



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение  
высшего образования  
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-  
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

Физико-математический факультет  
Кафедра математики и методики обучения математики

**ДОСТИЖЕНИЕ ПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРИ  
ИЗУЧЕНИИ ТОЖДЕСТВЕННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В  
ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ**

**Выпускная квалификационная работа  
по направлению 44.04.01 Педагогическое образование**

**Направленность программы магистратуры  
«Математическое образование в системе профильной  
подготовки»**

**Форма обучения заочная**

Проверка на объем заимствований:  
71 % авторского текста

Работа рекомендована к защите  
« 26 » июня 2019 г.  
и.о. зав. Кафедрой МиМOM  
Шумакова Шумакова Е.О.

Выполнила:  
Студентка группы ЗФ-313/131-2-1  
Умутбаева Юлия Сергеевна

Научный руководитель:  
Кандидат педагогических наук, доцент  
Эрентраут Елена Николаевна

Челябинск  
2020

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
ГЛАВА 1. ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ И МЕТОДИКА ИХ ИЗУЧЕНИЯ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ... 8	
1.1. Тожественные преобразования в школьном курсе алгебры..... 8	
1.2. Достижение предметных результатов в рамках темы «Тожественные преобразования»..... 12	
1.3. Анализ содержания линии тождественных преобразований в учебниках математики .....	23
ГЛАВА 2. ДОСТИЖЕНИ ПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ В 5-6 КЛАССАХ С УЧЕТОМ ТРЕБОВАНИЙ ФГОСС ООО..... 29	
2.1. Технологические карты уроков математики в 6 классе с учетом требований ФГОСС ООО..... 29	
2.2. Формирование и развитие навыков тождественных преобразований во внеурочной деятельности..... 51	
2.3. Экспериментальная работа и ее результаты .....	53
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	65
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....	66

## ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день в условиях реализации ФГОС ООО технология системно деятельностного подхода при обучении математике позволяет школьникам в полном объеме овладеть системой математических знаний и умений, необходимых применения в деятельности, изучения смежных дисциплин в школе и продолжения образования в вузе, а также сформировать значимости математики научно-технического прогресса в целом воспитания своей математической культуры в частности.

Одним из важнейших видов любой учебной деятельности, в процессе которой усваивается теоретический материал, отрабатываются вычислительные навыки, является решение примеров и прикладных задач. Реализация деятельностного подхода позволяет учащимся самостоятельно открывать для себя новые знания и осмысленно применять их при поиске решения различных задач. Для этого учителю необходимо создавать условия для последовательного изучения учебного материала и в течение урока направлять деятельность учащихся на приобретение знаний в процессе самостоятельной деятельности. Формирование у школьников прочных и глубоких математических знаний во многом зависит от подбора задач, их систематизации и рационализации. В связи с этим учитель должен проводить большую методическую работу по созданию банка заданий и его своевременному пополнению.

Изучение различных преобразований выражений и формул занимает значительную часть учебного времени в курсе математики. Простейшие преобразования, опирающиеся на свойства арифметических операций, производятся уже в начальной школе и в V—VI классах. Но основную нагрузку по формированию умений навыков выполнения преобразований несет на себе курс школьной алгебры. Это связано как с резким увеличением числа и разнообразия совершаемых преобразований, так и с усложнением деятельности по их обоснованию и выяснению условий применимости, с

выделением и изучением обобщенных понятий тождества, тождественного преобразования, равносильного преобразования, логического следования.

Культура выполнения тождественных преобразований развивается так же, как и культура вычислений, на основе прочных знаний свойств операций над объектами (числами, векторами, многочленами и т. д.) и алгоритмов их выполнения. Она проявляется не только в умении правильно обосновать преобразования, но и в умении найти кратчайший путь перехода от исходного аналитического выражения к выражению, наиболее соответствующему цели преобразования, в умении проследить за изменением области определения аналитических выражений в цепочке тождественных преобразований, в быстроте и безошибочности выполнения преобразований.

Обеспечение высокой культуры вычислений и тождественных преобразований представляет важную проблему обучения математике.

Доказательство этому статистические данные органов народного образования, в которых ежегодно констатируются ошибки и нерациональные приемы вычислений и преобразований, допускаемые учащимися различных классов при выполнении контрольных работ.

Нельзя не согласиться с выводами органов народного образования в том, что недостаточно высокий уровень культуры вычислений и тождественных преобразований в средней школе является следствием формализма в знаниях учащихся, отрыва теории от практики.

Школа должна подготовить учащихся к тому, чтобы в будущем они умели решать разнообразные, практические и теоретические задачи. Поэтому надо стараться формировать у обучающихся достаточно общие методы мышления и деятельности, умение мыслить рационально.

Таким образом, можно сформулировать проблему исследования: как достичь предметных результатов при изучении темы «Тождественные преобразования»

Объект исследования – процесс обучения математике в средней школе

Предмет исследования – формирование предметных результатов, посредством изучения тождественных преобразований в школе

Цель: разработать комплекс заданий по теме «Преобразование выражений», способствующий достижению предметных результатов.

В основу исследования положена следующая **гипотеза**: Если систематически применять систему заданий, способствующую достижению предметных результатов в рамках темы «Тождественные преобразования», то уровень предметных результатов повысится

Для достижения сформулированной цели и проверки гипотезы исследования поставлены следующие задачи:

1. Изучить учебно-методическую литературу по тождественным преобразованиям, методики их изучения в школьном курсе математики.

2. Выявить пути достижения планируемых предметных результатов при изучении тождественных преобразований в основной школе.

3. Проанализировать содержание линии тождественных преобразований в учебниках математики 5-9 классов

4. Разработать систему заданий, способствующих достижению предметных результатов при изучении тождественных преобразований в основной школе

5. Разработать курс внеурочной деятельности по теме «Тождественные преобразования» методику обучения тождественным преобразованиям с целью достижения предметных результатов

Для решения поставленных задач использовались следующие методы исследования:

Теоретические: изучение и анализ учебной, научной, методической и психолого-педагогической литературы по проблеме исследования, анализ учебно-программной документации для общеобразовательных школ;

обобщение опыта обучения тождественным преобразованиям в общеобразовательной школе.

Эмпирические: наблюдение за процессом преподавания математики в средней школе и за деятельностью обучающихся, педагогический эксперимент

Для решения поставленных задач использовались следующие методы исследования:

Теоретические: изучение и анализ учебной, научной, методической и психолого-педагогической литературы по проблеме исследования, анализ учебно-программной документации общеобразовательных школ; обобщение опыта обучения тождественным преобразованиям в общеобразовательной школе.

Эмпирические: наблюдение за процессом преподавания математики в средней школе за деятельностью школьников в процессе обучения, педагогический эксперимент.

Статистические: математическая обработка анализ результатов педагогического эксперимента.

Экспериментальной базой исследования явилось МБОУ «СОШ №155 г. Челябинска».

Исследование проводилось в несколько этапов.

На первом этапе осуществлялось изучение научной, методической психолого-педагогической литературы проблеме исследования, проводился констатирующий эксперимент. Кроме того, разрабатывались теоретические положения, составляющие базу исследования, на основе которых были сформулированы цель исследования, выделены его объект, предмет, задачи и гипотеза.

На втором этапе в ходе теоретической разработки проблемы исследования выстраивалась методика проведения занятий с учащимися, проводился отбор методов, приемов, средств и форм обучения

тождественным преобразованиям, основанное на применении разработанной методики

На третьем этапе проводится формирующий эксперимент с целью проверки эффективности обучения тождественным преобразованиям на основе рационального использования вычислительных действий, осуществлялась статистическая обработка экспериментальных данных, производились корректировка теоретических выводов исследования и оформление работы.

# ГЛАВА 1 ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ И МЕТОДИКА ИХ ИЗУЧЕНИЯ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

## 1.1 Тожественные преобразования в курсе школьной алгебры

Фундаментом математических знаний, умений и навыков учащихся для успешного изучения разделов математики в школе, а в дальнейшем математических в вузе, являются основы тождественных преобразований. Линия тождественных преобразований является одной из четырех основных содержательных линий школьного курса алгебры (учение о числе, функции, уравнения и неравенства, тождественные преобразования). Она является постоянной частью программы и проходит через весь курс школьной математики (входит, по выражению А.Н. Колмогорова, в «ядро» программы).

Система основных понятий линии тождественных преобразований чрезвычайно проста. В нее входят всего два понятия: тождество тождественное преобразование. Развертывание этой системы в обучении не приводит осложнениям, независимо от положенных в основу курса концепций. В любом случае формируемые понятия лишены разночтений, так как понятие тождества одноаспектно. Указанная особенность резко противопоставляет тождественных преобразований таким или числовая. В последних установление соответствия различных аспектов понятий — наиболее ответственное звено и в обучении, и в методических исследованиях [10].

Простота внутреннего строения линии тождественных преобразований накладывается на многообразие связей этой линии. В качестве важного рассмотрим соотношение тождественных равносильных преобразований, которые систематически используются в составе одного оперативного блока.



Пример. Решить уравнения:

а)  $5x - 3x = 2$ ;

б)  $5x = 2 + 3x$ ;

В задании а) упрощение достигается при помощи применении тождества — распределительного закона. Основанное на этом тождестве тождественное преобразование переводит данное уравнение в равносильное уравнение  $2x = 2$ .

Второе задание сводится к первому посредством равносильного преобразования — переноса слагаемого в противоположную часть равенства с изменением знака. Видно, что уже в решении такого простого уравнения используются оба типа преобразований — и тождественное, и равносильное. Это положение для более сложных заданий, таких как в), становится нормой.

Отметим, что на первых этапах изучения алгебры ученики не располагают способами теоретического осмысления процесса решения уравнений за исключением опоры на правила, выведенные из свойств действий над числами. В частности, им неизвестно различие тождественных и равносильных преобразований. Особой нужды в этом различии и не ощущается. Оно становится необходимым лишь тогда, когда начинают применяться неравносильные преобразования. Роль логической компоненты в процессе решения уравнения при этом возрастает, и сам процесс приобретает расчлененный вид: некоторые используемые в нем преобразования становятся предметом специального рассмотрения. По отношению к ним рассматривается ряд вопросов как общего (свойства преобразований, условия применимости), так и частного (требуется ли проверка в случае применения) характера [14].

Интенсивность такой деятельности, однако, постепенно спадает. Вновь происходит свертка процедур применения преобразований. Постепенно обучающиеся сворачивают части процедур, тем самым

укорачивают ход решения, а значит используют принцип рационализации вычислений. Деятельность по решению перестает восприниматься учениками как расчлененная. Она достигает известного автоматизма и в проведении выкладок, и в распознавании применимости того или иного преобразования, характеристики его влияния на процесс решения.

В итоге динамика прохождения курса алгебры в отношении линии тождественных преобразований принимает следующий вид. На этапе начал нерасчлененная система преобразований, представленная

правилами выполнения действий над одной или обеими частями формул. На этапе формирования операционных блоков система преобразований разделяется на типы: тождественные равносильные преобразования; производится систематическое изучение свойств. этапе синтеза организуется целостная преобразований надежно установленными связями отдельных составляющих ее частей [14].

Приведенное описание подводит к выводу, что развертывание линии тождественных преобразований проходит в тесной связи с развитием теории уравнений и неравенств. Фактический анализ учебных пособий по алгебре показывает, что изучение тождественных преобразований несколько опережает формирование операционных блоков в линии уравнений неравенств, хотя для различных классов уравнений, неравенств и их систем картины довольно сильно отличаются друг от друга.

Действия, входящие в состав линии тождественных преобразований, раньше других подверглись углубленной методической разработке. Это связано тем, что в исторической перспективе использование буквенной символики наиболее заметная особенность алгебры, этом применения буквенной символики служат тождественные преобразования.

Содержание тождественных преобразований выделяется в настоящее время с полной определенностью. В нее входят изучение тождеств в числовой системе, их применение к упрощению выражений и решению

уравнений, изучение тождеств в классе элементарных функций. Распределение тождественных преобразований классам приведено в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Распределение тождественных преобразований классам

Содержание материала	Класс
Числовые и буквенные выражения. Упрощение выражений. Приведение подобных слагаемых	5 класс
Числовые выражения, содержание знаки плюс, минус. Алгебраическая сумма. Правила умножения и деления положительные и отрицательные чисел, обыкновенных дробей. Преобразование выражений: раскрытие скобок, заключение в скобки	6 класс
Алгебраические выражения. Допустимые значения выражений. Степень с натуральным показателем и ее свойства. Степень с нулевым показателем. Одночлен. Подобные одночлены. Преобразования одночленов. Многочлен. Сложение и вычитание многочленов. Умножение многочленов. Формулы сокращенного умножения. Деление многочлена на одночлен. Разложение многочлена на множители Сокращение алгебраических дробей. Тождества	7 класс
Алгебраическая дробь. Основное свойство алгебраической дроби. Действия с алгебраическими дробями. Преобразование рациональных выражений. Степень с отрицательным целым показателем. Квадратные корни. Свойства квадратного корня. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни	8 класс
Рациональные выражения . Тождества	9 класс
Тригонометрия. Формулы приведения. Синус и косинус суммы, разности аргументов. Тангенс суммы и разности аргументов. Формулы двойного аргумента. Формулы понижение степени. Тождественные преобразования тригонометрических выражений. Доказательство тождеств	10 класс
Корень n-ной степени и его свойства. Преобразование иррациональных выражений. Обобщение понятия о показателе степени. Определение и свойства логарифмов. Преобразование показательных и логарифмических выражений	11 класс

## **1.2 Достижение предметных результатов в рамках темы «Тождественные преобразования»**

Под предметными результатами образовательной деятельности понимается освоенный обучающимися в ходе изучения учебного предмета опыт специфической для данного предмета деятельности по получению нового знания, его преобразованию и применению, а также система основополагающих элементов научного знания, лежащая в основе современной научной картины мира.

Оценка предметных результатов может быть описана как оценка планируемых результатов по отдельному предмету (математике, алгебре, геометрии).

Оценка предметных результатов предусматривает выявление уровня достижения обучающимися планируемых результатов по математике с учетом:

- владения предметными понятиями и способами действия;
- умения применять знания в новых условиях;
- системности знаний.

При оценке предметных результатов следует иметь в виду, что должна оцениваться не только способность учащегося воспроизводить конкретные знания и умения в стандартных ситуациях (знание алгоритмов решения тех или иных задач), но и умение использовать эти знания при решении учебно-познавательных и учебно-практических задач, построенных на предметном материале с использованием метапредметных действий; умение приводить необходимые пояснения, выстраивать цепочку логических обоснований; умение сопоставлять, анализировать, делать вывод, подчас в нестандартной ситуации; умение критически осмысливать полученный результат; умение точно и полно ответить на поставленный вопрос.

При этом приоритетными в диагностике предметных результатов становятся не репродуктивные (на воспроизведение информации), а

продуктивные задания (задачи) по применению знаний и умений, предполагающие создание учащимся в ходе решения информационного продукта: вывода, оценки, модели и т. п. Средством достижения предметных результатов можно считать культуру выполнения тождественных преобразований. Так как тождественные преобразования пронизывают весь курс школьной математики. Основы тождественных преобразований закладываются еще в начальной школе (это алгоритмы арифметических действий, свойства операций, свойства нуля и единицы), но это изучение носит предварительный (пропедевтический) характер. В начальной школе вводятся элементарные сведения о переменной и буквенной записи законов арифметических действий на интуитивно-практическом уровне. В курсе математики для начальных классов формируются такие учебные понятия, связанные с алгеброй, как выражение, равенство, числовые и буквенные неравенства, уравнения суть которых раскрывается на конкретной основе использованием арифметического материала. Знакомство учащихся начальной школы свойствами арифметических действий позволяет формировать у них вычислительные навыки на основе сознательного использования рациональных приемов вычислений, знакомить простейшими тождественными преобразованиями [32].

Например, при ознакомлении с приемами поразрядного сложения многозначных чисел выполняются записи со ссылкой на законы сложения:

$$\begin{aligned} 234 + 542 &= (200 + 30 + 4) + (500 + 40 + 2) = \\ &= (200 + 500) + (30 + 40) + (4 + 2) = 700 + 70 + 6 \\ &= 776. \end{aligned}$$

При введении определение умножения, выполняется замена суммы произведением:

$$7 + 7 + 7 + 7 = 7 \cdot 4$$

При изучении алгоритмов упрощения выражений, выполнить задание:

запишите выражение без скобок, чтобы результат не изменился:

$31 - (12 + 14)$  — свойство вычитания суммы из числа,

$25 + (8 - 16)$  — свойство прибавления разности и др.

В 5-б-ых классах теоретический материал также излагается на наглядно-интуитивном уровне, математические методы и законы даются в виде правил. На протяжении этого периода обучения учащиеся развивают навыки вычисления натуральными числами, овладевают навыками действий с обыкновенными и десятичными дробями, получают начальные представления об использовании букв для записи выражений и свойств арифметических действий, составлении уравнений, формируют навыки преобразования выражений. Это первое знакомство приучает школьников «работать» с буквенными выражениями.

В 5-6 классах тождественных преобразований немного. Вопрос о тождественных преобразованиях рассматривается без использования специальной терминологии, нет терминов «тождество», «тождественно равные выражения», «тождественные преобразования выражений». Главная цель подготовка к изучению тождественных преобразований многочленов (приведение их к стандартному виду). Основа тождественных преобразований (свойства арифметических действий, нуля и единицы, известные из начальной школы) повторяется [10].

Приведем примеры.

Пример 1. Найдите значение выражения:

$$835 + 835 + 723 + 723 + 723 + 723 + 723 + 835$$

Решение:

$$\begin{aligned} 835 + 835 + 723 + 723 + 723 + 723 + 723 + 835 &= (835 + 835 + 835) + (723 + 723 + 723 + 723 + 723) = 835 \cdot 3 + 723 \cdot 5 = \\ &= 2505 + 3615 = 6120. \end{aligned}$$

Пример 2. Найдите значение выражения:  $36 \cdot 184 + 36 \cdot 816$

Решение:

$$36 \cdot 184 + 36 \cdot 816 = 36 (184 + 816) = 36000$$

Пример 3:  $2 \cdot x \cdot a \cdot 4$

Решение:

$2 \cdot x \cdot a \cdot 4 = 8ax$  – это фактически приведение одночлена к стандартному виду.

Пример 4. Упростить выражение  $3a + 9a + 12a$

Решение:  $3a + 9a + 12a = (3 + 9 + 12) a = 24a$  – это приведение подобных слагаемых

Все внимание должно быть обращено на то, чтобы довести до автоматизма навыки правильных и быстрых преобразований (при условии, что ученики в любой момент по требованию учителя смогут обосновать проводимые преобразования).

Так как в 5-6 классах происходит расширение понятия числа, то все свойства действий индуктивно проверяются переходе от множества чисел к другому.

Приведем примеры.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{1}{8} + \frac{2}{5}\right) + \frac{3}{4} = \frac{1}{8} + \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{4}\right)$$

$$-7 + (-4) = (-4) + (-7)$$

$$5 + (-8) = (-8) + 5 \text{ и т д}$$

При изучении действий с отрицательными числами появляются новые виды преобразований, математическая речь учащихся обогащается новыми терминами. Например, на основе законов вложения упрощают вычисление суммы нескольких слагаемых, складывая отдельно положительные числа и отдельно отрицательные, а затем к сумме положительных прибавляют сумму отрицательных:

$$\begin{aligned}
 & - 24 + (-16) + 17 + (-10) + 23 \\
 & = (17 + 23) + (-24 - 16 - 10) = 40 + (-50) = -10
 \end{aligned}$$

Устанавливают, что  $a - a = a + (-a) = 0$ , и применяют это свойство для упрощения выражений вида:  $-36 + a + 2,6 - a$ ;  $-27 - x + 27 + x$  и др.

Нужно заметить, что нежелательно произносить « $x$  и  $-x$  взаимно уничтожаются», целесообразней « $x$  и  $-x$  в сумме дают нуль», так как во втором случае идет опора на свойство.

После изучения правила вычитания отдельно рассматривается раскрытие скобок, перед которыми знак «+» или «-»

Раскрытие скобок, перед которыми стоит знак «+» основано на сочетательном законе сложения и определении суммы трех и более слагаемых. Например, упростить сумму:  $-2 - y + (0,3 + y - c)$

Изучение правила раскрытия скобок можно начать с напоминания о ранее выполненных преобразованиях вида:

$$a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c.$$

В результате выполнения нескольких упражнений (использование индукции) обучающиеся сами сформулируют правило раскрытия скобок в виде. При закреплении правила необходимо обратить внимание на упражнения типа  $(5 - x) - 32,3$

$$(5 - x) - 32,3 = 5 - x - 32,3$$

(раскрываем скобки в выражении  $0 + (5 - x)$ ).

Несколько труднее объяснить раскрытия перед которыми стоит знак «—». Рассмотрим один из вариантов объяснения.

Предложим задачу: «У мамы было 25 конфет. Одному ребенку она дала 7 конфет, другому 8. Сколько конфет осталось у мамы?».

Возможны рассуждения: «Сколько конфет мама отдала детям?  $(7+8)$  Сколько конфет осталось у мамы?» Ответ:  $25 - (7 + 8)$ .



Второй вариант рассуждений: «Мама сначала дала первому 7 конфет, а затем второму 8, т.е.  $25 - 7 - 8$ . Сравните результаты.

$$\text{Оказалось: } 25 - (7 + 8) = 25 - 7 - 8$$

Видим, что каждого слагаемого, заключенного в скобки, изменились на противоположные. Затем можно сформулировать правило раскрытия скобок, перед которыми стоит знак « $-$ ».

Замечание. Следует обратить внимание на то, что если, по мнению перед скобками «не стоит коэффициента», то необходимо разъяснить, что этот коэффициент равен 1.

В дальнейшем в упражнениях вида  $a - 2 \cdot (c + b)$  при раскрытии скобок используют сначала распределительный закон, а затем правило раскрытия скобок, перед которыми стоит знак « $-$ »:

$$a - 2 \cdot (c + b) = a - (2c + 2b) = a - 2c - 2b.$$

Особо следует рассмотреть случай:  $-(a + b)$

$$-(a + b) = 0 - (a + b) = 0 - a - b = -a - b$$

В 6-м классе вводится преобразование вынесение общего множителя за скобки:  $ac + bc = (a + b)c$ . Это иное прочтение распределительного закона, известного обучающимся. Вводится только новый термин.

Мы имеем возможность назвать еще один вид преобразований приведение подобных слагаемых:  $3a + 4a - 9a = (3 + 4 - 9)a = -2a$ .

Возможные следующие ошибки обучающихся.

Пример 1. Среди слагаемых содержится переменная с коэффициентом 1.

$$9a + a + 3a = 12a (!)$$

Для предупреждения и исправления ошибки необходимо поставить этот коэффициент и обращать внимание на количество слагаемых в данном выражении и на количество числовых слагаемых в скобках:

$$9 \cdot a + 1 \cdot a + 3 \cdot a = (9 + 1 + 3) \cdot a = 13a$$

Пример 2. Среди слагаемых есть члены, не содержащие переменных:

$$9a + 11 + 4a = 24a (!)$$

Пример 3. В выражении встречаются разные переменные

$$x + y + z = 3xyz.$$

Это свидетельствует о том, что упражнение дано слишком рано, учащиеся еще не готовы к нему.

Итак, в вводном курсе:

1)закладываются основы тождественных преобразований;  
2)рассматриваются важные виды тождественных преобразований (без прямого указания на то, что это тождественные преобразования): раскрытие скобок, приведение подобных слагаемых, вынесение за скобки общего множителя. Навыки обоснований выполняемых преобразований, доведенные до автоматизма, облегчат изучение в систематическом курсе тождественных преобразований целых выражений;

3)Тождественные преобразования осуществляются на основе законов арифметических действий и свойствах нуля и единицы.

Систематически и углубленно вопросы, связанные с обучением тождественным преобразованиям, изучаются в курсе алгебры, начиная с седьмого класса. При изучении методов тождественных преобразований в 7-9-ых классах важным является систематизировать теоретическую базу, на которой основываются различные виды преобразований, и сформировать умения и навыки их применения. Прежде всего учебная деятельность учащихся должна быть направлена формирование развитие универсальных учебных действий по таким темам одночлены многочлены, формулы сокращенного преобразования рациональных выражений, преобразование выражений, содержащих квадратные корни или степень с целым и рациональным показателем [34].

В старшей школе обучающиеся овладевают техникой преобразований выражений, содержащих степень с произвольным показателем, использованием свойств логарифмы, тригонометрических формул,

операций дифференцирования и интегрирования. Основной целью изучения темы тождественных преобразований в старших классах является формирование гибкого и мощного математического аппарата, который будет в дальнейшем служить для решения задач различного уровня сложности [32].

Для успешных математических дисциплин в вузе необходимо овладеть навыками тождественных преобразований, которые, к сожалению, недостаточно отрабатываются в школах.

Определим значение темы в школьном курсе математики.

Общеобразовательное и развивающее

При изучении темы тождественные преобразования учащиеся знакомятся:

– с новыми понятиями (тождество, тождественные преобразования, тождественно равные выражения, одночлен, многочлен, рациональная дробь с тождествами:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$\sqrt{x^2} = |x| \text{ и др.}$$

– с задачами нового содержания: «Прочитать выражение», «Доказать тождество», «Упростить выражение», «Заменить выражение тождественно равным» и др.

Это дает возможность расширить углубить пользование алгебраической терминологией и символикой.

Изучение тождественных преобразований дает возможность постоянно повторять действия с рациональными (в дальнейшем — и с иррациональными) числами, что способствует отработке вычислительных навыков, в том числе и техники устных вычислений.

Обучающиеся овладевают техникой выполнения тождественных преобразований, т.е. учатся свободно выполнять обосновывать преобразования.

Задания содержат несложные доказательства, что способствует развитию дедуктивного мышления.

Изучение тождественных преобразований предоставляет большие возможности для формирования таких качеств математического мышления, как самостоятельность, гибкость, глубина, критичность, рациональность и т.п.

Культура выполнения тождественных преобразований характеризуется

следующими признаками:

- а) прочное знание свойств операций над числами, выражениями;
- б) умение правильно обосновывать преобразование;
- в) умение следить за изменением области определения в цепочке преобразований;
- г) быстрота и безошибочность тождественных преобразований [14].

Приведем примеры преобразований, выполненных учениками.

Пример 1. Вычислить:

$$((-2)^2)^{\frac{1}{2}}$$

Четыре ученика дали различные решения этой задачи

$$((-2)^2)^{\frac{1}{2}} = (-2)^1 = -2$$

$$((-2)^2)^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

$$((-2)^2)^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = -2$$

Кто решил правильно? В чем причина ошибок остальных?

Пример 2. Найти значение выражения:

$$\sqrt{(a-5)^2} \text{ при } a = 2$$

Ученики дали решения:

$$1) \quad \sqrt{(a-5)^2} = a - 5 = 2 - 5 = -3$$

$$2) \quad \sqrt{(a-5)^2} = \sqrt{(2-5)^2} = \sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$$

Кто решил правильно? В чем причина ошибки другого? Как он должен записать решение?

Воспитательное значение. Специфика раздела «Тождественные преобразования выражений» заключается в том, что он открывает широкие возможности для выработки у важных трудовых умений, способствует развитию воли, сообразительности, творческой инициативы, самоконтроля и т. п. В частности, при выполнении заданий комбинированного характера обучающийся должен вспомнить все известные правила выполнения тождественных преобразований, суметь, следуя этим правилам, шаг за шагом сделать все выкладки, не допустить никаких ошибок, так как малейшая ошибка, например, неверно поставленный знак, делает бессмысленными все усилия. Такая работа способствует воспитанию настойчивости, аккуратности, внимания, осмыслению материала с новых позиций.

Целесообразно подобранные упражнения, например, при введении в тему, способствуют развитию интереса к математике, мотивации изучения материала.

Примеры.

Прием устного счета

а) учитель моментально находит квадраты чисел, оканчивающиеся на цифру 5 (  $25^2, 35^2, 45^2$  и т. д. ), произведение двузначных чисел, число десятков которых одинаково, а сумма единиц равна 10 (  $23 \cdot 27, 34 \cdot 37, 61 \cdot 69$  и др.)

б)учитель просит учеников назвать любое двузначное число, сам записывает другой множитель и сразу указывает результат. Например, дети называют число 27, учитель число-23 и дает ответ 621. Дети удивлены – в чем секрет? Учитель говорит, что секрет они раскроют сегодня после изучения нового материала.

#### Практическое значение

Изучение тождественных преобразований служит аналитическим аппаратом при:

- доказательстве теорем и выводе формул
- решении уравнений, неравенств и их систем
- упрощение выражений
- нахождение значений выражений
- исследование функций и др.

Тождественные преобразования (особенно в комплексе с решением уравнений, неравенств, систем) находят широкое применение в смежных дисциплинах (физика, химия) при работе с формулами, решении содержательных задач. Здесь имеют место межпредметные связи.

Изучение линии тождественных преобразований позволяет достичь следующих учебных целей, представленных в таблице 1.2.

Таблица 1.2.– Учебные цели линии тождественных преобразований

Категории целей	Примеры обобщенных типов целей		
	1 уровень	2 уровень	3 уровень
Знание	Термины, буквенная символика, способы записи и чтения различных видов выражений, основные тождества, правила, алгоритмы выполнения, частные приемы тождественных	Определение основных понятий и преобразований, связи и отношения между ними, следствия из основных тождеств, обобщенные приемы тождественных преобразований, способы решения основных типов задач	Логическая основа формул и приемов составления и преобразования выражений, их связь со свойствами и правилами действий над числами, искусственные приемы тождественных преобразований выражений

	преобразований выражений		
Понимание	Обучающийся правильно воспроизводит термины и формулы, смысл правил тождественных преобразований и учебных заданий, алгоритмы и частные приемы их решения, иллюстрирует их примерами, составляет несложные буквенные выражения.	Обучающийся интерпретирует тождества как правила и алгоритмы действий, приводит контрпримеры, подводит выражение под понятие или формулу, понимает идею подстановки, выделяет ситуации применимости формул или приемов тождественных преобразований.	Обучающийся преобразует словесный, наглядный материал в алгебраические выражения и обратно, используя обобщенные связи между выражениями, выводит следствия из формул и правил, выделяет идеи и методы преобразований, перестраивает известные и находит новые приемы преобразований.
Умения и навыки	Умения выполнять простейшие тождественные преобразования выражений, осуществлять числовые подстановки, выполнять преобразования по образцу или на основе помощи извне	Умения выражать в основных формулах одни переменные через другие, выполнять типовые преобразования в стандартных ситуациях, самостоятельно использовать формулы, алгоритмы и приемы тождественных преобразований и их контроля	Умения выполнять типовые преобразования в нестандартных ситуациях, самостоятельно использовать обобщенные и искусственные приемы тождественных преобразований, доказывать и выводить новые формулы, самостоятельно их использовать.

### 1.3 Анализ содержания линии тождественных преобразований в учебниках математики 5-6 классов

Сравнительный анализ учебников математики 5-6 класса Н.Я. Виленкина, А.С. Чеснокова, С.И. Швацбурга и С.М. Никольского, М.К. Потапова, Н.Н. Решетникова, Л.В. Шевкина

Предлагаем сравнительный анализ алгебраического материала двух учебников математики, входивших до 2019 года в Федеральный перечень с

целью выявления достижения предметных результатов при изучении тождественных преобразований

Осуществим данное исследование путем сравнения учебников:

- Н.Я. Виленкин, А.С. Чесноков, С.И. Швацбург

- С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, Л.В. Шевкин

(5-6 класс)

Таблица 1.3. – Сравнительный анализ учебников

Н.Я. Виленкин, и др	С.М. Никольский и др
Основная линия	
Обеспечивает преемственность курсов математики в начальной школе и курсов алгебры в последующих классах для большинства программ, позволяют проводить разноуровневое обучение и качественную подготовку обучающихся к изучению курса алгебры в старших классах.	Учебники по содержанию и по стилю выстроены так, что бы обеспечить обучающимся достаточно мягкий и безболезненный переход к систематическому изучению в 7 классе курса алгебры
Содержание линии «Тождественные преобразования»	
5 класс	
<p>1.Натуральные числа и шкалы - представление числа в виде суммы разрядных слагаемых</p> <p>2.Сложение и вычитание натуральных чисел -буквенная запись свойств сложения и вычитания -решение уравнений с использованием свойств</p> <p>3.Умножение и деление натуральных чисел -свойства умножения -применение свойств для упрощения буквенных выражений -рассматривается понятие «степень числа»</p> <p>4.Формулы -решение уравнений</p> <p>5.Сложение и вычитание обыкновенных дробей -решение уравнений, - упрощение выражения и нахождение его значения</p> <p>6.Сложение и вычитание десятичных дробей -решение уравнений</p>	<p>1.десятичная система записи натуральных чисел -представление числа в виде суммы разрядных слагаемых</p> <p>2.Сложение. Законы сложения -применение законов сложения для упрощения вычислений</p> <p>3.Умножение. Законы умножения -применение законов умножения для упрощения вычислений</p> <p>4.Распределительный закон -применение распределительного закона для упрощения выражений и решения уравнений</p> <p>5.Степень с натуральным показателем -представление произведения одинаковых множителей в виде степени</p> <p>6.Деление нацело -решение уравнений</p> <p>7.Числовые выражения -применение законов арифметических действий для упрощения выражений -повторение понятия «Степень»</p> <p>8.Свойства делимости 9.Признаки делимости 10.Простые и составные числа</p>



<p>- упрощение выражения и нахождение его значения</p> <p>7. Умножение и деление десятичных дробей</p> <p>- упрощение выражения и нахождение его значения</p> <p>- решение уравнений</p>	<p>- использование признаков делимости для разложения составных чисел</p> <p>11. Делители натурального числа</p> <p>12. НОД</p> <p>13. НОК</p> <p>14. Равенство дробей</p> <p>- использование основного свойства дроби. Сокращение дробей</p> <p>15. Законы сложения</p> <p>- буквенная запись свойств сложения</p> <p>- применение законов сложения для рационализации вычислительных действий</p> <p>16. Законы умножения. Распределительный закон</p> <p>- буквенная запись законов умножения и распределительного закона</p> <p>- применение законов для рационализации вычислений</p> <p>17. Деление дробей</p> <p>- решение уравнений</p> <p>18. Умножение и деление смешанных дробей</p> <p>- применение распределительного закона для рационализации вычислений</p>
<p>6 класс</p>	
<p>1. Делимость чисел</p> <p>- упрощение выражений с использованием признаков делимости</p> <p>2. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями</p> <p>- решение уравнений</p> <p>3. Умножение и деление дробей с разными знаменателями</p> <p>- применение распределительного свойства для упрощения выражений и нахождения значения выражения</p> <p>4. Отношения и пропорции</p> <p>- решение уравнений</p> <p>5. Умножение и деление положительных и отрицательных чисел</p> <p>- применение свойств действий с рациональными числами</p> <p>6. Раскрытие скобок</p> <p>- применение распределительного свойства</p> <p>7. Коэффициент</p> <p>- применение переместительного и сочетательного свойств</p> <p>8. Подобные слагаемые</p>	<p>1. Отношение чисел и величин</p> <p>- замена отношения дробных чисел равным ему отношением</p> <p>2. Пропорции</p> <p>- решение уравнений</p> <p>3. Законы сложения целых чисел</p> <p>- буквенная запись законов и их применение для рационализации вычислений.</p> <p>4. Произведение целых чисел</p> <p>- применение переместительного и сочетательного законов</p> <p>5. Распределительный закон</p> <p>- применение распределительного закона для рационализации вычислений</p> <p>6. Раскрытие скобок и заключение в скобки</p> <p>7. Действия с суммами нескольких слагаемых</p> <p>8. Рациональные числа</p> <p>- применение основного свойства дроби</p> <p>9. Законы сложения и умножения</p> <p>- буквенная запись законов и их применение для рационализации вычислений</p>

- применение распределительного свойства 9. Решение уравнений -применение свойств арифметических действий при решении уравнений		10. Смешанные дроби произвольного знака 11. Уравнения -решение уравнений с применением законов арифметических действий 12.Сложение и вычитание положительных десятичных дробей 13.Умножение положительных десятичных дробей -применение законов умножения, для нахождения значения выражения 14.Деление положительных десятичных дробей -решение уравнений 15.Десятичные дроби произвольного знака -упрощение выражений -решение уравнений	
Количество заданий, направленных на выявление возможностей использования тождественных преобразований как средство рационализации вычислений			
5 класс	6 класс	5 класс	6 класс
Всего заданий 1849	Всего заданий 1595	Всего заданий 1215	Всего заданий 1287
95	84	63	58
5, 1%	5,3%	5, 2%	4,5%

Материал, направленный на выявление возможностей использования тождественных преобразований как средство достижения предметных результатов представлен в недостаточном количестве. Разбираются различные типы заданий, где обучающиеся должны решить уравнение, упростить выражение, используя свойства арифметических действий, но задания представлены в недостаточном количестве. Возникает необходимость использования дополнительных упражнений или вспомогательных учебных пособий с целью достижения предметных результатов в рамках темы «Тождественные преобразования»

### **Выводы по главе 1:**

1)Динамика прохождения курса алгебры в отношении линии тождественных преобразований, представленная правилами выполнения действий над одной или обеими частями формул. На этапе формирования

операционных блоков система преобразований разделяется на типы: тождественные и равносильные преобразования; производится систематическое изучение их свойств. На этапе синтеза организуется целостная система преобразований четко и надежно установленными связями отдельных составляющих ее частей.

В 5-6 классах теоретический материал так же излагается на наглядно-интуитивном уровне, математические методы и законы даются в виде правил. На протяжении этого периода обучающиеся развивают навыки вычислений с натуральными числами, овладевают навыками действий с обыкновенными и десятичными дробями, получают начальные представления об использовании букв для записи выражений и свойств арифметических действий, составление уравнений, формируют навыки преобразования выражений.

Систематически и углубленно вопросы, связанные с обучением тождественным преобразованиям, изучаются в курсе алгебры начиная с седьмого класса. При изучении методов тождественных преобразований в 7-9 классах важным является систематизировать теоретическую базу, на которой основываются различные виды преобразований, и сформировать умения и навыки их применения. Прежде всего учебная деятельность обучающихся должна быть направлена на формирование и развитие универсальных учебных действий по таким темам, как одночлены и многочлены, формулы сокращенного умножения, преобразование рациональных выражений, преобразование выражений, содержащих квадратные корни или степень с целым рациональным показателем.

В старшей школе обучающиеся овладевают техникой преобразования выражений, содержащих степень с произвольным показателем, с использованием свойств логарифма, тригонометрических формул, операций дифференцирования и интегрирования. Основной целью изучения темы тождественные преобразования в старших классах является

формирование гибкого и мощного математического аппарата, который будет в дальнейшем служить для решения задач разного уровня сложности.

Навыки письменных и устных вычислений формируются в результате длительной и целенаправленной тренировки. В ходе обучения учащиеся приобретают опыт рационального выполнения вычислений. Рационализация вычислений требует от учащихся знания основных тождеств курса алгебры и законов действий, умения, ориентируясь в незнакомой ситуации, применять эти законы и тождества для упрощения вычислений. «Рациональность вычислений – это выбор тех вычислительных операций из возможных, выполнение которых легче других и быстрее приводит к результату арифметического действия»

3) В ходе анализа учебников математики было выявлено, что заданий, способствующих достижению предметных результатов при изучении тождественных преобразований недостаточно, для более плотного закрепления знаний, значит необходимо включить в работу дополнительные задания для отработки вычислительных навыков.

## **ГЛАВА 2 ДОСТИЖЕНИ ПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ В 5-6 КЛАССАХ С УЧЕТОМ ТРЕБОВАНИЙ ФГОСС ООО.**

### **2.1 Технологические карты уроков математики в 6 классе по теме «Решение уравнений»**

Достижение предметных результатов происходит за счет усвоения материала, который дает учитель на уроке.

В данной главе представлены 2 технологические карты уроков математики, где для каждого этапа урока прослеживаются планируемые учебные результаты деятельности обучающихся.

Цели деятельности учителя:

Главные дидактические цели: ввести понятия: корень уравнения, линейное уравнение; ознакомить со свойствами уравнений и новым способом решения уравнений, с решением задач нового типа; создать условия для отработки умений решать уравнения с помощью свойств уравнений, решать задачи алгебраическим способом; способствовать развитию математической культуры речи, активной памяти, произвольного внимания, наглядно-действенного, логического мышления: воспитывать культуру поведения.

Формировать УУД:

Личностные: умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли; способность к самооценке на основе критерия успешности к учебной деятельности.

Регулятивные: уметь определять и формулировать цель на уроке с помощью учителя; проговаривать последовательность действий на уроке; работать по коллективно составленному плану; оценивать правильность выполнения действий на уровне адекватной ретроспективной оценки; планировать свое действие в соответствии с поставленной задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его

оценки и учета характера сделанных ошибок; высказывать свои предположения.

Коммуникативные: уметь оформлять свои мысли в устной и письменной форме; слушать и понимать речь других; совместно договариваться о правилах поведения и общения в школе и следовать им.

Познавательные: уметь ориентироваться в своей системе знаний (отличать новое от уже известного с помощью учителя); добывать новые знания (находить ответы на вопросы, используя учебник, свой жизненный опыт и информацию, полученную на уроке).

Планируемые образовательные результаты:

Предметные: верно использовать в речи термины : корень уравнения, линейное уравнение; знать свойства уравнений; уметь грамматически верно читать записи уравнений, решать уравнения умножением или делением обеих его частей на одно и то же не равное нулю число, путем переноса слагаемого из одной части уравнения в другую, решать текстовые задачи с помощью уравнений и арифметическими способами.

Личностные: уметь осуществлять самооценку на основе критерия успешности учебной деятельности.

Метапредметные: регулятивные- уметь определять и формулировать цель на уроке с помощью учителя; проговаривать последовательность действий на уроке работать коллективно по составленному плану; оценивать правильность выполнения действия на уровне адекватной оценки; планировать свое действие в соответствии с поставленной задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; высказывать свое предположение; фиксировать индивидуальное затруднение в пробном учебном действии. Коммуникативные- уметь выражать свои мысли с достаточной полнотой и точностью; оформлять свои мысли в устной и в письменной форме; слушать и понимать речь других; совместно

договариваться о правилах поведения и общения в школе и следовать им; аргументировать свое мнение и позицию. Познавательные – уметь ориентироваться в своей системе знаний, отличать новое от уже известного с помощью учителя); добывать новые знания (находить ответы на вопросы, используя учебник, свой жизненный опыт и информацию, полученную на уроке); структурировать знания; использовать знаково-символические средства.

Основные понятия: Уравнение, корни уравнения, линейное уравнение, решение уравнения, пропорция, решение пропорции, правило переноса слагаемых из одной части в другую, умножение и деление обеих частей уравнения на одно и то же число, не равное нулю, проверка уравнения.

Организация пространства: Фронтальная работа, индивидуальная работа.

Тема: Решение уравнений

Тип урока: открытие и первичное закрепление новых знаний и способов действий.

Таблица 2.1. – Технологическая карта урока математики

Технология поведения	Деятельность учителя	Знания обучающихся, выполнение которых приведет к достижению запланированных результатов	Деятельность учеников	Планируемые результаты	
				предметные	метапредметные
1) Мотивация к учебной деятельности Цель: актуализировать требования к обучающемуся с позиций учебной деятельности	Актуализирует требования к ученику с позиций учебной деятельности	Анализ контрольной работы. Решение наиболее трудных заданий	Выполняют работу над ошибками	Умеют раскрывать скобки и приводить подобные слагаемые	Коммуникативные: уметь организовывать учебное взаимодействие в группе, совместно договариваться о правилах поведения обучающихся
2) Актуализация знаний и фиксирование индивидуального затруднения в пробном учебном действии: выявление места и причины затруднения. Цели: -создать условия для выполнения пробного учебным действием; -организовать фиксирование	Создает условия для выполнения учениками пробного учебного действия. Организует фиксирование обучающимися индивидуального затруднения.	-Какое равенство называют уравнением? (Уравнение называют равенство, содержащее букву, значение которой необходимо найти). -Что значит решить уравнение? (Это значит найти все его корни или убедиться, что это уравнение не имеет ни одного корня) - Решите уравнения:	Отвечают на вопросы учителя. Решают устно уравнения. Высказывают свои предположения.	Знают, что такое уравнение, корень уравнения. Умеют решать уравнения	Коммуникативные: уметь выражать свои мысли с достаточной полнотой и точностью в соответствии с задачами коммуникации. Познавательные: уметь строить логические цепочки рассуждений Регулятивные: уметь проявлять познавательную инициативу в учебном сотрудничестве



<p>обучающимися индивидуального затруднения ; -выявить место((шаг, операцию) и причину затруднения</p>		<p>а) <math>3x = -18</math> б) <math>-6x = 3,6</math> в) <math>-2x = -7</math> г) <math>-4x = 0,04</math> Рассмотрим следующее уравнение <math>x + 3 = 5</math>. Умножьте обе части этого уравнения на 4. Какое уравнение получим? (<math>4(x + 3) = 20.</math>) -Как вы думаете, будут ли корни у данных уравнений совпадать? (Затруднений обучающихся)</p>			<p>Личностные: проявление интереса к предмету</p>
<p>3) Построение проекта выхода из затруднения. Цель: организовать постановку цели учебной деятельности, выбор способа и средств ее реализации</p>	<p>Организует построение проекта будущих учебных действий, направленных на реализацию поставленной цели</p>	<p>- Тема нашего урока; Решение уравнений». -Какую цель вы поставите перед собой? (Сегодня мы познакомимся с новыми свойствами уравнений и научимся их применять) - Что нам поможет освоить эту тему и достичь цели, которую мы перед собой поставили? (Учебник)</p>	<p>Определяют цель урока, планируют учебные действия</p>		<p>Коммуникативные: уметь планировать учебное сотрудничество с учителем и сверстниками Познавательные: уметь самостоятельно формулировать познавательную цель. Регулятивные: уметь составлять план действий для достижения учебной цели</p>

<p>4)Реализация построенного проекта Цель: организовать построение и фиксацию нового знания</p>	<p>Организует построение и фиксацию нового знания</p>	<p>-Вернемся к нашим уравнениям. Давайте найдем их корни. 1)<math>x + 3 = 5</math> <math>x = 2</math> Ответ:2 2)<math>4(x + 3) = 20</math> <math>x + 3 = 5</math> <math>x = 2</math> Ответ:2 -Что получили? (корни данных уравнений совпали) -Чем отличались уравнения?(Второе уравнение получили из первого, умножив обе части уравнения на 4 ) Рассмотрение свойств уравнений. (см. ресурсный материал под таблицей)</p>	<p>Находят корни уравнений . Отвечают на вопросы</p>	<p>Знают, что такое уравнение, корень уравнения. Могут сформулировать свойства уравнений. Верно используют в речи термины: уравнение, корень уравнения.</p>	<p>Познавательные: уметь извлекать необходимую информацию, анализировать факты и явления, использовать знаково-символические средства Регулятивные: уметь проговаривать последовательность действий на уроке, различать способ и результат действия Коммуникативные: Уметь эффективно сотрудничать как с учителем, так и со сверстниками, владеть навыками смыслового чтения</p>
<p>5)Первичное закрепление с комментированием во внешней речи Цели: -закрепить новое знание в речи и знаках;</p>	<p>Организует закрепление нового знания в речи и знаках. Фиксирует преодоление возникшего затруднения</p>	<p>Работа с учебником: с 231-232, №1314(а), №1315(а,в), №1321-решение у доски с комментированием (см. пункт 2 ресурсного материала)</p>	<p>Выполняют задания у доски и в тетрадях</p>	<p>Умеют решать уравнения путем переноса слагаемого из одной части уравнения в другую, решать</p>	<p>Познавательные: уметь осознанно и произвольно строить речевое высказывание, преобразовывать информацию из одной формы в другую.</p>

-зафиксировать преодоление возникшего затруднения				текстовые задачи с помощью уравнений	Коммуникативные: уметь оформлять мысли в устной и письменной форме
6)Повторение изученного Цель: организовать повторение изученного материала	Организует повторение изученного материала	Работа с учебником: с 233, №1337(а) - самостоятельно	Самостоятельно выполняют задание в тетрадях	Умеют решать задачи с пропорциями	Познавательные: уметь анализировать условия задания Регулятивные: уметь принимать и сохранять учебную задачу
7)Рефлексия учебной деятельности Цель: организовать рефлексию и оценку учениками собственной учебной деятельности (самооценку)	Организует рефлексию, самооценку учебной деятельности	-Подведем итог работы на уроке -Какую цель мы сегодня ставили? Достигли ли цели? Учитель задает вопросы из учебника, кроме последнего (с.230) -Оцените свою деятельность на уроке, используя один из кружочков : зеленый, красный, желтый Домашнее задание: п.42, №1341(а, в), №1342(а), №1349	Отвечают на вопросы Рассказывают о том, что узнали. Осуществляют самооценку. Записывают домашнее задание.	Знают свойства уравнений	Регулятивные: уметь оценивать правильность выполнения действий на уроке на уровне адекватной ретроспективной оценки. Личностные: умение осуществлять самооценку на основе критерия успешности учебной деятельности

## Ресурсный материал

-Первое важное свойство уравнений: корни уравнения не изменяются, если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю. Число может быть любое: натуральное, целое, положительное, отрицательное, кроме нуля, корни уравнения не изменятся.

-Решите уравнение:  $x + 9 = -14$  ( $x = -23$ )

Это уравнение вы решили с использованием зависимости между компонентами и результатом сложения. Изучение отрицательных чисел дает возможность решить уравнение другим способом. Перенесем второе слагаемое из левой части уравнения в правую, изменив знак на противоположный.

$$x = -14 - 9$$

$$x = -23$$

-Мы видим, что корень уравнения не изменился.

-Второе важное свойство уравнений: корни уравнения не изменяются, если какое-либо слагаемое перенести из одной части уравнения в другую, изменив при этом знак.

-Из этого свойства вытекает алгоритм решения уравнений, когда мы группируем подобные слагаемые в левой и правой частях уравнения.

$$6x + 4 = 9x - 1$$

-Подчеркните подобные слагаемые.

-Перенесем слагаемое  $9x$  в левую часть, а  $4$  перенесем в правую часть, изменив их знаки на противоположные.

$$6x - 9x = -1 - 4;$$

$$-3x = -5$$

$$x = 1\frac{2}{3}$$

-Прочитайте в учебнике на странице 231 рубрику «Говори правильно»

-Покажите на примерах правило переноса слагаемых из одной части уравнения в другую.

Например:

$$10x - 14 = 9x - 5$$

$$5 + 12x = 11x + 16$$

$$8 - 7x = 6 - 8x$$

-Прочитайте задачу

-Давайте кратко запишем условия задачи

-Что известно о первом бидоне? О втором?\

	Было	Изменения
Станет		
1 бидон	? л в 3 раза больше, чем	-20 л
Поровну		
2 бидон	? л	+20 л

-Что нам поможет решить задачу? (Уравнение)

-Способ решения задачи с помощью уравнения называется алгебраическим

Решение:

1) Пусть  $x$  л. молока было во втором бидоне, тогда в 1 бидоне было  $3x$  л. молока.

$3x - 20$  (л) останется в первом бидоне и  $x + 20$  л – во втором.

По условию задачи известно, что в бидоне станет молока поровну.

Составим и решим уравнение:

$$30x - 20 = x + 20$$

$$30x - x = 20 + 20$$

$$2x = 40$$

$$x = 20$$

20(л) молока было во втором бидоне

2)  $20 \cdot 3 = 60$  (л) молока было в первом бидоне

Ответ: 60 литров молока было в первом бидоне и 20 литров молока было во втором бидоне.

Тема: Решение уравнений

Тип: закрепление знаний и способов действий

Таблица 2.2. – Технологическая карта урока

Технология поведения	Деятельность учителя	Знания обучающихся, выполнение которых приведет к достижению запланированных результатов	Деятельность учеников	Планируемые результаты	
				предметные	метапредметные
1) Мотивация учебной деятельности Цель: актуализировать требования к обучающемуся с позиций учебной деятельности	Актуализирует требования к ученику с позиций учебной деятельности	Работа с учебником: с.233, № 1334(а), 1136 - устно	Выполняют устные упражнения	Умеют упрощать выражения, определять зависимости между величинами	Коммуникативные: уметь организовывать учебное взаимодействие в группе, совместно договариваться о правилах поведения обучающихся
2) Актуализация знаний и фиксирование индивидуального затруднения в пробном учебном действии: выявление места и причины затруднения. Цели:	Создает условия для выполнения учениками пробного учебного действия. Организует фиксирование обучающимися индивидуального затруднения.	Математический диктант «Решение уравнений» с последующей проверкой -Запишите уравнения и решите их: 1) Разность «икс» и восьми равна девяти 2) Сумма «игрек» и трех равна минус семи	Выполняют задания математического диктанта и работу над ошибками	Умеют решать уравнения с применением свойств, определять, является ли заданное уравнение линейным	Коммуникативные: уметь выражать свои мысли с достаточной полнотой и точностью в соответствии с задачами коммуникации. Познавательные: уметь строить логические цепочки рассуждений Регулятивные: уметь планировать свое

<p>-создать условия для выполнения учениками пробного учебного действия; -организовать фиксирование обучающимися индивидуального затруднения; -выявить место(шаг, операцию) и причину затруднения</p>		<p>3) Минус два «икс» равны минус шести 4) Решите уравнение: <math>5y = 3y + 16</math> 5) Является ли линейным уравнение в задании №4? 6) Изменяются ли корни уравнения, если к обеим его частям прибавить одно и то же число? Учитель выявляет пробелы в знаниях обучающихся и разбирает ошибки.</p>			<p>действие в соответствии с поставленной задачей и условиями ее реализации, в том числе и во внутреннем плане. Личностные: проявление интереса к предмету</p>
<p>3) Закрепление знаний с комментированием во внешней речи Цели: -закрепить новое знание в речи и знаках -зафиксировать преодоление возникшего затруднения</p>	<p>Организует закрепление нового знания в речи и знаках. Фиксирует преодоление возникшего затруднения</p>	<p>Фронтальный опрос -Что такое пропорция? -Назовите основное свойство пропорции -Что общего у пропорции и уравнения? -Что значит решить пропорцию? -Какие правила для решения уравнений можно применить при решении пропорции? Работа с учебником: с. 232 №1320 - решение уравнений с</p>	<p>Отвечают на вопросы Решают уравнения с использованием основного свойства пропорции, задачи с помощью уравнений.</p>	<p>Знают, что такое пропорция, основное свойство пропорций. Умеют решать уравнения с использованием основного свойства пропорции, оценивать правильность хода решения и реальность ответа на вопрос задачи</p>	<p>Познавательные: уметь осуществлять анализ объектов с выделением существенных и несущественных признаков Коммуникативные: уметь оформлять мысли в устной и письменной форме Регулятивные: уметь различать способ и результат действия</p>

		использованием основного свойства пропорций. 1326, 1327, 1330 – решение задач с помощью уравнений.			
4)Рефлексия учебной деятельности Цель: организовать рефлексию и оценку учениками собственной учебной деятельности (самооценку)	Организует рефлексию, самооценку учебной деятельности	-Подведем итог работы на уроке. На партах лежит лист со словами, ученики ставят знак у тех слов, которые им больше подходят 1.Урок полезен, все понятно 2.Лишь кое-что чуть- чуть неясно 3.Еще придется потрудиться 4.Да, трудно все-таки учиться! Домашнее задание: п.42, №1345, 1348(а), 1351	Рассказывают о том, что узнали. Осуществляют самооценку. Записывают домашнее задание		Регулятивные: уметь оценивать правильность выполнения действий на уроке на уровне адекватной ретроспективной оценки. Личностные: умение осуществлять самооценку на основании критерия успешности учебной деятельности



Для усвоения данной темы по календарно-тематическому планированию отводится 3 часа учебной нагрузки, следовательно для более плотного закрепления знаний. Недостаточное усвоение тем связанных с тождественными преобразованиями, могут негативно отразиться на усвоении алгебраического материала в дальнейшем изучении математики.

## **2.2 Формирование и развитие вычислительных навыков во внеурочной деятельности**

В рамках темы квалификационной работы были проведены занятия внеурочной деятельности.

### **Пояснительная записка.**

Предлагаемый курс «Преобразования выражений» демонстрирует обучающимся применение математического аппарата к решению повседневных бытовых проблем каждого человека, вопросов рыночной экономики. Познавательный материал курса будет способствовать формированию устойчивого интереса учащихся к процессу и содержанию деятельности, а также познавательной и социальной активности.

### **Цели программы:**

1. Развитие логического мышления учащихся, их алгоритмической культуры и математической интуиции.
2. Развитие устойчивого интереса к предмету, приобщая к окружающей нас жизни.
3. Способствовать интеллектуальному развитию учащихся, формированию качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых человеку для жизни в современном обществе и решения практических проблем.

### **Задачи программы:**

1. Расширение знаний о методах и способах решения математических задач, окружающей нас жизни.
2. Формирование умения моделировать реальные ситуации.

3. Развитие познавательной деятельности учащихся.

4. Предоставить ученику возможность реализовать свой интерес к выбранному предмету, определить готовность ученика осваивать выбранный предмет на повышенном уровне.

***При успешной реализации задач курса обучающиеся должны знать:***

1. Основные способы решения уравнений и задач на составление уравнений.

2. Основные способы моделирования реальных ситуаций при решении задач различных типов.

***При успешной реализации задач курса учащиеся должны уметь:***

1. Выполнять действия с рациональными числами.

2. Решать линейные уравнения, уравнения с модулем, частные квадратные уравнения.

3. Составлять план решения задачи.

4. Решать задачи разного уровня на составление уравнений.

5. Моделировать реальные ситуации, описываемые в задачах на составление уравнений.

Программа курса «Преобразования выражений» направлена для обучающихся 6-х классов. Данный курс рассчитан на 10 часов, предполагает чёткое изложение теории математики для шестиклассников, решение уравнений, преобразование выражений и решение типовых задач. В программе приводится примерное распределение учебного времени. Основные формы организации учебных занятий: объяснение, практическая работа, тестовые задания. Разнообразный дидактический материал даёт возможность отбирать дополнительные задания для учащихся разной степени подготовки: уровень сложности задач варьируется от простых до сложных. Все занятия направлены на развитие интереса школьников к предмету, на расширение представлений об изученном материале.

Содержание программы представлено в таблице 2.3

Таблица 2.3. – Содержание программы внеурочной деятельности

Тема	Кол-во часов
Действия с рациональными числами	
Действия с обыкновенными дробями	2
Действия с десятичными дробями	2
Действия с рациональными числами	2
Решение уравнений	
Решение линейных уравнений.	1
Решение уравнений с модулем	1
Решение уравнений, приводимых к линейным.	2

### 2.3 Экспериментальная работа и ее результаты

Эксперимент проводился в МБОУ «СОШ №155 г. Челябинска» в 6Б классе

Характеристика экспериментального класса:

В данном классе всего 22 человека: 12 мальчиков и 10 девочек. Класс занимается по учебнику «Математика 5» Виленкина Н.Я., Жохова А.С., при 5-ти часах в неделю. В классе есть обучающиеся, которые отличаются высокой работоспособностью и активностью на уроках (примерно 40%), остальные обучающиеся проявляют среднюю активность на уроках, редко учувствуют в обсуждении новой темы, при решении задач и т. п. (примерно 40%). В классе также есть дети, которые не учувствуют в коллективной работе, не поднимают руку, чтобы ответить на вопросы (примерно 20%). Задания выполняются в тетрадях, которые систематически проверяются.

Для эксперимента была выбрана тема: «Решение уравнений»

По тематическому планированию данная тема включает вопросы:

Тема 1. Раскрытие скобок

Тема 2. Коэффициент

Тема 3. Подобные слагаемые

Тема 4. Решение уравнений

Контрольная работа.

Исследование проводилось в 2 этапа:

-Констатирующий эксперимент

-Формирующий эксперимент

Гипотеза исследования состоит в том, что если систематически применять систему заданий, способствующую достижению предметных результатов в рамках темы «Тождественные преобразования», то уровень предметных результатов повысится.

Констатирующий эксперимент

Основной целью первой стадии (констатирующий эксперимент) является определение(констатация) начального уровня всех параметров и факторов, которые подлежат отслеживанию в эксперименте. С помощью методом наблюдения оценивается состояние участников эксперимента.

Обучающимся были предложены следующие задания:

Нулевой срез:

На данном этапе обучающимся предлагаются задания, которые проверяют уровень сформированности навыков тождественных преобразований в 6 классе.

В таблице 2.4 представлены задания и предметные результаты, на формирование которых направлены данные задания.

Таблица 2.4. – Задания нулевого среза

Задание	Предметные результаты
1.Решите уравнения: а) $5,23 + x = -7,24$ б) $y - 2\frac{5}{12} = -3\frac{7}{15}$	Знают, что такое уравнение, корень уравнения. Правила решения уравнений
1. Упростить выражение и найти его значение: $\frac{11}{12}m - \frac{1}{2}m + \frac{1}{3}m$ , при $m = 1,6$	Умеют приводить подобные слагаемые. Умеют вычислять числовое значение буквенного выражения при заданных значениях букв

3. Раскройте скобки и найдите значение выражения: $23,6 + (14,5 - 30,1) - (6,8 + 1,9)$	Знают алгоритм раскрытия скобок
4. Решить уравнение: $7,2 : 2,4 = 0,9 : x$	Знают, что такое пропорция. Умеют решать пропорции
5. Решить задачу: Во второй корзине было в 3 раза больше огурцов, чем в первой. Когда в первую корзину добавили 25 кг огурцов, а из второй взяли 15 кг огурцов, то в обеих корзинах огурцов стало поровну. Сколько килограммов огурцов было в каждой корзине?	Умеют анализировать условие задачи, решать задачу с помощью уравнения, оценивать полученный ответ
6. Найдите два корня уравнения: $ -0,7  \cdot  y  =  -0,42 $	Знают, что такое модуль Умеют решать уравнения, содержащие знак модуля

Выполнение заданий самостоятельной работы обучающимися:

Обозначения:

«+» - задание выполнено неправильно;

«-» - задание выполнено правильно;

«0» - ученик не приступал к выполнению задания.

В графе «Итого» указана часть класса, которая справилась с заданием (в %).

Таблица 2.5. – Результаты нулевого среза

№ п/п	уч-ся	1	2	3	4	5	6	Решено заданий	Уровень
1	А	+	+	-	-	-	+	3	д
2	Б	+	+	-	0	0	-	2	н
3	В	-	+	+	+	-	-	3	д
4	Г	+	-	+	-	-	-	2	н
5	Д	+	-	-	+	-	+	3	д
6	Е	+	-	-	-	-	+	2	н
7	Ж	-	-	-	+	+	+	3	д
8	З	+	+	+	+	+	-	5	о
9	И	-	-	-	-	+	-	1	н
10	К	+	-	+	-	0	+	3	д
11	Л	-	-	-	-	-	+	1	н
12	М	+	+	-	-	-	-	2	н
13	Н	-	-	+	+	+	-	3	д
14	О	+	0	+	-	-	-	2	н

15	П	-	+	-	+	+	+	4	о
16	Р	+	+	+	-	-	-	3	д
17	С	+	+	-	+	+	+	5	о
18	Т	+	-	+	-	+	-	3	д
19	У	+	-	+	+	+	+	5	о
20	Ф	-	-	+	-	-	-	1	н
21	Х	+	-	-	+	-	-	2	н
22	Ц	-	+	+	+	-	+	5	о
Итого, %		63%	40%	50%	45%	40%	45%		

Критерии оценивания по уровням сформированности навыков выполнения тождественных преобразований

Решено заданий из 6 предложенных:

1-2 – низкий (н)

3 – достаточный (д)

4-5 – оптимальный (о)

6 – продвинутый(п)

Вывод: Из таблицы видно, что большая часть обучающихся справилась с данными заданиями.

Анализ допущенных ошибок:

В первом задании обучающиеся путали знаки у чисел при их переносе через знак равенства, что приводило к неверному ответу.

Во втором задании большинство обучающихся не упрощая выражение, вычисляли числовое значение буквенного выражения, при заданном значении буквы.

В третьем задании неверно были раскрыты скобки, что приводило к неверному ответу.

В четвертом задании неверно было использовано основное свойство пропорции.

В пятом задании неверно выполненная краткая запись, приводила к неверно составленному уравнению, и как следствие, к неверному ответу.

В шестом задании обучающиеся в ответ записывали единственный корень уравнения.

Из результатов работы можно сделать вывод: необходимо создать условия для достижения предметных результатов при изучении тождественных преобразований.

Особое внимание необходимо уделить свойствам арифметических действий.

Обратить внимание на использование свойств уравнений; умение верно записывать решение уравнений, решать уравнения умножением или делением обеих его частей на одно и то же не равное нулю число, путем переноса слагаемого из одной части уравнения в другую, решать текстовые задачи с помощью уравнений и арифметическими способами.

Результаты поискового этапа помогли нам определить направление следующего этапа педагогического эксперимента – формирующего.

Формирующий эксперимент.

В ходе данного эксперимента была внедрена система заданий и упражнений для достижения предметных результатов при изучении тождественных преобразований. Проведены занятия кружка «Преобразования выражений»

Цель этого этапа педагогического эксперимента заключалась в проверке эффективности разработанных условий для достижения предметных результатов при изучении тождественных преобразований.

Обучающиеся на данном этапе проводят анализ и синтез выполняемых преобразований. Подчеркивают особенности выполнения тождественных преобразований (использование свойств арифметических действий, правила раскрытия скобок, правила решения уравнений и др.). Выстраивают цепочку действий для достижения поставленной цели.

Изложенные в работе упражнения включались на каждый урок математики в классе. Чаще всего они проводились в начале урока с целью подготовки ребят к усвоению материала, или в конце урока, с целью проверки знаний, умений и навыков обучающихся. Во время эксперимента обучающиеся выполняли все задания учителя.

Для формирующего эксперимента были представлены следующие задания:

№ 1. Упростить и найти значение выражения.

а)  $\frac{7}{12}a + \frac{3}{12}a$ , при  $a = 12$ ,

б)  $\frac{5}{6}a - \frac{1}{6}a$ , при  $a = 6$ ,

в)  $\frac{1}{55}a - \frac{5}{55}a$ , при  $a = -11$ ,

г)  $\frac{7}{11}a + \frac{9}{11}a$ , при  $a = 11$ ,

д)  $\frac{40}{57}a + \frac{17}{57}a$ , при  $a = 1$ ,

е)  $\frac{5}{9}a - \frac{4}{9}a$ , при  $a = 3$ .

ж)  $\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a$ , при  $a = 2$

№2 Найти значения выражения.

Таблица 2.6. – Задание №2

$(132 + a) - 18$	$1,68 - (a + 5,8)$	$5\frac{1}{2} + (3\frac{2}{5} - a)$
$a = 43$	$a = 3,5$	$a = 1\frac{1}{15}$
$a = -164$	$a = 4,42$	$a = 2\frac{3}{5}$
$a = 27$	$a = 9,9$	$a = 3\frac{3}{10}$
$a = 18$	$a = 11$	$a = \frac{7}{25}$
$a = -152$	$a = 1,34$	$a = \frac{4}{5}$

№3 Упростить выражение:

1)  $17a - 13a =$

2)  $\frac{7 \cdot a}{14 \cdot b} =$

3)  $(11a \cdot 2) \cdot 0,1 =$

4)  $48a : 12 =$

5)  $(1,3 \cdot a) : 0,1 =$

6)  $(7,6 \cdot a) : 7\frac{3}{5} =$

№4 Решить уравнение:



Таблица 2.7. – Задание №4

$x : 48 = 5$	$2(x + 5) = 12$
$0 \cdot x = 0$	$84 : (x - 3) = 42$
$252 : x = 6$	$(x + 6) \cdot 3 = 27$
$x : 28 = 3$	$(3x + 15) : 3 = 6$
$x - 225 = 75$	$(12 + 7x) \cdot 2 = 24$
$843 - x = 256$	$15 : (x + 2) = 5$
$x + 87 = 156$	$(63 - 9x) : 3 = 15$
$x - \frac{5}{8} = \frac{1}{8}$	$4x \cdot \frac{2}{9} = \frac{7}{18}$
$x - \frac{6}{21} = \frac{1}{3}$	$x \cdot \frac{12}{13} = \frac{6}{13}$
$x \cdot \frac{15}{29} = \frac{12}{29}$	$3x + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
$x : \frac{4}{9} = \frac{1}{9}$	$4x - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$
$x : \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$	$9x \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
$3,8 + x = 6,7$	$3 \cdot (1,5 + x) = 9,3$
$4,13 + x = 9,53$	$0,3(2,4 + x) = 4,2$
$2,706 + x = 4,162$	$0,3(3 - x) = 0,9$
$x - 15,81 = 16,083$	$(12,5 - x) : 1,4 = 5$
$21,032 + x = 24,03$	$(x - 5) : 15 = 3,2$

№5 Решите уравнения:

а)  $-7 \cdot x = 63$

б)  $\frac{3}{4} \cdot x = -\frac{2}{3}$

в)  $|-2,4| + y = |-0,4|$

г)  $3\frac{7}{11} - x = 3\frac{13}{22}$

д)  $|-15,6| : t = -3,2$

е)  $x \cdot 1\frac{3}{5} = 8\frac{1}{3}$

ж)  $x + |-0,75| = 1$

з)  $x - \left| \frac{1}{20} \right| = |-11,7|$

$$\text{и) } -\frac{5}{2} \cdot y = 0$$

Данная система заданий позволит обучающимся более плотно закрепить навыки выполнения тождественных преобразований, вычислительные навыки в различных числовых множествах (действия с десятичными дробями, обыкновенными дробями, целыми числами), что приведет к достижению предметных результатов.

В результате работы было выявлено, как повлияла система упражнений и занятия курса внеурочной деятельности на достижение предметных результатов при изучении тождественных преобразований.

Результаты формирующего эксперимента представлены в таблице 2.8.

Обозначения:

«+» - задание выполнено неправильно;

«-» - задание выполнено правильно;

«0» - ученик не приступал к выполнению задания.

В графе «Итого» указана часть класса, которая справилась с заданием (в %).

Таблица 2.8. – Результаты формирующего эксперимента

№ п/п	уч-ся	1	2	3	4	5	6	Решено заданий	Уровень
1	А	+	+	+	-	+	+	5	о
2	Б	+	+	+	0	-	-	3	д
3	В	-	+	+	+	-	-	3	д
4	Г	+	-	+	-	+	+	4	о
5	Д	+	+	-	+	-	+	4	о
6	Е	+	+	+	+	-	+	5	о
7	Ж	-	-	-	+	+	+	3	д
8	З	+	+	+	+	+	-	5	о
9	И	+	+	-	-	+	-	3	д
10	К	+	+	+	-	+	+	5	о
11	Л	-	+	+	+	-	+	4	о
12	М	+	+	+	-	-	+	4	о
13	Н	+	-	+	+	+	-	4	о
14	О	+	0	+	+	+	-	4	о
15	П	+	+	-	+	+	+	5	о
16	Р	+	+	+	-	-	+	4	о
17	С	+	+	+	+	+	+	5	о

18	Т	+	+	+	-	+	-	4	о
19	У	+	+	+	+	+	+	6	п
20	Ф	+	+	+	-	-	-	3	д
21	Х	+	-	-	+	-	+	3	д
22	Ц	+	+	+	+	+	+	6	п
Итого, %		86%	77%	77%	59%	59%	64%		

Вывод: из таблицы 2.8. видно, что большая часть обучающихся справились с данными заданиями.

Это означает, что предметные результаты улучшились. Обучающиеся стали внимательней приводить подобные слагаемые, анализировать условия и опираясь на них, действовать, следуя поставленной цели.

Навык оперирования буквенной символикой значительно улучшился.

Критерии оценивания по уровням сформированности навыков выполнения тождественных преобразований

Решено заданий из 6 предложенных:

1-2 – низкий (н)

3 – достаточный (д)

4-5 – оптимальный (о)

6 – продвинутый(п)

В результате обработки полученных данных установлено, что в начале эксперимента существовала необходимость практической реализации эффективных путей достижения предметных результатов при изучении тождественных преобразований, а в конце исследования зафиксировано смещение распределения обучающихся в сторону повышения уровня достижения предметных результатов при изучении тождественных преобразований.

Таблица 2.9. – Динамика уровня достижения предметных результатов

уч-ся	до	после	сдвиги
А	д	о	+
Б	н	д	+
В	д	д	0
Г	н	о	+
Д	д	о	+
Е	н	о	+
Ж	д	д	0

З	о	о	0
И	н	д	+
К	д	о	+
Л	н	о	+
М	н	о	+
Н	д	о	+
О	н	о	+
П	о	о	+
Р	д	о	+
С	о	о	0
Т	д	о	+
У	о	п	+
Ф	н	д	+
Х	Н	д	+
Ц	о	п	+

### Анализ результатов и их статистическая обработка

Для обоснования достоверности результатов контрольных и экспериментальных данных использовался метод статистической обработки, так называемый, критерий знаков (G- критерий)

Критерий предназначен для сравнения состояния некоторого свойства у членов двух зависимых выборок на основе измерений, сделанных по шкале ниже ранговой.

В качестве нулевой ( $H_0$ ) была сформулирована гипотеза: уровень предметных достижений при изучении тождественных преобразований не различаются в результате первичного и вторичного измерений.

В случае отклонения от гипотезы  $H_0$  принимается альтернативная гипотеза  $H_1$ : уровень достижения предметных результатов при изучении тождественных преобразований у обучающихся существенно различны в результате первичного и вторичного измерений.

Статистика критерия (T) определяется следующим образом: допустим, что из N пар (x,y) нашлось несколько пар, в которых значение  $x_i$  и  $y_i$  равны. Такие пары обозначаются знаком «0» и при подсчете значения величины T не учитываются. Предположим, что за вычетом из числа N числа пар, обозначенных знаком «0», осталось всего n пар. Среди оставшихся n пар, обозначенных знаком «-», т е пары, в которых  $x_i < y_i$ . Значение величины T и равно числу пар со знаком минус.

Нулевая гипотеза принимается на уровне значимости 0,05 если наблюдаемое значение  $T < n-ta$ , где значение  $n-ta$  определяется из статистических таблиц для критерия знаков.

На начальном этапе принимается гипотеза  $H_0$ .

Статистическая обработка результатов итоговой диагностики уровня достижения предметных результатов после проведения формирующего этапа педагогического эксперимента позволила подтвердить гипотезу об имеющихся статистически значимых различиях в распределении обучающихся по уровням достижения предметных результатов.

Динамика уровня достижения предметных результатов представлена в таблице 2.10.

Таблица 2.10. – Динамика уровня достижения предметных результатов

уч-ся	до	после	сдвиги	гипотеза
А	д	о	+	$H_1$
Б	н	д	+	$H_1$
В	д	д	0	$H_0$
Г	н	о	+	$H_1$
Д	д	о	+	$H_1$
Е	н	о	+	$H_1$
Ж	д	д	0	$H_0$
З	о	о	0	$H_0$
И	н	д	+	$H_1$
К	д	о	+	$H_1$
Л	н	о	+	$H_1$
М	н	о	+	$H_1$
Н	д	о	+	$H_1$
О	н	о	+	$H_1$
П	о	о	+	$H_1$
Р	д	о	+	$H_1$
С	о	о	0	$H_0$
Т	д	о	+	$H_1$
У	о	п	+	$H_1$

Ф	н	д	+	Н1
Х	Н	д	+	Н1
Ц	о	п	+	Н1

После проведения формирующего этапа эксперимента принимается гипотеза Н1.

Анализ полученных результатов позволил сформулировать вывод: на конечном этапе эксперимента достоверные различия в распределении обучающихся уровням достижения предметных результатов существуют, и смещение происходит в сторону более высокого значения.

Таким образом, обработка результатов педагогического эксперимента подтвердила эффективность разработанной методики и полностью подтверждает гипотезу исследования

## **Выводы по главе 2**

1) Процесс достижения предметных результатов в условиях обучения математике при выполнении требований к математической подготовке обучающихся будет более эффективным, если при изучении математики будут использоваться специальные задания, способствующие достижению предметных результатов.

2) Ввиду того, что учебный план не дает возможности полноценно подготовить обучающихся 6 классов к изучению алгебры в 7 классе, то дополнительные возможности открывает занятия кружка «Преобразование выражений»

3) Обработка результатов педагогического эксперимента подтвердила эффективность разработанной методики.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В магистерской диссертации рассмотрены вопросы необходимости и актуальности достижения предметных результатов на уроках математики при изучении тождественных преобразований, изучены возможности их достижений, обоснована роль выполнения тождественных преобразований в курсе математики основной школы

В процессе работы были решены следующие задачи:

-изучена психолого-педагогическая литература, на основе полученных данных сделаны выводы о необходимости подготовки обучающихся выполнению тождественных преобразований

-проведен сравнительный анализ учебников по математике для обучающихся 5-6 классов общеобразовательных учреждений; сделан вывод о недостаточности материала, направленного на достижение предметных результатов при изучении тождественных преобразований и необходимости использования специальным образом подобранных дополнительных упражнений

-разработаны и апробированы в школе уроки по теме «Решение уравнений» с применением упражнений, направленных на достижение предметных результатов

-в рамках формирующего эксперимента был разработан комплекс заданий, способствующий достижению предметных результатов, обоснована значимость и польза внедрения таких заданий в курс математики 5-6 класса

Подводя итог всего вышеизложенного, считаем возможным говорить о полном выполнении задач, поставленных в начале исследования и достижении целей диссертации.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Атаханов Р.А. Математическое мышление и методика определения уровня его развития / Под ред. действ.чл. РАО, проф. В.В. Давыдова.-М. Рига: Издатель Рассказов А.И., 2000.
2. Актуальные вопросы теории и методики обучения математике в средней школе: сборник научных статей. Вып. 1. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2011. – 111 с.
3. Байдак В.А. и др. Формирование алгоритмической культуры у учащихся. – с.74-79, 2003
4. Блох А.Я. О тождественных преобразованиях в курсе алгебры VI-VIII кл.// Метод. Рекомендации и указания по методике преподавания математики в средней школе: Сб.статей/ А.Я. Блох – М.: МГПИ им. В.И.Ленина, 1973
5. Виленкин Н. Я., Жохов В. И., Чесноков А. С., Шварцбурд С. И.. Математика. 5 класс : учеб, для учащихся общеобразоват. учреждений / — М. : Мнемозина, 2017
6. Виленкин Н. Я., Жохов В. И., Чесноков А. С., Шварцбурд С. И.. Математика. 6 класс : учеб, для учащихся общеобразоват. учреждений / — М. : Мнемозина, 2017
7. Виленкин Н. Я., О развитии логических и творческих способностей школьников. [Текст]//Заочное обучение математики школьников 8-10 кл.: Сб.статей/Н.Я.Виленкин, А.Я.Блох.-1982
8. Виленкин Н.Я. и др. Современные основы школьного курса математики.— М.: Просвещение, 2001.— 240 с.
9. Виноградова Л.В. Методика преподавания математики в средней школе /Л.В. Виноградова. – Ростов н-Д.: «Феникс», 2005
10. Груденов Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики: Кн. для учителя. — М.: Просвещение, 1990. — 224 с.



11. Гусев В.А., Орлов А.И., Розенталь А.Л. Внеклассная работа по математике в 6—8 классах.— М.: Просвещение, 2007.—289 с.
12. Иванова Т.А., Теоретические основы обучения математике в средней школе; Учебное пособие/ Т.А. Иванова, Е.Н. Перевощикова, Т.П. Григорьева, Л.И. Кузнецова; Под ред. проф. Т.А. Ивановой. - Н. Новгород: НГПУ, 2010 – 320 с.
13. Канин Е.С. К формированию умений и навыков в вычислениях и тождественных преобразованиях / Е.С. Канин// Математика в школе. – 2002. – №5.
14. Колягин Ю.М. и др. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. М.: Просвещение, 2005.— 324 с.
15. Колягин Ю.М. и др. Методика преподавания математики в средней школе: Частные методики.—М.: Просвещение, 2007. – 480 с. 72
16. Кондрушенко Е.М. Тождественные преобразования выражений в школьном курсе математики.— Великий Новгород: МОУ ПКС «Институт образовательного маркетинга и кадровых ресурсов», 2006. — 72 с.
17. Лысенко Ф.Ф., С.Ю.Кулабухова.-Тематические тесты. Тренажер -Ростов-на-Дону: Легион, 2014 – 128 с.
18. Миндюк Н.Г. Основные этапы формирования навыков тождественных преобразований алгебраических выражений классов/ Н.Г. Миндюк// Математика в школе. - 1985. - №5.
19. Макарычев Ю.Н. Тождественные преобразования многочленов / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.С. Муравин // Математика в школе. - 1973. -№ 31.
20. Методика преподавания математики в средней школе: Частная методика / Сост. В.И. Мишин. — М.: Просвещение, 2003.— 421 с.
21. Морозова Л.П.Обучающая самостоятельная работа как метод активизации деятельности учащихся при изучении теории на уроках математики. [Электронный ресурс]/Л.П. Морозова.— URL: <http://festival.1september.ru/articles/213464/>

22. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. 9 кл.: в 2 ч. ч.1: Учеб. для общеобразоват. учреждений / А.Г. Мордкович. - М.: Мнемозина, 2013
23. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа . 9 кл.: В 2 ч. Ч.2: Задачник для общеобразоват. учреждений / А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Г.А. - М.: Мнемозина, 2016.
24. Мордкович А.Г. Алгебра. 7 кл.: в 2 ч. Ч.1: Учеб. для общеобразоват. учреждений / А.Г. Мордкович. - М.: Мнемозина, 2016. – 240 с.
25. Мордкович А.Г. Алгебра. 8 кл.: учебник для классов с углубленным изучением математики / А.Г. Мордкович. - М.: Мнемозина, 2016. – 228 с
26. Морозова Л.П. Обучающая самостоятельная работа как метод активизации деятельности учащихся при изучении теории на уроках математики. [Электронный ресурс]/Л.П. Морозова.– URL: <http://festival.1september.ru/articles/213464/>
27. Никольский С.М., Потапов М.К.. Математика. 5 кл.: Учеб. для общеобразоват. учреждений / С. М.Никольский. - М.: Просвещение, 2015.
28. Никольский С.М., Потапов М.К.. Математика. 6 кл.: Учеб. для общеобразоват. учреждений / С. М.Никольский. - М.: Просвещение, 2015.
29. Никольский С.М., Потапов М.К.. Математика. 7 кл.: Учеб. для общеобразоват. учреждений / С. М.Никольский. - М.: Просвещение, 2016.
30. Никольский С.М., Потапов М.К.. Математика. 8 кл.: Учеб. для общеобразоват. учреждений / С. М.Никольский. - М.: Просвещение, 2015.
31. Никольский С.М., Потапов М.К.. Математика. 9 кл.: Учеб. для общеобразоват. учреждений / С. М.Никольский. - М.: Просвещение, 2015.
32. Ожегов С.И. Словарь русского языка [Текст] : 53000 слов / под общ. ред. проф. – 536 с.
33. Плотникова Е.Г. Педагогика математики: предмет, содержание, принципы [Текст] // Педагогика, 2003 №4. С.39 с.

34. Приютко О.Н., Падина В.В. Обучение слабоуспевающих школьников : алгоритмический подход. 2014
35. Стефанова Н.Л. , Подходова Н.С. Методика и технология обучения математике. Учеб. пособие / Н.Л. Стефанова и др. М. : Дрофа, 2008.–416 с. 42. Столяр А.А. Методы обучения математике.–Минск: Высшая школа, 1996.–191 с.
36. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. [Электронный ресурс]. //http://www.edu.ru
37. Черкасов Р.С., Столяр А.А. Методика преподавания математики в средней школе. М.: Просвещение, 2010.–336 с.
38. Шаталина Е.Г. Активизация познавательной деятельности на уроках математики. [Электронный ресурс] /Е.Г. Шаталина.– URL: <http://festival.1september.ru/articles/559342/>
39. Талызина Н.Ф. Управление процессом управления знаний. – М.: Изд-во МГУ, 1975