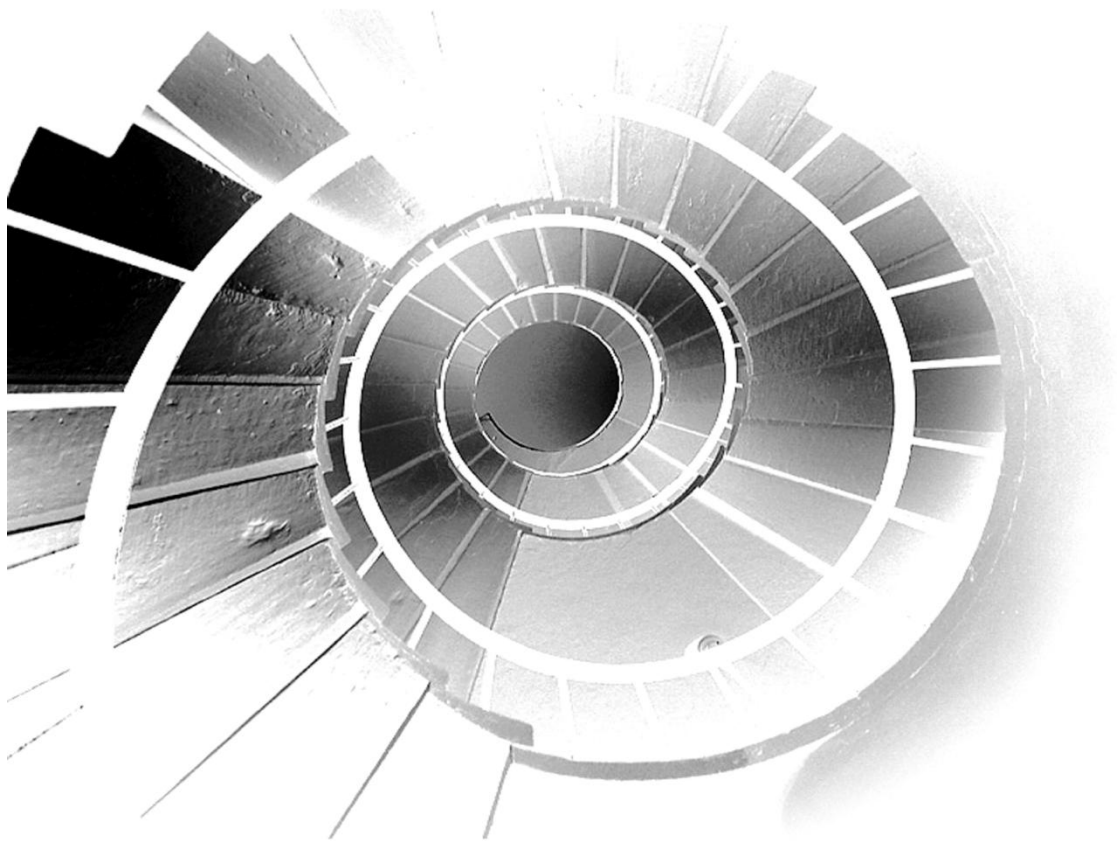


Е.А. СУХОВИЕНКО

**Демонстрационный экзамен
будущего учителя математики**



УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Е.А. Суховиенко

Демонстрационный экзамен будущего учителя
математики

Учебное пособие

Челябинск
2026

УДК 51(07)(021)
ББК 74.262.21я73
С 91

Суховиенко, Е.А. Демонстрационный экзамен будущего учителя математики : учеб. пособие / Е.А. Суховиенко. – Челябинск: ООО АБРИС, 2026. – 128 с. – ISBN 978-5-91744-239-6

Учебное пособие раскрывает теоретические основы демонстрационного экзамена будущих учителей математики (положительные и отрицательные стороны демонстрационного экзамена, его принципы, условия и функции, модель демонстрационного экзамена и диагностика профессиональной подготовки будущего учителя математики) и практические вопросы подготовки и проведения демонстрационного экзамена (алгоритмы работы студентов, повышение их математической компетентности, рефлексивная деятельность в ходе демонстрационного экзамена и примеры заданий).

Пособие предназначено для студентов старших курсов бакалавриата направления 44.03.05 Педагогическое образование профильной направленности «Математика. Информатика» и «Физика. Математика», магистратуры направления 44.04.01 Педагогическое образование профильной направленности «Управление профильной подготовкой в системе общего образования (математика, физика, информатика)».

Рецензенты: С.А. Севостьянова, канд. пед. наук, доцент
Н.В. Муравьева, канд. пед. наук, доцент

Пособие выполнено в рамках научно-исследовательской работы «Разработка и реализация модели профессионального демонстрационного экзамена будущего учителя математики» договор № 16-551 от 14.07.2025 г.

ISBN 978-5-91744-239-6

© Е.А. Суховиенко, 2026
© Южно-Уральский государственный
гуманитарно-педагогический
университет, 2026
© ООО АБРИС, 2026

Оглавление

Введение.....	5
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ДЕМОСТРАЦИОННОГО ЭКЗАМЕНА БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ.....	7
1.1 Демонстрационный экзамен как форма аттестации студентов педагогического вуза	7
1.2 Положительные и отрицательные стороны демонстрационного экзамена, его принципы, условия и функции	8
1.3 Модель демонстрационного экзамена будущего учителя математики.....	11
1.4 Демонстрационный экзамен как средство диагностики профессиональной подготовки будущего учителя математики	20
ГЛАВА 2. ПОДГОТОВКА И ПРОВЕДЕНИЕ ДЕМОСТРАЦИОННОГО ЭКЗАМЕНА БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ.....	33
2.1 Организационные вопросы проведения демонстрационного экзамена	33
2.2 Алгоритмы подготовки к демонстрационному экзамену	35
2.3 Роль демонстрационного экзамена в предметной подготовке будущего учителя математики	39
2.4. Рефлексия и самооценка студентов в процессе проведения демонстрационного экзамена	45
2.5 Примеры практикоориентированных заданий государственного экзамена по методике обучения математике	48
2.6 Примеры практикоориентированных заданий демонстрационного экзамена по дисциплине «Образовательные технологии в обучении математике»	51
2.7 Примеры практикоориентированных заданий демонстрационного экзамена в форме итоговой конференции по педагогической практике	52
Заключение	59
Библиографический список	61
Приложение 1. Примеры экзаменационных билетов демонстрационного экзамена (ГИА) по методике обучения математике	64
Приложение 2. Примеры конспектов (технологических карт) фрагментов уроков, разработанных студентами для демонстрационного экзамена	70

Введение

В соответствии с Концепцией подготовки педагогических кадров для системы образования на период до 2030 г. [15] в педагогических вузах нашей страны широко внедряется демонстрационный экзамен, под которым понимается процедура независимой оценки, направленная на оценивание готовности обучающегося, выпускника к профессиональной деятельности, проводимая в условиях, приближенных к профессиональной деятельности с участием независимых экспертов (представителей работодателя) в форме экзамена, дифференцированного зачета по дисциплине, итоговой конференции по результатам учебной / производственной практики [6].

Пособие предусматривает изучение понятия демонстрационного экзамена, содержания и критериев оценивания демонстрационного экзамена. Содержание демонстрационного экзамена будущего учителя математики охватывает такие важные аспекты его деятельности, как работа с текстовой задачей или задачей на построение, теоремой, алгоритмом, функцией, с математическим понятием, применение координатного метода и метода преобразований в геометрии, применение производной в решении задач на оптимизацию, решению уравнений и неравенств в старшей школе графическим методом.

Предложена модель демонстрационного экзамена, включающая целевой, содержательный, операционно-технологический и коррекционно-результативный блоки. Раскрыто содержание каждого из блоков модели. В целевом блоке определены цели демонстрационного экзамена как его предполагаемые результаты и способы формулирования требований к профессиональной подготовке будущего учителя математики. В содержательном блоке на основе анализа профессионального стандарта «Педагог» выявляются критерии оценивания и определяется структура оценочных средств демонстрационного экзамена, которые в обязательном порядке проходят согласование с работодателями. Операционно-технологический блок описывает организационные вопросы подготовки к демонстрационному экзамену и деятельность студентов в ходе его проведения. В коррекционно-результативном блоке результаты применения оценочных средств обрабатываются, интерпретируются и используются для принятия управленческих решений.

Одной из целей демонстрационного экзамена является повышение уровня профессиональной подготовки будущего учителя математики за счет последующей коррекции и нивелирования выявленных дефицитов, поэтому диагностическая функция демонстрационного экзамена может быть осуществлена в процессе его проведения в ходе промежуточной, а не итоговой аттестации. Проведение диагностики профессиональной подготовки будущего учителя математики в ходе демонстрационного экзамена по дисциплине «Методика обучения математике» позволяет выявлять дефициты профессиональных умений и проводить

коррекционную работу по нивелированию этих дефицитов.

В пособии обоснована необходимость и возможность проверки в ходе демонстрационного экзамена предметных знаний и умений; определено место контроля предметных знаний и умений в содержании демонстрационного экзамена будущего учителя математики; установлено соответствие требований к предметной подготовке будущих учителей математики положениям Профессионального стандарта Педагог, планируемым результатам освоения основной профессиональной образовательной программе по профилю «Математика» и требованиям работодателей; определены способы повышения уровня предметных знаний и умений в процессе подготовки и проведения демонстрационного экзамена.

В пособие включены как задания для осмысления сущности демонстрационного экзамена, так и практикоориентированные задания, направленные на совершенствование профессиональной подготовки будущего учителя математики в процессе подготовки и проведения демонстрационного экзамена.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ДЕМОНСТРАЦИОННОГО ЭКЗАМЕНА БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

1.1 Демонстрационный экзамен как форма аттестации студентов педагогического вуза

В соответствии с Концепцией подготовки педагогических кадров для системы образования на период до 2030 г. [15] в педагогических вузах нашей страны широко внедряется демонстрационный экзамен, под которым понимается процедура независимой оценки, направленная на оценивание готовности обучающегося, выпускника к профессиональной деятельности, проводимая в условиях, приближенных к профессиональной деятельности с участием независимых экспертов (представителей работодателя) в форме экзамена, дифференцированного зачета по дисциплине, итоговой конференции по результатам учебной (производственной) практики [6].

Демонстрационный экзамен – процедура независимой оценки, направленная на оценивание готовности обучающегося, выпускника к профессиональной деятельности (уровня сформированности компетенций), проводимая в условиях, приближенных к профессиональной деятельности с участием независимых экспертов (представителей работодателя) в форме экзамена, дифференцированного зачета по дисциплине, итоговой конференции по результатам учебной / производственной практики [18].

Демонэкзамен проводят в условиях, максимально приближенных к реальности, с участием независимых экспертов (представителей работодателя), оценивающих качество решения профессиональных задач. Целесообразность проведения демонэкзамена обусловлена необходимостью получения объективной оценки качества результатов освоения основной профессиональной образовательной программы, в том числе готовность обучающихся (выпускников) к решению профессиональных задач в соответствии с профессиональным(-ыми) стандартом(-ами), планируемыми результатами освоения основных профессиональных образовательных программ в реальных или смоделированных условиях профессиональной деятельности, а также запросами (ожиданиями) работодателей.

Для оценки качества профессиональной подготовки демонэкзамены проводятся для обучающихся и выпускников образовательных программ УГСН 44.00.00 Образование и педагогические науки. В рамках практической подготовки и промежуточной аттестации по дисциплинам / модулям и практикам, реализуемым образовательной организацией на основе единых требований к структуре и содержанию предметной и методической подготовки педагогических кадров, осуществляется оценка готовности обучающихся к профессиональной деятельности. В рамках государственной итоговой аттестации демонэкзамен проводится с целью оценки результатов освоения образовательных программ и готовности выпускников к решению профессиональных задач (как в стандартных, так

и в нестандартных ситуациях) в соответствующей сфере профессиональной деятельности.

В рамках реализации образовательных программ высшего образования обучающимся педагогических вузов предоставляется возможность прохождения демонстрационного экзамена как формы:

- промежуточной аттестации по дисциплинам / модулям, в рамках которых предусмотрена практическая подготовка;
- промежуточной аттестации по практике (преимущественно производственной);
- государственной итоговой аттестации: защита выпускной квалификационной работы / проекта (далее – ВКР);
- государственной итоговой аттестации: государственный экзамен (далее – ГЭ).

1.2 Положительные и отрицательные стороны демонстрационного экзамена, его принципы, условия и функции

Рассмотрим положительные и отрицательные стороны демонстрационного экзамена в педагогическом вузе. О.В. Воронушкина [6] считает, что демонстрационный экзамен как новая форма аттестации, в отличие от традиционных, в полной мере соответствует и способствует реализации компетентного подхода в современном высшем педагогическом образовании.

По мнению С.В. Несына [20], в практикоориентированной модели высшего педагогического образования именно демонстрационный экзамен становится результативным средством итогового контроля формирования компетенций.

Д.И. Беркутова, Е.М. Громова и Т.А. Горшкова [2] указывают в качестве плюсов демонстрационного экзамена возможность оценки по широкому спектру критериев и показателей, погружение в ситуацию реальной профессиональной деятельности, участие в процедуре представителей работодателей, оценивающих готовность к профессиональной деятельности и соответствие профессиональному стандарту, что положительно влияет на дальнейшее трудоустройство, а минусами – временные и ресурсные затраты, трудности в подборе волонтеров). Это позволило им сделать вывод о значительных преимуществах демоэкзамена в оценке сформированности компетенций, предусмотренных ФГОС, и готовности студентов к профессиональной деятельности.

Л.В. Матвеева, Е.Д. Трофимова и Л.А. Беляева [17] считают отличительными особенностями демонстрационного экзамена моделирование реальных производственных условий для демонстрации выпускниками профессиональных умений и навыков; независимую оценку выполнения экзаменационных заданий экспертами из числа работодателей и определение уровня профессиональной подготовленности выпускников. К плюсам демонстрационного экзамена ими были отнесены: возможность

объективного оценивания уровня подготовки выпускников согласно требованиям стандартов, уровня квалификации преподавательского состава и материально-технической базы образовательного учреждения, содержания и качества образовательных программ; активизация взаимодействия педагогического коллектива и профессионального сообщества; для выпускника – подтверждение квалификации и возможность получить предложения о трудоустройстве непосредственно в ходе государственной итоговой аттестации; для работодателя – просмотр потенциальных сотрудников непосредственно во время их профессиональной деятельности. Минусы демонстрационного экзамена соотнесены с необходимостью создания специальной площадки для его проведения, оснащенной современным технологическим оборудованием, разработки контрольно-измерительных материалов, подбора экспертов и создания рабочей группы, координирующей процесс подготовки к экзамену; возрастанием материальных расходов образовательного учреждения в связи с вышесказанным. Что касается процедуры экзамена как таковой, то в качестве минусов отмечены значительные временные затраты в связи с выполнением задания; невозможность выполнить на экзамене все виды деятельности выпускника; возрастание рисков при прохождении аттестационного испытания слабыми выпускниками.

Е.А. Дьякова [11] выделяет следующие *принципы* организации демонстрационного экзамена по методическим дисциплинам в рамках промежуточной аттестации:

- соединения теории и практики: решение прикладной методической задачи должно иметь теоретическое обоснование;
- вариативности: студентам должны быть предложены вариативные задания;
- приоритета активных и интерактивных методов, технологий и средств: обеспечения активности учащихся на уроке или внеурочном мероприятии.

Реализация этих принципов обеспечит представление студентами интересных и обоснованных проектных заданий. Дьякова конкретизирует их в виде *условий*:

- в задания к демозаказмену по методической дисциплине необходимо включить разработку технологической карты урока с пояснениями по поводу выбора методов и средств, подготовку его фрагмента в соответствии с конкретными заданными условиями;
- целесообразно предлагать каждому студенту задания на выбор (три для разных классов или разделов, такие возможности есть), позволяя выбрать то, которое можно представить более качественно;
- в задания включать указание на организацию определенной деятельности, использование конкретных активных методов, технологий и средств, как того требует школьный ФГОС (при этом несколько сужается вариативность).

Основные *принципы* организации и проведения независимой оценки качества подготовки обучающихся (выпускников) форме профессионального (демонстрационного) экзамена перечислены в Методических рекомендациях ... [18]:

- принцип добровольности: участие в профессиональных (демонстрационных) экзаменах экспертов и педагогов образовательных организаций осуществляется на добровольной основе;

- принцип объективности: оценивание результатов профессиональных (демонстрационных) экзаменов осуществляется на основе привлечения компетентных независимых экспертов, применения оценочных материалов, прошедших профессиональную экспертизу, внедрения единых организационно-технологических решений при создании площадок для проведения профессиональных (демонстрационных) экзаменов, предупреждения возникновения конфликта интересов в отношении всех участников;

- принцип независимости: самостоятельность и беспристрастность представителей профессионального экспертного сообщества, участвующих в экспертизе оценочных материалов и (или) в оценке результатов прохождения участниками профессионального (демонстрационного) экзамена;

- принцип доступности: обеспечение равного доступа на Площадку участников с целью знакомства с ее организационно-техническими возможностями, участия в тренировочных мероприятиях подготовки к демонстрационным экзаменам;

- принцип системности: формирование банка оценочных материалов, соответствующих требованиям профессиональных стандартов и (или) образовательных стандартов подготовки педагогических кадров, привлечения представителей профессионального экспертного сообщества к проведению оценочных процедур, всестороннего анализа результатов профессиональных (демонстрационных) экзаменов, выявления образовательных (профессиональных) дефицитов участников экзамена, разработки программ индивидуального профессионального развития (саморазвития) и внесения изменений в основные образовательные программы высшего педагогического образования;

- принцип открытости: прозрачность и публичность информирования участников, представителей экспертного сообщества, общественности о целях, задачах, принципах организации и проведения независимой оценки качества подготовки педагогических кадров в форме профессионального (демонстрационного) экзамена, организационных особенностях процедуры профессионального (демонстрационного) экзамена.

А.Г. Беляевым, Т.С. Беляевой и М.О. Шмахтенковой [1] выделены следующие принципы разработки заданий демонстрационного экзамена:

- 1) подготовленный комплекс заданий проверяет не менее 50 %

компетенций специалиста, которые были отобраны как приоритетные для работодателя;

2) к каждому модулю демонстрационного экзамена разрабатывается схема оценивания, основанная на принципе объективности: критерии оценивания позволяли набирать баллы за факт выполненных действий при демонстрации задания, что исключало проявления субъективного оценивания со стороны экзаменационной комиссии;

3) задания максимально приближены к видам работ, которые выпускник будет выполнять при устройстве на работу по специальности.

Л.И. Сигитова [24] приписывает демонстрационному экзамену следующие *функции*: он способствует трудоустройству выпускников, в том числе с использованием рейтинга; позволяет осуществить демонстрацию проекта на государственной итоговой аттестации, позволяет учитывать мнение экспертов, специалистов в сфере образования, привлекать ведущие профессиональные ассоциации и объединения работодателей к независимой оценке качества профессиональной подготовки; осуществляет экспертизу специалистов системы образования, педагогических кадров региона, их аттестацию и реализует механизмы выявления дефицитов профессиональной подготовки педагогических кадров; позволяет проводить апробацию проектной части ВКР, кейсов на базе профильных организаций города; способствует решению актуальных задач системы образования региона посредством согласования тематики ВКР и кейсов государственного экзамена; дает комплексную оценку результатов освоения образовательной программы обучающимися; способствует совершенствованию механизмов актуализации образовательных программ подготовки педагогических кадров и повышению престижа педагогической профессии.

1.3 Модель демонстрационного экзамена будущего учителя математики

Концепция подготовки педагогических кадров для системы образования на период до 2030 г. предусматривает проведение демонстрационного экзамена как формы аттестации обучающихся по основным профессиональным образовательным программам высшего педагогического образования [15].

Внедрение демонстрационного экзамена в практику работы педвузов повлекло появление в научно-педагогической литературе моделей, так или иначе связанных с проведением демонстрационного экзамена.

В статье О.В. Воронушкиной модель демонстрационного экзамена упоминается в трех аспектах. В частности, О.В. Воронушкина пишет о важности разработки и апробации моделей демонстрационного экзамена в рамках ГИА и в рамках промежуточной аттестации обучающихся по дисциплинам и практикам. Она подчеркивает, что попытки разработки типовой модели заданий демонстрационного экзамена позволили усовершенствовать механизм его реализации [5]. В статье [5] представлена

также модель взаимодействия субъектов демонстрационного экзамена, среди которых педвуз, студенты, представители заказчика (региональные власти или муниципалитеты, педагоги), школьники и их родители.

С.П. Волохов описывает модель демонстрационного экзамена, предусматривающую участие работодателей в оценке результатов профессиональной подготовки педагогов в ходе государственной итоговой аттестации [4]. Эта модель сводится к набору положений, регламентирующих организационные аспекты проведения демонстрационного экзамена:

- демонстрационный экзамен не является обязательной процедурой при проведении ГИА, а проводится только для отдельных программ подготовки с учетом их важности для профессиональных и экспертных сообществ, заказчиков подготовки профессиональных кадров;

- обучающиеся принимают участие в демонстрационном экзамене на добровольной основе;

- демонстрационный экзамен может проводиться как в рамках защиты выпускной квалификационной работы, так и в рамках государственного экзамена;

- подготовка и проведение демонстрационного экзамена при выполнении ВКР осуществляется на базе профильной организации;

- ВКР в целом или её отдельный раздел (не менее главы) должны быть направлены на реализацию проекта;

- демонстрационный экзамен в рамках государственного экзамена осуществляется по тематическим кейсам, которые должны иметь следующую структуру: проблемно-постановочный раздел (включает задание на обоснование актуальности темы, определение цели и задач проекта, определение методов, ресурсов); теоретический раздел (включает задание на теоретическую (научно-методическую) проработку проблематики кейса); практический раздел (представляет методические указания по выполнению практикоориентированного проекта); аналитический раздел (представляет методические указания по формированию выводов (проведению рефлексии));

- работу демонстрационного экзамена обеспечивают две группы работодателей (первая – это члены государственных экзаменационных комиссий, выносящие решение по выставлению оценки, вторая – приглашенные в рамках комиссий по трудоустройству работодатели, имеющие право участвовать в публичной дискуссии и осуществлять независимый рейтинг выпускников в рамках ГИА по конкретной программе);

- организация стола подписания договоров на трудоустройство;

- пресс-подход по итогам ГИА с участием выпускников и работодателей;

– выполнение кейса или ВКР возможно группой обучающихся, но не более трех человек в группе.

Выявленные С.П. Волоховым условия проведения демонстрационного экзамена при всей их важности не затрагивают его содержательных аспектов, связанных со спецификой профиля обучения студентов.

В разработанную Т.В. Хильченко модель демонстрационного экзамена входят теоретический (междисциплинарный), организационно-технологический и моделирующе-демонстрационный блоки. Автор предлагает в качестве оценочных средств для этих блоков соответственно тесты, предметно-методические задания (кейсы и компетентностно-ориентированные задания и демонстрацию решения проблемной методической задачи в условиях моделирования и презентации реального урока (фрагмента урока) с учетом специальных требований (наличие обучающихся с ОВЗ, «трудных» подростков и т.д.) [31]. Очевидно, что эти блоки представляют содержание демонстрационного экзамена, но они не отражают деятельность ни преподавателя вуза по подготовке и проведению демонстрационного экзамена, ни профессиональную деятельность будущего учителя.

Предложенная А.Г. Беляевым, Т.С. Беляевой и М.О. Шмахтенковой модель демонстрационного экзамена состоит из трех модулей: теоретико-аналитическая работа, интервью, проведение фрагмента занятия. Эта модель предполагает использование ситуационных задач, в которых раскрываются особенности деятельности будущего специалиста по конкретным направлениям деятельности: работе с определенным контингентом, возможности учета индивидуальных и групповых особенностей контингента и т.д. [1]. В модели этих авторов учтены некоторые аспекты будущей профессиональной деятельности специалиста.

Е.А. Дьяковой разработана модель процесса оценочной деятельности при диагностике профессиональной готовности будущего учителя для промежуточной и итоговой аттестации, причем между этими видами аттестации установлены взаимосвязи. Общими для промежуточной и итоговой аттестации являются принципы и условия демонстрационного экзамена и наличие экспертной комиссии. Для промежуточной аттестации выделены содержание и критерии, а для итоговой – требования к результатам демонстрационного экзамена [11]. В модели Е.А. Дьяковой просматривается педагогическая система – выявлены ее составные части и связи между ними. Важно, что в модели Е.А. Дьяковой результаты демонстрационного экзамена как процедуры промежуточной аттестации предполагается использовать для коррекции профессиональной подготовки студентов.

Анализ представленных моделей показал, что имеется большое разнообразие подходов к построению моделей, причем с явным креном в сторону организационных условий проведения демонстрационного

экзамена. Часть моделей представляет структуру оценочных средств демонстрационного экзамена. Авторы не показывают явно оснований для создания модели демонстрационного экзамена.

Нами поставлена задача описать построение модели демонстрационного экзамена будущих учителей математики на основе деятельностного подхода, позволяющего поставить на научную основу деятельность педагогов (работников вуза) по проектированию целевых установок, содержания и организации демонстрационного экзамена и в то же время провести анализ профессиональной деятельности учителя математики для определения содержания оценочных материалов и установления критериев оценивания выполнения студентами заданий демонстрационного экзамена.

Для построения модели демонстрационного экзамена использован деятельностный подход, рассматривая подготовку и проведение демонстрационного экзамена как педагогическую деятельность, а именно как единство ее цели, средств, процесса и результата.

Для создания модели демонстрационного экзамена мы использовали метод моделирования – «метод опосредованного практического или теоретического оперирования объектом, при котором исследуется непосредственно не сам интересующий нас объект, а используется вспомогательная естественная или искусственная система (квазиобъект), находящаяся в определенном объективном соответствии с познаваемым объектом, способная замещать его на определенных этапах познания и дающая при его использовании в конечном счете информацию о самом моделируемом объекте» [21, с. 42]. Л.М. Фридман и В.А. Штофф рассматривают модель как искусственно созданный объект (схему, чертеж, формулу), который отражает и воспроизводит в более простом виде структуру, свойства, взаимосвязи и отношения между элементами исследуемого объекта [30; 32]. Построение модели демонстрационного экзамена имеет конструктивный прагматический характер, поскольку цель моделирования – выявить (учесть) функциональные и алгоритмические аспекты моделируемого объекта, взаимосвязи между ними и таким образом добиться соответствия модели целям, содержанию и возможностям демонстрационного экзамена. Адекватность заключается в соответствии модели характеру деятельности, поскольку объектом познания в данном случае является педагогическая деятельность по организации и проведению демонстрационного экзамена.

Для оценки адекватности модели использован опыт проведения демонстрационных экзаменов будущих учителей математики.

Проведенный анализ этапов проведения профессионального (демонстрационного) экзамена, представленных в проекте Методических рекомендаций по организации и проведению профессиональных (демонстрационных) экзаменов [18], показал, что в них описана деятельность (перечислены действия) участников экзамена (экспертов,

волонтеров, обучающихся вуза, сотрудников университета) на подготовительном, основном и заключительном этапах демонстрационного экзамена. В подготовительный этап входят отбор оценочных материалов, информирование обучающихся об аттестации в форме профессионального (демонстрационного) экзамена, подбор волонтеров; формирование экспертных комиссий, подготовка распоряжения о прохождении аттестации в форме профессионального (демонстрационного) экзамена, инструктаж волонтеров, технического персонала, обучающихся и экспертов. Основной этап предусматривает выдачу задания профессионального (демонстрационного) экзамена обучающимся, формирование обучающимися требований к наличию лабораторного и технического оборудования, расстановке мебели и пр. и предоставление их организаторам, подготовка образовательного пространства (оборудование, учебная мебель), предоставление технологической карты элемента образовательного процесса членам экспертной комиссии, выполнение задания профессионального (демонстрационного) экзамена, оценивание экспертами выполнения задания по разработанным критериям. Наконец, заключительный этап включает формирование оценки обучающихся, информирование обучающихся, оформление документации; получение обратной связи от экспертов и волонтеров.

В работах О.В. Воронушкиной и Н.Н. Давыдовой, М.Л. Кусовой и А.А. Симоновой в содержание этапов проведения демонстрационного экзамена внесены некоторые изменения. Например, О.В. Воронушкина в содержание подготовительного этапа добавила оформление персонального заявления и выполнение тренировочных заданий демонстрационного экзамена, представленных для обучающихся в открытом доступе, а в заключительный этап – ответы на вопросы экспертной комиссии и при необходимости самоанализ выполнения задания (ожидаемые результаты, возможные трудности, степень реализации поставленной практической задачи) [8]. По мнению Н.Н. Давыдовой, М.Л. Кусовой и А.А. Симоновой, алгоритм проведения демонстрационного экзамена включает, кроме тех, что перечислены в методических рекомендациях, следующие действия: на подготовительном этапе принятие решения о введении демонстрационного экзамена в практику государственной аттестации выпускников педагогических направлений подготовки на расширенном заседании УМС с участием членов профессорского собрания; создание рабочих групп по разработке демонстрационного экзамена и процедур регулярного обсуждения хода подготовки демонстрационного экзамена; определение технологии подготовки и проведения демонстрационного экзамена и регламента работы рабочих групп, а на заключительном этапе передачу записи профессионального (демонстрационного) экзамена для хранения [9].

Содержание подготовительного, основного и заключительного этапов отражает деятельностный подход к демонстрационному экзамену,

однако налицо недостаточное внимание к формулировке целевых установок и разработке оценочных средств, явный перекос в сторону организационно-технологической оставляющей демонстрационного экзамена.

Модель демонстрационного экзамена построена на основе деятельностного подхода. Классическое определение деятельности как единства ее цели, средства и результата, выраженных в процессе, определяет блоки демонстрационного экзамена: целевой блок, содержательный блок (оценочные средства – диагностические материалы и методики), операционно-технологический блок (непосредственное проведение экзамена) и коррекционно-результативный блок (рис. 1).



Рисунок 1 – Модель демонстрационного экзамена будущего учителя математики

В целевом блоке мы осуществляем постановку целей демонстрационного экзамена будущего учителя математики.

Целевой блок предполагает прежде всего определение целей проведения демонстрационного экзамена. В проекте Методических рекомендаций обозначена цель демонстрационного экзамена – независимая оценка результатов освоения образовательной программы, а также готовности обучающихся (выпускников) к решению профессиональных задач в соответствии с профессиональным стандартом и планируемыми результатами освоения образовательных программ в реальных или смоделированных условиях профессиональной деятельности. Е.А. Дьякова формулирует цели демонстрационного экзамена следующим образом: продемонстрировать готовность студента к подготовке и реализации урока или внеурочного мероприятия, получить объективную независимую оценку достигнутых результатов от учителей-практиков, их рекомендации, получить информацию о состоянии подготовки обучающегося для возможной ее коррекции [11].

Очевидна необходимость получения объективной информации о состоянии профессиональной подготовки будущих учителей математики. Однако решая вопрос о целях демонстрационного экзамена, следует определить, кто является потребителем такой информации.

На рисунке 1 представлены цели как предполагаемые результаты демонстрационного экзамена. Такая цель демонстрационного экзамена, как объективная независимая экспертная оценка результатов обучения, отвечает потребности общества в регулярном и достоверном контроле качества педагогического образования. Такие цели демонстрационного экзамена, как повышение качества образовательных программ и укрепление (установление) взаимосвязей педвуза и образовательных организаций региона, служат повышению качества деятельности вуза, осуществляющего подготовку будущих учителей математики. Наконец, цели повышения уровня профессиональной подготовки студентов (в том числе волонтеров) за счет выявления дефицитов и последующей коррекции, и трудоустройства студентов направлены на реализацию возможностей студентов в профессиональной самореализации.

Целевой блок также определяет наполнение последующих блоков путем указания на источники формирования оценочных средств и критериев оценивания. Мы полагаем, что основополагающим документом, определяющим требования общества к профессиональной подготовке будущего учителя математики, является профессиональный стандарт «Педагог» [22]. Необходимо учесть также требования разработанной вузом на основе ФГОС ВО 3++ основной профессиональной образовательной программы и непосредственно мнение педагогического сообщества.

Перейдем к характеристике содержательного блока модели. Этот блок направлен на подготовку методического обеспечения демонстрационного экзамена. В него входят выявление и конкретизация требований к профессиональной подготовке будущего учителя математики, а также выбор или создание оценочных средств демонстрационного экзамена.

Мы рассматриваем профессиональный стандарт «Педагог» в качестве нормы, регламентирующей создание и использование оценочных средств демонстрационного экзамена. Профессиональный стандарт «Педагог»

раскрывает две обобщенные трудовые функции «Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса в образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования» и «Педагогическая деятельность по проектированию и реализации основных общеобразовательных программ». В состав последней входит модуль «Предметное обучение. Математика». Анализ этого модуля позволяет конкретизировать требования к профессиональной подготовке будущего учителя математики в соответствии со спецификой предмета математики. На основе выявленных требований профессионального стандарта создаются оценочные средства демонстрационного экзамена, а затем и критерии оценивания выполнения студентами заданий демонстрационного экзамена.

В условиях компетентного подхода система оценочных средств должна быть максимально приближена к условиям будущей профессиональной деятельности бакалавра. В модели представлено комплексное оценочное средство, в состав которого входят разработка технологической карты и представление фрагмента урока с указанием темы, класса, вида деятельности, универсальных учебных действий, особенностей учеников и самоанализ фрагмента урока

Мы считаем, что требования к профессиональной подготовке будущих учителей математики и соответствующие им оценочные средства демонстрационного экзамена должны быть сформулированы с учетом мнения ведущих работодателей. Сформулированные требования к профессиональной подготовке будущих учителей математики и разработанные оценочные средства были вынесены на обсуждение работодателей и скорректированы в ходе консультаций с ними.

В операционно-технологическом блоке модели реализуются подготовленные в содержательном блоке оценочные средства демонстрационного экзамена. В ходе подготовки к демонстрационному экзамену проводятся организационные мероприятия (информирование обучающихся об аттестации в форме демонстрационного экзамена, подбор волонтеров, формирование экспертных комиссий, инструктаж волонтеров, технического персонала, обучающихся и экспертов, выдача задания демонстрационного экзамена обучающимся, подготовка образовательного пространства в соответствии с запросами обучающихся к наличию оборудования и расстановке мебели), а также консультирование студентов. Непосредственное проведение демонстрационного экзамена включает предоставление студентами технологической карты урока членам экспертной комиссии, демонстрация задания демонстрационного экзамена, ответы на вопросы экспертной комиссии и самоанализ выполнения задания.

В коррекционно-результативном блоке происходит обработка и анализ результатов демонстрационного экзамена, их интерпретация и выработка мер коррекции и регулирования. На этом этапе происходит заполнение экспертами оценочных листов в соответствии с критериями оценивания, формирование оценки и сообщение ее обучающимся. На этом этапе важно получение обратной связи от экспертов в виде развернутого анализа представленных студентами фрагментов уроков.

В коррекционно-результативном блоке обобщаются выставленные

экспертами оценки. Однако коррекционно-результативный блок отслеживает не только результаты формирования профессиональной компетентности студентов, но и служит для оценки результативности самой построенной модели демонстрационного экзамена как соответствия ее целей и результатов. Иногда может приниматься решение о коррекции содержания оценочных средств демонстрационного экзамена.

Анализ опыта проведения демонстрационного экзамена в ходе итоговой (государственный экзамен) и промежуточной аттестации (курсовой экзамен и конференция по итогам педагогической практики) показал адекватность модели, ее пригодность для реализации демонстрационного экзамена будущих учителей математики.

Отвечая на вопрос, обеспечивает ли демонстрационный экзамен объективную независимую экспертную оценку результатов обучения, 100 % работников вуза и экспертов-работодателей дали положительный ответ, среди студентов положительных ответов было 89 %. 100 % работников вуза считают, что проведение демонстрационного экзамена способствует повышению качества образовательных программ. 83 % работодателей и 100 % преподавателей вуза считают, что проведение демонстрационного экзамена способствует укреплению взаимосвязей педвуза и образовательных организаций региона. Работодателей и участников экзамена спросили, влияет ли демонстрационный экзамен на повышение уровня профессиональной подготовки студентов работники вуза, работодатели и работники вуза дали 100 % положительных ответов, студенты – 78 %.

Целевой и содержательный блоки модели демонстрационного экзамена будущего учителя математики охватывают подготовительный этап, не предусматривающий участия студентов. Он нацелен на разработку средств и методов демонстрационного экзамена. Подготовленные материалы используются в работе со студентами в ходе реализации операционно-технологического блока модели на основном этапе и коррекционно-результативного блока на заключительном этапе демонстрационного экзамена. Таким образом, построенная модель не противоречит положениям Методических рекомендаций по организации и проведению профессиональных (демонстрационных) экзаменов.

Сущностными характеристиками модели являются предметная направленность (учет специфики предмета «Математика») и направленность на повышение уровня профессиональной подготовки студентов, которое делается возможным за счет реализации коррекционно-результативного блока модели.

1.4 Демонстрационный экзамен как средство диагностики профессиональной подготовки будущего учителя математики

По утверждению О.В. Воронушкиной, демонстрационный экзамен может выполнять диагностическую, обучающую и воспитательную функции. Это значит, что демонстрационный экзамен как форма промежуточной аттестации позволяет идентифицировать и нивелировать дефициты как общепрофессиональной, так и методической готовности будущих педагогов, а также воспитывать готовность к эффективной профессиональной деятельности в стандартных и нестандартных условиях [6]. С.В. Несына пишет, что диагностическая функция демонстрационного экзамена заключается в том, что он дает возможность осуществить качественную и количественную оценку

образовательного результата, выявить пробелы и «точки роста» [20].

В модель демонстрационного экзамена будущего учителя математики входят целевой, содержательный, операционно-технологический и коррекционно-результативный блоки.

Компоненты педагогической диагностики как педагогической деятельности соответствуют классическому определению деятельности с точки зрения ее цели, средства и результата, выраженных в процессе. В педагогической диагностике имеет место целевой компонент, средства деятельности, к которым можно отнести диагностические материалы и методики, процессуальный компонент – непосредственное осуществление диагностики и обработка ее результатов и результат диагностики – диагноз. Сопоставляя блоки модели и компоненты структуры педагогической диагностики, обнаруживаем тесную взаимосвязь (табл.1).

Таблица 1 – Соответствие модели демонстрационного экзамена структуре диагностики

Блоки модели демонстрационного экзамена будущего учителя математики	Компоненты структуры педагогической диагностики
Целевой блок	Целевой компонент
Содержательный блок	Средства деятельности (диагностические материалы и методики)
Операционно-технологический блок	Процессуальный компонент (осуществление диагностики)
Коррекционно-результативный блок	Результат диагностики

Рассмотрим диагностические возможности демонстрационного экзамена будущего учителя математики.

В отличие от точки зрения Н.Н. Давыдовой, М.Л. Кусовой и А.А. Симоновой, полагающих, что мониторинг уровня сформированности компетенций выпускника осуществляется исключительно в процессе итоговой аттестации [9], мы считаем, что диагностика важна до завершения обучения, поэтому мониторинг как непрерывная диагностика профессиональной подготовки студентов с последующей коррекцией возможен только в ходе промежуточной аттестации. Л.В. Матвеева, Е.Д. Трофимова и Л.А. Беляева ставят под сомнение целесообразность использования демонстрационного экзамена при проведении промежуточной аттестации, поскольку это ослабляет контроль за освоением теоретического компонента дисциплины, а также возникают сложности с расписанием экзаменационной сессии и с обеспечением присутствия внешних экспертов (работодателей) [17]. Мы полагаем, что организационные сложности решаемы, а теоретический компонент должен быть естественным образом вплетен в содержание диагностических средств демонстрационного экзамена.

Б.Е. Стариченко и Л.В. Сардак считают, что содержание задания для демонстрационного экзамена должно определяться целями подготовки выпускника, указанными в основной профессиональной образовательной программе высшего образования, и основными видами профессиональной деятельности, обозначенными в Федеральных государственных образовательных стандартах высшего образования [26]. По нашему мнению,

диагностические средства для демонстрационного экзамена и критерии оценивания должны разрабатываться в первую очередь на основе требований профессионального стандарта «Педагог» и основной профессиональной образовательной программы, среди которых мы рассматриваем именно профессиональные компетенции, потому что они учитывают специфику предметной области.

В соответствии с положениями теории педагогической диагностики разработка диагностических материалов должна опираться на анализ диагностируемого феномена – в нашем случае профессиональной подготовки учителя математики. Основой разработки оценочных средств демонстрационного экзамена будущего учителя математики мы считаем модуль «Предметное обучение. Математика» профессионального стандарта «Педагог».

Анализ модуля «Предметное обучение. Математика» профессионального стандарта позволил нам выделить в нем следующие блоки: умения в области математики, методика обучения математике, информационные технологии в обучении математике и организация обучения математике [27], и если освоение студентами первых двух блоков может быть диагностировано с помощью традиционного экзамена, то преимущество демонстрационного экзамена как раз состоит в том, что в процессе моделирования реального учебного процесса может отслеживаться сформированность трудовых действий и умений из блоков «Организация обучения математике» и «Информационные технологии в обучении математике».

Внутри каждого блока все требования к учителю математики (умения и трудовые действия) мы распределили по уровням следующим образом (табл. 2).

Сравнив требования профессионального стандарта с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы по профилю «Математика», мы обнаружили только одну компетенцию ПК-1 «Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач», содержание которой отвечает профессиональному стандарту. Поэтому при разработке средств диагностики профессиональной подготовки будущих учителей математики мы будем опираться на требования модуля «Предметное обучение. Математика» профессионального стандарта «Педагог».

Таблица 2 – Требования к профессиональной подготовке учителя математики в соответствии с модулем «Предметное обучение. Математика» профессионального стандарта «Педагог»

	Умения в области математики	Методика обучения математике	Информационные технологии в обучении математике	Организация обучения математике
Уметь	У.1. Решать задачи элементарной математики соответствующей ступени образования, в том числе задачи олимпиад	У.2. Совместно с обучающимися строить логические рассуждения, понимать рассуждение обучающихся. У.3. Анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждение его правильности или нахождение ошибки и анализ причин ее возникновения; помощь обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении. У.4. Совместно с обучающимися применять методы и приемы понимания математического текста, его анализа, структуризации, реорганизации, трансформации. У.5. Совместно с обучающимися проводить анализ учебных и жизненных ситуаций, в которых можно применить математический аппарат и математические инструменты. У.6. Организовывать исследования – эксперимент, обнаружение закономерностей, доказательство в частных и общем случаях. У.7. Обеспечивать помощь обучающимся, не освоившим необходимый материал, в форме предложения специальных заданий, индивидуальных консультаций; осуществлять пошаговый контроль выполнения	У. 8. Совместно с обучающимися создавать и использовать наглядные представления математических объектов и процессов с помощью компьютерных инструментов. У. 9. Проводить различия между точным и (или) приближенным математическим доказательством, в частности, компьютерной оценкой, приближенным измерением, вычислением и др. У. 10. Владеть основными математическими компьютерными инструментами: визуализации данных, зависимостей, отношений, процессов, геометрических объектов; вычислений – численных и символьных; обработки данных (статистики); экспериментальных	У. 11. Поддерживать баланс между самостоятельным открытием, узнаванием нового и технической тренировкой У. 12. Обеспечивать коммуникативную и учебную «включенности» всех учащихся в образовательный процесс (в частности, понимание формулировки задания, основной терминологии, общего смысла идущего в классе обсуждения)

		соответствующих заданий	лабораторий (вероятность, информатика)	
Владеть		Д.1. Формирование способности к логическому рассуждению и коммуникации. Д.2. Формирование способности к постижению основ математических моделей реального объекта или процесса, готовности к применению моделирования. Д.3. Формирование конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики. Д.4. Формирование у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример. Д.5. Формирование у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий. Д.6. Формирование у обучающихся умения пользоваться заданной математической моделью, в частности, формулой, геометрической конфигурацией, алгоритмом. Д.7. Содействие в подготовке обучающихся к участию в математических олимпиадах, конкурсах, исследовательских проектах. Д.8. Формирование и поддержание высокой мотивации и развитие способности обучающихся к занятиям математикой, предоставление им подходящих заданий. Д.9. Выявление совместно с обучающимися недостоверных и маловероятных данных	Д. 10. Формирование у обучающихся умения применять средства информационно-коммуникационных технологий в решении задачи там, где это эффективно Д. 11. Использование в работе с детьми информационных ресурсов.	Д. 12. Формирование позитивного отношения со стороны всех обучающихся к интеллектуальным достижениям одноклассников независимо от абсолютного уровня этого достижения

Сопоставив выявленные нами требования к профессиональной подготовке учителя математики с рекомендованными в проекте методических рекомендаций [18] критериями оценивания результатов демонстрационного экзамена, мы обнаружили примерное соответствие групп критериев и выявленных нами блоков модуля «Предметное обучение. Математика» профессионального стандарта «Педагог» (табл. 3).

Таблица 3 – Соответствие групп критериев оценивания результатов демонстрационного экзамена, представленных в методических рекомендациях и блоков требований к профессиональной подготовке учителя математики из профессионального стандарта «Педагог»

Рекомендованные параметры оценивания результатов демонстрационного экзамена	Блоки модуля «Предметное обучение. Математика»
Психолого-педагогическая грамотность	Организация обучения математике
Коммуникативно-цифровая грамотность	Информационные технологии в обучении математике
Предметная грамотность	Умения в области математики
Методическая грамотность	Методика обучения математике

Сравнивая непосредственно критерии оценивания результатов демонстрационного экзамена [18] и выделенные в таблице 2 требования к профессиональной подготовке учителя математики, заметим, что последние более конкретны и приближены к профессиональной деятельности учителя математики. Значит, выявленные требования можно использовать как критерии профессиональной подготовки будущего учителя математики в ходе демонстрационного экзамена. Мы решили, что каждый критерий будет оцениваться баллом от 0 до 10, соответствие количества баллов уровню сформированности конкретного умения представлено в таблице 4.

Таблица 4 – соответствие баллов уровню сформированности конкретного умения или трудового действия

Количество баллов	Уровень сформированности умения
9 – 10	Высокий
7 – 8	Средний
5 – 6	Достаточный
0 – 4	Низкий

Тогда максимальная сумма баллов получается больше 100, т.е. существует возможность, что студент наберет на экзамене более 100 баллов. Но учитывая разнообразие видов деятельности студентов при выполнении диагностических заданий (методика работы с теоремой, методика работы с алгоритмами и правилами, методика работы с сюжетной задачей, методика изучения элементов статистики, комбинаторики и теории вероятностей, методика изучения арифметическая и геометрическая прогрессии), можно утверждать, что максимальная сумма для каждого конкретного задания не превысит значительно 100 баллов, и можно использовать для выставления оценки и определения уровня подготовки студентов шкалу: высокий уровень –

«отлично» – более 86 баллов; средний уровень – «хорошо» – 61 – 85 баллов; достаточный уровень – «удовлетворительно» – 41 – 60 баллов; низкий уровень «неудовлетворительно» – 40 баллов и ниже.

После выявления перечня умений и трудовых действий можно переходить к созданию соответствующих им диагностических средств и методов. Анализ представленных в публикациях оценочных средств демонстрационного экзамена показал, что ряд авторов [2; 12; 23; 25; 31] предлагает использовать составление технологической карты (конспекта) урока, представление фрагмента урока [20; 26; 23], тест [12; 31], кейс [3; 4; 6; 13; 25; 26; 29]. Надо отметить, что кейс многие авторы понимают как составление конспекта и разыгрывание фрагмента урока. Б.Е. Стариченко и Л.В. Сардак [26] прямо пишут о кейсе для демонстрационного экзамена, смысл которого состоит в разработке и представлении выпускником фрагмента занятия. Самоанализ или анализ урока (фрагмента) предлагают Н.Н. Давыдова, М.Л. Кусова и А.А. Симонова [9], Л.В. Матвеева, Е.Д. Трофимова и Л.А. Беляева [17], С.Г. Зоголь, А.И. Смоляр и Т.Н. Черномырдина [12], С.П. Санина и М.Д. Расторгуева [23] и Е.А. Волгуснова [3].

Т.В. Хильченко предлагает в качестве средств демонстрационного экзамена компетентностно-ориентированные задания, решение проблемной методической задачи с учетом специальных требований (наличие обучающихся с ОВЗ, «трудных» подростков и т.д.) [31]. С.В. Несына, рассматривая экзамен по стандарту «World Skills», для профиля «Начальное образование» предлагает в качестве оценочных средств фрагмент урока и виртуальную экскурсию, а для профиля «Дошкольное образование» – интегрированное занятие по развитию речи и совместный проект воспитателей, детей и родителей (информационный стенд) [20].

С.В. Федотова предлагает включить в содержание демонстрационного экзамена задания на проверку владения фундаментальными знаниями и задания, требующие демонстрации в действии их применения для решения прикладных задач, а также задания с методической составляющей, предполагающей решение кейса, представление элемента учебного занятия или разрешение педагогической ситуации [29].

Принимая во внимание неудовлетворенность многих преподавателей высшей школы отсутствием или недостаточной представленностью демонстрации теоретических (собственно предметных) знаний в практико-ориентированной модели экзамена, О.В. Воронушкина [6] считает оптимальным решением в качестве заданий демонстрационного экзамена предметно-методические и психолого-педагогические кейсы, содержащие профессиональные педагогические задачи, решение которых аттестуемые должны подготовить и продемонстрировать в модельных условиях в ЦПДЭ. задание демонстрационного экзамена в виде кейса (независимо от вида аттестации) подразумевает наличие следующих элементов:

– описание контекста места события, особенности действий участников ситуации;

- описание педагогической (методической) ситуации, содержащей проблему;
- вопросы или задания, которые должен выполнить обучающийся/выпускник;
- комментарий ситуации – особые требования, которые могут быть представлены автором задания (вариативный компонент).

О.В. Воронушкина [5] включает в предметно-методический кейс:

- 1) проблемно-постановочную часть (это может быть тема, контекст, ситуация или теория);
- 2) методическую часть (включает проблемные вопросы, задачи (что и как сделать, изучить и разработать) и основные параметры задания);
- 3) практическую часть (продемонстрировать, провести, презентовать что-либо, соблюдая обозначенные условия работы);
- 4) заключительную часть (рефлексивный анализ представленного фрагмента занятия и ответы на вопросы экспертной комиссии).

О.В. Козина подчеркивает, что применение кейс-метода способствует активизации и практикоориентированности процесса обучения, интерактивности и конкретизации полученных знаний, умений и владений будущих специалистов. На основе практических примеров автор раскрывает потенциал кейс-метода как инструмента формирования и диагностики аналитических способностей, речевых умений в профессионально ориентированной иноязычной коммуникации [14].

Л.А. Каирова [13] выяснила, что достаточно проблематичным оказалось составление кейса для аттестации по педагогической практике, поскольку неясно, во-первых, чем он должен отличаться от кейса для промежуточной аттестации по дисциплине, во-вторых, сколько времени следует отводить на подготовку решения, и, наконец, возможны ли другие, помимо индивидуальной, формы работы.

О.В. Воронушкина выдвинула перспективную идею – объединить набор предлагаемых средств в комплексное оценочное средство демонстрационного экзамена, центральным элементом которого выступает задание демонстрационного экзамена – структурированное описание профессиональной педагогической задачи, включающее условия ее реализации, решение которой в модельных или реальных условиях должен подготовить и продемонстрировать аттестуемый [6]. Мы полагаем необходимым включить в комплексное оценочное средство разработку технологической карты и представление фрагмента урока с указанием темы, класса, вида деятельности, универсальных учебных действий, особенностей учеников, а также самоанализ фрагмента урока.

Для того чтобы демонстрационный экзамен предоставлял выпускникам возможность продемонстрировать их профессиональную грамотность, необходимо определить релевантное для разных видов аттестации содержание комплексных оценочных средств с учетом профиля и уровня подготовки обучающихся в соответствии с требованиями профессионального и образовательного стандартов для педагогических кадров, поскольку именно комплексные оценочные средства содержат ключевую информацию для обеспечения достоверности и надежности оценочных мероприятий при

аттестации обучающихся в форме демонстрационного экзамена.

По мнению О.В. Воронушкиной [5], комплексное оценочное средство демонстрационного экзамена должно иметь следующую структуру:

1) описание оценочного средства с указанием направления и профиля подготовки, а также готовности выпускника к выполнению определенных трудовых действий;

2) спецификация оценочного средства с указанием проверяемых компетенций по видам профессиональной грамотности и соотнесенных с профессиональным стандартом;

3) описание задания демонстрационного экзамена в соответствии с видом аттестации;

4) алгоритм выполнения задания экзаменуемым в соответствии с видом аттестации;

5) алгоритм представления задания экзаменационной комиссии в соответствии с видом аттестации;

6) перечень оборудования площадки демонстрационного экзамена, которым может воспользоваться экзаменуемый при выполнении и представлении задания;

7) карта оценки результатов демонстрационного экзамена с указанием критериев по видам профессиональной грамотности и показателей оценивания в соответствии с направлением и профилем подготовки обучающегося;

8) перечень приложений к заданию демонстрационного экзамена (при необходимости: образец плана (технологической карты, сценария и т. д.) учебного занятия (образовательного события, психолого-педагогического занятия и т. д.).

О.В. Воронушкина [7] выделила следующие критерии качества содержания экзаменационного задания: научный потенциал, функциональность, наличие требования к применению ИКТ, наличие проблемы, наличие специальных требований по обучению детей с особыми образовательными потребностями.

Содержание первого критерия – *научный потенциал задания* – означает, что аттестуемым предоставляется возможность продемонстрировать научные знания в сфере преподаваемого предмета, продемонстрировать психолого-педагогические знания, а также обосновать содержание решения задания с точки зрения предметных знаний и знаний о характере педагогической деятельности. Необходимость выделения этого критерия обусловлено требованием профессионального стандарта: знание преподаваемого предмета в пределах требований федеральных государственных образовательных стандартов и основной общеобразовательной программы, его истории и места в мировой культуре и науке [22].

Особое внимание уделяется технологической стороне педагогической деятельности, которая в стандарте Педагог поясняется как знание методики обучения предмету и конкретизируется через систему умений [22]. Следовательно, задание содержит такую методическую задачу, которая учитывает специфику обучения предмету, и решение которой предполагает

использование современных технологий обучения и воспитания. В данном случае речь идет о таком критерии, как *функциональность* задания, обуславливающая предоставление возможностей аттестуемым продемонстрировать свою методическую грамотность.

Большое значение в профессиональных стандартах придается такому важному действию педагога, как формирование мотивации к учению. Это действие представляет для учителя особую сложность, поэтому в образовательных стандартах оно конкретизировано рядом компетенций, предполагающих и взаимодействие с участниками образовательных отношений, и использование полученных теоретических и практических знаний для постановки и решения исследовательских задач, и использование современных образовательных технологий (ОПК-7, ПК-4, ПК-8). Исходной точкой в формировании мотивации к учебе является интерес обучающихся к процессу получения знаний, что предполагает, в том числе, и способность к решению учебных проблем. Это означает, что *наличие проблемы* в экзаменационных заданиях может служить одним из значимых критериев их качества: проблема является актуальной в практике обучения (воспитания) в системе общего, специального или дополнительного образования, обладает определенной степенью обобщенности или оригинальности, предоставляет возможность решения проблемы в рамках урока (учебного или иного занятия).

Следующий критерий качества – наличие *требования к применению информационно-коммуникационных технологий (ИКТ)* и возможность его применения в рамках фрагмента учебного занятия, урока, воспитательного события. Необходимость данного критерия обусловлено в целом современными требованиями к реализации образовательного процесса, что нашло отражение в ряде нормативных документов, в том числе и в стандартах.

Необходимость вариативного критерия – наличие специальных требований по обучению детей с особыми образовательными потребностями: одаренных (или с признаками одаренности) детей или детей-билингвов (инофонов), или обучающихся с ограниченными возможностями здоровья – обусловлено идеями инклюзивного образования. В профессиональном стандарте подчеркивается необходимость овладения педагогами соответствующими компетенциями: использовать и апробировать специальные подходы к обучению в целях включения в образовательный процесс всех обучающихся, в том числе с особыми потребностями в образовании [22]. Если задание соответствует всем предъявляемым требованиям, обучающийся получает возможность продемонстрировать в ходе его решения все необходимые компетенции, содержание которых представлено в карте оценки результатов ДЭ с указанием критериев по видам профессиональной грамотности и показателей оценивания в соответствии с направлением и профилем подготовки обучающегося.

Б.Е. Стариченко и Л.В. Сардак пишут, что демонстрационный экзамен должен быть ориентирован на оценку педагогической и методической деятельности с учетом специфики направления подготовки будущего педагога [26]. Мы разделяем точку зрения О.В. Воронушкиной о том, что оценочное

средство демонстрационного экзамена должно соответствовать, прежде всего, содержанию рабочей программы дисциплины (РПД), уровню подготовки студента и формируемым в рамках этой дисциплины компетенциям [7]. Отметим, что все более широкое введение демонстрационного экзамена в практику работы педвузов неизбежно повлечет необходимость коррекции рабочих программ дисциплин, причем не только в части контроля, но и в содержании РПД. В части контроля необходимо заменить перечень вопросов традиционного экзамена обозначением типовых практикоориентированных заданий демонстрационного экзамена. В содержание РПД следует включить виды деятельности студентов, соответствующие содержанию демонстрационного экзамена.

Разработанные критерии и оценочные средства направляются для обсуждения опытным учителям математики. По результатам обсуждения проводится коррекция, например, из критериев были исключены такие трудовые действия, как консультирование обучающихся по выбору профессий, где особо необходимы знания математики, и формирование представлений обучающихся о полезности знаний математики вне зависимости от избранной профессии, а в содержание оценочных средств были добавлены задания на работу с теоремами, раскрывающими свойства и признаки параллелограммов, ромбов и квадратов, а впоследствии задания на методику решения стереометрических задачи и методику обучения решению уравнений и неравенств.

Рассмотрим пример диагностического средства по методике обучения математике (рис. 2). Студенту необходимо было разработать и провести фрагмент урока, иллюстрирующий методику работы с текстовой задачей.

Наименование экзамена: Методика обучения математике ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2 Покажите на примере задачи «Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 104 литра она заполняет на 5 минут дольше, чем вторая труба?» содержание и организацию каждого этапа работы над задачей: – анализ текста задачи; – поиск способа решения задачи; – составление плана решения; – осуществление найденного плана; – изучение (анализ) найденного решения. Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.
--

Рисунок 2 – Диагностическое средство демонстрационного экзамена

Технологическая карта урока предоставлялась студентами в день накануне экзамена. Оценочный лист с выставленными одним из экспертов за выполнение задания студенткой К. баллами представлен в таблице 5.

Экспертами оценивался не только конспект, но и само проведение

фрагмента урока. Были заметно снижены баллы по некоторым критериям. Причиной явилось то, что в ходе урока часть учеников предлагала другой способ решения (взять за x скорость второй трубы), но студентка не смогла или не захотела выслушать и обоснованно принять или не принять решение учеников. Нули в таблице выставлены там, где действие и умение не проверялось в силу специфики задания. Результаты индивидуальной диагностики объявляются студентам непосредственно после завершения экзамена. Для выработки коррекционных мер необходимо обобщить результаты диагностики для группы студентов.

Таблица 5 – Оценочный лист демонстрационного экзамена

Критерий	Балл
Решать задачи элементарной математики	10
В диалоге с обучающимися проводить логические рассуждения	9
Определять правильность рассуждения ученика, находить в нем ошибки и выявлять их причины	2
Работать с математическим текстом	8
Показывать возможность применить математику в различных ситуациях	8
Побуждать обучающихся к логическим рассуждениям	5
Формирование способности к постижению основ математических моделей реального объекта или процесса	7
Обучение непосредственно математическим знаниям, умениям и навыкам	9
Вовлекать всех учащихся в процесс обучения	7
Формирование позитивного отношения к интеллектуальным достижениям одноклассников	2

Результаты демонстрационного экзамена по методике обучения математике показали, что у студентов, по мнению экспертов, на высоком уровне сформированы умения решать задачи элементарной математики и использовать в работе с детьми информационные ресурсы (средний балл 9,7 и 9,2 соответственно) и на низком уровне умения анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение (4 балла), совместно с обучающимися применять методы и приемы понимания математического текста, его анализа, структуризации, реорганизации, трансформации (3,7 балла), обеспечивать коммуникативную и учебную «включенности» всех учащихся в образовательный процесс (3,9 балла), формировать способность к логическому рассуждению и коммуникации (4 балла) и формировать позитивное отношения со стороны всех обучающихся к интеллектуальным достижениям одноклассников (3,7 балла). Эти результаты соотносятся с выявленными в статье О.В. Тумашевой, М.Б. Шашкиной и Е.А. Аешиной [28] профессиональными дефицитами учителей математики.

Для нивелирования выявленных дефицитов в следующем семестре в курс методики обучения математике были включены задания типа: опишите диалог с учащимися, направленный на поиск различных способов приведения многочлена $(4 - y)^3 + (y - 3)^3$ к стандартному виду (в теме «Методика

изучения тождественных преобразований целых выражений»). Коррекционная работа продолжалась во время педагогической практики: от студентов требовалось предусматривать в технологической карте урока обязательную работу с текстом задачи, а также различные ответы учащихся на вопросы учителя и различные способы рассуждений при решении задач.

Итак, демонстрационный экзамен может служить для диагностики процесса и результата профессиональной подготовки будущего учителя математики. Необходимым условием для этого является выявление перечня умений и трудовых действий учителя математики. Такой перечень является основой для создания диагностических средств и для установления критериев оценивания профессиональной подготовки будущего учителя математики в ходе демонстрационного экзамена. Использование результатов диагностики для своевременной коррекции будет способствовать повышению уровня профессиональной подготовки будущего учителя математики.

Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определение демонстрационного экзамена.
2. Перечислите положительные и отрицательные стороны демонстрационного экзамена.
3. В чем польза демонстрационного экзамена для его участников: обучающихся (сдающих экзамен), волонтеров, работодателей (работников образовательных организаций), волонтеров?
4. Перечислите принципы проведения демонстрационного экзамена. Что означает каждый из них?
5. Перечислите блоки модели демонстрационного экзамена. Дайте характеристику каждого блока.
6. Укажите действия (умения) из таблицы 2, которые можно оценить в ходе демонстрационного экзамена.
7. Опишите структуру комплексного оценочного средства демонстрационного экзамена.
8. Перечислите критерии качества заданий демонстрационного экзамена.
9. Рассмотрите критерии оценивания демонстрационного экзамена (табл. 2). Выполните самооценку сформированности перечисленных умений и трудовых действий.

ГЛАВА 2. ПОДГОТОВКА И ПРОВЕДЕНИЕ ДЕМОНСТРАЦИОННОГО ЭКЗАМЕНА БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

2.1 Организационные вопросы проведения демонстрационного экзамена

Порядок проведения демонстрационного (профессионального) экзамена предполагает следующие действия обучающихся на трех этапах.

Подготовительный этап включает:

- получение информации об аттестации в форме демонстрационного экзамена от ведущего преподавателя дисциплины или модуля, руководителя практики или квалификационной работы, а также в личном кабинете обучающегося;
- оформление персонального заявления, если демонстрационный экзамен реализуется как форма государственной итоговой аттестации;
- выполнение тренировочных заданий демонстрационного экзамена.

Основной этап включает:

- получение и подготовка индивидуального или группового задания демонстрационного (профессионального) экзамена;
- формирование обучающимся особых требований к наличию лабораторного и технического оборудования, расстановке мебели и т. д., предоставление их организаторам демонстрационного (профессионального) экзамена (в соответствии с инфраструктурным листом);
- предоставление плана (технологической карты) фрагмента образовательного события членам экспертной комиссии;
- демонстрация выполнения задания – этап презентации разработанного фрагмента урока с участием волонтеров в (центре проведения демонстрационного экзамена) ЦПДЭ или иной площадки демонстрационного экзамена (по согласованию).

Заключительный этап включает:

- ответы на вопросы экспертной комиссии и по необходимости самоанализ выполнения задания (ожидаемые результаты, возможные трудности, степень реализации поставленной практической задачи);
- получение информации о результатах (оценке) прохождения демонстрационного экзамена от ведущего преподавателя дисциплины / модуля, руководителя практики, председателя государственной экзаменационной комиссии;
- получение обратной связи от экспертов и волонтеров (по решению экспертной комиссии).

При реализации демонстрационного экзамена как формы государственной итоговой аттестации обучающийся не менее чем за 6 месяцев до ГИА информируется о возможности прохождения итоговой аттестации (защита ВКР или сдача государственного экзамена) с использованием указанной формы, о типовых заданиях демонстрационного экзамена и критериях оценивания.

Для участия в демонстрационном экзамене обучающийся не менее чем за 1 месяц до начала государственной итоговой аттестации по своему профилю подготовки пишет заявление на имя ректора по установленной форме.

Демонстрационный экзамен как форма защиты ВКР подразумевает не только выполнение и презентацию теоретической части исследования, но и апробацию практической части работы в виде смоделированной ситуации с участием волонтеров (статистов).

При проведении демонстрационного экзамена как формы государственного экзамена организатор в период за 7–10 рабочих дней до ГИА выдает выпускникам индивидуальные задания для прохождения итогового контроля освоения ОПОП.

Обучающийся не менее чем за 1 рабочий день до ГИА при необходимости формирует запрос о предоставлении дополнительного лабораторного и технического оборудования согласно инфраструктурному листу ЦПДЭ, расстановке мебели и т. д., передает его организатору демонстрационного экзамена. Не менее чем за 1 рабочий день до начала демонстрационного экзамена как формы ГИА обучающийся предоставляет экспертной комиссии и организатору демонстрационного экзамена план (технологическую карту, сценарий и т. д.) учебного занятия или иного образовательного события. В состав экспертной комиссии обязательно входят представители работодателей. Экспертами осуществляется оценка представленных разработок, хода и результатов демонстрационного экзамена. Продолжительность демонстрации моделируемого события составляет не более 15 минут; ответы на вопросы экспертной комиссии – не более 5 минут. В процессе представления и обсуждения моделируемого события ведется видео- и аудиозапись.

Аттестуемые информируются о результатах после завершения демонстрационного экзамена для всех его участников.

По результатам экзамена члены экспертной комиссии могут провести анализ ответов аттестуемых, выразить свое мнение о качестве подготовки обучающихся в целом и готовности к решению профессиональных задач в частности.

Т.К. Смыковской и др. [25] выделен ряд технолого-организационных аспектов проведения государственной итоговой аттестации будущих учителей в формате демонстрационного экзамена с использованием возможностей цифровой образовательной среды вуза.

Одним из таких аспектов является обеспечение информирования всех субъектов процесса подготовки и проведения ГИА в формате демонстрационного экзамена. Информирование осуществляется как через официальный сайт университета, так и сайт факультета (института), группы в социальных сетях, тематический телеграм-канал выпускающей кафедры по профилю подготовки. Этими авторами было установлено, что необходим цифровой ресурс, объединяющий основную информацию по подготовке и участию в демонстрационном экзамене в виде сводной таблицы.

Сводные таблицы формируются по группам, сформированным для проведения демонстрационного экзамена, которые включают в себя следующие разделы фамилия, имя и отчество выпускника, оценка за госэкзамен, дата демонстрационного экзамена, время начала испытания, ссылка на билет, список волонтеров, дата и время получения индивидуального задания (билета), запросы на оборудование (инфраструктурные листы), размещение технологической карты урока (учебного занятия), преподаватель-консультант по разработке проекта урока, ссылка для экспертов по оцениванию образовательных продуктов, создаваемых выпускниками (технологическая карта урока, авторский цифровой образовательный ресурс), а также проведенных уроков. Сводная таблица заполняется постепенно в процессе проведения ГИА. Доступ к ней осуществляется по гиперссылке и QR-коду.

2.2 Алгоритмы подготовки к демонстрационному экзамену

Выполнение заданий демонстрационного экзамена предусматривает для обучающихся определенный алгоритм работы, отличающийся в зависимости от вида аттестации.

Алгоритм работы обучающихся при подготовке к государственному экзамену

Подготовительный этап:

- ознакомьтесь с заданиями кейса (проблемно-постановочной, методической и практической частью);
- проанализируйте профессиональную ситуацию, установите возможные варианты решения;
- проанализируйте существующие УМК и установите их актуальные возможности, определите релевантные ресурсы и оптимальную методику работы (формы, приемы, технологии и т. д.), продумайте использование необходимых средств обучения, в том числе информационно-коммуникационные технологии.

Этап разработки:

- уточните практическую задачу фрагмента урока (занятия), разработайте алгоритм своих действий, выстройте подобранный или разработанный материал в логическую последовательность, подберите необходимые для организации урока / занятия средства речевого этикета;
- сформулируйте коммуникативные установки и заключения, осуществите подбор или разработку соответствующих теме и поставленной задаче упражнений, различного рода заданий и средств контроля;
- оформите в соответствии с методическими требованиями разработку (план, технологическую карту, сценарий и т. д.) фрагмента урока (образовательного события и т. д.).

Этап презентации:

- предоставьте организатору демонстрационного экзамена план (технологическую карту, сценарий и т. д.) учебного занятия (образовательного события) в печатном виде не позднее чем за 1 рабочий день до демонстрационного экзамена;

- сформируйте при необходимости запрос о предоставлении дополнительного лабораторного и технического оборудования и направьте его организатору;

- проведите в назначенное время разработанный фрагмент урока / занятия с участием волонтеров (статистов) в ЦПДЭ;

- соблюдайте при проведении фрагмента урока (занятия) представленные в задании условия.

- Этап рефлексии:

- дайте краткий анализ проведенного фрагмента урока (ожидаемые результаты, возможные трудности, степень реализации поставленной практической задачи) (5 мин.);

- ответьте на вопросы экспертной комиссии (5 мин.);

- получите информацию о результатах (оценке) прохождения демонстрационного экзамена от организатора демонстрационного экзамена (ведущего преподавателя дисциплины или модуля, руководителя практики, председателя государственной экзаменационной комиссии);

- получите обратную связь от экспертов и волонтеров (по решению экспертной комиссии).

Алгоритм работы обучающихся при подготовке к демонстрационному экзамену в рамках защиты ВКР

Обратите внимание, что работа над предметно-методическим кейсом демонстрационного экзамена осуществляется в ходе разработки и апробации практической части ВКР, после подготовки теоретической части научно-исследовательской работы.

Подготовительный этап:

- в рамках своей темы ВКР сформулируйте профессиональную проблемную ситуацию;

- выделите конкретную практическую задачу из проблемной ситуации, решение которой будет представлено экспертам.

Этап разработки:

- постройте абстрактную модель решения профессиональной задачи, отражающую выдвинутые в ВКР тезисы;

- определите методы и приемы, необходимые для решения профессиональной задачи;

- выявите ресурсы и выход на конкретное решение в профессиональной деятельности;

- продумайте алгоритм своих действий, выстройте разработанный материал в логическую последовательность, подберите для организации урока необходимые средства (ресурсы);

- сформулируйте коммуникативные установки и заключения, осуществите подбор или разработку соответствующих теме и поставленной задаче упражнений, различного рода заданий и средств контроля;

- проведите первичную апробацию (на базе образовательной организации) своей разработки с целью выявления возможных трудностей).

Этап презентации:

– представьте организатору свои разработки в печатном виде, а также дополнительные материалы, необходимые для процедуры защиты, не позднее чем за 7 рабочих дней до демонстрационного экзамена; продемонстрируйте решение поставленной профессиональной задачи:

– теоретический блок – презентация результатов научно-исследовательской работы: актуальность, цель, объект, предмет, задачи, методы исследования, структура ВКР и основные выводы (8–10 мин.);

– практический блок – проведение фрагмента урока (на выбор выпускника и по согласованию с научным руководителем и/или организатором ДЭ) по практической (экспериментальной) части ВКР (8–10 мин.) в виде смоделированной профессиональной ситуации с участием волонтеров (статистов).

Этап рефлексии:

– ответьте на вопросы рецензента и членов комиссии по теоретической и практической части ВКР (5–10 мин.);

– получите информацию о результатах ДЭ от председателя государственной экзаменационной комиссии.

Подготовка к демонстрационному экзамену в рамках промежуточной аттестации

Проведение демонстрационного экзамена в рамках промежуточной аттестации имеет особую актуальность, поскольку уже на промежуточных этапах обучения позволяет сфокусировать внимание на собственно практической подготовке обучающихся и включить их в системную работу по подготовке к профессиональной деятельности и к государственной итоговой аттестации в форме демонстрационного экзамена.

При реализации демонстрационного экзамена как формы промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) или практике его содержание устанавливается рабочими программами дисциплин (практик), а оценочные средства формируются на основе оценочных материалов по дисциплине (практике).

В качестве основных видов заданий демонстрационного экзамена по дисциплинам (практикам), решение которых аттестуемые должны подготовить и продемонстрировать в модельных условиях в ЦПДЭ, можно обозначить проблемные задания, предметно-методические и психолого-педагогические кейсы, профессионально ориентированные педагогические задачи, психолого-педагогические задачи и т. д.

Структура предметно-методического кейса по дисциплине не имеет принципиальных отличий от кейса для государственного экзамена. Однако с содержательной точки зрения данный кейс направлен на выявление у обучающихся компетенций в решении профессиональных задач в рамках проверяемой дисциплины. Задания демонстрационного экзамена как формы промежуточной аттестации по практике предполагают в своем содержании владение методикой обучения, собственно самим предметом (с привязкой к конкретному учебно-методическому комплексу), а также владение способами

решения нестандартных задач в контексте педагогической деятельности. Следует учесть, что отчет по практике предоставляется до демонстрационного экзамена.

Структура предметно-методического кейса демонстрационного экзамена по производственной практике

Установка: тема учебного занятия, цель его проведения, субъекты образовательного процесса, время проведения, контингент обучающихся.

Методическая часть:

а) задания, которые содержат педагогическую задачу, решение которой должно найти отражение в разрабатываемом учебном занятии или его анализе;

б) задания по разработке учебного занятия (образовательного события) по решению педагогической задачи.

Практическая часть: демонстрация учебного занятия в ЦПДЭ.

Заключительная часть: рефлексия (включая анализ урока) и ответы на вопросы экспертной комиссии.

Алгоритм работы по реализации групповых заданий демонстрационного экзамена

Групповые задания демонстрационного экзамена, как один из возможных вариантов аттестации по дисциплине или практике, содержательно имеют аналогичную индивидуальным заданиям структуру, однако предусматривают наличие нескольких ролей для аттестуемых в моделируемой ситуации профессиональной деятельности. В этом случае выдача задания демонстрационного экзамена, его выполнение и презентация осуществляются непосредственно на экзамене. Организатор делит аттестуемых на подгруппы. Каждая подгруппа получает свое экзаменационное задание и работает в следующем алгоритме.

Подготовительный этап:

- ознакомление с заданиями кейса (проблемно-постановочной, методической и практической частью);

- выполнение анализа содержания педагогической задачи или проблемной ситуации, если она представлена как составляющая часть общей задачи: рассмотрите проблемную ситуацию, установите возможные варианты решения, определите оптимальные методические приемы, необходимые средства обучения, воспитания.

Этап разработки:

- распределение внутри подгруппы роли аттестуемых в моделируемой ситуации профессиональной деятельности;

- уточнение практической задачи, определение содержания всего моделируемого события;

- разработка алгоритма действий для каждой роли в отдельности, выстраивание языкового и речевого материала в логической последовательности, подбор необходимых средств речевого этикета;

- формулировка коммуникативных установок и заключений; если это необходимо, осуществляется подбор или разработка соответствующих

поставленным задачам упражнений, различного рода заданий и средств контроля.

Лимит времени на подготовку задания – не более 25 мин.

Этап презентации:

– представление разработанного фрагмента урока с участием всех членов подгруппы, при необходимости – с участием других подгрупп в качестве волонтеров в ЦПДЭ.

Лимит времени на демонстрацию моделируемого события – не более 15 мин. Этап рефлексии аналогичен алгоритму работы по индивидуальным заданиям.

Как новая активная форма промежуточной аттестации демонстрационный экзамен позволяет идентифицировать и нивелировать дефициты как общепрофессиональной, так и предметно-методической готовности будущих педагогов, а также воспитывать готовность к эффективной профессиональной деятельности как в стандартных, так и в нестандартных условиях, что, в свою очередь, позволяем им намного раньше и легче «войти в профессию».

2.3 Роль демонстрационного экзамена в предметной подготовке будущего учителя математики

В статьях О.В. Воронушкиной [6], С.Г. Зоголь, А.И. Смоляр и Т.Н. Черномырдиной [12], А.Г. Мулюковой, Л.Н. Павловой и Г.Я. Гревцевой [19], С.В. Несына [20], В.С. Федотовой [29], Т.В. Хильченко [31], Е.А. Дмитриевой [10], Т.К. Смыковской, Н.К. Сергеева, А.М. Короткова и М.В. Корепановой [25] рассматриваются в основном организационные вопросы демонстрационного экзамена, а предложенные этими авторами оценочные материалы ориентированы на методическую подготовку учителя. В качестве оценочных средств предлагаются разработка технологической карты урока и проведение фрагмента урока, иногда самоанализ фрагмента урока.

Однако практически не подвергался исследованию вопрос о содержании демонстрационного экзамена, связанном со спецификой профиля подготовки будущего педагога, в частности учителя математики, а предметной подготовке в содержании демонстрационного экзамена уделяется мало внимания.

О.В. Воронушкина [6] пишет, что демонстрационный экзамен может выполнять диагностическую, обучающую и воспитательную функции. С.В. Несына [20] поддерживает эту точку зрения, полагая, что в ходе проведения демонстрационного экзамена реализуется его обучающая функция: происходит активизация работы студента с учебным материалом, повышается уровень внутренней мотивации учебно-профессиональной деятельности. Мы считаем необходимым в процессе реализации обучающей функции добиваться улучшения не только методической, но и предметной подготовки будущего учителя математики.

Рассмотрим возможности демонстрационного экзамена в предметной, фундаментальной подготовке будущих учителей математики.

Профессиональный стандарт педагога [22] и Концепция развития

математического образования в Российской Федерации [16] дают четкие ориентиры на высокий уровень предметной подготовки учителя математики. Профессиональный стандарт требует от учителя умения решать задачи элементарной математики соответствующей ступени образования, в том числе задачи олимпиад, а в Концепции развития математического образования в Российской Федерации говорится, что студентам необходимо решать задачи элементарной математики в зоне своего ближайшего развития.

Таким образом, возникает необходимость проверки и формирования в ходе демонстрационного экзамена предметных знаний и умений будущего учителя математики. Поэтому мы считаем необходимым опираться на профессиональные компетенции из основной профессиональной образовательной программы по профилю «Математика», в отличие от позиции О.В. Воронушкиной [7], считающей наиболее актуальными для демонстрационного экзамена общепрофессиональные компетенции из Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, не отражающие специфики математики.

О.В. Воронушкина [7] в качестве одного из критериев качества оценочных средств демонстрационного экзамена указывает научный потенциал задания, предполагающий предоставление студентам возможности продемонстрировать научные знания в сфере преподаваемого предмета. В.С. Федотова [29] предлагает проводить в ходе демонстрационного экзамена контроль готовности учителя к профессиональной деятельности по нескольким аспектам, в том числе по владению фундаментальными знаниями. В статье О.В. Воронушкиной [5] отмечается неудовлетворенность преподавателей отсутствием демонстрации теоретических (собственно предметных) знаний. С.Г. Зоголь, А.И. Смоляр и Т.Н. Черномырдина [12] включают в содержание экзамена раскрытие теоретического вопроса. Они пишут, что важна нацеленность демонстрационного экзамена на выявление сформированности знаниевой составляющей компетенций. Т.В. Хильченко [31] включает в модель демонстрационного экзамена для проведения государственной итоговой аттестации теоретический (междисциплинарный) блок, реализация которого предусматривает тестирование для выявления теоретических знаний по дисциплинам психолого-педагогического и предметно-методического модулей.

Итак, исследователи считают необходимым выделить предметной составляющей демонстрационного экзамена. Мы считаем, что включать в содержание демонстрационного экзамена отдельное задание на проверку знания математики или умения решать задачи не следует. Знание математики можно и нужно проверять в ходе демонстрационного экзамена, для этого методические задания должны быть основаны на математическом содержании высокого уровня сложности, включая задания второй части ЕГЭ по математике профильного уровня или задачи повышенной трудности по математике, в том числе практикаориентированные и/или предусматривающие использование средств информационных технологий для их решения. В.С. Федотова полагает, что практико-ориентированный подход

актуален при подготовке будущих учителей математики и информатики, так как применение математики в повседневной жизни помогает им осознать ценность математики в обществе и оценить ее прикладной вклад в составе других дисциплин [29]. Использование на практике тем из реальной жизни в формулировке математических задач становится основой формирования внутренней мотивации на глубокое познание математических законов.

Таким образом, в ходе демонстрационного экзамена проверка уровня предметной подготовки неотделима от проверки методической подготовки.

А.Г. Мулюкова, Л.Н. Павлова и Г.Я. Гревцева [19] и О.В. Воронушкина [8] выдвинули положение, что от курса к курсу уровень сложности заданий демонстрационного экзамена должен расти. Дополним, что при этом должна увеличиваться не только методическая, но предметная сложность.

Имеются сведения о недостаточной математической подготовке учителей математики. В.С. Федотова [29] отмечает ограниченную подготовку будущих педагогов по фундаментальным предметным знаниям, а О.В. Тумашева, М.Б. Шашкина, Е.А. Аешина [28] указывают, что уровень предметной подготовки учителей математики не вполне соответствует современным запросам образования.

Для выявления недостатков мы провели опрос 22 работников школ (учителей математики первой и высшей категории и представителей администрации) о математической подготовке выпускников, приходящих в школу (табл. 6):

Таблица 6 – Недостатки предметной подготовки выпускников педвуза

Умение	Имеют недостаточный уровень (%)
Формировать у обучающихся умение решать задачи по математической грамотности	59
Формировать у обучающихся умение решать задачи по теории вероятностей	50
Формировать у обучающихся умение решать задачи по теории чисел	50
Формировать у обучающихся умение решать задачи с параметром	50
Применять различные методы формирования у обучающихся умения решать текстовые задачи	32
Осуществлять подготовку обучающихся к участию в олимпиадах, конференциях, турнирах и др.	55
Осуществлять адресную работу с одаренными детьми	64
Формировать у обучающихся умение решать задачи планиметрии и стереометрии с применением метода координат	41
Формировать у обучающихся умение использовать метод рационализации при решении логарифмических, показательных уравнений и неравенств	45

Значит, надо использовать возможности демонстрационного экзамена для повышения уровня предметной подготовки, а опрос учителей указывает проблемные разделы математики для включения их в оценочные средства демонстрационного экзамена. Рассмотрим пример билета для демонстрационного экзамена (ГИА) по методике обучения математике (рис. 3).

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет» (ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ») Государственная экзаменационная комиссия № ОФ-14/084 По направлению подготовки: 44.03.05 «Педагогическое образование» Профиль бакалавриата: Физика. Математика Наименование государственного экзамена: Методика обучения математике ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 23 <i>Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику обучения решению уравнений, неравенств и их систем в старшей школе графическим методом.</i> 1) На примере задания «Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система $\begin{cases} 3 x + x + 3 = y + x^2, \\ y = ax + 2a \end{cases}$ имеет ровно два различных решения» продемонстрируйте содержание и организацию каждого этапа решения: – определение возможности решения системы графическим методом; – построение графиков функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$ в одной системе координат; – нахождение точек пересечения графиков, координаты которых являются решениями системы; – запись ответа. Подготовьте технологическую карту фрагмента урока. 2) Подберите упражнения для освоения учащимися всех этапов графического метода решения уравнений, неравенств и их систем.

Рисунок 3 – Пример билета демонстрационного экзамена

Однако включение в содержание демонстрационного математического задания не гарантирует выполнение им обучающей функции.

Л.В. Матвеева, Е.Д. Трофимова и Л.А. Беляева [17] пишут, что опыт проведения государственной итоговой аттестации выпускников педагогических университетов в формате демонстрационного экзамена актуализировал ряд проблемных вопросов, связанных в большей степени не с процедурой демонстрационного экзамена, а с содержанием предшествующей ему подготовки студентов. Они отмечают, что значительным потенциалом в плане подготовки к государственному демонстрационному экзамену обладают формы текущего контроля и промежуточной аттестации: портфолио с результатами выполнения практико-ориентированных заданий; кейсовые задания, способствующие применению теоретических знаний в ситуациях профессиональной деятельности; тесты, сочетающие проверку знаний и

выполнение имитационных задач; проектные задания; задания по составлению профессиональных документов; самостоятельная подготовка к экзамену полученного заранее «специального вопроса» («спецвопроса»); анализ научной биографии выдающегося ученого в соответствии с профилем подготовки; творческое задание с возможностью выбора формы его выполнения и др.

В.С. Федотова [29] полагает, что подготовка к демонстрационному экзамену для будущих педагогов становится тренировкой навыков, важных в профессии учителя, в том числе владения фундаментальными знаниями и применения их в действии для решения прикладных задач.

Мы согласны с мнением Е.А. Дмитриевой [10], полагающей, что использование площадки демонстрационного экзамена возможно лишь при предварительной подготовке и студентов, и преподавателей. В ее статье описана планомерная подготовка студентов к сдаче экзаменов в форме демонстрационного экзамена, включающая предварительные консультативные занятия, на которых они знакомятся с техническими и средовыми возможностями площадки демонстрационного экзамена, и отработку профессиональных умений в ходе занятий по различным дисциплинам. Близкой точки зрения придерживаются Т.К. Смыковская, Н.К. Сергеев, А.М. Коротков и М.В. Корепанова [25], считающие, что методический аспект подготовки к демонстрационному экзамену предусматривает консультирование в том числе по вопросам предметного содержания урока.

В процессе подготовки указанного в билете (рис. 3) фрагмента урока студент столкнулся с трудностями как на этапе решения уравнения, так и на этапе его методической обработки.

На консультации студенту было рекомендовано воспользоваться для поиска решения программами Geogebra или Desmos.

Функция $y = -x^2 - 3|x| + x + 3$ представляет собой кусочную функцию

$$y = \begin{cases} -x^2 + 4x + 3, & x < 0, \\ -x^2 - 2x + 3, & x \geq 0. \end{cases}$$

Ее график состоит из частей двух парабол. Рассматривая компьютерную модель, студент обнаруживает, что функция с параметром $y = ax + 2a$ задает семейство прямых, каждая из которых проходит через точку $(-2; 0)$. Таким образом, прямая как бы «вращается» вокруг точки $(-2; 0)$.

Начиная от вертикального положения прямой $y = ax + 2a$ ($a = -\infty$), вращаем прямую против часовой стрелки. Она пересекает график в двух точках до того момента, когда пойдет через точку $(0; 3)$ – появляется третья точка пересечения графиков, затем при дальнейшем повороте против часовой стрелки оказывается четыре решения и наконец три решения в момент, когда прямая касается параболы, и далее – снова две точки пересечения (рис. 4).

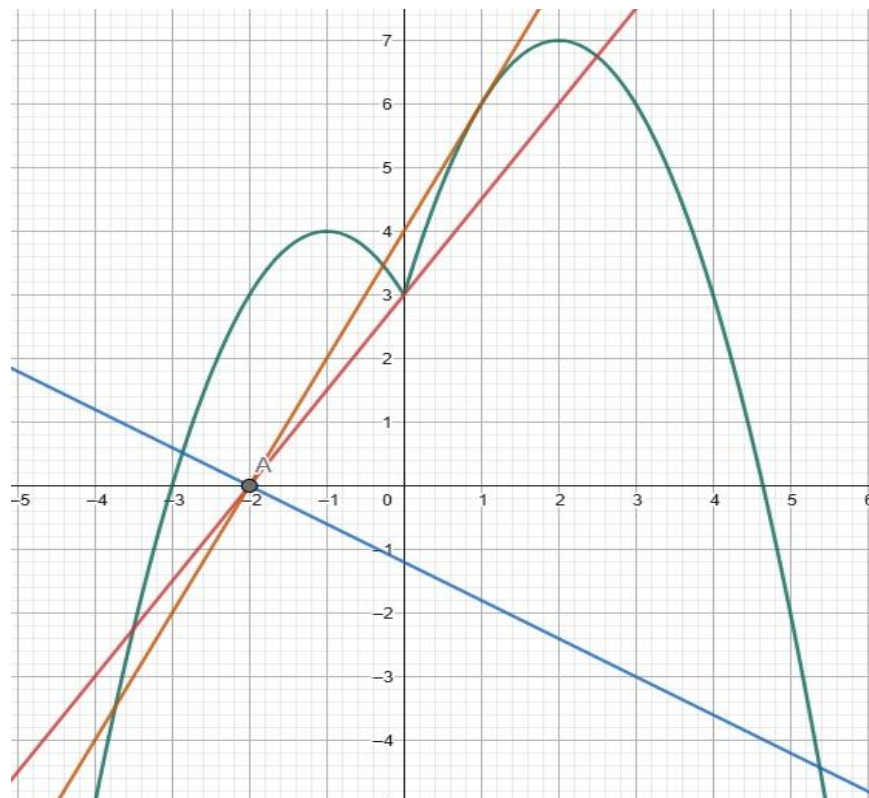


Рисунок – 4. Графическое решение задания с параметром

Дальнейшее решение сводится к нахождению значений параметра a , соответствующих указанным положениям прямой, заданной уравнением $y = ax + 2a$.

Прямая проходит через точку $(0; 3)$, если координаты точки обращают уравнение прямой в верное равенство: $3 = a \cdot 0 + 2a$. Отсюда $a = 1,5$.

Прямая касается параболы $y = -x^2 + 4x + 3$, если парабола и прямая пересекаются в одной точке, т.е. система
$$\begin{cases} y = -x^2 + 4x + 3, \\ y = ax + 2a \end{cases}$$
 имеет одно решение.

$$\begin{aligned} ax + 2a &= -x^2 + 4x + 3 \\ x^2 + (a - 4)x + 2a - 3 &= 0 \\ D &= (a - 4)^2 - 4(2a + 3) = a^2 - 16a + 28. \end{aligned}$$

$D = 0$ при $a = 2$ или $a = 14$. Если $a = 14$, то прямая касается параболы левее оси ординат.

Ответ: $a \in (-\infty; 1,5) \cup (2; \infty)$.

По рекомендации преподавателя студент включил компьютерную иллюстрацию в технологическую карту урока, продумал организацию работы с ней учащихся и показал соответствующий фрагмент урока на демонстрационном экзамене.

Таким образом, реализация обучающей функции демонстрационного экзамена требует пристального внимания к процессу подготовки к нему как во время изучения соответствующей дисциплины в течение семестра, так и в ходе консультации перед экзаменом. Необходимость подготовки к демонстрационному экзамену требует пересмотра содержания рабочих программ дисциплин и практик.

Итак, нами выявлены требования работодателей к предметной подготовке будущих учителей математики и определены способы использования демонстрационного экзамена для повышения ее уровня путем включения в его содержание математических заданий высокого уровня сложности и обеспечения подготовки к демонстрационному экзамену.

2.4. Рефлексия и самооценка студентов в процессе проведения демонстрационного экзамена

Введение демонстрационного экзамена в практику образовательных организаций предопределило три вида внутренней самооценки:

- самооценка проведенного студентом фрагмента учебного занятия в соответствии с требованиями ФГОС ВО;
- оценка экзаменационной комиссией самоанализа проведенного фрагмента урока студентом-выпускником;
- самооценка деятельности вуза по организации введения демонстрационного экзамена в практику университета [9].

Л.В. Матвеева, Е.Д. Трофимова и Л.А. Беляева [17] отмечают, что в ходе демонстрационного экзамена основные сложности у выпускников возникали на этапах самооценки и собеседования с экспертами, когда им пришлось обосновывать выбор педагогических подходов, технологий, методов в опоре на теоретическую информацию. С.Г. Зоголь, А.И. Смоляр и Т.Н. Черномырдина [12] пишут о важности оценки сформированности способности будущего педагога к профессионально-личностной рефлексии.

Действительно, проведение урока требует его осмысления. В этой связи анализ и самооценка урока как составные элементы экзамена позволяют оценить способность будущего учителя к рефлексии профессиональных действий [12]. Представим опорные вопросы для рефлексии и самоанализа фрагмента урока. Какое место занимает урок в системе учебного предмета? Удалось ли в полной мере достичь цели и задач урока? Каким образом математический материал способствовал достижению цели урока? Присутствовали ли отступления от намеченного плана работы? Как в процессе урока учитывались особенности учащихся (одаренный ребенок, участник олимпиадного движения, ребенок с ОВЗ и др.)? С чем был связан выбор той или иной формы работы на уроке? На формирование каких предметных и метапредметных результатов была направлена деятельность обучающихся на каждом этапе урока? Как вы оцениваете степень активности обучающихся класса? При возможности повторно провести урок, какие изменения или дополнения вы бы внесли? С.Г. Зоголь, А.И. Смоляр и Т.Н. Черномырдина [12] сочли необходимым ввести на демонстрационном экзамене критерий оценки: способность к профессионально-личностной рефлексии, отражающий уровень сформированности рефлексивных умений и навыков будущих учителей. Оценка способности к профессионально-личностной рефлексии проявлялась в демонстрации умений изменять ход урока и методы работы соответственно заданным условиям профессиональной задачи с целью достижения планируемых результатов

урока, умений самоанализа проведенного учебного занятия и умений прогнозировать последствия педагогических воздействий.

С.П. Санина и М.Д. Расторгуева [23] в рамках проведения профессионального (демонстрационного) экзамена организовали рефлексивную практику студентов.

Условием профессионального развития учителя является самосознание, а механизмом самосознания является рефлексия. Рефлексия дополняет и обогащает процесс обратной связи с учениками, что позволяет учителю корректировать свою педагогическую деятельность и общение, произвольно управлять своими действиями. В контексте профессиональной подготовки учителя рефлексия может рассматриваться как необходимая составляющая профессиональной компетентности.

Рассмотрим, каким образом С.П. Санина и М.Д. Расторгуева реализовали такую практику средствами профессионального экзамена. В ходе проведения профессионального (демонстрационного) экзамена, студенты-учителя демонстрировали фрагменты разработанных уроков. Эти уроки фиксировались с помощью видеосъемки, что позволило в дальнейшем организовать рефлексивную практику студентов.

Перед тем как студенты-учителя получили индивидуальное задание к экзамену, был проведен семинар, на котором рассматривали вопрос: «Как можно самим (без экспертной оценки) понять, что урок прошел успешно?» В ходе обсуждения студенты пришли к выводу, что, скорее всего, главный результат урока можно увидеть на учениках: насколько им было интересно, все ли были вовлечены в решение задачи, продолжается ли обсуждение содержания урока после его окончания и др. Поэтому все отметили важную роль волонтеров, которые будут участвовать в качестве детей на уроках. Договорились, что работа волонтеров будет максимально приближена к реальности, т. е. студенты-помощники будут моделировать действия школьников.

К концу занятия появился перечень критериев оценки урока деятельностного типа, например, «цели учителя и ученика не должны совпадать: учитель организует деятельность детей, ученики решают задачу», «большую часть времени от урока говорят дети», «новое знание дети открывают сами в ходе решения задачи» и др. Именно по этим критериям уже после проведенных уроков студентами был проведен самоанализ видеофрагментов.

Результаты самоанализа группировались таким образом, что их можно было распределить на три группы: «я планировал одно, а получилось иначе», «как я запланировал, так и удалось реализовать», «у меня урок не соответствует критериям, в следующий раз исправлю».

Например, анализируя, какие же цели были у учеников, а какие у учителя, студенты отвечали:

– «Цель ученика – закрепить умение работать с чертежом. Цель учителя — организовать процесс урока таким образом, чтобы ученик мог закрепить

умение работать с чертежом. У меня не получилось развести цели. Наверное, надо было начать с проблемной ситуации»;

– «Цель ученика – решить задачу. Цель учителя – организовать работу детей так, чтобы они открыли способ решения задачи. В целом удалось достичь цели, ведь поиск способа решения позволил организовать настоящее исследование».

Большинство студентов определили, что в ходе проведенных ими фрагментов уроков удалось поставить задачу, описание или пояснение которой встречается в следующих ответах:

– «Была поставлена задача, при выполнении которой было освоено новое содержание»;

– «Работа по плану с учетом нового изученного знания»;

– «Задача была поставлена. Необходимо решить задачу, опираясь на новое правило».

Несмотря на то, что большинство студентов спланировали этап постановки учебной задачи, все же деятельность учеников не всем удалось реализовать полностью. Возможно, это объясняется форматом экзамена, в рамках которого необходимо показать себя как учителя, поэтому не каждый студент готов был передать «главную роль» своим ученикам.

Кроме этого, студенты еще раз поразмышляли над тем, что подготовить для учеников задачу и поставить ее перед учениками так, чтобы детей увлекла задача, – это разное. В ходе постановки задачи учителю необходимо создать проблемную ситуацию. Поэтому важным критерием, выделенным совместно с будущими учителями, было «создание проблемной ситуации, удержание напряжения противоречия, ведение дискуссии». Анализируя уроки по этому критерию, большинство студентов выделили свой дефицит, заключающийся в том, что во время проведения фрагментов не удалось создать проблемную ситуацию или удержать противоречие. Студенты оформили это как свой образовательный запрос на дальнейшее обучение.

Анализ ответов по критерию о позиции, в которой выступал студент-учитель, также показал интересные результаты. Большинство студентов-учителей отметили в ходе урока, что выполняли роль координатора (45%), 22 студента считают, что они были в роли модератора и управленца и 11% от всех студентов выбрали позицию руководителя.

По мнению студентов, размышления о том, какую позицию должен занимать учитель на уроке, были очень полезными. Прежде всего тем, что у студента начинает формироваться представление о себе как учителе, и не столько о стиле, сколько о смысле педагогической деятельности и ценностях. Важно ли выращивать в своих учениках самостоятельность, ответственность и инициативу? Демонстрационный экзамен показал, что особая подготовка необходима также волонтерам, потому что урок деятельностного типа требует организации дискуссии, интересных обсуждений, работы с определенными «живыми» ситуациями. Волонтеры должны хорошо понимать, как действуют дети, чтобы хорошо их моделировать. Студент-учитель, в свою очередь моделирует профессиональные действия, т. е. строит профессиональные

действия в модельной ситуации в условиях, приближенных к условиям в школе.

2.5 Примеры практикоориентированных заданий государственного экзамена по методике обучения математике

1. Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику работы с текстовой задачей.

- 1) На примере конкретной текстовой задачи из школьного учебника для основной школы продемонстрируйте содержание и организацию каждого этапа работы над задачей:
 - анализ текста задачи;
 - поиск способа решения задачи;
 - составление плана решения;
 - осуществление найденного плана; изучение (анализ) найденного решения.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

- 2) Составьте систему упражнений для отработки каждого этапа работы над текстовой задачей и подготовьте презентацию.

2. Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику работы с алгоритмом (правилом).

- 1) На примере конкретного алгоритма (правила) продемонстрируйте основные этапы работы с учащимися по овладению алгоритмами:
 - введение алгоритма;
 - усвоение алгоритма;
 - применение алгоритма.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

- 2) Подберите упражнения для работы с учащимися на каждом из трех этапов формирования алгоритма и подготовьте презентацию.

3. Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику работы с теоремой.

- 1) Для одной из теорем курса геометрии основной или средней школы продемонстрируйте общие приемы работы с теоремой:
 - мотивация изучения структурной части,
 - работа над структурой теоремы,
 - мотивация необходимости доказательства теоремы,
 - поиск доказательства, доказательство и его запись,
 - закрепление теоремы,
 - применение теоремы.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

- 2) Составьте систему задач к теореме; выделить среди них опорные (ключевые) задачи и подготовьте презентацию.

4. Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику работы с задачей на построение.

- 1) На примере конкретной задачи курса геометрии основной школы продемонстрируйте содержание и организацию каждого этапа работы над задачей на построение:

- анализ;
- построение;
- доказательство;
- исследование.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

2) Составьте систему упражнений для отработки каждого этапа решения задачи на построение и подготовьте презентацию.

5. Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику изучения функций в основной школе.

1) На примере конкретной функции курса алгебры основной школы продемонстрируйте содержание и организацию каждого этапа изучения функций:

- рассмотрение конкретных ситуаций (задач), приводящие к данной функции;
- определение данной функции, запись ее формулой, исследование входящих в эту формулу параметров;
- знакомство учащихся с графиком функции: построение графика, распознавание функции по ее графику, установление влияния параметров на график функции;
- исследование функции на основные свойства: область определения, область значений, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания и убывания, экстремумы, четность (нечетность), периодичность, ограниченность, непрерывность;
- использование изученных свойств функции при решении различных задач, в частности, уравнений и неравенств.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

2) Составьте систему упражнений для отработки каждого этапа изучения функции и подготовьте презентацию.

6. Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику применения координатного метода в решении стереометрических задач.

1) На примере конкретной задачи курса геометрии старшей школы продемонстрируйте содержание и организацию каждого этапа работы над стереометрической задачей:

- выбор наиболее подходящей системы координат, чтобы выразить в координатной форме точки, отрезки фигуры (данные или искомые) и «увидеть» возможности использования координатного метода для нахождения искомого;
- запись в координатной форме с учетом данных задачи необходимых для решения точек фигуры, расстояния между ними, координат середин отрезков, уравнения линий и т.д.;
- запись с учетом требования задачи выражений, равенств, уравнений и их преобразование;
- осмысление полученных результатов и перевод их на геометрический язык.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

2) Составьте систему упражнений для отработки каждого этапа работы над стереометрической задачей и подготовьте презентацию.

7. Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику применения преобразований в решении геометрических задач.

1) На примере конкретной задачи курса геометрии основной школы продемонстрируйте содержание и организацию каждого этапа работы над геометрической задачей:

- выбор геометрического преобразования, которое позволит обосновать наличие указанного отношения между объектами;
- выполнение выбранного преобразования так, чтобы один объект (или часть) переходил в другой (новый, вспомогательный) объект, более удобный для исследования или построения;
- исследование полученного нового (вспомогательного) объекта и его свойств;
- в задаче на построение, если нужно, преобразование вспомогательной фигуры в искомую и проведение доказательства и исследования.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

2) Составьте систему упражнений для отработки каждого этапа работы над геометрической задачей и подготовьте презентацию.

8. Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику обучения применению производной в решении задач на оптимизацию.

1) На примере конкретной текстовой задачи на применение производной из школьного учебника алгебры и начал анализа для старшей школы продемонстрируйте содержание и организацию каждого этапа работы над задачей:

- перевод задачи на язык функций: выбор независимой переменной x и выражение через нее величины, для которой нужно найти наибольшее или наименьшее значение, как функции $f(x)$;
- поиск наибольшего или наименьшего значения этой функции на некотором промежутке с помощью производной;
- выяснение практического смысла полученного результата.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

2) Составьте систему упражнений для отработки каждого этапа применения производной для решения задачи на оптимизацию и подготовьте презентацию.

9. Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику работы с математическим понятием.

1) На примере конкретного понятия продемонстрируйте основные этапы работы с учащимися по овладению математическим понятием:

- мотивация введения понятия;
- выявление существенных свойств понятия, составляющих его определение;
- формулировка определения и усвоение его логической структуры;

- применение понятия;
- систематизация понятий.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

2) Подберите упражнения для работы с учащимися на каждом из этапов формирования математического понятия и подготовьте презентацию.

10. Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику обучения решению уравнений и неравенств в старшей школе графическим методом.

1) На примере конкретного уравнения или неравенства продемонстрируйте содержание и организацию каждого этапа решения:

- определение возможности решения уравнения или неравенства графическим методом;
- приведение уравнения к виду $f(x) = g(x)$ (неравенства к виду $f(x) > g(x)$) так, что функции $f(x)$ и $g(x)$ наиболее простого вида;
- построение графиков функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$ в одной системе координат;
- нахождение абсцисс точек пересечения графиков, каждая из которых является корнем данного уравнения (для решения уравнения);
- выбор областей на координатной плоскости, координаты точек которых обращают данное неравенство в верное (для решения неравенства);
- запись ответа.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

2) Подберите упражнения для освоения учащимися всех этапов графического метода решения уравнений и неравенств.

2.6 Примеры практикоориентированных заданий демонстрационного экзамена по дисциплине «Образовательные технологии в обучении математике»

Задание

Время демонстрации – 20 минут

Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий реализацию одной из технологий обучения математике:

- технологии обучения математике на основе деятельностного подхода;
- технологии консультирования в обучении математике;
- технологии мастерских в обучении математике;
- кейс-технологии обучения математике;
- технологии проблемного обучения математике;
- игровой технологии в обучении математике;
- технологии поэтапного формирования умственных действий в обучении математике.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

В презентации должны быть представлены:

1. ФИО студента;
2. тема урока;

3. цели (личностные, метапредметные и предметные результаты) в соответствии с концептуальными положениями технологии;

4. организация процесса обучения в виде пошаговой, поэтапной последовательности действий. При этом:

– обязательны этапы начальной и итоговой диагностики в соответствии с поставленными целями и мотивации деятельности учащихся;

– отбор материала, его структурирование; методы, формы и средства, особенности работы с ними должны соответствовать технологии.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

2.7 Примеры практикоориентированных заданий демонстрационного экзамена в форме итоговой конференции по педагогической практике

Первое задание касается разработки и проведения фрагмента урока на заданную тему. Время демонстрации до 15 минут.

Приведем варианты заданий этой части:

Вариант 1.

1. Разработать и провести фрагмент урока алгебры в 9 классе (этап объяснения нового материала).

Фрагмент должен содержать следующее:

- презентацию;
- материал для мотивации;
- способы активизации учащихся на этапе объяснения;
- различные варианты наглядности на этапе объяснения нового материала;
- различные формы обратной связи с учащимися.

2. Подготовить технологическую карту урока.

Вариант 2.

1. Разработать и провести фрагмент урока геометрии в 9 классе (этап объяснения нового материала).

Фрагмент должен содержать следующее:

- презентацию;
- материал для мотивации;
- способы активизации учащихся на этапе объяснения;
- различные варианты наглядности на этапе объяснения нового материала;
- различные формы обратной связи с учащимися.

2. Подготовить технологическую карту урока.

Вариант 3.

1. Разработать и провести фрагмент урока алгебры в 9 классе (этап закрепления изученного материала).

Фрагмент должен содержать следующее:

- презентацию;

- систему необходимых упражнений этапа закрепления изученного материала;
- различные способы проверки предложенных упражнений;
- различные способы активизации учащихся на этапе закрепления изученного материала;
- необходимые варианты наглядности на этапе закрепления изученного материала;
- различные формы обратной связи с учащимися.

2. Подготовить технологическую карту урока.

Вариант 4.

1. Разработать и провести фрагмент урока геометрии в 9 классе (этап закрепления изученного материала).

Фрагмент должен содержать следующее:

- презентацию;
- систему необходимых упражнений этапа закрепления изученного материала;
- различные способы проверки предложенных упражнений;
- различные способы активизации учащихся на этапе закрепления изученного материала;
- необходимые варианты наглядности на этапе закрепления изученного материала;
- различные формы обратной связи с учащимися.

2. Подготовить технологическую карту урока.

Вариант 5.

1. Разработать и провести фрагмент урока вероятности и статистики в 9 классе (этап объяснения нового материала).

Фрагмент должен содержать следующее:

- презентацию;
- материал для наблюдений;
- различные способы активизации учащихся на этапе объяснения;
- необходимые варианты наглядности на этапе объяснения нового материала;
- различные формы обратной связи с учащимися.

2. Подготовить технологическую карту урока.

Вариант 6.

1. Разработать и провести фрагмент урока вероятности и статистики в 9 классе (этап закрепления изученного материала).

Фрагмент должен содержать следующее:

- презентацию;
- систему необходимых упражнений этапа закрепления изученного материала;
- различные способы проверки предложенных упражнений;
- различные способы активизации учащихся на этапе закрепления изученного материала;

– необходимые варианты наглядности на этапе закрепления изученного материала;

– различные формы обратной связи с учащимися.

2. Подготовить технологическую карту урока.

Вариант 7.

1. Разработать и провести фрагмент урока алгебры в 10 классе (этап объяснения нового материала).

Фрагмент должен содержать следующее:

– презентацию;

– материал для мотивации;

– способы активизации учащихся на этапе объяснения;

– различные варианты наглядности на этапе объяснения нового материала;

– различные формы обратной связи с учащимися.

2. Подготовить технологическую карту урока.

Вариант 8.

1. Разработать и провести фрагмент урока геометрии в 10 классе (этап объяснения нового материала).

Фрагмент должен содержать следующее:

– презентацию;

– материал для мотивации;

– способы активизации учащихся на этапе объяснения;

– различные варианты наглядности на этапе объяснения нового материала;

– различные формы обратной связи с учащимися.

2. Подготовить технологическую карту урока.

Вариант 9.

1. Разработать и провести фрагмент урока алгебры в 10 классе (этап закрепления изученного материала).

Фрагмент должен содержать следующее:

– презентацию;

– систему необходимых упражнений этапа закрепления изученного материала;

– различные способы проверки предложенных упражнений;

– различные способы активизации учащихся на этапе закрепления изученного материала;

– необходимые варианты наглядности на этапе закрепления изученного материала;

– различные формы обратной связи с учащимися.

2. Подготовить технологическую карту урока.

Вариант 10.

1. Разработать и провести фрагмент урока геометрии в 10 классе (этап закрепления изученного материала).

Фрагмент должен содержать следующее:

- презентацию;
- систему необходимых упражнений этапа закрепления изученного материала;
- различные способы проверки предложенных упражнений;
- различные способы активизации учащихся на этапе закрепления изученного материала;
- необходимые варианты наглядности на этапе закрепления изученного материала;
- различные формы обратной связи с учащимися.

2. Подготовить технологическую карту урока.

Вариант 11.

1. Разработать и провести фрагмент урока вероятности и статистики в 10 классе (этап объяснения нового материала).

Фрагмент должен содержать следующее:

- презентацию;
- материал для наблюдений;
- различные способы активизации учащихся на этапе объяснения;
- необходимые варианты наглядности на этапе объяснения нового материала;
- различные формы обратной связи с учащимися.

2. Подготовить технологическую карту урока.

Вариант 12.

1. Разработать и провести фрагмент урока вероятности и статистики в 10 классе (этап закрепления изученного материала).

Фрагмент должен содержать следующее:

- презентацию;
- систему необходимых упражнений этапа закрепления изученного материала;
- различные способы проверки предложенных упражнений;
- различные способы активизации учащихся на этапе закрепления изученного материала;
- необходимые варианты наглядности на этапе закрепления изученного материала;
- различные формы обратной связи с учащимися.

2. Подготовить технологическую карту урока.

Вариант 13.

1. Разработать и провести фрагмент урока алгебры в 11 классе (этап объяснения нового материала).

Фрагмент должен содержать следующее:

- презентацию;
- материал для мотивации;
- способы активизации учащихся на этапе объяснения;
- различные варианты наглядности на этапе объяснения нового материала;

- различные формы обратной связи с учащимися.
2. Подготовить технологическую карту урока.

Вариант 14.

1. Разработать и провести фрагмент урока геометрии в 11 классе (этап объяснения нового материала).

Фрагмент должен содержать следующее:

- презентацию;
 - материал для мотивации;
 - способы активизации учащихся на этапе объяснения;
 - различные варианты наглядности на этапе объяснения нового материала;
 - различные формы обратной связи с учащимися.
2. Подготовить технологическую карту урока.

Вариант 15.

1. Разработать и провести фрагмент урока алгебры в 11 классе (этап закрепления изученного материала).

Фрагмент должен содержать следующее:

- презентацию;
 - систему необходимых упражнений этапа закрепления изученного материала;
 - различные способы проверки предложенных упражнений;
 - различные способы активизации учащихся на этапе закрепления изученного материала;
 - необходимые варианты наглядности на этапе закрепления изученного материала;
 - различные формы обратной связи с учащимися.
2. Подготовить технологическую карту урока.

Вариант 16.

1. Разработать и провести фрагмент урока геометрии в 11 классе (этап закрепления изученного материала).

Фрагмент должен содержать следующее:

- презентацию;
 - систему необходимых упражнений этапа закрепления изученного материала;
 - различные способы проверки предложенных упражнений;
 - различные способы активизации учащихся на этапе закрепления изученного материала;
 - необходимые варианты наглядности на этапе закрепления изученного материала;
 - различные формы обратной связи с учащимися.
2. Подготовить технологическую карту урока.

Вариант 17.

1. Разработать и провести фрагмент урока вероятности и статистики в 11 классе (этап объяснения нового материала).

Фрагмент должен содержать следующее:

- презентацию;
- материал для наблюдений;
- различные способы активизации учащихся на этапе объяснения;
- необходимые варианты наглядности на этапе объяснения нового материала;
- различные формы обратной связи с учащимися.

2. Подготовить технологическую карту урока.

Вариант 18.

1. Разработать и провести фрагмент урока вероятности и статистики в 11 классе (этап закрепления изученного материала).

Фрагмент должен содержать следующее:

- презентацию;
- систему необходимых упражнений этапа закрепления изученного материала;
- различные способы проверки предложенных упражнений;
- различные способы активизации учащихся на этапе закрепления изученного материала;
- необходимые варианты наглядности на этапе закрепления изученного материала;
- различные формы обратной связи с учащимися.

2. Подготовить технологическую карту урока.

Второе задание состоит в проведении с группой волонтеров анализа представленного фрагмента урока. Анализ заключается в определении степени достижения метапредметных результатов фрагмента урока в соответствии с ФГОС ООО или ФГОС СОО. Время проведения анализа до 5 минут.

Контрольные вопросы и задания

1. Перечислите необходимые действия в алгоритме подготовки к демонстрационному экзамену: а) государственному экзамену; б) защите ВКР; в) курсовому экзамену; г) конференции по подпрактике.

2. Может ли демонстрационный экзамен способствовать улучшению предметной подготовки студентов? Если да, то за счет чего?

3. Какую роль играет рефлексия в профессиональной деятельности учителя математики?

4. Проанализируйте одну из технологических карт (приложение 2). Укажите особенности уроков, проведенных с использованием технологии обучения на основе поэтапного формирования умственных действий, технологии консультирования, кейс-технологии и технологии обучения математике на основе деятельностного подхода.

5. Проанализируйте одну из технологических карт (приложение 2). Укажите особенности фрагментов уроков объяснения нового материала и закрепления изученного материала.

6. Проанализируйте одну из технологических карт (приложение 2). Укажите особенности уроков, посвященных изучению теорем, решению

текстовых задач, изучению функций в основной школе, применению производной в старшей школе, графическому методу решения уравнений и неравенств.

7. Рассмотрите примеры билетов (приложение 1). Подготовьте технологическую карту урока (фрагмент) и презентацию по одному из билетов.

Заключение

Согласно деятельностному подходу в модель демонстрационного экзамена будущего учителя математики входят целевой, содержательный, операционно-технологический и коррекционно-результативный блоки. Целевой блок определяет как целевые установки демонстрационного экзамена будущего педагога, так и источники требований к профессиональной подготовке учителя математики (официальные документы и мнение педагогического сообщества). Содержательный блок посвящен созданию оценочных средств демонстрационного экзамена на основе анализа профессионального стандарта «Педагог» с учетом планируемых результатов освоения образовательной программы по профилю «Математика» и мнения работодателей. В качестве оценочного средства демонстрационного экзамена выбрано комплексное задание, включающее разработку технологической карты и представление фрагмента урока с указанием темы, класса, вида деятельности, формируемых универсальных учебных действий, особенностей учеников и самоанализ фрагмента урока. Операционно-технологический блок описывает деятельность организаторов, экспертов, волонтеров и обучающихся непосредственно во время подготовки и проведения демонстрационного экзамена. Коррекционно-результативный блок предназначен для обработки результатов демонстрационного экзамена и выработки стратегии регулирования уровня профессиональной подготовки студентов. Содержание коррекционно-результативного блока дает материал для дальнейшей работы по коррекции уровня подготовки студентов – нивелированию дефицитов, коррекции рабочих программ дисциплин и практик, и возможно, коррекции оценочных материалов демонстрационного экзамена.

Показана возможность диагностики в ходе демонстрационного экзамена в рамках промежуточной аттестации профессиональной подготовки студента в вузе. Диагностические средства для демонстрационного экзамена и критерии оценивания уровня профессиональной подготовки студентов на демонстрационном экзамене создавались на основе требований профессионального стандарта «Педагог», а также планируемых результатов освоения основной профессиональной образовательной программы по профилю «Математика» (в первую очередь профессиональных компетенций) с учетом мнения педагогического сообщества.

Результаты диагностики, полученные в ходе демонстрационного экзамена по дисциплине «Методика обучения математике», не могут быть получены в рамках традиционного экзамена.

На основе анализа Профессионального стандарта педагога и Концепции развития математического образования в Российской Федерации в качестве одного из целевых ориентиров демонстрационного экзамена будущих учителей математики определено повышение уровня их предметной подготовки. Опрос работодателей позволил выявить проблемные зоны в математической подготовке выпускников педвуза и определить содержание оценочных средств демонстрационного экзамена.

Для проверки и формирования математических знаний и умений

предлагается включать в традиционные оценочные средства демонстрационного экзамена – разработку технологической карты урока и проведение фрагмента урока – математические задания высокого уровня трудности. Необходимым условием реализации обучающей функции демонстрационного экзамена является подготовка к нему прежде всего в течение семестра (это потребует пересмотра рабочих программ дисциплин в сторону их большей практикоориентированности). Другим способом реализации обучающей функции является консультирование непосредственно перед экзаменом. Приведены примеры заданий демонстрационного экзамена по методике обучения математике.

Реализация модели демонстрационного экзамена позволяет добиться целей его введения и, в конечном счете, служит улучшению результатов профессиональной подготовки будущих учителей математики.

Библиографический список

1. Беляев А.Г., Беляева Т.С., Шмахтенкова М.О. Формирование содержания демонстрационного экзамена для специальности 49.03.01 Физическая культура // Известия Тульского государственного университета. Физическая культура. Спорт. 2024. Вып. 5. С. 3–9. DOI: 10.24412/2305-8404-2024-5-3-9.
2. Беркутова Д.И., Громова Е.М., Горшкова Т.А. Демонстрационный экзамен как инновационная форма оценки результатов учебной деятельности в педагогическом университете // Поволжский педагогический поиск. 2025. №1 (51). С. 58–67.
3. Волгуснова Е.А. Демонстрационный экзамен по промежуточной аттестации (психолого-педагогический модуль) в вузе // Проблемы современного педагогического образования. 2024. №85-3. С. 59–61.
4. Волохов С. П. Демонстрационный экзамен в системе подготовки педагогических кадров в Алтайском крае // Образование и инновационные исследования: Международный научно-методический журнал. 2020. Т. 1, № 1. С. 81–85.
5. Воронушкина О. В. Демонстрационный экзамен в педагогическом вузе: первые результаты // Вестник Алтайского государственного педагогического университета. 2023. № 4 (57). С. 7–16. DOI 10.37386/2413-4481-2023-4-7-16.
6. Воронушкина, О.В. Демонстрационный экзамен в подготовке будущего преподавателя иностранного языка // Мир науки, культуры и образования. 2023. №6 (103). С. 263–266. DOI: [10.24412/1991-5497-2023-6103-263-266](https://doi.org/10.24412/1991-5497-2023-6103-263-266).
7. Воронушкина О.В., Каирова Л.А. Критерии экспертизы заданий демонстрационного экзамена в педагогическом вузе // Мир науки, культуры, образования. 2023. № 6 (103). С. 267–270. DOI: 10.24412/1991-5497-2023-6103-267-270.
8. Воронушкина О.В., Каирова Л.А., Кочешкова И.Ю. Подготовка студентов педагогического вуза к демонстрационному (профессиональному) экзамену. Барнаул : АлтГПУ, 2023. 36 с.
9. Давыдова Н. Н., Кусова М. Л., Симонова А. А. Практика введения демонстрационного экзамена как новая форма государственной аттестации в вузе // Педагогическое образование в России. 2024. № 1. С. 21–32.
10. Дмитриева Е. А. Площадка Демонстрационный экзамен как точка соприкосновения образовательных учреждений в обучении и развитии педагогических кадров. Стратегические приоритеты развития образования: Взаимодействие науки и практики. Материалы межрегиональной научно-практической конференции. Ярославль: Институт развития образования Ярославской области, 2024. С. 314-318
11. Дьякова Е.А. Демонстрационный экзамен в структуре оценочной деятельности в педагогическом вузе // Вестник Армавирского государственного педагогического университета. 2024. № 4. С. 15–23.

12. Зоголь С.Г., Смоляр А.И., Черномырдина Т.Н. Профессиональный (демонстрационный) экзамен в государственной итоговой аттестации будущих учителей музыки // Самарский научный вестник. 2024. Т. 13, № 2. С. 176–183. DOI: 10.55355/snv2024132304.

13. Каирова Л. А. Использование кейсов при проведении демонстрационного экзамена по профилю подготовки «Начальное образование» // Мир науки, культуры, образования. 2023. № 4 (101). С. 161–164. DOI 10.24412/1991-5497-2023-4101-161-164.

14. Козина О.В. Потенциал кейс-метода в подготовке студентов к демонстрационному экзамену на иностранном языке. Мир науки, культуры, образования. 2022. № 1 (92). С. 91–94

15. Концепция подготовки педагогических кадров для системы образования на период до 2030 года : утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 24 июня 2022 года № 1688-р. URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/404830447/>

16. Концепция развития математического образования в Российской Федерации. Available at: <http://минобрнауки.рф/документы/3894>.

17. Матвеева Л. В., Трофимова Е. Д., Беляева Л. А. Инновационные формы промежуточной аттестации обучающихся педагогических вузов по музыкально-педагогическим дисциплинам в условиях подготовки к государственному демонстрационному экзамену // Педагогическое образование в России. 2024. № 2. С. 202–211.

18. Методические рекомендации по организации и проведению профессиональных (демонстрационных) экзаменов по основным образовательным программам высшего образования УГСН 44.00.00 Образование и педагогические науки: Приложение к письму Минпросвещения России № 08-1265 от 04.08.2022 г.

19. Мулюкова А. Г., Павлова Л. Н., Гревцева Г. Я. Профессиональный демонстрационный экзамен в системе непрерывного образования педагога: практика реализации. Инновационное развитие профессионального образования. 2024. № 4 (44). С. 80–86.

20. Несына С.В. Демонстрационный экзамен в подготовке будущих педагогов // Образовательный вестник «Сознание». 2019. Т. 2. № 10. С. 23–28. DOI: [10.26787/nydha-2686-6846-2019-21-10-23-28](https://doi.org/10.26787/nydha-2686-6846-2019-21-10-23-28).

21. Новик И.Б. О моделировании сложных систем. М.: Мысль, 1965. 212 с.

22. Профессиональный стандарт. Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании). Утвержден приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н, г. Москва. Available at: <http://www.rg.ru/2013/12/18/pedagog-dok.html>.

23. Санина С.П., Расторгуева М.Д. Возможности диагностического инструментария профессионального (демонстрационного) экзамена для развития компетенций будущих учителей начальных классов// Вестник

практической психологии образования. 2024. Том 21. № 4. С. 41–52. DOI:10.17759/bpre.2024210404.

24. Сигитова Л.И. Нормативное и методическое обеспечение демонстрационного экзамена в педагогическом университете // Современные наукоемкие технологии. 2023. № 8. С. 176–180. DOI:10.17513/snt.39751

25. Смыковская Т. К., Сергеев Н. К., Коротков А.М., Корепанова М.В. Технолого-организационные аспекты проведения государственной итоговой аттестации будущих учителей математики в формате демонстрационного экзамена в использовании возможностей цифровой образовательной среды вуза // Современные вопросы педагогики и психологии: теоретико-методологические подходы и практические результаты исследований : монография. Чебоксары: Среда, 2025. С. 186–199. DOI: [10.31483/r-126459](https://doi.org/10.31483/r-126459).

26. Стариченко Б. Е., Сардак Л. Б. Особенности проведения демонстрационного экзамена в вузе // Педагогическое образование в России. 2023. № 2. С. 123–132.

27. Суховиенко Е.А. Диагностика соответствия подготовки будущих учителей математики профессиональному стандарту педагога // Мир науки, культуры и образования. 2018. № 3 (70). С. 295–299.

28. Тумашева О.В., Шашкина М.Б., Аешина Е.А. Профессиональные дефициты учителей математики: анализ результатов регионального исследования // Азимут научных исследований: педагогика и психология. 2021. Т. 10, № 1 (34). С. 264–268. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_44817699_97226998.pdf (дата обращения: 20.08.2025). DOI: [10.26140/anip-2021-1001-0069](https://doi.org/10.26140/anip-2021-1001-0069).

29. Федотова, В. С. Праксиологические основы комплексной оценки готовности учителя к профессиональной деятельности в формате демонстрационного экзамена в высшем образовании // Отечественная и зарубежная педагогика. 2024. № 2 (98). С. 86–108. DOI: [10.24412/2224-0772-2024-98-86-108](https://doi.org/10.24412/2224-0772-2024-98-86-108).

30. Фридман Л.М. Наглядность и моделирование в обучении. М.: Знание, 1984. 80 с.

31. Хильченко Т. В. Демонстрационный (профессиональный) экзамен как средство оценивания сформированности компетенций будущих учителей иностранного языка // Современные проблемы науки и образования. 2024. № 5. URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=33696> (дата обращения: 04.08.2025). DOI: [10.17513/spno.33696](https://doi.org/10.17513/spno.33696).

32. Штофф В.А. Моделирование и философия. М.; Л.: Наука, 1966. 301 с.

Приложение 1. Примеры экзаменационных билетов демонстрационного экзамена (ГИА) по методике обучения математике

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику работы с текстовой задачей.

- 1) На примере задачи «Расстояние между городами А и В равно 575 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 1 час 30 минут следом за ним со скоростью 65 км/ч выехал мотоциклист, который догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда он вернулся в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С. Ответ дайте в километрах» покажите содержание и организацию каждого этапа работы над задачей:
- анализ текста задачи;
 - поиск способа решения задачи;
 - составление плана решения;
 - осуществление найденного плана; изучение (анализ) найденного решения.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

- 2) Составьте систему упражнений для отработки каждого этапа работы над текстовой задачей.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику работы с алгоритмом (правилом).

- 1) На примере алгоритма (правила) сложения десятичных дробей покажите основные этапы работы с учащимися по овладению алгоритмами:
- введение алгоритма;
 - усвоение алгоритма;
 - применение алгоритма.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

- 2) Подберите упражнения для работы с учащимися на каждом из трех этапов формирования алгоритма.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику работы с теоремой.

- 1) Покажите общие приемы работы с теоремой о сумме углов треугольника:
- мотивация изучения структурной части,

- работа над структурой теоремы,
- мотивация необходимости доказательства теоремы,
- поиск доказательства, доказательство и его запись,
- закрепление теоремы,
- применение теоремы.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

- 2) Подберите систему задач к теореме; выделите среди них опорные (ключевые) задачи.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику изучения функций в основной школе.

- 1) На примере линейной функции покажите содержание и организацию каждого этапа изучения функций:
 - рассмотрение конкретных ситуаций (задач), приводящие к данной функции;
 - определение данной функции, запись ее формулой, исследование входящих в эту формулу параметров;
 - знакомство учащихся с графиком функции: построение графика, распознавание функции по ее графику, установление влияния параметров на график функции;
 - исследование функции на основные свойства;
 - использование изученных свойств функции при решении различных задач, в частности, уравнений и систем.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

- 2) Составьте систему упражнений для отработки каждого этапа изучения функции.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику применения координатного метода в решении стереометрических задач.

- 1) На примере задачи «Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 7. На ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB = 5$. Через точки K и C_1 проведена плоскость α , параллельная прямой BD_1 . а) Докажите, что $A_1 P : PB_1 = 3 : 2$, где P – точка пересечения плоскости α с ребром $A_1 B_1$; б) Найдите угол между плоскостями α и $BB_1 C_1$ » покажите содержание и организацию каждого этапа работы над стереометрической задачей:
 - выбор наиболее подходящей системы координат, чтобы выразить в координатной форме точки, отрезки фигуры (данные или искомые) и «увидеть» возможности использования координатного метода для нахождения искомого;

– запись в координатной форме с учетом данных задачи необходимых для решения точек фигуры, расстояния между ними, координат середин отрезков, уравнения линий и т.д.;

– запись с учетом требования задачи выражений, равенств, уравнений и их преобразование;

– осмысление полученных результатов и перевод их на геометрический язык.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

- 2) Составьте систему упражнений для отработки каждого этапа работы над стереометрической задачей.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику работы с текстовой задачей.

- 1) На примере задачи «Смешав 45%-й и 97%-й растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 62%-й раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50%-го раствора той же кислоты, то получили бы 72%-й раствор кислоты. Сколько килограммов 45%-го раствора использовали для получения смеси?» покажите содержание и организацию каждого этапа работы над задачей:

- анализ текста задачи;
- поиск способа решения задачи;
- составление плана решения;
- осуществление найденного плана; изучение (анализ) найденного решения.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

- 2) Составьте систему упражнений для отработки каждого этапа работы над текстовой задачей.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7

Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику работы с теоремой.

- 1) Покажите общие приемы работы с теоремой Пифагора:
 - мотивация изучения структурной части,
 - работа над структурой теоремы,
 - мотивация необходимости доказательства теоремы,
 - поиск доказательства, доказательство и его запись,
 - закрепление теоремы,
 - применение теоремы.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

- 2) Подберите систему задач к теореме; выделите среди них опорные (ключевые) задачи.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 8

Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику изучения функций в основной школе.

- 1) На примере квадратичной функции покажите содержание и организацию каждого этапа изучения функций:
- рассмотрение конкретных ситуаций (задач), приводящие к данной функции;
 - определение данной функции, запись ее формулой, исследование входящих в эту формулу параметров;
 - знакомство учащихся с графиком функции: построение графика, распознавание функции по ее графику, установление влияния параметров на график функции;
 - исследование функции на основные свойства: область определения, область значений, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания и убывания, экстремумы, четность (нечетность), периодичность, ограниченность, непрерывность;
 - использование изученных свойств функции при решении различных задач, в частности, уравнений и неравенств.
- Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.
- 2) Составьте систему упражнений для отработки каждого этапа изучения функции.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9

Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику применения преобразований в решении геометрических задач.

- 1) На примере задачи «По одну сторону от прямой AC на отрезках AB и BC построены равносторонние треугольники ABE и BCF . P и Q – середины отрезков AF и EC . Доказать, что треугольник BPQ равносторонний» покажите содержание и организацию каждого этапа работы над геометрической задачей:
- выбор геометрического преобразования, которое позволит обосновать наличие указанного отношения между объектами;
 - выполнение выбранного преобразования так, чтобы один объект (или часть) переходил в другой (новый, вспомогательный) объект, более удобный для исследования или построения;
 - исследование полученного нового (вспомогательного) объекта и его свойств;

– в задаче на построение, если нужно, преобразование вспомогательной фигуры в искомую и проведение доказательства и исследования.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

- 2) Составьте систему упражнений для отработки каждого этапа работы над геометрической задачей.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 10

Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику обучения применению производной в решении задач на оптимизацию.

- 1) На примере задачи «Прямоугольный лист жести имеет длину 64 см и ширину 40 см. Из этого листа требуется изготовить коробку, вырезая по углам листа равные квадраты и загибая оставшиеся боковые полосы под прямым углом к основанию. Какими следует взять стороны вырезаемых квадратов, чтобы вместимость коробки оказалась максимальной?» покажите содержание и организацию каждого этапа работы над задачей:

– перевод задачи на язык функций: выбор независимой переменной x и выражение через нее величины, для которой нужно найти наибольшее или наименьшее значение, как функции $f(x)$;

– поиск наибольшего или наименьшего значения этой функции на некотором промежутке с помощью производной;

– выяснение практического смысла полученного результата.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

- 2) Составьте систему упражнений для отработки каждого этапа применения производной для решения задачи на оптимизацию.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 11

Разработайте и проведите фрагмент урока, иллюстрирующий методику обучения решению уравнений и неравенств в старшей школе графическим методом.

- 1) На примере задания «Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{x^2(x^2 - 8)} + 16 = ax + 3a - 1$ имеет ровно четыре корня» продемонстрируйте содержание и организацию каждого этапа решения:

– определение возможности решения уравнения графическим методом;

– приведение уравнения к виду $f(x) = g(x)$ так, что функции $f(x)$ и $g(x)$ наиболее простого вида;

– построение графиков функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$ в одной системе координат;

– нахождение абсцисс точек пересечения графиков, каждая из которых является корнем данного уравнения;

– запись ответа.

Подготовьте технологическую карту фрагмента урока.

- 2) Подберите упражнения для освоения учащимися всех этапов графического метода решения уравнений и неравенств.

**Приложение 2. Примеры конспектов (технологических карт)
фрагментов уроков, разработанных студентами для демонстрационного
экзамена**

Пример 1. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА УРОКА

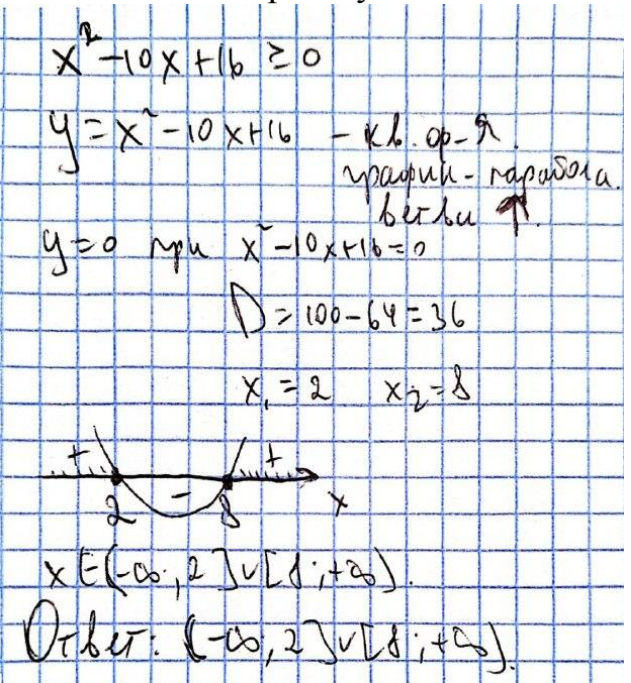
Учебный предмет	<i>Математика</i>
Класс	9
Тема урока	<i>Решение квадратных неравенств</i>
Тип урока	Урок закрепления знаний
Цель	Создать условия на уроке для организации деятельности, учащихся по закреплению решения квадратных неравенств
Планируемые результаты – Личностные результаты: Л1. Готовность обучающихся к повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей. Л2. Сформированность у учащихся навыка рефлексии. – Метапредметные результаты: Регулятивные УУД Р1. Владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи, самомотивации и рефлексии. Р2. Предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи. Р3. Самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи. - Познавательные УУД П1. Формулировать определения понятий. П2. Выбирать способ решения учебной задачи. П3. Анализировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления. - Коммуникативные УУД К1. Ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат. К2. Понимать и использовать преимущества индивидуальной работы при решении учебных математических задач. – Предметные результаты Пр1. Решать линейные неравенства, квадратные неравенства, изображать решение неравенств на числовой прямой, записывать решение с помощью символов Пр2. Исследовать функцию по её графику, устанавливая свойства функций: нули функции, промежутки знакопостоянства. Пр3. Использовать свойства квадратичной функции для решения задач	
Методы и приемы	<i>Объяснение, практическая работа</i>

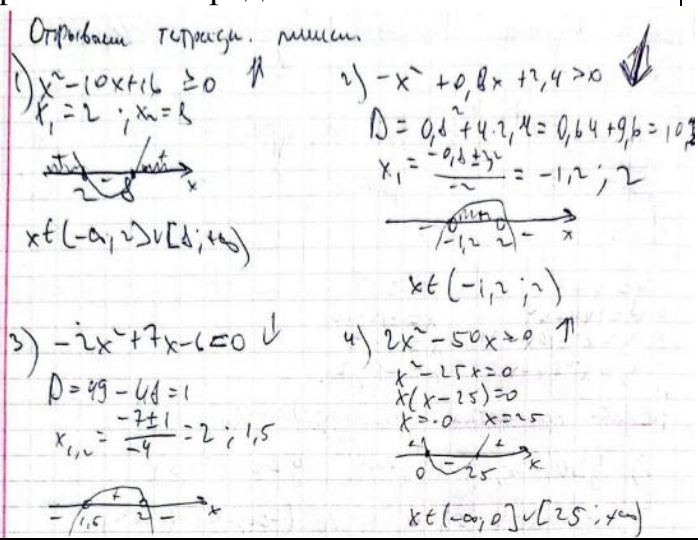
Опорные понятия, термины:	<i>Функция, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства функции</i>
Новые понятия	<i>Квадратные неравенства с одной переменной. Решение квадратных неравенств графическим методом.</i>
Дидактический материал	<i>Алгебра 9кл. : учебник /Ю.Н. Макарычев и др. - под редакцией С.А. Теляковского. Алгебра. 9 кл. : учебник / Г. К. Муравин, К. С. Муравин, О. В. Муравина</i>
Оборудование урока	<i>ПК учителя, электронная доска</i>
Способы контроля	<i>Устный опрос, самостоятельная работа</i>
Этапы урока	1. <i>Организационный момент.</i> 2. <i>Актуализация знаний.</i> 3. <i>Мотивация учебной деятельности.</i> 4. <i>Закрепление знаний.</i> 5. <i>Самостоятельная работа.</i> 6. <i>Информация о домашнем задании.</i> 7. <i>Рефлексия</i>

Ход урока

Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Планируемые результаты		Примечание
		Предметные	УУД, личностные результаты	
Этап 1 Организационный момент				
Приветствует учеников, настраивает на достижение планируемых образовательных результатов	Приветствуют учителя, рассаживаются по местам		Л1	
Проверяет явку учащихся и готовность к уроку	Проверяют наличие принадлежностей			
Этап 2 Актуализация опорных знаний				
Предлагает вспомнить, что они изучали на прошлом уроке: «Что мы проходили на предыдущем занятии? Чему мы научились?»	Ученики слушают учителя. Отвечают на вопросы		К1	Слайд 1
Проводит устный опрос: «Что такое нули функции и как их найти? Какие получились ответы? Кто согласен? Как определить промежутки знакопостоянства? По какой оси будем их искать? Когда мы определяем промежутки постоянства мы используем круглые или квадратные скобки? А в каких случаях мы используем квадратные скобки? Тогда, какой будет ответ? За что отвечает коэффициент а? А дискриминант? Как установим	Учащиеся отвечают на вопросы учителя, устно выполняют задания, сравнивают результаты своих вычислений со всем классом: «Нули функции – это значения аргумента, при которых значение функции равно нулю. Мы должны вместо значения функции подставить 0 и посчитать с помощью дискриминанта или теоремы Виета значения аргумента. Промежутки знакопостоянства – это значения по оси абсцисс, при которых значения функции либо только	Пр2 Пр3	Л1 П1 П2 П3 К1	Слайд 2 Слайд 3 Слайд 4 Слайд 5 Слайд 6

соответствие?»	положительны, либо только отрицательны. Ответ мы будем записывать с помощью круглых скобок, а квадратные мы используем при определении монотонности функции, области определения и области значения функции. Коэффициент a отвечает за то, куда направлены ветви функции: если $a > 0$, то ветви вверх, а если $a < 0$, то вниз. Дискриминант отвечает за количества точек пересечения графика квадратичной функции с осью абсцисс: если $D > 0$, то точек пересечения будет 2, если $D = 0$, то будет одна точка пересечения, если $D < 0$, то будет 0 точек пересечения»			
Этап 3 Мотивация учебной деятельности (				
Учитель хвалит учащихся. Говорит тему и цель занятия: «Сегодня мы будем продолжать решать и закреплять свои навыки в решении квадратных неравенств с помощью графического метода»	Слушают учителя, открывают тетради, пишут число, классная работа, тему занятия «Решение квадратных неравенств»		Л1	Слайд 7
Этап 4 Закрепление знаний				
Предлагает вспомнить алгоритм решения квадратных неравенств	Учащиеся по порядку называют этапы решения квадратных неравенств: 1. «Ввести функцию $y = ax^2 + bx + c$ и выяснить направление ветвей параболы. 2. Найти нули функции. 3. Отметить полученные нули на числовой прямой. 4. Построить эскиз графика функции,	Пр1	П1 К1	Слайд 8

	учитывая направление ветвей параболы. 5. Определить промежутки знакопостоянства функции. Записать ответ, учитывая знак неравенства»			
Учитель вызывает к доске одного ребенка, который показывает, как решать и правильно оформлять решение первого квадратного неравенства. Сопровождает решение комментариями: «Сначала вводим функцию, пишем, что это квадратичная функция, парабола будет являться графиком, ветви направлены вверх. Находим нули функции. У кого какие получились? Согласна с вами! Отмечаем точки на числовой оси, которые будут закрашены или выколоты? Правильно! Закрашены, потому что знак не строгий. Схематично строим график, определяем промежутки знакопостоянства функции, выбираем промежутки, на которых функция принимает только положительные значения, т.к. у нас знак $\geq$»	Один ученик решает у доски. Ученики решают неравенство вместе с учителем. Учащиеся слушают учителя, записывают за ним в тетрадь. Отвечают на вопросы учителя. 	Пр1	Л1 ПЗ	Слайд 9
Учитель предлагает ребятам решить самостоятельно неравенство в тетрадях. После чего поменяться работами с соседом по парте и проверить друг у	Учащиеся решают в тетрадях неравенство, после чего меняются тетрадями и проверяют работу соседа по парте.	Пр1 Пр3	Л1 Л2 Р2 Р3	Слайд 10

друга работы. Эталон решения представлен на экране. Учитель спрашивает: «Какие трудности возникли? У кого не возникли трудности, но были ошибки в оформлении?»	Отвечают на вопросы учителя		K2	
Учитель вызывает к доске по одному ученику, даёт комментарии по его решению, задаёт наводящие вопросы: «С чего начинаем решение? Что это за функция, что является графиком? Куда направлены ветви? Как определить нули функции? Что делаем далее? Как определить промежутки знакопостоянства? Чему принадлежит x? Как записать ответ?»	Один ученик решает у доски, остальные решают в тетрадях. 	Пр1 Пр3	P1 P2 P3 K1	Слайд 11

Пример 2. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА УРОКА

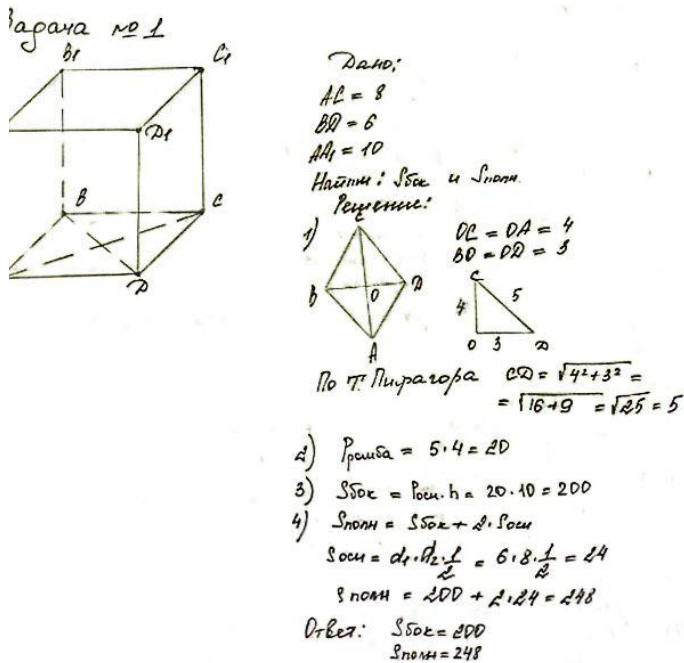
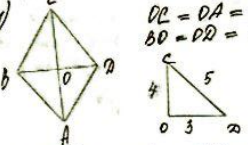
Учебный предмет	<i>Математика</i>
Класс	<i>10</i>
Тема урока	<i>Решение задач по теме «Призма»</i>
Тип урока	Урок закрепления знаний
Цель	Создать условия на уроке для организации деятельности, учащихся по закреплению решения задач по теме «Призма»
Планируемые результаты Личностные результаты Л1. Готовность обучающихся к повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей. Метапредметные результаты: Регулятивные УУД Р1. Владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи. Р2. Предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи. Р3. Самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи. Познавательные УУД П1. Формулировать определения понятий. П2. Систематизировать и структурировать информацию, представлять ее в различных формах. П3. Анализировать информацию, делать краткие записи по условию задачи, отображать графически, записывать с помощью формул. П4. Выбирать способ решения учебной задачи. Коммуникативные УУД К1. Ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат. К2. В ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения. К3. Понимать и использовать преимущества индивидуальной работы при решении учебных математических задач. – Предметные результаты Пр1. Вычислять объёмы и площади поверхностей многогранников (призма) с применением формул, поверхностей, объёмами многогранников. Пр2. Применять полученные знания на практике: анализировать реальные ситуации и применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин	
Методы и приемы	<i>Объяснение, практическая работа</i>

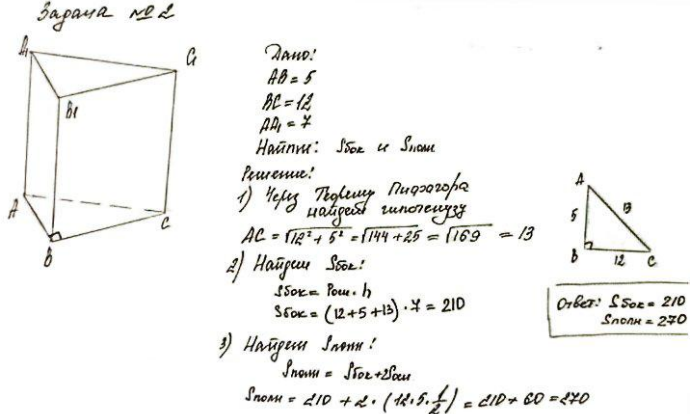
Опорные понятия, термины:	<i>Призма, основание призмы, площадь боковой поверхности призмы, площадь полной поверхности призмы, объем призмы.</i>
Дидактический материал	<i>Геометрия 10-11 кл.: учебник Атанасян Л.С.</i>
Оборудование урока	<i>ПК учителя, электронная доска.</i>
Способы контроля	<i>Устный опрос, самостоятельная работа</i>
Этапы урока	1. <i>Организационный момент.</i> 2. <i>Актуализация знаний.</i> 3. <i>Мотивация учебной деятельности.</i> 4. <i>Закрепление знаний.</i> 5. <i>Информация о домашнем задании.</i> 6. <i>Рефлексия</i>

Ход урока

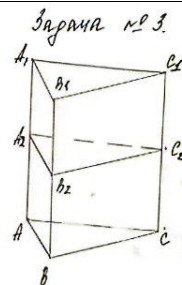
Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Планируемые результаты		Примечание
		Предметные	УУД, личностные результаты	
Этап 1 Организационный момент				
Приветствует учеников, настраивает на достижение планируемых образовательных результатов	Приветствуют учителя, рассаживаются по местам		Л1	
Проверяет готовность учеников к уроку.	Проверяют наличие принадлежностей			
Этап 2 Актуализация опорных знаний				
Предлагает вспомнить, что они изучали на прошлом уроке: «Что мы проходили на предыдущем занятии? Что мы нового узнали?»	Ученики слушают учителя. Отвечают на вопросы		К1	Слайд 1
Проводит устный опрос: «Что такое призма? Какие основные элементы у призмы? Какие виды призмы бывают? Что значит правильная призма? Что является высотой в прямой призме? Как построить высоту в наклонной призме?» Показывает наглядные модели призмы. С помощью задания из LearningApps, предлагает ученикам вспомнить основные формулы для решения задач с призмой	Учащиеся отвечают на вопросы учителя, устно выполняют задание: «Призма – это многогранник, составленный из двух равных многоугольников $A_1A_2 \dots A_n$ и $B_1B_2 \dots B_n$, расположенных в параллельных плоскостях, и n параллелограммов. У призмы есть вершины, ребра, грани, боковые ребра, боковые грани, основания, диагональ. Призмы бывают прямой, наклонной и правильной. Высота прямой призмы равна ее боковому ребру. Прямая призма называется правильной если ее		Л1 П1 П2 К1	Слайд 2 Слайд 3 Слайд 4 Слайд 5

	основания правильные многоугольники. У такой призмы все боковые грани равные прямоугольники» Рассматривают наглядные модели призмы. Соотносят названия и формулы: $S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} * h$ $S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$ $V = S_{\text{осн}} * h$			
Этап 3 Мотивация учебной деятельности				
Учитель хвалит учащихся. Говорит тему и цель занятия: «Сегодня мы будем продолжать решать задачи по теме «Призма»»	Слушают учителя, открывают тетради, пишут число, классная работа, тему занятия «Решение задач»		Л1	Слайд 6
Этап 4 Закрепление знаний				
Просит учащимся прочитать задачу №1. Перед решением задачи, предлагает ее обсудить. «Что нам известно? Какими формулами будем здесь пользоваться? Что такое периметр? Что нужно знать для нахождения периметра ромба? Как найти сторону в ромбе зная две диагонали? Чему равна высота? Как найти площадь ромба?» Учитель вызывает к доске одного ребенка для решения задачи. После решения задачи, задает вопросы учащимся: «Все ли согласны с ответом?»	Читают задачу. Отвечают на вопросы учителя: «Нам известно, две диагонали ромба и боковое ребро. Для решения задачи нужны формула площади боковой поверхности и площади полной поверхности прямой призмы. Периметр – это сумма длин всех сторон. Точка пересечения диагоналей в ромбе, делит их пополам и через теорему Пифагора можно найти гипотенузу, а она и будет стороной ромба. Высота равна боковому ребру, так как призма прямая. Площадь ромба – это половина произведения двух диагоналей». Один ученик решает задачу у доски, а	Пр1 Пр2	К1 П1 П2 П3 П4	Слайд 7

Может у кого-то получился другой ответ? Какие трудности появились при решении? Может у кого-то есть вопросы по данной задаче?» Отвечает на вопросы учеников	остальные в тетради.  Задача №1 Дано: $AB = 8$ $BD = 6$ $AA_1 = 10$ Найти: $S_{бок}$ и $S_{полн}$. Решение: 1)  $OD = OA = 4$ $BD = OD = 3$ По т. Пифагора $CD = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$ 2) $S_{прямб} = 5 \cdot 4 = 20$ 3) $S_{бок} = P_{осн} \cdot h = 20 \cdot 10 = 200$ 4) $S_{полн} = S_{бок} + 2 \cdot S_{осн}$ $S_{осн} = d_1 \cdot d_2 \cdot \frac{1}{2} = 6 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 24$ $S_{полн} = 200 + 2 \cdot 24 = 248$ Ответ: $S_{бок} = 200$ $S_{полн} = 248$			
Просит учащимся прочитать задачу №2. Перед решением задачи, предлагает ее обсудить. «Что нам известно? Какими формулами будем здесь пользоваться? Как найти гипотенузу? Как найти площадь прямоугольного треугольника?» Предлагает учащимся решить эту задачу	Отвечают на вопросы учителя. Ученики задают вопросы по задаче Отвечают на вопросы: «Нам известно два катета и боковое ребро. Для решения задачи нужны формула площади боковой поверхности и площади полной поверхности прямой призмы. Гипотенузу найдем через теорему Пифагора. Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения ее катетов.»	Пр1 Пр2	Л1 К1 П1 П2 П3 П4	Слайд 8

самостоятельно. После того как учащиеся решили данную задачу, просит поменяться тетрадями с соседом по парте, для проверки решения. После решения задачи, задает вопросы учащимся: «У всех ли получился такой ответ? Может у кого-то получился другой ответ? Какие трудности появились при решении? Может у кого-то есть вопросы по данной задаче?»	Ученики решают задачу самостоятельно, после чего меняются тетрадями с соседом по парте.  Сверяют решение с решением учителя на слайде. Отвечают на вопросы учителя			
Просит учащимся прочитать задачу №3. Перед решением задачи, предлагает ее обсудить. «Что нам известно? Что нужно найти? Чем будем пользоваться при решении задачи?» Учитель вызывает к доске одного ребенка для решения задачи. После решения задачи, задает вопросы учащимся: «Все ли согласны с ответом? Может у кого-то получился другой ответ? Какие трудности появились при решении? Может у кого-то есть вопросы»	Отвечают на вопрос учителя: «Нам дан объем воды, какой уровень воды был и какой стал после того, как в сосуд положили деталь. Нужно найти объем детали. Будем пользоваться формулой объема детали, чтобы найти площадь основания, а после найдем объем детали.» Один ученик решает задачу у доски, а остальные в тетради.	Пр1 Пр2	Л1 Л2 Р2 Р3 К2	Слайд 9

по данной задаче? Есть ли другие способы решения данной задачи?»
Предлагает другой способ решения.
Отвечает на вопросы учеников



Задача №3.

Дано:

$$V_0 = 2300 \text{ см}^3$$

$$h = 25 \text{ см}$$

$$h_1 = 24 \text{ см}$$

Найти: $V_{\text{остаток}} - ?$

Решение:

1 способ:

$$1) V = S_{\text{осн}} \cdot h$$

$$2300 = S_{\text{осн}} \cdot 25$$

$$S_{\text{осн}} = 92 \text{ см}^2$$

$$2) V_{\text{ост}} = 92 \cdot (25 - 24) = 92 \cdot 1 = 92 \text{ см}^3$$

2 способ:

$$1) S_{\text{осн}} = \frac{V}{h} = \frac{2300}{25} = 92 \text{ см}^2$$

2) Найдем полную высоту блока и остаток:

$$V = S_{\text{осн}} \cdot h = 92 \cdot 24 = 2208 \text{ см}^3$$

3) Разность объемов блока и остатка и начального объема равна объему остатка:

$$2300 - 2208 = 92 \text{ см}^3$$

3 способ:

Объем остатка равен объему вытесненной им жидкости.

Объем вытесненной жидкости равен $\frac{1}{25}$ начального объема:

$$V_{\text{ост}} = \frac{1}{25} \cdot 2300 = 92 \text{ см}^3$$

Ответ: 92 см^3 - остаток

Отвечают на вопросы учителя

Пример 3. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА УРОКА

Класс: 10

Тема урока: Перпендикулярность прямой и плоскости

Цель урока: закрепить вопросы теории по теме «Перпендикулярность прямой и плоскости»; выработать навыки применения теоретических знаний к решению типовых задач на перпендикулярность прямой и плоскости.

Планируемые результаты

Личностные результаты: умение учиться у других людей

Метапредметные результаты:

Познавательные универсальные учебные действия: обосновывать собственные суждения и выводы; выбирать способ решения учебной задачи.

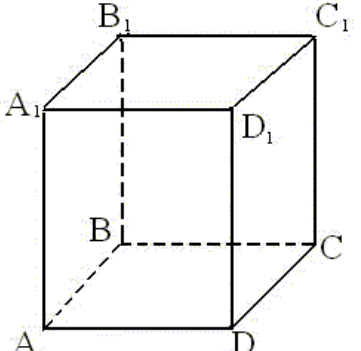
Коммуникативные универсальные учебные действия: умение ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения; представлять логику решения задачи, подкрепляя пояснением, объяснением; участвовать в групповых формах работы, используя преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач.

Регулятивные универсальные учебные действия: составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учетом имеющихся ресурсов и собственных возможностей.

Предметные результаты: применение полученных знаний по решению задач на перпендикулярность прямой и плоскости.

Тип урока: урок закрепления.

Формы работы: фронтальная, групповая.

Этап урока	Действия педагога	Действия учащихся	УУД
Актуализация знаний.	На доске записаны утверждения, которые ученикам необходимо продолжить (закончить). Учитель просит учеником по очереди давать ответы: 1. Две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если... (угол между ними равен 90°). 2. Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если... (она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости). 3. Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то... (она перпендикулярна к этой плоскости). 4. Если плоскость перпендикулярна к одной из двух параллельных прямых, то она... (перпендикулярна и к другой прямой). 5. Если две плоскости перпендикулярны к одной прямой, то они... (параллельны). После того, как ученики закончат отвечать на утверждения, учитель дает следующее задание. На доске представлен параллелепипед. 	Учащиеся отвечают учителю, продолжая утверждения, а также называя взаимное расположение ребер и плоскостей параллелепипеда	Коммуникативные: умение ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения

	Учитель просит назвать ребра, перпендикулярные плоскости DCC_1 и назвать плоскости, перпендикулярные ребру BB_1 ; далее просит определить взаимное расположение ребра CC_1 и плоскости DCB и ребра D_1C_1 и плоскости DCB		
Закрепление знаний	Учитель делит класс на три команды и объясняет задание: командам выдается задача, которую ученики должны решить, привести доказательство; команда, первая решившая задачу выходит к доске, один член команды объясняет задачу, другой – оформляет решение на доске; остальные команды внимательно слушают. Если задача решена верно и у остальных команд, оценивающих правильность данного решения, нет вопросов, то эта команда получает баллы. Если ошибки все же были, и команды их учли, то баллы начисляются другим командам. Если ошибки были совершены, и остальные команды их не учла, баллы никому не начисляются. Защитившись, первая команда проходит на места. Пока первая команда оформляет решение у доски, учитель с оставшимися учениками устно выполняет некоторые задачи: 1) <u>Дано</u>: $\triangle ABC$ - прямоугольный; $AM \perp AC$; $M \notin (ABC)$. <u>Доказать</u>: $AC \perp (AMB)$. Решение:	Делятся на две команды. Решают задачи. Выходят к доске и представляют полученное решение, отвечают на вопросы одноклассников. Оценивают друг друга, получают баллы за решение.	Познавательные базовые логические действия: обосновывать собственные суждения и выводы, выбирать способ решения учебной задачи. Коммуникативные: участвовать в групповых формах работы, используя преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач. Регулятивные: составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учетом имеющихся ресурсов и собственных

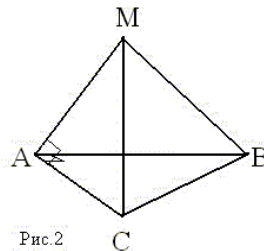
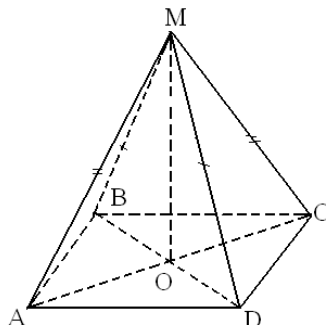


Рис. 2

	$\left. \begin{array}{l} AC \perp AM \\ AC \perp AB \\ AB \cap AM = A \end{array} \right\} AC \perp MB$ 2) Дано: $BMDC$ - прямоугольник, $M \notin (ABC)$, $MB \perp AB$. Доказать: $CD \perp (ABC)$ Рис.3 Решение: $\left. \begin{array}{l} MB \perp AB \\ MB \perp BC \\ AB \cap BC = B \end{array} \right\} MB \perp ABC$ $MB \parallel CD \Rightarrow CD \perp ABC$ Задача 1. Дан параллелограмм $ABCD$ и точка M, не принадлежащая плоскости $ABCD$. Известно, что $MB = MD$, $MA = MC$. Докажите, что $MO \perp ABCD$		возможностей
--	--	--	---------------------



Решение:

$$BD \cap AC = O$$

$$BO = OD, AO = OC$$

$\triangle MBO$: $MB = MD \Rightarrow \triangle MBO$ - равноб.;
 $BO = OD \Rightarrow MO$ - медиана и высота
 $MO \perp BD$

$\triangle MAC$ - равноб., т.к. $AM = CM$

$AO = OC \Rightarrow MO$ - мед. и высота
 $MO \perp AC$

$$\left. \begin{array}{l} MO \perp BD \\ MO \perp AC \\ AC \cap BD = O \end{array} \right\} MO \perp ABC$$

Пример 4. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА УРОКА

Предмет Алгебра **Класс** 10

УМК «Алгебра и начала математического анализа. 10 класс» А. Г. Мордкович

Тема урока «Применение производной при решении задачи на оптимизацию»

Тип урока: урок открытия нового знания

Цель урока: познакомить с алгоритмом решения задачи на оптимизацию на основе применения производной функции.

Планируемые результаты:

1. Личностные:

- овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира;
- установка на активное участие в решении практических задач математической направленности.

2. Метапредметные (УУД):

- выявлять характеристики математических понятий и отношений между понятиями;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи в фактах, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- выбирать способ решения учебной задачи;
- самостоятельно формулировать выводы по результатам наблюдения;
- структурировать информацию, представлять ее в различных формах, иллюстрировать графически.
- давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- составлять план, алгоритм решения задачи.

3. Предметные:

- использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах;
- находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке;
- получить представление о применении производной в различных отраслях знаний.

Методы и приемы: постановка проблемного вопроса на урок, эвристический метод.

Используемые технологии: технология проблемного обучения.

Опорные понятия, термины: производная непрерывной функции, экстремум функции, алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке, алгоритм исследования функции на экстремумы, текстовая задача.

Новые понятия: задачи на оптимизацию.

Дидактический материал: мультимедийная презентация, схемы алгоритма, карточки с буквами

Оборудование: компьютер, интерактивная доска, раздаточный материал.

Способы контроля предметных результатов обучения: обсуждение плана

решения задач, заполнение алгоритмов.

Фрагмент урока

Этапы урока (время, мин)	Содержание и деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемые метапредметные результаты
3 этап Постановка цели и задач урока	Объяснение возникновения задач на оптимизацию: рассмотрение примеров из экономики, других областей человеческой деятельности. <i>Представьте ситуацию: вы владельцы фирмы (или завода), и вам хочется получить большую прибыль от производства и продажи товаров. Для этого вы будете учитывать много факторов, чтобы составить план производства большого количества товаров с минимальными затратами. А как понять, действительно ли я получу максимум при заданных условиях? (Ответы учеников). И тут на помощь вам придет математика.</i> <i>Таких примеров – прикладных задач на поиск наибольших или наименьших величин – можно встретить в экономическом планировании, в различных промышленных и научных отраслях. Например, в самолетостроении – какими должны быть размеры крыла, чтобы была максимальная подъемная сила или чтобы была минимальная масса.</i> Вопросы проблемного характера: как	Отвечают на вопросы в ходе беседы с учителем	выявлять характеристики математических понятий и отношений между понятиями; выявлять математические закономерности, взаимосвязи в фактах, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей; делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии

	воспользоваться знаниями о производной непрерывной функции для решения подобных задач. На основе ответов подвести обучающихся к формулировке темы занятия. <i>К концу урока вы сами сможете самостоятельно привести примеры таких задач, которые имеют свое уникальное имя – задачи на оптимизацию. Кстати, слово это произошло от латинского optimum. Какое же значение у него? («наилучший»).</i> <i>Прежде всего вспомним, с каким математическим понятием мы работали предыдущие уроки (производная непрерывной функции). Что мы умеем выполнять и чем мы можем воспользоваться? (вычислять производные непрерывных функций, исследовать функцию на монотонность и экстремумы, находить наибольшее и наименьшее значение функции). Теперь предстоит применить изученное ранее в новой ситуации – при решении прикладных задач – задач на оптимизацию.</i> <i>Сформулируем тему урока: «Применение производной при решении задачи на оптимизацию». В таком случае целью урока станет освоение нового алгоритма</i>	Совместно с учителем формулируют тему и цель урока. Осознают план урока	
--	--	--	--

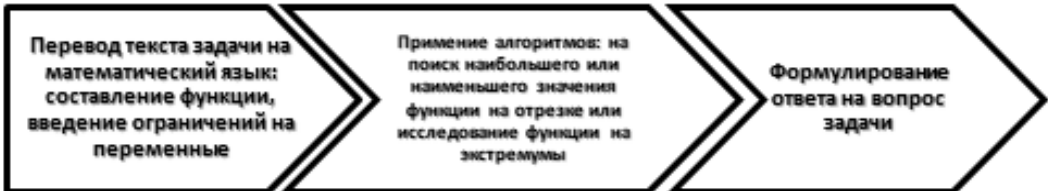
4 этап Освоение нового знания	В задачах на оптимизацию нас просят найти наилучший результат: наименьшее или наибольшее значение какой-либо величины или значения других величин, которые приводят к максимальному (минимальному) значению. По сути, мы ищем экстремальное значение, подходящее под условие задачи. А до этого мы изучали экстремум функции. Не правда ли созвучные слова? А какими алгоритмами вы овладели на прошлых занятиях? (алгоритм исследования непрерывной функции на монотонность и экстремумы, алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значений непрерывной функции на отрезке). Повторим этим алгоритмы. Путем сравнения двух заданий подвести	В интерактивном формате повторяют пройденный ранее материал. <i>У обучающихся на столе карточки с буквами, на слайде показаны шаги алгоритмов: задача участников выстроить алгоритм в нужном порядке. Они на вопрос учителя, «какой шаг первый и т.д.», поднимают карточку с нужной буквой. В итоге на слайде должен появиться правильный алгоритм.</i> Алгоритм исследования непрерывной функции $y = f(x)$ на монотонность и экстремумы А. Найти производную $f'(x)$. В. Найти стационарные и критические точки. С. Определить знаки производной на получившихся промежутках. Д. Сделать выводы о монотонности функции и ее экстремумах. Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$ А. Найти производную $f'(x)$. В. Найти стационарные и	выбирать способ решения учебной задачи; самостоятельно формулировать выводы по результатам наблюдения; структурировать информацию, представлять ее в различных формах; составлять план, алгоритм решения задачи
--	---	---	---

	обучающихся к алгоритму решения задачи на оптимизацию с применением производной. <i>Давайте рассмотрим пример: «Открытый металлический бак с квадратным основанием должен вмещать 32 л воды. При каких размерах на его изготовление уйдет наименьшее количество материала?»</i> <i>В чем отличие текстовой задачи от подобных упражнений, которые вы выполняли дома?</i> <i>Теперь при решении задачи на оптимизацию придется самостоятельно сконструировать, смоделировать функцию с независимой переменной, указав ограничения в виде области определения (или конкретного отрезка), а затем применить известные ранее алгоритмы. После этого ответом будет либо значение функции, либо значение переменной, при которой функция достигает максимума или минимума (точки экстремума).</i> Показать этапы решения задачи: 1 этап – перевод задачи на язык функции; <i>Внимательно читаем задачу и выделяем ключевые моменты: нам нужно изготовить бак заданного объема $V=32$ л. Бак открытый (сколько граней?), имеет 5 граней, основание – квадрат. Что просят узнать?</i> <i>При этом мы ищем оптимальный вариант</i>	критические точки функции внутри отрезка $[a; b]$. С. Вычислить значения функции $y = f(x)$ в точках, отобранных на втором шаге, и в точках a и b, выбрать среди этих значений наименьшее (это будет $y_{\text{наим}}$) и наибольшее (это будет $y_{\text{наиб}}$). Выполняют сравнительный анализ двух заданий. Пытаются составить план решения задачи на оптимизацию.	
--	--	--	--

	для какой величины, если в нашем распоряжении листы железа? Какого наилучшего результата мы добиваемся? Мы определили величину, для которой будет искаться экстремум – $S_{\text{пов}}$. Из каких площадей будет складываться площадь поверхности? Последнее выражение похоже на функцию от переменной x. Но у нас есть вторая переменная – высота h. Значит, нужно избавиться от h, выразив ее через переменную x. Для этого вернемся к условию задачи: что еще известно про бак? Его объем. Как вычислить объем, зная размеры? Какую фигуру представляет собой бак с точки зрения геометрии? $V = x^2 h$ $32 = x^2 h$ Сразу уточним, в каких единицах будет получен ответ, если объем дан в литрах. $h = \frac{32}{x^2}$ Подставим в итоговую формулу: $S_{\text{пов}} = x^2 + 4x \frac{32}{x^2} = x^2 + \frac{128}{x}$ Имеем функцию относительно переменной $x > 0$. На данном промежутке можно ли рассматривать эту функцию как непрерывную? 2 этап – алгоритм отыскания экстремума;	Оформляют решение задачи в тетради. Его размеры: длину основания и высоту. $S_{\text{пов}} = S_{\text{осн}} + 4S_{\text{бок}}$ $S_{\text{осн}} = x^2$ $S_{\text{бок}} = xh$ $S_{\text{пов}} = x^2 + 4xh.$	
--	---	---	--

	Далее необходимо найти такое значение $x > 0$, при котором функция $S_{\text{пов}}$ принимает наименьшее значение. Как это можно сделать? Подходит ли нам алгоритм отыскания наименьшего значения на отрезке? Значит следует исследовать функцию на экстремум. Для этого сперва отыщем стационарные и критические точки. $S' = 2x - \frac{128}{x^2}, S' = 0$ $2x - \frac{128}{x^2} = 0$ $x = 4$ – стационарная точка. Определим знаки производной функции на следующих интервалах. Для удобства воспользуемся таблицей (можно и на числовой прямой указать промежутки возрастания и убывания). <table> <tr> <td>x</td><td>$(0;4)$</td><td>4</td><td>$(4;+\infty)$</td></tr> <tr> <td>$S'(x)$</td><td><0</td><td>0</td><td>>0</td></tr> <tr> <td>$S(x)$</td><td>$\downarrow$</td><td>$\min$</td><td>$\uparrow$</td></tr> </table> Получаем, что при длине основания 4 дм площадь поверхности примет наименьшее значение. Это подходящий вариант по условию задачи. Но на этом решение не заканчивается, так как мы должны знать и высоту бака. По какой формуле мы сможем ее найти? Высота в таком случае равна 2 дм. Заметим, нас не просили отыскать S, хотя в некоторых	x	$(0;4)$	4	$(4;+\infty)$	$S'(x)$	<0	0	>0	$S(x)$	$\downarrow$	$\min$	$\uparrow$	<i>Прямоугольный параллелепипед.</i> <i>Из физики известно, что $1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3$, значит, размеры будут получены в дм.</i> <i>Да, так как состоит из комбинации непрерывных функций: квадратичной и гиперболы при заданной области определения $x > 0$.</i>	
x	$(0;4)$	4	$(4;+\infty)$												
$S'(x)$	<0	0	>0												
$S(x)$	$\downarrow$	$\min$	$\uparrow$												

	задачах может быть осуществлен дополнительный шаг – когда необходимо найти значение самой функции в точках экстремума. Как тогда мы бы поступили? <i>3 этап – формулирование ответа на вопрос задачи.</i> <i>При написании ответа еще обратимся к тексту задачи, так как в самом вопросе сформулировано возможное начало: «При каких размерах на его изготовление уйдет наименьшее количество материала?».</i> <i>Возможный ответ: наименьшее количество материала потребуется при следующих размерах: основание со стороной 4 дм, высота – 2 дм.</i> После этого предлагает обучающимся заполнить алгоритм, комментирует и поправляет ответы обучающихся	$h = \frac{32}{x^2}$ Обучающиеся сами рассчитывают высоту, потом в парах проверяют правильность вычислений. Подставили найденное значение $x=4$ в исходную формулу $S(x)$. Несколько учеников по очереди формулируют этапы, можно попросить указать конкретные действия, готовые алгоритмы	
--	--	---	--

		вклеиваются затем в тетрадь:	
	 <pre> graph LR A[Перевод текста задачи на математический язык; составление функции, введение ограничений на переменные] --> B[Применение алгоритмов: на поиск наибольшего или наименьшего значения функции на отрезке или исследование функции на экстремумы] B --> C[Формулирование ответа на вопрос задачи] </pre>		

**Пример 5. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА УРОКА «ТЕОРЕМА О ПЛОЩАДИ
ПАРАЛЛЕЛОГРАММА»**

Предмет	Геометрия
Класс	8
УМК	Геометрия 7–9 класс Атанасян Л. С. и др.
Тип урока	Изучение нового материала
Вид	Комбинированный
Цель урока	Сформулировать теорему о площади параллелограмма, научить применять её в различных ситуациях
Предметные результаты	Изучить формулировку теоремы о площади параллелограмма и научиться применять ее при решении задач
Личностные результаты	Установка на активное участие в решении практических задач математической направленности; формирование ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию; формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками в процессе образовательной деятельности
Метапредметные результаты	Регулятивные: самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учетом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учетом новой информации; оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям находить ошибку, давать оценку приобретенному опыту. Познавательные: самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение; проводить по самостоятельно составленному плану небольшое исследование по установлению особенностей математического объекта; самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведенного исследования. Коммуникативные: воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи и полученным результатам; высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения; понимать и использовать преимущества командной и

	индивидуальной работы при решении учебных математических задач
Основное содержание темы, понятия и термины	Параллелограмм, высота параллелограмма, площадь параллелограмма
Оборудование	Компьютер, проектор, экран, презентация «Теорема о площади параллелограмма», модели параллелограммов, ножницы, линейки, лист самооценки

Сценарий урока

Этапы урока	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Форма и методы контроля
I. Мотивирование к учебной деятельности. (Организационный момент.)	Приветствие, проверка подготовленности к учебному занятию, организация внимания детей. Создание в классе атмосферы психологического комфорта. Учитель демонстрирует слайд с фигурой, разбитой на параллелограммы. "Посмотрите на эту сложную фигуру. Как вы думаете, как можно вычислить ее площадь? С какими трудностями мы можем столкнуться?" Стимулирование: «Отличные идеи! Действительно, чтобы решить эту задачу, нам нужно хорошо знать, как находить площадь параллелограмма. Это и будет темой нашего урока". "Сегодня мы с вами станем настоящими математиками! Мы не просто выучим формулу площади параллелограмма, а сами её откроем! Мы будем исследовать,	Приветствуют учителя. Организуют свое рабочее место, проверяют наличие индивидуальных учебных принадлежностей на столе. Настраиваются на учебную деятельность. Включаются в деловой ритм урока, демонстрируют готовность к уроку. Ожидаемые ответы учеников: "Нужно разбить фигуру на более простые, например, параллелограммы", "Нужно знать формулу площади параллелограмма"	Фронтальная работа

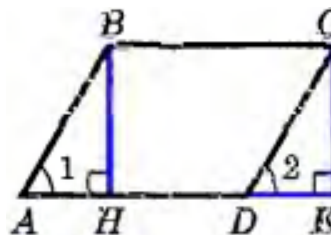
	экспериментировать и доказывать. Подумайте, какие цели вы поставите перед собой на этот урок? Что вы хотите узнать и чему научиться?" Подчеркнуть: «Отлично! Мы будем стремиться к достижению этих целей. В конце урока мы вернемся к ним и посмотрим, что у нас получилось."		
II. Актуализация жизненного опыта учащихся.	"Прежде чем мы приступим к исследованию, давайте вспомним, что такое параллелограмм. Какие свойства параллелограмма вы знаете?" «Что такое высота параллелограмма?» Учитель раздает каждой паре учеников модель параллелограмма, ножницы и линейку. "У вас в руках параллелограмм. Ваша задача – разрезать его и сложить так, чтобы получился прямоугольник, не изменяя его площади. У вас есть 2 минуты.	«Параллелограмм – четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны» «Свойства параллелограмма: 1. Противоположные стороны и углы равны; 2. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам». «Высота параллелограмма – перпендикуляр, опущенный из любой вершины параллелограмма на противоположную сторону или ее продолжение» Ученики выполняют работу в парах	Фронтальная. Устный опрос, слушание. Групповая работа

	Подумайте, как это можно сделать!" Учитель следит за работой учеников, оказывает индивидуальную помощь тем, кто затрудняется, направляет их мысли. Подсказки (если необходимо): "Подумайте, что такое высота", "Попробуйте провести высоту и разрезать по ней". Каждая группа приставляет свои результаты и отвечает на следующие вопросы: "Почему вы выбрали именно этот способ?", "Что произошло с площадью при перекомпоновке?", "Как связаны стороны параллелограмма и стороны полученного прямоугольника?"		
IV. Изучение нового материала	"Итак, ребята, мы увидели, что можно разными способами преобразовать параллелограмм в прямоугольник, не изменяя его площади. Какой общий вывод мы можем сделать? Как можно найти площадь параллелограмма?"	Формулируют теорему о площади параллелограмма. Изучают доказательство теоремы.	Фронтальная. Устный опрос

Учитель помогает ученикам сформулировать теорему четко и грамотно. Например: "Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту, проведенную к этому основанию".

Доказательство теоремы.

Учитель записывает на доске формулу: $S = a * h$, объясняет значение каждого символа. "S – это площадь, a – основание, h – высота"



Рассмотрим параллелограмм ABCD с площадью S. Примем сторону AD за основание и проведем высоты BH и CK. Докажем, что $S = AD \cdot BH$.

Докажем сначала, что площадь прямоугольника HBCK также равна S. Трапеция ABCK составлена из параллелограмма ABCD и треугольника DCK. С другой стороны, она составлена из прямоугольника HBCK и треугольника ABH. Но прямоугольные треугольники DCK и ABH равны по гипотенузе и острому углу (их гипотенузы AB и CD равны как противоположные стороны параллелограмма, а углы 1 и 2 равны как соответственные углы при пересечении параллельных прямых AB и CD секущей AD), поэтому их площади равны.

Следовательно, площади параллелограмма ABCD и прямоугольника HBCK также равны, т. е. площадь прямоугольника HBCK равна S. По теореме о площади прямоугольника $S = BC \cdot BH$, а так как $BC = AD$, то $S = AD \cdot BH$.

		Теорема доказана		
V. Закрепление изученного материала	Решение задач у доски. Задача 1. Основание параллелограмма равно 8 см, высота, проведенная к этому основанию, равна 5 см. Найдите площадь параллелограмма. Задача 2. Острый угол параллелограмма равен 30° , а высоты, проведенные из вершины тупого угла, равны 2 см и 3 см. Найдите площадь параллелограмма	Решение	Фронтальная. Работа у доски	
		Задача 1.		
		Дано:		Решение:
		a = 8 см h = 5см		S=a*h S= 8*5=40 см ²
		Найти: S		
	Задача 2.			
	Дано:	Решение:		
	$\alpha=30^\circ$ h ₁ = 2 см h ₂ = 3 см	1) $\alpha=30^\circ$ BH ₁ =1/2 AB AB=2BH ₁ AB=4 см 2) S=BH ₂ *DC AB=DC S=3*4=12 см		
	Найти: S			
VI. Итоги урока. Рефлексия	Учитель задает вопросы классу: «Ребята, что нового вы сегодня открыли для себя? Какой способ вывода формулы вам показался самым интересным? Было ли вам трудно что-то понять? Что у вас получилось хорошо? Где в жизни может пригодиться знание о площади параллелограмма?» Учитель возвращается к целям урока, записанным в начале. "В	Ожидаемые ответы: "Мы сами вывели формулу", "Было интересно разрезать и складывать", "В строительстве, в дизайне"	Фронтальная, индивидуальная. Устный опрос	

	начале урока мы поставили перед собой несколько целей. Как вы думаете, достигли ли мы их? Научились ли выводить формулу площади? Можете ли вы теперь решать задачи? Поняли ли, где это может пригодиться в жизни?" "Сегодня вы проделали отличную работу! Вы не просто получили готовую формулу, а сами её 'открыли'! Это гораздо ценнее, чем просто заучивание. Поздравляю вас с успешным исследованием! Молодцы!" Учитель благодарит учеников за активное участие, выставляет оценки за работу на уроке (с учетом самооценки)		
--	--	--	--

Пример 6. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА УРОКА

Тема: Среднее арифметическое

Тип: урок открытия нового

Цель: научить находить среднее арифметическое нескольких чисел

Планируемые результаты:

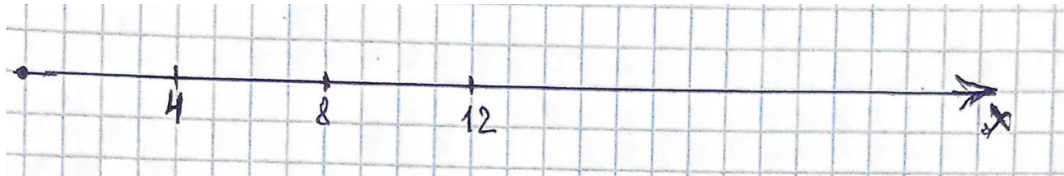
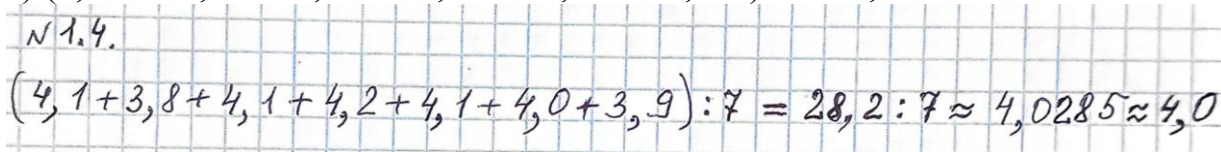
Предметные – уметь находить среднее арифметическое нескольких чисел.

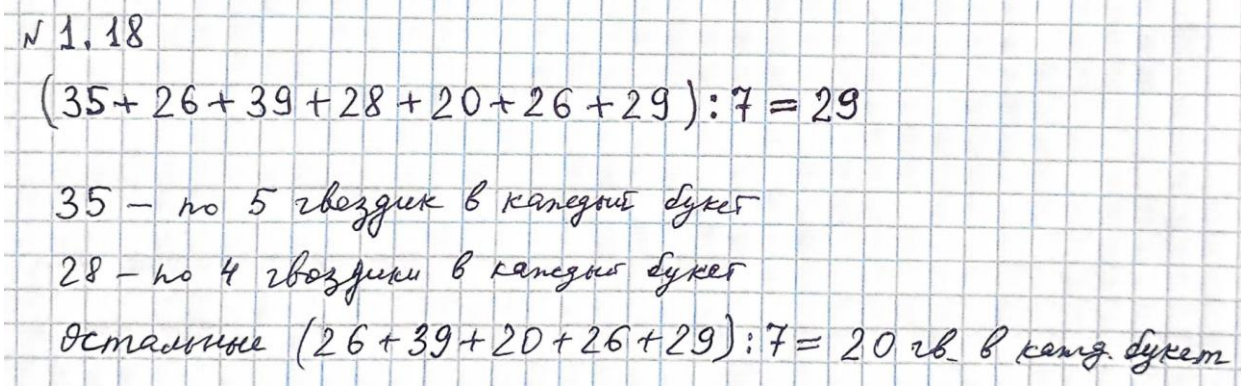
Метапредметные – познавательные: формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение; формулировать определения понятий; **регулятивные:** самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи, оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели; **коммуникативные:** участвовать в групповых

Личностные – готовность приобретать в совместной деятельности новые знания.

Деятельность учителя	Деятельность ученика	УУД
Организационный момент		
Ждет, когда дети приготовятся к уроку. Приветствует. Проверяет по списку отсутствующих	Готовятся к уроку. Приветствуют учителя	
Устный счет		
1.16 (а, в)	Дети устно считают, отвечают вразброс. $35,5 : 5$ $3,9 : 2$ $6,3 : 10$ $0,64 : 8$ $0,7 : 100$ 7,1 1,95 0,63 0,08 0,007 $0,7 : 5$ $7 : 2$ $23,23 : 23$ $25,75 : 25$ $0,9 : 18$ 0,14 3,5 1,01 1,03 0,05	
Мотивация		
Пытается найти в опыте учащихся сведения о среднем арифметическом , задает	Приводят примеры среднего арифметического, рассуждают о том, для чего нужно среднее арифметическое и как его найти.	формулируют гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение

вопросы. Приводит пример среднего арифметическог о	<table><tr><th rowspan="3">Ученики</th><th colspan="10">Январь</th><th rowspan="3">Средняя оценка</th></tr><tr><th>14</th><th>14</th><th>15</th><th>16</th><th>21</th><th>21</th><th>22</th><th>23</th><th>28</th><th>28</th></tr><tr><td>✓</td><td>✓</td><td>✓</td><td>✓</td><td>✓</td><td>✓</td><td>✓</td><td>✓</td><td>□</td><td>□</td></tr><tr><td>асцев Илья</td><td>Б</td><td>Б</td><td>Б</td><td>Б</td><td></td><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>4</td></tr><tr><td>дин Рамиль</td><td>УП</td><td>УП</td><td>УП</td><td></td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>2</td></tr><tr><td>зский Семен</td><td>Б</td><td>Б</td><td>Б</td><td>Б</td><td>Б</td><td>Б</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>й Иван</td><td></td><td></td><td>4 4</td><td></td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>3.67</td></tr><tr><td>ов Вадим</td><td></td><td></td><td>3 3</td><td></td><td></td><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>3.67</td></tr><tr><td>зский Алексей П.</td><td></td><td></td><td>2 4</td><td></td><td>3</td><td></td><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td>3.25</td></tr><tr><td>з Семён</td><td></td><td></td><td>4 5</td><td></td><td></td><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>4.33</td></tr><tr><td>в Рамиль</td><td></td><td></td><td>3 4</td><td></td><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>3.67</td></tr><tr><td>Мирон</td><td></td><td></td><td>4 4</td><td></td><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>4</td></tr><tr><td>канов Радмир</td><td></td><td></td><td>2 3</td><td></td><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>3</td></tr><tr><td>ов Александр</td><td></td><td></td><td>2 3</td><td></td><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>3</td></tr><tr><td>дников Алексан...</td><td></td><td></td><td>2 4</td><td></td><td>3</td><td></td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td>2.75</td></tr><tr><td>нщиков Конста...</td><td></td><td></td><td>4 4</td><td></td><td></td><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>4.33</td></tr></table>	Ученики	Январь										Средняя оценка	14	14	15	16	21	21	22	23	28	28	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	□	□	асцев Илья	Б	Б	Б	Б		4					4	дин Рамиль	УП	УП	УП		2						2	зский Семен	Б	Б	Б	Б	Б	Б						й Иван			4 4		3						3.67	ов Вадим			3 3			5					3.67	зский Алексей П.			2 4		3		4				3.25	з Семён			4 5			4					4.33	в Рамиль			3 4		4						3.67	Мирон			4 4		4						4	канов Радмир			2 3		4						3	ов Александр			2 3		4						3	дников Алексан...			2 4		3		2				2.75	нщиков Конста...			4 4			5					4.33	Формулируют тему и цель урока. Записывают тему	
			Ученики	Январь										Средняя оценка																																																																																																																																																																																	
				14	14	15	16	21	21	22	23	28			28																																																																																																																																																																																
		✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	□	□																																																																																																																																																																																			
		асцев Илья	Б	Б	Б	Б		4					4																																																																																																																																																																																		
		дин Рамиль	УП	УП	УП		2						2																																																																																																																																																																																		
		зский Семен	Б	Б	Б	Б	Б	Б																																																																																																																																																																																							
		й Иван			4 4		3						3.67																																																																																																																																																																																		
		ов Вадим			3 3			5					3.67																																																																																																																																																																																		
		зский Алексей П.			2 4		3		4				3.25																																																																																																																																																																																		
		з Семён			4 5			4					4.33																																																																																																																																																																																		
		в Рамиль			3 4		4						3.67																																																																																																																																																																																		
		Мирон			4 4		4						4																																																																																																																																																																																		
		канов Радмир			2 3		4						3																																																																																																																																																																																		
		ов Александр			2 3		4						3																																																																																																																																																																																		
дников Алексан...			2 4		3		2				2.75																																																																																																																																																																																				
нщиков Конста...			4 4			5					4.33																																																																																																																																																																																				
Изучение нового																																																																																																																																																																																															
Попробуйте сформулировать определение среднего арифметическог о	Средним арифметическим нескольких чисел называют частное от деления суммы этих чисел на число слагаемых Среднее арифметическое = (сумма чисел) : (количество слагаем	формулироват ь определения понятий																																																																																																																																																																																													
Закрепление																																																																																																																																																																																															

Выписывает на доске номера 1.1 – 1.6. Вызывает учеников по одному к доске решать № 1.1 – 1.3. Почему среднее арифметическое двух чисел так называется? 1.4 решают в парах, обсуждают способ решения (возможность группировать слагаемые). Отвечает один из пары.	Дети выходят по очереди к доске, решают упражнения, проговаривают определение № 1.1  Потому что оно находится ровно посередине между этими числами № 1.2 Чтобы найти длину отрезка, нужно из координаты его конца вычесть координату его начала. $NK = 12,2 - 11,5 = 0,7.$ $MN = 0,7.$ $11,5 - 0,7 = 10,8$ – координата точки М. Среднее арифметическое координат точек М и К: $(10,8 + 12,2) : 2 = 11,5$ – координата точки N. № 1.3 а) $(83,5 + 84,5) : 2 = 83,95;$ б) $(0,2 + 0,3 + 0,4) : 3 = 0,3;$ в) $(2,23 + 2,26 + 2,34 + 2,07) : 4 = 2,225;$ г) $(6,276 + 5,864 + 7,223 + 9,106 + 8,728 + 3,003) : 6 = 6,7.$ <i>~ 1.4.</i>  № 1.5	самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи, участвовать в групповых формах работы (обсуждение, обмен мнениями)
---	---	--

Сравнивают решения и ответы разных пар 1.5, 1.6 на доске	$(5 \cdot 4 + 4 \cdot 4 + 3 \cdot 2) : 10 = 4,2.$ № 1.6 $(42,43 + 42,39 + 42,64 + 42,57) : 4 = 42,515$	
Повторение ранее изученного		
Давайте решим № 1.18 – 1.20 № 1.18 решают в парах, обсуждают способ решения. Вопросы для обсуждения: сколько в среднем гвоздик в каждой упаковке? Как ответить на вопрос задачи, не вычисляя общее количество гвоздик? № 1.19 и 1.20 сначала обсуждают, затем записывают на	 № 1.19 а) $7000 \cdot 0,1 = 700$. При умножении на 0,1 надо запятую перенести на один знак влево; б) $600 \cdot 0,2 = 30$; в) $48 \cdot 0,25 = 12$. Умножить на 0,25 все равно, что разделить на 4; г) $114 \cdot 0,5 = 57$. Умножить на 0,5 все равно, что разделить на 2. № 1.20 Ответ: может. Предполагаемые примеры: 1) а) $7000 \cdot 0,1 = 700$; б) $0,5 \cdot 0,1 = 0,05$. 2) $12 : 0,25 = 48$ № 1.26 1) $46 \cdot 4 = 184$ (м) периметр площадки. 2) $46 : 0,016 = 2875$ (с) время обхода экспозиции. 2875 с $\approx$ 47 мин Ответ: не смогут	самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи, участвовать в групповых формах работы (обсуждение, обмен мнениями)

доске Запас № 1.26		
	Домашнее задание	
Учитель пишет на доске № 1.29, 1.30, 1.38, комментирует № 1.30	Дети записывают д/з в дневник № 1.29 а) $(43,25 + 41,64 + 38,24 + 47,82) : 4 = 170,95 : 4 = 42,7375 \approx 42,7$; б) $(7,126 + 5,364 + 3,275 + 1,932) : 4 = 17,697 : 4 = 4,42425 \approx 4,4$ № 1.38 1) $170000000000 \cdot 0,7 = 119\,000000000$ (т) биомасса растительности лугов, степей и пашен 2) $119000000000 : 380 = 313157894 \approx 3$ млн (баррелей нефти)	
Рефлексия		
А теперь подведем итоги: Что мы хотели узнать? Что мы узнали? Какие были трудности с заданиями? Кто хочет сформулировать определение среднего арифметического?	Проводят самоанализ, отвечают на вопросы; вспоминают определение	оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели

Пример 7. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА УРОКА

Предмет: Алгебра

Класс: 9

Тема: Решение текстовых задач на совместную работу

Цель: научить учащихся решению текстовых задач, а именно анализировать текст задачи, составлять план решения, осуществлять решение и выполнять проверку результата.

Планируемые результаты:

Предметные: решать текстовые задачи алгебраическим способом с помощью составления уравнения, а именно: уметь выделять из текста задачи известные и искомые данные; составлять план решения задачи; уметь решать задачи на совместную работу с помощью уравнений; проверять правильность решения

Метапредметные:

- *познавательные*: выбирать способ решения учебной задачи;
- *регулятивные*: самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи; владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи; оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям;
- *коммуникативные*: воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи и полученным результатам.

Личностные: умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания.

Этапы урока:

1. Актуализация знаний.

Сегодня мы будем решать задачи на совместную работу. Для того что бы нам было проще решать задачи нужно вспомнить основные компоненты задач на работу: *это время, производительность (скорость) и работа*. Давайте вспомним, что из себя представляет каждый компонент (предполагаемый ответ: t – время, в течение которого производится работа, P – производительность труда, работа, произведенная в единицу времени, A – вся работа, произведенная за время t).

Формулы: Работа = Производительность · Время;

Производительность = $\frac{\text{Работа}}{\text{Время}}$; Время = $\frac{\text{Работа}}{\text{Производительность}}$.

Простой пример задачи: если скорость трубы 10 л/мин, сколько времени потребуется, чтобы заполнить резервуар 100 л? (предполагаемый ответ: 10 мин).

2. Анализ текста задачи.

Давайте рассмотрим задачку посложнее и попытаемся ее решить. Совместно с классом читаем задачу: *"Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 104 литра она заполняет на 5 минут дольше, чем вторая труба?"*

Вопросы: что известно? что нужно найти? какие данные есть в условии

задачи?

Совместно выделяем ключевые данные: первая труба пропускает на 5 л/мин меньше второй; объем резервуара 104 литра; первая труба заполняет резервуар на 5 минут дольше, чем вторая. Нужно найти скорость первой трубы.

3. Поиск способа решения.

Учитель совместно с учащимися формирует план решения: ввести переменную; составить уравнение; решить уравнение; найти скорость первой трубы; проверить решение и разъясняет каждый пункт.

Для того чтобы решить задачу нам нужно обозначить наше неизвестное какой-нибудь буквой (ввести переменную x) в нашем случае нам неизвестна скорость первой трубы.

Из условия нам известно, что скорость первой трубы меньше на 5 л/мин, значит мы можем обозначить скорость второй трубы как $(x+5)$ л/мин.

Так как нам известны объем резервуара и скорость наполнения этого резервуара каждой трубой, мы можем найти время заполнения резервуара каждой трубой. Для этого вспоминаем формулу времени: $\text{Время} =$

$$\frac{\text{Работа}}{\text{Производительность}}.$$

Ученики или учитель предлагают внести данные в таблицу.

	V (л/мин)	A (л)	t (мин)
I труба	x	104	$\frac{104}{x}$
II труба	$x + 5$	104	$\frac{104}{x + 5}$

Из условия нам известно, что первая труба заполняет весь резервуар на 5 минут дольше, чем вторая. Значит $\frac{104}{x} = \frac{104}{x+5} + 5$.

4. Осуществление решения.

Учитель вызывает учащегося к доске, контролируя его действия с подробным объяснением каждого шага. Решают уравнение вместе с учащимся.

Умножим обе части на $x(x+5)$: $104(x+5) = 104x + 5x(x+5)$.

Раскроем скобки, приведем подобные и перенесем все слагаемые в левую часть:

$5x^2 + 25x - 520 = 0$. Разделив обе части на 5, получим квадратное уравнение $x^2 + 5x - 104 = 0$.

Решение квадратного уравнения по формуле:

$$x_1 = \frac{-5 - \sqrt{25 + 4 \cdot 104}}{2} = -13, x_2 = \frac{-5 + \sqrt{25 + 4 \cdot 104}}{2} = 8.$$

Отбрасываем отрицательный корень по смыслу задачи.

Ответ: скорость первой трубы равна 8 м/мин.

5. Анализ и проверка решения.

Проверяем ответ, подставляя найденные значения в формулу времени: время первой трубы $\frac{104}{8} = 13$ (мин), время второй трубы $\frac{104}{13} = 8$ (мин).

Проверяем условие $13 - 8 = 5$ (мин).

Подставляют значения, анализируют результат, обсуждают.

Пример 8. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА ФРАГМЕНТА УРОКА

Тема: Квадратичная функция, ее свойства и график

Тип: урок открытия нового знания

Класс: 9

Цель: ознакомить учащихся с понятием квадратичной функции и ее формулой, научить строить графики квадратичной функции и развить навыки исследования функции на основные свойства.

Планируемые результаты:

Предметные – уметь отличать квадратичную функцию по формуле, строить график функции и исследовать его на основные свойства, применять изученные свойства при решении задач.

Метапредметные

познавательные: аргументировать свою позицию, мнение; формулировать определения понятий;

регулятивные: владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

коммуникативные: ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи и полученным результатам.

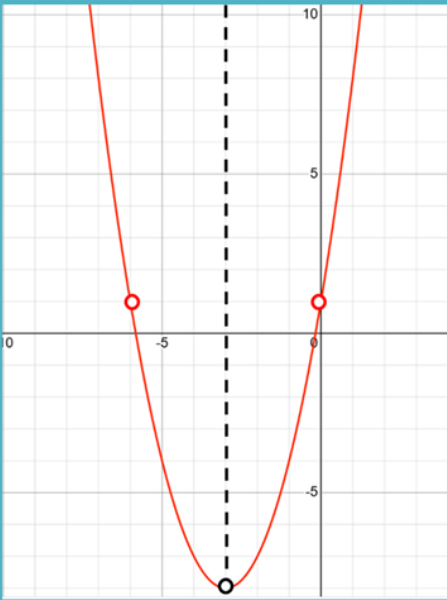
Личностные – умение учиться у других людей, овладением языком математики как средством познания мира.

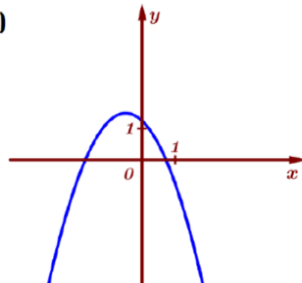
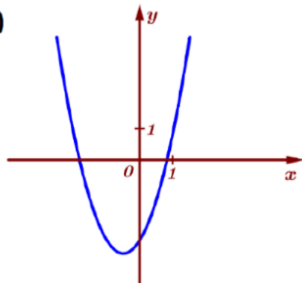
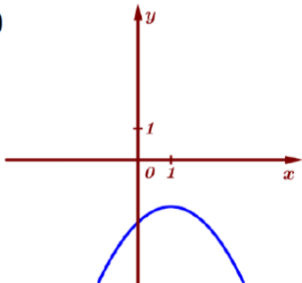
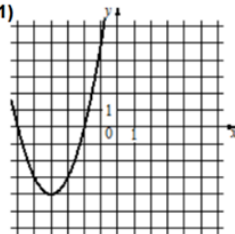
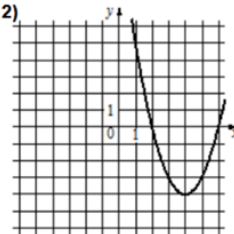
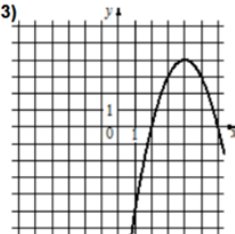
Ход работы

№	Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Методы и приемы обучения
1	Мотивация и постановка проблемы	Представьте, что вы бросаете мяч вверх. Как думаете, как можно описать движение мяча? Правильно! Траектория мяча - парабола, и её можно описать квадратичной функцией. Сегодня мы научимся записывать такие функции, строить их графики и изучать их свойства	Учащиеся высказывают свои предположения на поставленные вопросы. <i>Мяч падает по параболе</i>	Наглядность, проблемный диалог
2	Изучение нового материала	На слайде показываю запись квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ Как вы думаете, будет ли меняться внешний вид графика функции при изменении a , b и c ? Если $a > 0$ – ветви параболы направлены вверх, $a < 0$ – вниз. Коэффициент b определяет смещение вершины параболы влево или вправо вдоль оси Ox . Коэффициент c показывает, выше или ниже оси Ox парабола пересекает ось Oy . $c > 0$ – выше оси Ox , $c < 0$ – ниже оси Ox . Показываю несколько примеров: $y = x^2 + 3$ ($b = 0$) + 3 $y = -x^2 + 3$ (знак минус у коэффициента a меняет направление ветвей)	Записывают уравнение квадратичной функции. Да, внешний вид графика будет меняться в зависимости от параметров. Записывают влияние параметров на график функции.	Фронтальная работа, индивидуальная работа, беседа, практическое исследование

	$y = 2x^2 - 4x + 1$ $y = 2x^2 - 4x - 1$ Примером квадратичной функции является зависимость пути от времени при равноускоренном движении. Если тело движется с ускорением a ($\text{м}/\text{с}^2$) и к началу отсчета времени t прошло путь s_0 (м), имея в этот момент скорость v_0 ($\text{м}/\text{с}$), то зависимость пройденного пути s (м) от времени t (с) выражается формулой $s = \frac{at^2}{2} + v_0t + s_0$ Если, например, $a = 6$, $v_0 = 5$, $s_0 = 20$, то $S = 3t^2 + 5t + 20$. Устная работа: на слайде представлены несколько функций, определите какие из них являются квадратичными. 1. $y = 3x^2 + 1$ 2. $y = 5x + 2$ 3. $y = -x^2 + 4x - 3$ 4. $y = 5 + 7x$ 5. $y = 3x^2 + x + 1$ 6. $y = -2x^2 + 2x$ Как мы выяснили ранее, график квадратичной функции – параболы. Для построения графика квадратичной функции надо знать координаты вершины параболы. Запишем формулу для вычисления координат вершины параболы: $x_0 = -\frac{b}{2a}, y_0 = f(x_0).$ Индивидуальная работа: ученики самостоятельно находят вершину $y = x^2 - 4x + 3$ (сначала вместе проговариваем коэффициенты, после ученики сами считают по формуле).	Обсуждение примеров графиков функции с различными параметрами Устная работа по слайду. Обсуждение Записывают формулу для нахождения координат
--	---	--

		Построение графика: Теперь давайте вместе построим график для квадратичной функции $y = x^2 - 6x + 1$. Для этого будем следовать алгоритму: 1. Определить направление ветвей параболы. Найти координаты вершины параболы и построить ее на координатной плоскости, провести ось параболы. 2. Отметить на оси x две точки, симметричные относительно оси параболы, найти значения функции в этих точках. Строим на координатной плоскости соответствующие точки. 3. Через полученные 3 точки строим параболу. Исследование функции на свойства (для построенного графика функции $y = x^2 - 6x + 1$). Мы с вами построили график квадратичной функции и теперь исследуем его на основные свойства:	вершины параболы Находят вершину параболы. Участвуют в обсуждении полученных результатов. Вместе с учителем строят график заданной квадратичной функции, записывают этапы алгоритма построения. Совместно с учителем обсуждают каждое	
--	--	---	---	--

		Свойства функции: 1. Область определения функции: $(-\infty; +\infty)$ 2. Область значений функции: $[-8; +\infty)$ 3. Промежутки <u>знакопостоянства</u>: $y > 0$ при $x \in (-\infty; -5,8) \cup [-0,2; +\infty)$ $y < 0$ при $x \in (-5,8; -0,2)$ 4. Непрерывность: <i>функция непрерывная</i> 5. Экстремумы: $y_{\text{наим.}} = -8$, $y_{\text{наиб.}} - \text{ не имеет}$ 6. Промежутки возрастания и убывания функции: <i>Убывает на промежутке: $x \leq -3$</i> <i>Возрастает на промежутке: $x \geq -3$</i> 7. Ограниченность: <i>функция ограничена снизу ($a > 0$)</i>		свойство функции, записывают	
3	Первичное закрепление	Задание 1. На рисунке изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите между графиками функций и знаками коэффициентов.	Ученики работают индивидуально, затем обсуждают ответы с учителем	Индивидуальная работа, беседа, разбор ошибок	

	ГРАФИКИ А)  Б)  В)  КОЭФФИЦИЕНТЫ: 1) $a > 0, c < 0$ 2) $a < 0, c < 0$ 3) $a < 0, c > 0$ В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер. Ответ: <table><tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table> Задание 2. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают. 1)  2)  3)  А) $y = x^2 + 8x + 12$ Б) $y = x^2 - 8x + 12$ В) $y = -x^2 + 8x - 12$ <table><tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>	А	Б	В				А	Б	В				
А	Б	В												
А	Б	В												
4	Итоги урока	Что нового мы сегодня узнали? Почему важно уметь работать с квадратичной функцией?	Отвечают на вопросы учителя о уроке	Рефлексия										

Пример 9. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА УРОКА

Предмет: геометрия

Тема: «Теорема Пифагора»

Тип урока: урок открытия новых знаний

Участники: обучающиеся 8 класса

Цель: создать условия для самостоятельного формулирования теоремы Пифагора на основе практических выводов; организовать деятельность обучающихся по восприятию, осмыслению и первичному закреплению новых знаний и способов деятельности.

Планируемые результаты обучения:

– личностные: приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции.

– метапредметные:

познавательные: анализировать информацию различных видов и форм представления;

обосновывать собственные рассуждения; выявлять математические закономерности; формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения; разбирать доказательства математических утверждений.

регулятивные: составлять план решения задачи.

коммуникативные: высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога; воспринимать и формулировать суждения

– предметные: находить неизвестные стороны прямоугольных треугольников по известным; самостоятельно делать чертёж и находить соответствующие длины в соответствии с содержанием задания.

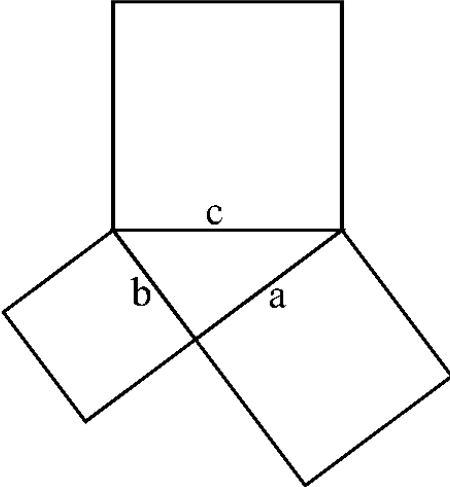
Основное содержание темы, термины и понятия: формулировка теоремы Пифагора; решение задач на нахождение гипотенузы по известным катетам; решение задач на нахождение катета по известному катету и гипотенузе.

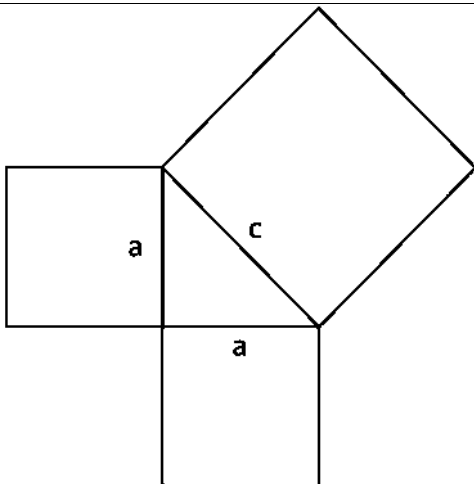
Методы обучения: объяснительно-иллюстративный с элементами эвристического, проблемно-поисковый с элементами исследования.

Формы организации учебной деятельности: фронтальная, индивидуальная

Ресурсы: учебник для общеобразовательных учреждений: «Геометрия 7-9 класс» Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.; презентация к уроку; наглядный и раздаточный материал.

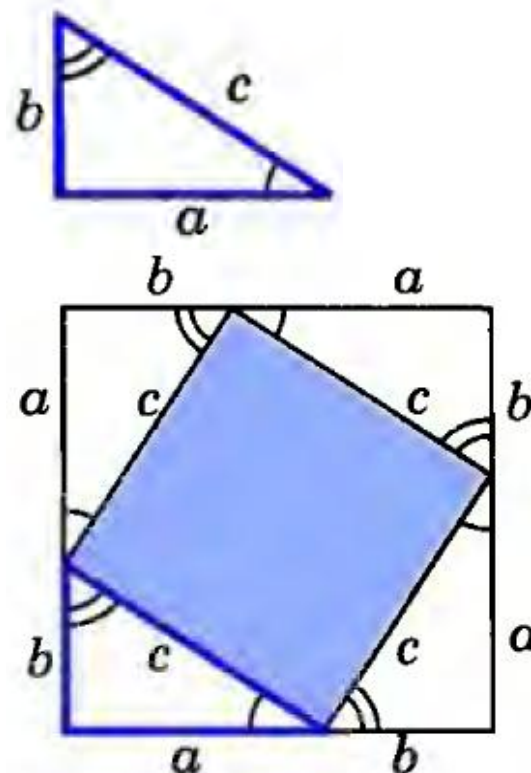
Технологическая карта фрагмента урока:

3	Постановка учебной задачи	Создает проблемную ситуацию. - Задача: перед вами рисунок. Представьте, что квадраты на нем сделаны из кованого золота и вам предлагают взять себе либо один большой квадрат, либо два маленьких. Что вы выберете?  Изменится ли ваше мнение, если взять за основу прямоугольный треугольник с равными катетами?	Слушают условие задачи, вступают в диалог. На сравнении площадей квадратов	<u>Познавательные:</u> анализировать информацию различных видов и форм представления; обосновывать собственные рассуждения; <u>Коммуникативные:</u> высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога
---	---------------------------	---	--	--

		 На чем основывается ваш вывод?																										
4	Работа над структурой теоремы	Формулирует теорему. Проверяет понимание, задавая вопросы. Давайте проверим ваши предположения. Для этого возьмем конкретные значения катетов и гипотенузы в прямоугольном треугольнике: <table border="1" data-bbox="548 946 981 1171"><thead><tr><th>а катет</th><th>в катет</th><th>с гипотенуза</th></tr></thead><tbody><tr><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>5</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>2</td><td>2</td><td>$2\sqrt{2}$</td></tr></tbody></table> Рассчитайте площади квадратов, построенных на сторонах этих треугольников, заполнив таблицу. Первый ряд считает площади квадратов, построенных на сторонах треугольника из первой	а катет	в катет	с гипотенуза	3	4	5	5	12	13	2	2	$2\sqrt{2}$	Слушают объяснение, записывают формулировку теоремы. Отвечают на вопросы учителя. Проверяют теорему на примере. <table border="1" data-bbox="1153 1161 1426 1342"><thead><tr><th>a^2</th><th>b^2</th><th>c^2</th></tr></thead><tbody><tr><td>9</td><td>16</td><td>25</td></tr><tr><td>25</td><td>144</td><td>169</td></tr><tr><td>4</td><td>4</td><td>8</td></tr></tbody></table>	a^2	b^2	c^2	9	16	25	25	144	169	4	4	8	<u>Познавательные:</u> выявлять математические закономерности; формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения. <u>Коммуникативные:</u> высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога; воспринимать н
а катет	в катет	с гипотенуза																										
3	4	5																										
5	12	13																										
2	2	$2\sqrt{2}$																										
a^2	b^2	c^2																										
9	16	25																										
25	144	169																										
4	4	8																										

		строки, второй ряд – из второй строки, третий ряд – из третьей. Увидели ли вы какую-то закономерность? (Если нет, предлагает сложить значения квадратов катетов) Вот вы и сформулировали теорему Пифагора. Давайте ее запишем: «в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов» $a^2 + b^2 = c^2$. Это алгебраическая формулировка теоремы. Существует геометрическая формулировка. Послушайте ее: «квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника, равновелик сумме квадратов, построенных на его катетах»	Да, сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы	формулировать суждения
5	Доказательство теоремы	Рассказывает о значении доказательств в математике. Упоминает, что у теоремы есть сотни доказательств, созданных разными учёными. Показывает геометрическое доказательство. Ребята, представьте, что математика – это огромный пазл, где каждая теорема, формула или правило – это кусочек, который помогает нам понять, как устроен мир. Но как мы можем быть	Записывают ключевые мысли о важности доказательства. Наблюдают за построением доказательства, фиксируют доказательство в тетрадях. Следят за объяснением, задают уточняющие вопросы Записывают и оформляют доказательство теоремы:	<u>Познавательные:</u> разбирать доказательства математических утверждений

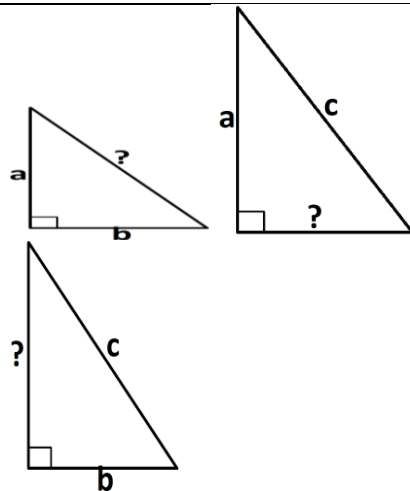
уверены, что эти кусочки правильные? Здесь на помощь приходят доказательства. Доказательство в математике – это как фундамент дома: оно показывает, почему формула работает, и убеждает нас в том, что мы можем ей доверять. Интересно, что теорему Пифагора доказывали сотни раз разными способами. История теоремы Пифагора уходит в глубокую древность. Упоминания о ней содержатся ещё в вавилонских клинописных текстах времён царя Хаммурапи (XVIII век до н. э.), то есть за 1200 лет до рождения Пифагора. Теперь, почти 4000 лет спустя, мы имеем дело с теоремой-рекордсменом по количеству всевозможных доказательств. Пик интереса к теореме Пифагора пришёлся на вторую половину XIX - начало XX столетия. И если первые коллекции содержали не более двух-трёх десятков доказательств, то к концу XIX века их число приблизилось к 100, а ещё через полвека превысило 360, и это только тех, что удалось собрать по разным источникам. Самым



Рассмотрим прямоугольный треугольник с катетами a , b и гипотенузой c . Докажем, что $c^2 = a^2 + b^2$. Построим треугольник до квадрата со стороной $a + b$ так, как показано на рисунке.

Площадь S этого квадрата равна $(a + b)^2$. С другой стороны, этот квадрат составлен из четырех равных прямоугольных треугольников, площадь каждого из которых равна $\frac{1}{2}ab$, и квадрата со стороной c ,

		древним из дошедших до нас доказательствам теоремы Пифагора около 2300 лет. Считается, что именно Пифагор дал первое доказательство теоремы, носящей его имя. Оно, конечно, не сохранилось. По одной из версий, Пифагор мог воспользоваться разработанным в его школе учением о пропорциях. На нём основывалась, в частности, теория подобия, на которую опираются рассуждения. Но мы попробуем доказать эту теорему проще:	поэтому $S = 4 \frac{1}{2}ab + c^2 = 2ab + c^2.$ Таким образом, $(a + b)^2 = 2ab + c^2$, откуда $c^2 = a^2 + b^2$.	
6	Первичное закрепление	Предлагает ряд задач на нахождение катета или гипотенузы. Проверяет решения, обсуждает ошибки. Теперь, зная зависимость между катетами и гипотенузой в прямоугольном треугольнике, попробуем найти недостающие стороны данных прямоугольных треугольников:	Решают задачи, применяя формулу $a^2 + b^2 = c^2$. Задают вопросы по сложным моментам, исправляют ошибки. У доски один ученик решает задачу с пояснением, все остальные учащиеся работают в тетрадях. Под каждым рисунком пишутся соотношения Вывод: теорема Пифагора позволяет установить следующие соотношения, применяемые при решении задач: $c^2 = a^2 + b^2 \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}$	<u>Регулятивные:</u> составлять план решения задачи. <u>Коммуникативные:</u> высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога



Запишите формулы в тетрадь .

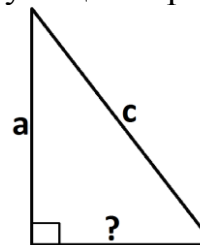


Задача 1: возле новогодней елки построили горку длиной 13 метров и высотой 5 метров. Найдите расстояние от начала опоры горки до ее конца.

$$a^2 = c^2 - b^2 \quad a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b^2 = c^2 - a^2 \quad b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

У доски один ученик решает задачу с пояснением, все остальные учащиеся работают в тетрадях.

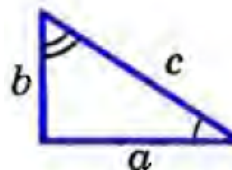


Решение задачи 1: $b = \sqrt{c^2 - a^2}$, $a = 5$ м, $c = 13$ м.

$$b = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \text{ (м)}$$

У доски один ученик решает задачу с пояснением, все остальные учащиеся работают в тетрадях.

Решение задачи 2:



$$c = \sqrt{a^2 + b^2}. \quad a = 6 \text{ м}, \quad b = 8 \text{ м}.$$

$$c = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \text{ (м)}. \text{ Значит, 11-метровой лестницы хватит}$$

		Задача 2: скоро Новый год, а какой новый год без елки. На центральной площади поставили елку высотой 8 метров. Чтобы украсить верхушку елки, пришлось поставить пожарную машину на 6 метров от ствола и выдвинуть лестницу длиной 11 метров. Достаточно ли длины лестницы, чтобы добраться до макушки елки для ее украшения?		
--	--	---	--	--

Учебное издание

Суховиенко Елена Альбертовна

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ЭКЗАМЕН БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Учебное пособие

ISBN 978-5-91744-239-6

ООО АБРИС

Подписано в печать 25.06.2026 г.
Формат 60 × 84 1 /16 Уч.-изд. л. 5,09. Усл. п. л. 8.
Тираж 100 экз.
Заказ № 621

Отпечатано с готового оригинал-макета
в типографии ЮУрГГПУ
454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 69