



МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ, ИНФОРМАТИКИ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

**Методика обучения решению задач с экономическим
содержанием в профильных классах средней школы при
подготовке к ЕГЭ**

**Выпускная квалификационная работа по направлению
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

Направленность программы бакалавриата

«Математика. Информатика»

Форма обучения очная

Проверка на объем заимствований:

78,25 % авторского текста

Работа рекомендована к защите

«05» апреля 2023 г.

зав. кафедрой математики и МОМ

Звягин К. А.

Выполнила:

Студентка группы ОФ-513/204-5-1

Латыпова Анжелика Альбертовна

Научный руководитель:

к.ф.м.н., доцент кафедры МиМОМ

Вагина Мария Юрьевна

Челябинск

2023

Содержание

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗРАБОТКИ КУРСОВ ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В РАМКАХ ПРОФИЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ФГОС	8
1.1 Профильное обучение в условиях ФГОС.....	8
1.2 Особенности профилей обучения в старшей школе в условиях ФГОС	10
1.3 Курсы внеурочной деятельности как компонент профильного обучения в условиях ФГОС	15
Выводы по главе 1.....	21
ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ С ЭКОНОМИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ ИЗ ЕДИНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА.....	22
2.1 Практическая значимость задач с экономическим содержанием	22
2.2 Экономическая задача профильного ЕГЭ по математике и её критерии оценивания.....	27
2.3 Обзор методической литературы для подготовки к ЕГЭ по математике профильного уровня.....	30
2.4 Курс внеурочной деятельности «Экономические задачи профильного ЕГЭ по математике».....	40
2.4.1 Пояснительная записка внеурочного курса «Экономические задачи профильного ЕГЭ по математике»	40
2.4.2 Тематическое планирование внеурочного курса «Экономические задачи профильного ЕГЭ по математике»	45
2.4.3 Содержание внеурочной курса «Экономические задачи профильного ЕГЭ по математике».....	47
Выводы по главе 2.....	86
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	88

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	91
ПРИЛОЖЕНИЕ А Урок № 2 по теме «Решение задач на нахождение суммы кредита».....	96
ПРИЛОЖЕНИЕ Б Урок № 2 по теме «Разные задачи ЕГЭ».....	106

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время среди приоритетных задач школы выделяется воспитание обучающихся, которые будут готовы к работе в экономических условиях современного мира. Особенно важно, чтобы каждый выпускник был владельцем развитого экономического мышления и мог принимать решения в условиях рыночных отношений. Финансовые услуги, такие как потребительские кредиты, кредитные карты, автокредиты, ипотека, вклады, банковские карты и другие, являются неотъемлемой частью жизни современного общества и имеют важное значение для экономики страны и каждой семьи. В современном мире каждый человек должен уметь свободно решать задачи, предлагаемые жизнью.

В 2015 году в экзаменационную работу ЕГЭ по математике была добавлена текстовая задача экономического профиля для того, чтобы учащиеся могли четко увидеть роль математики в различных сферах деятельности и убедиться в ее значении в современной жизни. Решение экономических задач помогает увидеть широкий спектр возможных приложений математики и понять важность ее использования в различных сферах человеческой деятельности.

Актуальность исследования заключается в том, что в программу старших классов по математике тема «Проценты» не входит, навыки работы с процентами забываются. ЕГЭ по математике содержит задачи экономического содержания на проценты, которые решаются с помощью простых и сложных процентов. Проанализировав сборники заданий по подготовке к ЕГЭ, демонстрационные варианты ЕГЭ, мы пришли к выводу, что школьная программа средней школы не подготавливает в должной мере учеников к единому государственному экзамену.

Проблемой исследования является сложность выполнения экономической задачи при сдаче единого государственного экзамена. По статистике центра оценки качества образования у выпускников низкий

процент выполнения задач. Следовательно, основные практические навыки и умения у большинства учеников сформированы на недостаточном уровне для успешной сдачи ЕГЭ и для повседневной жизни.

Цель исследования – изучить типы и методы решения экономической задачи № 15 Единого Государственного Экзамена по математике и разработать курс внеурочной деятельности «Экономические задачи профильного ЕГЭ по математике», направленный на подготовку обучающихся 11-ого класса к итоговой аттестации по математике.

Объект исследования – процесс обучения математике в школе.

Предмет исследования – методика обучения решению задачи № 15 профильного ЕГЭ по математике.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи:**

1. Рассмотреть теоретический материал об особенностях профильного обучения в условиях ФГОС.
2. Рассмотреть особенности профилей обучения в старшей школе.
3. Рассмотреть курсы внеурочной деятельности как компонент профильного обучения.
4. Рассмотреть практическую значимость задач с экономическим содержанием.
5. Проанализировать методику решения экономических задач, представленных в методической литературе для подготовки к ЕГЭ и демонстрационных вариантах ЕГЭ.
6. Классифицировать и систематизировать типы экономических задач, включенных во вторую часть ЕГЭ по математике профильного уровня, и методов их решений.
7. Разработать курс внеурочной деятельности «Экономические задачи профильного ЕГЭ по математике».

Гипотеза исследования: проведение курса внеурочной деятельности «Экономические задачи профильного ЕГЭ по математике» будет способствовать эффективной подготовке обучающихся к итоговой аттестации в форме профильного ЕГЭ по математике и формированию востребованных в современном обществе практических навыков.

Методы исследования: теоретический анализ и синтез научной и учебной литературы по теме исследования, сравнение, систематизация информации, обобщение, вывод, подбор и решение задач.

Практическая значимость: использование курса внеурочной деятельности при подготовке выпускников к сдаче единого государственного экзамена по математике профильного уровня.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗРАБОТКИ КУРСОВ ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В РАМКАХ ПРОФИЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ФГОС

1.1 Профильное обучение в условиях ФГОС

Основная идея обновления старшей ступени общего образования состоит в том, что образование должно стать более индивидуализированным, функциональным и эффективным.

В соответствии с указом «О национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации на период до 2024 года» получение качественного образования необходимо ученикам, чтобы быть конкурентоспособными в будущем на рынке труда, а также для обеспечения вхождения России в число 10 ведущих стран мира по качеству среднего образования. Следовательно, на старшей ступени общеобразовательной школы предусматривается профильное обучение, то есть, ставится задача создания системы специализированной подготовки, ориентированной на индивидуализацию обучения и социализацию обучающихся, в том числе с учетом потребностей рынка труда. Для реализации этой задачи ввели глубокую систему профилей обучения в старшей школе [3].

Профильное обучение – это организация образовательной деятельности по образовательным программам среднего общего образования, основанная на дифференциации содержания с учетом образовательных потребностей и интересов обучающихся, обеспечивающих углубленное изучение отдельных учебных предметов, предметных областей соответствующей образовательной программы образовательной организации [28].

В соответствии с п. 25 ст. 2 Закона «Об образовании в Российской Федерации» направленность (профиль) образования – ориентация образовательной программы на конкретные области знаний и виды

деятельности, определяющая предметно – тематическое содержание, преобладающие виды учебной деятельности обучающегося и требования к результатам освоения образовательной программы [1].

Основные цели профильного образования:

- обеспечить углубленное изучение отдельных предметов программы среднего общего образования;
- создать условия для существенной дифференциации содержания обучения старшеклассников с широкими и гибкими возможностями построения обучающимся индивидуальных образовательных программ;
- способствовать установлению равного доступа к полноценному образованию разным категориям обучающихся в соответствии с их способностями, индивидуальными склонностями и потребностями;
- расширить возможности социализации учащихся, обеспечить преемственность между общим и профессиональным образованием, более эффективно подготовить выпускников школы к освоению программ высшего профессионального образования.

Для осуществления профильного обучения необходимо подготовить ряд документов:

1. Образовательная организация самостоятельно разрабатывает и утверждает локальный акт о правилах приема в 10 класс.
2. Программы предметов, обеспечивающих углубленное изучение, соответствующие требованиям Федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС) среднего общего образования, утвержденного приказом Минобрнауки России от 17 мая 2012 года № 413.
3. Программы базовых предметов. Если базовый предмет преподается для гомогенного профильного класса (группы), то следует учитывать особенность профиля.
4. Программы внеурочных курсов (курсов по выбору).

5. Программы исследовательской и проектной деятельности обучающихся.

6. Программы предметов и *внеурочных курсов* в рамках профильной подготовки.

В соответствии с Приказом Министерства Просвещения РФ от 12 августа 2022 г. № 732 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования» образовательная организация обеспечивает реализацию одного или нескольких профилей обучения:

- естественно – научный;
- гуманитарный;
- социально – экономический;
- технологический;
- универсальный.

Профильное обучение позволяет учащимся выбрать конкретную приоритетную область, связанную с определенным видом деятельности человека, для более глубокого изучения. Поскольку выбор предполагают ряд вариантов, то переход к профильному обучению – это, прежде всего, расширение свободы, вариативности [2].

1.2 Особенности профилей обучения в старшей школе в условиях ФГОС

Школа, осуществляя образовательную деятельность, должна обеспечить реализацию учебного плана одного или нескольких профилей обучения. Очень часто образовательная организация выявляет предпочтения обучающихся и на основе данного анализа планирует, какие именно профили будут реализовываться в школе. Профильные общеобразовательные предметы – это курсы повышенного уровня, углубляющие базовые общеобразовательные предметы. При освоении профильных предметов деятельность учителя и ученика направлена на

освоение знаний, умений, которые определены федеральным государственным стандартом среднего общего образования [9].

Перечень профилей, которые может предложить школа обучающимся на среднем уровне образования следующий [1].

Естественно-научный профиль – ориентирует на такие сферы деятельности, как медицина, биотехнологии и т.д.

В данном профиле на углубленном уровне изучаются следующие учебные предметы:

- математика и начала математического анализа;
- геометрия;
- химия;
- биология.

Предметы, изучаемые на базовом уровне:

- русский язык;
- литература;
- история;
- физическая культура;
- ОБЖ.

Предметы, поддерживающие профиль:

- индивидуальный учебный проект
- основы медицины;
- биофизика;
- оказание первой медицинской помощи;
- химия и здоровье человека и пр.

Гуманитарный профиль. Профессии гуманитарного профиля – это специальности, связанные с человеком и его жизнедеятельностью. В их основе лежат гуманитарные науки, которые противопоставляют точным. Профиль ориентирован на такие сферы деятельности, как общественные отношения, юриспруденция, международные отношения, педагогика.

Профильные предметы для углубленного изучения:

- русский язык;
- литература;
- иностранный язык;
- обществознание;
- история;
- право.

Предметы, изучаемые на базовом уровне:

- русский язык;
- литература;
- история;
- физическая культура;
- ОБЖ.

Предметы, поддерживающие профиль:

- индивидуальный учебный проект
- формы художественного мышления в русской литературе

двадцатого века;

- деловой русский язык;
- основы журналистики;
- избранные страницы российской истории и т.д.

Социально-экономический профиль – ориентирован на профессии, связанные с социальной сферой, финансами и экономикой, с обработкой информации, а также с управлением, предпринимательством и др.

Предметы, изучаемые на углубленном уровне:

- математика и начала математического анализа;
- экономика;
- право;
- география;
- геометрия.

Предметы, изучаемые на базовом уровне:

- русский язык;

- литература;
- история;
- физическая культура;
- ОБЖ.

Предметы, поддерживающие профиль:

- Индивидуальный учебный проект
- введение в социологию;
- основы философии;
- основы финансовой грамотности;
- право и жизнь и т.д.

Технологический профиль – ориентирован на производственную, инженерную и информационную сферу деятельности.

Профильные предметы:

- алгебра и начала математического анализа;
- геометрия;
- физика;
- информатика.

Предметы, изучаемые на базовом уровне:

- русский язык;
- литература;
- история;
- физическая культура;
- ОБЖ.

Предметы, поддерживающие профиль:

- Выполнение индивидуального учебного проекта
- алгоритмизация и программирование;
- мир кристаллов;
- графический дизайн;
- инженерная графика с элементами дизайна и т.д.

Универсальный профиль. Данный профиль подходит тем

обучающимся, которые не определились с выбором профессии, сфера интересов ребенка не вписывается в рамки других профилей. Универсальный профиль позволяет обучающемуся ограничиться только изучением базовых предметов, не исключая углубленного изучения предметов.

Требования ФГОС среднего общего образования для универсального профиля позволяют выбрать учебные предметы от 1 до 4 на углубленном уровне, удовлетворяющие индивидуальные интересы обучающихся или направленные на углубленную подготовку к ЕГЭ.

Учебный план для любого из вышеперечисленных профилей строится с ориентацией на будущую сферу профессиональной деятельности, с учетом предполагаемого продолжения образования обучающихся, для чего необходимо изучить намерения и предпочтения учащихся и их родителей.

Учебный план профиля обучения должен содержать 11-12 учебных предметов и предусматривать изучение не менее одного учебного предмета из каждой предметной области.

Также учебный план профиля обучения (кроме универсального) должен содержать не менее 75 % учебных предметов на углубленном уровне изучения из соответствующей профилю обучения предметной области и (или) смежной с ней предметной области.

В учебном плане должно быть предусмотрено выполнение обучающимися индивидуального проекта.

Индивидуальный проект – это обязательный курс, который представляет собой особую форму организации деятельности обучающихся. Индивидуальный проект обучающиеся могут выполнять по любому направлению. Курирует работу по проекту работник школы или работник со стороны организации-партнера. На курс «Индивидуальный проект» школа обычно выделяет не менее одного часа в неделю.

Учебный план достраивается внеурочными курсами профильной

направленности и курсами общеразвивающей направленности.

Из 5 профилей старшей ступени образования в 3-х из них предмет «Математика» изучается на углубленном уровне. Это обусловлено тем, что в наши дни растёт число профессий, связанных с непосредственным применением математики: и в сфере экономики, и в бизнесе, и в технологических областях, и даже в гуманитарных сферах. Таким образом, круг школьников, для которых математика может стать в будущем значимым предметом не только с точки зрения её применения в жизни, но и в профессиональной деятельности, расширяется.

1.3 Курсы внеурочной деятельности как компонент профильного обучения в условиях ФГОС

Курс внеурочной деятельности – это основная структурная единица внеурочной деятельности; одно из средств реализации соответствующего содержания образования [2].

Цель предметных курсов внеурочной деятельности – ориентация на индивидуализацию обучения и социализацию учащихся, на подготовку к осознанному и ответственному выбору сферы будущей профессиональной деятельности.

Исходя из целей профильного обучения, тематика и содержание внеурочных курсов должны отвечать следующим требованиям:

- иметь социальную и личностную значимость, актуальность как с точки зрения подготовки квалифицированных кадров, так и для личностного развития учащихся;
- способствовать социализации и адаптации учащихся, предоставлять возможность для выбора индивидуальной образовательной траектории, осознанного профессионального самоопределения;
- поддерживать изучение базовых и профильных общеобразовательных предметов, а также обеспечивать условия для внутрипрофильной специализации обучения;

– обладать значительным развивающим потенциалом, способствовать формированию целостной картины мира, развитию общеучебных, интеллектуальных и профессиональных навыков, ключевых компетенций учащихся.

В соответствии с целями и задачами профильного обучения внеурочных курсов могут выполнять различные функции:

1. Одни из них могут выступать в роли «надстройки», дополнения содержания профильного курса по ключевым проблемам современности. В этом случае такой дополненный профильный курс становится в полной мере углубленным, а школа (класс), в котором он изучается, превращается в традиционную спецшколу с углубленным изучением отдельных учебных предметов.

2. Другие развивают содержание одного из базисных курсов, изучение которого в данной школе (классе) осуществляется на минимальном общеобразовательном уровне. Это позволяет интересующимся школьникам удовлетворить свои познавательные потребности и получить дополнительную подготовку, например, для сдачи единого государственного экзамена по этому предмету на профильном уровне.

3. Третьи направлены на удовлетворение познавательных интересов отдельных школьников в областях деятельности человека как бы выходящих за рамки выбранного им профиля. Это позволит ученикам ориентироваться в особенностях будущей профессиональной деятельности, совершенствовать навыки познавательной и организационной деятельности [25].

Каждая из указанных функций может быть ведущей, но в целом они должны выполняться комплексно.

При организации внеурочных курсов необходимо, чтобы:

– набор предлагаемых курсов носил вариативных характер, их количество было избыточным, и чтобы ученики имели возможность выбора курсов;

– содержание курсов должно включать не только информацию, расширяющую сведения по учебному предмету, содержащую оригинальный материала, выходящий за рамки школьной программы, но и должен знакомить учеников со способами деятельности необходимыми для успешного усвоения ими программы того или иного профиля;

– материал отражал индивидуальные и возрастные особенности учащихся;

– основными приоритетами курсов должна являться междисциплинарная интеграция, содействующая становлению целостного мировоззрения [20].

Министерство образования и науки Российской Федерации выдвигает и требования к учебным изданиям для профильного обучения, основные из которых:

– соответствие новым Государственным образовательным стандартам общего образования;

– реализация личностно-ориентированного подхода к обучению и воспитанию, решение задач индивидуализации образования;

– создание условий для самообразования, формирование у учащихся приемов самостоятельной работы и самоконтроля, включение различного материала, способствующего развитию мышления, творческого отношения к изучаемому материалу, реализации деятельностного подхода к обучению;

– наличие четкой методологической основы, позволяющей достигать определенной формализации и моделирования познавательной деятельности, проектирования способов закрепления знаний и умений и осуществления связи с другими средствами обучения и самоконтроля.

Данные требования предъявляются и к деятельности субъектов

образовательного процесса: учителям, учащимся, школьному сообществу, чтобы обеспечить успешность обучения.

Остановимся более подробно на организации внеурочных курсов профильной подготовки учащихся.

В стандарте образования содержание курсов не прописано, но указывается, что их количество должно быть «избыточным», чтобы предусматривать возможность выбора учащимися таких курсов, которые пригодятся им в их будущей профессии. Учителям предметникам дается право разработки и ведения внеурочных курсов, но при условии, что недельная нагрузка на учеников не увеличится (минимальная 30-32 часа в неделю, максимальная 36 часов). Но для этого они должны знать и при разработке выбирать тип внеурочных курсов.

Орлов В. А. делит курсы профильной подготовки на типы, представленные на рисунке 1 [29]:

- предметно-ориентировочные (пробные) аналог факультативов;
- межпредметные (ориентационные) – аналог кружков, студий, знаний в УПК;
- курсы по предметам, не входящие в базисный учебный план.

Предметно-ориентированные (пробные) курсы позволяют:

- дать ученику возможность реализовать свой интерес к выбранному предмету;
- уточнить готовность и способность ученика осваивать выбранный предмет на повышенном уровне;
- создать условия для подготовки к экзаменам по выбору, т.е. по наиболее вероятным предметам будущего профилирования.

Задачи предметных курсов:

- реализация учениками интереса к предмету;
- оценка готовности и способности осваивать предмет на повышенном уровне;
- создание условий для подготовки к экзаменам по выбору,

т.е. наиболее вероятным профильным предметам.



Рисунок 1

Основная задача всех курсов:

- проба специфических видов деятельности, присущих определенным предметам;
- оценка возможностей школьников.

Требования к организации курсов:

- вариативность;

- краткосрочность;
- оригинальность содержания;
- содержание должно знакомить учащихся со способами деятельности, необходимыми для освоения профиля;
- деятельностный подход.

Каждый педагог должен знать примерную структуру и уметь составлять программы внеурочных курсов [15]:

- название;
- пояснительная записка (обоснование необходимости, цель курсов, ведущие методы, варианты использования его в учебном процессе);
- содержание с указанием количества часов (по темам и разделам);
- планируемый результат и средства его диагностики;
- ресурсное обеспечение (литература, ТСО и т.д.) [25].

Таким образом, основные требования к содержанию и методике изучения внеурочных курсов следующие:

- лично-актуальная и социально значимая тематика;
- поддержка базовых курсов, а также возможность для углубленной профилизации и выбора индивидуальной траектории обучения;
- опора на методы и формы организации обучения, отвечающие образовательным потребностям учителя и учащихся, а также адекватные будущей профессиональной деятельности учащихся;
- включение учащихся в теоретически обоснованную практическую деятельность, соответствующую профилю обучения;
- обеспечение формирования и развития общеучебных, интеллектуальных и организационных способностей и навыков;
- система диагностики и оценивания, стимулирующая стремление к личностному росту и профессиональному самоопределению.

Выводы по главе 1

В современных условиях главным результатом школьного образования является готовность выпускников к непрерывному образованию, умению отстаивать свою точку зрения, находить компромиссы, сотрудничать, вести диалог и самостоятельно определяться с выбором профессии.

Профильное обучение старшеклассников определяется как способ индивидуализации и дифференциации образования за счет изменения структуры, содержания и организации образовательного процесса, который дает возможность учитывать интересы, способности и склонности обучающихся, формировать интерес к продолжению образования и получению определенной профессии. Для реализации данного процесса в старшей школе функционируют специализированные профили подготовки: естественно – научный, гуманитарный, социально – экономический, технологический и универсальный. Все участники образовательного процесса (учителя, ученики, родители) в системе профильного обучения получают возможность выстроить свой индивидуальный образовательный план.

Курсы внеурочной деятельности играют важную роль в системе профильного обучения на старшей ступени школы. Курсы связаны, прежде всего, с удовлетворением индивидуальных образовательных интересов, потребностей и склонностей каждого школьника. Именно они по существу и являются важнейшим средством построения индивидуальных образовательных программ, т.к. в наибольшей степени связаны с выбором каждым школьником содержания образования в зависимости от его интересов, способностей, последующих жизненных планов. Внеурочные курсы компенсируют во многом достаточно ограниченные возможности базовых и профильных курсов в удовлетворении разнообразных образовательных потребностей старшеклассников.

ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ С ЭКОНОМИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ ИЗ ЕДИНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА

2.1 Практическая значимость задач с экономическим содержанием

Согласно концепции долгосрочного социально-экономического развития Российской Федерации, на период до 2030 года, «Стратегическая цель государственной политики в области образования – повышение доступности качественного образования, соответствующего требованиям инновационного развития экономики, современным потребностям общества и каждого гражданина. Одной из задач в области образования является развитие образования, неразрывно связанного с мировой фундаментальной наукой, ориентированного на формирование творческой социально ответственной личности» [3].

Федеральная целевая программа развития образования на 2019-2024 годы утверждает, что «Целью Программы является обеспечение условий для эффективного развития российского образования, направленного на формирование конкурентоспособного человеческого потенциала».

Потребность государства в повышении финансовой грамотности граждан отражена в Стратегии повышения финансовой грамотности в Российской Федерации на 2017-2023гг.: «Целью Стратегии является создание основ для формирования финансово грамотного поведения населения, как необходимого условия повышения уровня и качества жизни граждан, в том числе за счет использования финансовых продуктов и услуг надлежащего качества» [4].

В стандарте среднего (полного) общего образования по математике говорится, что ученик должен знать/понимать математические методы для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.

Интерпретировать результаты, учитывать реальные ограничения. Должен уметь: использовать приобретенные знания и умения в

практической деятельности и повседневной жизни для: описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов.

Для участия в экономической жизни и обеспечения возможности повышения уровня жизни человек должен иметь представление о банковских инструментах и финансовых услугах, иметь доступ и этим услугам и знание о том, как ими пользоваться с наибольшей для себя выгодой.

Однако обучение финансовой грамотности без обучения математической культуре и грамотности не имеет смысла. Для использования финансовых продуктов и услуг человеку необходимо владеть знаниями и умениями в области математики таким, как составление пропорций, чтение и понимание графиков.

Изложенные обстоятельства определяют актуальность вопросов, связанных с повышением экономической грамотности школьников и делают проблему усиления прикладной направленности математики одним из важнейших направлений развития школьного математического образования. Задачей современной школы является подготовка учащихся к успешной социальной и профессиональной адаптации в условиях рыночной экономики, и экономическая грамотность становится одним из основных критериев развития конкурентоспособной личности, приспособленной к самостоятельной жизни.

Прикладная направленность изучения предметов школьного курса стирает границы между предметами и даёт возможность продемонстрировать ученикам целостность окружающего мира и изучаемых предметов, позволяет заинтересовать детей, вызывает более осмысленное, личностно значимое восприятие информации, что в итоге приводит к гармоничному и всестороннему развитию личности [21].

О необходимости усиления прикладной направленности преподавания предметов в школе также говорится в Концепции развития

образования РФ [3]. Кроме того, усиление прикладной направленности обучения старшеклассников согласуется и с психологическими особенностями развития ребёнка. Для учеников старших классов средней школы изучаемые предметы являются необходимой базой для дальнейшего обучения, а также могут помочь в выборе будущей профессии. Старшеклассники обычно сосредотачивают усилия на предметах, изучение которых они продолжают в ВУЗе, либо тех, которые будут иметь практическое применение в его дальнейшей жизни. Поэтому демонстрация практического использования материала, изучаемого на уроках, позволит указать на его важность и улучшить концентрацию учащихся на его восприятии.

Прикладной направленностью изучения математики в школе занимались такие учёные, как Ю. М. Колягин, В. В. Пикан, Г. В. Дорофеев, И. М. Шапиро, Н. А. Терешин и другие. Учебное пособие «Практико-ориентированное обучение математике в школе» М. В. Егуповой содержит анализ определения «прикладная направленность обучения». Автор приводит определение Ю. М. Колягина и В. В. Пикана, которые пишут, что «Прикладная направленность обучения математике состоит в ориентации содержания и методов обучения на применение математики в технике и смежных науках, в профессиональной деятельности, в сельском хозяйстве и в быту» [23].

В свете определения, данного «прикладной направленности» математики, рассмотрим встречающиеся в литературе определения термина «прикладная задача». В педагогической литературе можно найти различные подходы к трактовке данного понятия.

Например, Н. А. Терешин даёт следующее определение прикладной задачи: «задача, поставленная вне математики и решаемая математическими средствами» [17].

Частным случаем прикладной задачи (или задачи с практическим содержанием) являются задачи с экономическим содержанием.

Н. В. Вахрушева в учебном пособии по финансовым вычислениям утверждает, что «В результате решения таких задач у учащихся формируется представления по применению математических знаний в освоении новых понятий, связанных с экономическими задачами определённого вида, повышается уровень вычислительных навыков и алгоритмической культуры, аккуратность и точность в расчетах» [11].

Многие авторы в последние годы стали уделять внимание применению задач с экономическим содержанием для формирования экономической грамотности и воспитания экономической культуры. Например, в статье Логиновой В. В. отмечается тенденция введения экономического образования в базисные планы средней школы, притом, что отсутствуют учебные пособия по экономике, в которых содержатся математические методы анализа экономических моделей. Подчеркивается важность математического аппарата для более успешного внедрения экономического образования в школьную программу, а также необходимость построения прикладного курса, базирующегося на учебных программах по математике, со специально подобранными дидактическими материалами, имеющими экономическое содержание [12].

Итак, экономическая грамотность и экономическое мышление формируются не только при изучении курса экономики, но и на основе других предметов, изучаемых в школе, таких, как история, география, обществознание. Математике отводится особая роль в постижении экономической науки. Это связано с тем, что значительная часть экономических процессов и задач поддается моделированию и анализу с помощью математического аппарата. Изучение экономики с помощью прикладных задач на уроках математики позволит продемонстрировать практическую значимость математики и вместе с тем освоить элементы экономической теории, необходимые ученикам. В настоящее время, когда возрастают требования государства и общества к воспитанию конкурентоспособной личности, умеющей адаптироваться к меняющимся

условиям жизнедеятельности, социально активной и компетентной в трудовой сфере, а слова «кредит», «кредитная карта», «ипотека», «вклад», «банковские проценты» не понаслышке знакомы большинству российских семей, использование задач с экономическим содержанием на уроках математики позволит продемонстрировать учащимся практическую значимость математики и одновременно подготовить их к финансовым задачам, диктуемым жизнью.

Понятия, которые применяются на уроках, посвященных развитию экономической грамотности. Например, *кредит* – это ссуда в денежной или товарной форме, предоставляемая заёмщику на условиях возвратности с уплатой определенного процента.

При погашении кредита *дифференцированными платежами* процент и периодичность обязательных платежей фиксируется (например, ежегодные, ежеквартальные или помесечные платежи), а фиксированный процент начисляется на еще не выплаченную к моменту очередного платежа часть кредита (долга). При схеме с дифференцированными платежами клиент возвращает банку до истечения каждого платёжного периода фиксированную часть суммы кредита S_0/n (где S_0 – сумма кредита, n – число платежей, равное числу платёжных периодов) и проценты от еще не выплаченной на начало этого платёжного периода части кредита.

При погашении кредита *аннуитетными платежами* до истечения очередного платёжного периода банк начисляет процент на оставшуюся сумму долга; после начисления процентов клиент вносит в банк (также до истечения соответствующего платёжного периода) некоторую сумму x – одну и ту же для каждого платежа; сумма долга при этом уменьшается, и на эту уменьшенную на x сумму начисляются проценты до истечения следующего платёжного периода, после чего клиент вносит в банк платеж в размере той же суммы x и так далее до полного погашения [13].

Кроме практической значимости задач с экономическим

содержанием, обучение их решению играет большую роль при подготовке к ЕГЭ. Это обусловлено несколькими причинами.

Во-первых, как отмечалось выше, к задачам с экономическим содержанием относятся не только задачи, содержащиеся в задании № 15. Даже первое задание может оказаться задачей прикладной направленности, содержащей проценты.

Во-вторых, для решения задач с экономическим содержанием требуется знание не только процентов, но и многих других разделов алгебры: уравнения, неравенства, системы уравнений, арифметическая и геометрическая прогрессия, производная и её применение, графики функций, интеграл.

Также следует отметить значимость математических задач с экономическим содержанием для мотивирования школьников на изучение экономических приложений математики, формирования у учащихся интереса к профессиям, связанных с финансово - экономической сферой деятельности.

Таким образом, важность обучения старшеклассников решению математических задач с экономическим содержанием не вызывает сомнений.

2.2 Экономическая задача профильного ЕГЭ по математике и её критерии оценивания

За каждым заданием второй части профильного ЕГЭ по математике уже давно закрепились неофициальные названия: так, задание 15 учителя и обучающиеся называют экономической задачей.

Основным источником литературы для подготовки к Единому государственному экзамену является официальный сайт экзамена – Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений» (далее – ФИПИ) [33].

Федеральный институт педагогических измерений занимается

исследованиями в области оценки качества образования и создает контрольные измерительные материалы ЕГЭ и ОГЭ. Сотрудники института занимаются не только «сухой» научной деятельностью, но и на практике помогают выпускникам и учителям, проводя конференции и семинары по вопросам педагогических измерений. Благодаря ФИПИ подготовка к ЕГЭ по всей России становится качественнее.

На данном сайте представлены: основные положения о проведении экзамена, видеоконсультации по подготовке к ЕГЭ, рекомендации по самостоятельной подготовке, а самое главное, представлен открытый банк заданий и открытые варианты контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена.

Структуру и содержание ЕГЭ определяет несколько документов [5, 6, 7]:

1. Кодификаторы содержат список тем по каждому предмету.
2. Спецификации описывают специфику заданий.
3. Демонстрационные варианты показывают пример заданий на экзамене.

В Таблице 2.2.1 представлена спецификация задания № 15.

Таблица 2.2.1 – Спецификация задания № 15

Проверяемые требования (умения)	Проверяемые требования к уровню подготовки	Проверяемые элементы содержания	Уровень сложности задания	Максимальный балл за выполнение задания	Примерное время выполнения задания, изучающий математику на базовом (профильном) уровне
Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	п.6.1 п.6.3 (по кодификатору)	п.1.1 п.2.1.12 (по кодификатору)	П	2	25-30 мин

п.6.1 – анализировать реальные числовые данные, информацию

статистического характера; осуществлять практические расчёты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах.

п.6.3 – решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, нахождение скорости и ускорения.

п.1.1.1 – решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел.

п.1.1.2 – решение задач с использованием свойств степеней и корней, степень с действительным показателем, свойств степени.

п.2.1.12 – применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики; интерпретация результата, учёт реальных ограничений.

Критерий проверки и оценки решений из материалов ФИПИ

Задание № 15 – текстовая задача с экономическим содержанием [33].

Критерии оценивания задания № 15 представлены в Таблице 2.2.2.

Таблица 2.2.2 – Критерии проверки и оценки решения из материалов ФИПИ

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Подробнее: 1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи, но именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию, и т.п. Предъявленный текст должен включать описание того, как построена модель.

Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведен к различным математическим моделям и доведен до верного ответа. По этой причине в критериях оценивания нет жёсткого упоминания какой-

либо конкретной (арифметической, алгебраической, геометрической, функциональной) модели.

2.3 Обзор методической литературы для подготовки к ЕГЭ по математике профильного уровня

В связи с осознанием важности формирования экономической грамотности среди обучающихся, появляется все больше статей, монографий, учебных пособий, сайтов и видеокурсов посвященных этой проблеме. И часть из них направлены на формирование экономической грамотности посредством математики, на анализ и решение задач с экономическим содержанием как средства познакомить школьников с экономикой, привить им навыки обращения с финансами, продемонстрировать практическую значимость математики, подготовить к более успешной адаптации к жизни за пределами школы.

Экономическая задача № 15 – задача из 2 части профильного ЕГЭ по математике. Уровень сложности задания – профильный. Для обучающихся данное задание является трудным для решения.

Нами были проанализированы учебники математики углубленного уровня для 10-11 классов таких авторов, как Мерзляк А. Г. «Алгебра и начала математического анализа. Геометрия»; Мордкович А. Г. «Алгебра и начала математического анализа»; Никольский С. М. «Алгебра и начала математического анализа» [30, 31].

В учебниках данных авторов профильного уровня старшей школы просто нет темы «Проценты», навыки работы с задачами такого типа забываются. Из этого и следует сложность решения для выпускников экономической задачи № 15.

Для эффективной подготовки обучающихся к Единому Государственному экзамену мы рассмотрели подробно некоторые работы и образовательные порталы, имеющие непосредственное отношение к решению задач с экономическим содержанием.

Одним из главных интернет ресурсов для подготовки к ЕГЭ и, в частности, подготовки к решению экономической задачи является сайт ФИПИ. С возможностями и функционалом данного ресурса мы подробно ознакомились в прошлом параграфе [5].

Еще одним популярным интернет ресурсом для подготовки к экзаменам является сайт «РЕШУ ЕГЭ». Дистанционная обучающая система для подготовки к государственным экзаменам «РЕШУ ЕГЭ» и «РЕШУ ОГЭ» создана творческим объединением под руководством Гущина Д. Д., учителя математики, физики и информатики. Каталоги заданий разрабатываются специально для портала «РЕШУ ЕГЭ» и являются интеллектуальной собственностью редакции. Задания для тестов берутся из открытого банка заданий ФИПИ, демонстрационных версий экзаменов, заданий прошедших экзаменов, разработанных Федеральным институтом педагогических измерений, диагностических работы, подготовленных Московским институтом открытого образования. Все используемые в системе задания снабжены ответами и подробными решениями. Освоив данную систему, отпадает необходимость покупать дорогостоящую методическую литературу для подготовки к экзамену, что-то сканировать, перепечатывать, систематизировать по темам и заданиям. На сайте можно готовиться к ЕГЭ и ОГЭ по 14-ти предметам, а так же подготовить детей к ВПР [32].

При наведении курсора на вкладку «Математика» можно выбрать между профильным и базовым уровнями. В левой части страницы – меню сайта. Пройдемся по некоторым пунктам меню:

1. *«Об экзамене».* Здесь представлены аналитические и методические материалы по ЕГЭ прошлых лет, план экзаменационной работы, указано время на выполнение работы, приведена шкала перевода баллов, минимальный порог, указано, что можно взять на экзамен.

2. *«Каталог заданий».* В этом разделе представлен тематический классификатор задачной базы. Вы можете порешать все задания по

интересующим вас темам. Зарегистрированные пользователи получают информацию о количестве заданий, которые они решали, и о том, сколько из них было решено верно.

3. «Ученику». Здесь находятся готовые варианты для самопроверки (обновляются каждый месяц). Есть поле для вставки номера варианта, составленного учителем. Есть поле для поиска задачи по ее номеру. Здесь же как ученик, так и учитель может составить любой тест от стандартного (как на экзамене) до произвольного с любым количеством заданий по любой теме как первой, так и второй части (для профильного уровня).

Таким образом, портал «РЕШУ ЕГЭ» является отличным ресурсом для подготовки и отработки заданий экзамена. Несмотря на некоторые недостатки в работе портала, он окажет большую помощь учителю в его работе, одиннадцатиклассникам и девятиклассникам при подготовке к сдаче ЕГЭ и ОГЭ.

Помимо интернет-ресурсов нами были рассмотрены научные работы преподавателей математики, специализирующихся в данной области. Так Бушнева О. Ф. и Эзиева А. Д. в своей статье «Анализ экономического содержания из открытого банка заданий ЕГЭ» обращают внимание, что, судя по результатам ЕГЭ предыдущих лет, существует проблема подготовки выпускников, связанная с решением экономических задач повышенного уровня сложности. Согласно их предположениям, проблема обусловлена отсутствием достаточного внимания к решению подобных задач в школьной программе, слишком большим объемом информации, из которой трудно выделить необходимую информацию при самостоятельной подготовке к экзамену, отсутствием общей математической культуры [10].

Также в статье проведена классификация задач из открытого банка ФИПИ для выделения их особенностей, нумерации и возможности разделения на различные виды. Такая классификация позволила авторам предложить метод решения для каждого из видов задач. Таким образом,

благодаря классификации, при подготовке к ЕГЭ ученику достаточно научиться верно определять вид задачи и освоить методы решения задач каждого вида.

Согласно классификации Бушневой О. Ф. и Эзиевой А. Д., экономические задачи поделены на три группы [10].

Первая группа задач, её отличительные особенности представлены в Таблице 2.3.1.

Таблица 2.3.1 – Отличительные особенности задачи № 15, 1 группа

№ группы задач	Текст задачи	Отличительные особенности			№ задачи
		S	r	Вопрос задачи	
1	2	3	4	5	6
1	«в июле планируется взять кредит...»	неизвестна, но является целым числом	известен	Найдите наименьшее значение S , при котором каждая из выплат будет больше определенной суммы	1.1.1
				Найдите наибольшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше определенной суммы	1.1.2
				Найдите наибольшее значение S , при котором общая сумма выплат будет меньше определенной суммы	1.1.3
				Найдите наименьшее значение S , при котором общая сумма выплат будет больше определенной суммы	1.1.4
		известна		Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наибольший годовой платеж составит определённую сумму?	1.2.1

Продолжение таблицы 2.3.1

1	2	3	4	5	6
				Чему будет равна общая	1.2.2

				сумма выплат после полного погашения кредита, если наименьший годовой платеж составит определенную сумму?	
				На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит определенную сумму?	1.2.3
			неизвестен	Найдите r , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более, а наименьший – не менее определённой суммы	1.2.4

Вторая группа задач, её отличительные особенности представлены в Таблице 2.3.2.

Таблица 2.3.2 – Отличительные особенности задачи № 15, 2 группа

№ группы задач	Текст задачи	Отличительные особенности			№ задачи
		S	r	Отличительные особенности	
1	2	3	4	5	6
2	«15-го января планируется взять кредит ...»	неизвестна	известен	Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного его погашения равнялась определенной сумме?	2.1.1
			неизвестен	Найдите r	2.1.2
		известна	неизвестен, но является целым числом	Найдите наименьшее значение r , при котором общая сумма выплат будет больше определенной суммы	2.2.1

Продолжение таблицы 2.3.2

1	2	3	4	5	6
				Найдите наименьшее значение r , при котором общая сумма выплат будет больше определенной суммы	2.2.2

Третья группа задач, её отличительные особенности представлены в Таблице 2.3.3.

Таблица 2.3.3 – Отличительные особенности задачи № 15, 3 группа

№ группы задач	Текст задачи	Отличительные особенности			№ задачи
		S	r	Отличительные особенности	
3	«вклад планируется открыть...»	известна, но является целым числом	известен	Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше определенной суммы	3

После классификации задач авторы подробно разбирают решение задачи каждого вида. Рассмотрим для примера решение задачи номер 1.2.1.

Задача № 1.2.1

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 28 млн. рублей на некоторый срок (целое число лет).

Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наибольший годовой платёж составит 9 млн. рублей?

Решение: Авторы не используют в решении составление

математической модели – таблицы, для более наглядного решения задачи. Решение начинается с «перевода» условия задачи на математический язык, вводятся переменные.

Пусть кредит планируется взять на n лет. Долг перед банком (в млн. рублей) по состоянию на июль должен уменьшаться до нуля равномерно:

$$28; \frac{28(n-1)}{n}; \dots; \frac{28 \cdot 2}{n}; \frac{28}{n}; 0.$$

По условия, каждый январь долг возрастает на 25 %, значит, последовательность размеров долга (в млн. рублей) в январе такова:

$$35; \frac{35(n-1)}{n}; \dots; \frac{35 \cdot 2}{n}; \frac{35}{n}.$$

Следовательно, выплаты (в млн. рублей) должны быть следующими:

$$7 + \frac{28}{n}; \frac{7(n-1) + 28}{n}; \dots; \frac{7 \cdot 2 + 28}{n}; \frac{7 + 28}{n}.$$

Получаем, $7 + \frac{28}{n} = 9$, откуда $n = 14$, значит, всего следует выплатить

$$28 + 7 \left(1 + \frac{13}{14} + \dots + \frac{1}{14} \right) = 28 + 7 \cdot \frac{15}{2} = 80,5 \text{ (млн. рублей)}.$$

Ответ: 80,5.

Также в статье [10] подробно разобраны решения задач 1.1.1, 1.2.1, 2.1.1 и задачи № 3. Каждое решение содержит подробные разъяснения.

По нашему мнению, такая классификация и анализ заданий могут быть полезны для подготовки к ЕГЭ, но только для тех обучающихся, которые в полном объеме владеют понятиями простого и сложного процента, арифметической прогрессии, не испытывают затруднений с решением неравенств или нахождение суммы членов арифметической прогрессии, понимают, что такое кредит и банковский вклад. Таким образом, решение экономической задачи представленным способом можно реализовать только в классах с углубленным изучением математики.

Еще одной работой, относящейся непосредственно к теме нашего исследования, является учебное пособие Шестакова С. А. «ЕГЭ 2020.

Математика. Задачи с экономическим содержанием» [24]. Настоящее учебное пособие предназначено для подготовки к ЕГЭ по математике (профильный уровень) и посвящено задачам с экономическим содержанием. Пособие состоит из пяти параграфов, в каждом из которых приводятся необходимые методические рекомендации, примеры решения задач, упражнения и диагностическая работа. Пособие предназначено для учащихся старшей школы, выпускников, учителей математики и может быть использовано в урочной деятельности, при проведении факультативных занятий и курсов внеурочной деятельности, а также для самостоятельного освоения методов решения задач с экономическим содержанием. Издание соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту.

Главы, представленные в учебном пособии:

- задачи на чтение и анализ данных, представленных в виде графиков, диаграмм и таблиц;
- простейшие текстовые задачи на товарно-денежные отношения;
- арифметические текстовые задачи на проценты;
- задачи о кредитовании и банковских процентах;
- задачи на оптимизации производства товаров и услуг (минимизация расходов или максимизация прибыли).

В данном учебном пособии рассматриваются задачи от простейших до задач повышенной сложности. Автор пособия приводит подробное решение каждой задачи и обращает внимание также на ошибки, наиболее часто встречающиеся при решении подобных заданий. После анализа решения типовых заданий в каждой из глав учащимся предлагаются подобные упражнения для самостоятельного решения и диагностическая работа для проверки приобретённых знаний.

Анализ пособия Шестакова С. А. позволил сделать следующие выводы:

1. Задачи первого (данные представлены как графики или таблицы), второго (простейшие текстовые арифметические задачи) и третьего (арифметические текстовые задачи на проценты) разделов требуют от учеников простейших навыков: чтение графиков и таблиц, умение выполнять действия с целыми числами и дробями, умение перевода процентов в десятичные дроби и обратно. Это базовые навыки, которые должны быть развиты на высоком уровне к рубежу старшей школы.

2. Задачи четвертого раздела делятся на две группы:

2.1. Задачи о процентах по банковским вкладам представляют собой типичные задачи на последовательное изменение некоторой величины на определенное число процентов и требуют лишь знания формулы начисления процентов.

2.2. Задачи на проценты по кредитам вызывают наибольшие трудности у обучающихся, несмотря на то, что для их решения требуются знания лишь определенных вычислительных навыков и соблюдения последовательности действий. Такие задачи в свою очередь делятся на две группы: ту, где выплаты производятся равными платежами (аннуитет) и ту, где выплаты не равны между собой (дифференцированные платежи).

3. Для решения задач пятого раздела на оптимизацию необходимо составить математическую модель, так как связи между данными можно описать уравнением или неравенством (линейным либо простейшим нелинейным), найти решение средствами математики и дать ответ в зависимости от вопроса задачи.

В контексте обучения математике был оценен данный метод. В ходе исследования было выявлено, что рассмотренный метод является оптимальным только для решения простейших задач, не требующих составления математической модели. В таких случаях достаточно выполнить элементарные арифметические действия для получения ответа.

Однако, этот способ изучения материала не подходит для более сложных задач, так как простое перечисление формул и примеров решения не приведет к пониманию процесса решения сложных математических задач.

Подготовка к экзамену ЕГЭ также выявила ограничения данного метода обучения: обучающийся может запутаться в решении в условиях ограничения времени и стресса, а также не разобраться в условии задачи и ее типе. Даже при выполнении большого количества задач разных видов с использованием справочных материалов и пособий, процесс обучения может не дать необходимых инструментов для понимания к незнакомым задачам. Поэтому рекомендуется использовать несколько различных методологий при изучении математических задач разной сложности.

Для изучения методики обучения решению экономической задачи мы также обратились к официальному сайту Федерального института педагогических измерений, который занимается оценкой качества образования. На портале представлен банк заданий, включающий задания всех типов. Экономические задания представлено не структурировано, они не разделены по темам и типам. Также отсутствует обучающая направленность, то есть в этой системе задач не представлены объяснения и решения [33].

На официальном сайте [33] доступны методические материалы для членов предметных комиссий и председателей, ответственных за проверку выполнения заданий с развёрнутым ответом экзаменационных работ ЕГЭ в субъектах Российской Федерации. Один из представленных документов включает в себя три экономические задачи, с каждой из которых подробно разбираются в решении. Однако, материалы не содержат объяснения применяемых методических приемов и математических моделей.

Таким образом, ни одно учебное пособие, которое мы проанализировали, не может в полной мере подготовить учеников к успешному решению экономической задачи № 15. Мы предлагаем разработать методику решения экономических задач, обеспечивающую

возможность учащимся эффективно справляться с заданиями в условиях экзаменационной напряженности, включая те задачи, которые изначально могут казаться непривычными или неясными. В связи с тем, что такие задачи требуют не только знаний теории, но и умения применять их на практике, методика будет базироваться на систематическом подходе к разбору задач, включающем в себя ряд этапов. В процессе решения учащиеся смогут определить соответствующие математические модели и данные, а также использовать логический анализ и сравнение для достижения верного результата.

2.4 Курс внеурочной деятельности «Экономические задачи профильного ЕГЭ по математике»

2.4.1 Пояснительная записка внеурочного курса «Экономические задачи профильного ЕГЭ по математике»

В контексте требований нашего государства и общества, важным является воспитание делового, конкурентоспособного человека, способного приспособиться к условиям рыночной экономики и обладающего развитым экономическим мышлением. Данные меры делают необходимым уделять больше внимания изучению основ экономической и финансовой грамотности в школе.

Математические задачи с экономическим содержанием являются одним из наиболее эффективных способов формирования понятий и изучения моделей и методов математики, а также других дисциплин. Тем не менее, данным задач не уделяется достаточно внимания на курсах математики в школе. Как следствие, ученики испытывают трудности при решении экономических задач на экзаменах ЕГЭ. Трудности обусловлены отсутствием практики решения подобных задач, неимением навыков систематического и последовательного анализа задачи, построения необходимой модели решения и непониманием ключевых терминов [8].

Значимость экономических задач в школьном курсе математики обусловлена не только требованиями общества к подготовке молодых людей, но и их будущим успехом на рынке труда. Умение решать экономические задачи является необходимым навыком во многих профессиональных областях, поэтому обучение решению подобных задач должно быть подчеркнутой и важной частью курса математики в школе.

Разработанный нами внеурочный курс «Экономические задачи профильного ЕГЭ по математике» предназначен для обучающихся 10 и 11 классов средней общеобразовательной школы, направлен на формирование у обучающихся общего подхода к решению задач с экономическим содержанием. При предлагаемом нами подходе задача рассматривается как модель какого-либо явления, процесса, ситуации, и её решение требует применения математических знаний, логики, понимания понятий из области экономики для преобразования условий задачи в такую модель, которая позволит получить ответ.

Курс поддерживает изучение основного материала из курса алгебры, предоставляя возможность повторения, систематизации и применения на практике полученных знаний. Кроме того, данный курс по выбору позволяет изучить экономические термины и понятия, сформировать навыки использования полученных в школе знаний в жизни. Результатом правильно построенной системы уроков и заданий является формирование у обучающихся активного мышления, познавательного интереса и умения справляться с посильными трудностями.

В рамках курса рассматриваются основные темы школьного курса математики, которые содержат инструменты для решения экономических задач и могут помочь формированию понятийного аппарата у старшеклассников. Повторению необходимых формул и алгоритмов решения задач с экономическим содержанием.

Курс предусматривает использование лекционно-практической системы, а также дифференцированных, информационных,

интеграционных и личностно-ориентированных технологий. На практических занятиях предусмотрено проведение самостоятельных работ. Для текущего контроля на занятиях для обучающихся разработана серия заданий, часть которых выполняется в классе, а часть дома – самостоятельно. Для оптимизации образовательного процесса при объяснении материала используют компьютерные презентации, которые выступают источниками учебной информации и служат наглядным пособием. Визуальное представление условий к задачам и их решение, обеспечивает эффективное усвоение обучающимися новых знаний и умений.

Критериями эффективности предлагаемой методики обучения старшеклассников решению задач с экономическим содержанием служат: качество овладения обучающимися предметным содержанием курса по выбору и способность применять имеющиеся знания для решения задач.

Цели курса:

- подготовка старшеклассников к итоговой аттестации в форме профильного ЕГЭ по математике;
- формирование общего подхода к решению задач с экономическим содержанием;
- формирование ключевых компетенций: готовность обучающихся использовать усвоенные знания, умения и способы деятельности в реальной жизни для решения практических задач.
- формирование метапредметных навыков, умение решать задачи на стыке наук, воспринимать целостность научных знаний.

Задачи курса:

- усвоить основных экономических понятий, навыков и умений, необходимых в условиях рыночной экономики;
- расширить и углубить представления обучающихся о приемах и методах решения математических задач;

- развить у обучающихся аналитическое логическое мышление при проектировании решения задачи;
- развить способность самостоятельно анализировать и решать задачи по образцу и в незнакомой ситуации;
- изучить математические модели, используемые в экономике;
- сформировать навыки моделирования, как способа решения прикладных задач;
- научить применять алгоритм решения задач с экономическим содержанием.

Программа определяет содержание курса, дает распределение учебных часов по темам курса и определяет последовательность изучения тем. Занятия проводятся 1 раз в неделю, курс рассчитан на 17 часов. Итоги курса подводятся на заключительном занятии в форме контрольной работы и выведения рейтинга.

Во внеурочном курсе «Экономические задачи профильного ЕГЭ по математике» будем применять разработанную нами методику решения задач с экономическим содержанием, также развивать метапредметные результаты математического образования на основе использования электронных таблиц. Внеурочный курс содержит уроки, проводимые в компьютерном классе, на которых путем применения табличного редактора MS Excel обучающиеся будут решать задачи с экономическим содержанием.

Главной целью применения методики является формирование у обучающихся общего подхода к решению математических задач с экономическим содержанием.

Внеурочный курс «Экономические задачи профильного ЕГЭ по математике» разрабатывается нами для профильных классов старшей школы с углубленным изучением математики, такие темы, как проценты (простые и сложные), неравенства, система неравенств, арифметическая и геометрическая прогрессии, производная – усвоены у учеников на высоком

уровне.

Далее следует сосредоточиться на задачах, содержащих в условии много данных, часть из которых может быть лишними или представлено в неявном виде, а их решение производится в несколько действий. Для этого необходимо применять методические приемы осмысленного чтения. Чтобы обучающиеся внимательно прочитали текст задачи и поняли условие, используют приёмы «чтение с остановками» и «ключевые слова».

После выработки навыков осмысленного чтения задачи и умения анализировать текст для выявления всех необходимых данных, можно переходить непосредственно к решению математических задач с экономическим содержанием, с которыми предстоит встретиться на ЕГЭ [19].

Решение любой текстовой задачи происходит по следующей схеме:

1. Условие задачи необходимо «перевести» на математический язык (составление математической модели).
2. Найти решение задачи, используя знание математических формул (работа с составленной моделью).
3. Объяснить полученный для математической модели результат в терминах первоначальной задачи.

Для того, чтобы верно составить математическую модель, ученик должен уметь работать с текстом. Условие задачи номер 15 из ЕГЭ чаще всего представляет собой текст из нескольких строк, содержащий большое количество данных, часть из которых представлена в неявном виде. Поэтому очень важно уметь внимательно читать текст задачи, извлекать, анализировать и критически оценивать полученную из условий задачи информацию.

На данном рисунке 2 представлена разработанная нами схема формирования общего подхода к составлению математической модели для задач с экономическим содержанием, которые могут встретиться в ЕГЭ.

Систематическое выполнение задач по отработанному алгоритму

сформирует единый подход к решению задач с экономическим содержанием, а также довести до автоматизма навыки составления математической модели, что является наиболее сложным этапом решения задачи.

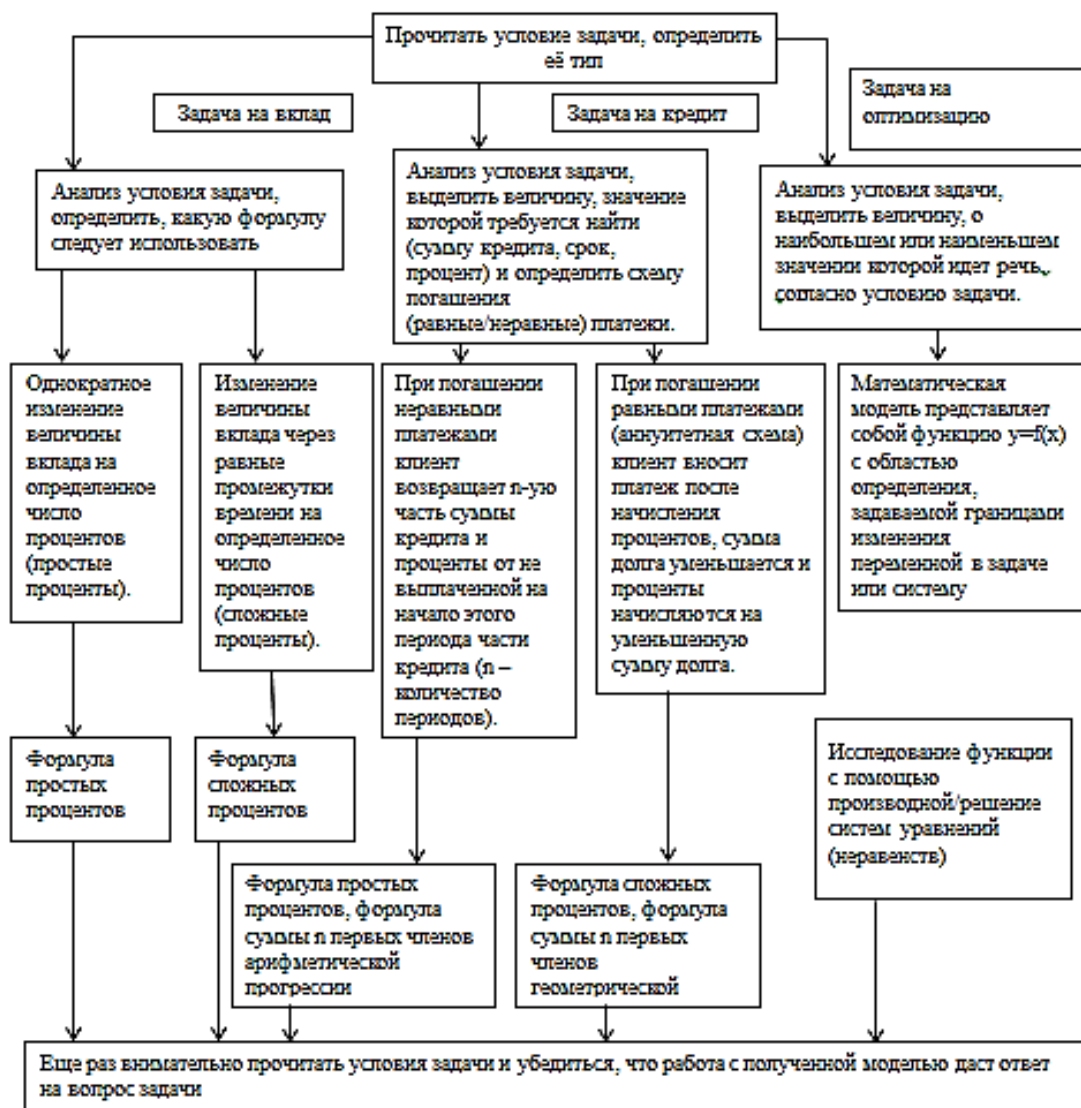


Рисунок 2

2.4.2 Тематическое планирование внеурочного курса

«Экономические задачи профильного ЕГЭ по математике»

Тематическое планирование курса представлено в Таблице 2.4.2.1. В тематическом планировании представлены: разделы курса; темы занятий; количество часов, выделяемых на каждую тему; форма проведения занятий и форма контроля.

Таблица 2.4.2.1 – Тематическое планирование внеурочного курса «Экономические задачи профильного ЕГЭ по математике»

№ п/п	Тема занятия	Количество часов	Форма проведения занятия	Форма контроля
1	2	3	4	5
Раздел 1. Задачи о кредитовании				
1	Кредиты с известными платежами. Решение задач на нахождение количества лет (месяцев) выплаты кредита.	1	Лекция. Практикум по решению задач.	Комбинированная.
2	Кредиты с известными платежами. Решение задач на нахождение суммы кредита (платежа).	1	Лекция. Практикум по решению задач.	Комбинированная.
3	Кредиты с известными платежами. Решение задач на вычисление процентной ставки по кредиту.	1	Лекция. Практикум по решению задач.	Комбинированная.
4	Кредиты с неизвестными платежами. Решение задач на нахождение ежегодного транша.	1	Лекция. Практикум по решению задач.	Комбинированная.
5	Кредиты с равным уменьшением долга. Решение задач на нахождение суммы кредита (платежа).	2	Лекция. Практикум по решению задач.	Комбинированная.
6	Кредиты с равным уменьшением долга. Решение задач на нахождение количества лет (месяцев) выплаты кредита.	1	Лекция. Практикум по решению задач.	Комбинированная.
7	Кредиты с равным уменьшением долга. Решение задач на нахождение процентной ставки за кредит (платеж).	1	Лекция. Практикум по решению задач.	Комбинированная.
8	Кредиты с неравномерным уменьшением долга.	1	Лекция. Практикум по решению задач.	Комбинированная.
Раздел 2. Задачи о вкладах				
9	Решение задач на нахождение суммы вклада.	1	Рассказ. Практикум по решению задач.	Комбинированная.

Продолжение таблицы 2.4.2.1

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
10	Решение задач нахождения срока вклада.	1	Рассказ. Практикум по решению задач.	Комбинированная.
11	Решение задач на нахождение процентной ставки по вкладу.	1	Рассказ. Практикум по решению задач.	Комбинированная.
12	Разные задачи из ЕГЭ	4	Рассказ. Практикум по решению задач.	Комбинированная.
13	Подведение итогов курса	1	Контрольная работа. Беседа.	Комбинированная.
	Итого	17		

2.4.3 Содержание внеурочной курса «Экономические задачи профильного ЕГЭ по математике»

Раздел 1: Задачи о кредитовании.

При решении задач из раздела «Задачи о кредитовании» будем использовать разработанный нами алгоритм составления математической модели по условию задачи.

Алгоритм составления математической модели для задачи на погашения кредита:

1. Проанализировав условие задачи, выделить величину, значение которой требует найти (сумму кредита, срок, процент) и определить схему погашения (равные/неравные) платежи.

2. Если кредит погашается равными платежами, то после начисления процентов на оставшуюся сумму долга вносится сумма платежа: одинаковая в каждом платежном периоде (для аннуитетной схемы) или состоящая из фиксированной части долга и процентов (для дифференцированной схемы погашения).

3. Обозначить буквой коэффициент, на который увеличивается сумма оставшегося долга $(1 + r/100)$, где r – банковский процент по кредиту, и перевести его в десятичную дробь.

Пользуясь нужной формулой, выразить сумму кредита, общую сумму всех выплат, сумму платежа и т.д. в зависимости от вопроса.

Тема 1: Решение задач на нахождение количества лет (месяцев) выплаты кредита.

Задача № 1

1 января 2015 года Александр взял в банке 1,1 млн. рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1 %), затем Александр переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Александр может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 275 тыс. рублей?

Решение:

Пусть S – это сумма кредита, тогда $S = 1,1$ млн рублей. r % – процентная ставка, значит $r = 1$ %. Введем еще одну переменную k – множитель для вычисления процентных начислений: $k = 1 + r/100 = 1,1$. Требуется найти срок кредитования.

Ежемесячные выплаты по кредиту составляют фиксированную сумму 275 тыс. рублей, значит, схема погашения кредита равными платежами (аннуитетная).

Составим математическую модель в виде таблицы (Таблица 2.4.3):

Таблица 2.4.3 – Математическая модель к задаче

№ месяца	Долг на начало месяца, тыс. рублей	Выплата	Долг с начисленными процентами
1	2	3	4
1 января	1100		
1 февраля	1100	$1100 - 275 = 825$	$825 \cdot 1,1 = 907,5$

Продолжение таблицы 2.4.3

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
1 марта	907,5	$907,5 - 275 = 632,5$	$632,5 \cdot 1,1 = 695,75$
1 апреля	695,75	$695,75 - 275 = 420,75$	$420,75 \cdot 1,1 = 462,825$
1 мая	462,825	$462,825 - 275 = 187,825$	$187,825 \cdot 1,1 = 206,6075$
1 июня	206,6075	$206,6075 - 206,6075 = 0$	0

Таким образом, на пятом месяце кредит будет погашен. Значит, минимальное количество месяцев, на которое Александр может взять кредит – 5.

Ответ: 5.

Задания самостоятельной работы:

Задача № 1

Тимофей хочет взять в кредит 1, 1 млн. рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента составляет 10 % годовых. На какое минимальное число лет Тимофей может взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 270 тыс. рублей?

Ответ: 6.

Задача № 2

15 января планируется взять кредит в банке на сумму 1,1 млн. рублей.

Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого следующего месяца долг возрастает на 1 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 30-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга.

На какое минимальное число месяцев возможно взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 137,5 тыс. рублей?

Ответ: 9.

Задача № 3

15 января планируется взять кредит в банке на сумму 1,2 млн. рублей.

Условия его возврата таковы:

- 1-го января каждого года долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
- выплата части долга происходит в январе каждого года равными суммами после начисления процентов.

На какое минимальное число лет возможно взять кредит, чтоб ежегодные выплаты были не более 330 тыс. рублей?

Ответ: 5.

Тема 2: Решение задач на нахождение суммы кредита.

Задача № 1

В июле планируют взять кредит в банке на некоторую сумму.

Условия его возврата таковы:

- в январе каждого года долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга.

Известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами. Каждый из четырех платежей составит 2,592 млн. рублей. Сколько рублей взято в банке?

Решение:

Пусть S – это сумма кредита, $r\%$ – процентная ставка, значит $r = 20\%$. Введем еще одну переменную k – множитель для вычисления процентных начислений.

$$k = 1 + \frac{r}{100} = 1,2.$$

Требуется найти сумму кредита.

Ежемесячные выплаты по кредиту составляют фиксированную

сумму 2,592 млн. рублей, значит, схема погашения кредита равными платежами, то есть график погашения кредита, предполагающий выплату основного долга и процентов по кредиту равными суммами через равные промежутки времени. Таким образом, можно сделать вывод, что схема погашения кредита – аннуитетная.

Составим математическую модель в виде таблицы (Таблица 2.4.4):

Таблица 2.4.4 – Математическая модель к задаче

№ года	Долг на начало месяца с %, млн. рублей	Выплата	Долг с начисленными процентами
0			S
1	$S \cdot 1,2$	2,592	$1,2S - 2,592$
2	$(1,2S - 2,592) \cdot 1,2$	2,592	$(1,2S - 2,592) \cdot 1,2 - 2,592$
3	$((1,2S - 2,592) \cdot 1,2 - 2,592) \cdot 1,2$	2,592	$((1,2S - 2,592) \cdot 1,2 - 2,592) \cdot 1,2 - 2,592$
4	$((((1,2S - 2,592) \cdot 1,2 - 2,592) \cdot 1,2 - 2,592) \cdot 1,2 - 2,592) \cdot 1,2$	2,592	$((((1,2S - 2,592) \cdot 1,2 - 2,592) \cdot 1,2 - 2,592) \cdot 1,2 - 2,592) \cdot 1,2 - 2,592 = 0$

Из условия задачи известно, что всего было 4 выплаты, значит, в последний год кредит будет полностью погашен. Составляем уравнение:

$$\left(((1,2 - 2,592)1,2 - 2,592)1,2 - 2,592 \right) 1,2 - 2,592 = 0,$$

$$1,2^4 \cdot S - 2,592 \cdot 1,2^3 - 2,592 \cdot 1,2^2 - 2,592 \cdot 1,2 - 2,592 = 0,$$

$$1,2^4 \cdot S - 2,592(1,2^3 + 1,2^2 + 1,2 + 1) = 0,$$

$$1,2^4 \cdot S = 2,592(1,2^3 + 1,2^2 + 1,2 + 1),$$

$$1,2^4 \cdot S = 2,592 \cdot 5,368,$$

$$S = 6,71.$$

Ответ: 6,71 млн. рублей.

Задания самостоятельной работы:

Задача № 1

В декабре 2017 г. Полина взяла кредит в банке под 10 % годовых. Схема выплаты кредита такова: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, затем Полина переводит в банк определенную сумму ежегодного платежа. Она знает, что ежегодно сможет выплачивать за кредит 1 000 000 р. Каким наибольшим целым

числом миллионов рублей может выражаться сумма кредита, чтобы Полина выплатила долг тремя равными ежегодными платежами (сумма последнего платежа может быть меньше 1 000 000 р.)?

Ответ: 2 000 000 рублей.

Задача № 2

В июле планируют взять кредит в банке на некоторую сумму.

Условия его возврата таковы:

- в январе каждого года долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга, равную 2,16 млн. рублей.

Сколько миллионов рублей было взято в банке, если известно, что кредит был полностью погашен тремя равными платежами (т.е. за 3 года)?

Ответ: 4 550 000 рублей.

Задача № 3

В июле 2018 г. взяли кредит в банке.

Условия его возврата таковы:

- в январе каждого года долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей необходимо взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами и банку будет выплачено 311 040 рублей.

Ответ: 201 300 рублей.

Тема 3: Решение задач на нахождение процентной ставки платежа.

Задача № 1

В июле 2016 года взяли кредит в размере 4,2 млн. рублей.

Условия его возврата таковы:

- в январе каждого года долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;
- в июле 2017, 2018 и 2019 гг. долг остаётся равным 4,2 млн. рублей;
- суммы выплат в 2020 и 2021 гг. равны.

Найдите r , если долг выплачен полностью и общие выплаты составили 6,1 млн. рублей.

Решение:

Пусть ежегодно долг увеличивается в k раз, где $k = 1 + r/100$. Так как первые три года остаток долга остается неизменным и равным сумме кредита в 4,2 млн. рублей, то и платежи в первые три года будут одинаковыми, обозначим одну такую выплату по $x = 4,2 \cdot k - 4,2$ млн. рублей.

По условию задачи, выплаты в последние два года являются равными платежами, обозначим данные выплаты за y млн. рублей. Тогда $y = (4,2 \cdot k - y)k$, откуда

$$y = \frac{4,2 \cdot k^2}{1 + k}.$$

Составим математическую модель начисления процентов, ежегодных платежей и остатков долга в виде таблицы (Таблица 2.4.5):

Таблица 2.4.5 – Математическая модель к задаче

Год	Долг на начало месяца, в млн. рублей	Выплата	Долг на конец года, в млн. рублей
2017	$4,2 \cdot k$	x	4,2
2018	$4,2 \cdot k$	x	4,2
2019	$4,2 \cdot k$	x	4,2
2020	$4,2 \cdot k$	y	$4,2 \cdot k - y$
2021	$(4,2 \cdot k - y) \cdot k$	y	$(4,2 \cdot k - y) \cdot k - y = 0$

По условию задачи, общие выплаты составили 6,1 млн. рублей, то есть 3 выплаты по x млн. рублей и 2 выплаты по y млн. рублей, откуда

имеем:

$$3(4,2 \cdot k - 4,2) + 2 \cdot \frac{4,2 \cdot k^2}{1 + k} = 6,1,$$

$$3(42 \cdot k - 42) + \frac{84 \cdot k^2}{1 + k} = 61,$$

$$\frac{84 \cdot k^2}{1 + k} = 187 - 126 \cdot k,$$

$$210 \cdot k^2 - 61 \cdot k - 187 = 0,$$

$$(10 \cdot k - 11) \cdot (21 \cdot k + 17) = 0$$

При решении квадратного уравнения учтем, что $k > 0$, тогда уравнение имеет подходящий нам один корень уравнения $k = 1,1$.

Так как, множитель для вычисления процентных начислений $k = 1 + r/100$, следовательно, $r = 10$.

Ответ: 10.

Задания самостоятельной работы:

Задача № 1

15 января планируется взять кредит в банке.

Условия его возврата таковы:

- 1 января каждого года долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего года;
- выплата части долга происходит в январе каждого года равными суммами после начисления процентов.

Если каждый год переводить в банк по 2 073 600 р., то кредит можно выплатить за 4 года. Если переводить по 3 513 600 р., то кредит можно выплатить за 2 года. Найдите r .

Ответ: 20.

Задача № 2

31 декабря 2014 года Олег взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита такова: 31 декабря каждого следующего месяца банк начисляет проценты на

оставшуюся сумму долга, затем Олег переводит очередной транш. Если каждый год он будет платить по 328 050 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если он будет платить по 587 250 рублей, то выплатит за 2 года.

Найдите r .

Ответ: 3.

Задача № 3

В августе 2020 года взяли кредит. Условия возврата таковы:

- в январе каждого года долг увеличивается на r %;
- с февраля по июль необходимо выплатить часть долга.

Кредит можно выплатить за четыре года равными платежами по 777 600 рублей, или за два года равными платежами по 1 317 600 рублей.

Найдите r .

Ответ: 20.

Тема 4: Кредиты с неизвестными платежами. Решение задач на нахождение ежегодного транша.

Задача № 1:

В июле планируется взять кредит на сумму 8 052 000 рублей.

Условия его возврата таковы:

- в январе каждого года долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен четырьмя равными платежами (т.е. за 4 года)?

Решение:

Пусть S – это сумма кредита, $S = 8\,052$ тыс. рублей, r % - процентная ставка, значит $r = 20$ %. Введем еще одну переменную k – множитель для вычисления процентных начислений, $k = 1 + r/100 = 1,2$.

Всего для погашения кредита отведено 4 года и ежегодные выплаты по кредиту составляют фиксированную равную сумму, обозначим её за x

тыс. рублей.

Составим математическую модель по условию задачи с учетом введенных нами обозначений (Таблица 2.4.6):

Таблица 2.4.6 – Математическая модель к задаче

№ года	Долг на начало месяца, в млн. рублей	Выплата	Долг на конец года, в млн. рублей
1	$1,2 \cdot s$	x	$1,2 \cdot s - x$
2	$1,2(1,2 \cdot s - x)$	x	$1,2(1,2 \cdot s - x) - x$
3	$1,2(1,2(1,2 \cdot s - x) - x)$	x	$1,2(1,2(1,2 \cdot s - x) - x) - x$
4	$1,2(1,2(1,2(1,2 \cdot s - x) - x) - x)$	x	$1,2(1,2(1,2(1,2 \cdot s - x) - x) - x) - x = 0$

Так как за 4 года долг банку будет полностью погашен, получаем ключевое уравнение для решения задачи:

$$1,2(1,2(1,2(1,2 \cdot s - x) - x) - x) - x = 0.$$

Раскрыв скобки в левой части уравнения, выразим x :

$$1,2^4 \cdot s - 1,2^3 \cdot x - 1,2^2 \cdot x - 1,2 \cdot x - x = 0,$$

$$1,2^4 \cdot s = (1,2^3 + 1,2^2 + 1,2 + 1) x,$$

$$2,0736 \cdot s = 5,368 \cdot x.$$

Так как $s = 8\,052$ тыс. рублей, то $x = 3\,110\,400$.

Итак, чтобы кредит был полностью погашен за 4 года, нужно ежегодно платить по 3 110 400 рублей.

Ответ: 3 110 400 рублей.

Задания самостоятельной работы:

Задача № 1

31 декабря 2013 года г. Сергей взял в банке 9 930 000 рублей в кредит под 10 % годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е. увеличивает долг на 10 %), затем Сергей переводит в банк определенную сумму ежегодного платежа. Какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы Сергей выплатил долг тремя равными ежегодными платежами.

Ответ: 3 993 000 рублей.

Задача № 2

Светлана Михайловна взяла кредит в банке на 4 года на сумму 4 420 000 рублей. Условия возврата кредита таковы: в конце каждого года банк увеличивает текущую сумму долга на 10 %. Светлана Михайловна хочет выплатить весь долг двумя равными платежами – в конце второго и четвертого годов. При этом платежи в каждом случае выплачиваются после начисления процентов. Сколько рублей составит каждый из этих платежей?

Ответ: 2 928 200 рублей.

Задача № 3

В июне 2023 года Валерий Анатольевич планирует взять кредит на сумму 709 800 рублей на 4 года (последняя выплата запланирована в 2027 году).

Условия его возврата таковы:

- в январе 2024 и 2025 годов долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2026 и 2027 годов долг увеличивается на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по апрель необходимо выплатить часть долга (одну и ту же сумму каждый год);
- к маю 2027 года долг должен быть полностью погашен.

Определите размер ежегодной годовой выплаты в рублях.

Ответ: 208 800 рублей.

Тема 5: Кредиты с равным уменьшением долга. Решение задач на нахождение суммы кредита (платежа).

Задача № 1

15 декабря планируется взять кредит в банке на S тысяч рублей на 68 месяцев.

Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1,5 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа последние три месяца долг должен уменьшаться на 300 тысяч рублей, все остальные месяцы долг должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на a тысяч рублей.

Найдите S , если всего было выплачено банку 3748 тысяч рублей?

Решение:

Пусть S – это сумма кредита, r % - процентная ставка, значит $r = 1,5$ %. Введем еще одну переменную k – множитель для вычисления процентных начислений, тогда $k = 1 + r/100 = 1,015$. Срок выплаты кредита 68 месяцев. Требуется найти сумму кредита.

Ежемесячные выплаты по кредиту составляют фиксированную сумму a тыс. рублей, а последние 3 месяца выплата должна осуществляться по 300 тыс. рублей, значит, схема погашения кредита первые 65 месяцев равными платежами (аннуитетная).

Составим математическую модель в виде таблицы (Таблица 2.4.7):

Таблица 2.4.7 – Математическая модель к задаче

№ месяца	Долг на начало месяца	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
1	s	$k \cdot s$	$(k \cdot s) - (s - a)$	$s - a$
2	$s - a$	$k(s - a)$	$k(s - a) - (s - 2a)$	$s - 2a$
3	$s - 2a$	$k(s - 2a)$	$k(s - 2a) - (s - 3a)$	$s - 3a$
...
65	$s - 64a$	$k(s - 64a)$	$k(s - 64a) - (s - 65a)$	$s - 65a = 900$
66	$s - 65a$	$k(s - 65a)$	$k(s - 65a) - (s - 65a - 300)$	$s - 65a - 300$
67	$s - 65a - 300$	$k(s - 65a - 300)$	$k(s - 65a - 300) - (s - 65a - 600)$	$s - 65a - 600$
68	$s - 65a - 600$	$k(s - 65a - 600)$	$k(s - 65a - 600)$	0

По условию задачи последние три месяца выплата по кредиту должна составлять по 300 тысяч рублей, значит, общий долг перед банком на конец 65 месяца равен 900 тысяч рублей, получаем ключевые для задачи уравнения:

$$s - 65 \cdot a = 900 \text{ и } a = \frac{s - 900}{2}.$$

Согласно таблице, общую сумму выплат можно получить, просуммировав все ячейки столбца «Выплаты». По условию задачи они равны 3748 тыс. рублей. Составляем уравнение:

$$k \left((s + (s - a) + (s - 2 \cdot a) + \dots + (s - 64 \cdot a)) + (s - 65 \cdot a) + (s - 65 \cdot a - 300) + (s - 65 \cdot a - 600) \right) - \left((s - a) + (s - 2 \cdot a) + \dots + (s - 65 \cdot a) + (s - 65 \cdot a - 300) + (s - 65 \cdot a - 600) \right) = 3748.$$

Заметим, что левую часть уравнения можно просуммировать, применяя формулу суммы арифметической прогрессии, упрощаем уравнение:

$$k \left(\frac{s + (s - 64 \cdot a) \cdot 65}{2} + \frac{(s - 65 \cdot a) + (s - 65 \cdot a - 600) \cdot 3}{2} \right) - \left(\frac{(s - a) + (s - 65 \cdot a) \cdot 65}{2} + 2 \cdot (s - 65 \cdot a) - 900 \right) = 3748.$$

Составляем систему уравнений:

$$\begin{cases} 0,975 \cdot s + 33,8 \cdot a = 2821, \\ s - 65 \cdot a = 900, \\ a = \frac{s - 900}{2}. \end{cases}$$

Получаем, что $s = 2200$ тыс. рублей.

Ответ: 2200 тыс. рублей.

Второй урок по теме «Кредиты с равным уменьшением долга. Решение задач на нахождение суммы кредита (платежа)» проводится в компьютерном классе.

Обучающиеся получают навык решения экономической задачи,

рассмотренной на предыдущем уроке, с помощью электронной таблицы Excel. Ход решения задачи, используя электронную таблицу, представлен в Приложении А.

Задания самостоятельной работы:

Задача № 1

15 января планируется взять кредит в банке на 6 месяцев.

Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течении трех последних месяцев кредитования нужно вернуть банку 3,06 млн. рублей. Какую сумму взяли в кредит?

Ответ: 6 000 000 рублей.

Задача № 2

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 25 месяцев.

Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на 2 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- с 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 24-й долг должен быть на 45 тыс. руб. меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 25-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма платежей после полного его погашения составит 1830 тысяч рублей?

Ответ: 1 400 000 рублей.

Задача № 3

15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца.

Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течении второго года кредитования нужно вернуть банку 798,75 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение первого года кредитования?

Ответ: 888 750 рублей.

Тема 6: Кредиты с равным уменьшением долга. Решение задач на нахождение количества лет (месяцев) выплаты кредита.

Задача № 1:

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 16 млн. рублей на некоторый срок (целое число лет).

Условия его возврата таковы:

- в январе каждого года долг возрастает на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет был взят кредит, если известно, что общая сумма выплат после его погашения равнялась 40 млн. рублей?

Решение:

Пусть сумма кредита $S = 16$ млн. рублей, r % – процентная ставка, значит $r = 25$ %. Введем еще одну переменную k – множитель для

вычисления процентных начислений, тогда $k = 1 + r/100 = 1,25$. Общая сумма выплата после погашения равна 40 млн. рублей. Требуется найти срок кредита.

Ежегодные выплаты по кредиту составляют фиксированную равную сумму, значит, схема погашения кредита аннуитетная.

Введем новую переменную x лет, обозначающую количество лет выплаты кредита. В июле долг уменьшается на $16/x$ по сравнению с июлем предыдущего года, а в январе увеличивается в $5/4$ (в 1,25) раза.

Составим математическую модель в виде таблицы (Таблица 2.4.8):

По условию задачи, известна общая сумма выплат после погашения кредита, значит, можно просуммировать крайний столбец таблицы – «Выплаты».

Таблица 2.4.8 – Математическая модель к задаче

Число прошедших лет	Долг на июль, в млн. рублей	Долг на январь, в млн. рублей	Выплата
0	16	20	
1	$\frac{16(x-1)}{x}$	$\frac{20(x-1)}{x}$	$20 - \frac{16(x-1)}{x}$
2	$\frac{16(x-2)}{x}$	$\frac{20(x-2)}{x}$	$\frac{20(x-1)}{x} - \frac{16(x-2)}{x}$
3	$\frac{16(x-3)}{x}$	$\frac{20(x-3)}{x}$	$\frac{20(x-2)}{x} - \frac{16(x-3)}{x}$
...
$x-1$	$\frac{16}{x}$	$\frac{20}{x}$	$\frac{20 \cdot 2}{x} - \frac{16}{x}$
x	0	0	$\frac{20 \cdot 1}{x} - 0$

Тем самым получим ключевое уравнение для решения задачи:

$$\left(20 + \frac{20(x-1)}{x} + \frac{20(x-2)}{x} + \dots + \frac{20}{x} \right) - \left(\frac{16(x-1)}{x} + \frac{16(x-2)}{x} + \dots + \frac{16 \cdot x}{x} + 0 \right) = 40,$$

Заметим, что левую часть уравнения можно просуммировать, применяя формулу суммы арифметической прогрессии, упрощаем уравнение:

$$\frac{20}{x} \cdot \frac{(x+1)x}{2} - \frac{16}{x} \cdot \frac{(x-1)x}{2} = 40,$$

$$10(x+1) - 8(x-1) = 40.$$

Нашли единственный корень уравнения $x = 22$.

Ответ: 11 лет.

Задания самостоятельной работы:

Задача № 1

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 20 млн. рублей на некоторый срок (целое число лет).

Условия его возврата таковы:

- в январе каждого года долг возрастает на 30 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет был взят кредит, если известно, что общая сумма выплат после его погашения равнялась 47 млн. рублей?

Ответ: 8 лет.

Задача № 2

15 декабря планируется взять кредит в банке на 700 тыс. рублей сроком на $(n + 1)$ месяцев.

Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15 числа n -го месяца долг составит 300 тысяч рублей;
- к 15-му числу $(n + 1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите n , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 755 тысяч рублей.

Ответ: 10.

Задача № 3

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 28 млн. рублей на некоторый срок (целое число лет).

Условия его возврата таковы:

- в январе каждого года долг возрастает на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наибольший годовой платеж составит 9 млн. рублей?

Ответ: 80 500 000 рублей.

Тема 7: Кредиты с равным уменьшением долга. Решение задач на нахождение процентной ставки за кредит (платеж).

Задача № 1

15 января планируется взять кредит в банке на 12 месяцев.

Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга:

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 13 % больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r .

Решение:

Пусть сумма кредита S рублей. По условию задачи 15-го числа сумма долга уменьшается на одну и ту же величину. Она уменьшается до нуля за 12 месяцев, следовательно, за каждый месяц она будет уменьшаться на $\frac{S}{12}$. 1-го числа каждого месяца долг увеличивается r %, значит в k раз, где k – множитель для вычисления процентных начислений, тогда $k = 1 + r/100$.

Общая сумма выплата после погашения на 13 % больше, чем сумма взятая в кредит, то есть общая выплата составила $1,13 \cdot S$.

Требуется найти процентную ставку кредита.

Составим математическую модель в виде таблицы (Таблица 2.4.9):

Таблица 2.4.9 – Математическая модель к задаче

№ месяца	Долг на 15-ое число, в рублях	Долг на 1-ое число, в рублях	Выплата
0	s	$s \cdot k$	0
1	$\frac{11 \cdot s}{12}$	$\frac{11 \cdot s \cdot k}{12}$	$s \cdot k - \frac{11 \cdot s}{12}$
2	$\frac{10 \cdot s}{12}$	$\frac{10 \cdot s \cdot k}{12}$	$\frac{11 \cdot s \cdot k}{12} - \frac{10 \cdot s}{12}$
3	$\frac{9 \cdot s}{12}$	$\frac{9 \cdot s \cdot k}{12}$	$\frac{10 \cdot s \cdot k}{12} - \frac{9 \cdot s}{12}$
...
10	$\frac{2 \cdot s}{12}$	$\frac{2 \cdot s \cdot k}{12}$	$\frac{3 \cdot s \cdot k}{12} - \frac{2 \cdot s}{12}$
11	$\frac{s}{12}$	$\frac{s \cdot k}{12}$	$\frac{2 \cdot s \cdot k}{12} - \frac{s}{12}$
12	0	0	$\frac{s \cdot k}{12} - 0$

Общую сумму, выплаченную банку, можно найти, просуммировав крайний столбец «Выплата». Составим уравнение:

$$\left(s \cdot k - \frac{11 \cdot s}{12}\right) + \left(\frac{11 \cdot s \cdot k}{12} - \frac{10 \cdot s}{12}\right) + \dots + \left(\frac{2 \cdot s \cdot k}{12} - \frac{s}{12}\right) + \frac{s \cdot k}{12}.$$

Упростим выражение, получим:

$$\begin{aligned} & \frac{(12 \cdot k - 11) s}{12} + \frac{(11 \cdot k - 10) s}{12} + \dots + \frac{(2 \cdot k - 1) s}{12} + \frac{(k - 0) s}{12} = \\ & = \frac{((12 + 11 + \dots + 2 + 1) \cdot k - (11 + 10 + \dots + 1 + 0)) s}{12} = \\ & = (6,5 \cdot k - 5,5) s. \end{aligned}$$

Общая сумма выплат $(6,5 \cdot k - 5,5)s$ составляет $100 \% + 13 \% = 113 \%$ от суммы кредита, то есть $1,13 \cdot S$.

Решаем уравнение относительно k ($s \neq 0$):

$$(6,5 \cdot k - 5,5) \cdot s = 1,13 \cdot s.$$

Получим, что $k = 1,02$, тогда $r = 2 \%$.

Ответ: 2.

Задания самостоятельной работы:

Задача № 1

15 января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев.

Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r \%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 15% больше, чем сумма, взятая в кредит.

Найдите r .

Ответ: 3.

Задача № 2

15 января планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн. рублей на срок 15 лет.

Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите r , если известно, что наибольший годовой платеж по кредиту составит не более 1,9 млн. рублей, а наименьший – не менее 0,5 млн. рублей.

Ответ: 25.

Задача № 3

В январе 2000 г. ставка по депозитам в некоем банке составила x % годовых, тогда как в январе 2001 г. она составила y % годовых, причем известно, что $x + y = 30$ %. В январе 2000 г. вкладчик открыл счет в этом банке, положив на него некоторую сумму. В январе 2001 г. вкладчик снял со счета 0,2 этой суммы. Укажите значение x , при котором сумма на счете вкладчика в январе 2002 г. станет максимально возможной.

Ответ: 15.

Тема 8: Кредиты с неравным уменьшением долга.

Задача:

15 января планируется взять кредит в банке на 1 млн. рублей на 6 месяцев.

Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на целое число r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей (Таблица 2.4.10):

Таблица 2.4.10 – Условие задачи

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн. рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет составлять менее 1,2 млн. рублей.

Решение:

Пусть сумма кредита $S = 1$ млн. рублей. Срок кредитования 6 месяцев. Пусть k – множитель для вычисления процентных начислений, тогда $k = 1 + r/100$, где $r\%$ – процентная ставка. Схема ежемесячных выплат – дифференцированная. Требуется найти процентную ставку кредитования.

Составим математическую модель в виде таблицы (Таблица 2.4.11). По условиям задачи заполним второй столбец таблицы – суммы долга на 15-ое число каждого месяца. Увеличим на $r\%$, или в k раз, полученные суммы (3 столбец таблицы). Вычислим выплаты каждого месяца (4 столбец).

Таблица 2.4.11 – Математическая модель задачи

№ месяца	Долг на 15-е число, в млн. рублей	Долг в конце месяца, в млн. рублей	Выплата
l	2	3	4
0	1	k	0
1	0,6	$0,6 \cdot k$	$k - 0,6$
2	0,4	$0,4 \cdot k$	$0,6 \cdot k - 0,4$
3	0,3	$0,3 \cdot k$	$0,4 \cdot k - 0,3$
4	0,2	$0,2 \cdot k$	$0,3 \cdot k - 0,2$
5	0,1	$0,1 \cdot k$	$0,2 \cdot k - 0,1$
6	0	0	$0,1 \cdot k$

Тогда, общую сумму выплат можно найти, просуммировав столбец выплат: $(k - 0,6) + (0,6 \cdot k - 0,4) + (0,4 \cdot k - 0,3) + (0,3 \cdot k - 0,2) + (0,2 \cdot k - 0,1) + 0,1 \cdot k = 2,6 \cdot k - 1,6$.

Так как общая сумма выплат должна быть меньше 1,2 млн. рублей,

то составим неравенство:

$$2,6 \cdot k - 1,6 < 1,2,$$
$$k = 1 + \frac{r}{100} < 1 + \frac{1}{13}.$$

Наибольшее значение r , при котором это условие выполняется, равно 7.

Ответ: 7.

Задания самостоятельной работы:

Задача № 1

15 января был выдан полугодовой кредит на развитие бизнеса. В Таблице 2.4.12 представлен график его погашения.

Таблица 2.4.12 – Условие задачи

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в процентах от кредита)	100	90	80	70	60	50	0

В конце каждого месяца, начиная с января, текущий долг увеличивался на 5 %, а выплаты по погашению кредита происходили в первой половине каждого месяца, начиная с февраля. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

Ответ: 22,5.

Задача № 2

В июле 2016 г. взяли кредит в банке на три года в размере s млн. рублей, где s – это целое число.

Условия его возврата таковы:

- в январе каждого года долг увеличивается на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей (Таблица 2.4.13):

Таблица 2.4.13 – Условие задачи

Месяц и год	Июль 2016 г.	Июль 2017 г.	Июль 2018 г.	Июль 2019 г.
Долг (в млн. рублей)	s	$0,7 \cdot s$	$0,4 \cdot s$	0

Найдите наименьшее целое число s , при котором каждая из выплат будет больше 5 млн. рублей.

Ответ: 11.

Задача № 3

В июле 2020 г. планируется взять кредит в банке на некоторую сумму.

Условия его возврата таковы:

– в январе каждого года долг увеличивается на r % по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплачивать одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рублей, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рублей, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r .

Ответ: 10.

Раздел 2: Задачи о вкладах.

При решении задач из раздела «Задачи о вкладах» будем использовать разработанный нами алгоритм составления математической модели по условию задачи. Применение алгоритма решения экономической задачи будет способствовать формированию единого подхода к решению задач такого типа.

Алгоритм составления математической модели для задачи на вклад:

1. Проанализировав условия задачи, выделить величину, значение которой требуется найти (сумму вклада, срок, процент) и

определить схему изменения величины вклада (однократное/последовательное через равные промежутки времени).

2. Если в условии задачи говорится об однократном изменении величины вклада на определенное количество процентов, используется формула начисления простых процентов $(S = S_0 \cdot (r \cdot n/100))$, если о последовательном через равные промежутки времени – формула сложных процентов $(S = S_0 \cdot (1 + r/100)^n)$, где S_0 – начальная сумма вклада, n – количество периодов начисления процентов, r – банковский процент по вкладу начисления.

3. Пользуясь нужной формулой, выразить сумму вклада, сумму после начисления процентов, процент и т.д. в зависимости от вопроса.

Тема 9: Решение задач на сумму вклада.

Задача № 1

Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10 % по сравнению с его размером в начале года, а кроме того, в начале третьего и четвертого годов вклад ежегодно пополняется на 3 млн. рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет меньше 25 млн. рублей.

Решение:

Пусть первоначальный вклад составляет целое число – S млн. рублей. Ежегодно вклад увеличивается на $r = 10\%$. Пусть k – множитель для вычисления процентных начислений, тогда $k = 1 + r/100 = 1,1$.

Составим математическую модель задачи в виде таблицы (Таблица 2.4.14):

Таблица 2.4.14 – Математическая модель задачи

№ года	Вклад в начале года (в млн. рублей)	Вклад в конце года (в млн. рублей)
--------	--	---------------------------------------

1	s	$1,1 \cdot s$
2	$1,1 \cdot s$	$1,1^2 \cdot s$
3	$1,1^2 \cdot s + 3$	$1,1 (1,1^2 \cdot s + 3)$
4	$1,1 (1,1^2 \cdot s + 3) + 3$	$1,1 (1,1 (1,1^2 \cdot s + 3) + 3)$

Так как вклад после 4 лет должен быть меньше 25 млн. рублей, то должно выполняться неравенство:

$$1,1 (1,1 (1,1^2 \cdot s + 3) + 3) < 25,$$

$$1,4641 \cdot s < 18,07.$$

Так как s – целое число, для $s = 12$ неравенство выполняется, так как $17,5692 < 18,07$, а для $s = 13$ – не выполняется, так как $19,0333 > 18,07$. Следовательно, наибольший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет меньше 25 млн. рублей, составит 12 млн. рублей.

Ответ: 12 000 000.

Задания самостоятельной работы:

Задача № 1

Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10 % по сравнению с его размером в начале года, а кроме того, в начале третьего и четвертого годов вклад ежегодно пополняется на 2 млн. рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет меньше 15 млн. рублей.

Ответ: 7 000 000.

Задача № 2

По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект целое число миллионов рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств, вкладчика на 20 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 20 млн. рублей в первый и второй год, а также по 10 млн. рублей в третий

и четвертый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором они за два года станут больше 125 млн. рублей, а за четыре года станут больше 200 млн. рублей.

Ответ: 57 000 000 рублей.

Задача № 3

В банк помещена сумма 3900 тысяч рублей по 50 % годовых. В конце каждого из первых четырех лет хранения после начисления процентов вкладчик дополнительно вносил на счёт одну и ту же фиксированную сумму. К концу пятого года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 725 %. Какую сумму вкладчик ежегодно добавлял ко вкладу?

Ответ: 210 000 рублей.

Тема 10: Решение задач на нахождение срока вклада.

Задача № 1

1 апреля 2019 г. Андрей Петрович положил 10 000 рублей на банковский вклад сроком на 1 год с ежемесячным начислением процентов и капитализацией под 21 % годовых. Это означает, что первого числа каждого месяца сумма вклада увеличивается на одно и то же количество процентов, рассчитанное таким образом, что за 12 месяцев она увеличится ровно на 21 %. Через сколько месяцев сумма вклада впервые превысит 11 000 рублей?

Решение:

Вклад в размере $S = 10\,000$ рублей, срок вклада – 1 год (12 месяцев). Пусть каждый месяц сумма вклада увеличивается на r % или в k раз, где $k = 1 + r/100$. Тогда через 12 месяцев сумма вклада будет равна $10\,000 \cdot k^{12}$.

Капитализация банковского вклада за год будет составлять 21 %, значит справедливо равенство:

$$10\,000 \cdot k^{12} = 10\,000 \left(1 + \frac{21}{100}\right),$$

откуда $k^{12} = 1,21$.

Составим математическую модель задачи в виде неравенства. Так как требуется найти наименьшее целое число n , при котором сумма вклада впервые превысит 11 000, тогда будет справедливо неравенство

$$10\,000 \cdot k^n > 11\,000,$$

$$k^n > 1,1,$$

$$n > 6.$$

Наименьшим целым решением полученного неравенства является $n = 7$.

Ответ: 7.

Задания самостоятельной работы:

Задача № 1

Вкладчик разместил в банке 32 тысячи рублей. Несколько лет он получал то 5 %, то 10 % годовых, а за последний год получил 25 % годовых. При этом проценты начислялись в конце каждого года и добавлялись

к сумме вклада. В результате его вклад стал равным 53 361 рублю. Сколько лет пролежал вклад?

Ответ: 5.

Задача № 2

Павел положил 1 миллион рублей на счет в банк на некоторое количество лет. В конце каждого года его вклад увеличивается на 15 %. Потом Павел переложил все деньги в другой банк. Во втором банке вклад увеличивался на 20 % в конце каждого года. Через несколько лет вклад Павла составил 2 285 280 рублей. Сколько лет вклад Павла хранился во втором банке?

Ответ: 3.

Задача № 3

Алексей приобрёл ценную бумагу за 8 000 рублей. Цена бумаги каждый год возрастает на 1 000 рублей. В любой момент Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счет.

Каждый год сумма на счету будет увеличиваться на 8 %. В течение, какого года после покупки Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через двадцать пять лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счете была наибольшей?

Ответ: 6.

Тема 11: Решение задач на нахождение процентной ставки.

Задача № 1

По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 20 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» – увеличить эту сумму на 10 % в первый год и на одинаковое целое число n процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение n , при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

Решение:

Пусть первоначальная сумма вклада в банк «А» и в банк «Б» – S рублей. Процентная ставка в первый банк постоянна и равна 20 %, значит k – множитель для вычисления процентных начислений равен 1,2.

Процентная ставка для банка «Б» в первый год равна 10 %, значит $k = 1,1$, а во второй и третий n %.

Составим математическую модель задачи в виде таблицы (Таблица 2.4.15):

Таблица 2.4.15 – Математическая модель задачи

№ года	Сумма вклада «А» с учетом процентов	Сумма вклада «Б» с учетом процентов
0	S	S
1	$1,2 \cdot S$	$1,1 \cdot S$
2	$1,2^2 \cdot S$	$\left(1 + \frac{n}{100}\right) 1,1 \cdot S$
3	$1,2^3 \cdot S$	$\left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 1,1 \cdot S$

Чтобы выполнялось условие задачи (вклад «Б» должен остаться более выгодным, чем вклад «А»), необходимо выполнение условия:

$$\left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 1,1 \cdot S - 1,2^3 \cdot S > 0,$$

$$\left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 > \frac{1,2^3}{1,1},$$

$$\left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 > \frac{432}{275},$$

$$\left(1 + \frac{n}{100}\right)^2 > 1,57.$$

Подберем такое значение n , при котором неравенство будет верным. Так как $1,26^2 > 1,57$ ($1,26^2 = 1,5876$), то

$$1 + \frac{n}{100} = 1,26,$$

следовательно, $n = 26$. Стоит заметить, что при $n = 25$,

$$1 + \frac{25}{100} = 1,25^2 = 1,5625.$$

Такое значение не удовлетворяет условию, как и все остальные значения, меньшие 26. Таким образом, наименьшее целое $n = 26$.

Ответ: 26.

Задания самостоятельной работы:

Задача № 1

По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» – увеличивать эту сумму на 5 % в первый год и на одинаковое целое число n процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение n , при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

Ответ: 13.

Задача № 2

1 апреля 2017 г. Андрей Петрович положил 10 000 рублей на банковский вклад сроком на 1 год с ежемесячным начислением процентов и капитализацией под a % годовых. Это означает, что первого числа каждого месяца сумма вклада увеличивается на одно и то же количество

процентов, рассчитанное таким образом, что за 12 месяцев она увеличится ровно на a %. Через 6 месяцев сумма вклада составила 10 500 рублей. Найдите a .

Ответ: 10,25.

Задача № 3

Вкладчик внёс некоторую сумму в Сбербанк под определённый процент годовых. Через год он взял половину получившейся суммы и переложил её в коммерческий банк, процент годовых которого в 32 раза выше, чем в Сбербанке. Ещё через год сумма вкладчика в коммерческом банке превысила вложенную туда первоначальную сумму на 4 %. Каков процент годовых в Сбербанке?

Ответ: 0,125.

Тема 12: Разные задачи из ЕГЭ.

Задача № 1

В двух шахтах добывают алюминий и никель. На первой шахте имеется 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 1 кг алюминия или 2 кг никеля. На второй шахте имеется 100 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 2 кг алюминия или 1 кг никеля. Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 2 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

Решение:

Пусть в первой шахте один рабочий затрачивает на изготовление алюминия x часов, а во второй шахте y часов. Так как на первом заводе по добыче металлов 20 работников, каждый из которых трудится по 5 часов, то всего часов на изготовления металлов – 100. Значит, число часов на

изготовление никеля для первой шахты $(100 - x)$. На второй шахте всего 100 работников, каждый из которых также готов работать по 5 часов, значит, рабочие часы второй шахты равны 500.

Математическая модель задачи представлена в Таблице 2.4.16.

Таблица 2.4.16 – Математическая модель задачи

	Алюминий		Никель	
	Количество часов	Количество металла за смену, в кг	Количество часов	Количество металла за смену, в кг
Шахта 1	x	x	$100 - x$	$2(100 - x)$
Шахта 2	y	$2 \cdot y$	$500 - y$	$500 - y$
Всего		$x + 2 \cdot y$		$700 - 2 \cdot x - y$

По условию задачи, для создания сплава алюминия необходимо добавить вдвое больше никеля, тогда справедливо уравнение:

$$x + 2 \cdot y = 2(700 - 2 \cdot x - y),$$

$$5 \cdot x = 1400 - 4 \cdot y,$$

$$x = 280 - 0,8 \cdot y.$$

Пусть a – масса сплава. По условию задачи она должна быть втрое больше массы добытого никеля, то есть $a = 3(700 - 2 \cdot x - y)$.

Найдем наибольшее возможное значение этого выражения, подставив в него вместо x равенство $x = 280 - 0,8 \cdot y$.

$$a = 3(700 - 2(280 - 0,8 \cdot y) - y) = 3(140 + 0,6 \cdot y).$$

Наибольшему возможному значению a соответствует наибольшее значение y . Из уравнения $(x = 280 - 0,8 \cdot y)$ следует, что наибольшее значение y равно 350 (в силу неотрицательности значения x), при этом $x = 0$.

$$\text{Значит, масса сплава равна: } a = 3(140 + 0,6 \cdot 350) = 1050.$$

Это значит, что 350 часов во второй шахте должны быть затрачены для добычи алюминия, а оставшиеся 150 часов во второй шахте и все 100 часов в первой шахте должны быть затрачены для добычи никеля. При этом будет добыто 700 кг алюминия и 350 кг никеля, а масса сплава будет равна 1050 кг.

Ответ: 1050 кг.

Задания самостоятельной работы:

Задача № 1

У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свеклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 400 ц/га, а на втором – 300 ц/га. Урожайность свеклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором – 400 ц/га. Фермер может продавать картофель по цене 10 000 рублей за центнер, а свеклу – по цене 11 000 рублей за центнер.

Какой наибольший доход (в млн. рублей) может получить фермер?

Ответ: 84.

Задача № 2

Один из цехов фабрики, производящей пищевые полуфабрикаты, выпускает вареники со следующими видами начинки: картофельная и грибная. В Таблице 2.4.17 приведены себестоимость и отпускная цена, а также производственные возможности фабрики по каждому виду продукта при полной загрузке всех мощностей только данным видом продукта.

Таблица 2.4.17 – Математическая модель задачи

Вид начинки	Себестоимость (за 1 тонну)	Отпускная цена (за 1 тонну)	Производственные возможности (тонн в месяц)
Картофель	88 тыс. рублей	138 тыс. рублей	110
Грибы	92 тыс. рублей	154 тыс. рублей	80

Для выполнения условий ассортимента, которые предъявляются торговыми сетями, продукции каждого вида должно быть выпущено не менее 44 тонн. Предполагая, что вся продукция цеха находит спрос (реализуется без остатка), найдите максимально возможную прибыль (в млн. рублей), которую может получить фабрика от производства вареников за 1 месяц.

Ответ: 5,203.

Задача № 3

В двух шахтах добывают алюминий и никель. В первой шахте имеется 100 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 1 кг алюминия или 3 кг никеля. Во второй шахте имеется 300 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 3 кг алюминия или 1 кг никеля.

Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 2 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава.

Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

Ответ: 5400.

Тема 12: Разные задачи из ЕГЭ.

Задача №1

В одной стране в обращении находилось 1 000 000 долларов, 20 % из которых были фальшивыми. Некая криминальная структура стала ввозить в страну по 100 000 долларов в месяц, 10 % из которых были фальшивыми. В это же время другая структура стала вывозить из страны 50 000 долларов ежемесячно, из которых 30 % оказались фальшивыми. Через сколько месяцев содержание фальшивых долларов в стране составит 5 % от общего количества долларов?

Решение:

По условию задачи всего в стране находилось 200 000 фальшивых долларов и 800 000 настоящих. Каждый месяц некая криминальная структура стала ввозить в страну 10 000 фальшивых долларов и 90 000 настоящих. В это же время другая страна вывозит 15 000 фальшивых долларов и 35 000 настоящих долларов.

Составим математическую модель задачи в виде таблицы (Таблица 2.4.19):

Таблица 2.4.19 – Математическая модель задачи

	1-й месяц (с учетом ввоза)	1-й месяц (с учетом ввоза и вывоза)
Настоящие доллары	$800\ 000 + 90\ 000 = 890\ 000$	$890\ 000 - 35\ 000 = 855\ 000$
Фальшивые доллары	$200\ 000 + 10\ 000 = 210\ 000$	$210\ 000 - 15\ 000 = 195\ 000$

То есть в итоге в стране появляется $855\ 000 - 800\ 000 = 55\ 000$ дополнительных настоящих долларов и количество фальшивых уменьшается на $200\ 000 - 195\ 000 = 5\ 000$ долларов.

Через n месяцев в стране станет $800\ 000 + 55\ 000 \cdot n$ настоящих долларов, $200\ 000 - 5\ 000 \cdot n$ фальшивых долларов. Таким образом, всего долларов $1\ 000\ 000 + 50\ 000 \cdot n$.

В задаче требуется найти количество месяцев, после которых фальшивых долларов в стране стане 5 %. Таким образом, должно выполняться равенство:

$$200\ 000 - 5\ 000 \cdot n = 0,05(1\ 000\ 000 + 50\ 000 \cdot n),$$

$$n = 20.$$

Ответ: 20.

Третий урок по теме «Разные задачи ЕГЭ» будет проходить в компьютерном классе. Обучающиеся получают навык решения экономической задачи, рассмотренной на предыдущем уроке, с помощью электронной таблицы Excel. Ход решения задачи, используя электронную таблицу, представлен в Приложении Б.

Задания самостоятельной работы:

Задача № 1

В одной стране в обращении находилось 1 000 000 долларов, 30 % из которых были фальшивыми. Некая криминальная структура стала ввозить в страну по 100 000 долларов в месяц, 20 % из которых были фальшивыми.

В это же время другая структура стала вывозить из страны 50 000 долларов ежемесячно, из которых 30 % оказались фальшивыми. Через сколько месяцев содержание фальшивых долларов в стране составит менее 10 % от общего количества долларов?

Ответ: 16.

Задача № 2

Банк планирует вложить на 1 год 30 % имеющихся у него средств клиентов в акции золотодобывающего комбината, а остальные 70 % – в строительство торгового комплекса. В зависимости от обстоятельств первый проект может принести банку прибыль в размере от 32 % до 37 % годовых, а второй проект – от 22 % до 27 % годовых. В конце года банк обязан вернуть деньги клиентам и выплатить им проценты по заранее установленной ставке, уровень которой должен находиться в пределах от 10 % до 20 % годовых. Определите, какую наименьшую и наибольшую чистую прибыль в процентах годовых от суммарных вложений в покупку акций и строительство торгового комплекса может при этом получить банк.

Ответ: 5 %, 20 %.

Задача № 3:

Семья Ивановых ежемесячно вносит плату за коммунальные услуги, телефон и электричество. Если бы коммунальные услуги подорожали на 50 %, то общая сумма платежа увеличилась бы на 35 %. Если бы электричество подорожало на 50 %, то общая сумма платежа увеличилась бы на 10 %. Какой процент от общей суммы платежа приходится на телефон?

Ответ: 10 %.

Тема 12: Разные задачи из ЕГЭ.

Задача № 1

Григорий является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $3t$ единиц товара, а если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $4t$ единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов) Григорий платит рабочему 500 рублей. Григорий готов выделять 5 000 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

Решение:

Пусть на заводе, расположенном в первом городе, рабочие трудятся x^2 часов, а на заводе, расположенном во втором городе – y^2 часов.

Составим математическую модель задачи в виде таблицы (Таблица 2.4.20):

Таблица 2.4.20 – Математическая модель задачи

Завод	Количество часов в неделю	Количество товаров	Оплата труда, в тыс. рублей
1	x^2	$3 \cdot x$	$500 \cdot x^2$
2	y^2	$4 \cdot y$	$500 \cdot y^2$
Сумма		$3 \cdot x + 4 \cdot y$	$500(x^2 + y^2)$

Так как Григорий готов выделить 5 000 000 рублей для оплаты труда работникам, то справедливо равенство $500 \cdot (x^2 + y^2) = 5\,000\,000$, то есть $x^2 + y^2 = 10\,000$.

По условию задачи требуется найти наибольшее количество товаров. Исходя из таблицы количество товаров равно $a = 3 \cdot x + 4 \cdot y$. Найдем наибольшее возможное значение выражения данного выражения. Для этого выразим переменную y , значит,

$$y = \frac{1}{4}(a - 3 \cdot x),$$

и подставим в уравнение $x^2 + y^2 = 10\,000$.

$$x^2 + \left(\frac{1}{4}(a - 3 \cdot x)\right)^2 = 10\,000,$$

$$25 \cdot x^2 - (6 \cdot a)x + (a^2 - 160\,000) = 10\,000.$$

Полученное уравнение имеет решения, если неотрицателен дискриминант:

$$D = 36 \cdot a^2 - 100(a^2 - 160\,000) \geq 0,$$

$$D = -64 \cdot a^2 + 16\,000\,000 \geq 0.$$

Из данного неравенства следует, что значение a может принимать значения

$$-500 \leq a \leq 500.$$

Тем самым, наибольшее возможное значение $a = 3 \cdot x + 4 \cdot y = 500$.

Ответ: 500 единиц товара.

Задания самостоятельной работы:

Задача № 1

Леонид является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые приборы, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование.

В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно $4t^3$ часов в неделю, то за эту неделю они производят t приборов; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^3 часов в неделю, они производят t приборов.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Леонид платит рабочему 1 тысячу рублей. Необходимо, чтобы за неделю суммарно производилось 20 приборов. Какую наименьшую сумму придется тратить владельцу заводов еженедельно на оплату труда рабочих?

Ответ: 3 569 000 рублей.

Задача № 2

Владимир является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $2t$ единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $5t$ единиц товара.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Владимир платит рабочему 500 рублей. Владимиру нужно каждую неделю производить 580 единиц товара.

Какую наименьшую сумму придется тратить еженедельно на оплату труда рабочих?

Ответ: 5 800 000.

Тема 15: Подведение итогов курса. Контрольная работа.

Вариант – 1

15-го января планируется взять кредит в банке на 18 месяцев.

Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

Ответ: 119 %.

Вариант – 2

5 января 2020 года Андрей планирует открыть вклад на сумму

3 миллиона рублей. Первые три года 2 января банк будет начислять 10 % на сумму вклада, а в последующие годы банк будет начислять 5 % на сумму вклада.

4 января каждого года Андрей будет делать дополнительный взнос на вклад так, чтобы после этого величина вклада на 5 января была больше величины вклада на 5 января прошлого года на одно и то же число. Определите общий размер начислений банка, если 3 января 2031 года на вкладе будет лежать 24,15 миллиона рублей.

Ответ: 7 900 000 рублей.

Вариант – 3

Антон является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производится абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят t единиц товара.

За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Антон платит рабочему 250 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, – 200 рублей.

Антон готов выделять 900 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

Ответ: 90.

Выводы по главе 2

Во второй главе исследовательской работы рассматривались: практическая значимость задач с экономическим содержанием; экономическая задача и критерии её оценивания. Проведен обзор методической литературы для подготовки к ЕГЭ по математике профильного уровня. А также, нами была разработана методика решения экономической задачи №15 профильного ЕГЭ и создан курс внеурочной

деятельности «Экономические задачи профильного ЕГЭ по математике».

Важность обучения старшеклассников решению математических задач с экономическим содержанием не вызывает сомнений. Решение таких задач позволит продемонстрировать практическую значимость математики, обеспечит понимание обучающимся сути процессов, происходящих в экономике страны, а также позволит решить одну из задач, стоящих перед образованием на современном этапе его развития – воспитание самостоятельной личности, способной решать различные жизненные задачи. Также следует отметить значение математических задач с экономическим содержанием для мотивирования школьников на изучение экономических приложений математики, формирования у обучающихся интереса к профессиям, связанных с финансово – экономической сферой деятельности.

Математические задачи с практическим содержанием, главным образом экономическим, являются весьма эффективным средством формирования экономических понятий, обучения применению математического аппарата для решения практических задач, построению математических моделей. Правильно выбранная методика обучения решению прикладных математических задач играет важную роль в усвоении учащимися знаний и выработке навыков, необходимых как в учебе, так и в жизни.

Таким образом, разработанный нами курс внеурочной деятельности «Экономические задачи профильного ЕГЭ по математике» позволит обучающимся повторить и систематизировать формулы, необходимые для решения задач с экономическим содержанием, встречающихся в экзамене, обучить учеников анализировать условие и сводить задачу к решенным ранее, сформулировать навыки построения математической модели, что в последствии приведет к успешному прохождению итоговой аттестации в форме ЕГЭ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Задачей современной школы является подготовка обучающихся к успешной социальной и профессиональной адаптации в условиях рыночной экономики, и экономическая грамотность становится одним из основных критериев развития конкурентоспособной личности, приспособленной к самостоятельной жизни.

Под задачами на развитие экономической грамотности в нашем исследовании понимается спектр понятий, информации и знаний из экономической области, а также обладание навыками решения практических задач, главным образом в потребительской сфере.

Прикладная направленность изучения предметов школьного курса стирает границы между предметами и даёт возможность продемонстрировать ученикам целостность окружающего мира и изучаемых предметов, позволяет заинтересовать детей, вызывает более осмысленное, лично значимое восприятие информации, что в итоге приводит к гармоничному и всестороннему развитию личности.

О необходимости усиления прикладной направленности преподавания предметов в школе также говорится в Концепции развития образования Российской Федерации до 2025 года.

Задачи с экономическим содержанием являются частным случаем прикладной задачи. Изучение экономики с помощью прикладных задач на уроках математики позволит продемонстрировать практическую значимость математики и вместе с тем освоить элементы экономической теории, необходимые обучающимся.

Важность обучения старшеклассников решению математических задач с экономическим содержанием не вызывает сомнений. Решение таких задач позволит продемонстрировать практическую значимость математики, обеспечит понимание обучающимся сути процессов, происходящих в экономике страны, а также позволит решить одну из

задач, стоящих перед образованием на современном этапе его развития – воспитание самостоятельной личности, способной решать различные жизненные задачи. Также следует отметить значение математических задач с экономическим содержанием для мотивирования школьников на изучение экономических приложений математики, формирования у обучающихся интереса к профессиям, связанных с финансово – экономической сферой деятельности.

Несмотря на свою значимость, задачи, имеющие экономическое содержание, вызывают значительные трудности у обучающихся, обусловленные отсутствием достаточного внимания к решению подобных задач в школьном курсе математики, слишком большим объемом информации, из которой трудно выделить необходимую при самостоятельной подготовке к экзамену, отсутствием общей математической культуры и экономической грамотности.

При написании выпускной квалификационной работы были рассмотрены труды многих авторов – теоретиков и практикующих педагогов, имеющие отношение к теме исследования. Был изучен и проанализирован существующий опыт обучения обучающихся решению математических задач с экономическим содержанием.

Опираясь на существующие методы подготовки к ЕГЭ и на описанные в изученной нами литературе способы решения задач с экономическим содержанием, нами была разработана методика обучения старшеклассников решению математических задач с экономическим содержанием.

Проведение курса внеурочной деятельности «Экономические задачи профильного ЕГЭ по математике» позволяет повысить показатели уровня решения задачи №15 на Едином Государственном Экзамене: понимание экономических терминов, правильность их употребления, способность применять экономические знания в практической деятельности, умение бережно относиться к материальным ресурсам, планировать расходы,

соизмерять потребности с экономическими возможностями, а также систематизировать математические знания, необходимые для решения экономической задачи, которые включают в себя такие разделы математики как обыкновенные дроби, проценты, пропорции, функции и их графики, производные.

Главным итогом исследовательской работы, является использование разработанной нами методики обучения решению задач с экономическим содержанием при проведении курса внеурочной деятельности дает возможность подготовки к ЕГЭ благодаря обобщению формул, приобретению навыков осмысленного чтения и анализа условия задачи и формированию единого подхода к решению задач с экономическим содержанием.

Таким образом, в результате работы над выпускной квалификационной работой поставленные задачи были решены, цель работы достигнута.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. **Федеральный закон** от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» (редакция от 29.07.2017). – Москва, 2017. – Текст : электронный.

2. **Приказ Министерства просвещения Российской Федерации** от 12.08.2022 № 732 «О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413». – Москва, 2022. – Текст : электронный.

3. **Концепция долгосрочного социально-экономического развития Российской Федерации** на период до 2020-2030 года утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 17 ноября 2008 года № 1662-р (с изменением на 10 февраля 2023 года). – Москва, 2023. – Текст : электронный.

4. **Стратегия повышения финансовой грамотности в Российской Федерации** на 2017-2023 гг., утвержденная распоряжением Правительства Российской Федерации от 25 сентября 2017 г. № 2039-р. – Москва, 2017. – Текст : электронный.

5. **Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов** единого государственного экзамена по математике 2023 г. // Федеральный Институт Технических Измерений (ФИПИ) : [сайт]. 2023. – URL: https://doc.fipi.ru/ege/demoversii-specifikacii-kodifikatory/2023/ma_11_2023.zip (дата обращения: 25.05.2023).

6. **Кодификатор требований к уровню подготовки выпускников** по математике для составления контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2023 г. // Федеральный Институт Технических Измерений (ФИПИ) : [сайт]. –

URL: https://doc.fipi.ru/ege/demoversiispecificakciikodifikatory/2023/ma_11_2023.zip (дата обращения: 05.02.2023).

7. **Спецификация контрольно-измерительных материалов** единого государственного экзамена 2023 года по математике // Федеральный Институт Технических Измерений (ФИПИ) : [сайт]. URL : https://doc.fipi.ru/ege/demoversiispecificakciikodifikatory/2023/ma_11_2023.zip (дата обращения: 14.12.2022).

8. **Алексенцев, В. И.** Дидактические принципы методики обучения решению математических задач с экономическим содержанием / В. И. Алексенцев // Известия Самарского научного центра РАН. – 2010. – № 3(2). – С. 314–317.

9. **Аменд, А. Ф.** Экономическое образование и воспитание учащихся IX-X (V-XI) классов : учебное пособие / А. Ф. Аменд. – Челябинск, 1988. – 162 с.

10. **Бушнева, О. Ф.** Анализ экономического содержания из открытого банка заданий ЕГЭ / О. Ф. Бушнева, А. Д. Эзиева // Вестник Таганрогского института имени А. П. Чехова. – 2017. – № 1. – С. 184–190.

11. **Далингер, В. А.** Прикладные математические задачи с экономическим содержанием как средство профориентации учащихся / В. А. Далингер // Международный журнал экспериментального образования. – 2013. – № 11(1). – С. 143–145.

12. **Егупова, М. В.** Практико-ориентированное обучение математике в школе : учебное пособие для студентов педагогических университетов / М. В. Егупова. – Москва : МПГУ, 2014. – 208 с.

13. **Иоффе, А. А.** Экономическая грамотность современного российского школьника / А. А. Иоффе // Мой профсоюз. – № 37. – 2023. – URL: <http://www.ug.ru/archive/71564> (дата обращения: 15.02.2023).

14. **Логинова, В. В.** Использование экономических задач в школьном курсе математики / В. В. Логинова // Наука и современность. – 2010. – № 5-1. – С. 341–345.

15. **Мансурова, А. Х.** Формирование экономической грамотности на уроках математики / А. Х. Мансурова, Е. Н. Эрентраут // Актуальные проблемы развития среднего и высшего образования : межвузовский сборник научных трудов. – Челябинск : «Край Ра», 2017. – 180 с.
16. **Михеева, С. А.** Школьное экономическое образование. Методика обучения и воспитания : учебник для студентов и педагогических университетов / С. А. Михеева // Издательство «Вита-Пресс», 2013 г. – 176 с.
17. **Михеева, С. А.** Школьное экономическое образование. Методика обучения и воспитания : практикум для студентов и педагогических университетов / С. А. Михеева // Издательство «Вита-Пресс», 2013 г. – 180 с.
18. **Пиксаева, О. А.** Педагогический эксперимент по введению элективного курса «Задачи с экономическим содержанием», как средство улучшения подготовки старшеклассников к ЕГЭ / О. А. Пиксаева. // Актуальные проблемы развития среднего и высшего образования : Межвузовский сборник научных трудов. – Челябинск : «Край Ра», 2017. – 170 с.
19. **Селяева, Л. А.** Приемы работы с текстом / Л. А. Селяева. // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2015. – Т. 6. – С. 81–85. – URL: <http://ekoncept.ru/2015/65217.htm> (дата обращения: 17.03.2023).
20. **Терешин, Н. А.** Прикладная направленность школьного курса математики : книга для учителя / Н. А. Терешин. – Москва : Просвещение, 1990. – 96 с.
21. **Фридман, Л. М.** Как научить решать задачи : книга для учащихся старших классов / Л. М. Фридман, Е. Н. Турецкий. – 3-е издание. – Москва : Просвещение, 1990. – 192 с.
22. **Черная, Е. В.** Начальная информационная грамотность и начальная экономическая грамотность – сопряженные условия

формирования основ экономических компетенций / Е. В. Черная // Вестник ЧелГУ. – 2014. – № 18(347). – С. 173–177.

23. **Шапиро, И. М.** Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики : книга для учителя / И. М. Шапиро. – Москва : Просвещение, 1990. – 96 с.

24. **Шестаков, С. А.** ЕГЭ 2020, математика, задачи с экономическим содержанием, задача 17 (профильный уровень) : учебное пособие / под редакцией И. В. Яценко. – Москва : МЦНМО, 2017. – 208 с.

25. Элективные курсы по математике и информатике с экономическим содержанием, 10-11 классы / под общей редакцией О. М. Фадеевой. – Москва : Глобус, 2007. – 158 с.

26. **Яценко, И. В.** Методические указания для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ по математике. / И. В. Яценко, А. В. Семёнов, И. Р. Высоцкий. – Москва : МЦНМО, 2020. – 216 с.

27. **Яценко И. В.** Подготовка к ЕГЭ профильного уровня в 2023 году 36 вариантов: учебное пособие / И. В. Яценко, С. А Шестаков. – Москва : ФГОС, 2023. – 224 с.

28. **Попов, А. А.** Сущность профильного обучения старшеклассников/ А. А. Попов // Молодой ученый. – 2015. – № 17(97). – С. 561–563. – URL: <https://moluch.ru/archive/97/21721/> (дата обращения: 05.04.2023).

29. **Ельцов, А. В.** Профильное обучение: элективные курсы для предпрофильной подготовки учеников общеобразовательной школы: учебное методическое пособие / А.В. Ельцов. – Рязань, 2011. – 88 с.

30. **Мерзляк, А. Г.** Математика: алгебра и начала математического анализа, базовый уровень, 10 класс : учебное пособие / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский [и др].; под редакцией В. Е. Подольского. – Москва : Вентанта-Граф, 2019. – 208 с.

31. Алгебра и начала анализа. 11 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. – [10-е издание]. – Москва: Просвещение, 2015. – 464 с.

32. Решу ЕГЭ: образовательный портал для подготовки к экзаменам : официальный сайт. – Москва. – URL: <https://ege.sdangia.ru> (дата обращения: 09.03.2023). – Текст: электронный.

33. Федеральный институт педагогических измерений : официальный сайт. – Москва. – URL: <https://fipi.ru/> (дата обращения 18.04.2023).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Урок № 2 по теме «Решение задач на нахождение суммы кредита»

Достижение метапредметных результатов математического образования на основе использования электронных таблиц – MS Excel. Применение электронных таблиц MS Excel на уроках курса «Экономические задачи профильного ЕГЭ по математике» будет способствовать: отработке алгоритма решения экономических задачи, умение строить математическую модель задачи; развитию интеллектуальных инициатив, творческого потенциала каждого обучающегося; применять на уроках активные методы обучения, позволяющие каждому обучающемуся проявить инициативу, самостоятельность, избирательность в способах работы; повышать мотивацию к изучению математики и информатики; повышать качество знаний обучающихся путем управленческих умений – анализировать, планировать, организовывать учебный процесс и оценивать результаты.

Применение электронных таблиц на 2 уроке раздела «Задачи о кредитовании», тема: «Кредиты с равным уменьшением долга. Решение задач на нахождение суммы кредита (платежа)».

Задача:

15 декабря планируется взять кредит в банке на S тысяч рублей на 68 месяцев.

Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1,5 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа последние три месяца долг должен уменьшаться на 300 тысяч рублей, все остальные месяцы долг должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на a тысяч рублей.

Найдите S , если всего было выплачено банку 3748 тысяч рублей?

Решение:

У каждого ученика на рабочем столе компьютера расположен заготовка – документ MS Excel, представленный на рисунке А.1.

	A	B	C	D	E	F	G	H
	№ месяца	Долг на начало месяца		Долг с %		Выплата		Долг после выплаты
1								
2	1	s		ks		$(k \cdot s) - (s - a)$		s-a
3	2	s-a		$k \cdot (s - a)$		$k \cdot (s - a) - (s - 2a)$		s-2a
4	3	s-2a		$k \cdot (s - 2a)$		$k \cdot (s - 2a) - (s - 3a)$		s-3a
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								

Рисунок А.1

Данная задача была решена на предыдущем уроке курса с применением разработанной нами методики. Используем математическую модель данной задачи в виде таблицы и запомним все ячейки столбцов: «№ месяца», «Долг на начало месяца», «Долг с %», «Выплата», «Долг после выплаты». Так как в задаче кредит выплачивается 68 месяцев, в каждом столбе должно быть заполнено 68 ячеек.

Для быстроты заполнения ячеек, составим формулы для отдельных столбцов. Формула для заполнения столбца «Долг на начало месяца» представлена на рисунке А.2.

B5		fx = "s-"&ТЕКСТ(СТРОКА(A3);"0")&"a"	
	A	B	C
	№ месяца	Долг на начало месяца	
1			
2	1	s	
3	2	s-a	
4	3	s-2a	
5	4	s-3a	
6	5	s-4a	
7	6	s-5a	
8	7	s-6a	
9	8	s-7a	
10	9	s-8a	
11	10	s-9a	
12	11	s-10a	
13	12	s-11a	

Рисунок А.2

Составляем формулу и «протягиваем» данную формулу на все 68 месяцев.

Формула для заполнения столбца «Долг с %» представлена на рисунке А.3.

D6		fx		="k*(s-"&ТЕКСТ(СТРОКА(A4);"0")&"a)"	
	A	B	C	D	E
	№ месяца	Долг на начало месяца		Долг с %	
1	1	s		k*s	
2	2	s-a		k*(s-a)	
3	3	s-2a		k*(s-2a)	
4	4	s-3a		k*(s-3a)	
5	5	s-4a		k*(s-4a)	
6	6	s-5a		k*(s-5a)	
7	7	s-6a		k*(s-6a)	
8	8	s-7a		k*(s-7a)	
9	9	s-8a		k*(s-8a)	
10	10	s-9a		k*(s-9a)	
11	11	s-10a		k*(s-10a)	
12	12	s-11a		k*(s-11a)	

Рисунок А.3

Формула для заполнения столбца «Долг после выплаты» представлена на рисунке А.4.

H4		fx		="s-"&ТЕКСТ(СТРОКА(A3);"0")&"a"				
	A	B	C	D	E	F	G	H
	№ месяца	Долг на начало месяца		Долг с %		Выплата		Долг после выплаты
1	1	s		k*s		(k*s)-(s-a)		s-a
2	2	s-a		k*(s-a)		k*(s-a)-(s-2a)		s-2a
3	3	s-2a		k*(s-2a)		k*(s-2a)-(s-3a)		s-3a
4	4	s-3a		k*(s-3a)				s-4a
5	5	s-4a		k*(s-4a)				s-5a
6	6	s-5a		k*(s-5a)				s-6a
7	7	s-6a		k*(s-6a)				s-7a
8	8	s-7a		k*(s-7a)				s-8a
9	9	s-8a		k*(s-8a)				s-9a
10	10	s-9a		k*(s-9a)				s-10a
11	11	s-10a		k*(s-10a)				s-11a
12	12	s-11a		k*(s-11a)				s-12a

Рисунок А.4

С учетом данных столбца «Долг с %» и столбца «Долг после выплаты» заполним столбец «Выплата». Формула для заполнения столбца «Выплата» представлена на рисунке А.5.

Теперь произведем подбор параметров. Для этого перейдем в строке главного меню во вкладку «Данные», далее перейти в пункт «Работа с данными» и выбрать пункт «Анализ «если что»». Данный пункт предназначен для проверки различных значений для формул на листе. Диспетчер сценариев позволяет создать и сохранить различные группы значений и переключаться между ними. Подбор параметров выполняет поиск значения, которое надо ввести в формулу для получения известного результата. Путь до пункта «Анализ «если что»» представлен на рисунке А.12.

№ месяца	Долг на начало месяца		Долг с %		Выплата		Долг после выплаты	
1	s	0	k*s	0	(k*s)-(s-a)	-13,8462	s-a	13,84615385
2	s-a	13,84615385	k*(s-a)	14,05384615	k*(s-a)-(s-2a)	-13,6385	s-2a	27,69230769
3	s-2a	27,69230769	k*(s-2a)	28,10769231	k*(s-2a)-(s-3a)	-13,4308	s-3a	41,53846154
4	s-3a	41,53846154	k*(s-3a)	42,16153846	k*(s-3a)-(s-4a)	-13,2231	s-4a	55,38461538
5	s-4a	55,38461538	k*(s-4a)	56,21538462	k*(s-4a)-(s-5a)	-13,0154	s-5a	69,23076923
6	s-5a	69,23076923	k*(s-5a)	70,26923077	k*(s-5a)-(s-6a)	-12,8077	s-6a	83,07692308
7	s-6a	83,07692308	k*(s-6a)	84,32307692	k*(s-6a)-(s-7a)	-12,6	s-7a	96,92307692
8	s-7a	96,92307692	k*(s-7a)	98,37692308	k*(s-7a)-(s-8a)	-12,3923	s-8a	110,7692308
9	s-8a	110,7692308	k*(s-8a)	112,4307692	k*(s-8a)-(s-9a)	-12,1846	s-9a	124,6153846
10	s-9a	124,6153846	k*(s-9a)	126,4846154	k*(s-9a)-(s-10a)	-11,9769	s-10a	138,4615385
11	s-10a	138,4615385	k*(s-10a)	140,5384615	k*(s-10a)-(s-11a)	-11,7692	s-11a	152,3076923
12	s-11a	152,3076923	k*(s-11a)	154,5923077	k*(s-11a)-(s-12a)	-11,5615	s-12a	166,1538462
13	s-12a	166,1538462	k*(s-12a)	168,6461538	k*(s-12a)-(s-13a)	-11,3538	s-13a	180
14	s-13a	180	k*(s-13a)	182,7	k*(s-13a)-(s-14a)	-11,1462	s-14a	193,8461538
15	s-14a	193,8461538	k*(s-14a)	196,7538462	k*(s-14a)-(s-15a)	-10,9385	s-15a	207,6923077
16	s-15a	207,6923077	k*(s-15a)	210,8076923	k*(s-15a)-(s-16a)	-10,7308	s-16a	221,5384615

Рисунок А.12

Таким образом, по столбцу G нам известен конечный результат – 3748 тысяча рублей, по этому значению и будем проводить параметризацию. Настройка значений по подбору параметров изображена на рисунке А.13.

№ месяца	Долг на начало месяца		Долг с %		Выплата		Долг после выплаты	
1	s	0	k*s	0	(k*s)-(s-a)	-13,8462	s-a	13,84615385
2	s-a	13,84615385	k*(s-a)	14,05384615	k*(s-a)-(s-2a)	-13,6385	s-2a	27,69230769
3	s-2a	27,69230769	k*(s-2a)	28,10769231	k*(s-2a)-(s-3a)	-13,4308	s-3a	41,53846154
4	s-3a	41,53846154	k*(s-3a)	42,16153846	k*(s-3a)-(s-4a)	-13,2231	s-4a	55,38461538
5	s-4a	55,38461538	k*(s-4a)	56,21538462	k*(s-4a)-(s-5a)	-13,0154	s-5a	69,23076923
6	s-5a	69,23076923	k*(s-5a)	70,26923077	k*(s-5a)-(s-6a)	-12,8077	s-6a	83,07692308
7	s-6a	83,07692308	k*(s-6a)	84,32307692	k*(s-6a)-(s-7a)	-12,6	s-7a	96,92307692
8	s-7a	96,92307692	k*(s-7a)	98,37692308	k*(s-7a)-(s-8a)	-12,3923	s-8a	110,7692308
9	s-8a	110,7692308	k*(s-8a)	112,4307692	k*(s-8a)-(s-9a)	-12,1846	s-9a	124,6153846
10	s-9a	124,6153846	k*(s-9a)	126,4846154	k*(s-9a)-(s-10a)	-11,9769	s-10a	138,4615385
11	s-10a	138,4615385	k*(s-10a)	140,5384615	k*(s-10a)-(s-11a)	-11,7692	s-11a	152,3076923
12	s-11a	152,3076923	k*(s-11a)	154,5923077	k*(s-11a)-(s-12a)	-11,5615	s-12a	166,1538462
13	s-12a	166,1538462	k*(s-12a)	168,6461538	k*(s-12a)-(s-13a)	-11,3538	s-13a	180
14	s-13a	180	k*(s-13a)	182,7	k*(s-13a)-(s-14a)	-11,1462	s-14a	193,8461538
15	s-14a	193,8461538	k*(s-14a)	196,7538462	k*(s-14a)-(s-15a)	-10,9385	s-15a	207,6923077
16	s-15a	207,6923077	k*(s-15a)	210,8076923	k*(s-15a)-(s-16a)	-10,7308	s-16a	221,5384615

Рисунок А.13

Подбор параметров происходит менее, чем за секунду. После того,

как процесс подсчета закончился, на рабочем поле появляется окно отчета, представленный на рисунке А.14, а в ячейке Q14 выводится итоговый ответ задачи, $s = 2200$ тысяч рублей.

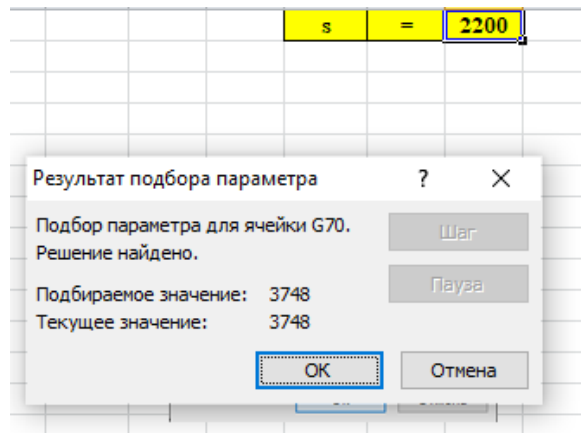


Рисунок А.14

Значения столбцов С, Е, G и I принимают верные для нашей задачи числовые данные. Итоговая таблица представлена на рисунке А.15, А.16, А.17 и А.18.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	№	Долг на начало		Долг с %		Выплата		Долг после									
2	1	s	2200	k*s	2233	(k*s)-(s-a)	53	s-a	2180						r % =	1,5	
3	2	s-a	2180	k*(s-a)	2212,7	k*(s-a)-(s-2a)	52,7	s-2a	2160						k =	1,015	
4	3	s-2a	2160	k*(s-2a)	2192,4	k*(s-2a)-(s-3a)	52,4	s-3a	2140						a =	(s-900)/65	20
5	4	s-3a	2140	k*(s-3a)	2172,1	k*(s-3a)-(s-4a)	52,1	s-4a	2120								
6	5	s-4a	2120	k*(s-4a)	2151,8	k*(s-4a)-(s-5a)	51,8	s-5a	2100								
7	6	s-5a	2100	k*(s-5a)	2131,5	k*(s-5a)-(s-6a)	51,5	s-6a	2080								
8	7	s-6a	2080	k*(s-6a)	2111,2	k*(s-6a)-(s-7a)	51,2	s-7a	2060								
9	8	s-7a	2060	k*(s-7a)	2090,9	k*(s-7a)-(s-8a)	50,9	s-8a	2040								
10	9	s-8a	2040	k*(s-8a)	2070,6	k*(s-8a)-(s-9a)	50,6	s-9a	2020								
11	10	s-9a	2020	k*(s-9a)	2050,3	k*(s-9a)-(s-10a)	50,3	s-10a	2000								
12	11	s-10a	2000	k*(s-10a)	2030	k*(s-10a)-(s-11a)	50	s-11a	1980								
13	12	s-11a	1980	k*(s-11a)	2009,7	k*(s-11a)-(s-12a)	49,7	s-12a	1960								
14	13	s-12a	1960	k*(s-12a)	1989,4	k*(s-12a)-(s-13a)	49,4	s-13a	1940								
15	14	s-13a	1940	k*(s-13a)	1969,1	k*(s-13a)-(s-14a)	49,1	s-14a	1920								
16	15	s-14a	1920	k*(s-14a)	1948,8	k*(s-14a)-(s-15a)	48,8	s-15a	1900								
17	16	s-15a	1900	k*(s-15a)	1928,5	k*(s-15a)-(s-16a)	48,5	s-16a	1880								
18	17	s-16a	1880	k*(s-16a)	1908,2	k*(s-16a)-(s-17a)	48,2	s-17a	1860								
19	18	s-17a	1860	k*(s-17a)	1887,9	k*(s-17a)-(s-18a)	47,9	s-18a	1840								
20	19	s-18a	1840	k*(s-18a)	1867,6	k*(s-18a)-(s-19a)	47,6	s-19a	1820								
21	20	s-19a	1820	k*(s-19a)	1847,3	k*(s-19a)-(s-20a)	47,3	s-20a	1800								
		s	=	2200													

Рисунок А.15

21	s-20a	1800	k(s-20a)	1827	k(s-20a)-(s-21a)	47	s-21a	1780
22	s-21a	1780	k(s-21a)	1806,7	k(s-21a)-(s-22a)	46,7	s-22a	1760
23	s-22a	1760	k(s-22a)	1786,4	k(s-22a)-(s-23a)	46,4	s-23a	1740
24	s-23a	1740	k(s-23a)	1766,1	k(s-23a)-(s-24a)	46,1	s-24a	1720
25	s-24a	1720	k(s-24a)	1745,8	k(s-24a)-(s-25a)	45,8	s-25a	1700
26	s-25a	1700	k(s-25a)	1725,5	k(s-25a)-(s-26a)	45,5	s-26a	1680
27	s-26a	1680	k(s-26a)	1705,2	k(s-26a)-(s-27a)	45,2	s-27a	1660
28	s-27a	1660	k(s-27a)	1684,9	k(s-27a)-(s-28a)	44,9	s-28a	1640
29	s-28a	1640	k(s-28a)	1664,6	k(s-28a)-(s-29a)	44,6	s-29a	1620
30	s-29a	1620	k(s-29a)	1644,3	k(s-29a)-(s-30a)	44,3	s-30a	1600
31	s-30a	1600	k(s-30a)	1624	k(s-30a)-(s-31a)	44	s-31a	1580
32	s-31a	1580	k(s-31a)	1603,7	k(s-31a)-(s-32a)	43,7	s-32a	1560
33	s-32a	1560	k(s-32a)	1583,4	k(s-32a)-(s-33a)	43,4	s-33a	1540
34	s-33a	1540	k(s-33a)	1563,1	k(s-33a)-(s-34a)	43,1	s-34a	1520
35	s-34a	1520	k(s-34a)	1542,8	k(s-34a)-(s-35a)	42,8	s-35a	1500
36	s-35a	1500	k(s-35a)	1522,5	k(s-35a)-(s-36a)	42,5	s-36a	1480
37	s-36a	1480	k(s-36a)	1502,2	k(s-36a)-(s-37a)	42,2	s-37a	1460
38	s-37a	1460	k(s-37a)	1481,9	k(s-37a)-(s-38a)	41,9	s-38a	1440
39	s-38a	1440	k(s-38a)	1461,6	k(s-38a)-(s-39a)	41,6	s-39a	1420
40	s-39a	1420	k(s-39a)	1441,3	k(s-39a)-(s-40a)	41,3	s-40a	1400

Рисунок А.16

41	s-40a	1400	k(s-40a)	1421	k(s-40a)-(s-41a)	41	s-41a	1380
42	s-41a	1380	k(s-41a)	1400,7	k(s-41a)-(s-42a)	40,7	s-42a	1360
43	s-42a	1360	k(s-42a)	1380,4	k(s-42a)-(s-43a)	40,4	s-43a	1340
44	s-43a	1340	k(s-43a)	1360,1	k(s-43a)-(s-44a)	40,1	s-44a	1320
45	s-44a	1320	k(s-44a)	1339,8	k(s-44a)-(s-45a)	39,8	s-45a	1300
46	s-45a	1300	k(s-45a)	1319,5	k(s-45a)-(s-46a)	39,5	s-46a	1280
47	s-46a	1280	k(s-46a)	1299,2	k(s-46a)-(s-47a)	39,2	s-47a	1260
48	s-47a	1260	k(s-47a)	1278,9	k(s-47a)-(s-48a)	38,9	s-48a	1240
49	s-48a	1240	k(s-48a)	1258,6	k(s-48a)-(s-49a)	38,6	s-49a	1220
50	s-49a	1220	k(s-49a)	1238,3	k(s-49a)-(s-50a)	38,3	s-50a	1200
51	s-50a	1200	k(s-50a)	1218	k(s-50a)-(s-51a)	38	s-51a	1180
52	s-51a	1180	k(s-51a)	1197,7	k(s-51a)-(s-52a)	37,7	s-52a	1160
53	s-52a	1160	k(s-52a)	1177,4	k(s-52a)-(s-53a)	37,4	s-53a	1140
54	s-53a	1140	k(s-53a)	1157,1	k(s-53a)-(s-54a)	37,1	s-54a	1120
55	s-54a	1120	k(s-54a)	1136,8	k(s-54a)-(s-55a)	36,8	s-55a	1100
56	s-55a	1100	k(s-55a)	1116,5	k(s-55a)-(s-56a)	36,5	s-56a	1080
57	s-56a	1080	k(s-56a)	1096,2	k(s-56a)-(s-57a)	36,2	s-57a	1060
58	s-57a	1060	k(s-57a)	1075,9	k(s-57a)-(s-58a)	35,9	s-58a	1040
59	s-58a	1040	k(s-58a)	1055,6	k(s-58a)-(s-59a)	35,6	s-59a	1020
60	s-59a	1020	k(s-59a)	1035,3	k(s-59a)-(s-60a)	35,3	s-60a	1000

Рисунок А.17

61	s-60a	1000	k(s-60a)	1015	k(s-60a)-(s-61a)	35	s-61a	980
62	s-61a	980	k(s-61a)	994,7	k(s-61a)-(s-62a)	34,7	s-62a	960
63	s-62a	960	k(s-62a)	974,4	k(s-62a)-(s-63a)	34,4	s-63a	940
64	s-63a	940	k(s-63a)	954,1	k(s-63a)-(s-64a)	34,1	s-64a	920
65	s-64a	920	k(s-64a)	933,8	k(s-64a)-(s-65a)	33,8	s-65a=900	900
66	s-65a	900	k(s-65a)	913,5	k(s-65a)- s-65a-300	313,5	s-65a-300	600
67	s-65a-300	600	k(s-65a-300)	609	k(s-65a-300)- s-65a-600	309	s-65a-600	300
68	s-65a-600	300	k(s-65a-600)	304,5	k(s-65a-600)	304,5	0	0
					Сумма =	3748		

Рисунок А.18

Таким образом, с помощью применения электронных таблиц MS Excel при решении экономических задач можно не только показать

интеграцию двух наук (математики и информатики) с целью быстроты подсчетов и оптимизации решения, но и детально рассмотреть этапы решения задачи, наглядно увидеть выплаты за каждый месяц кредитования.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Урок № 2 по теме «Разные задачи ЕГЭ»

Достижение метапредметных результатов математического образования на основе использования электронных таблиц – MS Excel на уроке по теме «Разные задачи ЕГЭ».

Задача:

В одной стране в обращении находилось 1 000 000 долларов, 20 % из которых были фальшивыми. Некая криминальная структура стала ввозить в страну по 100 000 долларов в месяц, 10 % из которых были фальшивыми. В это же время другая структура стала вывозить из страны 50 000 долларов ежемесячно, из которых 30 % оказались фальшивыми. Через сколько месяцев содержание фальшивых долларов в стране составит 5 % от общего количества долларов?

Решение:

Проанализируем условие задачи и с помощью формул электронной таблицы вычислим количество фальшивых и настоящих долларов в стране, далее вычислим количество фальшивых и настоящих купюр ввозимых в страну, а потом количество фальшивых и настоящих долларов вывозимых из страны. Расчеты представлены на рисунке Б.1.

В3		f _x	=B2*0,2
A	B		
1	Доллары в стране		
2	Всего:	1000000	
3	Фальшивых 20 %	200000	
4	Настоящих 80 %	800000	
5			
6	Ввоз долларов в страну		
7	Всего:	100000	
8	Фальшивых 10 %	10000	
9	Настоящих 90 %	90000	
10			
11	Вывоз долларов из страны		
12	Всего:	50000	
13	Фальшивых 30%	15000	
14	Настоящих 70 %	35000	

Рисунок Б.1

По данным ранее созданных нами ячеек рассчитаем количество

долларов в стране с учетом ввоза и вывоза купюр, формулы изображены на рисунках Б.2 и Б.3.

J16		fx =D16+F16-H16									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
1		Доллары в стране									
2	Всего:	1000000									
3	Фальшивых 20 %	200000									
4	Настоящих 80 %	800000									
5											
6		Ввоз долларов в страну									
7	Всего:	100000									
8	Фальшивых 10 %	10000									
9	Настоящих 90 %	90000									
10											
11		Вывоз долларов из страны									
12	Всего:	50000									
13	Фальшивых 30%	15000									
14	Настоящих 70 %	35000									
15											
				Доллары в стране с учетом ввоза и вывоза:							
16			Фальшивые доллары:	200000	+	10000	-	15000	=	195000	
17			Настоящие доллары:	800000	+	90000	-	35000	=	855000	

Рисунок Б.2

J17		fx =D17+F17-H17									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
1		Доллары в стране									
2	Всего:	1000000									
3	Фальшивых 20 %	200000									
4	Настоящих 80 %	800000									
5											
6		Ввоз долларов в страну									
7	Всего:	100000									
8	Фальшивых 10 %	10000									
9	Настоящих 90 %	90000									
10											
11		Вывоз долларов из страны									
12	Всего:	50000									
13	Фальшивых 30%	15000									
14	Настоящих 70 %	35000									
15											
				Доллары в стране с учетом ввоза и вывоза:							
16			Фальшивые доллары:	200000	+	10000	-	15000	=	195000	
17			Настоящие доллары:	800000	+	90000	-	35000	=	855000	

Рисунок Б.3

Выявим закономерность изменения фальшивых и настоящих купюр за месяц на рисунках Б.4 и Б.5.

L16		fx =J16-D16										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
13	Фальшивых 30%	15000										
14	Настоящих 70 %	35000										
15												
				Доллары в стране с учетом ввоза и вывоза:							Изменение количество долларов за месяц	
16			Фальшивые доллары:	200000	+	10000	-	15000	=	195000		-5000
17			Настоящие доллары:	800000	+	90000	-	35000	=	855000		55000
18												

Рисунок Б.4

L17		fx =J17-D17		C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
13	Фальшивых 30%	15000											
14	Настоящих 70 %	35000											
15				Доллары в стране с учетом ввоза и вывоза:							Изменение количество долларов за месяц		
16			Фальшивые доллары:	200000	+	10000	-	15000	=	195000			-5000
17			Настоящие доллары:	800000	+	90000	-	35000	=	855000			55000
18													

Рисунок Б.5

Теперь найдем закономерность изменения фальшивых и настоящих долларов через n месяцев на рисунках Б.6 и Б.7.

СУММ		fx =D20-F20*\$K\$26		C	D	E	F	G	H	I	J	K
13	Фальшивых 30%	15000										
14	Настоящих 70 %	35000										
15				Доллары в стране с учетом ввоза и вывоза:								
16			Фальшивые доллары:	200000	+	10000	-	15000	=	195000		
17			Настоящие доллары:	800000	+	90000	-	35000	=	855000		
18												
19				Через n месяцев в стране будет:								
20			Фальшивые доллары:	200000	-	5000	*	n	=	=D20-F20*\$K\$26		
21			Настоящие доллары:	800000	+	55000	*	n	=	800000		
22			Всего долларов:	1000000	+	50000	*	n	=	1000000		
23												
24												
25												
26			Итоговая формула для нахождения месяцев:								$n =$	
27												
28												

Рисунок Б.6

СУММ		fx =D21+F21*\$K\$26		C	D	E	F	G	H	I	J	K
13	Фальшивых 30%	15000										
14	Настоящих 70 %	35000										
15				Доллары в стране с учетом ввоза и вывоза:								
16			Фальшивые доллары:	200000	+	10000	-	15000	=	195000		
17			Настоящие доллары:	800000	+	90000	-	35000	=	855000		
18												
19				Через n месяцев в стране будет:								
20			Фальшивые доллары:	200000	-	5000	*	n	=	200000		
21			Настоящие доллары:	800000	+	55000	*	n	=	=D21+F21*\$K\$26		
22			Всего долларов:	1000000	+	50000	*	n	=	1000000		
23												
24												
25												
26			Итоговая формула для нахождения месяцев:								$n =$	
27												
28												
29												

Рисунок Б.7

Посчитаем количество всех долларов и фальшивых, и настоящих за n месяцев на рисунке Б.8.

СУММ		=D22-F22*\$K\$26									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
13	Фальшивых 30%	15000									
14	Настоящих 70 %	35000									
15				Доллары в стране с учетом ввоза и вывоза:							
16			Фальшивые доллары:	200000	+	10000	-	15000	=	195000	
17			Настоящие доллары:	800000	+	90000	-	35000	=	855000	
18											
19				Через n месяцев в стране будет:							
20			Фальшивые доллары:	200000	-	5000	*	n	=	200000	
21			Настоящие доллары:	800000	+	55000	*	n	=	800000	
22			Всего долларов:	1000000	+	50000	*	n	=	=D22-F22*\$K\$26	
23											
24											
25											
26			Итоговая формула для нахождения месяцев:							n =	
27											
28											

Рисунок Б.8

По условию задачи необходимо найти количество месяцев, когда количество фальшивых купюр в стране станет 5 %. Для этого составляем функцию для нахождения n . Формула для нахождения количества месяцев представлена на рисунке Б.9.

СУММ		=D20-F20*K26-0,05*(D22+F22*K26)									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
10											
11		Вывоз долларов из страны									
12		Всего:	50000								
13		Фальшивых 30%	15000								
14		Настоящих 70 %	35000								
15				Доллары в стране с учетом ввоза и вывоза:							
16			Фальшивые доллары:	200000	+	10000	-	15000	=	195000	
17			Настоящие доллары:	800000	+	90000	-	35000	=	855000	
18											
19				Через n месяцев в стране будет:							
20			Фальшивые доллары:	200000	-	5000	*	n	=	200000	
21			Настоящие доллары:	800000	+	55000	*	n	=	800000	
22			Всего долларов:	1000000	+	50000	*	n	=	1000000	
23											
24											
25											
26			Итоговая формула для нахождения количества месяцев:			=D20-F20*K26-0,05*(D22+F22*K26)				n =	
27											
28											
29											

Рисунок Б.9

Для того, чтобы найти параметр n , применим к нашей функции подбор параметров. Для этого перейдем в строке главного меню во вкладку «Данные», далее перейти в пункт «Работа с данными» и выбрать пункт «Анализ «если что»». Данный пункт предназначен для проверки различных значений для формул на листе. Диспетчер сценариев позволяет создать и сохранить различные группы значений и переключаться между ними. Подбор параметров выполняет поиск значения, которое надо ввести

в формулу для получения известного результата. Путь до пункта «Анализ «если что»» представлен на рисунке А.12.

Настройка значений по подбору параметров изображена на рисунке Б.10.

Колонка	Вывоз долларов из страны	Изменение количество долларов за месяц
11	Всего: 50000	
13	Фальшивых 30%: 15000	
14	Настоящих 70 %: 35000	
16	Фальшивые доллары: 200000 + 10000 - 15000 = 195000	-5000
17	Настоящие доллары: 800000 + 90000 - 35000 = 855000	55000
20	Фальшивые доллары: 200000 - 5000 * n = 200000	
21	Настоящие доллары: 800000 + 55000 * n = 800000	
22	Всего долларов: 1000000 + 50000 * n = 1000000	
26	Итоговая формула для нахождения количества месяцев: 150000	n =

Рисунок Б.10

Подбор параметров происходит менее, чем за секунду. После того, как процесс подсчета закончился, на рабочем поле появляется окно отчета, представленный на рисунке Б.11, а в ячейке K26 выводится итоговый ответ задачи, $n = 20$ месяцев.

Колонка	Вывоз долларов из страны	Изменение количество долларов за месяц
16	Фальшивые доллары: 200000 + 10000 - 15000 = 195000	-5000
17	Настоящие доллары: 800000 + 90000 - 35000 = 855000	55000
20	Фальшивые доллары: 200000 - 5000 * n = 100000	
21	Настоящие доллары: 800000 + 55000 * n = 1900000	
22	Всего долларов: 1000000 + 50000 * n = 0	
26	Итоговая формула для нахождения количества месяцев: 0	n = 20

Рисунок Б.11

Таким образом, с помощью применения электронной таблицы Excel обучающиеся смогут не только отработать навык составления математической модели задачи и быстро отыскать ответ, но и наглядно увидеть производимые вычисления, отследить промежуточные значения при решении задачи.