Ю.В. Корчемкина

Рабочая тетрадь по математике (геометрия)

Учебное пособие

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический
университет»

Ю.В. Корчемкина

Рабочая тетрадь по математике
(геометрия)

Учебное пособие

Челябинск
2022

УДК 513(076)(021)

ББК 22.151я73

К 70

Корчемкина Ю. В. Рабочая тетрадь по математике (геометрия) : учебное пособие / Ю. В. Корчемкина. – Челябинск : Изд-во ЗАО «Библиотека А. Миллера», 2022. – 99 с.

ISBN 978-5-93162-622-2

В рабочую тетрадь включены следующие разделы начального курса математики: «Геометрические фигуры и их свойства», «Многогранники. Тела вращения», «Геометрические величины». В учебном пособии содержится краткий теоретический материал и практические задания для выполнения на аудиторных занятиях и организации самостоятельной работы студентов.

Рабочая тетрадь предназначена для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль «Начальное образование», 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) с профилем «Начальное образование». Рабочая тетрадь также может быть использована для организации работы со студентами колледжей, получающих образование по специальностям 44.02.01 Преподавание в начальных классах и др.

Рецензенты:

Махмутова Л.Г., канд. пед. наук, доцент

Овсяницкая Л.Ю., канд. техн. наук, доцент

ISBN 978-5-93162-622-2

СОДЕРЖАНИЕ

1 ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ И ИХ СВОЙСТВА

1.1 Задачи на построение

1.1.1 Теоретический материал

Циркуль – это инструмент, позволяющий построить:

– окружность, если построены ее центр и отрезок, равный радиусу (или его концы);

– любую из двух дополнительных дуг окружности, если построены ее центр и концы этих дуг.

Линейка используется как инструмент, позволяющий построить:

– отрезок, соединяющий две построенные точки;

– прямую, проходящую через две построенные точки;

– луч, исходящий из построенной точки и проходящий через другую построенную точку.

С помощью циркуля и линейки можно также изобразить:

– любое конечное число общих точек двух построенных фигур, если такие точки существуют;

– точку, заведомо не принадлежащую какой-либо построенной фигуре;

– точку, принадлежащую какой-либо построенной фигуре.

С помощью основных построений решаются некоторые задачи, достаточно простые и часто встречающиеся при решении других, более сложных. Такие задачи считаются элементарными и описания их решения, если они встречаются при решении более сложных, не дается [10].

Элементарные задачи на построение:

1. Построить на данной прямой отрезок CO, равный данному отрезку AB.

Возможность такого построения вытекает из аксиомы откладывания отрезка. С помощью циркуля и линейки оно осуществляется следующим образом. Пусть даны прямая а и отрезок АВ. Отмечаем на прямой точку С и строим с центром в точке С окружность радиусом, равным отрезку АВ. Точку пересечения окружности с прямой а обозначаем В. Получаем отрезок СО, равный АВ.

2. Отложить от данной полупрямой в данную полуплоскость угол, равный данному углу.

Пусть даны угол А и полупрямая с начальной точкой О. Проведем окружность произвольного радиуса с центром в вершине А данного угла (рисунок 1, а). Точки пересечения окружности со сторонами угла обозначим В и С. Радиусом АВ проведем окружность с центром в точке О (рисунок 1, б). Точку пересечения этой окружности с данной полупрямой обозначим В'. Опишем окружность с центром В' и радиусом ВС. Точка С пересечения построенных окружностей в указанной полуплоскости лежит на стороне искомого угла. Построенный угол В'ОС' равен углу ВАС, так как это соответствующие углы равных треугольников АВС и В'ОС'.

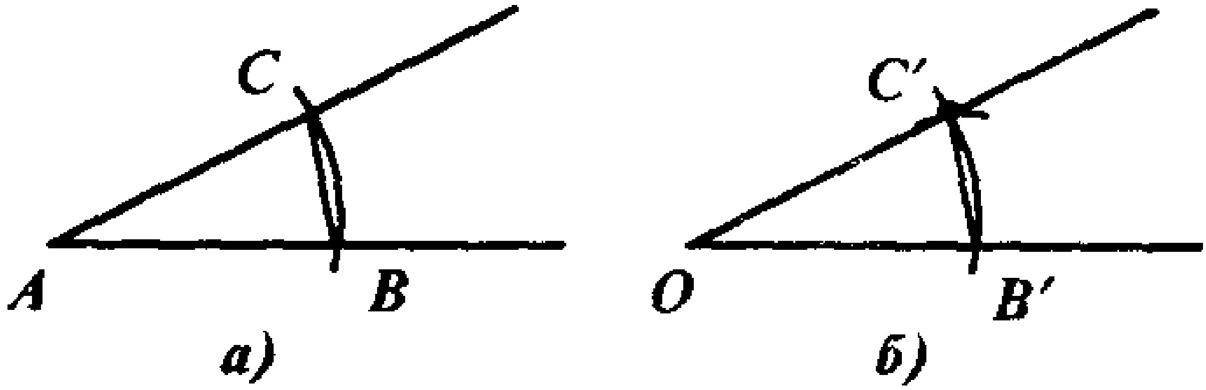

Рисунок 1 – Задача построения угла, равного данному

3. Найти середину отрезка.

Пусть АВ – данный отрезок. Построим две окружности одного радиуса с центрами А и В (рисунок 2). Они пересекаются в точках С и С', лежащих в разных полуплоскостях относительно прямой АВ. Проведем прямую СС'. Она пересечет прямую АВ в точке О. Эта точка и есть середина отрезка А В.

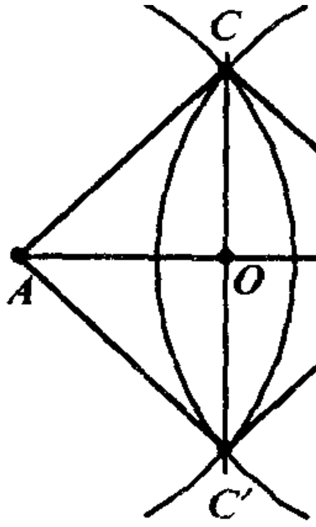

Рисунок 2 – Задача нахождения середины отрезка

4. Построить биссектрису данного угла.

Из вершины A данного угла как из центра описываем окружность произвольного радиуса (рисунок 3). Пусть B и C – точки ее пересечения со сторонами угла. Из точек B и C описываем окружности одного радиуса. Пусть D – точка их пересечения, отличная от A. Тогда полупрямая AD и есть биссектриса угла A.

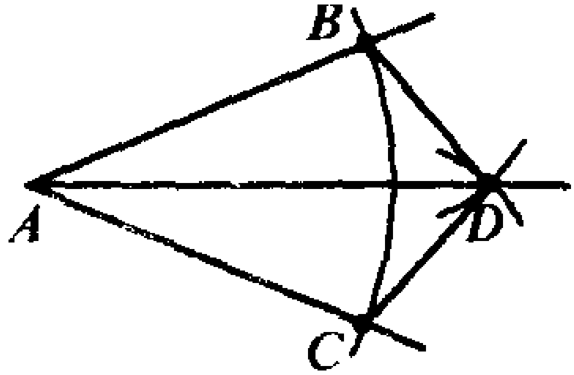

Рисунок 3 – Задача построения биссектрисы угла

5. Через данную точку провести прямую, перпендикулярную данной прямой.

Пусть даны точка O и прямая a. Возможны два случая:

1) точка O лежит на прямой a;

2) точка O не лежит на прямой a.

В первом случае построение выполняется так же, как и в задаче 4, потому что перпендикуляр из точки O, лежащей на прямой, – это биссектриса развернутого угла.

Во втором случае из точки О как из центра проводим окружность, пересекающую прямую а (рисунок 4), а затем из точек А и В тем же радиусом проводим еще две окружности. Пусть О' - точка их пересечения, лежащая в полуплоскости, отличной от той, в которой лежит точка О. Прямая 00' и есть перпендикуляр к данной прямой а [10].

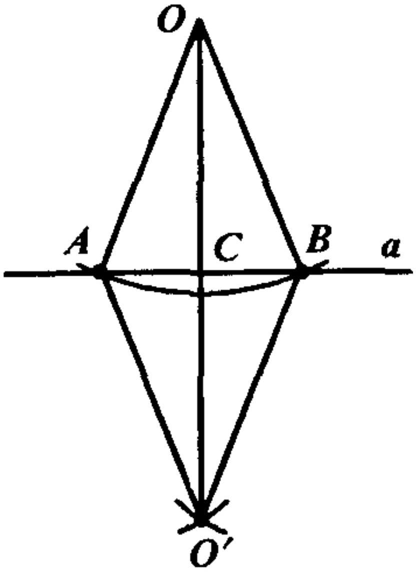

Рисунок 4 – Задача построения прямой, перпендикулярной данной

1.1.2 Задания

1. По данному отрезку a постройте отрезки, длины которых равны $a\sqrt{2}, a\sqrt{3}, a\sqrt{5}$.

Дано:	Решение:
Найти:	

2. Постройте треугольник по трем сторонам.

Дано:	Решение:
Найти:	

3. Постройте треугольник по двум сторонам и медиане, проведенной к одной из этих сторон.

Дано:	Решение:
Найти:	

4. Постройте прямоугольный треугольник по гипотенузе и катету.

Дано:	Решение:
Найти:	

5. Постройте треугольник, если даны середины его сторон.

Дано:	Решение:
Найти:	

6. Впишите окружность в данный треугольник.

Дано:	Решение:
Найти:	

7. Опишите окружность около данного треугольника.

Дано:	Решение:
Найти:	

8. Постройте параллелограмм по двум сторонам и углу между ними.

Дано: Найти:	Решение:

9. Постройте параллелограмм по двум диагоналям и углу между ними.

Дано: Найти:	Решение:

10. Постройте параллелограмм по двум сторонам и диагонали.

Дано: Найти:	Решение:

11. Постройте прямоугольник по диагонали и углу между диагоналями.

Дано: Найти:	Решение:

12. Постройте прямоугольник по стороне и диагонали.

Дано: Найти:	Решение:

13. Постройте ромб по радиусу вписанной окружности и стороне.

Дано: Найти:	Решение:

14. Постройте ромб по углу и диагонали, выходящей из этого угла.

Дано: Найти:	Решение:

15. Постройте ромб по данным диагоналям.

Дано: Найти:	Решение:

16. Постройте квадрат по его диагонали.

Дано: Найти:	Решение:

17. Постройте квадрат по радиусу вписанной в него окружности.

Дано:	Решение:
     Найти:	

1.2 Прямые, отрезки, углы

1.2.1 Теоретический материал

Луч или полупрямая – часть прямой, состоящая из данной точки и всех точек, лежащих от неё по одну сторону.

Отрезок прямой – часть прямой, состоящая из двух данных точек и всех точек, лежащих между ними.

Угол – совокупность двух лучей с общим началом, лежащих на разных прямых.

Угол называют развёрнутым, если его стороны лежат на одной прямой и являются дополнительными лучами этой прямой.

Угол, составляющий половину развёрнутого угла, называют прямым.

Угол, меньший прямого, называют острым.

Угол, больший прямого, но меньший развёрнутого, называют тупым.

Биссектрисой угла называют луч с началом в вершине данного угла и делящий его на два равных угла.

Смежные углы: одна сторона общая, две другие являются дополнительными лучами (рисунок 5). Сумма величин смежных углов равна 180° [10].

Вертикальные углы: стороны одного угла являются дополнительными лучами сторон другого (рисунок 6). Вертикальные углы равны.

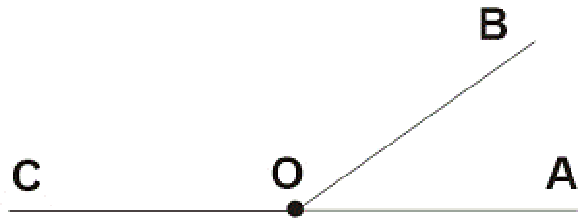

Рисунок 5 – Смежные углы

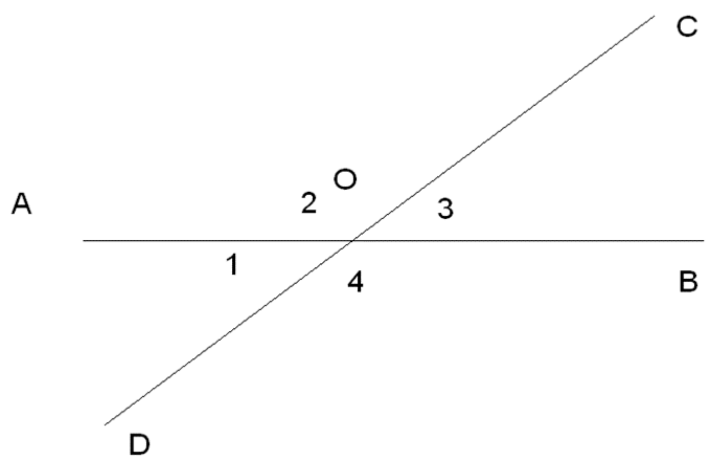

Рисунок 6 – Вертикальные углы

Параллельные прямые – это прямые на плоскости, которые не пересекаются. Если прямая a параллельна прямой b, то пишут a || b.

Признаки параллельности прямых:

1. Две прямые, параллельные третьей, параллельны друг другу

2. Если при пересечении двух прямых третьей (секущей) внутренние накрест лежащие углы равны или сумма внутренних односторонних углов равна 180°, то прямые параллельны. (Справедливо и обратное утверждение).

Перпендикулярные прямые – прямые, пересекающиеся под прямым углом ($a \perp b$) [10].

Теоремы перпендикулярности:

1. Через каждую точку прямой можно провести перпендикулярную

к ней прямую, и притом только одну.

2. Из любой точки, не лежащей на данной прямой, можно опустить на эту прямую перпендикуляр, и притом только один [11].

1.2.2 Задания

1. Точка M принадлежит отрезку DE, равному 54 см. Найдите длины отрезков DM и EM, если отрезок DM в 8 раз меньше отрезка EM.

Дано:	Решение:
Найти:	

2. Точка N лежит на прямой MK между точками M и K. Найдите расстояние между серединами отрезков MN и NK, если MN =17 см, NK = 12 см.

Дано:	Решение:
Найти:	

3. Точки O, P, K лежат на одной прямой. Известно, что OK = 18 м, OP = 7 м. Может ли точка K лежать между точками O и P? Ответ обоснуйте [4].

Дано:	Решение:
Найти:	

4. Из точки M выходят три луча MP, MN и MK, причем, луч MN лежит внутри угла PMK. Определите градусную меру угла PMK, если $\angle KMN = 40°$, $\angle PMN$ в 3 раза больше, чем $\angle KMN$.

Дано:	Решение:
Найти:	

5. Луч m лежит внутри ∠bc. Найдите ∠bm и ∠cm, если ∠bc = 150°, ∠bm в 4 раза меньше, чем ∠cm.

Дано:	Решение:
Найти:	

6. Луч OA лежит внутри ∠BOC. Найдите ∠AOB и ∠AOC, если ∠BOC — 75° и ∠AOB на 13° меньше, чем ∠AOC.

Дано:	Решение:
Найти:	

7. На рисунке 7 прямые OB и AC перпендикулярны, ∠COD = 138°. Найдите ∠BOD.

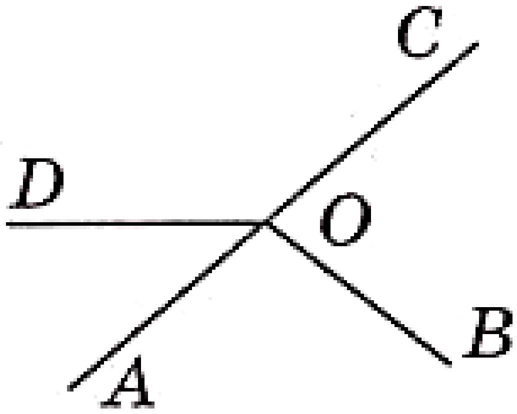

Рисунок 7 – Чертёж к задаче 7

Дано: Решение:

Найти:

8. Объясните, почему прямые a и b параллельны (см. рисунок 8), если $\angle 1 = \angle 5$.

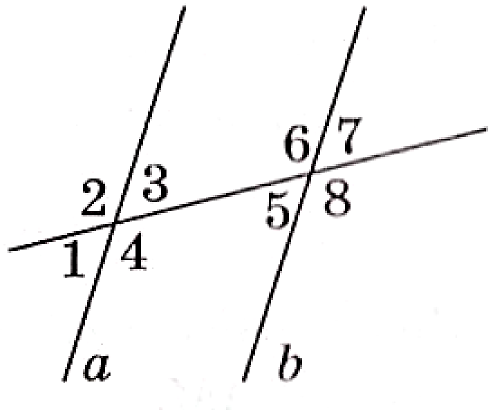

Рисунок 8 – Чертёж к задаче 8

Дано:	Решение:
Найти:	

9. Определите, какие стороны параллельны у четырехугольника, изображенного на рисунке 9.

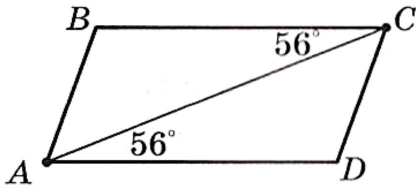

Рисунок 9 – Чертёж к задаче 9

Дано:	Решение:
Найти:	

10. Определите ∠1 и ∠2 (см. рисунок 10), если прямые *c* и *b* параллельны и известно, что ∠3 = 103°.

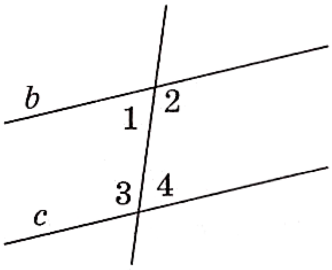

Рисунок 10 – Чертёж к задаче 10

Дано: Найти: 	Решение:

11. Прямые *a* и *b* параллельны (см. рисунок). Найдите $\angle 5$ и $\angle 6$, если $\angle 1 = 43°$.

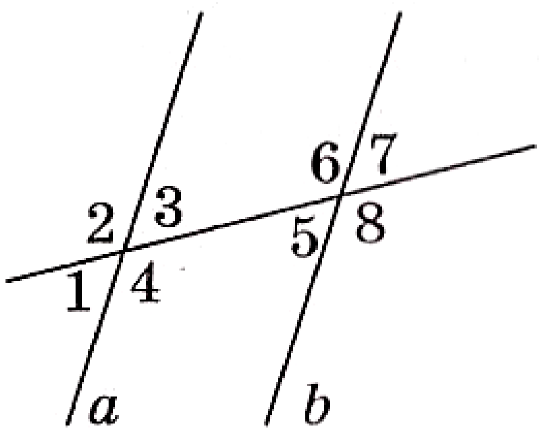

Рисунок 11 – Чертёж к задаче 11

Дано: Найти: 	Решение:

12. Найдите величину каждого из двух внутренних односторонних углов, если один из них больше другого в 4 раза.

Дано: Найти:	Решение:

13. Отрезки AC и BD пересекаются в точке K, причем прямые BC и AD параллельны. Докажите, что углы треугольника ADK соответственно равны углам треугольника CBK [6].

Дано: Найти:	Решение:

14. Луч BD является биссектрисой угла ABC. Найдите:

а) $\angle DBA$, если $\angle ABC = 146°$;

б) $\angle ABC$, если $\angle ABD = 15°$.

Дано: Найти:	Решение:

15. Найдите углы, полученные при пересечении двух прямых, если один из углов равен 74° [5].

Дано:	Решение:
Найти:	

16. Найдите величину каждого из двух вертикальных углов, если их сумма равна 48°.

Дано:	Решение:
Найти:	

17. Найдите величины смежных углов, если один из них в 5 раз больше другого.

Дано:	Решение:
Найти:	

1.3 Треугольники

1.3.1 Теоретический материал

Треугольником называется геометрическая фигура, которая состоит из трех точек, не лежащих на одной прямой, и трех попарно соединяющих их отрезков.

В любом треугольнике выделяют следующие элементы: стороны, углы, высоты, биссектрисы, медианы, средние линии.

Углом треугольника ABC при вершине A называется угол, образованный полупрямыми AB и AC.

Высотой треугольника, опущенной из данной вершины, называется перпендикуляр, проведенный из этой вершины к прямой, содержащей противолежащую сторону.

Биссектрисой треугольника называется отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину с точкой на противоположной стороне.

Медианой треугольника, проведенной из данной вершины, называется отрезок, соединяющий эту вершину с серединой противолежащей стороны.

Средней линией треугольника называется отрезок, соединяющий середины двух его сторон.

Треугольники называются равными, если у них соответствующие стороны и соответствующие углы равны. При этом соответствующие углы должны лежать против соответствующих сторон [10].

Признаки равенства треугольников:

1. Если две стороны и угол между ними одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

2. Если сторона и прилежащие к ней углы одного треугольника равны соответственно стороне и прилежащим к ней углам другого

треугольника, то такие треугольники равны.

3. Если три стороны одного треугольника равны соответственно трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны [11].

Треугольник называется равнобедренным, если у него две стороны равны. Эти равные стороны называются боковыми, а третья сторона называется основанием треугольника.

В равнобедренном треугольнике медиана, проведенная к основанию, является биссектрисой и высотой.

Отметим еще несколько важных свойств треугольников.

1. Сумма углов треугольника равна 180°. Из этого свойства следует, что в любом треугольнике хотя бы два угла острые.

2. Средняя линия треугольника, соединяющая середины двух сторон, параллельна третьей стороне и равна ее половине.

3. В любом треугольнике каждая сторона меньше суммы двух других сторон.

Для прямоугольного треугольника с углом 30° справедливо следующее свойство: катет, противолежащий этому углу, равен половине гипотенузы.

Для прямоугольного треугольника верна теорема Пифагора: квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов [10].

1.3.2 Задания

1. Луч OP является биссектрисой угла KOM (рисунок 12). Докажите, что ΔKOP = ΔMOP, если OK = OM.

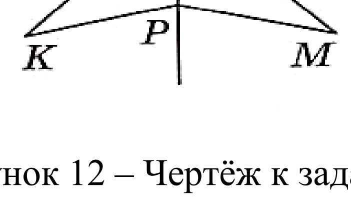

Рисунок 12 – Чертёж к задаче 1

Дано:	Решение:
Найти:	

2. Даны два пересекающихся отрезка (см. рисунок 13). Докажите, что ΔOPM = ΔOKT, если известно, что MO = OT и MK = PT.

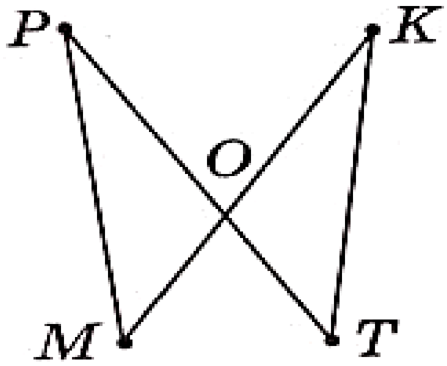

Рисунок 13 – Чертёж к задаче 2

Дано:	Решение:
Найти:	

3. В равнобедренном треугольнике MON с основанием MN на медиане OP взята точка D. Докажите, что если на боковых сторонах отложены равные отрезки OA и OB, то ΔOAD= ΔOBD.

Дано: Найти:	Решение:

4. Точки B и D, лежащие по разные стороны от прямой M K, соединены с концами отрезка MK. Докажите, что ΔMBK = ΔKDM, если MB = KD и BK = DM.

Дано: Найти:	Решение:

5. Даны два пересекающихся отрезка (рисунок 14). Докажите, что ΔOPM=ΔOKT, если известно, что MO = OT и ∠M = ∠T.

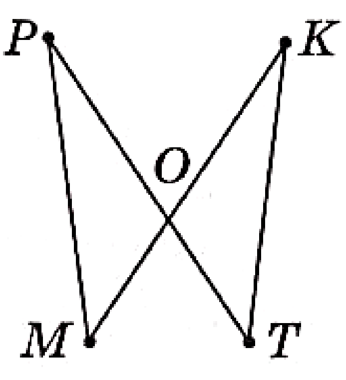

Рисунок 14 – Чертёж к задаче 5

Дано:	Решение:
Найти:	

6. Найдите длину отрезка AM и градусную меру угла ABK, если BM – медиана, а BK – биссектриса треугольника ABC и известно, что AC = 16 м, $\angle ABC = 84$.

Дано:	Решение:
Найти:	

7. В треугольнике ABC проведена высота BH, а в треугольнике BCH – биссектриса HM. Найдите угол MHC.

Дано:	Решение:
Найти:	

8. Найдите периметр равнобедренного треугольника ABC с основанием AB, если AB = 7 см, BC = 8 см.

Дано:	Решение:
Найти:	

9. Периметр равнобедренного треугольника равен 45 см. Найдите боковые стороны, если основание равно 8 см.

Дано:	Решение:
Найти:	

10. Треугольник ABC — равнобедренный с основанием AC (рисунок 15). Докажите, что $3 = \angle 4$.

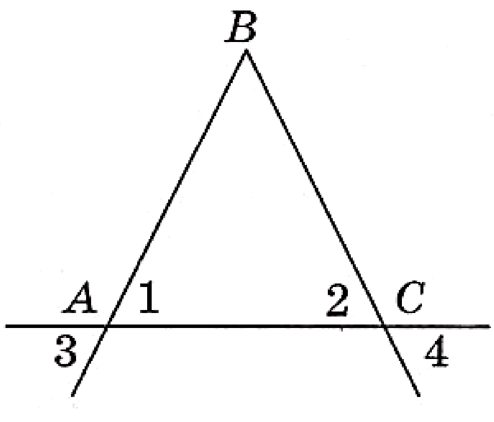

Рисунок 15 – Чертёж к задаче 10

11. Треугольник CBD —равнобедренный с основанием DC, отрезок BA — медиана. Найдите ∠1, ∠2, ∠3, ∠4, если ∠CBD= 134° (рисунок 16).

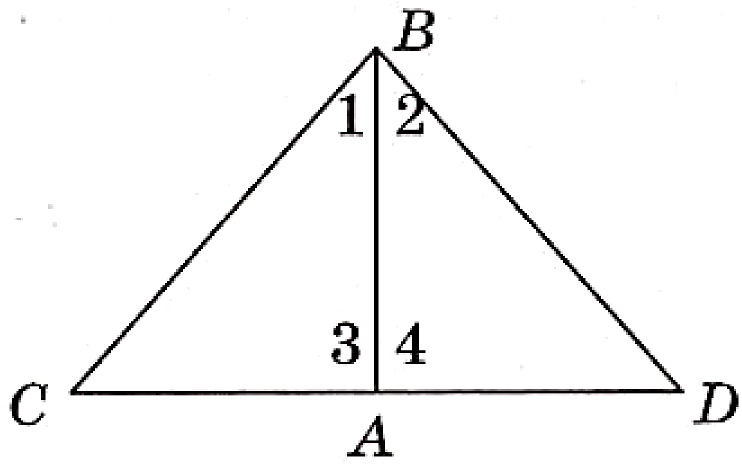

Рисунок 16 – Чертёж к задаче 11

Дано:	Решение:
Найти:	

12. В треугольнике DBC проведена биссектриса DK. Определите углы треугольника DBC, если ∠CDK = 37°, ∠DKC= 105°.

Дано:	Решение:
Найти:	

13. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием BC биссектрисы BM и CN пересекаются в точке O. Найдите углы треугольников CBM и BOC, если $\angle A = 68°$.

Дано:	Решение:
Найти:	

14. Найдите внешние углы треугольника, если известны два его внутренних угла 35° и 79°.

Дано:	Решение:
Найти:	

15. Найдите неизвестные углы треугольника, если один из них

равен 31°, а один из внешних углов равен 132°.

Дано:	Решение:
     Найти:	

16. Найдите углы равнобедренного треугольника, если внешний угол при вершине, противолежащей основанию, равен 54°.

Дано:	Решение:
     Найти:	

17. В треугольнике ABC высота CK делит сторону AB на отрезки AK и BK. Найдите стороны треугольника ABC, если AK = 9 м, BK = 16 м, CK = 12 м.

Дано:	Решение:
     Найти:	

18. В равнобедренном треугольнике проведена высота к основанию. Найдите боковую сторону треугольника, если высота равна

12 м, основание равно 10 м.

Дано:	Решение:
Найти:	

19. Найдите стороны и площадь прямоугольного треугольника ABC (угол C – прямой, CH – высота), если известно, что AH = 9 см, BH = 16 см.

Дано:	Решение:
Найти:	

20. В треугольнике ABC проведена средняя линия KM (KϵAB, MϵBC). Найдите стороны треугольника KBM, если AB = 13 см, BC = 12 см, AC = 15 см.

Дано:	Решение:
Найти:	

21. В равнобедренном треугольнике MPK с основанием MP проведены средние линии AB и AC (AϵMP, BϵMK, CϵPK). Определите вид

четырехугольника ВКСА. Найдите периметр четырехугольника ВКСА, если КР = 12 см.

Дано:	Решение:
Найти:	

22. В прямоугольном треугольнике ОМН гипотенуза МН равна 10 см. Найдите катет ОМ, если косинус угла М равен 0,6.

Дано:	Решение:
Найти:	

23. Найдите гипотенузу АВ прямоугольного треугольника АВС у если АС = 12 и ∠А= 45°.

Дано:	Решение:
Найти:	

24. Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если

гипотенуза и один из катетов равны $3\sqrt{2}$ и 3.

Дано:	Решение:
Найти:	

25. В треугольнике ABC проведена высота BD. Найдите стороны AB и BC, если $\angle A = 20°$, $\angle C = 36°$, $BD = 10$ см.

Дано:	Решение:
Найти:	

26. В равнобедренном треугольнике угол, противолежащий основанию, равен 30°, а средняя линия, параллельная основанию, равна 10 см. Найдите стороны треугольника.

Дано:	Решение:
     Найти: 	

1.4 Параллелограммы

1.4.1 Теоретический материал

Четырехугольником называется фигура, которая состоит из четырех точек и четырех последовательно соединяющих их отрезков, причем никакие три из данных точек не должны лежать на одной прямой, а соединяющие их отрезки не должны пересекаться.

Параллелограммом называется четырехугольник, у которого противолежащие стороны параллельны.

Свойства параллелограмма:

1. Диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.
2. У параллелограмма противолежащие стороны и противолежащие углы равны [11].

Из множества параллелограммов выделяют прямоугольники и ромбы.

Прямоугольником называется параллелограмм, у которого все углы прямые. Диагонали прямоугольника равны.

Ромбом называется параллелограмм, у которого все стороны равны. Диагонали ромба пересекаются под прямым углом и являются биссектрисами его углов.

Из множества прямоугольников выделяют квадраты. Квадратом называется прямоугольник, у которого все стороны равны. Так как стороны квадрата равны, то он является также ромбом. Следовательно, квадрат обладает свойствами прямоугольника и ромба [10].

1.4.2 Задания

1. Дан ΔABC (рисунок 17). Параллельно сторонам AB и AC проведены прямые EF и DE. Определите вид четырехугольника ADEF.

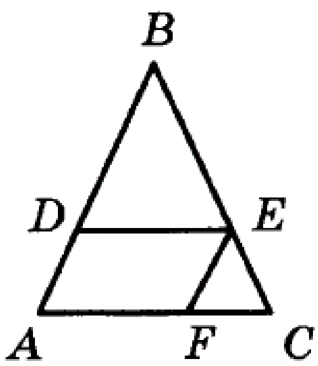

Рисунок 17 – Чертёж к задаче 1

Дано:	Решение:
Найти:	

2. Дано: AO – медиана ΔABD, BO – медиана ΔABC (рисунок 18). Докажите, что ABCD – параллелограмм.

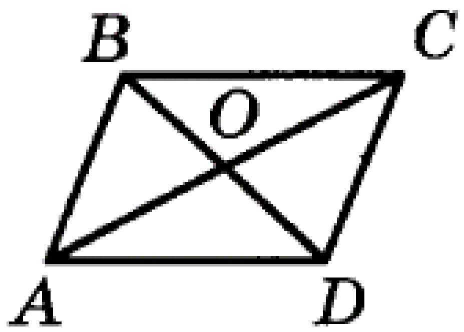

Рисунок 18 – Чертёж к задаче 2

Дано: Решение:

Найти:

3. ABCD — параллелограмм, ∠ACB = 30°, ∠BAC = 40°. Найдите ∠ADC.

Дано: Решение:

Найти:

4. Одна из сторон параллелограмма на 12 см больше другой. Периметр параллелограмма равен 56 см. Найдите стороны

параллелограмма.

Дано:	Решение:
    Найти: 	

5. Биссектриса угла параллелограмма пересекает его сторону, образуя с ней угол 48°. Найдите углы параллелограмма.

Дано:	Решение:
    Найти: 	

6. Биссектриса угла М параллелограмма МРКС пересекает сторону РК в точке В. Найдите, периметр параллелограмма, если МР = 14, ВК = 15 см.

Дано:	Решение:
    Найти: 	

7. В параллелограмме ABCD высота BH делит сторону AD на отрезки AH и HD. Найдите стороны параллелограмма, если BH =12, AH = 5, BD =15.

Дано:	Решение:
Найти:	

8. В прямоугольнике ABCD проведена диагональ AC. Известно, что ∠BAC в 2 раза больше, чем ∠ACB. Чему равны эти углы?

Дано:	Решение:
Найти:	

9. Одна из сторон прямоугольника на 3 см больше другой. Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 18 см.

Дано:	Решение:
Найти:	

10. Один из углов ромба равен 70°. Определите остальные углы.

Дано:	Решение:
Найти:	

11. Найдите углы ромба, если известны его диагонали 2 см и 4 см.

Дано:	Решение:
Найти:	

12. Найдите диагональ ромба, если вторая диагональ и сторона ромба соответственно равны 12 и 10.

Дано:	Решение:
Найти:	

13. Найдите длину диагонали прямоугольника, если его стороны равны 4 см и 9 см.

Дано:	Решение:
Найти:	

14. В квадрате расстояние от точки пересечения диагоналей до одной из его сторон равно 5. Найдите периметр этого квадрата.

Дано:	Решение:
Найти:	

15. На диагонали AC квадрата ABCD взята точка M так, что AM = AB. Через точку M проведена прямая перпендикулярная к прямой AC и пересекающая BC в точке H. Доказать, что BH=HM=MC [9].

Дано:	Решение:
Найти:	

16. Даны равнобедренный прямоугольный треугольник ABK, с прямым углом K, катетом AK = 12 см. и квадрат KDEF такой, что две его стороны лежат на катетах, а вершина E – на гипотенузе треугольника. Найти периметр квадрата [9].

Дано:	Решение:
      Найти: 	

1.5 Трапеции

1.5.1 Теоретический материал

Трапецией называется четырехугольник, у которого только две противолежащие стороны параллельны. Эти параллельные стороны называются основаниями трапеции. Две другие стороны называются боковыми.

Отрезок, соединяющий середины боковых сторон, называется средней линией трапеции. Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме [10].

1.5.2 Задания

1. В равнобедренной трапеции высота, проведенная из вершины тупого угла, делит большее основание на отрезки 5 см и 15 см. Найдите основания трапеции [1].

Дано: Найти: 	Решение:

2. Два противоположных угла равнобедренной трапеции относятся как 2 : 7. Найдите углы трапеции [1].

Дано: Найти: 	Решение:

3. Найдите высоту равнобедренной трапеции, если основания равны 33 см и 9 см, боковая сторона равна 13 см.

Дано: Найти: 	Решение:

4. Найти углы B и D трапеции ABCD с основаниями AD и BC, если угол BAD равен 62°, а угол BCD – 119°.

Дано:	Решение:
Найти:	

5. Основания прямоугольной трапеции равны a и b, один из углов равен μ. Найти большую боковую сторону, если $a = 14$ см, $b = 17$ см, $\mu = 60°$ [4].

Дано:	Решение:
Найти:	

6. Найти углы *B* и *D* трапеции *ABCD* с основаниями *AD* и *BC*, если угол BAD равен 42°, а угол BCD – 120°.

Дано:	Решение:
Найти:	

1.6 Окружности, круги

1.6.1 Теоретический материал

Окружностью называется фигура, которая состоит из всех точек плоскости, равноудаленных отданной точки, называемой центром.

Любой отрезок, соединяющий точку окружности с ее центром, называется радиусом окружности. Радиусом называется также расстояние от любой точки окружности до ее центра.

Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется хордой. Хорда, проходящая через центр, называется диаметром.

Кругом называется фигура, которая состоит из всех точек плоскости, находящихся на расстоянии, не большем данного, от данной точки. Эта точка называется центром круга, а данное расстояние - радиусом круга.

Границей круга является окружность с теми же центром и радиусом.

Говорят, что прямая и окружность касаются, если они имеют единственную общую точку. Такую прямую называют касательной, а общую точку прямой и окружности – точкой касания. Доказано, что если прямая касается окружности, то она перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания (рисунок 19).

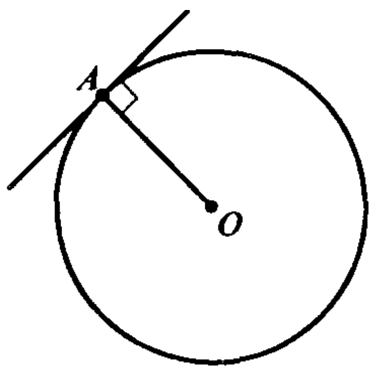

Рисунок 19 – Касательная к окружности

Центральным углом в окружности называется плоский угол с вершиной в ее центре. Часть окружности, расположенная внутри плоского угла, называется дугой окружности, соответствующей этому центральному углу. На рисунке 20 штриховкой отмечен центральный угол, которому соответствует дуга АВ.

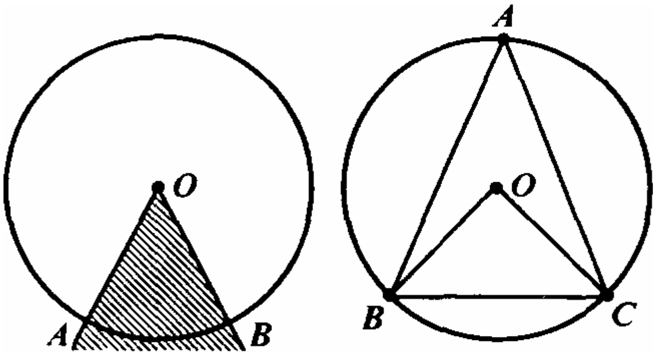

Рисунок 20 – Центральный и вписанный углы в окружности

Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают ее, называется вписанным в эту окружность. Угол BAC на рисунке 20) вписан в окружность. Говорят также, что угол A опирается на хорду BC. Прямая BC разбивает окружность на две дуги. Центральный угол, соответствующий той дуге, которая не содержит точку A, называется центральным, соответствующим данному вписанному углу.

Угол, вписанный в окружность, обладает следующим свойством: он равен половине соответствующего центрального угла.

Из этого утверждения следует, что вписанные углы, стороны которых проходят через точки A и B, принадлежащие окружности, а вершины лежат по одну сторону от прямой AB, равны (рисунок 21).

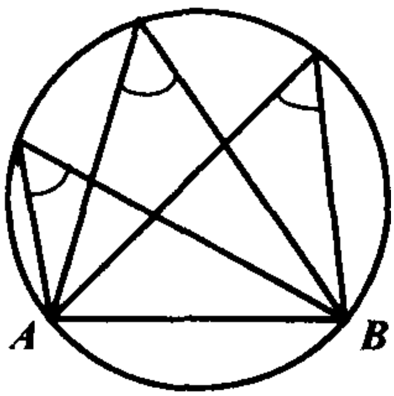

Рисунок 21 – Равные вписанные углы в окружности

В частности, углы, опирающиеся на диаметр, – прямые.

Окружность называется описанной около треугольника, если она проходит через все его вершины (рисунок 22).

Чтобы описать окружность около треугольника, надо найти ее центр.

Правило его нахождения обосновывается следующей теоремой: центр окружности, описанной около треугольника, является точкой пересечения перпендикуляров к его сторонам, проведенных через середины этих сторон [11].

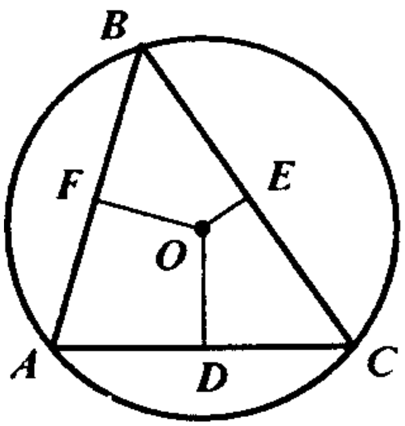

Рисунок 22 – Окружность, описанная около треугольника

Окружность называется вписанной в треугольник, если она касается всех его сторон (рисунок 23).

Правило нахождения центра такой окружности обосновывается следующей теоремой: центр окружности, вписанной в треугольник, является точкой пересечения его биссектрис [11].

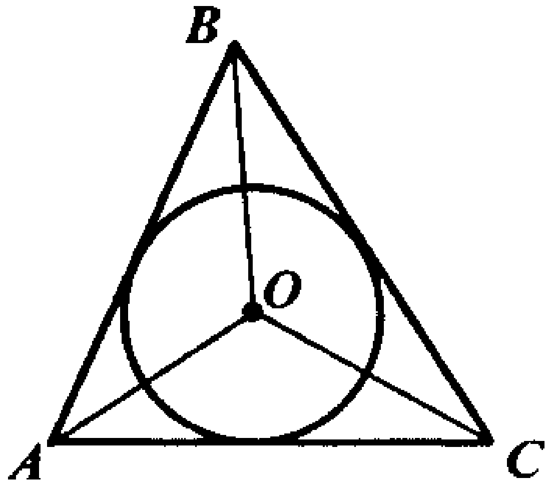

Рисунок 23 – Окружность, вписанная в треугольник

Из последних двух теорем следует, что биссектрисы треугольника пересекаются в центре вписанной окружности, а серединные перпендикуляры – в центре описанной.

Можно доказать, что медианы треугольника так же, как и его высоты, пересекаются в одной точке. Точку пересечения медиан называют центром тяжести треугольника, а точку пересечения высот - ортоцентром.

Таким образом, во всяком треугольнике существует четыре точки, их называют замечательными: центр тяжести, центры вписанной и описанной окружностей и ортоцентр, – в которых пересекаются соответствующие элементы этого треугольника – медианы, биссектрисы, серединные перпендикуляры и высоты.

В связи с тем, что во всякий треугольник можно вписать окружность и около всякого треугольника можно описать окружность, возникает вопрос: обладают ли аналогичным свойством четырехугольники? Оказывается, для того чтобы в четырехугольник можно было вписать или около него описать окружность, необходимо, чтобы он был правильным.

Около всякого правильного многоугольника можно описать окружность и во всякий правильный многоугольник можно вписать окружность, причем центры вписанной и описанной окружностей совпадают [10].

1.6.2 Задания

1. В окружности с центром О проведена хорда КМ. Найдите ∠OKM, если ∠OMK = 47°.

Дано:	Решение:
Найти:	

2. Точка М – середина хорды ВС. Она соединена с центром О окружности. Найдите углы ВОМ и ОМВ, если ∠BOC= 148°.

Дано:	Решение:
Найти:	

3. В окружности с центром O проведены радиусы OM, OK и ON. Докажите, что ΔMOK = ΔNOK, если известно, что хорды MK и KN равны.

Дано:	Решение:
Найти:	

4. Точки A, B, C и D лежат на окружности, ∠ABC = 42°, ∠BAC = 24°. Найдите ∠BDC.

Дано:	Решение:
Найти:	

5. MK – диаметр окружности, A – точка на окружности. Найдите ∠AMK, если ∠AKM =21°.

Дано:	Решение:
Найти:	

6. Хорда CD пересекает диаметр AB в точке K. Найдите отрезки, на которые точка K делит диаметр, если радиус окружности равен 6 см, CK = 4 см, DK = 5 см.

Дано:	Решение:
Найти:	

7. В окружности с центром O проведен диаметр CD и хорды CM, MD. Найдите углы ΔCMD, если диаметр CD перпендикулярен отрезку OM.

Дано:	Решение:
Найти:	

8. Из точки M, лежащей на окружности с центром O, опущен перпендикуляр MK на диаметр CD. Найдите длины хорд DM и CM и перпендикуляра MK, если известно, что DK = 9, CK = 16.

Дано:	Решение:
Найти:	

9. Найти острый угол, образованный двумя секущими, проведенными из точки, лежащей вне окружности, если дуги, заключенные между секущими, равны 150° и 62° [4].

Дано:	Решение:
Найти:	

10. В треугольник ABC вписана окружность, которая касается сторон AB, BC и AC в точках P, Q и R. Найти AP, PB, BQ, QC, CR, RA, если AB = 11 см, BC = 13 см., CA = 6 см [8].

Дано:	Решение:
Найти:	

11. Точка касания окружности, вписанной в равнобедренный треугольник, делит одну из боковых сторон на отрезки равные 5 см и 6 см, считая от основания. Найти периметр треугольника [9].

Дано:	Решение:
Найти:	

12. Найти сторону равностороннего треугольника, если радиус описанной около него окружности равен 12 см [9].

Дано: Решение: Найти:

13. Около прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C описана окружность. Найти радиус этой окружности, если AC = 19 см, угол B равен 60° [1].

Дано: Решение: Найти:

14. Угол между двумя радиусами равен 150°. Определить угол между касательными, проведенными через концы этих радиусов [4].

Дано: Решение: Найти:

2 МНОГОГРАННИКИ. ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ

2.1 Многогранники

2.1.1 Теоретический материал

Многогранник – это ограниченное тело, поверхность которого состоит из конечного числа многоугольников. Выпуклый многогранник лежит по одну сторону от каждого из ограничивающих его многоугольников. Многоугольник на поверхности многогранника называется его гранью. Стороны граней называются ребрами многогранника, а вершины граней – вершинами многогранника.

Простейшие многогранники – это призма и пирамида.

Призмой называется многогранник, у которого две грани, называемые основаниями призмы, равны и их соответственные стороны параллельны, а остальные грани – параллелограммы, у каждого из которых две стороны являются соответственными сторонами оснований.

Призма называется прямой, если ее боковые ребра перпендикулярны основанию. Прямая призма называется правильной, если ее основанием является правильный многоугольник.

Призма, у которой основание – параллелограмм, называется параллелепипедом.

Параллелепипед называется прямоугольным, если все его грани – прямоугольники [10].

Куб – это прямоугольный параллелепипед, все ребра которого равны, т.е. все грани которого – квадраты [11].

Пирамидой называется многогранник, у которого одна грань (ее называют основанием) – какой-нибудь многоугольник, а остальные грани (их называют боковыми) – треугольники с общей вершиной.

Общую вершину боковых граней называют вершиной пирамиды. Перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость ее основания, а также длина этого перпендикуляра называется высотой пирамиды.

Простейшей пирамидой является треугольная пирамида – тетраэдр. У нее наименьшее возможное число граней - всего четыре. Любая ее грань может считаться основанием, что и отличает тетраэдр от других пирамид.

Пирамида называется правильной, если ее основание – правильный многоугольник и высота проходит через центр этого многоугольника [10].

Теорема Эйлера: В любом выпуклом многограннике сумма числа граней и числа вершин на 2 больше числа рёбер: $\text{В} - \text{Р} + \Gamma = 2$ [4].

Развертка многогранника – это фигура на плоскости, которая получается, если поверхность многогранника разрезать по некоторым ребрам и развернуть ее так, чтобы все многоугольники, входящие в эту поверхность, лежали в одной плоскости [10].

2.1.2 Задания

1. В данном многограннике вершин 11, а ребер на 9 больше. Сколько граней имеет данный многогранник? Изобразите его.

Дано:	Решение:
Найти:	

2. В данном многограннике 10 граней, а ребер в 2 раза больше. Сколько вершин имеет этот многогранник? Изобразите его.

Дано:	Решение:
Найти:	

3. В данном многограннике 12 ребер, а вершин на 5 меньше. Сколько граней имеет этот многогранник? Изобразите его [2].

Дано:	Решение:
Найти:	

4. Длины трёх ребер прямоугольного параллелепипеда, сходящихся в одной вершине, равны 2, 3 и 4 см. Постройте развертку этого параллелепипеда и найдите:

а) сумму длин всех его ребер;

б) площадь его поверхности [4].

Дано:	Решение:
Найти:	

5. Имеется три одинаковых кубика, ребра которых равны 2 см. Из кубиков сделали прямоугольный параллелепипед. Чему равна площадь поверхности этого параллелепипеда [2].

Дано:	Решение:
Найти:	

6. Сколько разных параллелепипедов можно сложить из 4 одинаковых кубиков? Чему будут равны площади их поверхности, если ребро каждого кубика равно 3 см?

Дано:	Решение:
Найти:	

7. У правильной треугольной пирамиды плоские углы при вершине равны 60°. Какими будут её боковые грани [3]?

Дано:	Решение:
Найти:	

8. Найдите объем правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 1, а высота равна $\sqrt{3}$ [4].

Дано:	Решение:
Найти:	

9. У правильной четырехугольной пирамиды плоские углы при вершине равны 60°. Боковое ребро пирамиды равно 10 см. Чему равна площадь ее основания [1]?

Дано:	Решение:
Найти:	

10. Диагональ основания правильной четырехугольной пирамиды равна 18 см, высота пирамиды равна 12 см. Чему равно боковое ребро пирамиды [4]?

Дано:	Решение:
Найти:	

11. Пирамида Хеопса, построенная в Древнем Египте 3 тыс. лет назад, имеет форму правильной четырехугольной пирамиды. Её высота 146 м, а боковое ребро равно 220 м. Чему равна площадь основания этой пирамиды?

Дано:	Решение:
Найти:	

12. Стороны основания правильной четырехугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь поверхности этой пирамиды [3].

Дано: Найти:	Решение:

13. Основанием пирамиды является прямоугольник со сторонами 3 и 4. Ее объем равен 16. Найдите высоту этой пирамиды [4].

Дано: Найти:	Решение:

14. Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60. Высота пирамиды равна 6. Найдите объем пирамиды [4].

Дано: Найти:	Решение:

15. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5, а высота – 10 [3].

Дано:	Решение:
Найти:	

16. Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 6 и 8, и боковым ребром, равным 10 [4].

Дано:	Решение:
Найти:	

17. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, боковое ребро равно 5. Найдите объем призмы.

Дано:	Решение:
Найти:	

18. Найдите боковое ребро правильной четырехугольной призмы, если сторона ее основания равна 20, а площадь поверхности равна 1760.

Дано: Найти:	Решение:

2.2 Тела вращения

2.2.1 Теоретический материал

Прямой круговой цилиндр – геометрическое тело, образованное заключенными между двумя параллельными плоскостями отрезками всех параллельных прямых, пересекающих круг в одной из плоскостей, и перпендикулярных плоскостям оснований.

Радиусом цилиндра называется радиус окружности его основания. Высотой цилиндра называется расстояние между плоскостями его оснований. Его осью называется прямая, проходящая через центры окружностей оснований.

Конусом называется тело, образованное всеми отрезками, соединяющими данную точку (его вершину) с точками некоторого круга (основания конуса).

Отрезки, соединяющие вершину конуса с точками окружности основания, называются его образующими.

Конус называется прямым, если прямая, соединяющая его вершину с центром окружности основания, перпендикулярна основанию.

Высотой конуса называется расстояние от его вершины до основания.

Шаром называется множество точек пространства, находящихся от данной точки на расстоянии, не большем некоторого данного положительного расстояния. Данная точка – это центр шара, а данное расстояние – радиус шара. Поверхность шара называется сферой.

Диаметр шара – это любой отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через центр, а также длина этого отрезка.

Если шар пересечь плоскостью, проходящей через его центр, то пересечением будет круг, радиус которого совпадает с радиусом шара. Этот круг называют большим кругом, а его окружность – большой окружностью или экватором [10].

2.2.2 Задания

1. Радиус основания конуса 3 м, высота 4 м. Найти образующую.

Дано:	Решение:
Найти:	

2. В конусе с образующей 10 см угол между высотой и образующей равен 45°. Чему равна площадь осевого сечения?

Дано:	Решение:
Найти:	

3. Высота конуса равна 4 см, а образующая – 5 см. Какова площадь всей поверхности конуса?

Дано:	Решение:
Найти:	

4. Радиус основания цилиндра равен высоте цилиндра. Во сколько раз площадь боковой поверхности цилиндра больше площади основания [4]?

Дано:	Решение:
Найти:	

5. Радиус основания цилиндра равен 14 см. Какова его высота, если известно, что площадь боковой поверхности в 3 раза больше площади основания [1]?

Дано:	Решение:
Найти:	

6. Радиусы двух шаров – 6 и 8 см. Каким будет радиус третьего шара, если известно, что площадь его поверхности равна сумме площадей поверхностей первых двух шаров?

Дано:	Решение:
Найти:	

7. Радиус шара 5 см. Во сколько раз площадь поверхности шара больше площади большого круга?

Дано:	Решение:
Найти:	

8. Площадь поверхности шара равна 16π см^2. Чему равен его радиус?

<table><tr><td>Дано:

Найти:</td><td>Решение:</td></tr></table>

9. Радиус основания цилиндра 2 м, высота 3 м. Найдите диагональ осевого сечения.

<table><tr><td>Дано:

Найти:</td><td>Решение:</td></tr></table>

3 ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

3.1 Длина отрезка

3.1.1 Теоретический материал

Длиной отрезка называется положительная величина, обладающая следующими свойствами:

1. Равные отрезки имеют равные длины.
2. Если отрезок состоит из конечного числа отрезков, то его длина равна сумме длин этих отрезков.
3. Существует отрезок, длина которого равна 1.

Измерение длины отрезка x состоит в сравнении его длины с длиной отрезка, принятого за единицу. Результатом измерения длины отрезка является положительное действительное число a, которое называют численным значением длины отрезка x при выбранной единице длины e, или мерой длины отрезка x при единице e, или просто длиной отрезка. Пишут $a = m_e(x)$ или $x = a \cdot e$ [10].

3.1.2 Задания

1. Точки A, B и C лежат на одной прямой. Известно, что AB = 4,3 см, AC=7,5 см, BC=3,2 см. Может ли точка A лежать между точками B и C? Может ли точка C лежать между точками A и B? Какая из трех точек A, B или C лежит между двумя другими [4]?

Дано:	Решение:
Найти:	

2. Точки A, B и C лежат на одной прямой. Принадлежит ли точка B отрезку AC, если:

а) AC = 9,1 м, AB = 9,2 м;

б) AB = 3 дм, AC = 7 дм, BC = 4 дм.

Ответ обоснуйте [4].

Дано:	Решение:
Найти:	

3. Могут ли точки A, B и C лежать на одной прямой, если AB=1,8 м, AC=1,3 м, BC=3 м [4]?

Дано:	Решение:
Найти:	

4. Расстояния от точки A до точек B и C равны 5 и 7 см, а расстояние между точками B и C равно 6 см. Могут ли точки A, B и C лежать на одной прямой? Ответ обоснуйте [7].

Дано:	Решение:
Найти:	

5. Могут ли точки А, В и С лежать на одной прямой, если длина большего отрезка АВ меньше суммы длин отрезков АС и ВС? Ответ обоснуйте [5].

Дано: Решение:

Найти:

6. Точки А, В и С лежат на одной прямой. Найдите длину отрезка ВС, если АВ = 2,7 м, АС = 3,2 м. Сколько решений имеет задача [5]?

Дано: Решение:

Найти:

7. На отрезке АВ длиной 15 м отмечена точка С. Найдите длины отрезков АС и ВС, если:

а) отрезок АС на 3 м длиннее отрезка ВС;

б) отрезок АС в два раза длиннее отрезка ВС;

в) точка С – середина отрезка АВ;

г) длины отрезков АС и ВС относятся как 2:3 [4].

Дано: Решение:

Найти:

8. На прямой AB отмечена точка C. Найдите длину отрезка BC, если:

а) AB=1,5 м, AC=0,3 м;

б) AB=2 см, AC=4,4 см.

Рассмотрите все возможные случаи [1].

Дано: Найти:	Решение:

9. Решите задачу 8, если AB – луч [1].

Дано: Найти:	Решение:

10. Собака гонится за зайцем. Заяц впереди собаки на 150 футов. Заяц делает прыжок 7 футов, собака прыгает на 9 футов. Через сколько прыжков собака догонит зайца [4]?

Дано: Найти:	Решение:

11. Бамбук высотой в 10 футов переломлен на некоторой высоте. Конец его касается земли на расстоянии 3 футов от основания. На какой высоте переломлен бамбук [4]?

Дано:	Решение:
Найти:	

12. Собака погналась за лисицей, находящейся от неё на расстоянии 30 м. Скачок собаки равен 2 м, скачок лисицы – 1 м. В то время как лисица делает 3 скачка, собака делает 2 скачка. Какое расстояние должна пробежать собака, чтобы догнать лисицу [1]?

Дано:	Решение:
Найти:	

13. Из сорока звеньев составлена цепь. Просвет каждого звена 12 мм, а толщина звена 3 мм. Какую длину имеет цепь [1]?

Дано:	Решение:
Найти:	

14. По столбу высотой 10 м взбирается улитка. Днём она поднимается на 5 м, а ночью спускается на 4 м. Через сколько дней улитка достигнет вершины столба?

Дано:	Решение:
Найти:	

15. Ученику, работающему в столярной мастерской, дали доску длиной 3 м и сказали, что надо разрезать её поперёк на 2 части так, чтобы число метров в большей части было равно числу дециметров в меньшей, как ученик должен разрезать эту доску?

Дано:	Решение:
Найти:	

3.2 Величина угла

3.2.1 Теоретический материал

Величиной угла называется положительная величина, определенная для каждого угла и обладающая свойствами:

1. Равные углы имеют равные величины.
2. Если угол состоит из конечного числа углов, то его величина равна сумме величин этих углов.

3. Существует угол, величина которого равна 1 [10].

На практике за единицу измерения величины угла принимают градус – $\frac{1}{90}$ часть прямого угла. Один градус записывают так: 1°. Величина прямого угла равна 90°, а развернутого угла – 180°[11].

3.2.2 Задания

1. Может ли луч c проходить между сторонами угла (ab), если:

а) $\angle(\mathrm{ac}) = 100°, \angle(\mathrm{cb}) = 90°$;

б) $\angle(\mathrm{ac}) = 30°, \angle(\mathrm{cb}) = 80°, \angle(\mathrm{ab}) = 50°$;

в) угол (ac) больше (ab) [4]?

Дано:	Решение:
Найти:	

2. Между сторонами угла (ab), равного 60°, проходит луч c. Найдите углы (ac) и (bc), если:

а) угол (ac) на 30° больше угла (bc);

б) угол (ac) в два раза больше угла (bc);

в) луч c делит угол (ab) пополам;

г) градусные меры углов (ac) и (bc) относятся как 2:3 [4].

Дано:	Решение:
Найти:	

3. Могут ли два смежных угла быть оба:

а) острыми;

б) тупыми;

в) прямыми?

Ответ обоснуйте [5].

Дано:	Решение:
Найти:	

4. Найдите смежные углы, если:

а) один из них на 30° больше другого;

б) их разность равна 40°;

в) один из них в 3 раза меньше другого;

г) их градусные меры соотносятся как 3:7 [5].

Дано:	Решение:
Найти:	

5. Сумма двух углов, которые получаются при пересечении двух прямых, равна $50°$. Найдите все углы, получающиеся при пересечении этих прямых [7].

Дано:	Решение:
Найти:	

6. Найдите углы, которые получаются при пересечении двух прямых, если сумма трёх из них равна $270°$ [7].

Дано:	Решение:
Найти:	

7. Из вершины развёрнутого угла (aa_1) проведены лучи b и c в одну полуплоскость. Чему равен угол (bc), если:

а) $\angle(ab) = 50°, \angle(ac) = 70°$;

б) $\angle(a_1b) = 50°, \angle(ac) = 70°$;

в) $\angle(ab) = 60°, \angle(a_1c) = 30°$.

Дано:	Решение:
Найти:	

8. Из вершины развёрнутого угла (aa_1) проведены лучи b и c в одну полуплоскость. Известно, что $\angle(ab) = 60°$, $\angle(ac) = 30°$. Найдите углы (a_1b), (a_1c) и (bc) [4].

Дано: Найти:	Решение:

9. От полупрямой AB в разные полуплоскости отложены углы $\angle BAC = 80°$ и $\angle BAD = 70°$. Найдите угол CAD [1].

Дано: Найти:	Решение:

10. Найдите угол между биссектрисами смежных углов [7].

Дано: Найти:	Решение:

11. Найдите угол между биссектрисой и продолжением одной из сторон данного угла, равного:

а) $50°$;

б) $90°$;

в) $150°$ [1].

Дано:	Решение:
Найти:	

3.3 Площади фигур

3.3.1 Теоретический материал

Площадью фигуры называется положительная величина, определённая для каждой фигуры и обладающая свойствами:

1. Равные фигуры имеют равные площади.
2. Если фигура состоит из конечного числа фигур, то её площадь равна сумме их площадей.
3. Существует фигура, площадь которой равна 1 [10].

Площадь фигуры F можно найти с помощью палетки – квадратной сетки, нанесённой на прозрачный материал. Длина стороны квадрата этой сетки принимается за единицу длины, а площадь квадрата – за единицу площади. Палетку накладывают на данную фигуру F и подсчитывают количество квадратом (m), которые лежат внутри фигуры F, и число квадратов (n), через которое проходит контур фигуры (рисунок 24). Затем второе число делят пополам и прибавляют к первому. Полученную сумму считают площадью фигуры F, т.е. $S(F) = m + \frac{n}{2}$ (ед.^{2}) [10].

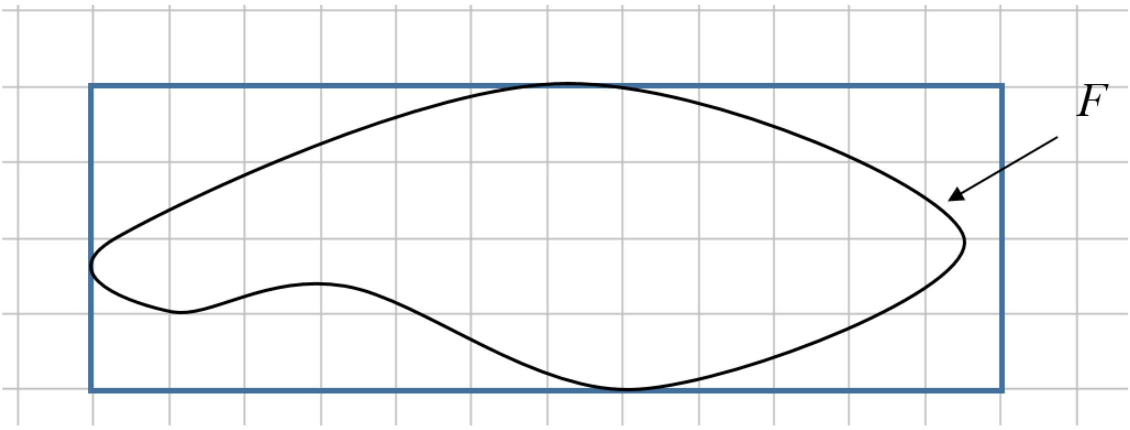

Рисунок 24 – Вычисление площади фигуры с помощью палетки

Площадь квадрата равна квадрату длины его стороны, т.е. $S = a^2$, где a длина стороны квадрата.

Площадь треугольника равна произведению длин его смежных сторон, т.е. S=$a \cdot\ b$, где a и b – длины смежных сторон треугольника.

Площадь параллелограмма равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне, т.е. $S = a \cdot h_a$, где a – длина стороны, h_a – высота параллелограмма, проведённая к этой стороне.

Из этой теоремы вытекает следствие: площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту, т.е. $S = \frac{1}{2} a h_a$ [11].

3.3.2 Задания

1. Стороны двух участков квадратной формы равны 100 м и 150 м. Найдите сторону квадратного участка, равновеликого им.

Дано:	Решение:
    Найти:	

2. Найдите площадь квадрата, диагональ которого равна а.

Дано:	Решение:
Найти:	

3. Как изменится площадь квадрата, если каждую его сторону увеличить в 3 раза [9]?

Дано:	Решение:
Найти:	

4. Во сколько раз надо уменьшить стороны квадрата, чтобы его площадь уменьшилась в 25 раз [1]?

Дано:	Решение:
Найти:	

5. Чему равны стороны прямоугольника, если они относятся как 4:9, а его площадь 144 м^2 [4]?

Дано: Найти:	Решение:

6. Чему равны стороны прямоугольника, если его периметр 74 дм, а площадь 3 м^2 [4]?

Дано: Найти:	Решение:

7. Квадрат и ромб имеют одинаковые периметры. Какая из фигур имеет большую площадь? Ответ обоснуйте [9].

Дано: Найти:	Решение:

8. Найдите площадь равнобедренного треугольника, у которого боковые стороны равны 1 м, а угол между ними равен 70° [4].

Дано:	Решение:
     Найти:	

9. Найдите площадь равнобедренного треугольника, если его основание 120 м, а боковая сторона 100 м [8].

Дано:	Решение:
     Найти:	

10. У треугольника со сторонами 8 см и 4 см проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к стороне 8 см, равна 3 см. Чему равна высота, проведенная к стороне 4 см?

Дано:	Решение:
     Найти:	

11. Найдите меньшую высоту треугольника со сторонами 13, 14, 15 см.

Дано:	Решение:
Найти:	

12. Выразите в процентах изменение площади прямоугольника, если его длина увеличится на 30%, а ширина уменьшится на 30%.

Дано:	Решение:
Найти:	

13. Через вершину C треугольника ABC проведена прямая CK, параллельная стороне треугольника AB. Докажите, что все треугольники, построенные на стороне AB как на основании с вершиной, принадлежащей прямой CK, равновелики.

Дано:	Решение:
Найти:	

14. Докажите, что если на отрезке AB как на основании построить несколько параллелограммов, второе основание которых будет лежать на прямой MK, параллельной AB, то построенные параллелограммы будут равновелики.

Дано:	Решение:
Найти:	

15. По данному плану земельного участка вычислите его площадь (рисунок 25):

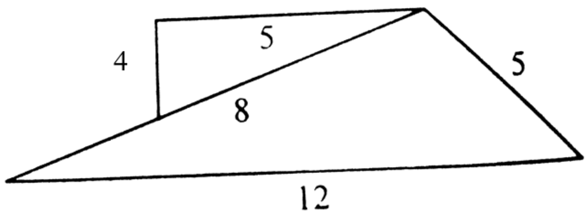

Рисунок 25 – Чертёж к задаче 15

Дано:	Решение:
Найти:	

16. Стороны прямоугольника равны 9 см и 16 см. Найдите сторону равновеликого квадрата.

Дано: Найти: 	Решение:

17. Найдите площадь прямоугольника, если известно, что одна сторона больше другой на 4 см, а периметр равен 44 см.

Дано: Найти: 	Решение:

18. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катеты равны 3 см и 5 см.

Дано: Найти: 	Решение:

19. Найдите площадь треугольника, если его основание и высота соответственно равны 6 см и 8 см.

Дано:	Решение:
     Найти:	

20. Найдите неизвестную сторону параллелограмма, если его высоты равны 7 см и 5 см, а сторона, к которой проведена меньшая высота, равна 14 см [9].

Дано:	Решение:
     Найти:	

3.4 Объём тел

3.4.1 Теоретический материал

Объем геометрического тела – положительная величина, определенная для каждого тела и обладающая свойствами:

1. Равные тела имеют равные объемы;
2. Если тело состоит из конечного числа тел, то его объем равен сумме их объемов;

3. Существует тело, объем которого равен 1 [10].

Объем прямоугольного параллелепипеда может быть найден по формуле $V = abc$, где a, b, и c – длины ребер этого параллелепипеда, выходящих из одной вершины.

Объем прямоугольной призмы определяют по формуле: $V = S_{осн}h$, где $S_{осн}$ – площадь основания призмы, h – ее высота (расстояние между плоскостями основания).

Объем пирамиды вычисляют по формуле: $V = \frac{1}{3}S_{осн}h$, где $S_{осн}$ – площадь основания пирамиды, h – ее высота.

Объем цилиндра находят по формуле: $V = S_{осн}h$, где $S_{осн}$ – площадь основания цилиндра, h – его высота.

Объем конуса определяют по формуле: $V = \frac{1}{3}S_{осн}h$, где $S_{осн}$ – площадь основания конуса, h – его высота.

Объем шара находится по формуле: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, где R – радиус шара [4].

3.4.2 Задания

1. Вода при замерзании увеличивается на $\frac{1}{11}$ часть своего объёма. На какую часть своего объёма уменьшится лёд при обратном превращении в воду [1]?

Дано:	Решение:
Найти:	

2. Три куба с рёбрами 3, 4 и 5 переплавлены в один куб. Какую длину имеет ребро этого куба [4]?

Дано:	Решение:
Найти:	

3. Если каждое ребро куба увеличить на 2 см, то его объём увеличится на 98 $см^3$. Чему равно ребро куба [1]?

Дано:	Решение:
Найти:	

4. Если ребро куба увеличить на 1 м, то его объём увеличится в 125 раз. Найдите ребро куба [4].

Дано:	Решение:
Найти:	

5. Требуется установить резервуар для воды ёмкостью 10 $м^3$ на площадке размером 2,5x1,75 м, служащей для него дном. Найдите высоту резервуара [1].

Дано:	Решение:
Найти:	

6. Измерения прямоугольного параллелепипеда 15, 50 и 36 м. Найдите ребро равновеликого ему куба [3].

Дано:	Решение:
Найти:	

7. Измерения прямоугольного бруска 3, 4 и 5 см. Если увеличить каждое ребро на x см, то поверхность увеличится на 54 $см^2$. Как увеличится его объём [3]?

Дано:	Решение:
Найти:	

8. В прямой треугольной призме стороны оснований равны 4, 5 и 7 см, а боковое ребро равно большей высоте основания. Найдите объём призмы [3].

Дано:	Решение:
Найти:	

9. Площадь основания прямой треугольной призмы равна 4 см^2, а площади боковых граней 9, 10 и 17 см^2. Найдите объём призмы [1].

Дано:	Решение:
Найти:	

10. Основание пирамиды – равнобедренный треугольник с основанием 8 см и боковой стороной 6 см. Все боковые рёбра равны 9 см. Найдите объём пирамиды [4].

Дано:	Решение:
Найти:	

11. Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 9 и 12 см; все боковые рёбра равны 21,5 см. Найдите объём пирамиды [3].

Дано:	Решение:
Найти:	

12. Насос, подающий воду в паровой котёл, имеет два водяных цилиндра. Диаметры цилиндров 80 мм, а ход поршня 150 мм. Чему равна часовая производительность насоса, если каждый поршень делает 50 рабочих ходов в минуту [1]?

Дано:	Решение:
Найти:	

13. Во сколько раз надо увеличить высоту цилиндра, не меняя основание, чтобы объём увеличился в n раз? Во сколько раз надо увеличить радиус основания цилиндра, не меняя высоту, чтобы объём увеличился в n раз [3]?

Дано:	Решение:
Найти:	

14. Усечённый конус, у которого радиусы оснований 4 и 22 см, требуется превратить в равновеликий цилиндр такой же высоты. Чему равен радиус основания этого цилиндра [4]?

Дано:	Решение:
Найти:	

15. Вычислите пропускную способность водосточной трубы (в кубических метрах за 1 час), если её сечение имеет вид равнобедренного треугольника с основанием 1,4 м и высотой 1,2 м. Скорость течения воды 2 м/с [1].

Дано:	Решение:
Найти:	

16. Куча щебня имеет коническую форму, радиус основания которой 2 м, в образующая 3,5 м. Найдите объём кучи щебня [1].

Дано:	Решение:
Найти:	

17. Осевым сечением конуса является равнобедренный прямоугольный треугольник, площадь которого 9 $м^2$. Найдите объём конуса [4].

Дано:	Решение:
Найти:	

18. Длина образующей конуса равна a, а длина окружности основания равна c. Найдите объём конуса [3].

Дано:	Решение:
Найти:	

19. Жидкость, налитая в конический сосуд высотой 0,18 м и диаметром основания 0,24 м, переливается в цилиндрический сосуд, диаметр основания которого 0,1 м. Как высоко будет стоять уровень жидкости в сосуде [1]?

Дано:	Решение:
Найти:	

20. Требуется переплавить в один шар два чугунных шара с диаметрами 25 и 35 см. Найдите диаметр нового шара [1].

Дано:	Решение:
Найти:	

21. На сколько процентов увеличится объём прямоугольного параллелепипеда, если его длину и ширину увеличить на 10%, а высоту уменьшить на 10%.

Дано:	Решение:
Найти:	

22. Сосуд ёмкостью в 8 л наполнен воздухом, содержащим 16% кислорода. Из этого сосуда выпускают некоторое количество воздуха и впускают такое же количество азота, после чего выпускают такое же, как в первый раз, количество смеси и дополняют таким же количеством азота. В новой смеси оказалось 9% кислорода. Определите, по сколько литров воздуха выпускалось каждый раз из сосуда.

Дано:	Решение:
Найти:	

23. В магазин привезли 2 бидона молока. Из первого продали несколько литров, а из второго столько, сколько осталось в первом. Сколько молока осталось в двух бидонах, если в каждом было по 2 л.

Дано:	Решение:
Найти:	

24. В трёх сосудах налита вода. Если $\frac{1}{3}$ воды из первого сосуда перелить во второй, затем $\frac{1}{4}$ воды, оказавшейся во втором, перелить в третий и, наконец, $\frac{1}{10}$ воды, оказавшейся в третьем, перелить в первый, то в каждом сосуде окажется по 9 л воды. Сколько воды было в каждом сосуде [1]?

Дано: Решение: Найти:

25. Из деревянного бруска, имеющего форму параллелепипеда, длина которого 24 см, ширина в 3 раза меньше длины, а высота 11 см, вырезали куб с ребром 6 см. Найдите объём оставшейся части [4].

Дано: Решение: Найти:

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Алексеева Г. Ю. Сборник задач и упражнений по математике : для сузов / Г. Ю. Алексеева, Т. П. Быкова, Н. И. Хрипченко. – Москва : Издательство «Экзамен», 2008. – 190 с. – ISBN 978-5-377-00803-3.
2. Контрольно-измерительные материалы. Геометрия. 10 класс / Сост. А. Н. Рурукин. – Москва : ВАКО, 2016. – 96 с. – ISBN 978-5-408-02676-0.
3. Контрольно-измерительные материалы. Геометрия. 11 класс / Сост. А. Н. Рурукин. – Москва : ВАКО, 2016. – 96 с. – ISBN 978-5-408-02443-8.
4. Математика. Сборник задач : учеб. пособие для студ. учреждений высш. проф. образования / Л. П. Стойлова, Е. А. Конобеева, Т. А. Конобеева, И. В. Шадрина. – Москва : Издательский центр «Академия», 2013. – 240 с. – ISBN 978-5-7695-9891-3/
5. Мельникова Н. Б. Дидактические материалы по геометрии : 7 класс : к учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7-9 классы». ФГОС (к новому учебнику) / Н. Б. Мельникова, Г. А. Захарова. – Москва : Издательство «Экзамен», 2018. – 127 с. – ISBN 978-5-377-12786-4.
6. Мельникова Н. Б. Дидактические материалы по геометрии : 8 класс : к учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7-9 классы». ФГОС (к новому учебнику) / Н. Б. Мельникова, Г. А. Захарова. – Москва : Издательство «Экзамен», 2018. – 143 с. – ISBN 978-5-377-12474-0.
7. Мельникова Н. Б. Контрольные работы по геометрии : 7 класс : к учебнику Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева и др. «Геометрия. 7-9». ФГОС (к новому учебнику) / Н. Б. Мельникова. – Москва : Издательство «Экзамен», 2018. – 61 с. – ISBN 978-5-377-12147-3.
8. Мельникова Н. Б. Контрольные работы по геометрии : 8 класс : к учебнику Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева и др. «Геометрия.

7-9». ФГОС (к новому учебнику) / Н. Б. Мельникова. – Москва : Издательство «Экзамен», 2016. – 61 с. – ISBN 978-5-377-10587-9.

9. Мельникова Н. Б. Контрольные работы по геометрии : 9 класс : к учебнику Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева и др. «Геометрия. 7-9». ФГОС (к новому учебнику) / Н. Б. Мельникова. – Москва : Издательство «Экзамен», 2016. – 79 с. – ISBN 978-5-377-10786-6.

10. Стойлова Л. П. Математика : учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / Л. П. Стойлова. – Москва : Издательский центр «Академия», 2013. – 464 с. – ISBN 978-5-7695-9911-8.

11. Третьяк И. В. Математика / И. В. Третьяк. – Москва : Эксмо, 2015. – 256 с. – ISBN 978-5-699-71188-8.

Учебное издание

Юлия Валерьевна Корчемкина

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО МАТЕМАТИКЕ (ГЕОМЕТРИЯ)

Учебное пособие

Издательство «Библиотека А. Миллера»

454091, Челябинск, ул. Свободы 159

Подписано в печать 08.08.22. Бумага типографская

Формат 60x84/16 Объем 5,75 усл.-печ. л.

Тираж 100 экз. Заказ 402

Отпечатано с готового оригинал-макета в типографии ЮУрГГПУ

454080, Челябинск, пр. Ленина, 69