



МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГТТУ»)

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ, ИНФОРМАТИКИ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Формирование математической грамотности обучающихся на уроках математики в профильных классах

Выпускная квалификационная работа по направлению
44.04.01 Педагогическое образование

Направленность программы магистратуры
«Математическое образование в системе профильной подготовки»
Форма обучения заочная

Проверка на объем заимствований:
76% авторского текста
Работа рекомендована к защите

«23» июня 2024г.

Зав. кафедрой МнМММ
Звягин К.А.

Выполнила:
Студентка группы ЗФ-313-131-2-1
Макарцева Анастасия Алексеевна

Научный руководитель:
канд. пед. наук, доцент
Севостьянова С.А.

Челябинск

2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССОВ.....	10
1.1 История развития понятия «функциональная грамотность» в педагогической теории.....	10
1.2 Понятие «функциональная (математическая) грамотность» в современном образовании.....	15
1.3 Приемы формирования математической грамотности как компонента функциональной.....	19
1.4 Особенности методики обучения математике в профильных классах, способствующие формированию математической грамотности обучающихся.....	24
Выводы по главе 1.....	27
ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА ИНСТРУМЕНТАРИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССОВ.....	30
2.1 Анализ УМК по математике для 9-11 профильных классов.....	30
2.2 Разработка системы задач, направленной на формирование математической грамотности как компонента функциональной у обучающихся профильных классов.....	37
2.3 Разработка контрольно-измерительного инструментария, направленного на оценку сформированности математической грамотности обучающихся профильных классов.....	44
Выводы по главе 2.....	46
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	48
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	51
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	56

ВВЕДЕНИЕ

Одной из национальных целей развития Российской Федерации, определенной Указом Президента РФ, является цифровая трансформация. В рамках национальной цели развития Российской Федерации «Цифровая трансформация» необходимо до 2030 года достичь выполнения четырех показателей, одним из которых является достижение системой образования «цифровой зрелости».

Цифровая трансформация системы начального, основного и среднего образования может стать инструментом решения таких задач образования, как обеспечение индивидуализации и персонализации образовательного маршрута каждого обучающегося, в том числе форм и темпа освоения образовательных программ курсов и дисциплин. Цифровые технологии в качестве инструмента информатизации позволят расширить границы образовательного пространства обучающихся российских школ, сделать его более гибким и доступным.

Суть цифровой трансформации образования – достижение каждым обучающимся необходимых образовательных результатов за счет персонализации образовательного процесса на основе использования растущего потенциала цифровых технологий, включая применение методов искусственного интеллекта, средств виртуальной реальности; развития цифровой образовательной среды; работы с большими объемами данных.

Роль цифровой трансформации образования заключается в смещении акцента с получения предметных знаний на формирование умений применения полученных знаний в реальных условиях жизни современного человека, в том числе и в собственном опыте. Достижение таких образовательных результатов каждым обучающимся является приоритетом настоящего образования, что подтверждается материалами Всемирного экономического форума. Решением рассмотренных проблем рынка труда,

таких как подготовка кадров для цифровой экономики и преодоление негативных тенденций, может стать цифровая трансформация.

Учитывая все вышесказанное, можно сделать вывод о том, что современный мир предъявляет запрос на специалистов, обладающих гибким умом. Работодатели все чаще стремятся привлечь сотрудников, которые легко адаптируются и могут применить и трансформировать свои навыки и знания в новых условиях. В связи с этим государство устанавливает новые требования к выпускникам образовательных учреждений, такие как умение применять знания к жизненным ситуациям, высокий уровень функциональной грамотности.

В федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования в части УУД отражено умение устанавливать существенный признак для классификации, основание для обобщения и сравнения, критерии для проводимого анализа, самостоятельно выбирать способ решения учебной задачи, во ФГОС СОО отражено умение устанавливать существенный признак или основание для сравнения, классификации и обобщения, развитие креативного мышления

Актуальность темы исследования так же объясняет факт роста влияния сферы информационных технологий и наличия дистанционной формы обучения, характеризующейся автономией обучающихся в образовательном процессе. Неотъемлемой частью данной формы обучения является самостоятельное изучение большого объема информации, представленную в различных формах (текст, таблицы, графики и диаграммы). Способность работы с различными видами информации – один из результатов процесса формирования функциональной грамотности, а именно – математической.

Формирование математической грамотности достигается путем формирования определенных УУД (смысловое чтение, выбор оптимального решения, математическое моделирование и т.д.).

Наибольшим потенциалом формирования математической грамотности как компонента функциональной обладают профильные физико-математические классы, так как они изучают математику большую часть времени и на более глубоком уровне.

Противоречие заключается в необходимости повышения уровня «формирования математической грамотности обучающихся профильных классов, которое обусловлено измененными требованиями к качеству образования выпускников школ, увеличивающимся объемом получаемой информации, и недостаточной разработкой методической теории, обеспечивающей повышение уровня математической грамотности как компонента функциональной».

Данное противоречие позволило сформулировать проблему диссертационного исследования: формирование математической грамотности обучающихся на уроках математики в профильных классах.

Цель исследования: разработать методический инструментарий, направленный на формирование функциональной грамотности обучающихся профильных классов.

Объект исследования: процесс обучения математике в профильных классах.

Предмет исследования: функциональная грамотность, формируемая в условиях обучения математике в профильных классах.

Гипотеза исследования: процесс формирования математической грамотности, как компонента функциональной, будет эффективным, если на уроках математики использовать систему задач, включающую задания на формирование навыков смыслового чтения, задания на формирование умений, входящих в состав приема «математическое моделирование».

В соответствии с целью, определением объекта и предмета исследования в работе поставлены и реализуются следующие задачи:

1. Изучить содержательные и методологические основы формирования функциональной грамотности на уроках математики.

2. Выявить возможности математической дисциплины для формирования математической грамотности как компонента функциональной у обучающихся профильных классов.

3. Разработать алгоритм работы и систему задач, направленных на формирование математической грамотности у обучающихся профильных классов.

4. Разработать контрольно-измерительный инструментарий, критерии оценки и показатели сформированности математической грамотности обучающихся профильных классов.

5. Внедрить систему задач, алгоритм и инструментарий в процесс обучения математике, определить эффективность их реализации.

Для реализации поставленных задач были использованы следующие методы исследования:

– анализ научной и учебно-методической литературы по теме исследования;

– педагогический эксперимент (констатирующий, формирующий, контрольный) с целью проверки эффективности опытно-экспериментального исследования повышения математической грамотности у обучающихся профильных классов в процессе обучения математике;

– тестирование;

– статистическая обработка полученных данных.

Основные этапы исследования:

1. Анализ ранее выполненных исследований по теме диссертации; анализ школьных программ и учебников по математике, нормативных документов; анализ опыта работы школы по данной теме.

2. Определение теоретических и методических основ исследования по теме диссертации.

3. Сбор первичных данных контрольной и экспериментальной групп 9-х классов; разработка алгоритма работы и системы задач,

направленных на формирование математической грамотности у обучающихся 9-х классов и профильных 10-11 классов; разработка контрольно-измерительного материала.

4. Проведение педагогического эксперимента в 10-х профильных классах и обработка полученных результатов.

5. Оформление диссертации, корректировка ранее представленного материала, уточнение аппарата исследования, описание результатов экспериментальной работы, формулирование выводов по главам.

Опытно-экспериментальная база исследования: Муниципальное общеобразовательное бюджетное учреждение «Средняя общеобразовательная школа «Бугровский центр образования №2» Всеволожского района Ленинградской области. В эксперименте приняли участие 31 обучающийся старшего школьного возраста, обучающихся сначала в девятом, а затем в десятом классе.

Научная новизна исследования заключается в предложенных алгоритмах работы с задачами математической грамотности и системе задач, направленных на формирование математической грамотности обучающихся при обучении математике в профильных классах.

Теоретическая значимость исследования состоит в следующих положениях:

- раскрыты понятие и сущность математической грамотности как компонента функциональной в системе современного образования;
- выявлены методические особенности формирования математической грамотности обучающихся при обучении математике предпрофильных и профильных классов.

Практическая значимость исследования определяется разработкой:

- методических рекомендаций и алгоритма работы с задачами математической грамотности (исследования PISA);
- системы задач, направленных на формирование математической грамотности у обучающихся профильных классов;

– контрольно-измерительный инструментарий, критериях оценки и показателях сформированности математической грамотности обучающихся профильных классов.

Личное участие автора в организации и проведении исследования состоит в определении методических рекомендаций по формированию математической грамотности обучающихся на уроках математики в профильных классах; разработке системы задач, направленных на формирование математической грамотности у обучающихся профильных классов, контрольно-измерительного инструментария и алгоритма работы с задачами математической грамотности; в описании результатов экспериментальной работы.

Апробация и внедрение результатов работы велись в течение всего исследования. Экспериментальная проверка предлагаемых методических рекомендаций была осуществлена в период производственной практики (научно-исследовательской работы) и преддипломной практики на базе кафедры математики и методики обучения математике Южно-Уральского государственного гуманитарно-педагогического университета, а также в период работы учителем математики на базе МОБУ «СОШ «Бугровский ЦО №2» п. Бугры, Ленинградской области.

Теоретические выводы и практические результаты исследования представлены в 1 публикации в сборнике «Исследования молодых ученых» 37 Международной научной конференции [11] (апрель 2022 г., Казань).

На защиту выносятся:

1. Методические рекомендации по работе с задачами математической грамотности при обучении математики обучающихся профильных классов в общеобразовательной школе.

2. Содержание методической разработки, включающую систему задач, направленных на формирование математической грамотности (умение работать с информацией, математическое моделирование),

контрольно-измерительные материалы и критерии оценки уровня сформированности названных УУД у обучающихся профильных классов при обучении математике.

Структура магистерской диссертации: работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка используемой литературы. Основной текст работы изложен на 59 страницах.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССОВ

1.1 История развития понятия «функциональная грамотность» в педагогической теории

Вопросом повышения общего уровня грамотности населения и устранением безграмотности человечество интересуется на протяжении многих лет. В период 1950-1960-х годов вопрос ликвидации безграмотности стоял особенно остро. В 1957 г. в документах ЮНЕСКО наряду с понятиями «минимальная грамотность» и «грамотность» прозвучал термин «функциональная грамотность». Данный термин включал в себя умения читать, писать и считать (базовые умения, применяемые людьми на протяжении всей жизни). Далее данный термин стал использоваться в многочисленных исследованиях, посвященных вопросам грамотности населения.

В.В. Гаврилюк, Л. Рождественская и И. Логвина утверждают, что понятие было введено в 1957 году, однако в некоторых источниках отмечают, что термин «функциональная грамотность» был предложен в период 8-19 сентября 1965 года в г. Тегеране на Всемирном конгрессе министров просвещения по устранению неграмотности.

Исходя из отмеченного нами выше, термин «функциональная грамотность» изначально включал в себя владение письменной и устной речью, навыки чтения и счета. Для повышения уровня функциональной грамотности разрабатывались, а затем реализовывались программы, которые включали в себя содержание и методы обучения знакомому кругу практически используемых знаний.

Грамотность исторически давно считалась одним из факторов социального благополучия. Об этом свидетельствуют диссертации, в том числе И.В. Шутовой, а также документы Всемирной экспериментальной

программы распространения грамотности (1967-1973 гг.). В широком смысле грамотность можно понимать, как владение навыками устной и письменной речи в соответствии с нормами литературного языка [9].

Если обратиться к документам Всемирной экспериментальной программы распространения грамотности (1967-1973 гг.), то в качестве основной идеи функциональной грамотности рассматривается возможность связать процесс получения знаний и умений и повышение производительного труда, а также с улучшением условий жизни работника и его семьи. Особенную ценность грамотность приобретала для тех сфер жизни общества, где она являлась основной мерой производительности труда и инструментом усовершенствования производства, важной компетенцией. В дальнейшем экономический подход к повышению грамотности населения включил в себя социально-культурный аспект. Изменение к применению сугубо экономического подхода к понятию функциональной грамотности можно наблюдать в документах с обсуждения на III Международной конференции (1972 г.) по образованию взрослых о необходимости связи функциональной грамотности с социальным, политическим, экономическим и культурным развитием.

Проблема низкого уровня функциональной грамотности волновало не одно государство. Ее решение носило глобальный, международный характер. Об этом свидетельствуют данные Национальной комиссии качества образования в США (в 1983 г. 23 млн. взрослых и 13 % 17-летних были функционально неграмотны), Тигриране (Иране), Казахстане, РФ и т.д.

С появлением обсуждений, процессом изучения формирования функциональной грамотности содержание данного термина менялось. Учитывая, что на начало XXI века понятие «функциональная грамотность» связана с повышением уровня владения письменного слова и общего образования, интересы человека, как элемента общества, смещаются в сторону повышения уровня его образованности, чтобы функционировать в

мире. Всеобщая значимость этой проблемы подчеркивается тем, что ЮНЕСКО объявила 1990 год Международным годом грамотности.

Переход к новому типу общества всегда сопровождалось изменениями в деятельности людей, возникновением необходимости приспосабливаться к новым инструментам труда (как физического, так и интеллектуального). В период становления постиндустриального (информационного) общества наблюдается стремительное развитие компьютерных технологий. Общество осознает недостаточность определения «традиционная элементарная грамотность», которое давалось в рекомендациях ЮНЕСКО (уровень владения письменным словом, позволяющим написать и прочитать простой текст на тему из своей повседневной жизни).

А.С. Тангян дает функциональной грамотности следующее определение: «Минимальная функциональная грамотность означает повышаемый по мере развития общества и роста потребностей человека уровень знаний, в частности, умения читать и писать, необходимый для обладающего полными правами и эффективного участия в экономической, политической, гражданской, общественной и культурной жизни своего общества и своей страны для поддержания их прогресса и для собственного развития». Постиндустриальный тип общества основывался на развитии и внедрении информационных технологий в повседневную жизнь человека.

Используя факторы изменения понятия функциональной грамотности (соотношение функциональной и традиционной грамотности, изменение ее структуры и основных функций, преимущественный характер функционального знания), а также документы работ международных симпозиумов, сессий ЮНЕСКО, работ ученых (В.А. Ермоленко, А.М. Новикова, С.А. Тангяна, Г. Хинцена и др.), можем выделить четыре этапа развития понятия, представленных в Таблице 1. Они характеризуют не только изменение содержание понятия, но и его

связь с традиционной грамотностью, переход от дополнительного элемента к самостоятельной единице.

Таблица 1 – Этапы развития понятия «Функциональная грамотность»

Этап	Характеристика этапа
1	2
1-й этап (конец 1960-х-начало 1970-х гг.)	Функциональная грамотность не представляет собой самостоятельную единицу, являясь дополнением «традиционной грамотности»; методом повышения функциональной грамотности является обеспечение связи процессов овладения грамотного чтения и письма, повышение производительности труда, улучшением условий жизни работника и его семьи
2-й этап (середина 1970-х-начало 1980-х гг.)	Изучение явления функциональной грамотности переходит в поиск решения проблемы ее низкого уровня на международном уровне; начинает существовать автономно от традиционной грамотности, отделяется от нее; понятие расширяется и наполняется новым содержанием с учетом всех сторон общественной жизни (экономической, политической, гражданской, общественной, культурной); введение понятия «функционально неграмотный человек»
3-й этап (середина 1980-х-конец 1990-х гг.)	Осознание связи между уровнем формирования функциональной грамотности с изменениями на рынке труда, совершенствованием умений письменной речи и общим образованием; традиционная грамотность рассматривается как сторона функциональной
4-й этап (начало XXI века)	Изменения в содержании функциональной грамотности при переходе к новому типу общества – постиндустриальному; осознание функциональной грамотности как инструмента повышения уровня жизни, адаптации к постоянно меняющимся условиям современного мира

В процессе развития информационных технологий и их внедрения в модель современного образования произошло четкое разделение базовой и функциональной грамотности. В связи с этим грамотность приобрела новое значение. Ее начали понимать не только как совокупность знаний и умений, приобретаемых человеком в процессе обучения, но и как всестороннюю компетентность. Функциональную грамотность определили, как «определенный уровень образованности учащихся, показывающий степень готовности в овладении ими ключевыми компетенциями, способами приобретения знаний и работы с информацией, способностью многократно переквалифицироваться в течение жизни». Это и стало предметом педагогических исследований и объектом внимания учителей в ежедневной образовательной деятельности [13].

Достаточно полное и всесторонне раскрытое определение функциональной грамотности дано в современном пособии Л. Рождественской и И. Логвиной, предназначенной для учителей: способность человека использовать навыки чтения и письма в условиях его взаимодействия с социумом (оформить счет в банке, прочитать инструкцию, заполнить анкету обратной связи и т.д.), то есть это тот уровень грамотности, который дает человеку возможность вступать в отношения с внешней средой и максимально быстро адаптироваться и функционировать в ней.

В период 2000-х годов Валентина Сергеевна Безрукова — доктор педагогических наук, профессор, многие годы работающая в области методологии педагогики над проблемами развития понятийно-терминологического аппарата педагогики, внесла определенные коррективы в понятие, применяя термины «способ» и «ступень». Оба варианта определения профессора начали активно применять: в первом варианте было использовано в начале 10-х годов XXI века казахстанскими составителями «Национального плана действий по развитию функциональной грамотности школьников на 2012-2016 годы», во втором варианте – исследователи данного термина.

Исследователи стали использовать и развивать определение функциональной грамотности через базовое понятие «ступень». Такой подход сохраняется и в настоящее время. Однако на данном этапе эволюция понятия не останавливается и уже в работе Л. Рождественской и И. Логвиной вновь используется двойной подход: через базовое понятие «уровень» и дополнительное понятие «способность».

В период 2000-х годов использование двойного подхода к определению понятия «функциональная грамотность», одним из которых была опора на базовое понятие «способность», было связано с действующей парадигмой образования – компетентностной. В ее основе заложено определение образовательных результатов как компетенций и

компетентностей. Названные понятия так же, как и функциональная грамотность, опирались на базовое понятие «способность», а именно: компетентность – это способность осуществлять деятельность с качеством, получение результатов на уровне определенных стандартов; компетенция – это способность выполнить действия с качеством, соответствующим стандартам и общественным ожиданиям.

Таким образом, понятие функциональной грамотности было неоднозначным на протяжении всего периода изучения. Ее определяли через такие базовые понятия, как «способ», «ступень», «уровень» и «способность».

Современное образование под функциональной грамотностью понимает умение человека использовать полученные знания в реальных жизненных ситуациях. Данные умения позволяют быстро адаптироваться к постоянно изменяющимся условиям жизни и труда, что особенно важно в век информационных технологий и искусственного интеллекта. Стоит отметить, что ФГОС третьего поколения определяют функциональную грамотность как способность решать учебные задачи и жизненные ситуации на основе сформированных предметных, метапредметных и универсальных способов деятельности. Функциональная грамотность вошла в состав государственных гарантий качества основного общего образования.

1.2 Понятие «функциональная (математическая) грамотность» в современном образовании

Как было отмечено нами выше, функциональная грамотность – это способность использовать знания, умения, способы действий для решения широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений. Ее рассматривают с точки зрения совокупности пяти направлений: математической, финансовой, естественно-научной, креативного мышления и глобальных

компетенций. Мы уделили большее внимание математической грамотности и факторам, влияющим на ее формирование.

В международных исследованиях, таких как TIMSS и PISA, математическая грамотность определяется как «способность индивидуума проводить математические рассуждения, формулировать, применять, интерпретировать математику для решения реальных проблем».

Сегодня математическая грамотность включена в приоритетные цели обучения математике в 5-9-х классах, и в Примерной рабочей программе ООО предмета «Математика» сформулировано требование формировать функциональную математическую грамотность, которая включает в себя умения распознавать математические объекты и закономерности в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявление зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, интерпретировать полученные результаты.

Математическая грамотность включает в себя 4 основные составляющие:

- контекст (особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в задании в рамках описанной ситуации: личный, общественный, профессиональный и научный);

- формулировать (способность распознавать и выявлять возможности использовать математику, создавать математическую модель, отражающую особенности описанной ситуации);

- применять (способность применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения и инструменты для получения выводов и решения);

- интерпретировать (способность размышлять над математическим решением или результатом, интерпретировать их и оценивать в контексте реальной проблемы).

Также в рамках процесса формирования математической грамотности необходимо рассмотреть содержательные области, которые включены в модель математической грамотности: изменения и зависимости (задания, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, т.е. с алгебраическим материалом), пространство и форма (задания, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям, т.е. к геометрическому материалу), количество (задания, связанные с числами и отношениями между ними, т.е. арифметика), неопределенность и данные (область охватывает вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов вероятности и статистики).

Формирование математической грамотности также обладает перечнем предметных умений, которыми необходимо овладеть учащимся. К ним относятся предметные умения, формируемые при изучении следующих тем: алгебраические выражения, система координат, числа и единицы измерения, проценты, отношения и пропорции, принципы подсчетов, набор данных, выборки и составление выборок, функции, уравнения и неравенства, арифметические и алгебраические операции, оценка, изменчивость данных и ее описание, случайность и вероятность. Перечень данных тем несколько уже, чем программа ООО и СОО, что является естественным. Задачи, которые решают обучающиеся по программам ООО и СОО способствуют в большей степени не только решению реальных ситуаций, но и развитию умений для будущей профессии, исследовательской работы.

Перечень данных тем обновляется каждые три года, так как постепенно расширяется круг вопросов, при решении которых необходимо использовать математический аппарат (явления роста; геометрическая аппроксимация свойств нестандартных объектов путем на знакомые;

компьютерное моделирование; принятие решений в ситуациях неопределенности).

Задания, направленные на формирование математической грамотности как компонента функциональной, отличаются особенными характеристиками, которые выделяют их из списка математических задач. Во-первых, задачи поставлены вне предметной области, однако решаемые с помощью инструментов математики. Во-вторых, содержание задачи близко к вопросам личного повседневного опыта людей, что отражается на третьей характеристике – изложение кратким и понятным языком. Последняя записанная особенность повлияла на возникновение следующей – необходимость обязательного перевода с языка реальной проблемы на язык предметной области. Все вышеперечисленные характеристики задач по математической грамотности определили характер заданий, заключенный в последней характеристике – отсутствие возможности запомнить все типы заданий, то есть «натаскивания» на решение. Модель задания по формированию и оценке математической грамотности представлена на Рисунке 1.



Рисунок 1 – Модель заданий по формированию и оценке математической грамотности

Для оценки уровня формирования функциональной математической грамотности обучающихся используют уровневую систему. Нами были

определены характеристики умений учащихся, соответствующие трем уровням: низкому, среднему и высокому.

Обучающиеся с низким уровнем формирования функциональной математической грамотности характеризуются умением выполнять простые математические действия, а также способностью отвечать на вопросы в знакомых ситуациях.

Обучающиеся со средним уровнем формирования математической грамотности кроме вышеперечисленных умений способны интерпретировать и распознавать изученные задачи в контексте новых, незнакомых задач; работать с большим объемом информации, а также создавать математические модели рассматриваемых ситуаций, распознавать их ограничения и устанавливать допущения, выбирать наиболее рациональные пути решения сформулированных задач.

Высокий уровень формирования математической грамотности предполагает наличие развитых умений осмысления, обобщения и анализа входных данных и результатов решения, моделирования сложных проблемных ситуаций.

Исходя из выделенных уровней формирования математической грамотности, можно выделить умения, составляющие основу ее оценки: решение практико-ориентированных задач; анализ представленного текста задачи; работа с информацией, представленной в различной форме в контексте конкретной задачи.

Таким образом, изучив сущность и понятие математической грамотности как компонента функциональной, мы можем предложить приемы ее формирования в процессе обучения математике обучающихся физико-математических классов.

1.3 Приемы формирования математической грамотности как компонента функциональной

Как мы уже отметили, формирование математической грамотности достигается путем формирования определенных УУД (смысловое чтение, выбор оптимального решения, математическое моделирование и т.д.). В связи с чем определяются подходы и методы, применяемые при обучении математике, обеспечивающие условия для усвоения обучающимися данных УУД. К подходам обучения можно отнести интеграцию теоретических и практических знаний; личный опыт обучающихся и значимость математических знаний для него; демонстрация межпредметных связей; обучение метадеятельности. Все эти подходы отражены в содержании задач по математической грамотности, примеры которых представлены в открытом банке заданий исследования PISA.

Использование различных моделей заданий в процессе развития математической грамотности помогает учащимся, с одной стороны, осваивать различные способы представления информации, сравнивая их и выявляя наиболее целесообразные для решения конкретного задания. А с другой, трансформация различных видов моделей помогает более осознанному выявлению и пониманию содержащейся в задании математической информации. Выделим основные затруднения, с которыми может столкнуться обучающийся при работе с математическими моделями.

Первая проблема состоит в математизации предложенного текста, т.е. выделение понятий, объектов, закономерностей, связей. Вторая трудность — составление математической модели и обоснование ее выбора. Третья трудность — это решение математической модели наиболее рациональным способом.

Для преодоления этих трудностей необходимо организовать целенаправленную работу по обучению математическому моделированию, которую мы рассмотрим далее, а также применять специальную систему заданий, которую мы представим во второй главе нашей диссертации.

Особенности задания по математической грамотности можно использовать не только в качестве инструмента повышения уровня математической грамотности, но и для стимулирования познавательного интереса учащихся.

Использование подобных заданий в процессе обучения математике позволит создать дополнительное условие для развития навыков математического моделирования, применяемое на разных этапах работы с различными темами: освоение нового материала, закрепления и обобщения. Рассмотрим более подробно умение математического моделирования.

Процесс математического моделирования включает в себя пять основных этапов. Первый – это математизация информации, т.е. перевод данных рассматриваемой задачи на язык математических понятий, которые отражены в условии задачи. Стоит заострить внимание на указанных единицах измерения (для большего интереса стоит использовать разные единицы измерения, что позволит еще раз закрепить их в долгосрочной памяти).

Второй этап – это установление функциональной зависимости между представленными величинами. Для развития умения работы с формулами будет целесообразным приведение примеров закономерностей и функциональных зависимостей из жизненного опыта обучающихся.

Третий этап – составление собственно математической задачи (уравнения, неравенства, системы уравнений и т.д.) и ее обязательное обоснование. Решение задачи не должно включать в себя длинных вычислений, оно должно быть понятным и лаконичным.

Четвертый этап – интерпретация полученных результатов как в форме математических рассуждений, так и в форме условий решаемой задачи.

Пятый этап – составление обобщенной модели, содержащей буквенную символику или переменные. В обобщенной модели может

быть, как одна, так и большее количество переменных. Однако для последовательного формирования умения математического моделирования будет целесообразным постепенного увеличения объема переменных, начиная с одной. Также стоит рассмотреть задачу с такими данными, чтобы решений в итоге не оказалось, чтобы обсудить причины отсутствия решения.

Представим предлагаемую методику на следующем примере.

Задача «Деревья»

Уменьшение лесного массива по причине лесных пожаров и вырубки оказывает большое влияние на ухудшение экологии планеты. Чтобы сократить эти негативные эффекты в России проводятся работы по лесовосстановлению. В 2021 году в 6 регионах России были проведены работы по лесовосстановлению на 56 млн рублей, а в этом году планируется увеличить объем выделенных средств на 25% выше показателя предыдущего года. На эти средства будут выполнены работы на площади 23,3 тыс. га, которые включают высадку около 4,5 тыс. сеянцев сосны и ели, а также более тонны семян деревьев хвойных пород. Во сколько приблизительно обходится высадка 1 сеянца, если работы по высадке тонн семян не превышают 10 млн рублей?

План работы с задачей представлен в Таблице 2.

Таблица 2 – План работы с задачей

Этап работы с задачей	Описание этапа	Работа с учащимися
1	2	3
Математизация информации, т.е. перевод данных в математические величины	Математические величины: стоимость работ, площадь лесовосстановления, цена 1 сеянца, количество сеянцев	Обсуждение с учащимися, в каких единицах измерения выражаются данные величины
Выявление связи и зависимости между величинами	Использование наводящих вопросов для поиска решения: как изменилась стоимость работ; из чего она складывается; как образуется стоимость работы по высадке 4,5 тыс. сеянцев; как участвует в задаче площадь высадки?	Обсуждение вопросов с учащимися

Продолжение таблицы 2

1	2	3
Составление математической модели	<p>Для рассматриваемой задачи составляем неравенство:</p> $x \cdot 4500 + 10 \leq 56 \cdot 1 + 56 \cdot 0,2$ <p>В левой части неравенства должно находиться выражение, отражающее фактические затраты на посадку сеянцев и семян; в правой части – выделенный объем средств, состоящий из суммы, которая была потрачена в 2021 году и дополнительных средств в размере 20% от этой суммы.</p> <p>Решая неравенство, получаем:</p> $x \leq 12\,711,1111$	<p>Важно, чтобы учащиеся увидели связь между используемыми в тексте задания словами и их отражением в модели. Так использование слов «не превышает», «приблизительно» позволяет предположить, что необходимо использовать неравенство</p>
Интерпретация полученных результатов	<p>Учитывать, что x цена за высадку одного сеянца</p>	<p>Необходимо проанализировать полученное в ходе решения математической задачи значение, акцентируя внимание, что в реальной ситуации это значение, возможно, следует округлить, задав определенную точность</p>
Составление обобщенной модели	<p>Для любой лесопосадки, на которой производится высадка сеянцев и семян справедливо:</p> $x \cdot y + z \leq A \cdot 1 + A \cdot n$ <p>где x – цена сеянца, y – количество сеянцев, z – стоимость работ по высадке семян, A – количество выделенных средств в прошлом году, n – процент увеличенных средств.</p>	<p>Использовать задачи, возникающие в повседневной жизни обучающихся, а не академические задачи</p>

Отметим, что для успешного формирования умений математической грамотности целесообразно использовать задачи, возникающие в повседневной жизни обучающихся, а не академические задачи. Используя данное правило, формулируем текст проблемной ситуации.

1.4 Особенности методики обучения математике в профильных классах, способствующие формированию математической грамотности обучающихся

Старшая школа в процессе модернизации образования подвергается самым существенным структурным, организационным и содержательным изменениям. Социально-педагогическая суть этих изменений - обеспечение наибольшей личностной направленности и вариативности образования, его дифференциации и индивидуализации. Эти изменения являются ответом на требования современного общества максимально раскрыть индивидуальные способности, дарования человека, сформировать на этой основе профессионально и социально компетентную, мобильную личность, умеющую делать профессиональный и социальный выбор и нести за него ответственность.

Качество и уровень освоения определенных умений исторически и эволюционно зависели от уровня мотивации человека, поэтому данному вопросу должно отводиться достаточное количество времени и внимания. Методика обучения математике включает в себя различные способы мотивации обучающихся в зависимости от особенностей обучающихся, в том числе профильного обучения. Одним из самых действенных способов повышения мотивации к изучению математики в физико-математических классах является создание проблемной ситуации. Большую ценность она приобретет, если будет достаточно сложной, а решение будет требовать серьезной подготовки и сформированной базы теоретических знаний.

Следует отметить, что проблемные ситуации в качестве повышения мотивации обучающихся не являются единственной особенностью физико-математических классов. К ним также можно отнести следующие:

- обеспечение углублённого изучения математических дисциплин;
- создание условий для существенной дифференциации содержания обучения математике старшеклассников;

- овладение большим объемом математических знаний, формирование интеллектуальной культуры личности;
- практическая значимость изученного, область применения.

В методике обучения математике существует большое количество способов представления информации: графики, таблицы, диаграммы, текст, чертеж и т.д. Это обусловлено тем, что информативная нагрузка математических дисциплин достаточно серьезная и объемная. В связи с этим у обучающихся физико-математических классов в большей степени формируется умение работать с большим объемом информации и ее интерпретации, что является ключевым умением при формировании математической грамотности как компонента функциональной.

Одной из самых эффективных форм обучения математике физико-математических классов является работа в группах: работа в парах или небольших группах из 3-4 обучающихся. Задание для групп может носить как локальный характер, то есть поиск рационального решения кейс-задачи или задачи повышенной сложности, так и масштабный характер, то есть групповой проект, реализация которого занимает от полугода до всего учебного года. Также эффективными формами работы будут семинары-практикумы, индивидуальная работа с применением дифференцированного подхода к предлагаемым обучающимся заданиям (для поддержания познавательного интереса к предмету).

В отличие от классов гуманитарного профиля или химико-биологического, для обучающихся физико-математического класса важно участие в математической научно-исследовательской деятельности. Данный вид деятельности включает в себя работу с различными источниками информации, анализ данных, работа с большим объемом информации. Научно-исследовательская деятельность создает благоприятную среду для формирования математической грамотности.

Отметим, что учебное исследование может проводиться как в рамках одной предметной области, так и нескольких предметных областей, то есть

носить межпредметный характер (математика и биология, математика и физика, математика и информатика, математика и химия и т.д.)

Организация исследовательской деятельности может осуществляться как на уроках математики в виде отдельных задач, требующих анализа и поиска новых решений, так и во внеурочной деятельности и курсах математических дисциплин в виде проектов.

Существует три основных направления исследовательского метода, применяемого в процессе обучения математике: включение элементов поиска в процесс решения математических задач; раскрытие учителем познавательного процесса, осуществляемого учащимися при доказательстве какого-либо положения; организация целостного исследования, проводимого учащимися самостоятельно, но под наблюдением и руководством учителя (проекты, доклады, сообщения). Выбор направления исследовательского метода напрямую зависит от возрастных возможностей и уровня подготовки учащихся.

Сопровождающим исследовательскую деятельность процессом является обязательная групповая работа и представление результатов деятельности другим обучающимся с последующим обсуждением.

Итак, к основным методам обучения математике обучающихся профильных классов относятся: эвристический (учитель ставит перед классом некоторую учебную проблему, а затем путем последовательно поставленных заданий "наводит" учащихся на самостоятельное обнаружение того или иного математического факта), проблемное изложение (учитель сам решает эту проблему, но непременно демонстрирует противоречивые пути самого процесса познания, иллюстрируя культуру мышления в ходе решения проблемы), исследовательский (процесс исследования проходит в несколько стадий: процесс наблюдения за объектами, процессами и явлениями и постановка проблемы; предварительные выводы, возможные решения проблем на

основе наблюдаемых фактов и событий; проведение аналитических мероприятий и исследования).

Средствами мотивации обучающихся выступают противоречия, конфликты между усвоенными способами решения и требованиями, которые предъявляет пока неизвестная обучающимся задача.

Данные особенности методики обучения математике способствуют созданию условий для формирования математической грамотности обучающихся.

Выводы по главе 1

Вопросом повышения уровня грамотности интересуются на протяжении многих лет. Вместе с развитием общества, перехода к новому типу менялось и понятие грамотности, его содержание и функции. Постепенно наука перешла от традиционного понятия грамотности, заключавшемся в развитии умений письменной и устной речи, чтения и счета как фактора продуктивной производственной деятельности и повышения уровня жизни человека и общества. Переход к постиндустриальному обществу, развитие и реализация компьютерных технологий повлияло на изменение требований к современному человеку и потенциальному работнику, что отразилось на понятии грамотности. Появилось понятие функциональной грамотности. На сегодняшний день существует большое количество формулировок данного понятия, но основное содержание определено. Функциональная грамотность- это умение человека использовать полученные знания при решении жизненных ситуаций, адаптации к постоянно и быстро меняющимся условиям окружающего мира.

Процессом повышения уровня функциональной грамотности населения уже не первое десятилетие интересуются многие развитые страны, что говорит о глобальном характере данного вопроса. Об этом свидетельствует наличие различных международных программ и

исследований, таких как PISA и TIMSS, направленных на проверку качества образования, уровня сформированности функциональной грамотности будущих выпускников школ.

Следует отметить, что одни исследования направлены на оценку всех аспектов функциональной грамотности (математическую, читательскую, естественно-научную, финансовую, креативное мышление и глобальные компетенции) другие же занимаются отдельными ее компонентами. Например, исследование TIMSS, занимается вопросами математической и естественно-научной грамотности, которые входят в структуру функциональной. Показатели данных исследований тесно связаны с рейтингом уровня жизни населения стран, что повлияло на изменение приоритетов современного образования, планирование результатов изучаемых дисциплин.

Сегодня функциональная грамотность включена в приоритетные цели обучения всех дисциплин в основной школе. Например, математическая грамотность включена в приоритетные цели обучения математике в 5-9-х классах, и в Примерной рабочей программе ООО предмета «Математика» сформулировано требование формировать функциональную математическую грамотность, которая включает в себя умения распознавать математические объекты и закономерности в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявление зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, интерпретировать полученные результаты.

Как мы уже отметили, формирование математической грамотности достигается путем формирования определенных УУД (смысловое чтение, выбор оптимального решения, математическое моделирование и т.д.). В связи с чем были определены подходы и методы, применяемые при обучении математике, обеспечивающие условия для усвоения обучающимися данных УУД. К подходам обучения можно отнести

интеграцию теоретических и практических знаний; личный опыт обучающихся и значимость математических знаний для него; демонстрация межпредметных связей; обучение метадеятельности. Все эти подходы отражены в содержании задач по математической грамотности, примеры которых представлены в открытом банке заданий исследования PISA.

Задания, направленные на формирование математической грамотности как компонента функциональной, отличаются особенными характеристиками, которые выделяют их из списка математических задач. Во-первых, задачи поставлены вне предметной области, однако решаемые с помощью инструментов математики. Во-вторых, содержание задачи близко к вопросам личного повседневного опыта людей, что отражается на третьей характеристике – изложение кратким и понятным языком. Последняя записанная особенность повлияла на возникновение следующей – необходимость обязательного перевода с языка реальной проблемы на язык предметной области. Все вышеперечисленные характеристики задач по математической грамотности определили характер заданий, заключенный в последней характеристике – отсутствие возможности запомнить все типы заданий, то есть «натаскивания» на решение. Данные характеристики определяют особенную ценность заданий по математической грамотности для проверки качества образования человека.

Процесс формирования функциональной математической грамотности является длительным, требующим большого количества внимания и времени. Исходя из данных Примерной образовательной программы, анализа рабочих программ математических дисциплин, особенностей обучения математике предпрофильных и профильных классов, мы можем сделать вывод о том, что наибольшим потенциалом формирования функциональной математической грамотности обладают профильные физико-математические классы.

ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА ИНСТРУМЕНТАРИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССОВ

2.1 Анализ УМК по математике для 9-11 профильных классов

На данный момент существует достаточное количество учебно-методических комплектов по математике (алгебра и начала математического анализа, геометрия) для 9-х и 10-11 классов с углубленным изучением дисциплины. Федеральный перечень УМК, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего и среднего общего образования, меняется ежегодно. Нами был проведен анализ УМК по математике для 9-х, 10-х и 11-х классов, входящих в перечень, рассчитанный на 2023-2024 учебный год. Критериями для анализа являлся аспект наличия заданий, направленных на развитие следующих умений: распознавание математических объектов в практических задачах, нахождение закономерностей и зависимостей между математическими объектами, математическое моделирование, интерпретацию полученных результатов в контексте задачи, оценку полученных результатов. Данные проведенного нами анализа представлены в Таблице 3.

Таблица 3 – Сравнительный анализ УМК по математике для 9 класса

Предмет, класс	Название учебника	Распознавание математических объектов в практических задачах / параграфы о практическом применении знаний	Нахождение зависимостей между математическими объектами	Математическое моделирование	Интерпретация полученных результатов в контексте задачи	Оценка полученных результатов
1	2	3	4	5	6	7
Алгебра 9 класс	Дорофеев Г.В., Суворова С.Б. и другие	+/-	+	+	+	+
Алгебра 9 класс	Колягин Ю.М., Ткачева М.В., Федорова Н.Е. и другие	+/+	+	+	+	+

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7
Алгебра 9	Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И. и другие	+/-	+	+	+	+
	Мерзляк А.Г., Поляков В.М.; под редакцией Подольского В.Е.	+/-	+	+	+	+
Геометрия 9 класс	Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и другие	+/+	+	+	+	+
	Берсенев А.А., Сафонова Н.В.	+/+	+	+	+	+
	Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С.; под редакцией Подольского В.Е.	+/-	+	+	+	+

Для примера заданий, направленных на развитие вышеперечисленных умений, приведем задания из данных учебников:

Оценка полученных результатов+ интерпретация полученных результатов в контексте задачи

«Алгебра 9 класс» Дорофеев Г.В., Суворова С.Б., Бунимович Е.А. и другие:

№62. Николай договорился о встрече в метро в 10 часов. На дорогу от дома до метро у Николая уходит от 10 до 15 минут, а на поездку в метро до места встречи – от 18 до 20 минут. Успеет ли он к назначенному времени, если выйдет из дома: а) в 9 ч 20 мин; б) в 9 ч 40 мин; в) в 9 ч 30 мин?

Комментарий: текст данной задачи близок по типу заданий по математической грамотности. В нем есть простота изложения, личный

опыт обучающихся, необходимость математизации условия (в рассматриваемом случае необходимо составить системы неравенств). Полученные результаты обучающимся необходимо сопоставить с вопросом решаемой задачи, то есть уметь интерпретировать результаты.

Распознавание математических объектов в практических задачах

№188. Свободно падающее тело проходит в первую секунду 4,9 м, а в каждую следующую секунду на 9,8м больше, чем в предыдущую. Какое расстояние будет пройдено падающим телом за пятую секунду? («Алгебра 9 класс» Колягин Ю.М., Ткачева М.В., Федорова Н.Е.и другие)

Комментарий: предложенная задача обладает частью характеристик задач по математической грамотности. В ней нет главной – личного опыта. С помощью подобных задач можно формировать умения распознавания математических объектов. В данном случае объект– арифметическая прогрессия.

Математическое моделирование + интерпретация полученных результатов в контексте задачи

№14.6 На соревнованиях по стрельбе каждый участник делает 25 выстрелов. За каждый удачный выстрел он получает 4 очка, а за каждый промах снимается 2 очка. Сколько промахов может сделать стрелок, чтобы набрать не менее 60 очков? («Алгебра 9 класс (углубленный уровень)» Мерзляк А.Г., Поляков В.М.; под редакцией Подольского В.Е.)

Комментарий: данную задачу можно использовать в качестве средства формирования умения составлять математическую модель. В конкретном случае нужно составить систему уравнений, где переменными будут выступать количество попаданий и промахов. Отметим, что одной из основных проблем составления текста задач по математической грамотности является умение правильно поставить вопрос. Часто при решении задач обучающиеся сталкиваются с вопросом «сколько», что указывает на необходимость вычислений. В заданиях математической

грамотности нет прямого вопроса «сколько», который мы можем увидеть в тексте рассматриваемой задачи.

Нахождение закономерностей, зависимостей между математическими объектами

№1191. Как изменится длина окружности, если радиус окружности:
а) увеличить в 3 раза; б) уменьшить в 2 раза; в) увеличить в k раз; г) уменьшить в k раз? («Геометрия 7-9 класс» Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и другие)

Комментарий: На наш взгляд, задачи подобного плана можно использовать в качестве инструмента формирования отдельных компонентов математической грамотности, в том числе и умения находить зависимости и закономерности. При решении задачи обучающимся необходимо будет воспользоваться формулой нахождения длины окружности и определить, как меняется длина окружности в зависимости от изменения радиуса.

Проанализировав данные таблицы, можем сказать, что практическая часть содержания данных УМК может использоваться в качестве инструмента формирования математической грамотности обучающихся 9 классов. Отметим, что содержание заданий из перечисленных УМК можно дополнить до задач функциональной математической грамотности, но полноценные задачи по МГ отсутствуют. Также мы можем отметить, что дополнительные параграфы по применению математических знаний при решении практических задач включены в содержание УМК Колягина Ю.М. по алгебре Атанасян Л.С. и Берсенева А.А. по геометрии.

Использование в работе перечисленных нами выше особенностей, а также разнообразных УМК учителем в процессе изучения нового материала, закрепления или проверки усвоенного материала создаст дополнительное благоприятное условие для формирования функциональной математической грамотности обучающихся.

Аналогичным образом нами был проведен анализ УМК для 10 и 11 классов, который представлен в Таблице 4.

Таблица 4 – Сравнительный анализ УМК по математике для 10-11 классов

Предмет, класс	Название учебника	Распознавание математических объектов в практических задачах/ параграфы о практическом применении знаний	Нахождение закономерностей и зависимостей между математическими объектами	Математическое моделирование	Интерпретация полученных результатов в контексте задачи	Оценка полученных результатов
1	2	3	4	5	6	7
Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс	Мордкович А.Г., Семенов П.В. Алгебра и начала математического анализа. В 2 ч. 10-11 кл.	-/-	-	+	+	+
	Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Ткачева М.В. и другие	-/-	+	-	+	-
Геометрия 10-11 класс	Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и другие	+/+	+	+	+	+
	Мерзляк А.Г., Номировский Д.А.,	+/-	+	+	+	+

	Поляков В.М					
--	-------------	--	--	--	--	--

Для примера заданий, направленных на развитие вышеперечисленных умений, приведем задания из данных учебников:

Распознавание математических объектов в практических задачах+ математическое моделирование + интерпретация полученных результатов в контексте задачи

№32.33 Замкнутый металлический бак с квадратным основанием должен иметь объем 343м^3 . При каких размерах на его изготовление пойдет наименьшее количество материала? (Мордкович А.Г., Семенов П.В. Алгебра и начала математического анализа. В 2 ч. 10-11 кл.)

Комментарий: задачи из раздела «Производная и ее применение» отличаются высоким уровнем сложности и абстракции. Тексты подобных задач можно рассматривать как инструмент формирования математической грамотности, но в качестве характеристики области применения использовать не личный опыт, а предполагаемый профессиональный. Обучающиеся профильных физико-математических классов планируют связать свою будущую деятельность с практическим применением математических знаний. Рассматриваемая задача является примером применения производной в профессии инженера.

Распознавание математических объектов в практических задачах

№546. Сколько кожи пойдёт на покрывку футбольного мяча радиуса 10 см? На швы добавить 8% от площади поверхности мяча. («Геометрия 10-11 класс» Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и другие)

Интерпретация полученных результатов в контексте задачи

№688. Стаканчик для мороженого конической формы имеет глубину 12 см и диаметр верхней части 5 см. На него сверху положили

две ложки мороженого в виде полушарий диаметром 5 см. Переполнит ли мороженое стаканчик, если оно растает? («Геометрия 10-11 класс» Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и другие)

Нахождение закономерностей, зависимостей между математическими объектами

№647. Шар и цилиндр имеют равные объёмы, а диаметр шара равен диаметру основания цилиндра. Выразите высоту цилиндра через радиус шара («Геометрия 10-11 класс» Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и другие).

Комментарий: на наш взгляд, задачи подобного плана можно использовать в качестве инструмента формирования отдельных компонентов математической грамотности, в том числе и умения находить зависимости и закономерности. При решении задачи обучающимся необходимо будет воспользоваться формулой нахождения объёмов шара и цилиндра, выразите высоту цилиндра через радиус шара.

Проанализировав данные таблицы, можем сказать, что практическая часть содержания данных УМК может использоваться в качестве инструмента формирования математической грамотности обучающихся 10-11 классов. Мы так же отметим, что содержание заданий из перечисленных УМК можно дополнить до задач функциональной математической грамотности, но полноценные задачи по МГ отсутствуют. Также мы можем отметить, что дополнительные параграфы по применению математических знаний при решении практических задач включены в содержание УМК Атанасян Л.С. по геометрии.

Заметим, что УМК по алгебре и началам математического анализа и геометрии для 10-11 классов обладают потенциалом намного меньшим, чем УМК по алгебре и геометрии 9 класса. Это объясняется тем, что темы, изучаемые в 10-11 классах отличаются большей абстракцией мышления (производная, первообразная, тригонометрические функции),

направленностью на будущую образовательную и профессиональную деятельность выпускников.

2.2 Разработка системы задач, направленной на формирование математической грамотности как компонента функциональной у обучающихся профильных классов

Место проведения опытно-поисковой работы: кабинет 213 МОБУ «СОШ «Бугровский центр образования №2»

Контрольная группа: учащиеся 9Б класса в количестве 15 человек.

Экспериментальная группа: учащиеся 9А класса в количестве 16 человек.

Для оценки начального уровня сформированности математической грамотности (смысловое чтение, моделирование, распознавание математических объектов в тексте задач) обучающихся нами была разработана диагностическая работа, материалы которой размещены в Приложении 1.

Обработав результаты диагностической работы, мы получили следующие результаты, которые представлены в Таблице 5.

Таблица 5 – Результаты диагностической работы

1 группа(ЭГ)	Результат (баллы)	2 группа(КГ)	Результат (баллы)
1	2	3	4
Владислав Б.	3	Андрей К.	9
Кристина Д.	5	Айкануш Е.	5
Юлия Д.	4	Константин М.	4
Николь И.	5	Владимир Б.	5
Владислав М.	9	Ульяна Ф.	6
Станислав Е.	6	Софья М.	3
Елизавета Г.	7	Роман Б.	4
Екатерина Л.	5	Алиса З.	7
Артем Г.	6	Егор Р.	6
Даниил Ш.	8	Егор М.	8
Даниил Е.	6	Роман Д.	7
Виктория В.	7	Анна Г.	6
Степан К.	9	Анастасия Д.	7
Иван К.	6	Павел К.	7
Владислав С.	7	Даниил Р.	4
Валентин И.	6		

На основании полученных результатов мы сделали вывод о том, что 40% участников контрольной группы и 30% участников экспериментальной группы обладают низким уровнем умения работы с текстовыми задачами и лишь 7% участников в контрольной и 13% участников экспериментальной группы обладают высоким уровнем сформированности умения. Большая часть обладает средним уровнем сформированности УУД. Данные результаты представлены на Рисунке 2.

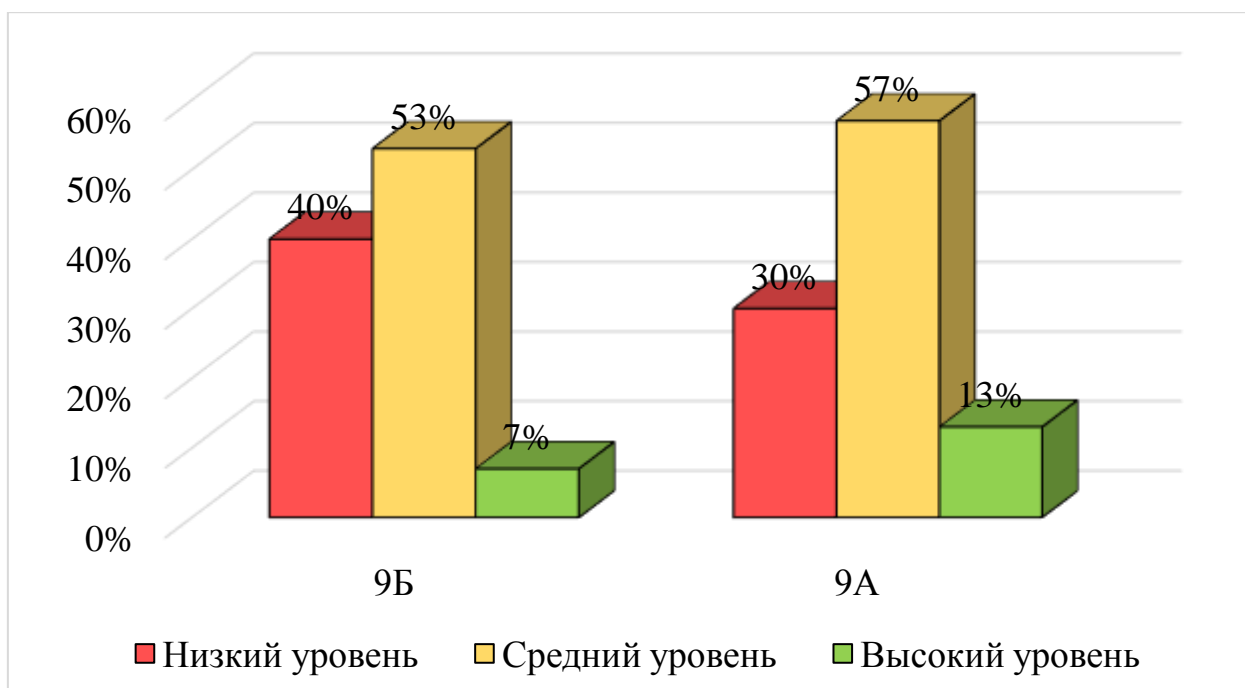


Рисунок 2 – Результаты эксперимента

Определим с помощью критерия Пирсона наличие существенных различий между данными группами в уровне сформированности умения математического моделирования (Таблица 6).

Таблица 6 – Критерий Пирсона

Уровень	КГ	ЭГ	f_k	$f_э$	$n_k + n_э$	$\frac{1}{n_k + n_э} (f_k - f_э)^2$
1	2	3	4	5	6	7
Низкий	6	5	0,4000	0,3125	11	0,0007
Средний	8	9	0,5333	0,5625	17	0,0001
Высокий	1	2	0,0667	0,1250	3	0,0011
	15	16	1,0000	1,0000	31	0,0019

$$\chi_{кр}^2 = 5,991$$

$$\chi_{экс}^2 = 0,045$$

$\chi_{кр}^2 > \chi_{экс}^2 \Rightarrow H_0$ подтверждена \Rightarrow различий в данных группах нет

Используя инструменты статистики (критерий Пирсона), мы определили, что на данном этапе существенных различий в уровне сформированности элементов математической грамотности.

На основании проведенной диагностической работы нами были выявлены типовые ошибки, допускаемые участниками групп, при решении задач:

- формализация вопроса задачи, выражение искомым величины через известные величины и введенные переменные;
- составление уравнений и неравенств, связывающих данные величины и переменные, которые вводит учащийся, т.е. конструирование математической модели;
- решение полученной модели наиболее рациональным способом;
- интерпретация полученного результата и сопоставление их с вопросом задачи.

Учитывая результаты диагностической работы, анализа УМК, теоретическую основу математической грамотности и особенности методики обучения математике обучающихся профильных классов, можем предположить, что для успешного формирования математической грамотности обучающихся необходимо:

- определить составляющие алгоритма работы с заданиями, направленными на формирование математической грамотности, используя задания из банка заданий PISA и задачи из учебника, содержание которых дополнено;
- включить в планы уроков задания, направленные на формирование умений распознавать математические объекты в реальных ситуациях, работы с информацией, математического моделирования, в соответствии с тематикой уроков.

Осуществив анализ задач из открытого банка заданий PISA, мы выделили задания, которые можно использовать на уроках математики в 9

и 10 классах в соответствии с темами уроков. Они представлены в Приложении 2 нашей работы. Пример задания и алгоритма рассмотрим на примере задачи из банка заданий PISA по теме «Геометрическая прогрессия» (Рисунок 3).



Рисунок 3 – Задача по теме «Геометрическая прогрессия»

Анализируя условие задачи, мы проверяем понимание текста обучающимися. Используем метод наводящих вопросов. Затем, выделяем опорные слова, в которых заключаются математические понятия, с помощью которых интерпретируем текст задачи в контексте математики. В данной задаче опорными словами-сигналами стали «деление клетки надвое». Данные слова выводят нас на понятие «Геометрическая прогрессия». Далее предлагаются способы решения задачи (построение таблицы по данным и построение графика зависимости, запись формулы). Затем получаем ответ интерпретируем полученные данные в контексте нашей задачи, отвечаем на главный вопрос. Работа с задачей представлена на Рисунке 4.

Действия учителя	Действия учащихся	Записи в тетради										
Проверяет восприятие новой задачи учащимися - Какой процесс описан в задаче? - На сколько клеток делится инфузория за 1 раз? - Представим этот процесс в виде «дерева»	Отвечают на вопросы учителя - Деление инфузории - На 2 клетки Зарисовывают вместе с учителем схему решения											
Задает вопросы по схеме - Сколько получилось клеток после 1 деления? 2 делений? 3 делений? 4 делений? - Во сколько раз увеличивается количество клеток при каждом делении? - Представим результаты в виде таблицы и построим график этого процесса	Отвечают на вопросы учителя - 2 клетки, 4 клетки, 8 клеток, 16 клеток - В 2 раза. Составляют с учителем таблицу и строят график	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>8</td> <td>16</td> </tr> </table>	x	1	2	3	4	y	2	4	8	16
x	1	2	3	4								
y	2	4	8	16								
Задает наводящие вопросы - Какая зависимость существует между x и y? Как записать это с помощью формулы? - Сколько клеток получится при 7 делениях?	Отвечают на вопросы - Y – это степень числа 2, а x – показатель степени. $y = 2^x$ - 128 клеток	$y = 2^x$ $y(7) = 2^7 = 128$										

Рисунок 4 – Разбор задачи из банка заданий PISA

Данный алгоритм можно записать следующим образом:

- 1) анализируем условие;
- 2) выявляем опорные слова-сигналы (математические понятия);
- 3) интерпретируем информацию в контексте математике;
- 4) решаем задачу;
- 5) интерпретируем результаты задачи в контексте реальной жизни.

Для формирования математической грамотности также можно использовать задачи с дополненным содержанием. Рассмотрим подобную задачу на примере задачи из УМК Атанасян Л.С. «Геометрия 10-11» в теме «Цилиндр».

«Сколько понадобится краски, чтобы покрасить бак цилиндрической формы с диаметром с диаметром основания 1,5 м и высотой 3 м, если на один квадратный метр расходуется 200 гр. краски?» (стр.98 №338).

Дополненная задача «ТОРТ»

Аня любит печь торты и на день рождения подруги решила подарить ей двухъярусный торт. Сначала она испекла коржи для верхнего яруса и покрыла его мастикой. У Ани остались ингредиенты на мастику, но она не знала, хватит ли их на нижний ярус, при условии, что толщина слоя и вкус

мастики будет такой же, как и на верхнем ярусе. Хватит ли Ане ингредиентов для нижнего яруса? Если не хватит, то как выйти из положения? Предложите несколько вариантов. Условия задачи представлены в Таблице 7.

Таблица 7 – Условия для справки

Ингредиенты для мастики на верхний ярус	Внешний вид торта
1	2
<ul style="list-style-type: none"> - Вода (45 гр.) - Мед (180 гр.) - Желатин (15 гр.) - Сахарная пудра (900 гр.) 	
<p>Остатки ингредиентов</p> <ul style="list-style-type: none"> - Мед (200 гр.) - Желатин (20 гр.) - Сахарная пудра (1кг) 	

Работа с задачей представлена в Таблице 8.

Таблица 8 – Анализ и решение задачи «ТОРТ»

Этап алгоритма	Действия учителя	Действия учащихся
1	2	3
Анализ условия	<p>Проверяет восприятие новой задачи учащимися</p> <ul style="list-style-type: none"> - Какую форму имеют ярусы торта? - Какой должна быть толщина и вкус мастики на нижнем ярусе? - Какой должна быть высота ярусов? 	<p>Отвечают на вопросы</p> <ul style="list-style-type: none"> - Форму цилиндра - Толщина и вкус должны быть как у верхнего яруса - 12 см
Выявляем опорные слова-сигналы (математические понятия)	<p>Задаёт наводящие вопросы</p> <ul style="list-style-type: none"> - Что сделать, чтобы толщина мастики осталась той же? 	<p>Отвечают на вопросы, записывают решение</p> <ul style="list-style-type: none"> - Приготовить мастики во столько раз больше, во сколько поверхность нижнего яруса больше площади верхнего яруса

Продолжение таблицы 8

1	2	3
Интерпретируем информацию в контексте математике	- Как найти площадь поверхности яруса?	- По формуле площади боковой поверхности цилиндра
Решаем задачу	<p>– Какая это формула?</p> <p>– Чему равны высота и радиус верхнего яруса?</p> <p>– Чему равна площадь боковой поверхности верхнего яруса?</p> <p>– Чему равны высота и радиус нижнего яруса?</p> <p>– Чему равна площадь боковой поверхности нижнего яруса?</p> <p>– Во сколько раз площадь поверхности нижнего яруса больше верхнего</p> <p>– Что сделать, чтобы не только толщина мастики осталась прежней, но и вкус?</p> <p>– Сколько нам понадобится меда, желатина, воды и сахарной пудры?</p>	<p>- $S = 2\pi Rh + 2\pi R^2$, но так как нижнее основание яруса мастикой не обтягивают, то будем прибавлять только одно основание</p> <p>- 12 см и 6 см.</p> <p>- $S = 2\pi * 6 * 12 + 36\pi = 180\pi \approx 565 \text{ см}^2$</p> <p>- 12 см и 9 см</p> <p>- $S = 2\pi * 9 * 12 + 81\pi = 297\pi \approx 933 \text{ см}^2$</p> <p>- $\frac{297\pi}{180\pi} = 1,65$</p> <p>- Взять ингредиенты в тех же пропорциях, что и на верхний ярус, или увеличить количество каждого ингредиента в 2,25 раз</p> <p>- Меда: $180 * 1,65 = 297 \text{ гр}$</p> <p>Желатина: $15 * 1,65 = 24,75 \text{ гр}$</p> <p>Сахарная пудра: $900 * 1,65 = 1485 \text{ гр}$</p> <p>Вода: $45 * 1,65 = 74,25 \text{ гр}$</p>
Интерпретируем результаты задачи в контексте реальной жизни	<p>Подводит к ответам на вопросы задачи</p> <p>- Сколько ингредиентов осталось у Ани?</p> <p>- Хватит ли Ане этих ингредиентов для мастики на нижний ярус?</p> <p>- Как Аня может выйти из данной ситуации?</p>	<p>Отвечают на вопросы учителя:</p> <p>- Мед (200 гр.), желатин (20 гр.), сахарная пудра (1кг)</p> <p>- Нет, не хватает</p> <p>- Оставить один ярус или сходить в магазин за ингредиентами</p>

Данная задача направлена на развитие умений математического моделирования и распознавания математических объектов и процессов в реальной жизни.

2.3 Разработка контрольно-измерительного инструментария, направленного на оценку сформированности математической грамотности обучающихся профильных классов

Используя задачи из открытого банка PISA и из УМК, дополненные до задач по математической грамотности, а также применяя составленный нами алгоритм решения подобных задач, мы разработали контрольно-измерительный инструментарий, направленный на оценку сформированности математической грамотности обучающихся профильных классов, а именно таких компонентов, как математическое моделирование и распознавание математических объектов и явлений в реальной жизни.

Данная работа состоит из 5 заданий, рассчитанных на обучающихся 10 класса. Каждое задание оценивается в 2 балла (1 балл за каждое из умений). Также мы разработали критерии оценивания результатов работы, представленных в Таблице 9.

Таблица 9 – Критерии оценки результатов

Низкий уровень развития умений	Средний уровень развития умений	Высокий уровень развития умений
1	2	3
0-5 баллов	6-8 баллов	9-10 баллов

Обработав результаты диагностической работы, мы получили следующие результаты, которые представлены в Таблице 10.

Таблица 10 – Результаты диагностической работы для 10 класса

1 группа(ЭГ)	Результат (баллы)	2 группа(КГ)	Результат (баллы)
1	2	3	4
Владислав Б.	5	Андрей К.	10
Кристина Д.	7	Айкануш Е.	5
Юлия Д.	6	Константин М.	5
Николь И.	7	Владимир Б.	5
Владислав М.	10	Ульяна Ф.	7
Станислав Е.	8	Софья М.	3
Елизавета Г.	9	Роман Б.	5
Екатерина Л.	6	Алиса З.	8
Артем Г.	6	Егор Р.	6
Даниил Ш.	9	Егор М.	8
Даниил Е.	7	Роман Д.	7

Продолжение таблицы 10

1	2	3	4
Виктория В.	10	Анна Г.	6
Степан К.	9	Анастасия Д.	7
Иван К.	6	Павел К.	7
Владислав С.	7	Даниил Р.	4
Валентин И.	7		

Данные эксперимента показали, что применение разработанных систем задач и использование их в рамках уроков математики определило положительную динамику в изменении уровня формирования функциональной грамотности учащихся: количество учащихся с низким уровнем формирования умений сократилось с 30% до 6%, а количество учащихся с высоким уровнем увеличилось с 13% до 31%. Данные результаты представлены на Рисунке 5.

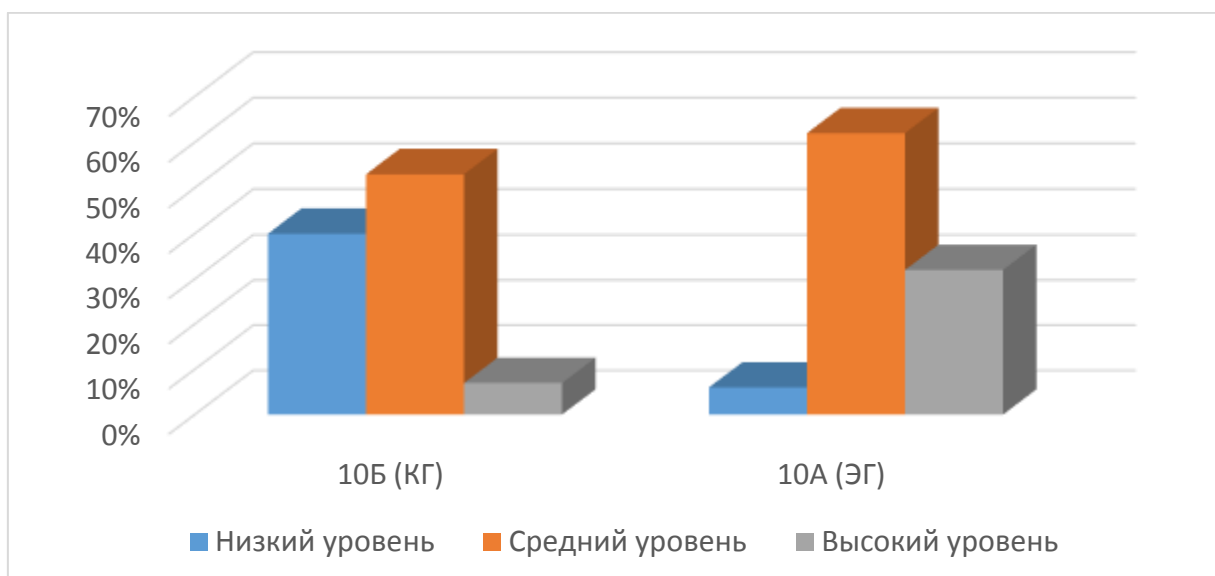


Рисунок 5 – Результаты эксперимента

Воспользуемся критерием Пирсона для выявления различий между группами в уровне сформированности функциональной грамотности (математическое моделирование). Данные представлены в Таблице 11.

Таблица 11 – Критерий Пирсона контрольного эксперимента

Уровень	КГ	ЭГ	f_k	$f_э$	$n_k + n_э$	$\frac{1}{n_k + n_э} (f_k - f_э)^2$
Низкий	6	1	0,4000	0,0625	7	0,0163
Средний	8	10	0,5333	0,6250	18	0,0005
Высокий	1	5	0,0667	0,3125	6	0,0101
	15	16	1,0000	1,0000	31	0,0268

$$\chi_{\text{кр}}^2 = 5,991$$

$$\chi_{\text{экс}}^2 = 6,435$$

$\chi_{\text{кр}}^2 < \chi_{\text{экс}}^2 \Rightarrow$ гипотеза исследования подтверждена

Данные эксперимента показали, что применение разработанных систем задач и использование их в рамках уроков математики определило положительную динамику в изменении уровня формирования функциональной грамотности учащихся: количество учащихся с низким уровнем формирования умений математического моделирования сократилось с 30% до 6%, а количество учащихся с высоким уровнем увеличилось с 13% до 31%.

Используя инструменты статистики (критерий Пирсона), мы определили, что появились существенные различия в уровне сформированности элементов математической грамотности учащихся. Экспериментальная группа превосходит контрольную в уровне сформированности. Таким образом мы подтвердили сформулированную нами в диссертации гипотезу.

Выводы по главе 2

Проанализировав содержание существующих УМК по математике, входящих в федеральный перечень на период 2023-2024 учебного года, можем сказать, что практическая часть содержания данных УМК может использоваться в качестве инструмента формирования математической грамотности обучающихся 9, 10-11 классов. Заметим, что УМК по алгебре и началам математического анализа и геометрии для 10-11 классов обладают потенциалом намного меньшим, чем УМК по алгебре и геометрии 9 класса. Это объясняется тем, что темы, изучаемые в 10-11 классах отличаются большей абстракцией мышления (производная, первообразная, тригонометрические функции), направленностью на

будущую образовательную и профессиональную деятельность выпускников.

Отметим, что содержание заданий из перечисленных УМК можно дополнить до задач функциональной математической грамотности, но полноценные задачи по МГ отсутствуют.

Используя задачи из открытого банка PISA и из УМК, дополненные до задач по математической грамотности, а также применяя составленный нами алгоритм решения подобных задач, мы разработали контрольно-измерительный инструментарий, направленный на оценку сформированности математической грамотности обучающихся профильных классов, а именно таких компонентов, как математическое моделирование и распознавание математических объектов и явлений в реальной жизни.

Данные эксперимента показали, что применение разработанных систем задач и использование их в рамках уроков математики определило положительную динамику в изменении уровня формирования функциональной грамотности учащихся: количество учащихся с низким уровнем формирования умений математического моделирования сократилось с 30% до 6%, а количество учащихся с высоким уровнем увеличилось с 13% до 31%. Таким образом мы подтвердили сформулированную нами в диссертации гипотезу.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Современный мир предъявляет запрос на специалистов, обладающих гибким умом. Работодатели все чаще стремятся привлечь сотрудников, которые легко адаптируются и могут применить и трансформировать свои навыки и знания в новых условиях. В связи с этим государство устанавливает новые требования к выпускникам образовательных учреждений, такие как умение применять знания к жизненным ситуациям, высокий уровень функциональной грамотности.

Вопросом повышения уровня грамотности интересуются на протяжении многих лет. Вместе с развитием общества, перехода к новому типу менялось и понятие грамотности, его содержание и функции. Постепенно наука перешла от традиционного понятия грамотности, заключавшемся в развитии умений письменной и устной речи, чтения и счета как фактора продуктивной производственной деятельности и повышения уровня жизни человека и общества.

Переход к постиндустриальному обществу, развитие и реализация компьютерных технологий повлияло на изменение требований к современному человеку и потенциальному работнику, что отразилось на понятии грамотности. Появилось понятие функциональной грамотности. На сегодняшний день существует большое количество формулировок данного понятия, но основное содержание определено. Функциональная грамотность- это умение человека использовать полученные знания при решении жизненных ситуаций, адаптации к постоянно и быстро меняющимся условиям окружающего мира.

Функциональной грамотности отводится значительное место в системе современного образования. Одним из ее компонентов является математическая грамотность, формирование которой достигается путем формирования определенных УУД (смысловое чтение, выбор оптимального решения, математическое моделирование и т.д.).

Наибольшим потенциалом формирования математической грамотности как компонента функциональной обладают профильные физико-математические классы, что отражено в особенностях методики обучения математике, а именно:

- обеспечение углублённого изучения математических дисциплин;
- создание условий для существенной дифференциации содержания обучения математике старшеклассников;
- овладение большим объемом математических знаний, формирование интеллектуальной культуры личности;
- практическая значимость изученного, область применения.

Проанализировав содержание существующих УМК по математике, входящих в федеральный перечень на период 2023-2024 учебного года, можем сказать, что практическая часть содержания данных УМК может использоваться в качестве инструмента формирования математической грамотности обучающихся 9, 10-11 профильных классов. Заметим, что УМК по алгебре и началам математического анализа и геометрии для 10-11 классов обладают потенциалом намного меньшим, чем УМК по алгебре и геометрии 9 класса. Это объясняется тем, что темы, изучаемые в 10-11 классах отличаются большей абстракцией мышления (производная, первообразная, тригонометрические функции), направленностью на будущую образовательную и профессиональную деятельность выпускников. Также содержание заданий из рассмотренных УМК можно дополнить до задач функциональной математической грамотности, но полноценные задачи по МГ отсутствуют.

Используя задачи из открытого банка PISA и из УМК, дополненные до задач по математической грамотности, а также применяя составленный нами алгоритм решения подобных задач, мы разработали контрольно-измерительный инструментарий, направленный на оценку сформированности математической грамотности обучающихся профильных классов, а именно таких компонентов, как математическое

моделирование и распознавание математических объектов и явлений в реальной жизни.

Данные эксперимента показали, что применение разработанных систем задач и использование их в рамках уроков математики определило положительную динамику в изменении уровня формирования функциональной грамотности учащихся: количество учащихся с низким уровнем формирования умений математического моделирования сократилось с 30% до 6%, а количество учащихся с высоким уровнем увеличилось с 13% до 31%.

Используя составленный нами дидактический инструментарий (тематический сборник задач по МГ), можно разработать большее количество уроков, включающих эти задачи, и тем самым способствовать повышению уровня ФГ учащихся.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Алексеева, Е. Е. Методика формирования функциональной грамотности учащихся в обучении математике / Е. Е. Алексеева // Проблемы современного педагогического образования. – 2020. – № 66-2. – С. 10-15.
2. Алексеева, Е. Е. Методические особенности формирования математической грамотности учащихся как составляющей функциональной грамотности / Е. Е. Алексеева // Мир науки, культуры, образования. – 2020. – №67-4. – С. 12-17.
3. Асмолов, Г. В. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя // Г. В. Асмолов, А. Г. Бурменская, И. А. Володарская и др.; под ред. А. Г. Асмолова. — М.: Просвещение, 2010. – 28 с.
4. Басюк, В. С. Мониторинг формирования функциональной грамотности»: основные направления и первые результаты / В. С. Басюк, Г. С. Ковалева // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2019. – №4-1. – С. 61-63.
5. Бахарева, Е. В. Развитие профессиональной компетентности учителя по формированию функциональной грамотности учащихся основной школы: дис. ... к.п.н.: 13.00.08. / Е.В. Бахарева. – М.: МГПУ, 2009. – 198 с.
6. Болотов, В. А. Российская система оценки качества образования: главные уроки / В. А. Болотов, И. А. Вальдман, Г. С. Ковалева и др. // Качество образования в Евразии. – 2013. – № 1. – С. 85-122.
7. Гаврилюк, В. В. Преодоление функциональной неграмотности и формирование социальной компетентности / В. В. Гаврилюк // Социологические исследования. – 2006. – №12 – С. 12-15.
8. Игнатьева, Е. Ю. Метапредметный потенциал учебного текста: актуализация в основной школе / Е. Ю. Игнатьева, С. В. Дмитриева //

Вестник Череповецкого государственного университета. – 2020. – № 1 (94). – С. 162-172.

9. Кириллова, О. А. Кейс-технология как средство развития функционально-графической грамотности учащихся / О. А. Кириллова, М. Ю. Пермякова // Мир науки, культуры, образования. – 2019. – № 1 (74). – С. 246-248.

10. Ковалева, Г.С. Современные исследования качества образования (международные, национальные, региональные) // Курсобр. Качество. Управление. Развитие системы образования: информационно-аналитический портал [Электронный ресурс]. URL: <https://kursobr.ru/ekspertnoe-mnenie/6-na-kursobre-material-otkryt-aya-lektsiya-kovaleva-g-s-sovremennye-issledovaniya-kachestva-obrazovaniya-mezhdunarodnye-natsionalnye-regionalnye.html>.

11. Ковалева, Г.С. Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий. Выпуск 1. Учеб. пособие для общеобразоват. организаций. В 2-х ч. Ч. 1 //Г. С. Ковалёва и др.; под ред. Г. С. Ковалёвой, Л. О. Рословой. — М. ; СПб. : Просвещение, 2020. — 79 с. : ил. — (Функциональная грамотность. Учимся для жизни).

12. Козлова, М. И. Повышение функциональной грамотности как необходимость современного образования / М. И. Козлова // Сборник статей II Международного учебно-исследовательского конкурса.- Петрозаводск, 2020. – С. 116-125.

13. Кузнецова, Н. М. Внеурочная деятельность как компонент образовательного процесса, обеспечивающий формирование функциональной грамотности учащихся /Н. М. Кузнецова, А. А. Денисова // Региональное образование: современные тенденции. – 2020. – № 1 (40). – С. 123-126.

14. Лазебникова, А. Ю. Подходы к оцениванию учебных достижений учащихся: отечественный и зарубежный опыт / А. Ю.

Лазебникова, Т. В. Коваль, Е. С. Королькова // Образовательное пространство в информационную эпоху. – 2018. – С. 643-653.

15. Лысова, О. В. Особенности формирования рефлексии российских школьников в свете функциональной грамотности и стандартов XXI века / О. В. Лысова, А. Ш. Абдуллина, Л. К. Нуримхаметова // International Journal of Medicine and Psychology. – 2020. – Т. 3. – № 2. – С. 22-27.

16. Международное исследование по оценке качества математического и естественно-научного образования. Публикации [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.centeroko.ru/timss15/timss15_pub.html (дата обращения: 29.12.2020).

17. Об утверждении Методологии и критериев оценки качества общего образования в общеобразовательных организациях на основе практики международных исследований качества подготовки обучающихся: приказ Рособрнадзора № 590, Минпросвещения России № 219 от 06.05.2019 // КонсультантПлюс: официальный сайт компании «КонсультантПлюс» [Электронный ресурс]. URL: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_325095.

18. Подведение итогов апробации инструментария и технологии мониторинга формирования функциональной грамотности учащихся: вебинар Центра оценки качества образования ФГБНУ «ИСПО РАО». 02.07.2019 [Электронный ресурс]. URL: https://youtu.be/NxH_Olrm3ug.

19. Подборка материалов по математической грамотности. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://skiv.instrao.ru/support/demonstratsionnye-materialya/matematicheskaya-gramotnost.php> (дата обращения: 29.12.2022).

20. Примеры заданий по математической грамотности, которые использовались в исследовании PISA в 2003-2012 годах. Публикации [Электронный ресурс]. Режим доступа:

http://www.centeroko.ru/pisa15/pisa15_pub.html (дата обращения: 29.12.2022).

21. Раундина, А. К. Методика формирования функциональной грамотности учеников в обучении казахскому языку (5-6 классы русскоязычной школы): дис. ... к.п.н.:12.00.09 / А. К. Раундина. – Алматы: Науч.-практ. образов. и оздоров. центр Бобек (НПООЦ Бобек), 2011. – 148 с.

22. Результаты международного исследования PISA 2015 (краткий отчет на русском языке). Публикации [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.centeroko.ru/pisa15/pisa15_pub.html (дата обращения: 20.02.2022).

23. Рослова, Л. О. Концептуальные основы формирования и оценки математической грамотности / Л. О. Рослова, К. А. Краснянская, Е. С. Квитко // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2019. – Т. 1. – № 4 (61). – С. 58-79.

24. Рыдзе, О. А. Преемственность в формировании математической функциональной грамотности учащихся начальной и основной школы / О. А. Рыдзе, К. А. Краснянская // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2019. – Т. 1. – № 4 (61). – С. 146-158.

25. Сафронова, О. В. Работа с графической информацией как средство формированию функциональной грамотности / О. В. Сафронова, Т. Н. Леликова, О. В. Ведлер // Новые педагогические исследования : сборник статей II Международной научно-практической конференции. – 2020. – С. 14-16.

26. Тангян, С. А. «Новая грамотность» в развитых странах / С. А. Тангян // Советская педагогика. – 1990.

27. Ушакова, М. А. Развитие функциональной грамотности школьников посредством повышения качества математического образования / М. А. Ушакова // Научно-методическое обеспечение оценки качества образования. – 2020. – № 1 (9). – С. 56-59.

28. Фролова, П. И. К вопросу об историческом развитии понятия «функциональная грамотность» в педагогической теории и практике // Наука о человеке: гуманитарные исследования. – 2016.

29. Фрумин, И. Д. Универсальные компетентности и новая грамотность: чему учить сегодня для успеха завтра. / И. Д. Фрумин, М. С. Добрякова, К. А. Баранников и др. // Предварительные выводы международного доклада о тенденциях трансформации школьного образования. М.: НИУ ВШЭ, 2018. – 28 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Диагностическая работа для 9 класса

ИНФУЗИЯ

Инфузия – это метод внутривенного капельного введения лекарственного препарата. Чтобы лекарство поступало в организм пациента равномерно, с определённым интервалом времени, и не перегружало его организм, медицинская сестра, выполняющая процедуру, должна по назначению врача рассчитать скорость инфузии.

Скорость инфузии – количество капель, вводимых пациенту за одну минуту. Скорость инфузии можно рассчитать по формуле:

$$V = \frac{K \cdot N}{t}$$

где: V – скорость инфузии (в каплях/мин); K – общий объём раствора (в мл); N – число капель на 1 мл, дозируемое капельницей (в каплях/мл); t – продолжительность введения раствора (в минутах).

Назначая препарат внутривенно, врач указывает название раствора, его общий объём и продолжительность введения. Число капель на 1 мл зависит от типа капельницы для внутривенного введения препарата и указывается на её упаковке. Капельница может дозировать: 10 капель/мл; 15 капель/мл; 20 капель/мл; 60 капель/мл.

Для справок: 1 литр (л) = 1000 миллилитров (мл).

Задание 1/4

После практики студент медицинского училища высказал на занятии несколько утверждений, которые указаны в таблице ниже.

Отметьте «Верно» или «Неверно» для каждого утверждения.

Утверждение	Верно	Неверно
Чем меньше капля, тем больше капель в одном мл.		

Если за 1 мин пациенту вводится внутривенно с помощью капельницы 10 капель, то за 1 час – 100 капель.		
Если 1 мл раствора капельница дозирует по 10 капель, то в 0,1 л будет 1000 капель.		

Задание 2/4

Подруги учатся в медицинском училище. При изучении темы внутривенного капельного введения лекарственного препарата они должны научиться правильно читать назначение врача и рассчитывать скорость инфузии.

На практике студентки получили указание от врача: «Ввести пациенту внутривенно капельно 1 литр 5%-го раствора глюкозы в течение 12 часов с помощью капельницы, дозирующей 10 капель/мл».

Вычислите скорость инфузии. Ответ дайте в каплях/мин, округлив результат до целого.

Задание 3/4

Для инфузии медсестра использует капельницу, которая дозирует 20 капель на 1 мл раствора. Сколько мл лекарственного раствора можно ввести внутривенно больному за 3 часа, если скорость инфузии при этом составляет 90 капель/мин?

МНОГОЯРУСНЫЙ ТОРТ

Набор для выпечки тортов состоит из трёх круглых разъёмных форм разных диаметров. С помощью набора форм можно создать многоярусный торт, который станет украшением любого торжества. Анна – начинающий кондитер. Она уже умеет печь одноярусный торт и украшать его кремом, как показано на рисунке. Она купила набор из трёх форм диаметрами 28 см, 24 см, 20 см.



При выполнении заданий вы можете пользоваться формулами:

$C = 2\pi r$ - длина окружности,

$S = \pi r^2$ - площадь круга, где r – радиус круга.

При вычислениях считайте, что $\pi \approx 3,14$.

Задание 1 / 2

Чтобы воспользоваться услугами курьера для доставки торта покупателю, Анна должна указать массу готового торта. При изготовлении торта диаметром 28 см она тратит 900 г теста на бисквит, 120 г белкового крема на украшение из розочек и 400 г творожного крема на прослойку. Анна знает, что масса готового бисквита составляет 80 % от массы теста. Какова масса готового торта (в граммах)?

Задание 2/2

Анна хочет испечь торт из трёх ярусов, точно так же сделав внутри прослойки из творожного крема и украсив каждый ярус по краю розочками. Для приготовления бисквита она будет использовать купленные ею формы.

Для прослойки нижнего яруса она расходует 400 г творожного крема. Сколько граммов творожного крема ей потребуется для среднего яруса, если высота слоя такая же, как и в нижнем ярусе? Округлите результат до десятков.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Диагностическая работа для 10 класса

МНОГОЯРУСНЫЙ ТОРТ



Набор для выпечки тортов состоит из трёх круглых разъёмных форм разных диаметров. С помощью набора форм можно создать многоярусный торт, который станет украшением любого торжества.

Анна – начинающий кондитер. Она уже умеет печь одноярусный торт и украшать его кремом, как показано на рисунке. Она купила набор из трёх форм диаметрами 28 см, 24 см, 20 см.

Задание 1/2

Анна хочет испечь торт из трёх ярусов, точно так же покрыв творожным кремом и украсив каждый ярус по краю розочками. Для приготовления бисквита она будет использовать купленные ею формы.

Для украшения нижнего яруса она расходует 800 г творожного крема. Сколько граммов творожного крема ей потребуется для среднего яруса, если высота слоя такая же, как и в нижнем ярусе 15 см? Округлите результат до десятков.

Задание 2/2

Для упаковки приготовленного трёхъярусного торта Анне нужно выбрать коробку. Укажите наименьшие размеры коробки в форме параллелепипеда, которые могут подойти для её торта, если высота каждого яруса равна примерно 7 см.

Отметьте один верный вариант ответа. Ответы записаны в формате: Длина x Ширина x Высота (в см).

1. 28 x 28 x 21
2. 28 x 24 x 20
3. 14 x 14 x 21
4. 56 x 56 x 21

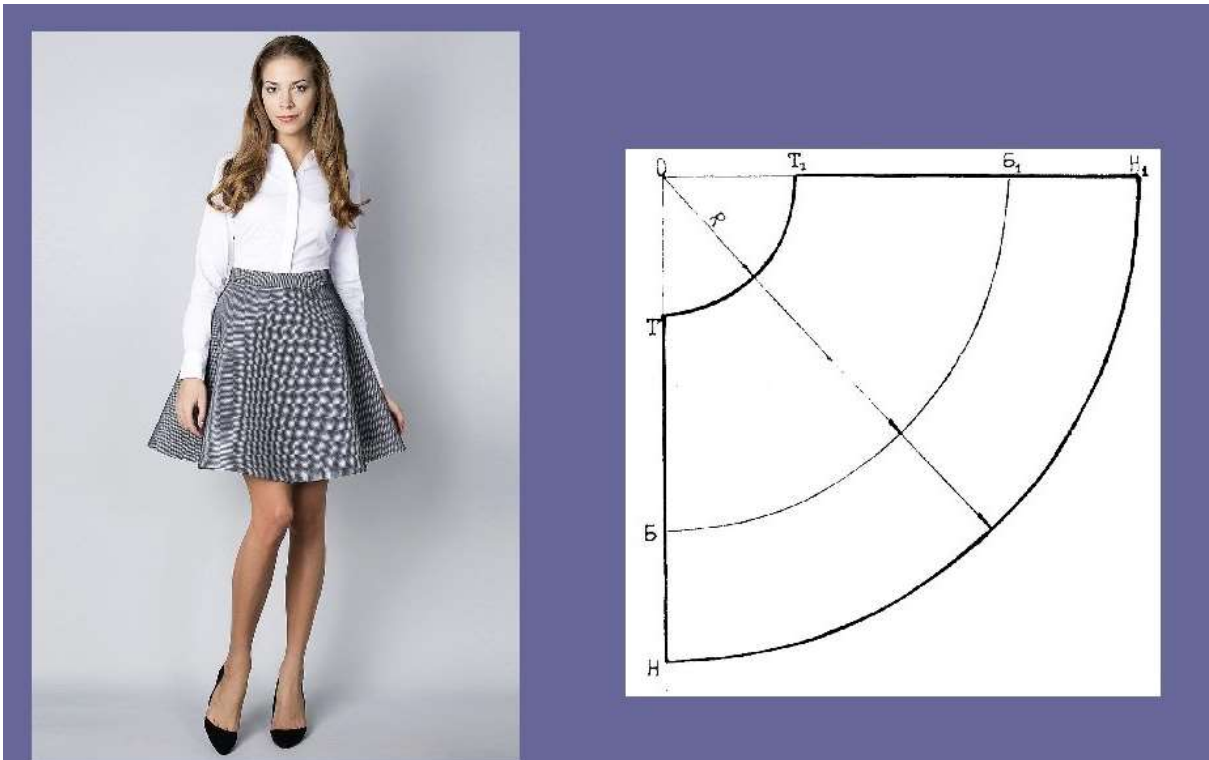
ЮБКА-ПОЛУСОЛНЦЕ

Юбка-полусолнце – это вид юбки фасона клеш, сшитой по косой. Она бывает на поясе, но более универсальной и комфортной моделью является юбка-полусолнце на резинке. Возник фасон как альтернатива «солнцу». Отличия между этими фасонами заключаются в том, что «солнце» в развернутой форме является кругом, а полусолнце – только его половинкой. Модель полусолнце менее пышная. На чертеже ткань сложена вдвое по боковому шву.

Для справки:

ТТ1- объем талии на чертеже

ТН- длина изделия



Задание 1/3

Ева – начинающий дизайнер. Она уже умеет шить юбку-карандаш. Она купила набор тканей, размером 150x150 зеленого цвета, 150x200 голубого цвета и 150x250 черного цвета. Она хочет себе сшить юбку зеленого цвета длиной не менее 60 см. Сможет ли она из своих тканей сшить такую юбку?

Ее параметры:

Объем талии – 70 см

Задание 2/3

Ева в итоге захотела сшить еще и юбку черного цвета, но дополнить ее бантиком. Его можно сшить из куска ткани прямоугольной формы размером 6x6. Хватит ли ей ткани на 1 бантик? На 2 бантика? На 3 бантика?

Задание 3/3

На конкурс красоты Еве необходимо пошить юбку длиной до пола. При ее росте длина юбки должна составлять 90 см. Ева купила себе еще ткань размером 145x400. Сможет ли Ева сшить такую юбку?

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Тематический сборник задач по математической грамотности для обучающихся 9-11 классов

9 класс

Прогрессии

Задача 1.

Деление одноклеточных организмов

Задание 1 / 3

Одним из представителей простых одноклеточных организмов является **инфузория-туфелька**. На рисунке ниже показано деление одной инфузории-туфельки.



А) Используя график, составьте формулу для вычисления количества инфузорий n , которое получается после определённого числа делений d каждой клетки надвое.

Отметьте **один** верный вариант ответа.

- $n = 2 + d$
- $n = 2d$
- $n = d^2$
- $n = 2^d$

Б) Определите, какое число инфузорий появится после её 7-го деления.

Запишите свой ответ.

Задание 2 / 3

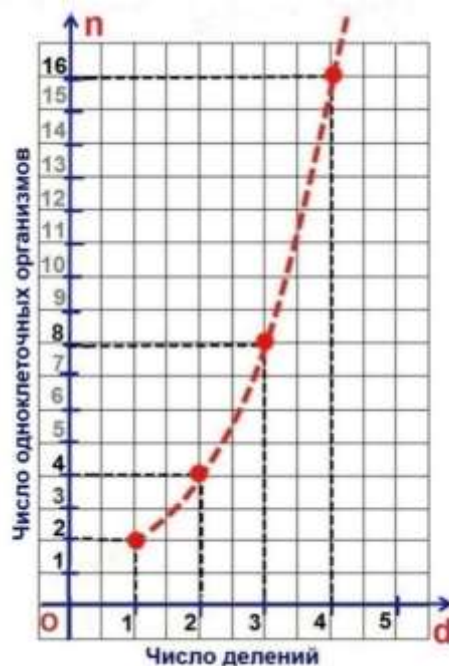
На рисунке показано деление одной инфузории-туфельки.



Сколько инфузорий было первоначально, если после пятикратного деления их

Простое деление одноклеточных организмов осуществляется путём деления одной клетки надвое.

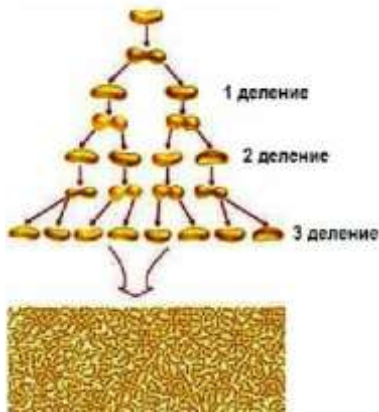
На графике показан рост численности одноклеточного организма при делении каждой клетки надвое.



стало 192?

Задание 3/3

Среди одноклеточных организмов есть бактерии, к которым относится кишечная палочка. Данная бактерия, попав в благоприятные условия для живого организма, через $\frac{1}{3}$ часа делится на две бактерии, затем каждая из образовавшихся бактерий снова через $\frac{1}{3}$ часа делится на две и т.д.



Укажите в таблице количество бактерий, образующихся из одной бактерии, попавшей в благоприятные условия, за указанные промежутки времени

Время	Число бактерий, образующихся из одной бактерии
за 60 минут	
за 3 часа	

Окружность и круг

Задача 1.

В пиццерии готовят две круглые пиццы одинаковой толщины и разного размера. Маленькая имеет диаметр 30 см и стоит 300 рублей. Большая имеет диаметр 40 см и стоит 400 рублей. Какую пиццу выгоднее покупать? Ответ аргументируйте.



Задача 2.

Велосипедное колесо состоит из металлического обода, втулки со спицами и покрышки с камерой. При покупке покрышек для велосипеда их размер определяется по наружному диаметру металлического обода велосипедного колеса. На обод монтируется велосипедная покрышка с камерой.



Обод велосипедного колеса изготавливают диаметром **10; 12; 16; 18; 20; 24; 26; 27,5; 28** или **29** дюймов. Для справок: При вычислениях считайте, что: 1 дюйм = 2,54 см; $\pi = 3,14$. Ниже показаны четыре вида велосипедов с разными диаметрами обода колеса.

<p>1. Горный велосипед</p>  <p>Диаметр обода 24 дюйма</p>	<p>2. Спортивный велосипед</p>  <p>Диаметр обода 29 дюймов</p>
---	---

3. Детский велосипед  Диаметр обода 16 дюймов	4. Велосипед тандем  Диаметр обода 20 дюймов
---	---

А) Велосипед какого вида сможет пройти наибольшее расстояние за один полный оборот обода?

Отметьте верный вариант ответа.

- Горный велосипед
- Спортивный велосипед
- Детский велосипед
- Велосипед тандем

Б) Если перечисленные велосипеды будут двигаться в течение одного и того же количества времени с одинаковой постоянной скоростью, то обод колеса велосипеда какого вида сделает наибольшее количество оборотов во время езды?

Отметьте верный вариант ответа.

- Горный велосипед
- Спортивный велосипед
- Детский велосипед
- Велосипед тандем

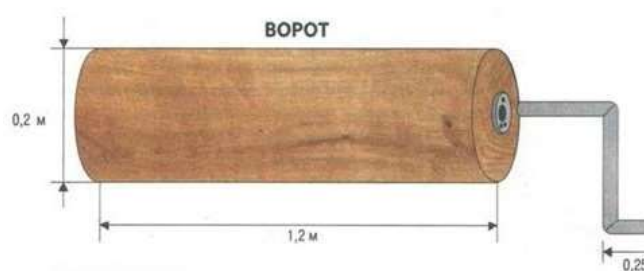
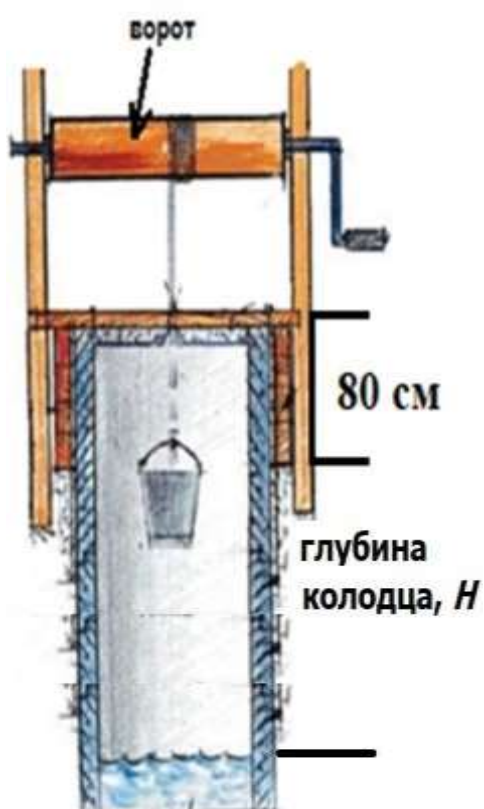
1. Чтобы ехать на велосипеде, нужно крутить педали. Вращение педалей велосипеда обеспечивает вращение его колес.

Составьте формулу для вычисления количества оборотов N велосипедного колеса, сделанных во время езды на велосипеде на расстоянии S (в см) с одинаковой постоянной скоростью, если диаметр обода d (в дюймах), а высота покрышки с камерой, установленной на обод, равна 2 см.



Задача 3. Деревянный колодец представляет собой крытую бревенчатую шахту с воротом, к которому цепью крепится ведро. Ворот вращается ручкой. При вращении ручки ворот поворачивается, цепь постепенно наматывается на него, и ведро с водой поднимается на поверхность. За один поворот ручки ворот делает полный оборот вокруг оси, и на нём появляется один виток цепи.

Диаметр ворота равняется обычно от 20 до 22 см.



Формулы для справок:

$SS = \pi RR^2$ – площадь круга, $C = 2\pi RR$ – длина окружности, где RR – радиус круга.

Считайте, что $\pi = 3,14$.

А) При поднятии воды из колодца, диаметр ворота которого равен 20 см, сделали 20 оборотов ручкой. Высота деревянного сруба над землей – 80 см. Найдите глубину колодца (от уровня земли до уровня

воды в колодце). Результат округлите до целого.

Б) Запишите формулу для вычисления глубины колодца H (в м) в зависимости от диаметра ворота d (в м), количества оборотов n , высоты сруба l (в м). Сколько оборотов ручкой необходимо сделать, чтобы поднять ведро с водой из колодца глубиной 9 м? Высота сруба колодца над землей – 80 см, диаметр ворота – 20 см.

10 класс

Параллелепипед

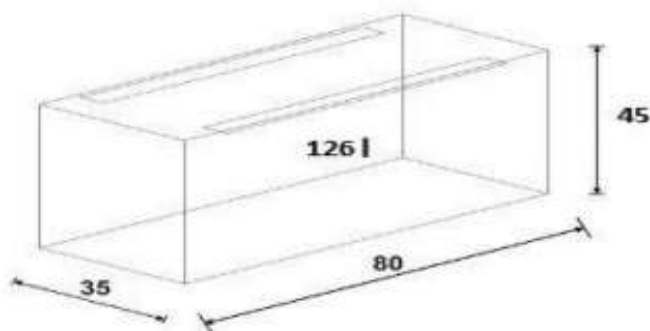
Задача 1.

Родители решили сделать ремонт в комнате. Размеры комнаты 5х7х2,5м (длина х ширина х высота). Нужно поклеить обои и положить ламинат.

Сколько рулонов обоев понадобится, если ширина рулона составляет 106см, а высота 10,5м? Сколько упаковок ламината нужно, если плашка ламината имеет размер 19,2 х 129,2 см, а в упаковке 8 плашек? Отец начинает укладку всегда с целой плашки.

Задача 2.

Оле подарили аквариум для рыбок. Размеры аквариума указаны в см на рисунке. Сколько нужно упаковок грунта, чтобы закрыть дно аквариума на 5 см? Грунт продается в упаковке по 400 гр. Чтобы заполнить 1 куб.см. необходимо 0,0015 кг грунта.



Задача 3.

Бассейн

Плавание – один из древнейших видов спорта. Были обнаружены картины каменного века, которым более 10 000 лет. Письменные упоминания о плавании датируются примерно 2000 годом до н.э. На рисунках египтян изображалось плавание. Рисунки датируются 2500 годом до н.э. Плавание очень полезно для здоровья.

Для комфортного плавания посетителей необходимо постоянно менять воду в бассейне, что делают за счет насосов. Глубина бассейна составляет 2 метра, ширина 10 метров, длина 25 метров, ширина дорожки 2,5 метров.



1. Найдите суммарную площадь боковых стен и дна бассейна (в квадратных метрах).

2. Какой объем воды меняют в бассейне за 2 часа?

Куб

Задача 1.



Из нескольких одинаковых ящиков в форме куба сделали стеллаж, изображённый на фото. Сторона куба равна 30 см.

Решено доработать стеллаж и сделать две дверцы, которые закрыли бы ниши, образованные стенками соседних ящиков. На фото они обозначены цифрами 1 и 2.



Для каждой дверцы:

а) укажите в таблице соответствующую её форме геометрическую фигуру: равносторонний треугольник, равнобедренный треугольник, квадрат, ромб, трапеция;

б) вычислите длины сторон и величины углов выбранных фигур, занесите их в таблицу.

Дверца	Геометрическая фигура	Длины сторон (через запятую)	Величины углов (через запятую)

1			
2			

Можно ли разместить такой стеллаж в стенной нише, если высота ниши составляет 1 м?

Комбинации тел

Задача 1.

Спиннер – это развлекательная вращающаяся игрушка. Она изготавливается из различных материалов и может быть разных цветов. На фото показан типовой спиннер из пластика с тремя лопастями. Производители спиннеров помещают в лопасти подсветку, которая, в зависимости от расположения ламп, образует при вращении уникальный рисунок.



Прежде чем переходить на производство треугольных коробок для спиннеров, на фабрике решили рассчитать, выгодна ли транспортировка таких коробок.

В основании коробки – равносторонний треугольник с длиной стороны равной 8 см. Высота коробки – 2 см.

Сколько коробок для спиннеров поместится в транспортировочный короб в форме прямоугольного параллелепипеда размером 36 x 22 x 5 см (длина x ширина x высота)? Вычислите наибольшее количество.



Запишите свой ответ в виде числа.

11 класс

Тела вращения (цилиндр)

Задача 1.

Андрей продаёт складные зонты различных расцветок и пользуется услугами склада для их хранения. Зонты упакованы в тубусы диаметром 9,2 см и длиной 33 см. Вес одного тубуса с зонтом составляет 1 кг 200 г.



Для транспортировки на склад небольшой партии зонтов необходимо выбрать подходящие по размеру и максимальной нагрузке коробки в форме параллелепипеда.

Андрей обычно раскладывает товар по коробкам, пользуясь правилом: *«Коробка не должна существенно превышать размеры вложенного в неё товара»*.

Для справок: Максимальная нагрузка – вес, который выдерживает коробка при транспортировке в ней товара.

На складе существует правило: «Если суммарный объём коробок с товаром в одной поставке больше 1 м^3 , то поставка должна быть на поддоне». Андрей хочет поставить партию из 1050 зонтов на склад, и ему надо быстро оценить, понадобится ли ему поддон.

Отметьте **один** верный вариант ответа и верное обоснование.

○ Невозможно ответить на этот вопрос, так как мы не знаем, в какие коробки упакован товар

○ Поддон не понадобится, так как объём тубуса равен $3,14 \cdot 0,046^2 \cdot 33 \approx 0,2 \text{ (м}^3) < 1 \text{ м}^3$

○ Поддон понадобится, так как объём одного тубуса равен $3,14 \cdot 4,6^2 \cdot 33 = 2192,5992 \text{ (см}^3)$, объём 1050 тубусов $2192,5992 \cdot 1050 = 230229,16 \text{ (см}^3) = 23 \text{ (м}^3) > 1 \text{ м}^3$

○ Поддон понадобится, так как объём всех тубусов в этой партии равен $3,14 \cdot 4,6^2 \cdot 33 \cdot 1050 = 2\,302\,229,16 \text{ (см}^3) > 2 \text{ м}^3 > 1 \text{ м}^3$

Комбинации тел, тела вращения и многогранники

Задача 1.

В рамках реализации концепции развития городской среды в городе Выборге предусмотрена реконструкция существующего Центрального парка.

	<p>Для срочных строительных работ требуется перевезти брёвна, песок, цемент и керамическую плитку. Материалы необходимо поставить в одно время. В 20 км данный материал складирован следующим образом</p>
	<p>на участке, имеющем квадратную форму со стороной 4м, в виде прямой треугольной призмы уложены брёвна, высота укладки 1,3 м</p>



	<p>куча песка имеет конусообразную форму, диаметр основания равен 3м, высота кучи - 2м</p>
	<p>цемент в порошке упакован в мешки и уложен на поддон размерами 3,2м x 1,9м, высота укладки 0,5м</p>
	<p>керамическая плитка уложена на поддоны 1,3м x 1,3м, высота укладки 1,3 м</p>

Таблица плотностей строительных материалов

Материал	Плотность
Песок	1300кг/м ³
Древесина	700 кг/м ³
Цемент	1400кг/м ³
Плитка	1400кг/м ³

У компании, осуществляющей перевозку груза, есть четыре автомобиля: ЗИЛ - 4333, ГАЗ - 3307, КАМАЗ - 53215, ЗИЛ - 5301. При перевозке надо учитывать грузоподъемность и вместимость кузова автомобилей.

 <p data-bbox="320 1890 507 1926">ЗИЛ – 4333</p>	 <p data-bbox="868 1870 1050 1906">ГАЗ - 3307,</p>
---	--

 КАМАЗ – 53215	 ЗИЛ – 5301
--	--

Грузоподъемность — масса груза, на перевозку которого рассчитано данное транспортное средство, основная эксплуатационная характеристика транспортного средства. Масса груза рассчитывается по формуле $m = V\rho$ (m -масса груза, V - объем груза, ρ - плотность материала).

Вместимость кузова – это объем кузова.

Основные технические данные автомобилей

Показатель	Автомобиль			
	ЗИЛ-4333	ГАЗ-3307	КАМАЗ-53215	ЗИЛ-5301
Грузоподъемность, т	6	4,5	8	3
Внутренние размеры платформы, см:				
длина	400	400	500	400
ширина	200	200	250	200
высота	60	70	80	50
Вместимость кузова, м ³				

Какова вместимость кузова автомобиля с наибольшей грузоподъемностью в кубических метрах? Возможно ли, используя эти четыре автомобиля, выполнить данный заказ? Если перевозка возможна, то выполните заказ рациональным способом. Запишите ответ в таблицу, приведенную ниже:

Автомобиль	Материал
ЗИЛ – 4333	
ГАЗ – 3307	
КАМАЗ – 53215	
ЗИЛ – 5301	