ОГЭ разделено на следующие виды:

1. Средняя скорость.
2. Движение по дороге.
3. Движение по воде.
4. Смеси и сплавы.
5. Сухое вещество.
6. Работа.

Рассмотрим несколько заданий ФИПИ с подробным решением на смеси и сплавы, сухое вещество.

Задание 1. При смешивании первого раствора кислоты, концентрация которого 10 %, и второго раствора этой же кислоты, концентрация которого 40 %, получили раствор, содержащий 20 % кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

Решение. Пусть первый раствор взят в количестве x грамм, тогда он содержит $0{,}1x$ грамм чистой кислоты, а второй раствор взят в количестве y грамм, тогда он содержит $0{,}4y$ грамм чистой кислоты.

При смешивании двух этих растворов получится раствор массой $(x+y)$ грамм, по условию задачи, он содержит $0{,}2(x+y)$ чистой кислоты. Следовательно, можно составить уравнение:

$$0{,}1x + 0{,}4y = 0{,}2(x + y);$$

$$0{,}1x + 0{,}4y = 0{,}2x + 0{,}2y;$$

$$0{,}1x = 0{,}2y;$$

$$x = 2y.$$

В итоге, отношение, в котором были взяты растворы: $\frac{x}{y} = \frac{2}{1}$.

Ответ: $\frac{2}{1}$.

Задание 2. Имеется два сплава с разным содержанием цинка: в первом содержится 40 %, а во втором — 25 % цинка. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 35 % цинка?

Решение. Пусть первый сплав взят в количестве x (кг), тогда он будет содержать $0{,}4x$ (кг) цинка, а второй сплав взят в количестве y (кг), тогда он будет содержать $0{,}25y$ (кг) цинка. Соединив два этих сплава, получим сплав цинка массой $(x + y)$, по условию задачи он должен содержать $0{,}35(x + y)$ цинка. Следовательно, можно составить уравнение:

$$0{,}4x + 0{,}25y = 0{,}35(x + y);$$

$$0{,}4x + 0{,}25y = 0{,}35x + 0{,}35y;$$

$$0{,}05x = 0{,}1y;$$

$$x = 2y.$$

В итоге, отношение, в котором нужно взять сплавы: $\frac{x}{y} = \frac{2}{1}$.

Ответ: $\frac{2}{1}$.

Задание 3. Смешали некоторое количество 31-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 85-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение. Пусть взяли x (г) 31-процентного раствора, тогда взяли и x (г) 85-процентного раствора. Концентрация раствора — масса вещества, разделённая на массу всего раствора. В первом растворе содержится 0,31x (г), а во втором — 0,85x (г).

Концентрация получившегося раствора равна:

$$\frac{0{,}31x + 0{,}85x}{x + x} \cdot 100\ \% = 58\ \%.$$

Ответ: 58 %.

Задание 4. Первый сплав содержит 6 % меди, второй — 15 % меди. Масса второго сплава больше массы первого на 6 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 12 % меди. Найдите массу третьего сплава.

Решение. Пусть масса первого сплава x (кг). Тогда масса второго сплава $(x + 6)$ кг, а третьего — $(2x + 6)$ кг. В первом сплаве содержится $0{,}06x$ (кг) меди, а во втором — $0{,}15(x + 6)$ кг. Поскольку в третьем сплаве содержится $0{,}12(2x + 6)$ кг меди, составим и решим уравнение:

$$0{,}06x + 0{,}15(x + 6) = 0{,}12(2x + 6);$$

$$0{,}06x + 0{,}15x + 0{,}9 = 0{,}24x + 0{,}72;$$

$$0{,}03x = 0{,}18;$$

$$x = 6.$$

Значит, масса первого сплава равна 6 кг, тогда масса второго сплава равна 12 кг и масса третьего сплава равна 18 кг.

Ответ: 18 кг.

Задание 5. Имеются два сосуда, содержащие 12 кг и 18 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 50 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 62 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

Решение. Пусть концентрация первого раствора — x, концентрация второго раствора — y. Составим систему уравнений согласно условию задачи и решим ее:

$$\begin{cases} 12x + 18y = 0{,}5(12 + 18), \\ x + y = 2 \cdot 0{,}62; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12x + 18(1{,}24 - x) = 15, \\ y = 1{,}24 - x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1{,}22, \\ y = 0{,}02. \end{cases}$$

В итоге, в первом растворе содержится $12 \cdot 1{,}22 = 14{,}64$ (кг) кислоты.

Ответ: 14,64 кг.

Задание 6. Свежие фрукты содержат 80 % воды, а высушенные — 20 %. Сколько сухих фруктов получится из 262 кг свежих фруктов?

Решение. Заметим, что при сушке фруктов вода испаряется, поэтому необходимо рассматривать не количество воды, а количество питательного вещества, которое остается неизменным.

Свежие фрукты содержат $100\,\% - 80\,\% = 20\,\%$ питательного вещества, а высушенные — $100\,\% - 20\,\% = 80\,\%$. В 262 кг свежих фруктов содержится $0{,}2 \cdot 262 = 52{,}4$(кг) питательного вещества. Такое количество питательного вещества будет содержаться в $\frac{52{,}4}{0{,}8} = 65{,}5$ (кг) высушенных фруктов.

Ответ: 65,5 кг.

Задание 7. Смешав 50 %-ый и 40 %-ый растворы кислоты и добавив 6 кг чистой воды, получили 30 %-ый раствор кислоты. Если бы вместо 6 кг воды добавили 6 кг 80 %-го раствора той же кислоты, то получили бы 60 %-ый раствор кислоты. Сколько килограммов 50 %-го раствора использовали для получения смеси?

Решение. Пусть x (кг) и y (кг) — массы первого и второго растворов, взятые при смешивании. Тогда $(x + y)$ кг — масса полученного раствора, содержащего $(0{,}5x + 0{,}4y)$ кг кислоты. Концентрация кислоты в полученном растворе 30 %, откуда $0{,}5x + 0{,}4y = 0{,}3(x + y + 6)$.

Решим систему двух полученных уравнений:

$$\begin{cases} 0{,}5x + 0{,}4y = 0{,}3(x + y + 6), \\ 0{,}5x + 0{,}4y + 0{,}8 \cdot 6 = 0{,}6(x + y + 6); \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0{,}2x + 0{,}1y = 1{,}8, \\ 0{,}1x + 0{,}2y = 1{,}2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 8, \\ y = 2. \end{cases}$$

Ответ: 8 кг.

Задание 8. В 2009 году в городском квартале проживало 50000 человек. В 2010 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 6 %, а в 2011 году — на 7 % по сравнению с 2010 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2011 году?

Решение. В 2010 году число жителей стало $50\,000 + 0{,}06 \cdot 50\,000 = 53\,000$ (человек), а в 2011 году число жителей стало $53\,000 + +0{,}07 \cdot 53\,000 = 56\,710$ (человек).

Ответ: 56 710 человек.

Задание 9. В емкости находится 6 литров 20 % раствора соли. Какой объем сухой соли (в литрах) необходимо засыпать в емкость, чтобы концентрация соли в емкости стала 50 %? Дайте ответ с учетом того, что при засыпании сухой соли в емкость 20 % соли просыпается мимо.

Решение. Пусть надо досыпать x литров соли. Так как 20 % соли просыпается, то в итоговый раствор попадает только $0{,}8x$ литров соли. Итоговый раствор 50 % процентный, значит в нем $0{,}5(6 + 0{,}8x)$ литров соли. Однако это же количество можно найти, просто сложив объемы соли, которая была в растворе и которую досыпали. Таким образом, получаем уравнение:

$$0{,}5(6 + 0{,}8x) = 1 + 0{,}8x;$$

$$3 + 0{,}4x = 1 + 0{,}8x;$$

$$2 = 0{,}4x;$$

$$x = 5.$$

Ответ: 5 литров.

Представлен набор заданий для подготовки к ОГЭ.

Задание 1. Имеются два сосуда, содержащие 20 кг и 30 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 75 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 86 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

Решение. Пусть концентрация первого раствора — x, концентрация второго раствора — y. Составим систему уравнений согласно условию задачи и решим ее:

$$\begin{cases} 20x + 30y = 0{,}75(20 + 30), \\ x + y = 2 \cdot 0{,}86; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20x + 30(1{,}72 - x) = 37{,}5, \\ y = 1{,}72 - x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1{,}41, \\ y = 0{,}31. \end{cases}$$

В итоге, во втором растворе содержится $30 \cdot 0{,}31 = 9{,}3$ (килограмма) кислоты.

Ответ: 9,3 кг.

Задание 2. Свежие фрукты содержат 82 % воды, а высушенные – 10 %. Сколько сухих фруктов получится из 425 кг свежих фруктов?

Решение. Свежие фрукты содержат $100\,\% - 82\,\% = 18\,\%$ питательного вещества, а высушенные — $100\,\% - 10\,\% = 90\,\%$. В 425 кг свежих фруктов содержится $0{,}18 \cdot 425 = 76{,}5$(кг) питательного вещества. Такое количество питательного вещества будет содержаться в $\frac{76{,}5}{0{,}9} = 85$ (кг) высушенных фруктов.

Ответ: 85 кг.

Задание 3. Смешали некоторое количество 12-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 34-процентногораствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение. Пусть взяли x (г) 12-процентного раствора, тогда взяли и x (г) 34-процентного раствора. Концентрация раствора — масса вещества, разделённая на массу всего раствора. В первом растворе содержится $0{,}12x$ (г), а во втором — $0{,}34x$ (г).

Концентрация получившегося раствора равна:

$$\frac{0{,}12x + 0{,}34x}{x + x} \cdot 100\ \% = 23\ \%.$$

Ответ: 23 %.

Задание 4. Первый сплав содержит 20 % меди, второй — 45 % меди. Масса второго сплава больше массы первого на 4 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 35 % меди. Найдите массу третьего сплава.

Решение. Пусть масса первого сплава x (кг). Тогда масса второго сплава $(x\ +\ 4)$ кг, а третьего — $(2x\ +\ 4)$ кг. В первом сплаве содержится $0{,}2x$ (кг) меди, а во втором — $0{,}45(x\ +\ 4)$ кг. Поскольку в третьем сплаве содержится $0{,}35(2x\ +\ 4)$ кг меди, составим и решим уравнение:

$$0{,}2x + 0{,}45(x + 4) = 0{,}35(2x + 4);$$

$$0{,}2x + 0{,}45x + 1{,}8 = 0{,}7x + 1{,}4;$$

$$0{,}05x = 0{,}4;$$

$$x = 8.$$

Значит, масса первого сплава равна 8 кг, тогда масса второго сплава равна 12 кг и масса третьего сплава равна 20 кг.

Ответ: 20 кг.

Задание 5. Имеется два сплава с разным содержанием олово: в первом содержится 60 %, а во втором — 32 % олово. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 52 % олово?

Решение. Пусть первый сплав взят в количестве x (кг), тогда он будет содержать $0{,}6x$ (кг) олово, а второй сплав взят в количестве y (кг), тогда он будет содержать $0{,}32y$ (кг) олово. Соединив два этих сплава, получим сплав олово массой $(x+y)$, по условию задачи он должен содержать $0{,}52(x+y)$ олово. Следовательно, можно составить уравнение:

$$0{,}6x + 0{,}32y = 0{,}52(x+y);$$

$$0{,}6x + 0{,}32y = 0{,}52x + 0{,}52y;$$

$$0{,}08x = 0{,}2y;$$

$$x = 2{,}5y.$$

В итоге, отношение, в котором нужно взять сплавы: $\frac{x}{y} = \frac{2{,}5}{1} = \frac{5}{2}$.

Ответ: $\frac{5}{2}$.

Задание 6. Смешав 60 %-ый и 40 %-ый растворы кислоты и добавив 6 кг чистой воды, получили 30 %-ый раствор кислоты. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 80 %-го раствора той же кислоты, то получили бы 70 %-ый раствор кислоты. Сколько килограммов 60 %-го раствора использовали для получения смеси?

Решение. Пусть x (кг) и y (кг) — массы первого и второго растворов, взятые при смешивании. Тогда $(x+y)$ кг — масса полученного раствора, содержащего $(0{,}6x + 0{,}4y)$ кг кислоты. Концентрация кислоты в полученном растворе 30 %, откуда $0{,}6x + 0{,}4y = 0{,}3(x+y+5)$.

Решим систему двух полученных уравнений:

$$\begin{cases} 0{,}6x + 0{,}4y = 0{,}3(x+y+5), \\ 0{,}6x + 0{,}4y + 0{,}8 \cdot 5 = 0{,}7(x+y+5); \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0{,}3x + 0{,}1y = 1{,}5, \\ 0{,}1x + 0{,}3y = 0{,}5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5, \\ y = 0. \end{cases}$$

Ответ: 5 кг.

Задание 7. При смешивании первого раствора кислоты, концентрация которого 20 %, и второго раствора этой же кислоты, концентрация которого 60 %, получили раствор, содержащий 30 % кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

Решение. Пусть первый раствор взят в количестве x грамм, тогда он содержит $0{,}2x$ грамм чистой кислоты, а второй раствор взят в количестве y грамм, тогда он содержит $0{,}6y$ грамм чистой кислоты.

При смешивании двух этих растворов получится раствор массой $(x+y)$ грамм, по условию задачи, он содержит $0{,}3(x+y)$ чистой кислоты. Следовательно, можно составить уравнение:

$$0{,}2x + 0{,}6y = 0{,}3(x + y);$$

$$0{,}2x + 0{,}6y = 0{,}3x + 0{,}3y;$$

$$0{,}1x = 0{,}2y;$$

$$x = 2y.$$

В итоге, отношение, в котором были взяты растворы: $\frac{x}{y} = \frac{2}{1}$.

Ответ: $\frac{2}{1}$.

Задание 8. В емкости находится 6 литров 60 % раствора соли. Какой объем сухой соли (в литрах) необходимо засыпать в емкость, чтобы концентрация соли в емкости стала 50 %? Дайте ответ с учетом того, что при засыпании сухой соли в емкость 60 % соли просыпается мимо.

Решение. Пусть надо досыпать x литров соли. Так как 60 % соли просыпается, то в итоговый раствор попадает только $0{,}4x$ литров соли. Итоговый раствор 50 % процентный, значит в нем $0{,}5(6 + 0{,}4x)$ литров соли. Однако это же количество можно найти, просто сложив объемы соли, которая была в растворе и которую досыпали. Таким образом, получаем уравнение:

$$0{,}5(6 + 0{,}4x) = 1 + 0{,}4x;$$

$$3 + 0{,}2x = 1 + 0{,}4x;$$

$$2 = 0{,}2x;$$

$$x = 10.$$

Ответ: 10 литров.

Задание 9. В 2005 году в городском квартале проживало 60000 человек. В 2006 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 5 %, а в 2007 году — на 6 % по сравнению с 2006 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2007 году?

Решение. В 2006 году число жителей стало $60\,000 + 0{,}05 \cdot 60\,000 == 63\,000$ (человек), а в 2007 году число жителей стало $63\,000 + 0{,}06 \cdot$
$63\,000 = 66\,780$ (человек).

Ответ: 66 780 человек.

2.2.7 Задачи по финансовой математике

Задание 1. Цены на фрукты возросли на 15 %, за счет чего на сумму в 230 рублей было приобретено фруктов на 3 кг меньше. Насколько рублей возросла цена 1 кг фруктов?

Решение.

1) $0{,}15 \cdot 230 = 34{,}5 - 15$ % подорожали (за 3 кг);
2) $34{,}5 : 3 = 11{,}5$ (рублей) – стал стоить 1 кг;
3) $230 : 11{,}5 = 20$ (кг) – купили;
4) $20 + 3 = 23$ (кг) – можно было раньше купить;
5) $230 : 23 = 10$ (рублей) – 1 кг яблок раньше;
6) $11{,}5 - 10 = 1{,}5$ (рублей) – взросла цена за 1 кг.

Ответ: 1,5 рублей.

Задание 2. При повышении цены билетов на 29 % число зрителей в театре уменьшилось на 23 %. На сколько процентов уменьшилась прибыль кинотеатра?

Решение.

x – цена билетов;

y – количество зрителей.

Находим, какова стала цена после повышения на 29 %:

$$x + (x \cdot 0{,}29) = 1{,}29x.$$

Находим, какова стала посещаемость в театре после понижения на 23 %:

$$y - (y \cdot 0{,}23) = 0{,}77y.$$

Прибыль вначале была: $x \cdot y = xy$.

Стала: $0{,}77y \cdot 1{,}29x = 0{,}9933xy$.

$$1 – 100\ \%;$$

$$0{,}9933 – a\ \%;$$

$$a = 0{,}9933 \cdot 100 = 99{,}33;$$

$$100 - 99{,}33 = 0{,}67\ \%.$$

Ответ: на 0,67 %.

Задание 3. Благодаря внедрению методов торговли ежедневная выручка магазина «Мебель» увеличилась, и месячный план был выполнен за 20 дней. На сколько процентов магазин перевыполнил план, если в месяце было 26 рабочих дней, и ежедневная выручка была постоянной в течение месяца?

Решение. За 20 дней они полностью выполнили план:

$$20 – 100\ \%;$$

$$26 – x\ \%;$$

$$20x = 2600;$$

$$x = 130;$$

$$130\ \% - 100\ \% = 30\ \%.$$

Ответ: 30 %.

Задание 4. Рабочий четвертого разряда зарабатывает на 25 % больше, чем рабочий третьего разряда. Насколько процентов меньше, чем рабочий четвертого разряда зарабатывает рабочий третьего разряда?

Решение. Пусть x рублей — зарабатывает рабочий третьего разряда

тогда $1{,}25x$ рублей – зарабатывает рабочий четвертого разряда:

$$1{,}25x – 100\ \%;$$

$$x – n\ \%;$$

$$n = \frac{100 \cdot x}{1{,}25x} = 80\ (\%);$$

$$100\ \% — 80\ \% = 20\ \%.$$

Ответ: рабочий третьего разряда зарабатывает на 20 % меньше, чем рабочий четвертого разряда.

Задание 5. Цена товара дважды была снижена на одно и тоже число процентов. Насколько процентов снижалась цена товара каждый раз, если его первоначальная стоимость 2000 рублей, а окончательная 1805 рублей?

Решение. Цена изменялась в x раз. Сначала была цена 2000 рублей. После первого снижения цена стала $2000x$ рублей. После второго $2000x^2$. Получаем уравнение:

$$2000x^2 = 1805;$$

$$x^2 = \frac{1805}{2000} = 0{,}9025;$$

$$x = \sqrt{0{,}9025} = 0{,}95;$$

$$100\ \% - 95\ \% = 5\ \%.$$

Цена после каждого снижения составляет 95 % от исходной. Поэтому цена снижается на 5 % каждый раз**.**

Ответ: 5 %.

Задание 6. За некоторый период времени у господина Иванова количество акций увеличилось на 15 %. На сколько процентов увеличилась общая стоимость акций господина Иванова, если цена каждой акции увеличилась на 20 %?

Решение. Пусть S_0 – цена одной акции, n – количество акций, $S_0 \cdot n$ – общая стоимость акций. Эти величины связаны формулой $S = S_0 \cdot n$.

Составим Таблицу 4.

Таблица 4 – Решение задачи

	Цена одной акции	Количество акций	Общая стоимость
Было	S_0	n	$S_0 \cdot n$
Стало	$1{,}2S_0$	$1{,}15n$	$1{,}38S_0 \cdot n$

Можно сразу сделать вывод: общая стоимость акций S увеличилась в 1,38 раз, поэтому стоимость акций увеличилась на 38 %.

Или, используя формулу процентного «прироста», находим искомую величину:

$$\frac{1{,}38S_0 \cdot n - S_0 \cdot n}{S_0 \cdot n} \cdot 100 = 38\ \%.$$

Ответ: 38 %.

Вывод по главе 2

Проанализировано введение определения понятия процента в учебниках разных авторов. Так же были разработаны методические материалы: итоговый тест по математике для 5-6 классов и рабочая тетрадь по математике для 7 классов. Составлены наборы задач для учащихся 5-6-х и 7-9-х классов по теме исследования. Разобраны задачи ОГЭ на проценты с подробным решением и составлен набор заданий для подготовки к ОГЭ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Целью дипломной работы являлось выявление методических особенностей изучения процентов в 5-9 классах и разработка методических материалов по обучению учащихся основной школы решению задач на проценты. Для достижения целей работы были решены следующие задачи, заявленные во введении:

1. В первой главе нами рассмотрены история возникновения процентов и развитие их в математике, определение задачи и виды задач, которые существуют в математике, а также рассмотрены теоретические основы обучения решению задач на проценты в школьном курсе математике. Проведен сравнительный анализ изложения темы «Проценты» в учебниках математики 5-6 классов, проанализировано изложение различных тем, связанных с процентами, в учебниках алгебры 7-9 классов.
2. Во второй главе проанализировано введение определения понятия процента в учебниках разных авторов. Так же были разработаны методические материалы: итоговый тест по математике для 5-6 классов и рабочая тетрадь по математике для 7 классов. Составлены наборы задач для учащихся 5-6-х и 7-9-х классов по теме исследования. Разобраны задачи ОГЭ на проценты с подробным решением и составлен набор заданий для подготовки к ОГЭ.

Таким образом, ознакомившись с проблемой изучения темы «Проценты» в основной школе, важно отметить, что задачи на проценты, широко используемые как в различных областях науки, так и в реальной жизни, имеют большое практическое значение. Поэтому необходимо построить процесс изучения данной темы таким образом, чтобы добиться высокого уровня знаний, умений и навыков учащихся, столь необходимых для дальнейшего успешного обучения учащихся не только по математике, но и по другим школьным предметам. Навыки решения задач на проценты необходимо поддерживать и развивать в старших классах средней школы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Математика. 5 класс : учебник для общеобразовательных учреждений / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. – 31-е изд. – Москва : Мнемозина. – 2013. – 236 с. – ISBN 978-5-346-02441-5.

2. **Мерзляк, А.Г.** Математика. 5 класс : учебник для общеобразовательных учреждений / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – Москва : Вентана-Граф. – 2014. – 252 с. – ISBN 978-5-360-03677-7.

3. **Муравин, Г.К.** Математика. 5 класс : учебник для общеобразовательных учреждений / Г.К. Муравин, О.В. Муравина. – 3-е изд. – Москва : Дрофа. – 2014. – 247 с. – ISBN 978-5-358-13524-6.

4. **Муравин, Г.К.** Математика. 6 класс : учебник для общеобразовательных учреждений / Г.К. Муравин, О.В. Муравина. – 2-е изд. – Москва : Дрофа. – 2014. – 173 с. – ISBN 978-5-358-13669-3.

5. **Муравин, Г.К.** Алгебра. 7 класс : учебник для общеобразовательных учреждений / Г.К. Муравин, К.С. Муравин, О.В. Муравина. – 9-е изд. – Москва : Дрофа. – 2013. – 28 с. – ISBN 978-5-358-11925-3.

6. **Дорофеев, Г.В.** Математика. 6 класс : учебник для общеобразовательных учреждений / Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова. – 4-е изд. – Москва : Просвещение. – 2010. – 23 с. – ISBN 978-5-09-037277-0.

7. **Дорофеев, Г.В.** Алгебра. 7 класс : учебник для общеобразовательных учреждений / Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович. – 2-е изд. – Москва : Просвещение. – 2014. – 21 с. – ISBN 978-5-09-032509-7.

8. Математика. 6 класс : учебник для общеобразовательных учреждений / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. – 14-е изд. – Москва : Просвещение. – 2015. – 23 с. – ISBN 978-5-09-033716-8.

9. **Макарычев, Ю.Н.** Алгебра. 7 класс : учебник для общеобразовательных учреждений / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова. – 3-е изд. – Москва : Просвещение. – 2013. – 32 с. – ISBN 978-5-09-033350-4.

10. Задачи повышенной трудности, содержащие проценты, в курсе алгебры 7 класс : сайт. – URL : https://pandia.ru/text/77/409/74721.php – Текст : электронный.

11. Задачи по математике 5 класс / проценты : сайт. – URL : https://ankolpakov.ru/2012/01/19/zadachi-repetitora-po-matematike-na-procenty-5-klass/ – Текст : электронный.

12. История возникновения процентов : сайт. – URL : http://lib.repetitors.eu/matematika/104-2009-12-19-19-08-30/2374-2010 – Текст : электронный.

13. Классификация математических задач : сайт. – URL : https://do-centr.ru/2019/03/12/vidy-matematicheskih-zadach/ – Текст : электронный.

14. Каталог заданий. Задачи на проценты, сплавы и смеси : сайт. - URL : https://oge.sdamgia.ru/test?theme=79 –Текст : электронный.

15. Решение задач на проценты при подготовке к ОГЭ И ЕГЭ по математике : сайт. – URL : https://www.uchportal.ru/egeh-po-matematike/reshenie-zadach-na-procenty-pri-podgotovke-k-ogeh-i-egeh-po-matematike-6711 – Текст : электронный.

16. Типы задач на проценты и способы их решения в заданиях ОГЭ и ЕГЭ : сайт. – URL : https://school-science.ru/9/7/43897 – Текст : электронный.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Итоговый тест по математике для 5-6 классов

На рисунке 1.1 представлена инструкция к тесту.

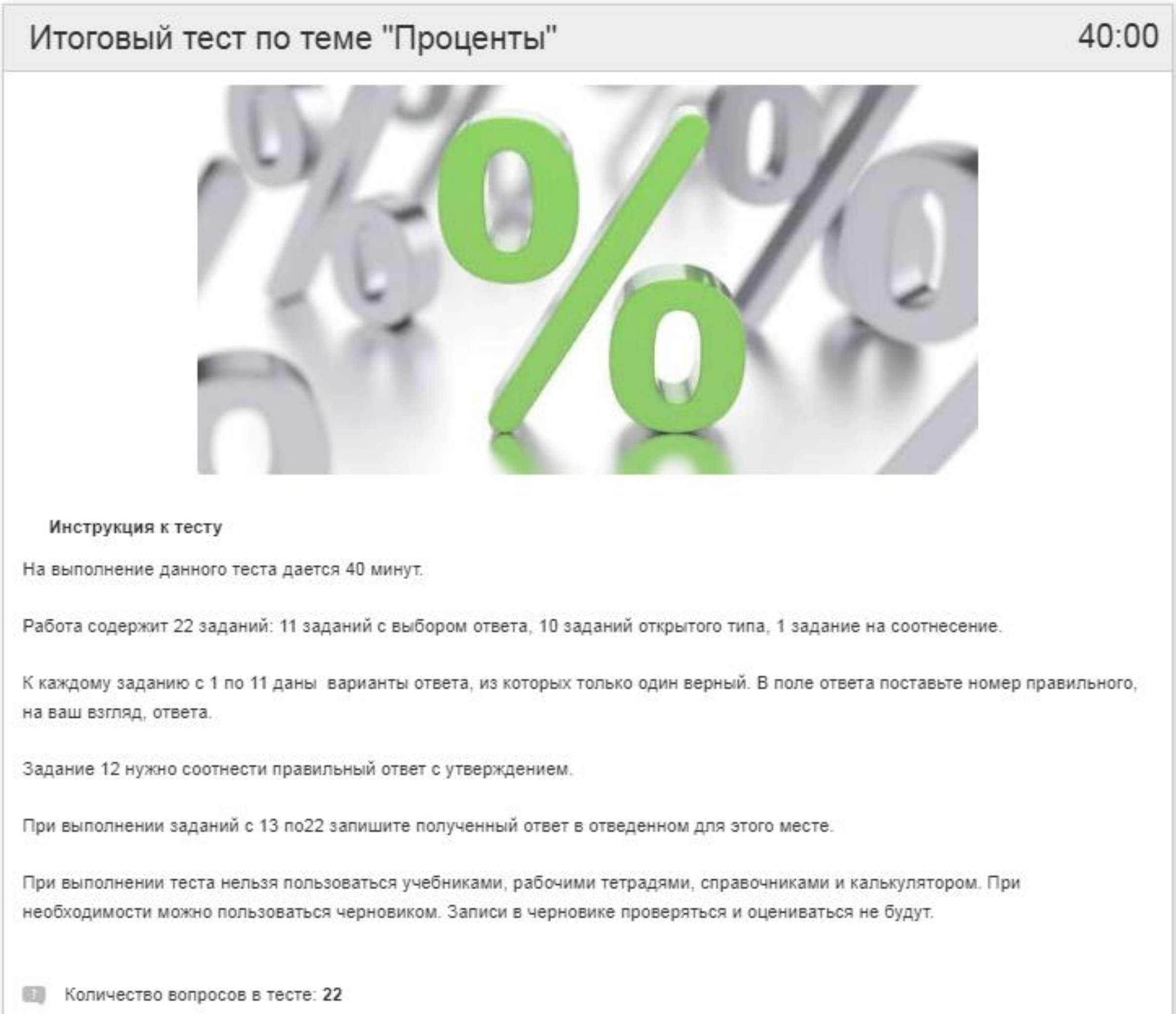


Рисунок 1.1 – Инструкция к тесту

На рисунке 1.2 представлено задание 1.

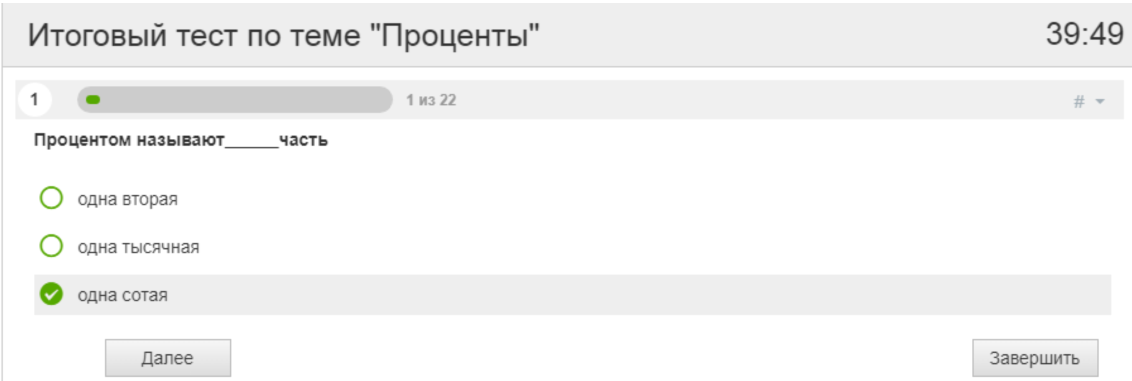


Рисунок 1.2 – Задание 1

На рисунке 1.3 представлено задание 2.

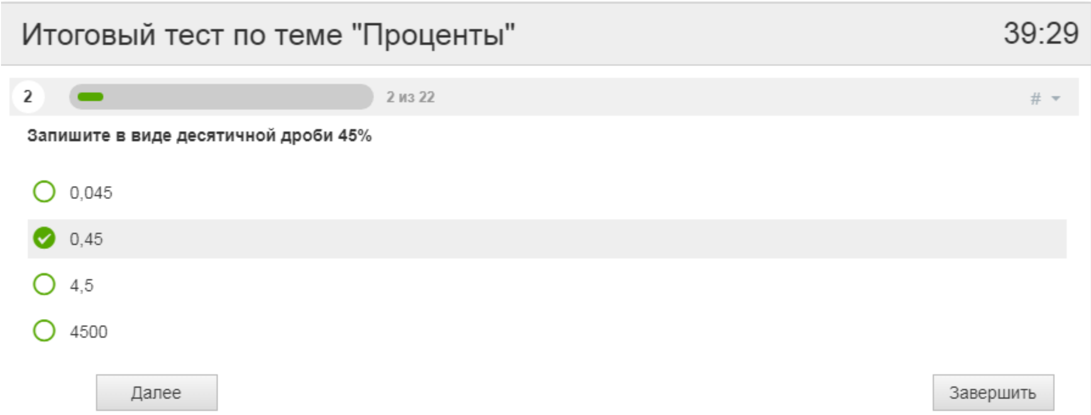


Рисунок 1.3 – Задание 2

На рисунке 1.4 представлено задание 3.

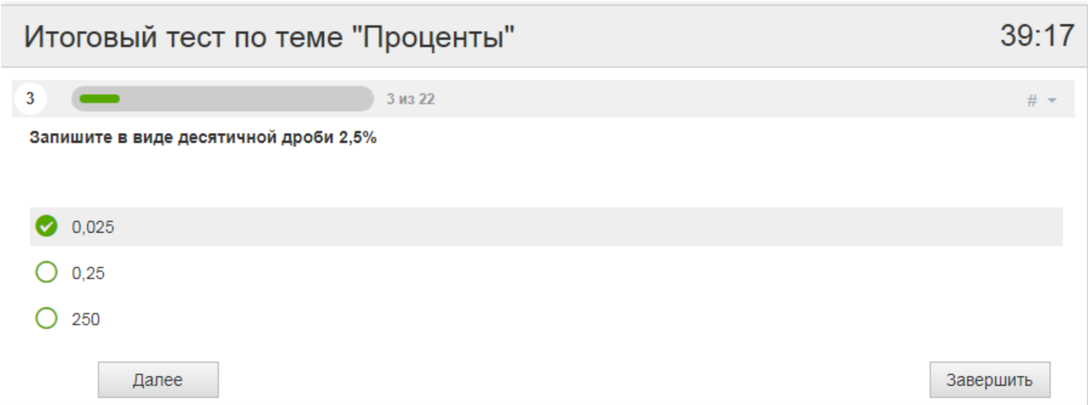


Рисунок 1.4 – Задание 3

На рисунке 1.5 представлено задание 4.

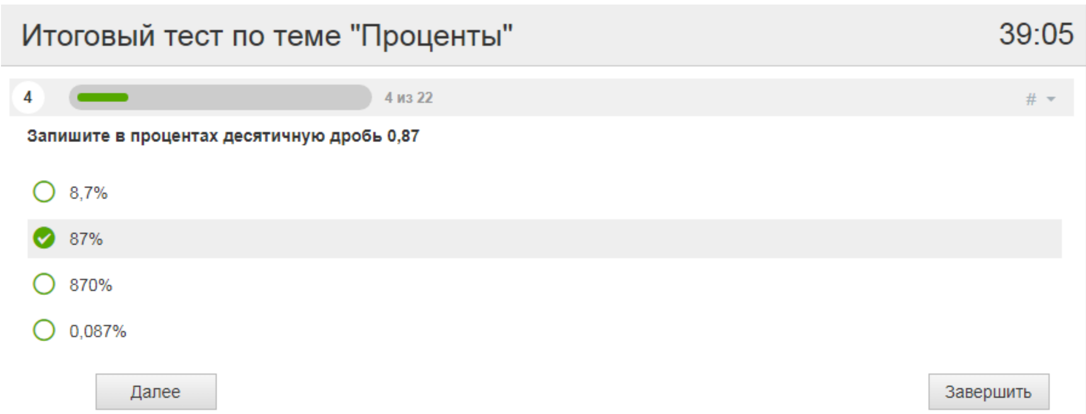


Рисунок 1.5 – Задание 4

На рисунке 1.6 представлено задание 5.

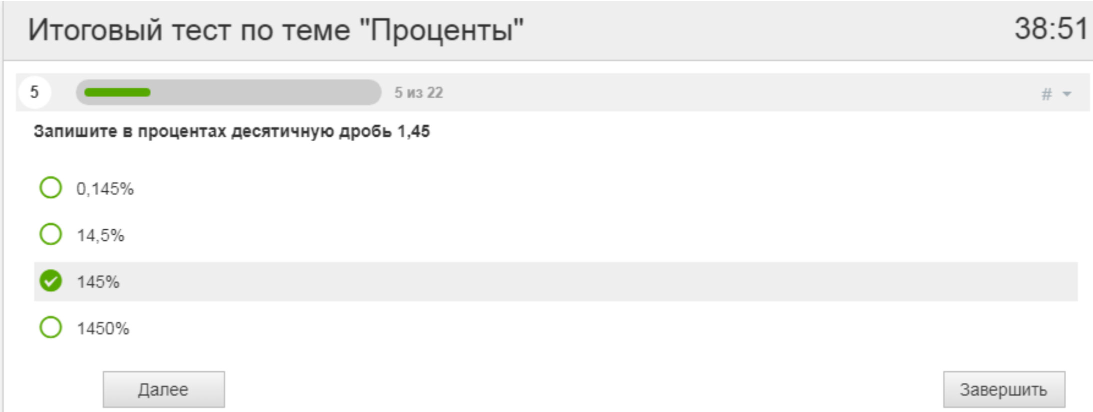


Рисунок 1.6 – Задание 5

На рисунке 1.7 представлено задание 6.

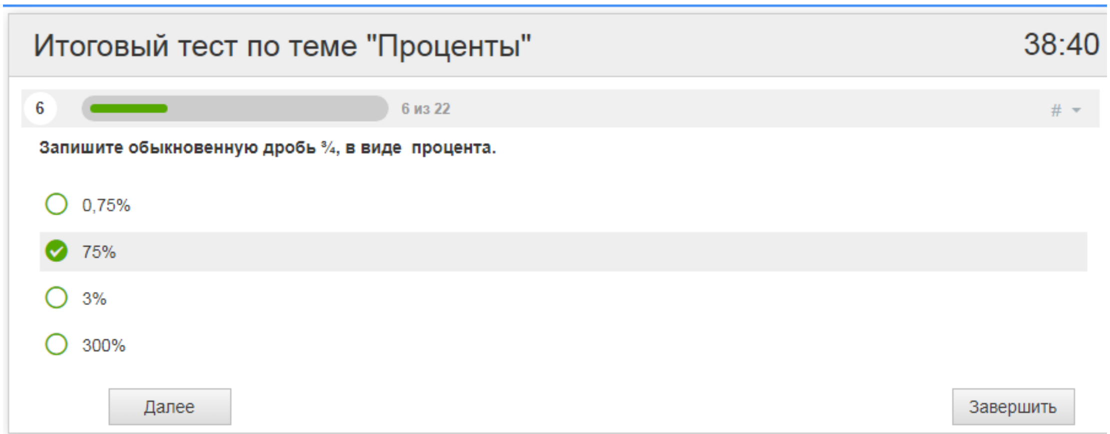


Рисунок 1.7 – Задание 6

На рисунке 1.8 представлено задание 7.

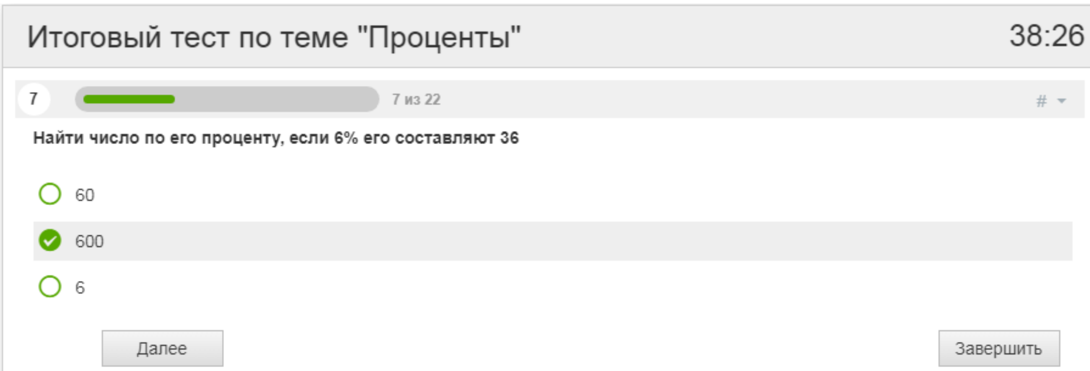


Рисунок 1.8 – Задание 7

На рисунке 1.9 представлено задание 8.

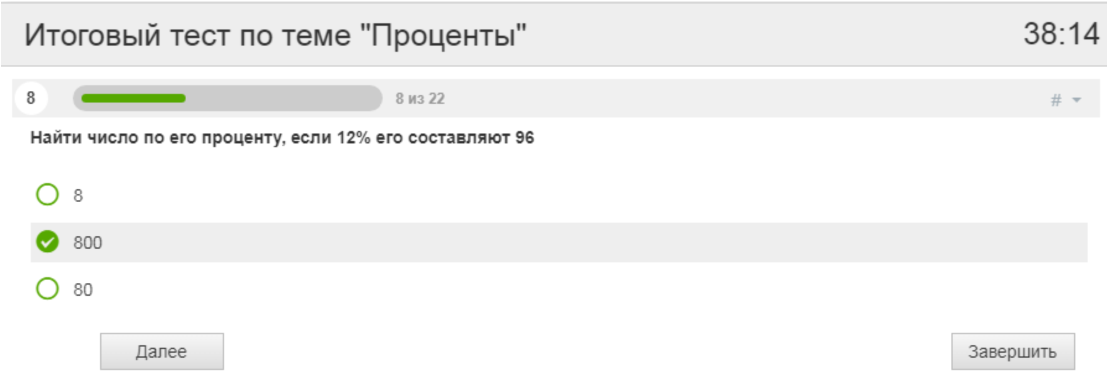


Рисунок 1.9 – Задание 8

На рисунке 1.10 представлено задание 9.

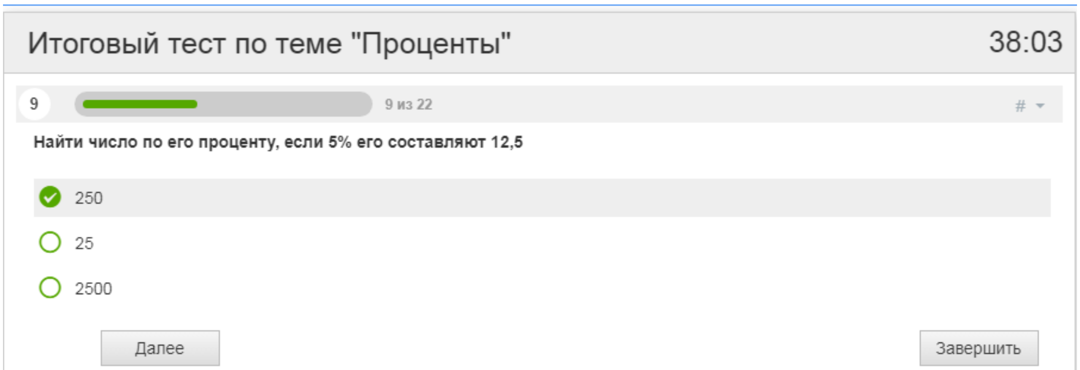


Рисунок 1.10 – Задание 9

На рисунке 1.11 представлено задание 10.

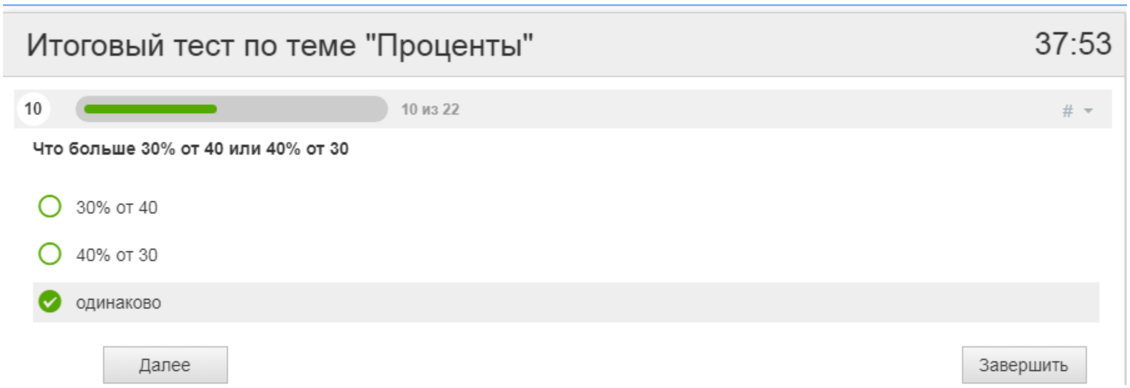


Рисунок 1.11 – Задание 10

На рисунке 1.12 представлено задание 11.

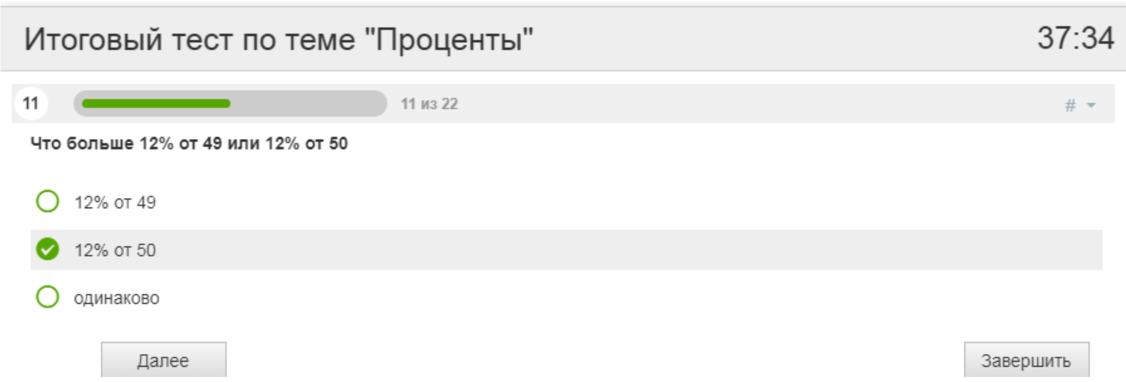


Рисунок 1.12 – Задание 11

На рисунке 1.13 представлено задание 12.

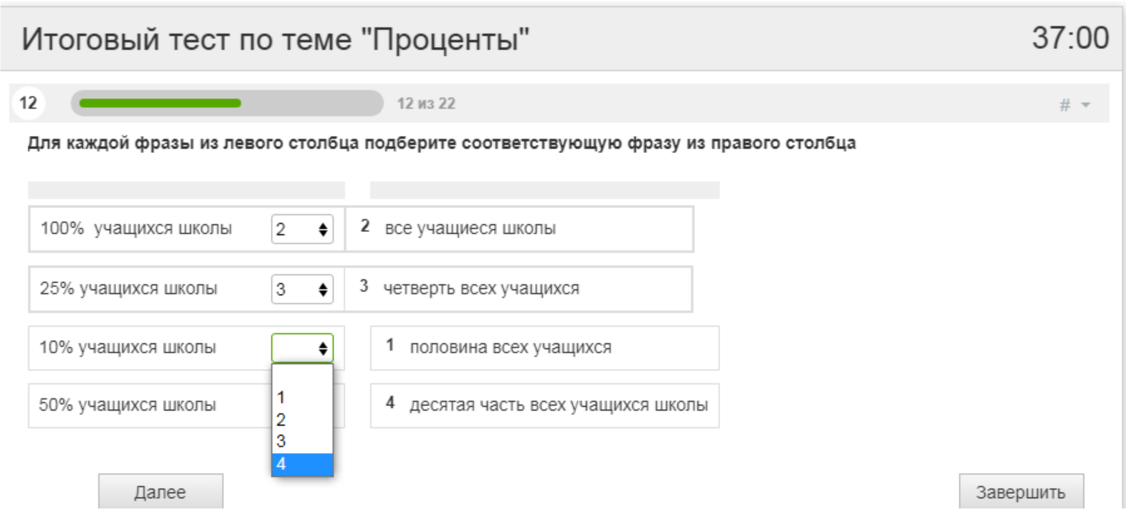


Рисунок 1.13 – Задание 12

На рисунке 1.14 представлено задание 13.

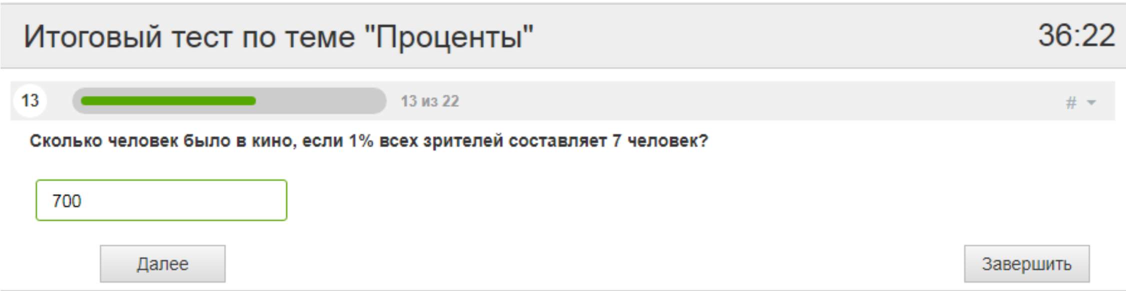


Рисунок 1.14 – Задание 13

На рисунке 1.15 представлено задание 14.

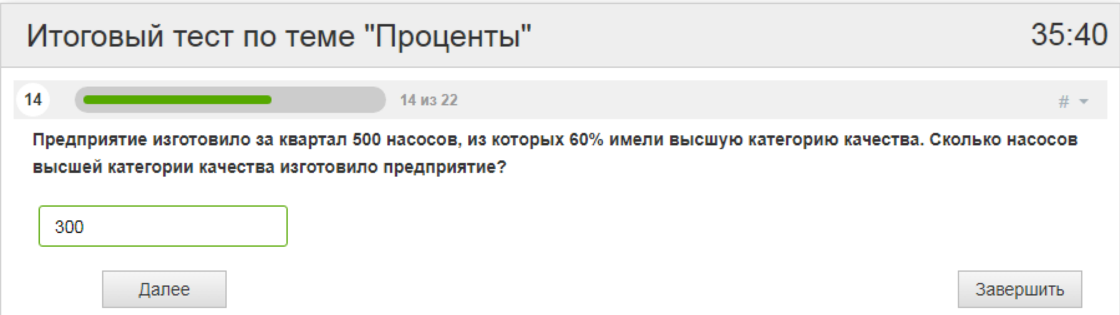


Рисунок 1.15 – Здание 14

На рисунке 1.16 представлено задание 15.

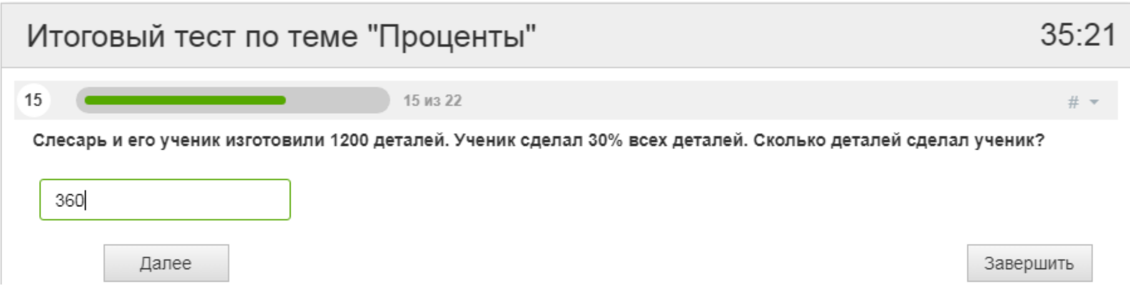


Рисунок 1.16 – Задание 15

На рисунке 1.17 представлено задание 16.

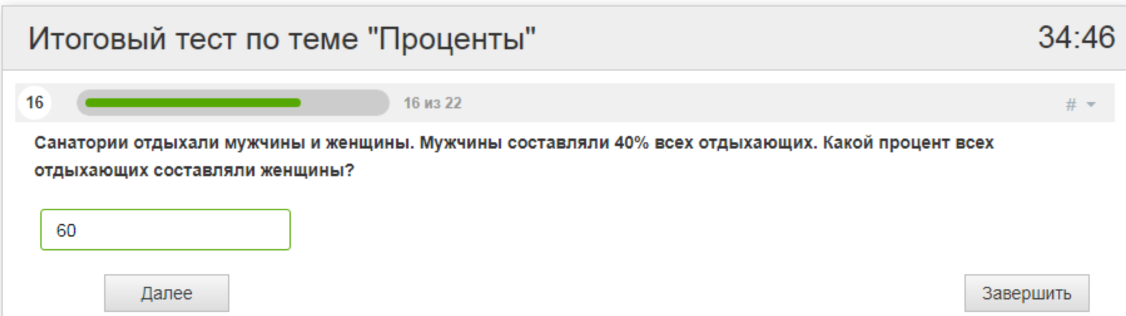


Рисунок 1.17 – Задание 16

На рисунке 1.18 представлено задание 17.

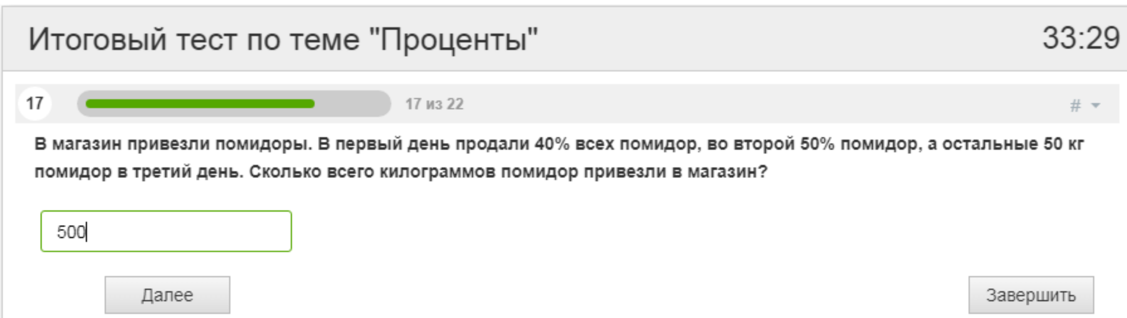


Рисунок 1.18 – Задание 17

На рисунке 1.19 представлено задание 18.

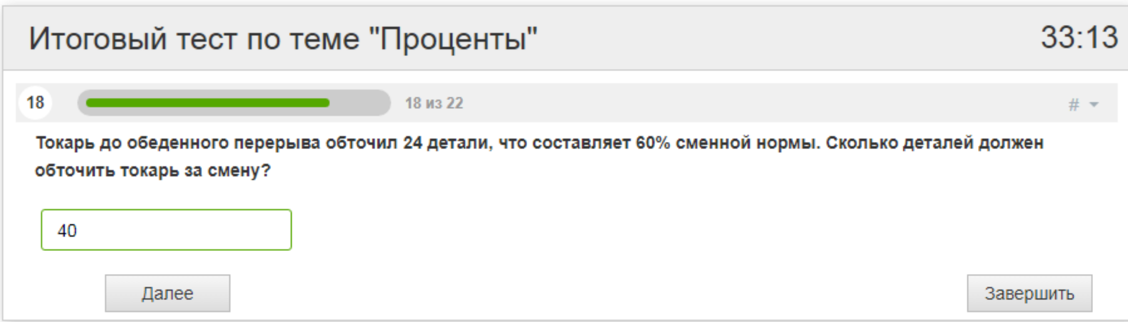


Рисунок 1.19 – Задание 18

На рисунке 1.20 представлено задание 19.

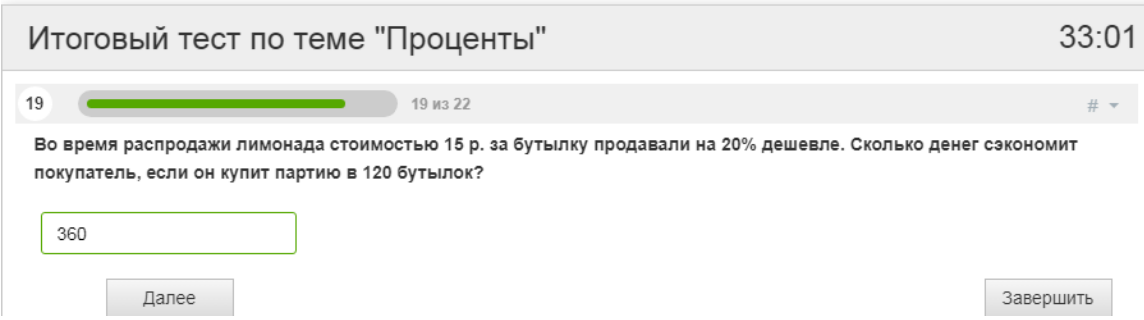


Рисунок 1.20 – Задание 19

На рисунке 1.21 представлено задание 20.

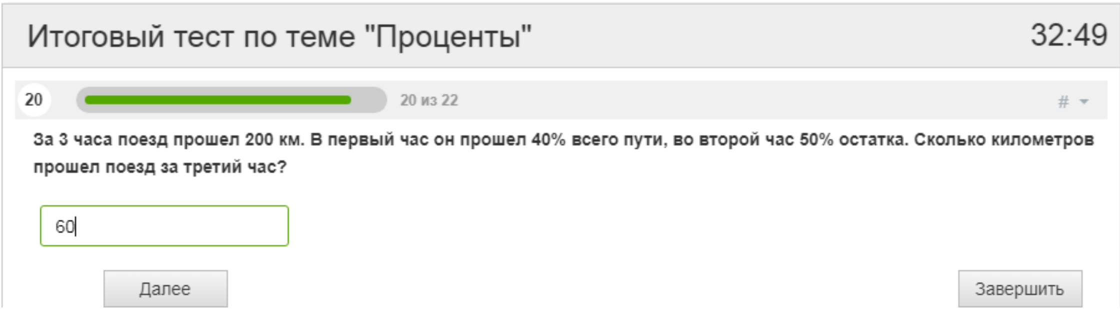


Рисунок 2 – Задание 20

На рисунке 1.22 представлено задание 21.

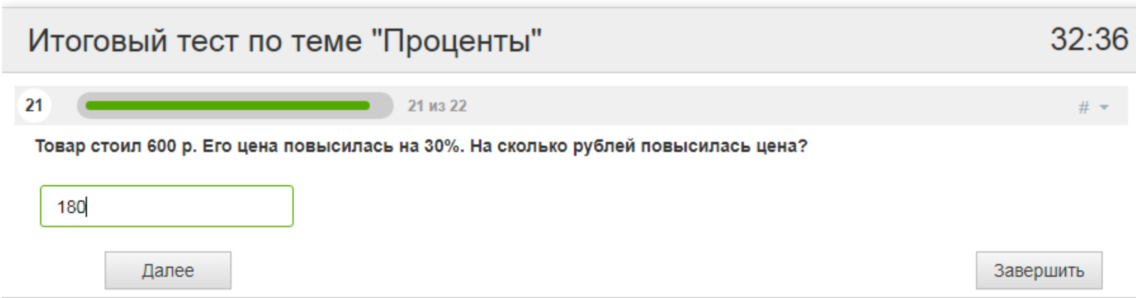


Рисунок 1.22 – Задание 21

На рисунке 1.23 представлено задание 22.

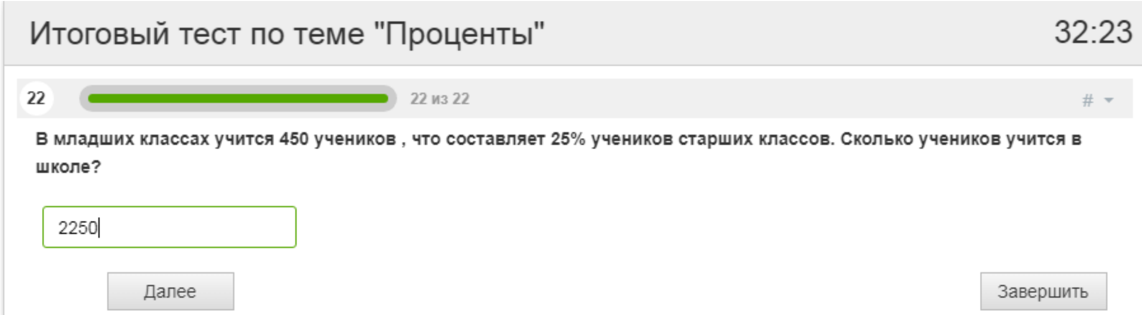


Рисунок 1.23 – Задание 22

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Представление результатов теста для ученика

Результат теста для ученика представлен на рисунке 2.1.

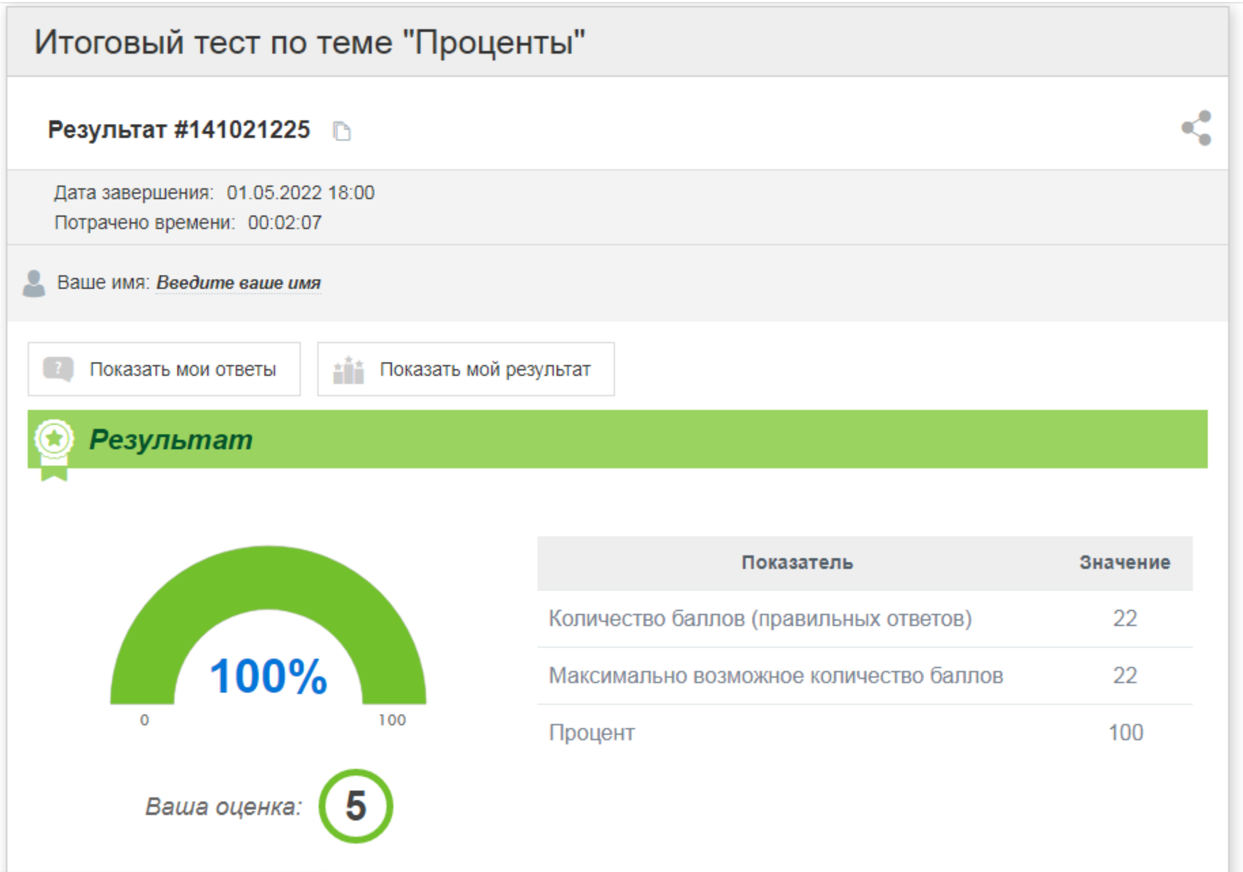


Рисунок 2.1 – Результат теста

Сертификат для ученика представлен на рисунке 2.2.

Рисунок 2.2 – Сертификат

Ответы на тест для ученика представлены на рисунке 2.3.

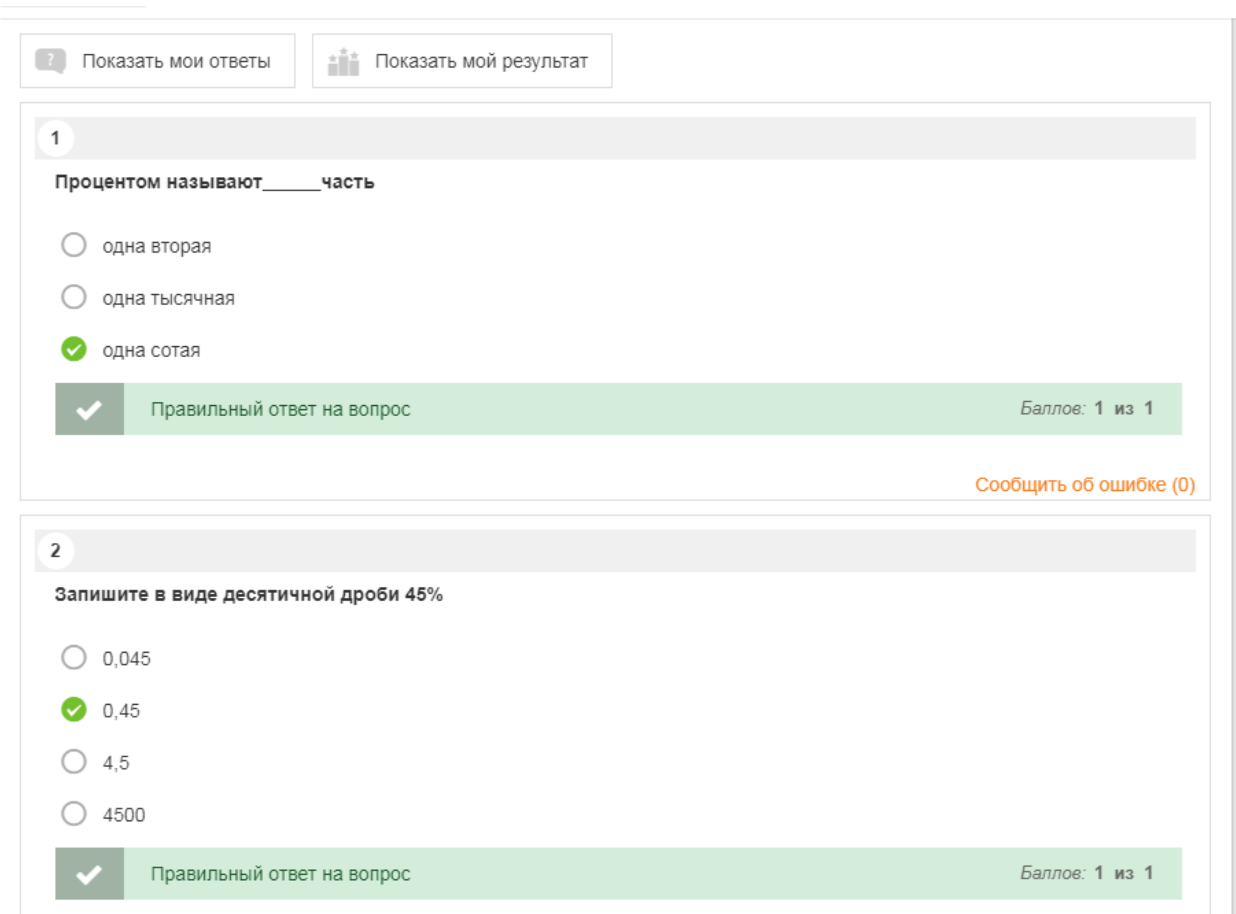


Рисунок 2.3 – Ответы на тест

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Представление результатов теста для учителя

Сводные данные представлены на рисунке 3.1.

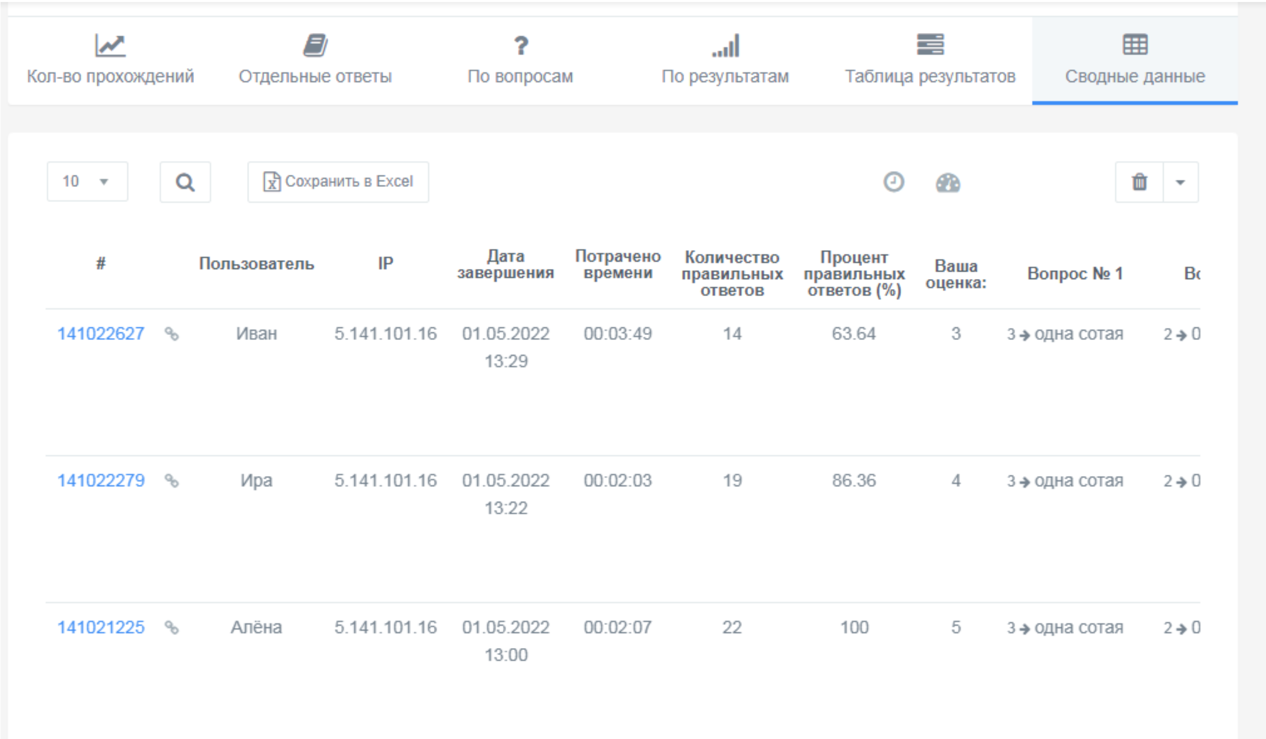


Рисунок 3.1 – Сводные данные

Таблица результатов представлена на рисунке 3.2.

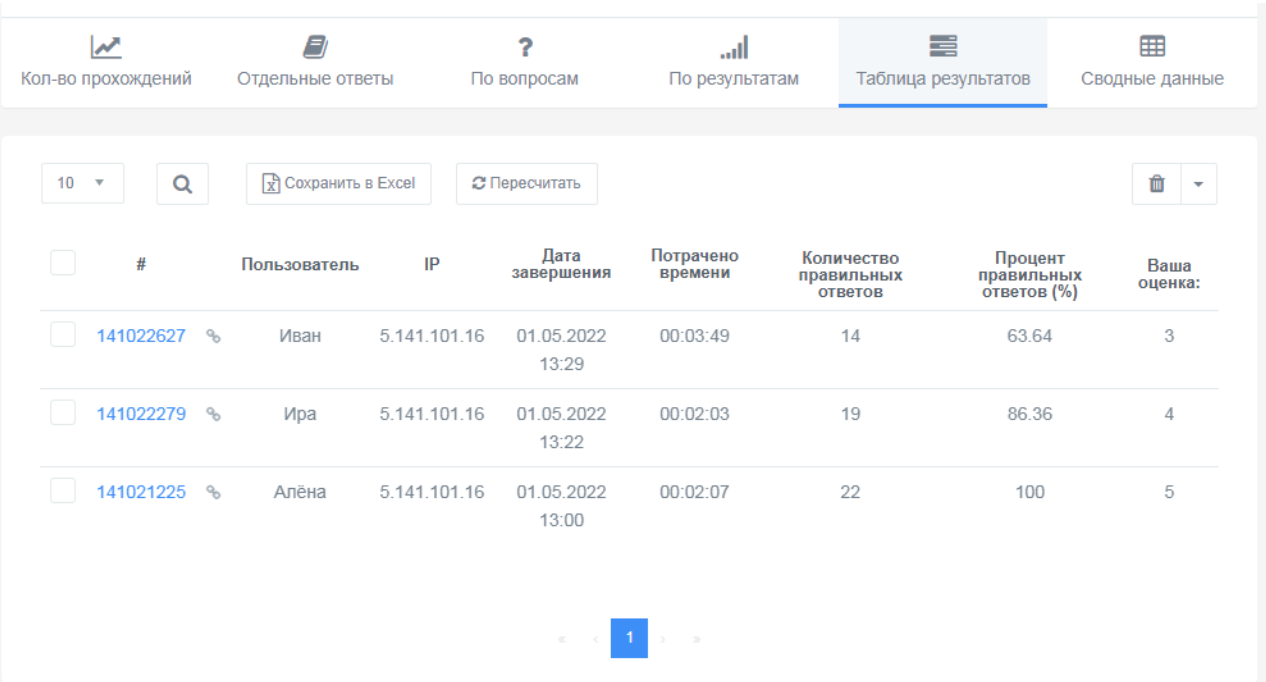


Рисунок 3.2 – Таблица результатов

Excel таблица представлена на рисунке 3.3.

Итоговый тест по теме 'Проценты'

#	№	Пользователь	IP	Дата завершения	Потрачено времени	Количество правильных ответов	Процент правильных ответов (%)	Ваша оценка:
1	141022627	Иван	5.141.101.16	01.05.2022 13:29	0:03:49	14	63,64	3
2	141022279	Ира	5.141.101.16	01.05.2022 13:22	0:02:03	19	86,36	4
3	141021225	Алёна	5.141.101.16	01.05.2022 13:00	0:02:07	22	100	5

Статистика

Рисунок 3.3 – Excel таблица

Диаграмма по результатам представлена на рисунке 3.4.

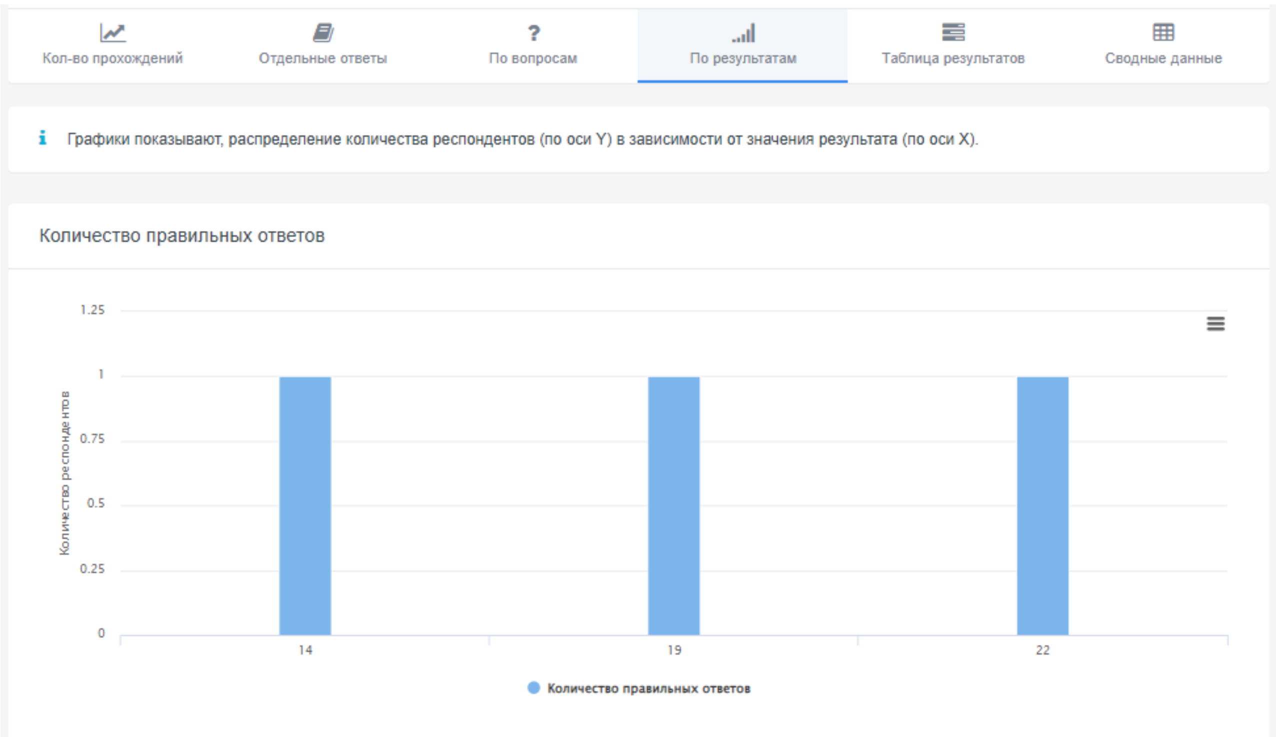
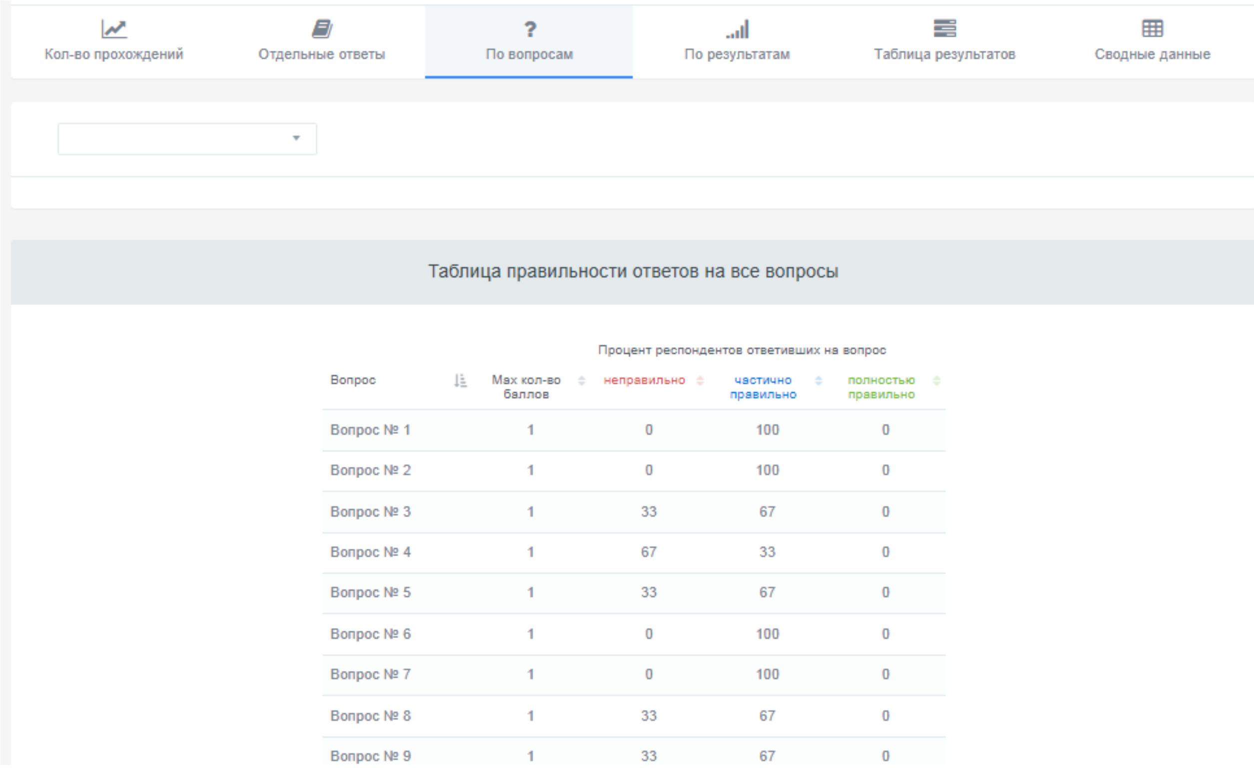


Рисунок 3.4 – По результатам

Таблица правильности ответов на вопросы представлена на рисунке 3.5.



Вопрос	Max кол-во баллов	Процент респондентов ответивших на вопрос: неправильно	частично правильно	полностью правильно
Вопрос № 1	1	0	100	0
Вопрос № 2	1	0	100	0
Вопрос № 3	1	33	67	0
Вопрос № 4	1	67	33	0
Вопрос № 5	1	33	67	0
Вопрос № 6	1	0	100	0
Вопрос № 7	1	0	100	0
Вопрос № 8	1	33	67	0
Вопрос № 9	1	33	67	0

Рисунок 3.5 – По вопросам

Отдельные ответы представлены на рисунке 3.6.

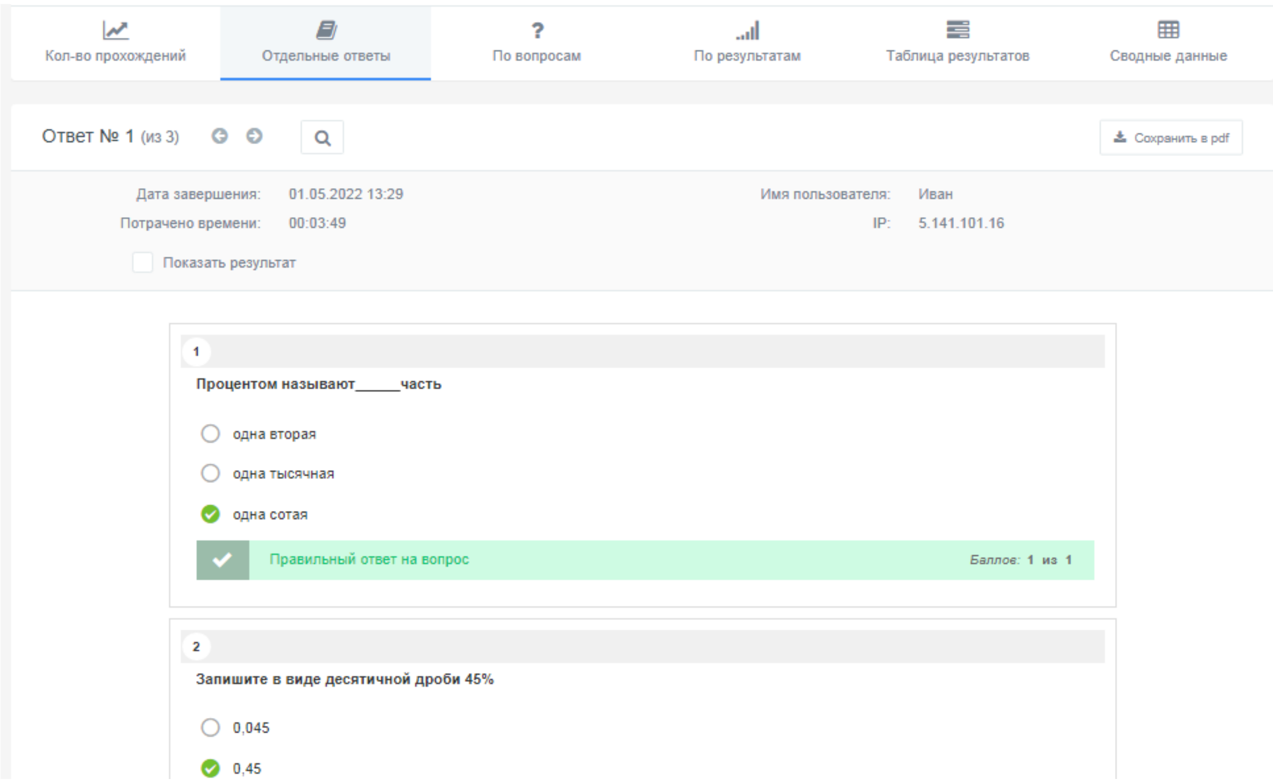


Рисунок 3.6 – Отдельные ответы

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Рабочая тетрадь по математике для 7 классов

Обложка рабочей тетради представлена на рисунке 4.1, задание 1 представлено на рисунке 4.2.

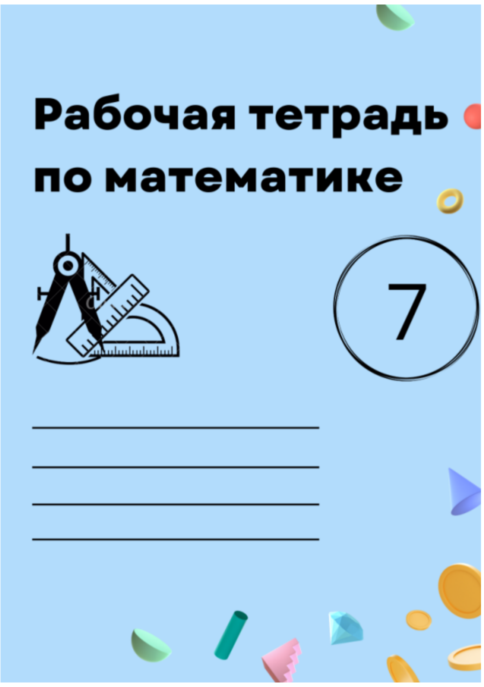


Рисунок 4.1 – Обложка рабочей тетради

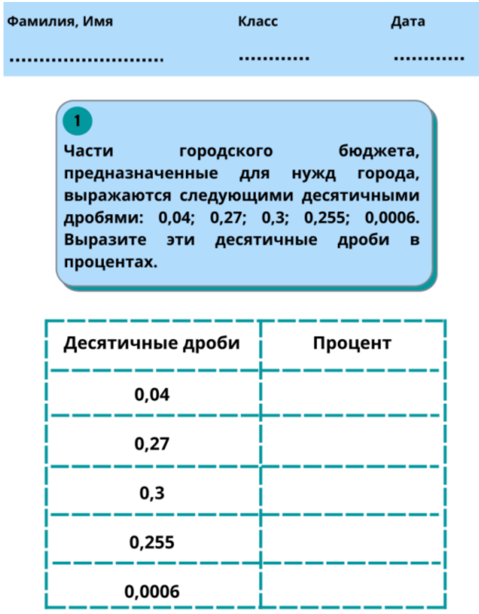


Рисунок 4.2 – Задание 1

Задание 2 представлено на рисунке 4.3 и рисунке 4.4.

Рисунок 4.3 – Задание 2

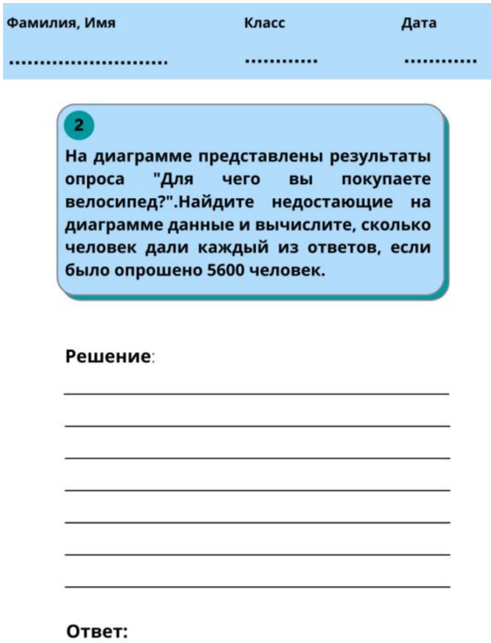


Рисунок 4.4 – Продолжение задания 2

Задание 3 представлено на рисунке 4.5, задание 4 представлено на рисунке 4.6.

Фамилия, Имя	Класс	Дата
....	....	....

3

Крутизна спуска дороги - это отношение высоты подъема дороги к ее горизонтальной протяженности, выраженное в процентах. Найдите крутизну спуска дороги, если высота подъема равна 60 м, а горизонтальная протяженность 1,5 км.

Решение:

____

____

____

Ответ:

Рисунок 4.5 – Задание 3

Фамилия, Имя	Класс	Дата
....	....	....

4

В таблице указаны цены на некоторые товары в мае и декабре. На сколько повысилась или понизилась цена каждого товара в декабре по сравнению с майской ценой? На сколько процентов майская цена была выше или ниже декабрьской? (ответ округлите до единиц?)

Товар	Цена в мае	Цена в декабре
Шарф	340 р.	391 р.
Зонт	550 р.	418 р.
Велосипед	3720 р.	3255 р.

Рисунок 4.6 – Задание 4

Продолжение задания 4 представлено на рисунке 4.7, задание 5 представлено на рисунке 4.8.

Фамилия, Имя	Класс	Дата
....	....	....

4

В таблице указаны цены на некоторые товары в мае и декабре. На сколько повысилась или понизилась цена каждого товара в декабре по сравнению с майской ценой? На сколько процентов майская цена была выше или ниже декабрьской? (ответ округлите до единиц?)

Решение:

____

____

____

____

____

____

____

____

Ответ:

Рисунок 4.7 – Продолжение задания 4

Фамилия, Имя	Класс	Дата
....	....	....

5

Решите задачу, используя схематические рисунки. а) книга дороже альбома на 25%. На сколько процентов альбом дешевле книги? б) Блюдце на 20% дешевле тарелки. На сколько процентов тарелка дороже блюдца?

Образец решения а):

Цена альбома - 100%. Изобразим ее каким- либо отрезком. Увеличим этот отрезок на 25%; получим отрезок, соответствующий цене книги (рис. 1). Теперь цена книги составляет 100% (рис. 2). Цена альбома меньше цены книги на $\frac{1}{5}$.Так как $\frac{1}{5}$ составляет 20%, то альбом дешевле книги на 20%.

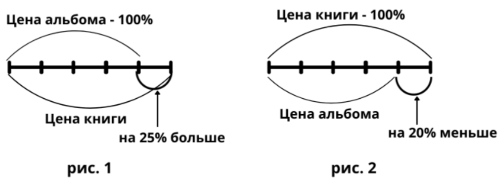


Рисунок 4.8 – Задание 5

Задание 6 представлено на рисунке 4.9, задание 7 представлено на рисунке 4.10.

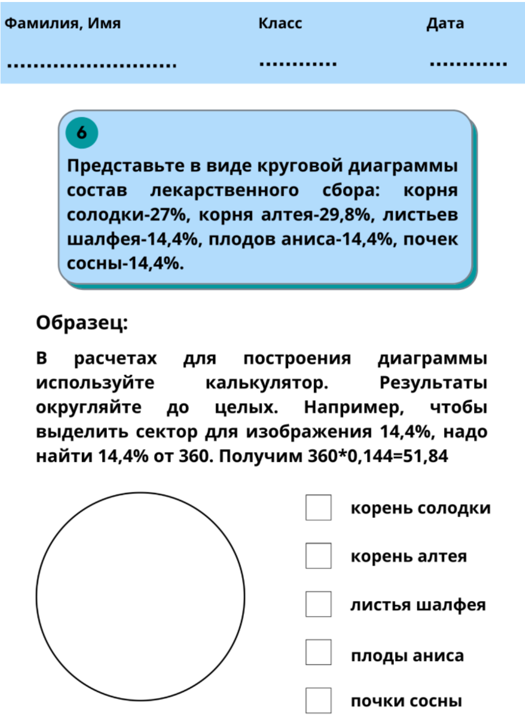


Рисунок 4.9 – Задание 6

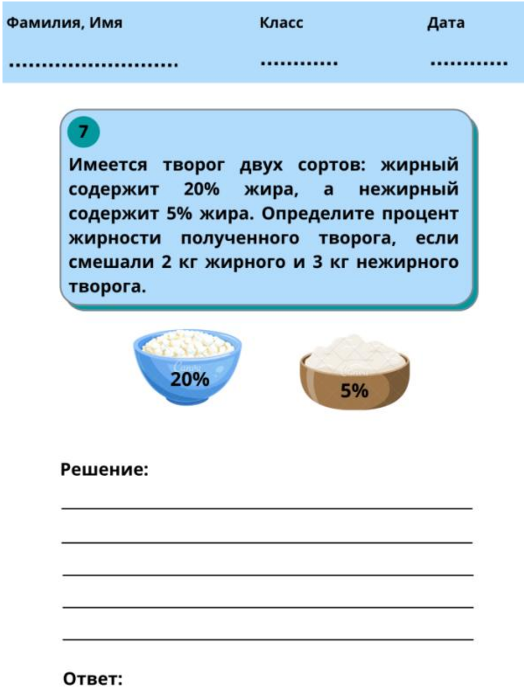


Рисунок 4.10 – Задание 7

Задание 8 представлено на рисунке 4.11, задание 9 представлено на рисунке 4.12.

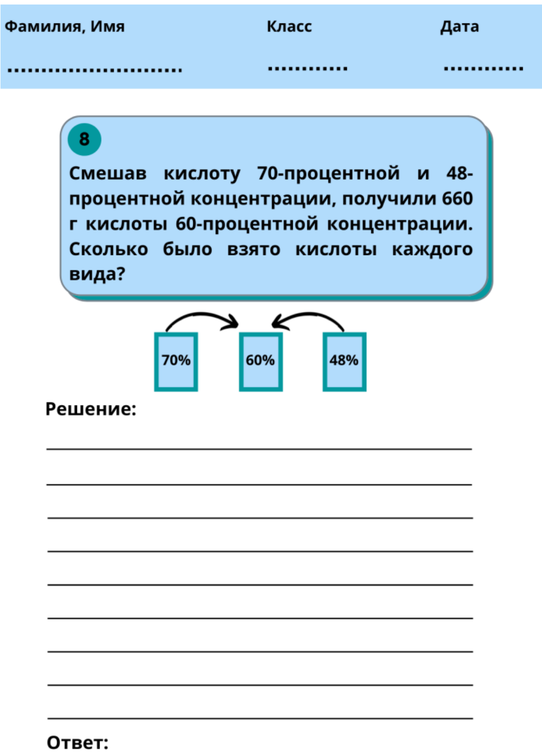


Рисунок 3 – Задание 8

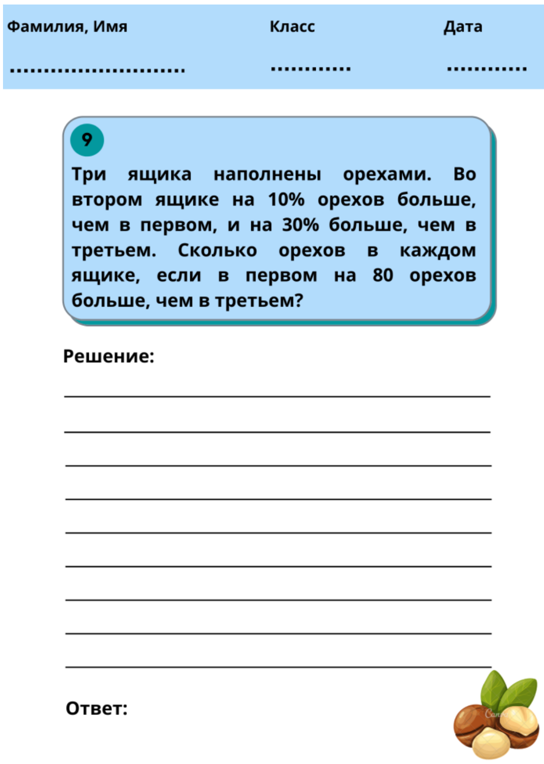


Рисунок 4.12 – Задание 9

Задание 10 представлено на рисунке 4.13.

Фамилия, Имя	Класс	Дата
………………………	…………	…………

10

Написали два числа. Если первое число увеличить на 30%, а второе уменьшить на 10%, то их сумма увеличится на 6. Если же первое число уменьшить на 10%, а второе на 20%, то их сумма уменьшится на 16. какие числа были написаны?

Решение:

Ответ:

Рисунок 4.13 – Задание 10