МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ, ИНФОРМАТИКИ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Совершенствование методики подготовки учащихся к олимпиадам по математике

Выпускная квалификационная работа по направлению

44.03.01 Педагогическое образование

Направленность программы бакалавриата

«Математика»

Форма обучения заочная

Проверка на объем заимствований:
76,27% авторского текста
Работа рекомендована к защите
«2» июля 2021 г.
и. о. зав. кафедрой математики и МОМ
_____________ Шумакова Е.О.

Выполнила:
Студентка группы ЗФ-513-087-5-1
Бочкарева Александра Ивановна
Научный руководитель: доцент, кандидат педагогических наук, доцент кафедры МиМОМ
Эрентраут Елена Николаевна

Челябинск
2021

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ, ИНФОРМАТИКИ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Совершенствование методики подготовки учащихся к олимпиадам по математике

Выпускная квалификационная работа по направлению

44.03.01 Педагогическое образование

Направленность программы бакалавриата

«Математика»

Форма обучения заочная

Проверка на объем заимствований:
76,27% авторского текста
Работа рекомендована к защите
«___» ___________ 2021 г.
и. о. зав. кафедрой математики и МОМ
_______________ Шумакова Е.О.

Выполнила:
Студентка группы ЗФ-513-087-5-1
Бочкарева Александра Ивановна
Научный руководитель: доцент, кандидат педагогических наук, доцент кафедры МиМОМ
Эрентраут Елена Николаевна

Челябинск
2021

Содержание

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. Главная задача российской образовательной политики – обеспечение современного качества образования на основе сохранения его фундаментальности и соответствия актуальным и перспективным потребностям личности, общества и государства.

Модернизация системы общеобразовательной школы рассматривает направленность образования не только на усвоение определенного багажа знаний, но также и на развитие личности, ее познавательных и созидательных способностей.

Опираясь на богатейший опыт российских и советских школ, сохранение лучших традиций отечественного естественно-математического образования является неотъемлемой частью для повышения качества общего математического образования.

Наиболее эффективным средством развития, выявления способностей и интересов учащихся являются предметные олимпиады.

Большой вклад в становление и развитие олимпиадного движения в России, в разработку методик организации и вопросов проведения олимпиад внесли такие ученые и педагоги, как П.С. Александров, М.И. Башмаков, И.М. Гельфанд, Г.И. Глейзер, Б.В. Гнеденко, Б.Н. Делоне, Г.В. Дорофеев, Г.И. Зубелевич, А.Н. Колмогоров, Н.Н. Константинов, Г.Г. Левитас, Л.А. Люстерник, А.И. Маркушевич, И.С. Петраков, Д. Пойа, В.Н. Русанов, С.Л. Соболев, В.А. Тартаковский, Г.А. Тоноян, Г.М. Фихтенгольц, Д.О. Шклярский и др.

Несмотря на то, что современной школой накоплен богатейший опыт по проведению внеурочной деятельности по математике, непосредственно связанных с подготовкой к различным олимпиадам, в этом направлении имеются свои проблемы, которые волнуют в настоящее время педагогическую общественность страны, о чем свидетельствуют беседы с учителями, публикации в печати.

К началу XXI века в нашей стране появилось большое количество школ нового типа (лицеи, гимназии, колледжи и т.д.), в которых обучаются дети, проявляющие повышенный интерес к тем или иным предметам, прошедшие конкурсный отбор. В них, в основном, обучаются учащиеся с 5 класса. В школах нового типа на изучение математики отводится большее количество часов, чем в массовых школах, предметы ведутся высококвалифицированными преподавателями по специальным программам. Уровень задач, предлагаемых на математических олимпиадах, заметно выше того, что изучают учащиеся массовых школ на занятиях математических кружков. В существующей учебно-методической литературе по подготовке к олимпиадам также не в полной мере учитывается уровень подготовки учащихся массовых школ.

Учителя осуществляют подготовку учащихся к олимпиадам, опираясь на свой собственный опыт, взгляды, т.е., как правило, работа ведется на эмпирическом уровне без должной теоретической основы. Одним из наиболее сложных моментов в обучении остается вопрос: как научить учащихся решать нестандартные задачи?

Между тем обучение решению нестандартных задач на раннем этапе при подготовке к олимпиадам могло бы развивать математические способности и интерес к предмету у учащихся и повышать квалификацию учителей массовой школы.

Проблема исследования обусловлена противоречием между потенциальными возможностями олимпиад по математике в области развития познавательного интереса и способностей учащихся 5-6 классов и недостаточным уровнем научно-методических разработок и, как следствие, недостаточной реализацией этих возможностей в данных классах.

Актуальность исследования определяется потребностью совершенствования методики подготовки учащихся 5-6 классов к участию в олимпиадах по математике в аспекте развития познавательного интереса и способностей учащихся к математике.

Объект исследования – процесс подготовки учащихся общеобразовательных школ к участию в математических олимпиадах.

Предметом исследования являются методические подходы к подготовке учащихся общеобразовательной школы (на примере 5-6 классов) к участию в математических олимпиадах в аспекте развития познавательного интереса и способностей к математике.

Цель исследования – теоретическое обоснование и разработка методических рекомендаций к подготовке учащихся 5-6 классов к участию в математических олимпиадах.

Гипотеза исследования: если внеурочную деятельность по подготовке учащихся 5-6 классов к математическим олимпиадам ориентировать на обучение решению нестандартных задач, то это значительно улучшит уровень развития познавательного интереса и способностей учащихся.

Исходя из цели исследования, были поставлены следующие **задачи**:

1. Выявить психолого-педагогические особенности развития познавательного интереса и способностей у школьников 5-6 классов при участии в математических олимпиадах и кружках.
2. Определить основные направления и требования к совершенствованию подготовки учащихся 5-6 классов к математическим олимпиадам.
3. Разработать методические рекомендации к обучению решению нестандартных задач на занятиях внеурочной деятельности в 5-6 классах.
4. Разработать подборку задач для урока по подготовке к олимпиадам по математике в 5-6 классах.
5. Разработать курс внеурочной деятельности по подготовке учащихся 5-6 классов к математическим олимпиадам.

Методологической основой исследования послужили важнейшие теоретические положения об особенностях формирования познавательного интереса у младших школьников и подростков (Л.С. Выготский [15], теория обучения решению нестандартных математических задач (Б.В. Гнеденко [21], Д. Пойа и др.), теоретические положения в области психологии способностей (В.А. Крутецкий [34, 33], И.С. Якиманская [50, 51] и др.), теоретические подходы к разработке программ обучения математике (М.И. Башмаков, Г.В. Дорофеев [26], Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин, А.Г. Мордкович и др.), методика организации и проведения внеурочной деятельности учащихся (М.Б. Балк, В.Н. Русанов, В.П. Труднее и др.).

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРОВЕДЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОЛИМПИАД В 5-6 КЛАССАХ

1.1 История развития математического олимпиадного движения в России

В 30-е гг. группа профессоров и членов-корреспондентов АН СССР выступили инициаторами участия ученых-математиков в работе со школьниками. Весной 1934 г. в Ленинграде была проведена первая в СССР школьная математическая олимпиада. Весной 1935 г. правление Московского математического общества приняло решение о проведении Первой Московской математической олимпиады. В оргкомитет олимпиады вошли профессора-математики МГУ, среди них А.Н. Колмогоров, Л.А. Люстерник и др. Председателем оргкомитета стал президент Московского математического общества П.С. Александров. Олимпиада ставила своей целью выявить наиболее способных учащихся, привлечь внимание широких масс школьной молодежи к важнейшим проблемам и методам современной математики и хотя бы частично показать, над чем работает отечественная математическая наука, каковы ее достижения и какие задачи стоят перед ней.

Успех 1-й Московской олимпиады способствовал полной перестройке всей работы со школьниками, в частности возник школьный математический кружок при МГУ. Кружок работал в двух направлениях: чтение разнообразных по тематике лекций и заседания кружка. Первоначально лекции читались для учащихся 8-10-х классов, с 1940 г. были образованы две группы для 7-8 и 9-10-х классов. В своих выступлениях лекторы излагали в популярной форме серьезные математические результаты, включая научные достижения самых последних лет.

Тем не менее, к 60-м гг. школьное математическое образование все более отдалялось от развития современной математики, не было связано с бурно развивающейся информатикой и вычислительной техникой, не учитывало новейших достижений педагогики и психологии. Назрела необходимость радикального его пересмотра. В результате чего возникли разнообразные формы внеклассной работы с учащимися по математике, такие как: публичные лекции для учащихся, юношеские математические школы, специальные школы, общематематические школы и классы, вечерние и заочные, летние и зимние математические школы, школы-интернаты.

Возникновение юношеских математических школ (далее – ЮМШ) было обусловлено несоответствием возросших интересов молодежи к математике, потребностями общества в математических кадрах и теми средствами, которыми располагала массовая школа для достижения этих целей. Первые ЮМШ были организованы в 1959/60 учебном году при Ивановском и Кишиневском педагогических институтах. Посещали ЮМШ учащиеся общеобразовательных школ, студенты техникумов, рабочие и служащие, поэтому занятия проходили 1-2 раза в неделю. Основной задачей этих школ являлось повышение общего математического уровня слушателей, обучение в них отвечало и целям профессиональной ориентации учащихся, помогая в выборе будущей профессии. ЮМШ работали на общественных началах.

При МГУ более 30 лет функционировала целая система кружков, на основе которых в 1963 г. была организована первая вечерняя математическая школа (далее – ВМШ) для учащихся 7-9-х классов Москвы и Московской области. ВМШ при МГУ была рассчитана на школьников, проявляющих склонность и способность к серьезным занятиям математикой. Основная задача этой школы состояла в том, чтобы оптимально способствовать общему математическому развитию школьников, привить им вкус и навыки исследовательской математической деятельности. Для учащихся 8-х и 9-10-х классов раз в неделю читались лекции или циклы лекций. На групповых занятиях учащиеся решали нестандартные задачи. Среди учащихся 2-3 раза в год проводился конкурс по решению задач. Наиболее интересные решения, предлагаемые школьниками, печатались в специальных сборниках «Математическая школа».

Впоследствии ВМШ были организованы и в других городах. Эти школы ставили своей целью раннее выявление математически талантливой молодежи, а также популяризацию математики, развитие интереса к ней у возможно большего числа учащихся. Параллельно с вечерней математической школой в 1964 г. была организована Заочная математическая школа (далее – ЗМШ) для способной сельской молодежи.

В 1988 году на базе школы-интерната в Московском университете (и в Новосибирском), после успешной 25-летней ее деятельности, на основании решения правительства страны, был создан Специализированный учебно-научный центр (далее – СУНЦ МГУ), который объединяет школу им. А.Н. Колмогорова с другими подразделениями университета, работающими со школьной молодежью [41].

Таким образом, можно описать структуру дополнительного математического образования советского периода: заочные школы при конкретных вузах; центры дополнительного математического образования одаренных школьников; системы спецкурсов (факультативы) для школьников; олимпиады (городские, районные, зональные, всероссийские); школьные кружки (подготовка к олимпиадам); кружки при вузах (работа с детьми, имеющими склонность к математике); подготовительные курсы (в вузах и школах); репетиторское образование. Основными целями данной формы работы с учащимися были: углубление знаний, математическое развитие учащихся; приобретение навыков решения олимпиадных задач.

В 21 веке ведется активный поиск инновационных форм и методов обучения, как для младшего, так и для среднего и старшего школьного возраста с целью стимулирования интеллектуального роста ребенка, что особенно важно в системе дополнительного образования и математического, в частности.

В качестве одной из центральных идей в области школьной педагогики начинает выступать ориентации на внутренний опыт ребенка.

В работах И.С. Якиманской [51] обосновывается необходимость личностно-ориентированного обучения.

Очень интересным является введение М.А. Холодной [46], в качестве критериев оценки эффективности образовательного процесса наряду со знаниями, умениями, навыками, такие характеристики как: компетентность, инициатива, творчество, саморегуляция, уникальность склада ума (далее – КИТСУ). То есть КИТСУ – это определенная система показателей интеллектуального развития личности, в которых отслеживаются особенности индивидуального ментального опыта, которая характеризует уровень развития индивидуальных возможностей. Впервые роль интеллектуальной инициативы была раскрыта в работах Д.Б. Богоявленской [8].

Под интеллектуальным воспитанием по М.А. Холодной понимается реализация права ребенка на самобытное развитие его интеллектуальных сил. КИТСУ – это те характеристики интеллектуальной сферы личности, по наличию которых можно судить о степени эффективности школьного образования и тем более, дополнительного образования.

В литературе отражены особенности использования различных методических моделей обучения с учетом психологических механизмов умственного развития учащихся:

1) «свободная мысль» (Р. Штейнер, Ф.Г. Кумбе, Ч. Сильберман и др.);

2) «личностная модель» (М.В. Зверева, И.И. Аргитнская и др.);

3) «развивающая модель» (Д.Б. Эль-конин, В.В. Давыдов, А.З. Зак и др.);

4) «активизирующая модель» (А.М. Матюшкин, М.М. Махмутов, М.Н. Скаткин);

5) «формирующая модель» (П.Я. Гальперин, Н.Ф. Талызина, В.П. Беспалько, С.И. Шапиро и др.);

6) «обогащенная модель» (М.А. Холодная).

Перечисленные модели ориентированы на реализацию их в процессе урочных занятий. Тогда как их использование возможно и при организации дополнительного математического образования (далее – ДМО). Однако проблема адаптации перечисленных моделей к использованию в системе ДМО не получила должного решения.

Не всегда учитель достаточно подготовлен к реализации ДМО. Не у всех выпускников педвузов на достаточном уровне формируются в процессе лекционных и практических занятий по психолого-педагогическим и методико-математическим дисциплинам практические умения, необходимые учителю например, умения самостоятельно пользоваться научно-популярной литературой, разработать содержание занятий внеурочной деятельности по математике с учетом специфики контингента учащихся, составить систему упражнений к занятию, подготовить сценарий вечера с учетом возраста детей, интересно и доступно выступить перед аудиторией и т.д. Многие профессионально-педагогические умения и навыки являются сложными, и для их формирования необходима систематическая работа на протяжении всех лет обучения, с использованием возможностей и аудиторных и внеаудиторных занятий.

Использованию различных возможностей для устранения указанного недостатка посвящены работы И.Н. Алексеевой. В.В., Н.И. Батькановой, Г.Л. Луканкина, А.Г. Мордковича, и др. Работы этих авторов можно условно разделить на две группы: профессионально-педагогическая направленность математических курсов и специальная подготовка к организации дополнительного математического образования. Однако в данных исследованиях недостаточное решение получила проблема подготовки студентов к реализации дополнительного математического образования учащихся 5-7-х классов с учетом возрастных и индивидуальных особенностей. Практически не рассматриваются вопросы специфики организации работы математического кружка в 5-7-х классах содержание, методы, формы.

Успехи российской олимпиадной математической школы в последние годы связаны, в первую очередь, с работой таких замечательных людей, как Владимир Леонидович Дольников – профессор ЯрГУ, подготовивший несколько победителей международных математических олимпиад; Игорь Соломонович Рубанов, среди заслуг которого, организация Кировских летних математических школ, в которых занимаются школьники, из многих регионов России, а также различных турниров математических боев. Одним из лучших в мире композиторов задач является Сергей Львович Берлов – преподаватель математических кружков в Санкт-Петербурге. Ежегодно дипломов финала Всероссийской олимпиады удостаиваются ученики Ирины Николаевны Пономаревой из Екатеринбурга. Успехи школьников из Сибири в первую очередь связаны с работой Александра Савельевича Штерна (Омск), Дмитрия Николаевича Оскорбина (Барнаул). Впервые сразу два диплома на Всероссийской олимпиаде завоевали школьники из маленькой республики Адыгея, работу в которой организует и ведет Дауд Казбекович Мамий – декан факультета математики и компьютерных технологий Адыгейского госуниверситета.

1.2 Цели и задачи проведения олимпиады. Её составляющие

Одной из самых главных целей проведения математических олимпиад – это развитие интереса учащихся к предмету. Ведь чем больше ученик увлечён, тем больше у него желание узнавать что-то новое, возможно даже не только по средствам урока, но и посещая различные кружки, репетиторов, а также самостоятельно изучая литературу по данному предмету.

В положении к проведению олимпиад прописано, что:

1. Школьные предметные олимпиады проводятся с целью выявления одаренных и талантливых обучающихся, развития познавательных интересов обучающихся, воспитанников.

2. Проведение школьных предметных олимпиад решает задачи:

– предоставления возможности всем желающим обучающимся проверить свои знания в определенной научной области в условиях соревнования;

– создания условий для реализации способностей, интересов обучающихся, профилизации в рамках выполнения программы работы с одаренными обучающимися;

– привлечения обучающихся к научно-практической деятельности;

– выявления наиболее способных обучающихся к участию в следующих этапах предметных олимпиад.

Стоило бы отметить, что олимпиадные задания способствуют развитию творческого и нестандартного мышления. И конечно же каждая победа учащегося – это некое поощрение и оценка его труда в данной сфере.

Участие в олимпиадах, готовит детей к будущей взрослой жизни, в условиях конкурентной среды. Так же, можно обратить внимание на то, что победы во всероссийских и международных олимпиадах, является достаточными для зачисления в вуз на льготных условиях.

Что включает в себя олимпиада по математике?

Основные требования к составлению олимпиад:

1) число задач в тексте олимпиадной работы должно быть от 4 до 7 (если задач меньше, то возможно появится сложность в определении победителя);

2) все задачи должны располагаться в порядке возрастания сложности (чтобы не было такого, что все задачи сложные, или очень простые, должны соблюдаться некие требования, примерно 1-2 задачи должны быть посильны для большинства участников олимпиады, а дальше по нарастанию сложности);

3) в середине текста олимпиады следует поместить 2-3 задачи повышенной трудности;

4) последними в тексте олимпиады должны быть 1-2 задания, которые смогут решить единицы;

5) задачи должны затрагивать разнообразные темы школьной программы, но все задания должны соответствовать классу, в котором проводится олимпиада;

6) в числе заданий могут быть занимательные задачи, задачи-шутки, софизмы, задачи прикладного характера;

7) в задачах не должно быть трудно запоминающихся формул, необходимости использования справочных таблиц (но это не исключает задания на вывод формул).

Разделы математики, которые можно использовать для определённых классов.

Пятый класс: арифметика, числовой ребус, задача на построение примера (разрезание фигур, переливания, взвешивания), логические или текстовые задачи.

Шестой класс: арифметика (дроби, числовые ребусы), задача на составление уравнения; фигуры, нахождение многоугольника с указанными свойствами; логическая задача.

Седьмой класс: числовой ребус, задача на составление уравнений, делимость натуральных чисел, признаки делимости, задача на разрезание фигур, логическая задача.

Восьмой класс: нахождение числа с указанными свойствами, построение графиков функций, преобразование алгебраических выражений, основные элементы треугольника, логическая задача на четность.

Девятый класс: делимость, четность; квадратный трехчлен, свойства его графика, основные элементы треугольника, алгебра (неравенство или задача на преобразования алгебраических выражений), логическая (комбинаторная) задача.

Десятый класс: нахождение числового множества, обладающего указанными свойствами, прогрессии, площадь, подобие фигур, система уравнений, логическая (комбинаторная) задача.

Одиннадцатый класс: рациональные и иррациональные числа, тригонометрические уравнения, окружность, центральные и вписанные углы, многоугольники, комбинаторика.

1.3 Роль учителя при подготовке учащихся к олимпиадам по математике

Умение решать задачи, особенно олимпиадные, всегда являлось одним из показателей математической одаренности ученика. Тем более что сегодня часто по итогам олимпиад оценивают итоги внеклассной и внешкольной работы по математике в школе, районе.

Подготовка учащегося к участию в олимпиаде – труд не одного года. Нужно отметить, что успешно участвовать в предметной олимпиаде может учащийся, знакомый со стандартными приемами решения задач, выходящих за рамки школьного курса. Определенную роль играет и скорость мышления учащегося. Целесообразно начинать подготовку «олимпиадников» в 5-6 классах. Только при таком подходе учащийся, попавший на олимпиаду в 8-9 классах, будет чувствовать себя уверенно: скажется опыт решения нестандартных задач, накопленный за несколько лет.

В ходе проведения занятий лучше всего обращать внимание на то, чтобы: занятия проходили в форме живого, непосредственного общения школьников и преподавателя, учитывался индивидуальный подход; обучающиеся овладели умениями общего учебного характера, разнообразными способами деятельности и приобрели опыт: решения разнообразных задач из различных разделов курса, в том числе задач, требующих поиска пути и способов решения; исследовательской деятельности, проведения экспериментов; точного, грамотного изложения своих мыслей в устной и письменной речи; поиска, систематизации, анализа, классификации информации, использования разнообразных информационных источников.

Необходимо подчеркнуть, что подготовка и проведение занятий – творческий процесс.

Из многолетнего опыта преподавателей выявлены несколько рекомендаций по подготовке к олимпиадам: не заниматься с учениками одной темой в течение продолжительного промежутка времени. Даже в рамках одного занятия полезно сменить направление деятельности; постоянно возвращаться к пройденному материалу. Это можно делать, предлагая задачи на данную тему в устных и письменных олимпиадах и других соревнованиях; при разборе темы выделять несколько основных логических вех и добиваться безусловного понимания этих моментов; постоянно обращаться к нестандартным и «спортивным» формам проведения занятий, не забывая при этом подробно разобрать все предложенные на них задачи. Также использовать на занятиях развлекательные и шуточные задачи; усилить подготовку учащихся по внепрограммному материалу; каждому учителю, прежде чем готовить учащегося к конкурсу, олимпиаде по математике, выработать педагогическую систему подготовки; использовать возможности работы внеурочной деятельности, факультативных занятий по математике для подготовки к решению конкурсных, олимпиадных задач; отбор задач необходимо начать заблаговременно.

При непосредственной подготовке учащихся к математическим конкурсам и олимпиадам необходимо акцентировать внимание учащихся на следующих моментах:

1) в качестве одной из задач конкурса любого уровня может быть задача, в условии которой фигурирует год проведения конкурса, олимпиады;

2) как правило, в числе конкурсных задач отсутствуют задачи с длительными выкладками, на использование трудно запоминающихся формул, на использование справочных таблиц;

3) если в условии требуется указать все возможные способы решения задачи, то от полноты количества указанных способов зависит и количество полученных баллов;

4) если в условии задачи фигурирует вопрос «Можно ли...?», то для того чтобы доказать, что «можно» достаточно привести всего один положительный пример, а для того чтобы ответить, что «нельзя», необходимо рассмотреть все возможные случаи, обобщая их в стройное доказательство;

5) всегда помнить, что задания составляются компетентными специалистами, и «некорректных формулировок условий задач», как правило, в конкурсных вариантах не встречается, а непонятные и непривычные формулировки как раз и характеризуются категорией нестандартности задачи.

Далее приводится несколько возможных тем занятий для учащихся пятых и шестых классов:

1. Задачи, решаемые с конца (5-6 кл.).
2. Занимательные задачи на проценты (6 кл.).

3. Математические ребусы (5-7 кл.).
4. Геометрические задачи со спичками (5-6 кл.).
5. Задачи на разрезание и перекрашивания фигур (5-7 кл.).
6. Графы (6-9 кл.).
7. Упражнения на быстрый счет (5-8 кл.).
8. Взвешивания (5-7 кл.).
9. Логические задачи (5-8 кл.).

Проведение олимпиад и подготовка к ним через внеурочную деятельность, факультативные занятия и часы для дополнительной работы по математике должны привлекать детей своей индивидуальностью и интересными методами их проведения.

Роль учителя в этом деле огромная. В первую очередь учитель обязан создать благоприятные условия для того, чтобы ученик смог постигать новое в интересующей его науке. С помощью знаний учителя, умением методически правильно поставить перед учеником задачу посильную ученику, он добьется успеха.

1.4 Знания необходимые для решения олимпиадных задач

Таким вопросом задаются многие ученики. Давайте разберёмся.

Во-первых, участник должен владеть базовым уровнем знаний предмета, который он может получить на уроке. Если же ученик не усвоил какую-нибудь тему школьной программы, то это надо скорее исправлять.

Во-вторых, знания предмета должны выходить за рамки базового уровня, для этого и существуют дополнительные занятия внеурочной деятельности. Так же, здесь, не стоит забывать о работе с репетитором. Как бы не был хорош преподаватель, а индивидуальная работа с учеником-олимпиадником даст большой результат в предстоящем конкурсе. Не обязательно то, что репетитор – этот человек посторонний, им так же может быть учитель из школы, тем более он уже знает стороны ученика, которые следует доработать.

В-третьих, важным компонентом является смекалка. Довольно часто в олимпиадах встречаются задачи высокого уровня сложности, до решения которых нужно додуматься. И в этом случае, только смекалистый ум сможет найти нужный подход.

Так же самую важную нишу в данном вопросе занимает практика. Только применяя на практике различные методы решения, ученик может полноценно подготовиться к олимпиаде. Для этого сейчас существует огромное количество различных сборников задач, и на просторах интернета также можно найти занимательные, разные по уровню сложности, задачи.

Из всего изложенного можно сделать вывод, что для победы учащемуся, как и любом спортсмену, нужны тренировки, на которых он должен расширять свои знания и отрабатывать навыки решения.

1.5 Психолого-педагогические особенности развития познавательного интереса и способностей учащихся при подготовке к олимпиадам

По определению Г.И. Щукиной познавательный интерес – избирательная направленность личности, обращенная к области познания, к ее предметной стороне и самому процессу овладения знаниями [49].

Формирование познавательного интереса имеет принципиальное значение для, сознательного овладения учебными предметами. Благодаря нему учебный процесс значительно облегчается и становится привлекательным для учащихся. Познавательный интерес – основной мотив учебной деятельности, без которого невозможно активное обучение.

В работах Л.И. Божович показано, что формирование интереса к какому-либо объекту предполагает организацию собственной деятельности обучаемых с этим объектом [9]. Начиная с элементарной стадии ориентировки к предмету, отличающемуся новизной, яркими, необыкновенными фактами, невероятными для младшего школьника явлениями действительности, он с помощью педагога поднимается на первую ступеньку развития интереса. Стадия любознательности характеризуется стремлением проникнуть за пределы видимого. Стадия познавательного интереса связывается со стремлением ученика к разрешению проблемного вопроса. Наиболее высокая ступень развития интереса – теоретический интерес.

Развитие интереса к предмету имеет разные источники. Г.И. Щукина выделяет три важнейших источника формирования познавательного интереса: содержание учебного материала, организация познавательной деятельности учащихся, а также отношения, которые складываются в учебном процессе между учителями и учащимися и между учениками [49].

Развивая интересы учащихся надо учитывать, что иногда большая активность и любознательность младших подростков, их активное стремление к знаниям, могут привести к неустойчивости и разбросанности интересов [13].

Для того чтобы сделать учение интересным, представляется важным при подготовке к олимпиадам в 5-6 классах опираться на имеющиеся у учащихся знания и интересы, даже если они не относятся к данному учебному предмету.

Можно согласиться с мнением Н.Г. Морозовой, которая выделила такие признаки наличия интереса к учению в разных сферах поведения ученика [42].

Внутренние признаки: активное включение в учебную деятельность, жадное восприятие познавательного материала, сильная сосредоточенность на заинтересовавшем материале, отсутствие отвлечений, преобладание непроизвольного внимания, возникновение вопросов в процессе учебной деятельности, желание заниматься данным предметом и нежелание прекратить занятия, соучастие в ходе изложения материала.

Внешние признаки: оживление детей, появление выражения радости на лицах, напряженность и устремленность вперед, чтобы лучше видеть и слышать; после уроков ученики не уходят, а окружают учителя, задавая вопросы, высказывая свое мнение по интересующему предмету; беседы и споры между собой, добровольное взятие на себя учащимися заданий для самостоятельной работы, чтение дополнительной литературы, добровольное посещение кружков, секций и т.д.

Особенности развития учащихся 5-6 классов в психологическом, педагогическом плане влияют на организацию всего учебного процесса, в том числе внеклассной работы. Внеклассная работа характеризуется многообразием форм и видов: групповые занятия, кружки, викторины, олимпиады, экскурсии, вечера и т.д.

Предлагаю рассмотреть два из них – внеурочная деятельность и олимпиады по следующим основным причинам:

1. Работа внеурочной деятельности тесно связана с проведением олимпиад. В качестве основного средства подготовки к олимпиадам рассматривается организация и проведение кружковой работы в школе.

2. Внеурочная деятельность – одна из самых распространенных форм внеклассной работы в школе.

3. Олимпиада – практически первый опыт участия в подобных соревнованиях учащихся 5-6 классов.

Учащиеся пятых и шестых классов относятся к младшему подростковому возрасту. Как показала практика, большинство учащихся данного возраста впервые включаются в олимпиадную деятельность.

На основании психологических исследований В.В. Давыдова [24] и др. можно выделить некоторые особенности восприятия учащихся 5-6 классов, благоприятствующие успешной подготовке учащихся к кружковой работе и олимпиадам.

Для младшего подросткового возраста наиболее характерны следующие особенности:

1. Для детей этого возраста становится более интересным действовать вместе со сверстниками. Младший подросток восприимчив к внеучебным делам, которые ему доступны и где подросток может проявить свои способности.

2. В этом возрастном периоде еще заметны особенности детской восприимчивости: любопытство и свежесть восприятия, удовольствие, доставляемое успешностью занятия, быстрота реакций и привыкания.

3. Игра еще занимает важное место в жизни младших подростков. Рост умственных сил проявляется, в частности, в интересе к играм и умственным упражнениям.

4. В этом возрасте совершенствуется мышление: наряду с наглядно-образным развивается абстрактное мышление. Школьник может рассуждать, сравнивать, делать обобщения и выводы, усиливается его избирательность к учебным предметам.

5. У школьников данного возрастного периода формируются познавательные интересы, развитию которых способствуют занятия, требующие умственного напряжения, определенного упорства и самостоятельности. Познавательные интересы становятся более глубокими, определенными и разнообразными.

6. На возникновение и развитие у подростка интереса к различным предметам большое влияние оказывает личность учителя, родители, а также способ и форма подачи учебного материала.

Исследования психологов подтверждают мысль о том, что развивать ребенка надо как можно раньше, приобщать к различным видам деятельности, особенно к различным видам внеурочных занятий. В частности, данные особенности проявления интереса надо учитывать при подготовке к олимпиадам.

Развитие интересов играет существенную роль в становлении интеллекта, создает необходимые предпосылки для дальнейшего умственного подъема и общего развития. В книге В.А. Гусева: «Как помочь ученику полюбить математику?» отмечается, что 20% интеллекта ребенок приобретает к концу первого года жизни, 50% приобретает к четырем годам, 80% приобретает к восьми годам, 92% закладывается до 13 лет. Это доказывает, что уже в этом возрасте возможна высокая предсказуемость будущих достижений человека, той почвы, на которой вырастают его индивидуальные особенности [23].

Так как учащиеся 5-6 классов расположены к активному участию в олимпиадах и во внеурочной деятельности, нельзя не затронуть проблему развития способностей учащихся. Тем более, что это является одной из целей внеурочной деятельности по математике и олимпиад.

По данным специального исследования С.А. Ледневой и А.И. Савенкова [43], большинство педагогов довольно точно видят в своей работе учеников, склонных к изучению предмета. Но, по разным мотивам, многие педагоги не учитывают эти сведения в образовательной среде.

Придерживаясь мнения В.А. Крутецкого, который под способностями к изучению математики понимает индивидуально-психологические особенности, отвечающие требованиям учебной математической деятельности и обуславливающие при прочих равных условиях успешность творческого овладения математикой как учебным предметом, в частности относительно быстрое, легкое и глубокое овладение знаниями, умениями и навыками в области математики [34].

Совершенно очевидно, что привлекать к участию в кружковой работе, а также к олимпиадам можно всех учащихся. Особенно на начальной стадии, когда склонности еще не проявлены у всех.

Исследования И.С. Якиманской выявили, что большинству способных детей свойственны:

1. Повышенная склонность к умственным действиям и положительный эмоциональный отклик на любую новую умственную нагрузку.

2. Постоянная потребность в возобновлении и усложнении умственной нагрузки, что влечет за собой постоянное повышение уровня достижений.

3. Стремление к самостоятельному выбору дел и планированию своей деятельности.

4. Совершенная саморегуляция. Такой ребенок способен на полную мобилизацию сил для достижения цели; способен неоднократно возобновлять умственные усилия, стремясь добиваться поставленной цели; имеет изначальную установку на преодоление трудностей, а неудачи его только подстегивают, ребенок проявляет завидное упорство в их преодолении.

5. Повышенная работоспособность. Интеллектуальные длительные нагрузки не утомляют такого ребенка [50].

Исходя из этого, можно сделать вывод, что для детей, способных к математике, наиболее характерно участие в математических занятиях внеурочной деятельности и олимпиадах.

В структуре математических способностей В.А. Крутецкий выделил следующие основные компоненты:

1. Способность к формализованному восприятию математического материала, схватыванию формальной структуры задачи.

2. Способность к быстрому и широкому обобщению математических объектов, отношений и действий.

3. Способность к свертыванию процесса математического рассуждения и системы соответствующих действий.

4. Гибкость мыслительных процессов в математической деятельности.

5. Способность к быстрой и свободной перестройке направленности мыслительного процесса, переключению с прямого на обратный ход мысли.

6. Стремление к ясности, простоте, экономичности и рациональности решений.

7. Математическая память (обобщенная память на математические отношения, типовые характеристики, схемы рассуждений и доказательств, методы решения задач и принципы подхода к ним) [34].

Математические способности в младшем возрасте изучала И.В. Дубровина [33, 34]. Ею было выявлено и экспериментально доказано, что у способных к математике учащихся интересующего нас возраста довольно четко обнаруживаются такие компоненты математических способностей, как способность к аналитико-синтетическому восприятию задачи, способность к обобщению математического материала (способность усматривать общее во внешне различном, единичном), гибкость мыслительных операций, переключение с одного хода мысли на другой. Менее выражены в этом возрасте такие компоненты математических способностей, как способность к свертыванию рассуждений и системы соответствующих действий, стремление к поиску наиболее рационального, экономного (изящного) способа решения задач.

Указанные компоненты наиболее отчетливо представлены лишь у очень способных учащихся. Это же относится и к особенностям математической памяти. Только у очень способных учащихся можно обнаружить признаки обобщенной математической памяти. Эти компоненты проявляются на доступном для учащихся математическом материале, поэтому в более или менее элементарном виде.

Рассмотрим каждую из этих компонентов математических способностей.

1. Способность к формализованному восприятию математического материала, схватыванию формальной структуры задачи. Под восприятием задачи понимается умственное восприятие, осмысливание только что прочитанного условия, понимание учащимися существа задачи, отношений, представленных в ней величин. Способные учащиеся воспринимают

математический материал задачи аналитически (выделяют различные элементы в ее структуре, дают им различную оценку, систематизируют их, определяют их «иерархию») и синтетически (объединяют их в комплексы, отыскивают их математические отношения и зависимости). Для того чтобы воспринять конкретную задачу или понять ее нужно видеть, что в ней является искомым, как связаны друг с другом различные элементы задачи, как неизвестное связано с данными. На развитие этой способности могут быть направлены задачи с неполными, избыточными данными, несформулированным вопросом, задачи с взаимопроникающими элементами. Кроме этого для развития этой способности можно задавать учащимся конкретные вопросы. Систему таких вопросов разработал Д. Пойа: «Что неизвестно, что дано, в чем состоит условие? Возможно ли условие для определения неизвестного? Или недостаточно? Или чрезмерно? Или противоречиво?». Д. Пойа данную часть начала решения рассматривает как «понимание постановки задачи». Схватывание формальной структуры возникает на определенных этапах обучения также как результат неоднократных упражнений.

Для развития данной способности у учащихся 5-6 классов кажется возможным использовать также задачи-шутки и несложные занимательные задачи. Необычные сюжеты заинтересовывают учащихся. Приведем пример такой задачи: «Два автомобилиста едут из Москвы и Санкт-Петербурга навстречу друг другу. Первый едет со скоростью 60 км в час, а второй 75 км в час. Кто из них ближе будет к Санкт-Петербургу в момент встречи?», или «Что тяжелее, килограмм пуха или килограмм железа?». Первая задача – с излишними данными, во второй нужно более внимательно вслушаться в условие задачи и осмыслить ее.

2. Способность к быстрому и широкому обобщению математических объектов, отношений и действий. Это способность усматривать типовое сходство одной задачи с другой, т.е. умение переносить решение одной задачи на решение другой задачи, усматривать

разницу в типах задачи, внешне сходных, но математически различных. Как было выявлено В.А. Крутецким и И.В. Дубровиной, способные ученики быстро переносят решение одной задачи на другие задачи того же типа. В них развивается в первую очередь процесс обобщения задач – подведение объектов под только что сформировавшееся в своей основе понятие, процесс переноса способа действия в сходные условия, способность дифференцировать сходный материал по существенному признаку. Таким образом, учащиеся учатся видеть общий тип в разных задачах, переходить от решения более простых к решению более сложных задач того же типа. На занятиях внеурочной деятельности в 5-6 классах задачи могут быть представлены как однотипные задачи, точнее разбиты по применению одной идеи решения.

3. Способность к свертыванию процесса математического рассуждения и системы соответствующих действий. Данная способность у детей интересующего нас возраста проявляется не ярко. Для них еще трудным оказывается процесс сокращения своих рассуждений. Данная способность наиболее ярко проявляется у наиболее способных детей, но в пятых и шестых классах пока только на элементарном уровне. В процессе решения нескольких задач ученик сокращает промежуточные звенья в рассуждениях. Данные сокращения зависят от сложности задач. Эта способность может формироваться на основе решения многократного решения однотипных задач.

4. Гибкость мыслительных процессов в математической деятельности – способность быстрой перестройки мыслительной деятельности, замены установленной схемы решения на новую. Особенно это проявляется в способности находить несколько решений в задачах, т.е. в умении переключаться на новый способ решения задачи. Основные показатели гибкости мышления: целесообразное варьирование способов действия; легкость перестройки знаний и навыков и их систем в соответствии с измененными условиями; легкое переключение от одного

способа действия к другому. В нашем случае, после того, как найдено решение, учитель может попросить найти другое решение, задав вопрос: «Как вы думаете, как еще можно решить задачу?». Приведем пример: «Найти сумму чисел от 1 до 9». Учащиеся проявляют гибкость, когда предлагаются совершенно различные варианты решений.

5. Способность к быстрой и свободной перестройке направленности мыслительного процесса, переключению с прямого на обратный ход мысли. Как показали исследования И.В. Дубровиной, для учащихся 5-6 классов трудны задачи, направленные на развитие этой способности. Например, в большинстве случаев учащиеся опознавали «обратные» задачи, но решали их крайне неуверенно. Лишь для наиболее способных учащихся данная способность была характерна, но можно считать возможным использование обратных задач на занятиях внеурочной деятельности по математике, а также включение таких задач в олимпиадах.

6. Стремление к ясности, простоте, экономичности и рациональности решений.

Данная способность в возрастной категории учащихся проявляется не настолько убедительно. Учащиеся осуществляют поиск только одного способа решения и при этом не обязательно изящного. Здесь мог бы помочь учитель, например, следующим образом. Во-первых, выяснить, какие способы решения конкретной задачи они видят. Затем выяснить, какой из способов решения кажется им наиболее красивым. Если задача затруднительна, то учитель может сам показать изящный способ решения.

Приведем пример: у фермера имеются куры и кролики. Всего у этих кур и кроликов 5 голов и 14 ног. Сколько кур и сколько кроликов имеет фермер?

а) нарисуем головы кур и кроликов. Их 5. (см. рисунок 1)

Рисунок 1

б) предположим, что кролики спрятали свои передние ножки, тогда мы увидим на земле только по две ножки у каждого кролика и курицы. (см. рисунок 2)

Рисунок 2

в) дорисуем передние ножки кроликов, которых осталось 4. Отсюда видим, что кроликов было 2 (см. рисунок 3).

Рисунок 3

После этого, учащиеся могут выполнить краткую запись решения:

1) $5 \cdot 2 = 10$ (ног на земле);

2) $14 - 10 = 4$ (ног спрятано);

3) $4 : 2 = 2$ (кролика).

Ответ: 3 курицы, 2 кролика.

7. Математическая память (обобщенная память на математические отношения, типовые характеристики, схемы рассуждений и доказательств, методы решения задач и принципы подхода к ним). Это способность запоминать математические отношения, схемы рассуждений, принципы решения задач. Особенно данная способность развивается, при участии детей в олимпиадах. Если в школе проводились занятия внеурочной деятельности, то те идеи, схемы рассуждений, которые использовались в задачах, могут встретиться и на самом соревновании. Также данный вид

памяти развивается при решении задач со сложным для запоминания условием, задач на соображение, задач с избыточными условиями и т.д.

Сформировать основные компоненты математических способностей на более или менее удовлетворительном уровне можно и у малоспособных детей, но только в результате упорного, настойчивого, систематического труда. С годами заметно развитие компонентов математических способностей, которые первоначально формируются на основе решения однотипных упражнений.

Вместе с этим, у некоторых учащихся математические способности складываются в очень раннем возрасте, по преимуществу в форме вычислительных способностей. На этой базе могут складываться собственно математические способности.

Исследования В. В. Давыдова [24], И. В. Дубровиной, и др. показали, что при изменении содержания и методики преподавания возможны серьезные сдвиги математических способностей уже в младшем возрасте.

Можно согласиться с Л.М. Фридманом [45], Д.Б. Элькониным, которые считают, что об уровне развития учебной деятельности нельзя судить на основе работы школьника в пределах только школьной программы. В ряде случаев, на занятиях, выходящих за пределы школьных заданий и учебных предметов, учащиеся показывают высокий уровень развития учебной деятельности.

На кружковых занятиях и олимпиадах усвоение содержания, овладение учебными действиями происходит через решение задач. Можно согласиться с Ю.М. Колягиным, который считает, что интерес школьников к решению задач, как правило, перерастает в интерес к математике в целом.

Придерживаясь мнения В.А. Гусева, который говорит «беда нашей системы обучения состоит в том, что ученик часто не имеет «пищи для ума», так как большинство решаемых на уроке задач ему не интересны, а найти нужную он сам не может. Задача учителя состоит в том, чтобы постоянно следить за соответствием систем решаемых задач и «зоной ближайшего развития ученика» [23].

Как известно, одной из целей проведения олимпиад является развитие интереса учащихся к математике, привлечение к занятиям в математических кружках. В экспериментальном исследовании Н.В. Метельского отмечается, что математика в 5-6 классах является самым интересным для школьников предметом и идет с большим отрывом от других предметов, при этом учащиеся указывают на две причины своего интереса:

1) «нравится решать примеры и задачи»;

2) «узнаешь много нового и интересного».

В старших классах первая позиция переходит на последние места [40].

Именно потеря вкуса учащихся к решению задач и упражнений является основной причиной снижения количества любителей математики в старших классах. Одним из выходов из сложившейся ситуации может стать спланированная на несколько лет вперед работа внеурочной деятельности, на которой рассматриваются познавательные, интересные для ребят задачи. Тем более что любителей посещать внеурочную деятельность в интересующей нас возрастной группе очень много.

Исходя из вышесказанного, можно считать, что основной задачей в организации математических кружков и олимпиад в 5-6 классах должно быть развитие интереса и математических способностей.

Теперь рассмотрим разные типы возрастного умственного развития, выделяемые психологами.

Ранний подъем. Он обусловлен наличием ярких природных способностей и задатков соответствующего типа в дошкольном или младшем школьном возрасте. В дальнейшем может произойти закрепление и обогащение умственных достоинств, что служит стартом для становления выдающихся умственных способностей. Очень часто можно увидеть таких детей на математических олимпиадах. Бывает, что ребенок занимает призовое место в пятом классе, а потом о нем никто не слышит. Это может быть связано с отсутствием методически грамотного индивидуального подхода к этому ребенку, с отсутствием навыков занятий на кружках.

Замедленный и растянутый подъем. Представляет собой постепенное накопление интеллекта. Отсутствие ранних достижений в этом случае не означает, что предпосылки больших или выдающихся способностей не выявятся в дальнейшем. Такой подъем возможен в возрасте 16-17 лет, когда фактором интеллектуального взрыва служит социальная переориентация личности, направляющая ее активность в это русло. Однако такой подъем может произойти и в более зрелые годы.

Б.В. Гнеденко А.Н. Колмогоров считают, что серьезный интерес к математике может проявиться в старших классах, а иногда и значительно позже [21].

Для работы с учащимися 5-6 классов актуальной становится проблема «раннего подъема». Вместе с тем, не надо терять из виду детей, просто проявляющих интерес к кружковым занятиям. Многие из них желают посещать занятия из-за той занимательности, которая в них присутствует. Как показано выше, любознательность может стать отправной точкой для развития интереса к предмету в целом и раскрытия тех способностей, которые не были видны до этого.

В свою очередь, В.А. Крутецкий выделяет два типа математического ума: быстрый и замедленный [34].

Он отмечает: «Среди самых обещающих учеников математических классов есть ребята, которые систематически проваливаются на олимпиадах, где требуется решать трудные задачи за короткий срок. И в то же время они решают гораздо более трудные задачи, не будучи ограничены никаким жестким сроком». Для ребят, «с быстрым темпом», наиболее подходят очные олимпиады, а с медленным – заочные олимпиады, когда ребенок выполняет задания дома, не ограничивая себя временными рамками.

Итак, исследования психологов показали, что развитием познавательного интереса и математических способностей нужно заниматься как можно раньше. Некоторые компоненты таких способностей формируются уже в начальных классах. Для этого важна правильно организованная деятельность учащихся.

1.6 Основные направления и методические требования совершенствования подготовки учащихся к математическим олимпиадам

Как было отмечено ранее, математические олимпиады в нашей стране имеют 70-летнюю историю. Московскими и Санкт-Петербургскими учеными, учителями собран богатый материал для использования его во внеклассных формах работы. Внеурочные занятия непосредственным образом влияют на успешность подготовки к олимпиадам, качество выполнения учащимися предложенных заданий.

Для определения основных направлений совершенствования подготовки учащихся 5-6 классов к олимпиадам по математике в аспекте развития познавательного интереса и способностей рассмотрим вопросы содержания внеурочных занятий, олимпиад, организации познавательной деятельности учащихся и рассмотрим, как должны складываться отношения между учителями и учащимися и между учениками.

Подготовка учителя к занятиям внеурочной деятельности предусматривает выполнение следующих действий: тщательно подготовиться; предварительно решить отобранные задачи; продумать все свои действия; продумать последовательность задач; акцентировать внимание учащихся на трудных моментах; ориентироваться на усвоение учащимися преподносимого материала. Важно при этом не перегружать ученика. Практика ведения занятий выявила, что на занятиях по решению нестандартных задач учащиеся 5-6 классов в среднем могут решить по 3-5 задач. Конечно же, здесь все зависит от трудности задач.

Внеурочная деятельность по математике в 5-6 классах обычно создается на добровольных началах. Членами данной деятельности могут быть не только хорошо успевающие ученики, но и любой учащийся, изъявивший желание работать на занятиях. Внеурочную деятельность можно организовывать из учащихся параллельных классов.

На занятиях могут участвовать не только способные, хорошо успевающие учащихся, но и те, кто раньше себя никак не проявил. В практике учителей часто встречаются такие случаи, когда троечники, а иногда и двоечники начинают проявлять настолько сильный интерес к математике, что впоследствии достигают больших результатов. Занятие внеурочной деятельности проводится систематично в течение всего учебного года. Примерное количество кружковых занятий в году 28-32 (по одному занятию в неделю). Продолжительность занятия – до одного часа. Создавать внеурочные занятия целесообразно тогда, когда у учителя выработан план конкретных мероприятий. К подготовке очередного занятия можно привлекать самих учащихся. Обучение в 5 классе затрудняется тем, что каждому ребенку необходимо приспособиться к новым учителям, новым предметам и новому уровню требований. Многое зависит от того, как поставит работу учитель, насколько безболезненным удастся ему сделать адаптационный период, насколько он увлечет учащихся своим предметом.

Задачи внеурочной деятельности:

1. Повышение интереса учащихся к занятиям математикой. Кружковые формы работы позволяют использовать материалы, далеко не всегда «вписывающиеся» в рамки урока: исторические сведения, нестандартные, занимательные задачи и т.д. Чаще, чем на уроке, в кружковой работе удается использовать игровые формы занятий с учащимися.

2. Расширение и углубление тем, излагаемых учителем на уроке. Правильно организованный кружок обеспечивает тесную связь урочных и внеурочных занятий, когда изученное на уроке по-новому рассматривается, закрепляется, углубляется на кружке.

3. Развитие математических способностей. Кружковые занятия продолжают формирование математического мышления учащихся, выражающегося в изобретательности, доказательности, логичности, оказывают заметное влияние на формирование трудолюбия, настойчивости.

4. Формирование эстетического отношения к математике. Этому служит и рассмотрение «красивых» задач и решений, и соответствующее оформление занятий [44].

Рассмотрим вопросы содержания внеурочных занятий, направленных на подготовку к олимпиадам.

Для развития познавательного интереса можно считать целесообразным – шире использовать на занятиях внеурочной деятельности исторический материал. Стремление ознакомить учащихся с элементами истории математики сталкивается с трудностью подбора для детей литературы с историческим материалом. Введение элементов истории математики сказывается на привитии интереса к знаниям, приучает детей читать дополнительную литературу по предметам.

Интерес к нестандартным задачам – явление историческое, именно нестандартные задачи положены в основу олимпиадных задач. Очень часто на математических олимпиадах разного уровня и занятиях кружков можно встретить задачу о «магических квадратах», которая берет свое начало в Древнем Китае (2200 г. до н. э.).

Также всем известна старинная задача о перевозе через реку волка, козы и капусты. Она была придумана итальянским математиком Алкуином, жившем в VIII веке, автор манускрипта «Предложения для изощрения ума юношества». Алкуин стремился поддерживать интерес читателя к излагаемому материалу. Проведенный опрос учителей и учащихся показал, что ни один из них не знает, кто автор этой задачи, хотя она встречается практически во всех книгах, предназначенных для внеклассной работы. Поэтому детей и учителей необходимо знакомить с историей возникновения нестандартных задач.

Задачу из сохранившейся рукописи XVI в. «Летела стая гусей, навстречу им один гусь и рече: «Бог в помочь летети сту гусям». И гуси ему сказали: «Не сто нас гусей всей стаей летит: нас летит стая и как бы и нам еще столько, да полстолько, да четверть столько, да ты, гусь, и то было б сто гусей» можно назвать классической олимпиадной задачей. Она содержится во многих сборниках олимпиадных задач [48].

В России были известны такие педагоги, как С.А. Рачинский, Л.Ф. Магницкий, М.В. Ломоносов и др., которые использовали в своей работе занимательные, нестандартные задачи.

Так, многим известна картина Н.П. Богданова-Бельского «Устный счет. В народной школе С.А. Рачинского», написанная в 1895 г. и находящаяся в настоящее время в Третьяковской галерее. На картине изображен учитель с группой учеников, решающих устный пример:

$$\frac{10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2}{365}.$$

В образе учителя – сам Сергей Александрович Рачинский (1836-1902 гг.), который в своей учительской работе уделял большое внимание решению нестандартных задач и устному счету. Ранее он был профессором Московского университета. Н.П. Богданов-Бельский был учеником этой школы [48].

Исследования психологов и методистов (Ю.М. Колягин, Г.Г. Левитас, А.П. Тонких, Л.М. Фридман, И.Ф. Шарыгин и др.) показали, что интерес и способности к математике особенно активно развиваются при решении творческих, нестандартных задач.

Анализ текстов математических олимпиад показал, что учащимся предлагаются для решения нестандартные задачи. Под нестандартными

Ю.М. Колягин понимает задачи, в которых нам неизвестны ни их решение, ни даже то, на каком разделе теории основано хотя бы одно из возможных решений. Л.М. Фридман и Е.Н. Турецкий дают похожее определение: «Нестандартные задачи – это такие, для которых в курсе математики не имеется общих правил и положений, определяющих точную программу их решения» [45].

Г.В. Дорофеев, М.К. Потапов, Н.Х. Розов отмечали, что нестандартные задачи бывают разных видов. В частности, некоторые из них внешне выглядят очень необычно, и поэтому сначала совершенно не ясно, как к ним подступиться. Другие замаскированы: с виду, это обычное уравнение, но стандартными способами оно не решается. Для решения третьих необходимо очень тонкое и четкое логическое мышление. Эти своеобразные «нестандартные задачи» требуют не только определенной сообразительности, свободного владения различными разделами математики, высокой логической культуры, но и психологической подготовленности. Вместе с тем, они не выходят за рамки школьной программы [26].

Следуя этой логике, можно утверждать, что одна и та же задача может быть стандартной или нестандартной в зависимости от того, обучал ли учитель решению аналогичных задач учащихся или нет. Вообще, любая задача, взятая отдельно, сама по себе является нестандартной, но если рядом с ней поместить несколько подобных задач, то она становится стандартной.

Исходя из вышесказанного, можно выделить три типа нестандартных задач:

1. Нестандартные задачи с необычной формулировкой и необычным решением. Это такие задачи, в которых способ решения является специфичным, т.е. такие задачи практически не решаются без предварительной подготовки. Например, задачи по темам «Шахматная математика», «Принцип Дирихле», «Инвариант» и др.

*Приведем пример***.** Даны 4 числа. Разрешается к любым двум из них приписать по 1. Можно ли сделать так, чтобы все числа оказались равными?

2. Нестандартные задачи с понятной для учащихся формулировкой и имеющие несколько решений, одно из которых решается стандартным способом, а другое оригинальным, изящным. Условие задачи составлено так, что оно автоматически ведет к разрешению, но, с другой стороны, задача имеет нестандартное решение, его можно решить, скажем, оригинальным способом намного проще.

Например, найти сумму $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10.$ Как правило, все учащиеся начинают решать его стандартным способом, т.е. находят сумму, последовательно складывая числа. Хотя его можно решить оригинальным нестандартным способом, т.е. сложить 1 с 10, 2 и 9 и т.д., тогда получится пять пар в каждой из которых сумма равна 11. Значит, искомая сумма будет 55.

3. Нестандартные задачи с понятной формулировкой, но с затруднительным подходом к решению. Учащиеся понимают, что требуется найти, но не знают, как подступиться к задаче.

Обучение учащихся методам и приемам решения нестандартных задач приводит к увеличению стандартных задач. 5-6 классы – возраст, когда склонности еще не проявляются с такой очевидностью, чтобы легко можно было отличить «математика» от «не математика». Очень важно развивать потенциальные способности к математике. Этого трудно добиться решением только стандартных задач или обращением к чрезмерно трудным.

Основное внимание на внеурочных занятиях по подготовке к олимпиадам с учащимися 5-6 классов необходимо уделять нестандартным, олимпиадным задачам, соответствующих возрастным особенностям, а также задачам занимательного характера.

Так Г.Г. Левитас выделяет в действующих учебниках задачи, умения, решения которых входят в обязательный минимум. Это задачи определенных типов: о числе элементов множества; о движении, его скорости, пути и времени; о цене и стоимости, количестве товара; о работе, ее времени, объеме и производительности труда. Указанные четыре темы - стандартные. Далее Г.Г. Левитас выражает мнение: «Хорошие ученики, умеющие решить практически любую задачу из учебника на перечисленные темы, часто бывают не в состоянии понять условие задачи на другую тему» [36].

Можно согласиться с Г.Г. Левитасом, что выход из сложившейся ситуации видится в том, чтобы не ограничиваться какой-либо стандартной тематикой на уроках математики и во внеклассной работе, а решать также нестандартные задачи, т.е. задачи, тематика которых сама по себе не является объектом изучения. Речь идет не о задачах, трудных для решения, а о задачах, нестандартных по своей тематике.

В основе решения многих нестандартных задач лежат: понятие инварианта, теория графов, свойства геометрических и магических фигур, принцип Дирихле, правила построения уникурсальных фигур, признаки делимости чисел, законы математической логики и арифметических операций, правила комбинаторики и т.д.

К нестандартным задачам для учащихся 5-6 классов можно отнести занимательные задачи или задачи на смекалку. Е.В. Кузнецова считает занимательной задачу или упражнение, вызывающее у школьников непроизвольный интерес. Он может быть следствием необычности сюжета, рассмотрения ситуации, отличающейся от привычной, стандартной с точки зрения общих представлений [35].

В связи с этим, можно считать, что развитие интереса к математике, а также способностей учащихся 5-6 классов невозможно без использования в учебном процессе задач на сообразительность, задач-шуток, загадок, математических фокусов и т.д. Занимательность играет большую роль в развитии учащихся в этом возрасте. Так, по мнению А.П. Тонких, занимательные геометрические задачи (задачи со спичками, вычерчивание фигур одним росчерком, на разрезание и т.д.) способствуют формированию образно-геометрических схем мышления учащихся, занимательные логические задачи позволяют развить такие приемы мыслительной деятельности учащихся, как анализ, синтез, аналогию, обобщение, способствуют формированию дедуктивных умозаключений.

Задачи, предлагаемые ученикам 5-6 классов на математических кружках и олимпиадах, могут быть неожиданными, содержать элемент неясности и неопределенности. Решения могут быть многовариантными. Такие задачи вызывают у решающего любопытство, вызывают его к исследованию и доведению решения до конца. В практике математических олимпиад сложился определенный тип «олимпиадных задач». Эти задачи, как правило, не требуют больших знаний – в них не используются никакие другие понятия, кроме общеизвестных. Решение олимпиадной задачи, как правило, требует лишь удачной догадки, иногда не очевидной. Под олимпиадной задачей подразумевается такая, для которой характерна нестандартность условий и методов решения, требующих известной изобретательности.

Основываясь на работах А.П. Тонких можно выделить несколько различных методов решения нестандартных задач.

Арифметический метод. Решить задачу арифметическим методом – это, значит, найти ответ на требование задачи посредством выполнения арифметических действий над числами. Одну и ту же задачу можно решить различными способами. Задача считается решенной различными способами, если ее решения отличаются связями между данными и искомыми, положенными в основу решений, или последовательностью использования этих связей.

Алгебраический метод. Решить задачу алгебраическим методом – значит найти ответ на требование задачи, составив и решив уравнение или систему уравнений (или неравенств). Одну и ту же задачу можно также решить различными алгебраическими способами. Задача считается решенной различными способами, если для ее решения составлены различные уравнения или системы уравнений (неравенств), отличающиеся друг от друга логикой рассуждений. Данный метод в практике внеурочных занятий и олимпиад в 5-6 классах широко не используется.

*Геометрический метод***.** Решить задачу геометрическим методом – значит найти ответ на требование задачи, используя геометрические построения или свойства геометрических фигур. Одну и ту же задачу также можно решить различными геометрическими способами, если для ее решения используются различные построения или свойства фигур.

Логический метод. Решить задачу логическим методом – значит найти ответ на требование задачи, как правило, не выполняя вычислений, а используя только логические рассуждения. Примерами таких задач могут служить задачи «на переправы» или на взвешивания.

Практический метод. Решить задачу практическим методом – значит найти ответ на требование задачи, выполнив практические действия с предметами или с их копиями (моделями, макетами и т.п.). Не всякая задача решается практически.

Процесс решения любой нестандартной задачи состоит в последовательном применении двух основных операций:

1) сведение (путем преобразования или перефразирования) нестандартной задачи к другой, ей эквивалентной, но уже стандартной задаче;

2) разбиение нестандартной задачи на несколько стандартных подзадач.

Хотя общих правил для решения нестандартных задач нет и нет каких-либо точных правил использования операций по сведению решения нестандартных, однако многие математики и педагоги нашли ряд общих указаний и рекомендаций, которыми следует руководствоваться при решении нестандартных задач. Эти указания обычно называют эвристическими правилами или эвристиками [45].

В.А. Оганесяном, Ю.М. Колягиным, Г.Л. Луканкиным, В.Я. Санницким, Д. Пойа, Л.М. Фридманом и Е.Н. Турецким сформулированы основные рекомендации для поиска решения математических задач.

Вот что отмечает Б.В. Гнеденко: «Развитие творческих способностей требует длительного воздействия и должно быть предметом внимания педагогического коллектива буквально с первых дней обучения. Воспитанию стремления к творчеству следует уделять пристальное внимание на всех этапах обучения. Каждый предмет школьного курса способен внести свою долю воздействия на творческий облик учащегося. Математика предоставляет для этого исключительные возможности. Действительно, поиск решений нестандартных задач, нестандартных путей решения традиционных задач, размышления над парадоксами, поиск ошибок в рассуждениях, анализ содержания теорем и сути их доказательств, беседы о творческих лабораториях известных ученых – все это составляет важные слагаемые на пути развития способностей и духа творческого горения» [21].

На основании специальных исследований В.А. Крутецкого [34], Т. А. Ратановой можно выделить полезные для развития математических способностей у детей среднего подросткового возраста нестандартные задачи определенных типов:

1. *Задачи с не сформулированным вопросом.* В этих задачах специально не формулируется вопрос, но этот вопрос логически вытекает из данных в задаче математических отношений. Учащиеся упражняются в осмысливании логики данных в задаче отношений и зависимостей. Задача решается после того, как ученик сформулирует вопрос (иногда к задаче можно поставить несколько вопросов).

2. *Задачи с недостающими данными.* В задачах такого типа отсутствуют некоторые данные, вследствие чего дать точный ответ на вопрос задачи не представляется возможным. Школьник должен

проанализировать задачу и доказать, почему нельзя дать точного ответа на вопрос задачи, чего не хватает, что надо добавить.

3. *Задачи с излишними данными*. В эти задачи введены дополнительные ненужные данные, до известной степени маскирующие необходимые для решения показатели. Ученики должны выделить те данные, которые необходимы для решения, и указать на лишние, ненужные.

4. *Задачи с взаимопроникающими элементами.* В этих задачах учащиеся пытаются выделять элементы фигур и фигуры из фона, включать один и тот же элемент в разные фигуры. В основу этих задач положена мысль Б. Журавлева о «математическом зрении» как способности «видеть на чертеже не только то, что бросается в глаза, но и все то, что на нем вообще есть» [34].

5. *Задачи на доказательство.* Сущность этих задач в доказательстве определенных положений. Учащиеся упражняются в построении правильного, обоснованного, последовательного рассуждения.

6. Задачи на рассуждение (или составление уравнений).

7. *Задачи с несколькими решениями.* Для упражнения гибкости мышления важно, чтобы школьник умел находить несколько решений одной и той же задачи. Если эти решения неравноценны с точки зрения экономичности и рациональности, то ученик должен дать с этой точки зрения оценку каждому решению. Надо побуждать школьника найти наиболее рациональное, ясное, простое, изящное решение.

8. *Задачи на соображение.* Для решения указанных задач не требуется никаких специальных знаний, однако в ряде случаев необходимо проявить известную изобретательность.

9. *Задачи, наталкивающие на самоограничение.* В таких задачах либо условие обычно воспринимается с ограничением, либо в процессе решения ученик невольно себя ограничивает некоторыми возможностями, исключая другие.

10. *Задачи на логическое рассуждение.* На задачах этой серии тренируется способность логически рассуждать, смекалка и сообразительность. Не все эти задачи являются математическими в узком смысле слова, некоторые из них являются логическими задачами.

11. *Закономерности*. Здесь формируется способность воспринимать совокупность чисел как целое, не упуская в то же время из виду отдельные элементы чисел ряда.

12. *Задачи с наглядным решением.* Эти задачи сравнительно легко решаются с применением наглядно-образных средств (рисунков, схем, чертежей). Тренируется способность наглядно выражать математические соотношения задачи. Сначала ученика просят решить указанные задачи рассуждением, без опоры на наглядные образы.

13. *Задачи, требующие наглядных представлений*. Задачи этого типа учащиеся должны решать в уме, без помощи карандаша и бумаги, без опоры на соответствующие фигуру или тела. Решение подобных задач тренирует пространственные представления, способность мысленно «видеть» соответствующие фигуры, тела, пространственные соотношения.

14. *Прямые и обратные задачи*. В этих задачах развивается такой компонент математических способностей, как способность к обратимости мыслительного процесса.

15. *Задачи со сложным для запоминания условием.* Под сложностью понимается либо большое число цифровых данных, либо сложность данных в задаче отношений, либо «запутанное» условие.

Итак, основным содержанием внеурочных занятий, являются нестандартные задачи, способствующие развитию познавательного интереса и способностей учащихся к предмету.

Одним из наиболее сложных моментов в обучении является вопрос: как научить учащихся решать такие нестандартные задачи?

По теории поэтапного формирования П.Я. Гальперина происходит процесс постепенного формирования умственных действий, на основе которого происходит постепенное преобразование внешних действий во внутренние, умственные. Первоначально ученик имеет дело с внешним действием. Затем в результате постепенного преобразования – обобщения, сокращения его звеньев и изменения уровня, на котором оно выполняется, происходит его «итериоризация», т.е. превращение его во внутреннее действие, теперь уже в уме ученика.

По мнению Г.Г. Левитаса теория П.Я. Гальперина различает три стороны в деятельности учащегося: ориентировочную, исполнительную и контрольную. Соответствующие этим трем сторонам три этапа деятельности обеспечивают формирование данного умственного действия. Практика преподавания выявила три основных компонента обучения: изложение, закрепление и контроль. Во время изложения нового материала происходит ориентировка ученика в новом материале. Закрепление реализует исполнительную сторону деятельности ученика. Контроль знаний – последний этап усвоения материала. Таким образом, практика знает ровно три элемента учебного цикла, а теория подтверждает их необходимость и достаточность для усвоения материала [37].

Опыт, накопленный многими поколениями преподавателей школьных математических кружков, показывает, что с учащимися младших классов желательно одну тему изучать в течение 1-2 занятий, «даже в рамках одного занятия полезно иногда сменить направление деятельности» [19]. Занятие внеурочной деятельности проходит в той же форме, как и урок математики. Учащиеся изучают новый материал, закрепляют его, а затем происходит контроль. Таким образом, каждое занятие проходит по схеме, знакомой для учащихся: изложение нового материала, закрепление и контроль изученного. При построении структуры и содержания внеурочной деятельности лучше придерживаться методики Г.В. Дорофеева: сначала учителем разбираются типовые задачи и упражнения, затем – нестандартные приемы. Задачи группируются по идеям.

1. Первоначально у учащихся должен быть создан мотив для того, чтобы изучать преподносимый материал. Этот этап назовем мотивационным. В психолого-педагогической литературе выделяют три типа мотивации. Первый тип – теоретический, опирающийся на выявление внутренних закономерностей курса математики. Второй тип основан на практической потребности. Третий тип мотивации сводится к увлекательной подаче материала. Наиболее подходящим типом мотивации в данных классах, исходя из возрастных особенностей, является внешняя увлекательность. Можно использовать исторический материал и при этом связать его с содержанием тех задач, которые будут предложены на занятии.

2. Первое знакомство с нестандартными задачами вызывает, как правило, у учащихся 5-6 классов большие затруднения, что показывает практика ведения кружков. Важно не только объяснить школьникам, как надо решать такие задачи, а показать полностью сам процесс их решения, выделить идею решения задачи. При объяснении учителю важно создать определенную ориентировку. Второй этап в обучении назовем ориентировочным.

3. После ориентировки учащегося в решении какой-либо задачи, нужно дать возможность учащемуся закрепить изученное. В этом случае нужно повторить ход действий учителя самостоятельно. Это может быть решение такой задачи, в которой применяется та же идея и тот же метод решения. Этот этап назовем исполнительным.

4. После закрепления изученного необходим контроль, который можно осуществить через решение других задач. Это могут быть задания с измененными условиями и методами решения. Главное – здесь должна применяться та же идея решения. По мнению И.Ф. Шарыгина важно обучать учащихся видеть идею в решении задач. Этот этап позволяет увидеть «зону ближайшего развития учащегося» [15]. Этот этап назовем контрольным.

5. Занятия внеурочной деятельности обычно проводятся раз в неделю. Важно проводить занятия систематично, искать все возможности для этого, особенно на начальном этапе. Занятия должны проводиться систематично, регулярно и на добровольной основе, необходим постоянный мотив со стороны учащихся. Усиливать мотивацию детей к участию важно на всех этапах ведения занятий. Но, думаю, конец каждого занятия должен быть особенно интересным для того, чтобы ученики к следующему занятию приходили с большим желанием. Этот этап также назовем мотивационным.

Совершенствование внеурочной деятельности предусматривает выбор наиболее оптимальных методов обучения. Лучше всего опираться на методы обучения, представленные И.Я. Лернером: репродуктивные (информационно-рецептивный; репродуктивный) и продуктивные (проблемного изложения; эвристический; исследовательский). При этом под методом обучения понимается система целенаправленных действий учителя, организующих учебную деятельность учащихся, ведущую, в свою очередь, к достижению целей обучения.

Выбирая форму и метод обучения, следует помнить, что «учащиеся удерживают в памяти: 10 % того, что читают; 26 % того, что слышат; 30 % того, что видят; 50 % того, что видят и слышат; 70 % того, что обсуждают с другими; 80 % того, что основано на личном опыте; 90 % того, что проговаривают в то время, как делают; 95 % того, чему обучают сами [22].

При представлении организационной методической стороны деятельности в рамках занятий по математике можно использовать следующие этапы ведения занятий, предложенные А.И. Савенковым.

На первом этапе доминирует информационно-рецептивный характер учебной деятельности. Учитель дает детям первичную информацию, а их основная задача – ее воспринять, осмыслить, запомнить.

Второй этап – репродуктивный. По вопросам или заданиям педагога ученики воспроизводят элементы изученного материала.

Далее идет «проблемное изложение». Учитель ставит проблему и сам ее решает, но при этом он должен показать путь решения в его подлинных, но доступных противоречиях. Необходимо вскрыть основной ход мыслей при движении к решению. Показать нечто вроде образца научного познания, научного решения проблем. Ученик на этом этапе мысленно контролирует убедительность этого движения, следит за его логикой.

Следующий этап – «частично-поисковый», или «эвристический». Его задача – обеспечить поэлементное усвоение опыта творческой деятельности (умение видеть проблему, высказывать предположения, формулировать гипотезы, делать выводы и т.п.)

При таком подходе ребенок постепенно превращается из слушателя в собеседника, а затем в исследователя и на доступном ему уровне включается в творческую работу.

Также можно использовать элементы методики ключевых задач в обучении математики, предложенные Р.Г. Хазанкиным, который вводит такое понятие, как ключевая задача. Приступая к изучению той или иной темы школьного курса, учитель на основе анализа программы устанавливает те умения, которыми должен овладеть каждый ученик после изучения темы. Далее, просматривая задачи, он соотносит их с выявленными умениями. Это позволяет из множества задач отобрать минимальное число, в ходе решения которых произойдет овладение программными умениями. Задачи, отобранные таким образом, Р.Г. Хазанкин называет ключевыми задачами рассматриваемой темы. Решение большинства нестандартных задач на математических олимпиадах сводится в конечном итоге к распознаванию небольшого числа идей, которые используются в заданиях. Учащиеся, интересующиеся математикой, оттолкнувшись от этих задач, свободно могут перейти к следующему качественному этапу работы с математическими задачами.

Такой подход существенно может облегчить труд учителя по планированию занятий, позволяет добиваться высоких результатов в обучении.

Во внеурочной работе можно использовать методику учебного сотрудничества, предложенную Г.А. Цукерман [47].

В обучении выделяются следующие виды сотрудничества: учебное сотрудничество со взрослым; учебное сотрудничество со сверстниками; встреча ребенка с самим собой. Г.А Цукерман получила экспериментальные данные о том, что дети, работающие в форме совместной работы в классе, в два раза лучше оценивают свои возможности и уровень знаний, т.е. у них более успешно формируются рефлексивные действия по сравнению с учениками, занимающимися традиционными способами. При качественном анализе взаимодействия детей выделяются две характеристики этой деятельности: независимость от взрослого и направленность детей не столько на результат, сколько на способ своих действий и действий партнеров.

Ж. Пиаже утверждал, что такие качества, как критичность, терпимость, умение вставать на точку зрения другого, развиваются только при общении между собой.

По данным Дж. Флейвелла именно в 10-12 лет способность понимать позицию другого формируется особенно интенсивно [47].

Многие исследователи выделяют следующие основные недостатки в обучении: ученики на уроке не общаются, не взаимодействуют непосредственно: учитель выступает посредником между детьми. Отношение «ученик-учитель» реально существует, а совместная учебная работа детей, предполагающая их непосредственное обращение друг к другу за советом и помощью, обмен мнениями между всеми учениками без посредства учителя встречаются крайне редко, в виде исключений или дисциплинарных нарушений. Дети учатся рядом, но не вместе, не сотрудничают друг с другом.

Выход из сложившейся ситуации видится в организации взрослыми учебного сотрудничества детей. Дети непосредственно взаимодействуют друг с другом, а учитель, оставаясь центральной фигурой обучения, специально строит их сотрудничество, при этом щедро оделяя личным, индивидуальным вниманием каждого ребенка.

Работа с занимательными задачами дает простор для применения данной методики. Например, можно дать задание детям приносить каждый день задачи-шутки, задачи-загадки и организовать взаимообучение детей на занятиях кружка.

Олимпиады позволяют выявить эффективность работызанятий внеурочной деятельности. Одна из целей проведения олимпиад является развитие интереса и способностей учащихся к математике, привлечение учащихся к занятиям внеурочной деятельности. У учащихся имеется большое желание проверить свои силы, математические способности, умение решать нестандартные задачи. Их привлекает возможность добровольного участия в соревновании, необычность обстановки на олимпиаде [6].

Олимпиада – это не единовременное мероприятие в отдельно взятой школе, а целая система соревнований. Опираясь на опыт работы В.Н. Русанова, укажем ее важнейшие особенности.

1. Олимпиады могут занимать значительный промежуток времени, по возможности – целый год.

2. Олимпиада может быть массовой, с тем, чтобы каждый школьник мог принять в ней участие. Причем надо стремиться к обеспечению равных возможностей для всех детей, независимо от того, в каком классе он учится.

3. На современном этапе целесообразно использовать при проведении олимпиад новые информационные технологии (электронную почту, Интернет и т.д.), чтобы к олимпиадам можно было привлекать отдаленные от центров районы.

4. Олимпиада может носить многоступенчатый характер – от масштаба отдельного класса до объединения нескольких территорий (классные, школьные, межшкольные, городские и т.д.)

Кроме этого, олимпиады в 5-6 классах способствуют знакомству с новой увлекательной формой внеклассной работы, расширяют математический кругозор, знакомят с интересными задачами и необычными методами их решений. Олимпиады позволяют подвести итог всей внеклассной работы по математике в каждой школе, районе, области, республике.

Школьные и районные олимпиады позволяют сравнить качество математической подготовки и математического развития учащихся, а также состояние преподавания математики в отдельных классах школы, в отдельных школах района. Областные и республиканские олимпиады дают возможность в некоторой степени сравнить состояние математического образования в отдельных областях, краях и республиках страны. Международные олимпиады позволяют сопоставить состояние верхней грани математического образования в средних школах разных стран. Возможность такого сравнения весьма важно, ибо позволяет странам, участвующим в олимпиадах, своевременно принять необходимые меры для устранения пробелов в содержании математического образования школьников, в осуществлении мероприятий по подготовке будущих специалистов в области математики. Олимпиады дополняются конкурсами по решению задач, проводимыми высшими учебными заведениями, институтами дополнительного образования, некоторыми газетами, журналами. Победа на олимпиаде – предмет законной гордости учащегося, его несомненное достижение. Но тем, кто выступил не очень успешно, не следует чрезмерно огорчаться. Ряд учащихся плохо переносят обстановку соревнования. На некоторых отрицательно действует ограниченность во времени. По свидетельству академика П.С. Александрова, он вообще не стал бы математиком, если бы в качестве критерия использовались результаты участия в олимпиадах [21, 31].

На всех этапах олимпиады школьников по математике обычно используется следующий порядок подготовки и проведения:

– создание рабочей группы (оргкомитета) по подготовке и проведению олимпиады. В ее состав включаются учителя математики, представители методических служб органов управления образования, сотрудники вузов и научных учреждений;

– определение целей олимпиады и форм проведения путем разработки положения об олимпиаде. Основными его пунктами являются: цели олимпиады, число и содержание туров, форма проведения каждого тура, определение требований к оформлению решений, определение механизма подведения итогов, определение форм награждения победителей;

– разработка программы олимпиады (для участников, учителей математики, жюри);

– разработка памятки участника по работе на олимпиаде; подготовка и утверждение олимпиадных заданий;

– проведение туров олимпиады; проверка работ участников;

– выставление баллов и подведение итогов; разбор заданий с участниками олимпиады;

– проведение апелляции; награждение победителей.

При проведении городских (районных) олимпиад необходимо учитывать, что учащиеся, пришедшие на олимпиаду из разных школ и классов обучались по разным программам и могут быть не знакомы с тем или иным материалом.

Например, в 5 классах учатся по разным программам и учебникам. По математике изучаются, в основном, такие разделы:

1. Натуральные числа.

2. Обыкновенные дроби с одинаковыми знаменателями.
3. Обыкновенные дроби с разными знаменателями.
4. Десятичные дроби.
5. Проценты.
6. Геометрический материал.
7. Делимость натуральных чисел.

Таким образом, проведение городских, окружных, районных математических олимпиад в 5 классах должно учитывать соответствие школьной программе, меру прохождения учащимися соответствующих разделов курса математики. Дети должны быть в равных условиях. Очевидно, что в сложившихся обстоятельствах необходимо пересмотреть устоявшиеся методики проведения олимпиад и составления заданий, особенно в 5-6 классах, так как для многих детей данного возраста это первый опыт участия в подобных соревнованиях. Если они на первой же городской, районной, окружной олимпиаде встретятся с понятиями, с которыми не встречались раньше (например, проценты), то в дальнейшем участие в олимпиадах может их отпугнуть.

Учителю для успешного ведения внеурочных занятий и подбора задач для олимпиад необходимо постоянно освежать, расширять и углублять свои познания в области математики и ее истории, следить за новостями науки.

Олимпиадные задания для школьного этапа математической олимпиады в 5 классах должны составлять сами учителя математики школы, так как они знают, какой материал изучали школьники.

Олимпиадные задания для городского (районного, окружного) этапа должны составляться председателем жюри совместно с методистом по математике. Для этой работы можно также привлекать опытных учителей математики. Таким образом, целесообразно создать районную (окружную) комиссию по составлению олимпиадных задач. Нельзя включать задания на проценты, десятичные дроби, действия с дробями с разными знаменателями и тем более материал, который изучается в старших классах.

На основании психолого-педагогических особенностей учащихся 5-6 классов, а также рекомендаций методистов можно выделить следующие требования к олимпиадным задачам:

1. Задачи по своему содержанию должны соответствовать программе курса математики того класса и всех предшествующих классов, учащимся которых они предлагаются. На современном этапе надо учитывать, что учащиеся работают не по единой программе.

2. Задачи должны быть нестандартными по своей тематике. Они должны иметь оригинальные и изящные решения, быть полезными для развития познавательного интереса и математических способностей.

3. Желательно, чтобы предлагаемые на олимпиадах задачи допускали вариативность решения.

4. Задачи должны соответствовать тому уровню или тому этапу, на котором они предлагаются.

5. Выбирать задачи с интересным содержанием, образными формулировками, которые могут быть осмыслены учеником.

6. Задачи должны быть доступны для решения школьникам, интересующимся математикой, обладающим сообразительностью и настойчивостью в достижении цели.

7. Желательно соблюдать при составлении задач принцип преемственности, т.е. учитывать задачи (форму их подачи, уровень сложности), которые были на других олимпиадах.

Внеурочные занятия должны проводиться с учетом следующих требований:

1. Занятия внеурочной деятельности готовятся учителем и проводятся систематично в течение всего учебного года.

2. Содержание занятий составляют в основном нестандартные задачи, исторический материал, а также занимательный материал.

3. Задачи должны удовлетворять требованиям, предложенным выше.

4. Дети должны быть вовлечены в активное взаимосотрудничество.

5. Обучение учащихся нестандартным задачам должно быть представлено в доступном для них виде.

6. Учитель должен осуществлять постоянный контроль достижений учащихся. Надо при этом опираться на принцип идеи и ответа, предложенный И.Ф. Шарыгиным.

7. Домашняя работа должна проводиться в виде заочных олимпиад.

8. Самостоятельность каждого учащегося должна поощряться.

9. Необходимо соблюдать индивидуальный подход к каждому ребенку.

Основными требованиями к организации и проведению школьных математических олимпиад являются:

1) добровольность участия учащихся;

2) систематичность в осуществлении подготовительной работы к олимпиаде в течение всего года;

3) регулярность проведения олимпиад;

4) интенсификация подготовительной работы перед непосредственным проведением олимпиады;

5) содержательность и увлекательность математических соревнований и их разнообразие;

6) соответствие школьной олимпиады целям учебной и внеучебной работы по математике в данном учебном году;

При подготовке учащихся к участию в математических олимпиадах можно придерживаться правил, предложенных В.Н. Русановым:

1) держать по возможности участника в форме, особенно накануне выступления, у ребенка должен быть интерес, желание решить задачи;

2) приучить ребенка психологически не бояться любой задачи, он должен знать, что все задачи посильны для него;

3) выработать привычку использовать отведенное время для решения задач, пусть он сначала решает те из них, которые кажутся ему более простыми, а в остающееся время – остальные.

В заключение хотелось бы выделить следующие общие рекомендации для подготовки школьников к олимпиадам:

– воспользоваться имеющимся опытом работы с одаренными детьми в школах повышенного типа и трансформировать ее в массовую среду с учетом уровня подготовленности учащихся;

– подготовку к олимпиадам начать с 5-6 классов, когда у детей этой категории познавательный интерес и развитие интеллекта находится на высоком уровне и развить ее в старших классах;

– вводить разнообразные формы и виды внеклассной работы, шире привлекать учащихся массовой школы в разнообразные олимпиады, конкурсы;

– обновить тематику и методику ведения внеурочных занятий по подготовке к олимпиадам в массовой школе, сделать ее более доступной как для учителей, так и для учащихся;

– ориентировать внеурочные занятия по подготовке к олимпиадам на доступное обучение решению нестандартных задач;

– уделить особое внимание методической подготовке учителей математики по подготовке учащихся к олимпиадам, привлекать для помощи студентов, преподавателей вузов.

Подводя итог, сформулируем требования к совершенствованию методики подготовки учащихся к олимпиадам по математике для учащихся 5-6 классов: систематическое проведение занятий внеурочной деятельности, активное привлечение учащихся к ним, доступность обучения учащихся пятых и шестых классов нестандартным задачам, соблюдение требований к нестандартным задачам, использование и применение различных форм и средств обучения, интересное содержание и форма проведения олимпиад, регулярность проведения олимпиад.

Выводы по главе 1

1. Обзор и анализ ведения математических олимпиад и развития олимпиадного движения в России показали, что олимпиадное движение в России имеет большие традиции, накоплен определенный опыт, есть математики, которые вложили в это движение много сил и труда. Олимпиадное движение условно можно разделить на два периода: до 90-х годов XX века и после. После 90-х годов XX века олимпиадное движение значительно расширилось. Этот период характеризуется появлением новых форм олимпиад. Олимпиадами стали интересоваться и участвовать в них учащиеся младших классов. Кроме этого данный период связан с демократизацией общества и образования, что повлекло за собой существование разнообразных программ и учебников и открытие школ повышенного уровня и классов с расширенным изучением математики в общеобразовательных школах. Существующая система проведения и подготовки математических олимпиад в 5-6 классах должна быть определенным образом скорректирована для того, чтобы каждый участник независимо от условий обучения находился в равных условиях.

2. Исследования психологов и педагогов показали, что развитием интереса к предмету и математических способностей можно и нужно заниматься как можно раньше. Некоторые компоненты таких способностей формируются уже в начальных классах. Для этого важна правильно организованная деятельность учащихся. Необходимы специальные упражнения. Психологи, педагоги также доказали, что интерес и способности к математике особенно активно развиваются при решении творческих, нестандартных задач. Поэтому мы придерживаемся идеи построения системы внеурочных занятий строить на нестандартных

задачах. Развить интерес к внеурочным занятиям можно через занимательность, решение нестандартных задач, вовлечение их в тесное общение друг с другом. Большое значение в развитии способностей учащихся 5-6 классов может сыграть организация и проведение математических олимпиад, которые должны носить разнообразный характер.

3. Олимпиады по математике в 5-6 должны быть доступными и открытыми для школьников, только тогда они станут массовыми и такими, что будут решать задачи, стоящие перед ними. Олимпиады в 5-6 классах могут проводиться в течение учебного года, но с обязательным учетом нагрузки школьника, его индивидуальных особенностей. Олимпиадное движение должно охватывать не только школьников крупных городов, но и небольших населенных пунктов, сельских районов. Добиться этого можно путем использования современных телекоммуникаций в образовании.

4. Задачи на школьных олимпиадах по своему содержанию должны соответствовать программе курса математики того класса и всех предшествующих классов, учащимся которых они предлагаются. При организации олимпиад, выходящей за рамки школы, необходим учет и сопоставление учебных программ.

5. В условиях перехода сильных и способных учащихся, а также наиболее творчески работающих учителей в школы нового типа, остро встает вопрос разработки новой учебно-методической литературы, учитывающей снизившийся уровень математической подготовленности учащихся массовой школы, так как успех в проведении внеклассной работы во многом определяется качеством предлагаемых задач.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ В ПОДГОТОВКЕ УЧАЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ К ОЛИМПИАДАМ ПО МАТЕМАТИКЕ

2.1 Методические рекомендации по использованию нестандартных задач на кружковых занятиях как основа подготовки к олимпиадам

В первой главе была обоснована целесообразность выбора нестандартных задач в качестве основного содержания внеурочных занятий по подготовке учащихся к математическим олимпиадам. Если учесть тот факт, что олимпиада в 5-6 классах для некоторых детей является практически первым опытом участия в подобного рода соревнованиях, то для этой категории учащихся особенно необходимы подготовительные, тренировочные упражнения, учитывающие, с одной стороны, возрастные особенности и уровень математической подготовленности, с другой стороны, возросшие требования к олимпиадным задачам.

Задач, которые можно предлагать учащимся 5-6 классов для подготовки к олимпиадам в настоящее время накопилось достаточно много, поэтому необходима их систематизация, для того чтобы облегчить работу учителя. Были выбраны наиболее распространенные олимпиадные темы, которые были отобраны в результате глубокого анализа текстов математических олимпиад, учебно-методической литературы, интернет-сайтов, посвященных данной проблематике. Количество занятий может быть разным: в 5-6 классах – 35 занятий, за урок учащиеся решают 4-5 задач, занятия длятся 40 минут. На изучение каждой темы отводится 1-2 часа. К каждой теме предлагаются нестандартные задачи, при подборе и разработке которых учитываются требования, описанные в первой главе.

Организация нестандартных задач в определенную систему должна учитывать запросы как учителей, так и учащихся, занимающихся в кружке.

Кроме этого, на занятиях внеурочной деятельности по подготовке к олимпиадам важно знакомить детей с «классическими» задачами, через которые прошло не одно поколение учащихся. Данные задачи можно встретить во многих учебниках и дополнительной литературе [2, 3, 11, 19, 20]. В практике олимпиад и математических кружков сформировалась такая серия «классических» задач, которые были придуманы конкретными учеными, педагогами. История возникновения многих олимпиадных задач неизвестна – в литературе она нашла название «математический фольклор». Много нестандартных задач было придумано учеными древности или автор также неизвестен, их называют историческими по имени автора или старинными задачами. На современном этапе, в связи с открытиями в области математики появились задачи нового типа: на применение графов, на раскраску, действия на шахматной доске. Все эти задачи обладают интересным содержанием и изящным решением. Таких задач, а также их разновидностей (идея, метод решения остаются прежними) накопилось достаточно много.

Важное место во внеурочной деятельности играют отношения, которые складываются на занятии между присутствующими.

В основу внеурочного занятия по подготовке к участию в математических олимпиадах включено пять основных этапов.

1. Первый этап (мотивационный) – исторический экскурс. Это регулярное использование материала из истории – исторические задачи и исторические сведения, знакомство с биографиями ученых-математиков, ознакомление с занимательной литературой для детей.

Основными критериями отбора такого материала являются:

– доступность материала для учащихся 5-6 классов;

– содержательность (стараться совмещать исторические факты и отрывки из биографий, занимательные сюжеты с предлагаемыми на занятии задачами);

– увлекательность и занимательность материала.

2. Второй этап (ориентировочный) – учитель разбирает, показывает опорную задачу (одну из самых распространенных из данной темы, на основе которой можно решить и другие задачи).

3. Третий этап (исполнительный) – учитель предлагает решить аналогичную задачу, в которой нужно воспроизвести ход своих действий в схожей ситуации. При этом рекомендуется немного усложнить задачу.

4. Четвертый этап (контролирующий) – учитель дает возможность решить 1-2 развивающие задачи, условия которых даются в измененном виде, но сохраняется та же идея решения.

5. Пятый этап (мотивационный) – разбор занимательных, шутливых математических задач, которые подбираются учащимися самостоятельно. Этот этап проводят сами дети.

К каждому занятию учитель подбирает опорную задачу. В некоторых сериях задач идея решения, т.е. метод его разрешения указывается в самом условии. Например, по теме «Задачи со спичками».

В одной только книге «Хрестоматия по математике» Е.И. Кордемского приводится 36 задач со спичками. Автор книги пишет, что с помощью спичек можно придумать ряд самых забавных, остроумных задач, развивающих соображение и смышленость. Обычная коробка спичек – незаменимое по доступности и дешевизне пособие.

Требования к подбору опорной задачи:

– она должна быть проста для объяснения и понимания, т.е. доступна;

– она должна быть интересна и занимательна;

– идея решения данной задачи должна позволять решить серию других задач.

– задача должна быть познавательна;

– задача должна иметь четкое и ясное описание решения;

– задача должна сопровождаться пояснением с привлечением исторического или занимательного материала, объяснением, показом решения.

Для чего нужна аналогичная задача?

– для того, чтобы ученик повторил прием, по которому решалась предыдущая задача. Ему необходимо повторить действия учителя в той же ситуации;

– учитель должен проверить, насколько понята учащимися задача, которую он объяснил. Это значит, что если ученик может ее решить, то аналогичные задачи будут ему под силу, тем самым будет положена основа для развития.

Как осуществить проверку решения аналогичной задачи?

1. Подойти к каждому ученику и просмотреть решение, если в классе не слишком большое количество детей.

2. Попросить тех ребят, которые раньше других правильно справились с задачей проверить ее решение у оставшихся.

3. Лучше всего вызвать к доске нескольких учащихся одновременно и попросить, чтобы они написали решение, а затем выслушать каждого. Попросить оценить или задать вопросы ученикам. Обязательно попросить ребят, чтобы они прокомментировали, что им понравилось в решениях каждого ученика. Таким образом, ребята учатся оценивать и аргументировать, видеть лучшие моменты в выступлениях. Учителю также можно внести свои коррективы в оценку решений.

4. Если кто-то приведет неправильное решение, но идея будет верна, принципиально важно похвалить ученика.

Какой должна быть аналогичная задача?

– она должна решаться тем же самым способом, что и опорная;

– условие задачи должно быть практически аналогичным. Например, если условие опорной задачи – найти сумму чисел от 1 до 10, то аналогичную можно составить так – найти сумму от 1 до 12. Можно сказать, что при этом меняются числовые данные и это не влияет на ход решения задачи;

– задача составляется для проверки усвоения способа решения данной конкретной задачи;

– учитель может, в зависимости от усвоения, дать для закрепления еще 1-2 аналогичные задачи.

Какой должна быть развивающая задача?

– она должна отличаться по формулировке и способу решения от опорной и аналогичной задачи;

– идея решения ее должна быть той же самой;

– из решений учащихся учитель должен увидеть, усвоена ли учащимися идея решения задач данной темы;

– в зависимости от трудности задач, учитель предлагает 1-2 развивающие задачи.

Отметим, что в нашем случае задача носит развивающий характер по отношению к опорной и аналогичной.

При работе с опорными, аналогичными и развивающими задачами важно поддерживать постоянное сотрудничество с детьми, стимулировать учащихся к выполнению заданий, поощрять верные подходы, стараться вникнуть в их рассуждения и направить на верный путь.

Олимпиадные задачи, как правило, имеют несколько решений. Умение увидеть решение с другой стороны, открывает для ребенка задачу по-новому. Как мы указывали в первой главе, задачи с несколькими решениями полезны для развития математических способностей.

Для тренировки решения аналогичных задач необходимо давать их в качестве домашнего задания.

Задачи со спичками лучше предлагать в начале года, так как они вызывают особенный интерес. Учителю надо приобрести спички и самому принести на занятие, а в конце их собрать.

В качестве примера рассмотрим другие задачи из кружковой тематики:

Темы «Ребусы с цифрами», «Ребусы с буквами». Как показала практика, учеников 5-6 классов привлекают математические ребусы. Кроме занимательной нестандартной формы, ребят привлекает возможность повозиться с цифрами, «построить» ответ. В этом проявляется умение, присущее ученикам 5-6 классов решать «алгоритмические задачи». Под алгоритмической задачей понимается задача, в которой требуется найти, построить, указать алгоритм действий. Очень часто в примерах на «восстановление» может быть несколько вариантов ответов.

«Ребусы с цифрами». В данных задачах требуется расшифровать запись числового равенства, в котором некоторые цифры заменены «звездочками», под «звездочками» могут стоять разные цифры. Иногда условие задача формулируется так: «восстановите запись».

«Ребусы с буквами». В этих задачах цифры заменены буквами. Предполагается, что исходное равенство верно и записано по обычным математическим правилам.

Данные задачи могут быть двухуровневыми:

а) найти какое-нибудь решение, как можно больше решений;

б) найти все решения и доказать, что других нет. Для правильного доказательства обычно необходимо разобрать все случаи в разветвленной логической схеме.

Математические ребусы – удобный объект для тренировки в проведении достаточно сложных логических рассуждений. Подавляющее большинство возникающих в практической деятельности проблем можно решить многими способами. Необходимо сравнивать эти случаи, чтобы выбрать из них наилучший.

В обучении решению данных задач можно попробовать применить методику опорных задач. На занятиях внеурочной деятельности необходимо разбирать ребусы, начиная с самых простых, например, на действия с двузначными и однозначными числами, показывать примеры сперва на сложение и вычитание, а потом на умножение и деление. Математические ребусы – одна из самых распространенных задач на математических олимпиадах.

Задачи по теме: «Комбинации чисел»:

В последние годы возрастает роль комбинаторных методов в различных областях науки: математике, информатике, экономике, физике и т.д. Теория вероятностей начало ведет из расчетов комбинаций. Поэтому как можно раньше важно начинать работать с комбинаторными методами и комбинаторным подходам в задачах.

Введение элементов комбинаторики – важнейшая учебно-методическая задача. Умение решать такие задачи способствует развитию у учащихся «комбинаторного» мышления, расширяет их кругозор.

Как мы увидим ниже, уровень задач предполагает небольшой математический аппарат. Но в комбинаторных задачах требуются непривычные рассуждения и соображения. Как показывает практика, опыт преподавания элементов комбинаторики на внеурочных занятиях в 5-6 классах вызывает затруднения. Поэтому особое внимание уделяется совершенствованию методики. Можно считать, что здесь более уместна система опорных задач.

Опорные, аналогичные и развивающие задачи мы включаем в основу ведения каждого занятия внеурочной деятельности, т.е. они образуют фундамент.

Важную роль в проведении занятий играет регулярное использование материала из истории – исторические задачи и исторические сведения, знакомство с биографиями ученых-математиков, ознакомление с занимательной литературой для детей.

Основными условиями отбора такого материала являются:

– доступность материала для учащихся 5-6 классов;

– содержательность (стараться совмещать исторические факты и отрывки из биографий, занимательные сюжеты с предлагаемыми на занятии задачами);

– увлекательность и занимательность материала.

Приведем примеры исторических задач, сведений из истории и биографий ученых.

1. Задача Алкуина. Однажды на привале после удачной охоты ирландский ученый монах Алкуин (735-804) в шутку предложил королю Карлу Великому задачу. Ответ короля показал, что он был не только искусный охотник, но и знал толк в арифметике. Итак, вот эта задача: за сколько прыжков гончая настигнет зайца, если первоначально ее разделяет расстояние в 150 футов, заяц с каждым прыжком удаляется от собаки на 7 футов, а собака бежит быстрее зайца и с каждым прыжком приближается к нему на 9 футов? (Фут – мера длины, приблизительно равная длине ступни человека. Фут в разных странах имеет различную величину).

2. Задача Алкуина о волке, козе и капусте.

Через реку надо перевести троих: волка, козу и кочан капусты; на лодке, кроме перевозчика, может поместиться только один из трех. Как перевести их. Чтобы коза не могла съесть капусту, а волк не мог съесть козу?

3. Некто имеет двенадцать пинт вина (пинта – старинная мера жидкости, равная примерно 0,568 л.) и хочет подарить из него половину, но у него нет сосуда в шесть пинт: у него два сосуда – один в восемь, а другой в пять пинт. Спрашивается, каким образом налить шесть пинт в сосуд из восьми пинт?

Эту задачу недаром связывают с именем знаменитого французского математика, механика и физика Симеона Дени Пуассона (1781-1840). Когда Пуассон был еще очень молод и колебался в выборе жизненного пути, приятель показал ему тексты нескольких задач. Но особенно понравилась задача про два сосуда.

4. Спички появились в 30-х гг. XIX в., а современные безопасные спички в 1855 г. в Швеции. Вскоре помимо прямого назначения спички стали использовать для различного рода поделок: макетов зданий, кораблей и других фигур. Пришло время для создания с помощью спичек самых разнообразных игр, фокусов и математических задач. Они так быстро создавались, что уже в начале XX в. вышла отдельная книга, в которой было собрано свыше двухсот различных спичечных головоломок (С. Тромгольт «Игры со спичками»). С такими задачами можно познакомиться в разных занимательных книгах, например Я.И. Перельмана и Е.И. Игнатьева [28].

5. Фокус из книги Я.И. Перельмана «Занимательная арифметика». «Трансформируем» его немного для большей занимательности.

Учитель предлагает задумать трехзначное число. При этом говорит: «Ребята, я ведь не знаю, какое число вы задумали и даже не вижу его. Каждый из вас задумал свои числа, возможно разные».

Далее учитель просит приписать к этому числу такое же. У ребят должно получится шестизначное число. Далее учитель опять обращается к детям: «Я не вижу, какое число у вас сейчас записано. У всех разные числа, да и при том у всех разные и даже шестизначные. А сейчас я проведу сеанс гипноза. Я хочу, чтобы у вас у всех ваши числа разделились...скажем на

ЧИСЛО...».

Ребята просто в изумлении. Как так? Задуманы и написаны разные числа, а деление у всех произошло без остатка.

Учитель продолжает: «У всех у вас получились опять разные числа. Я хочу, чтобы ваши числа разделились на число...7».

У ребят появляется интерес, как это может быть.

Далее учитель говорит: «А вот сейчас ваш результат разделится на число 13, и вы увидите, что у вас получится».

А получается то же самое число, которое было задумано.

Учитель не говорит разгадку, но обращает внимание: «Математика – загадочная наука и интересная. В ней много тайн. Посмотрите, что получится, если перемножить числа 7, 11, 13. Число 1001 – с древних времен считалось магическим». Кто-то из ребят вспоминает, что есть даже арабская сказка «1001 ночь».

Забавные математические истории можно давать для занимательности, снятия усталости как в конце урока, так и в начале.

«Шуточные примеры часто имеют больше значения, чем полезные», - считал немецкий математик М. Штифель. «Предмет математики настолько серьезен, что полезно не упускать случая делать его немного занимательным – советовал французский философ, писатель, математик и физик Б. Паскаль».

Сочетание остроты мышления и юмора всегда ценилось в народе. Люди всегда соревновались не только в силе, но и быстроте и гибкости ума.

Остроумный ответ Гаусса

Из биографии Гаусса известно, что еще в народной школе он поражал учителя Бюттнера своим умом и остроумием. Однажды учитель спросил ученика: «Карл, я сейчас задам тебе два вопроса. Если на первый ты ответишь правильно, то на второй можешь не отвечать. Итак, скажи мне, сколько иголок на рождественной елке?». Карл без промедления ответил: «67 534». «Как ты так быстро сосчитал иголки?» - изумился учитель. «А это уже второй вопрос, господин учитель», - улыбнулся ученик.

Задачи-шутки, задачи-загадки, несложные задачи на смекалку.

В качестве обязательного элемента можно ввести в каждое занятие решение занимательных, шутливых задач, которые ребята находят сами дома и зачитывают дома. При этом они на уроке становятся в качестве учителя.

1. Что можно видеть с закрытыми глазами? (Сон).

2. Сидит кошка на окошке, голова и хвост, как у кошки, но все же не кошка. Кто это? (Кот).

3. Какая ступенька будет средней у лестницы в 23 ступеньки? (12).

4. Какие двузначные числа можно придумать, используя лишь цифры 4 и 7? (44, 47, 77, 74).

5. Переложите одну спичку так, чтобы равенство стало верным: II = VIII—IV.

6. Как из двух спичек, не ломая их, сделать пять?

7. Что написано здесь: СЕОИЕРНМЕ?

Опыт работы показал, что эта часть занятия – самая «ожидаемая» ребятами. На этой части занятия может проявить свои возможности любой ученик. Их привлекает то, что они могут выступить в качестве учителя, вызвать к ответу других детей, показать книги, которые они читают, откуда взяли такие задачи. Им интересно выбирать из множества задач ту, которая им понравилась и рассказать о ней членам кружка.

Покажем, как организуется эта часть занятия. На первом занятии учитель показывает учащимся занимательную книгу по математике, затем зачитывает из нее какую-нибудь задачу (шутливую, занимательную). Как правило, желающих ответить бывает много. Учитель выслушивает и оценивает ответы учащихся.

За каждое «правильное» решение ставится 1 балл. После этого учитель спрашивает у учеников, есть ли у них дома такие книги или знают ли они такие задачи. Учащиеся пытаются вспомнить. Тем, кто знает, предлагается выйти к доске и «озвучить» задачу. Желающих всегда бывает также много. Учитель предлагает вызванному ученику произвести опрос самому. Опять же идет выставление баллов: тот, кто выходил к доске и отвечал, получают по 1 баллу. И так продолжается около 5-10 минут. Затем учитель предлагает к следующему занятию принести из дома книги такого же содержания и организовать эту часть занятия самим ученикам. В этом случае он выступает только в качестве координатора действий (в случае какой-либо заминки, трудности).

Такие задачи позволяют учащимся выдвигать различные возможные варианты ответов, не «комплексовать» при решении на уроке более трудных задач, развивают язык и стиль изложения учащихся, приобщают их к чтению познавательной литературы, учат понимать позицию другого, выслушивать различные варианты ответов и в соответствии с ними выбирать правильные. Экспериментальная работа показала, что на первых порах учащиеся пытались находить только задачи-шутки, задачи-загадки, затем пошли в «ход» более сложные задачи на смекалку, они старались связать их с идеями решения задач, предлагавшимися на предыдущих занятиях. Для учителя эта часть занятия дает возможность увидеть, почувствовать интересы учащихся, найти более правильные подходы в обучении, поддержать тех ребят, которые испытывали трудности при обучении нестандартным задачам. Этот этап является мотивационным, так как занятия внеурочной деятельности проводятся на добровольной основе и учителю необходимо заинтересовать учащихся. Мотивационный характер занятий связан также с тем, что занятие внеурочной деятельности проводится только один раз в неделю и у детей должно быть желание прийти в следующий раз.

Приведем примерную схему проведения занятия внеурочной деятельности (Таблица 1):

Таблица 1 – Схема проведения занятия внеурочной деятельности

1.	Исторические сведения Интересные математические факты
2.	Разбирается опорная задача
3.	Решается аналогичная задача
4.	Решаются 2-3 развивающие задачи
5.	Решение занимательных задач, задач-шуток, задач- загадок. Организуют сами дети.
6.	Задание на дом - заочная олимпиада

Как уже отмечалось, одной из распространенных и действенных форм внеклассной работы является внеурочная деятельность. Основным содержанием занятий по предлагаемой методике являются нестандартные, олимпиадные задачи, упорядоченные в соответствии с предлагаемой тематикой, основывающейся на введении опорных задач. Учащихся можно не только знакомить с основными идеями решения опорных задач, но и научить самостоятельно их применять.

Целесообразно объяснить смысл организации внеурочной деятельности и проведения олимпиад, для чего можно в них участвовать. Задача учителя – заинтересовать детей нестандартными задачами, показать их красоту и необычность решения. Также можно тему занятия давать в необычной форме, так как учащиеся 5-6 классов наиболее чутко воспринимают любую новизну.

Так как на олимпиадах учащиеся получают оценки в баллах, то целесообразно и на внеурочных занятиях использовать данную систему оценивания. Учащиеся учатся оценивать работу сами: контролировать себя, оценивать работу учителя, оценивать работу других учеников. За урок можно получить до 10 баллов. В конце урока подводят свой личный итог. Можно производить подсчет баллов за все занятия.

В 5 классах учащиеся в силу большей математической подготовленности решают больше развивающих задач.

Во втором пункте данной главы я предлагаю рассмотреть составленный примерный набор задач, которые разделены по темам. Как показала практика, в общеобразовательных школах учащиеся 5-6 класса за один урок успевают решить в среднем 4-5 задач. Поэтому нерешенные задачи можно давать учащимся в качестве домашнего задания, использовать как дополнительный материал для олимпиад.

В качестве домашних заданий можно давать заочные олимпиады, а для промежуточной проверки раз в четверть проводить межшкольные олимпиады, в следующих целях:

– заинтересовать детей олимпиадами, ведь большинство из них никогда не смогут попасть на городской тур, а желание есть у всех, тем более что в этом заинтересованы их родители;

– сравнить состояние подготовленности учащихся других школ.

Ниже (рисунок 4) будет представлено содержание кружковых занятий в виде схемы:

Рисунок 4

Ниже будет предложен курс внеурочной деятельности (Таблица 2), предназначенный для учащихся 5-6-х классов для подготовки к олимпиадам по математике.

Цель курса:

– ознакомление учащихся с некоторыми методами и приемами решения олимпиадных задач;

– развитие познавательного интереса, их способностей к плодотворной умственной деятельности;

– расширение и углубление знаний учащихся по математике.

Программа курса составлена на год и предполагает занятия с учащимися по 1 часу в неделю. Объем курса – 35 часов. В данный курс учитель математики может вносить изменения и дополнения по своему усмотрению.

Таблица 2 – Учебно-тематический план курса

Принцип Дирихле	5 часов
Задачи на проценты и части	4 часа
Делимость	2 часа
Некоторые эвристические приемы решения задач	5 часов
Задачи по геометрии	9 часов
Логические задачи	3 часа
Разные задачи	7 часов

Также, на основе предложенных рекомендаций по использованию нестандартных задач при проведении занятия внеурочной деятельности по подготовке к математическим олимпиадам была разработана подборка задач. Данную подборку можно применять как на занятиях внеурочной деятельности, так и частично внедрять во время проведения уроков.

2.2 Подборка задач для подготовки к олимпиадам по математике учащихся 5-6 классов

2.2.1 Тема 1. Принцип Дирихле

Задача № 1

В классе 30 человек. Саша Иванов в диктанте сделал 13 ошибок, а остальные – меньше. Докажите, что по крайней мере 3 ученика сделали ошибок поровну (работа может быть и безошибочной).

Решение: Предположим, что никакие 3 ученика не сделали одинаковое число ошибок, т.е. в каждую клетку от 0 до 12 попало меньше трех школьников. Тогда в классе не больше $2 \cdot 13 + 1 = 27,$ а в классе 30 учеников. Значит, наше предположение неверно. Поэтому найдутся три ученика, сделавшие одинаковое число ошибок.

Задача № 2

В Москве живет около 8,3 млн. человек на голове у каждого не более 100 000 волос. Докажите, что в Москве есть по крайней мере 80 человек с одинаковым числом волос на голове.

Решение: Пусть в наших клетках – люди с одинаковым числом волос на голове: 0 волос, с 1 волосом, с двумя и т.д. до 100 000 волос. Всего у нас 100 001 клетка. И пусть в каждой клетке не более 80 человек. Тогда население Москвы не более $80 \cdot 100001 = 8000080$, а всего 8 300 000 человек. Значит, наше предположение неверно.

Задача № 3

Пусть в классе 41 человек. Маша Петрова сделала больше всех ошибок – 13. Докажите, что найдутся четверо учащихся, сделавших одинаковое число ошибок. Безошибочных работ не было.

Решение: Клетки 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 – число ошибок. Предположим, что только трое сделали одинаковое число ошибок. Тогда в классе не больше, чем $3 \cdot 13 = 39$ человек, а их 41. Значит, найдутся четверо, которые сделали одинаковое число ошибок.

Задача № 4

В хвойном лесу 800 000 елей, и ни на одной из них не более 500 000 игл. Докажите, что по крайней мере у двух елей число игл одинаковое.

Решение: Пусть в одну клетку попали ели с одинаковым числом иголок 0; 1; 2; … 500 000. Если в каждой клетке по одной ели, то их $1 \cdot 500\,000 = 500\,000$, а в лесу – 800 000. Значит, хотя бы у двух елей число игл одинаковое.

Задача № 5

В городе 15 школ. В них обучается 6015 школьников. В концертном зале городского Дворца культуры 400 мест. Докажите, что найдется школа, ученики которой не поместятся в этом зале.

Решение: Предположим, что в каждой школе не более 400 учеников. Значит, в 15 школах не более $15 \cdot 400 = 6000$ школьников. Но, по условию, в школах обучается 6015 человек. Значит, найдется школа, в которой больше 400 учеников. Поэтому ученики этой школы не поместятся в зале на 400 мест.

Задача № 6

20 учеников (больше половины из них – девочки) сидят за круглым столом. Докажите, что какие-то две девочки сидят напротив друг друга.

Решение: Образуем 10 пар из учеников, сидящих напротив друг друга. Так как девочек больше половины, то есть больше 10, то найдется пара, состоящая из двух девочек.

Задача № 7

15 девочек собрали 100 орехов. Докажите, что какие-то две из них собрали одинаковое количество орехов.

Решение: Пусть все девочки собрали разное количество орехов: 1; 2; 3; …; 15. Тогда суммарное количество собранных орехов равно $(1+15) \div 2 \cdot 15 = 120 > 100$. Значит, какие-то две девочки собрали одинаковое количество орехов.

Задача № 8

На далекой планете, имеющей форму шара, суша занимает больше половины поверхности планеты. Докажите, что можно прорыть туннель, проходящий через центр планеты, который соединит сушу с сушей.

Решение: Покрасим сушу на планете в зеленый цвет, а поверхность планеты, симметричную суше – в синий. Так как суша занимает больше половины поверхности планеты, то найдется точка на планете, покрашенная в оба цвета. Через нее и надо рыть туннель.

Задача № 9

В походе участвовало 25 человек, каждому из которых было от 24 до 30 полных лет (на данный день). Докажите, что найдутся четыре человека, родившихся в один год.

Решение: Различных годов рождения может быть 7. Предположим, что каждый год родилось не более трех участников похода. Значит, за 7 лет могли родиться не более $3 \cdot 7 = 21$ участника. Но, по условию, в походе участвовало 25 человек. Получили противоречие. Значит, найдутся четыре участника похода, родившихся в один год.

Задача № 10

На шахматной доске 8×8 отмечены центры всех полей. Можно ли 13 прямыми разбить доску на части так, чтобы в каждой части было не более одной отмеченной точки?

Решение: Рассмотрим внешний ряд клеток доски (по периметру). Центры полей образуют квадрат 7×7, между ними 28 промежутков. Мы должны разбить доску так, чтобы все отмеченные точки попали в разные части. Значит, прямые должны пересекать все промежутки между клетками. Но прямая может пересечь стороны квадрата не более чем в двух точках (случай противоположных по диагонали вершин квадрата нужно исключить), значит, нужно не менее 14 прямых.

2.2.2 Тема 2. Задачи на проценты и части

Задача № 1

Товар подорожал на 30 %, а затем подешевел на 30 %. Как изменилась цена этого товара?

Решение: Товар подорожал на 30 %, то есть стал стоить 130 %, что составляет $130 \div 100 = 1{,}3$ от первоначальной цены. Затем он подешевел на 30 %, то есть стал стоить $100\ \% - 30\ \% = 70\ \%$,
что составляет $70 \div 100 = 0{,}7$ от новой цены. Пусть первоначальная цена была х. После подорожания товар стал стоить 1,3х, а после удешевления $0{,}7 \cdot 1{,}3 = 0{,}91\text{x}$. Найдем разницу между начальной и конечной ценой $\text{x} - 0{,}91\text{x} = 0{,}09\text{x}$, что составляет $0{,}09 \cdot 100\ \% = 9\ \%$ от начальной цены. Товар подешевел на 9 %.

Ответ: 9 %.

Задача № 2

В двух бочках было воды поровну. В первой бочке количество воды сначала увеличилось на 10 %, а затем уменьшилось на 10 %. Во второй вначале уменьшилось на 10 %, а затем увеличилось на 10 %. В какой бочке стало больше воды?

Решение: Пусть a – начальный объем воды в каждой из двух бочек отдельно. Тогда определим объем воды в каждом из двух случаев.

Если сначала уменьшили на 10 %, а потом увеличили на 10 %, то

$$a \cdot 0{,}9 \cdot 1{,}1 = 0{,}99a$$

Если сначала увеличили на 10%, а потом уменьшили на 10 %, то

$$a \cdot 0{,}9 \cdot 1{,}1 = 0{,}99a$$

Таким образом, в каждом случае получается $0{,}99a$. Значит, в каждой из бочек воды станет поровну.

Ответ: поровну.

Задача № 3

Число a составляет 75 % числа b и 40 % числа c. Число c на 42 больше, чем b. Найдите числа a и b.

Решение:

Пусть $a = 0{,}75b, a = 0{,}4c$. По условию задачи имеем:

$$0{,}75b = 0{,}4c;$$

$$75b = 40c;$$

$$15b = 8c;$$

$$c = \frac{15}{8}b;$$

$$\frac{15}{8}b - b = 42;$$

$$\frac{7}{8}b = 42;$$

$$b = 48;$$

$$a = \frac{3}{4} \cdot 48 = 36.$$

Ответ: $a = 36, b = 48$.

Задача № 4

Три ящика наполнены орехами. Во втором ящике на 10 % орехов больше, чем в первом, и на 30 % больше, чем в третьем.

Сколько орехов в каждом ящике, если в первом на 80 орехов больше, чем в третьем?

Решение: Пусть в первом ящике находиться – x орехов, во втором ящике – y орехов, в третьем ящике – z орехов. Получаем: $y = 1{,}1x,\ y = 1{,}3z$.

$$x = \frac{10}{11}y;\ z = \frac{10}{13}y;$$

Зная, что в первом ящике на 80 орехов больше, чем в третьем, получим:

$$\frac{10}{11}y - \frac{10}{13}y = 80, \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{13}\right)y = 8;\ \frac{2}{11*13}y = 8,$$

$$y = \frac{143 \cdot 4}{1} = 572;\ x = 520;\ z = 440.$$

Ответ: 520; 572; 440.

Задача № 5

В автобусе ехало меньше 100 человек, причем число сидящих пассажиров было вдвое больше числа стоящих. На остановке 4% пассажиров вышли. Сколько пассажиров осталось в автобусе?

Решение: Так как число сидящих пассажиров было вдвое больше числа стоящих, то общее количество пассажиров кратно 3. Так как на остановке 4 % пассажиров вышли, то количество вышедших составляет одну двадцать пятую от общего количества пассажиров. Значит, общее количество пассажиров кратно 25. Чисел, меньших 100 и кратных 25, всего три: 25, 50 и 75. Среди них только 75 делится на 3. Поэтому было 75 пассажиров, трое вышли, а осталось 72.

Ответ: 72.

Задача № 6

В городе N живет 44100 человек. Известно, что каждые три года население увеличивалось на 5 %. Сколько жителей было в городе N два года назад?

Решение:

$$x(1+0{,}05)^2 = 44100;$$

$$x\left(\frac{21}{20}\right)^2 = 44100;$$

$$\frac{441x}{400} = 44100;$$

$$x = 40000.$$

Ответ: 40000.

Задача № 7

Сколько процентов 8 процентов составляют от 40 процентов?

Решение: Пусть a – число, от которого берем проценты, тогда получаем: $(0{,}08a : 0{,}4a) \cdot 100\ \% = 20\ \%$.

Ответ: 20 %.

Задача № 8

Даже когда верблюд Дезире хочет пить, 84 % его веса составляет вода. После того как он напьётся воды, его вес станет равным 800 кг, а вода будет составлять 85 % его веса. Сколько весит Дезире, когда испытывает жажду?

Решение: Пусть $x -$ кг весит верблюд Дезире, когда хочет пить, при этом 84 % его веса составляет вода, а 16 % - собственная масса, которая будет равна $0{,}16x$ кг. После того как он напьется воды, его вес станет равным 800 кг, вода будет составлять 85 % его веса, а собственная масса составит 15 %, что равно 800 кг $\cdot\ 0{,}15 = 120$кг.

Получаем уравнение

$0{,}16x = 120.$

Откуда $x = 750.$

Поэтому 750 кг весит Дезире, когда испытывает жажду.

Ответ: 750 кг.

Задача № 9

В двух банках в конце года на каждый счет начисляется прибыль: в первом банке 60 % к текущей сумме на счете, во втором – 40 % к текущей сумме на счете. Вкладчик в начале года часть имеющихся у него денег положил в первый банк, а остальные деньги – во второй банк с таким расчетом, чтобы через два года суммарное количество денег на обоих счетах удвоилось. Какую часть денег вкладчик положил в первый банк?

Решение: Пусть всего у него было $a -$ рублей и x – часть денег, которые он положил в первый банк.

Тогда имеем:

$$1{,}6^2ax + a(1-x)1{,}4^2 = 2a;$$

$$2{,}56x + 1{,}96(1-x) = 2;$$

$$x = \frac{1}{15}.$$

Значит, в первый банк он положил $\frac{1}{15}$ всех своих денег.

Ответ: $\frac{1}{15}$.

Задача № 10

Нефтепровод проходит мимо трех деревень А, В, С. В первой деревне сливают 30% от первоначального количества нефти, во второй – 40% от того количества, которое дойдет до деревни В, а в третьей – 50% от того количества, которое дойдет до деревни С. Сколько процентов нефти от первоначального количества доходит до конца нефтепровода?

Решение: $0{,}3a$ сливают в А, остается$0{,}7a$.

$$0{,}4 \cdot 0{,}7a = 0{,}28a\ (B)$$

$$0{,}7a - 0{,}28a = 0{,}42a \text{ – после деревни В.}$$

После деревни С имеем:

$$0{,}42a - 0{,}21a = 0{,}21a.$$

Ответ: 21%.

2.2.3 Тема 3. Делимость

Задача № 1

Имеются 5 листов бумаги. Некоторые из них порвали на 5 кусков каждый. Некоторые из получившихся кусков на 5 частей и. т.д.

Можно ли, продолжая эту операцию, получить 2008 листов?

Решение: Если мы разбиваем любой листок на 5 кусков, то прибавляется 4 новых куска. Всего количество кусков будет: $5 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + \dots$.

Если посмотреть количество вновь появившихся кусков, то получаем, $2008 - 5 = 2003$. Число 2003 не делится на 4, поэтому получить 2008 листов невозможно.

Ответ: невозможно.

Задача № 2

Из чисел от 1 до 252 выбросили все числа, делящиеся на 2, но не делящиеся на 5, и все числа, делящиеся на 5, но не делящиеся на 2.

Сколько осталось чисел?

Решение: В каждом десятке останется по 5 чисел. Но до 250 всего 25 десятков. Получаем $25 \cdot 5 = 125$

Ещё остаются два числа: 251, 252. Из них вычеркивается число 252.

Всего осталось $25 \cdot 5 + 1 = 126$ (чисел).

Ответ: 126 чисел.

Задача № 3

Может ли сумма двух последовательных натуральных чисел быть простым числом?

Решение: Для утвердительного ответа на этот вопрос достаточно придумать пример, $1 + 2 = 3$, где три – простое число.

Ответ: Может.

Задача № 4

Кузнечик прыгает по прямой каждый раз в одном из двух направлений, причем в первый раз он прыгнул на 1 см в какую-то сторону, во второй – на 2 см, в третий – на 3 см и т. д. Докажите что после 1985 прыжков он не может оказаться там, где начинал.

Решение: Так как сумма $\pm 1 \pm 2 \pm \dots \pm 1985$ содержит нечетное число нечетных слагаемых, то результат будет нечетным. Для того чтобы он оказался там, где начинал, нужно, чтобы эта сумма была равна 0.

Задача № 5

Докажите, что произведение любых трех последовательных чисел делится на 6.

Решение: Среди трех последовательных чисел есть как минимум одно четное и одно, делящееся на 3. Значит, их произведение разделится на 6.

Задача № 6

Квадрат натурального числа состоит из цифр 0; 2; 3; 5. Найдите его.

Решение: Квадрат числа не может оканчиваться цифрами 2 или 3, или одним нулем. Значит, последняя цифра равна 5, тогда цифра десятков равна 2. Следовательно. Искомое число 3025.

Ответ: 55.

Задача № 7

На конференции собрались марсиане, у каждого было по 7 конечностей, и земляне, у которых было по 4 конечности. Сколько было землян, если всего было 53 конечности?

Решение:

$$7x + 4y = 53;$$

$$y = (53 - 7x) : 4;$$

$$y = 13 - 2\text{x} + (\text{x} + 1) : 4;$$

$\text{x} + 1$ делится на 4, иначе y не будет целым. Но $x < 53:7$, т.е. $x < 8$. Значит, $x = 3 (y = 8)$ или $x = 7 (y = 1)$. Землян 8 или 1.

Ответ: 8 или 1.

Задача № 8

7, *, *, *, *, *, *, 9. Замените звездочки числами так, чтобы сумма любых трех соседних чисел равнялась 20.

Решение: Рассмотрим две соседние суммы «7аб» и «аб?», вместо «?» должна стоять цифра 7. Аналогично для двух последних сумм, 4-я цифра с конца получается 9.

Ответ: 79479479.

Задача № 9

Докажите, что натуральное число, состоящее из 30 единиц и какого-то количества нулей, не может быть полным квадратом.

Решение: Сумма цифр числа – 30, значит, число делится на 3, но не делится на 9. Но полный квадрат делился бы на 9.

Задача № 10

Какое наименьшее натуральное N такое, что N! делится на 770?

Решение: $770 = 7 \cdot 11 \cdot 10$, значит, N! делится на 11. Наименьшее выражение, содержащее множитель 11, будет 11!, в это произведение будут входить и 7, и 10.

2.2.4 Тема 4. Некоторые эвристические приемы решения задач

Введение вспомогательной неизвестной

Задача № 1

Вычислить наиболее удобным способом

$$96 \cdot \frac{7}{125} + 97 \cdot \frac{11}{125} - \frac{2}{125} - 192 \cdot \frac{9}{125}$$

Указание: $\frac{9}{125} = a, \frac{2}{125} = b$.

Ответ: $\frac{9}{125}$.

Задача № 2

Вычислить значение выражения:

$$3\frac{1}{117}\cdot 4\frac{1}{119}-1\frac{116}{117}\cdot 5\frac{118}{119}-\frac{5}{119}$$

Ответ: $\frac{10}{117}$.

Крайних случаев рассмотрение

Задача № 1

Из цифр 1, 2, 3, 4 составили два четырехзначных числа с различными цифрами. Доказать, что ни одно из них не делится на другое.

Решение. Наибольшее число, которое может быть составлено из цифр 1, 2, 3, 4 при условии, что цифры в записи числа не повторяются, равно 4321, а наименьшее – 1234.

Отсюда, если бы одно из составленных чисел делилось бы на другое, отличное от первого, то в частном получилось бы либо 3, либо 2. Но сумма цифр составленных чисел равна $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ и не делится на 3, поэтому в частном не может быть 3.

В частном не может быть и 2, так как при умножении числа, составленного из цифр 1, 2, 3, 4, на 2 получается число, составленное из цифр 2, 4, 6, 8, что противоречит условию. Следовательно, данное в задаче утверждение справедливо.

Задача № 2

Вова утверждал, что в этом году будет месяц с пятью воскресеньями и пятью средами. Прав ли он?

Решение: Рассмотрим самый благоприятный, случай в месяце 31 день. Так как $31 = 4 \cdot 7 + 3$ и среди трех идущих подряд дней недели не могут быть и воскресенье, и среда, а лишь один из этих дней, то в этом месяце может быть либо 5 воскресений и 4 среды, либо 4 воскресения и 5 сред. Следовательно, Вова не прав.

Задача № 3

Расстояние от пункта А до пункта В 6 км, а от пункта В до пункта С вдвое больше. Может ли расстояние между пунктами А и С быть: а) 19 км? б) 6 км? в) 10 км? г) 4 км?

Решение: Наибольшее расстояние, которое может быть между А и С, равно 18 км (в этом случае пункт А расположен между пунктами В и С). Значит, все возможные значения расстояния расположены в пределах от 6 до 18 км.

Ответ:

а) нет;

б) да;

в) да;

г) нет.

Перебор

Задача № 1

Сколько имеется двузначных чисел, у которых а) среди цифр есть хоть одна пятерка? б) цифра десятков меньше цифры единиц? в) цифра десятков больше цифры единиц?

Ответ:

а) 18;

б) 36;

в) 45.

Задача № 2

Среди трехзначных чисел, выражающих количество изделий, изготовленных каждой из соревнующихся бригад, нет одинаковых, но в каждом из них сумма цифр равна 4. Какое наибольшее число бригад могло быть? Сколько изделий изготовила каждая из них?

Решение: Всего имеется 10 чисел, удовлетворяющих условию: 400, 301, 310, 130, 103, 202, 220, 211, 121, 112, поэтому наибольшее число бригад 10.

Ответ: 10.

Задача № 3

Найдите двузначное число, у которого произведение цифр равно наибольшему однозначному числу и числу десятков меньше числа единиц.

Ответ: 19.

Контрольный и подтверждающий пример

Задача № 1

Верно ли, что если произведение двух натуральных чисел больше 100, то каждое число больше 10?

Ответ: нет.

Например: $8 \cdot 13 = 104 > 100,$ но $8 < 10$.

Задача № 2

Можно ли число 45 представить в виде суммы нескольких натуральных чисел так, чтобы произведение всех этих чисел тоже было равно 45?

Ответ: Да, можно.

Например: $45 = 15 + 3 + 1 + 1 + \cdots + 1 = 15 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \ldots \cdot 1{,}27$ ед.

Задача № 3

Можно ли число 64 представить в виде суммы трех простых чисел?

Ответ: да, можно.

Например: $64 = 19 + 43 + 2$.

Перефразирование

Задача № 1

Во сколько раз больше число, выраженное девятью единицами шестого разряда, чем число, выраженное тремя единицами второго разряда?

Ответ: в 30 000 раз.

Задача № 2

За кухонный гарнитур заплатили сначала 41600 рублей, а затем еще половину стоимости этого гарнитура. Сколько стоит кухонный гарнитур?

Решение: Перефразируем задачу так: «Какова стоимость кухонного гарнитура, если ее половина равна 41600 рублей?»

Ответ: 83200 рублей.

Задача № 3

Один из двух множителей равен 12. Как изменится произведение, если второй множитель увеличить на 5?

Решение: Перефразируем задачу так: «Что больше и на сколько $12a$ или $12 \cdot (a + 5)$?»

Ответ: увеличится на 60.

Прием получения следствий

Задача № 1

При сложении нескольких чисел ученик допустил ошибку: цифру единиц 3 он принял за 8, цифру десятков 7 принял за 4, а цифру тысяч 6 за 5. В сумме получилось 16054. Найти верную сумму.

Ответ: 17 079.

Задача № 2

Сколько всего прапрабабушек и прапрадедушек было у всех Ваших прапрабабушек и прапрадедушек?

Решение: Так как у каждого человека было 8 прапрабабушек и 8 прапрадедушек, а у каждого из этих 16 человек так же было по 16 прямых предков в «четвертом колене», то искомое число равно: $16 \cdot 16 = 256$.

Ответ: 256.

Задача № 3

Делимое в 6 раз больше делителя, а делитель в 6 раз больше частного. Чему равны делимое, делитель и частное?

Решение:

Делимое в 6 раз больше делителя означает, что частное равно 6. Отсюда, если частное равно 6, а делитель в 6 раз больше частного, то делитель равен 36. Окончательно получаем, что делимое равно $36 \cdot 6 = 216$.

Ответ: 216.

Задача № 4

Жили дед и баба. Была у них курочка Ряба. Курочка несет каждое второе яичко простое, а каждое третье – золотое. Может ли такое быть?

Ответ: нет. Шестое яичко будет и вторым, и третьим, так как 6: 2

и 6: 3.

Задача № 5

Половина – треть некоторого числа. Какое это число?

Решение: Если треть числа – это $1/2$, то само число равно

$$3 \cdot 1/2 = 3/2.$$

Ответ: $3/2$.

Задача № 6

Если четверть 20 равна 4, то сколько будет треть от 10?

Решение.

Четверть 20 равна 5, но согласно условию задачи, числу 5 соответствует число 4. Треть 10 – это 10/3, но ему будет соответствовать число $4/5 \cdot 10/3 = 8/3$.

Ответ: 8/3.

2.2.5 Тема 5. Задачи по геометрии

Задачи на разрезание и подсчет числа фигур

Задача № 1

Разделите квадрат 5×5 клеток с вырезанной центральной клеткой на четыре равные части. Найдите как можно больше способов. Разрезать можно только по сторонам квадратов.

Решение: Так как всего в квадрате остается 24 клетки, а надо разделить исходную фигуру на четыре равные части, то каждая из частей будет содержать по 6 клеток. Рассмотрим, какие фигуры можно получить из 6 клеток (рисунок 5).

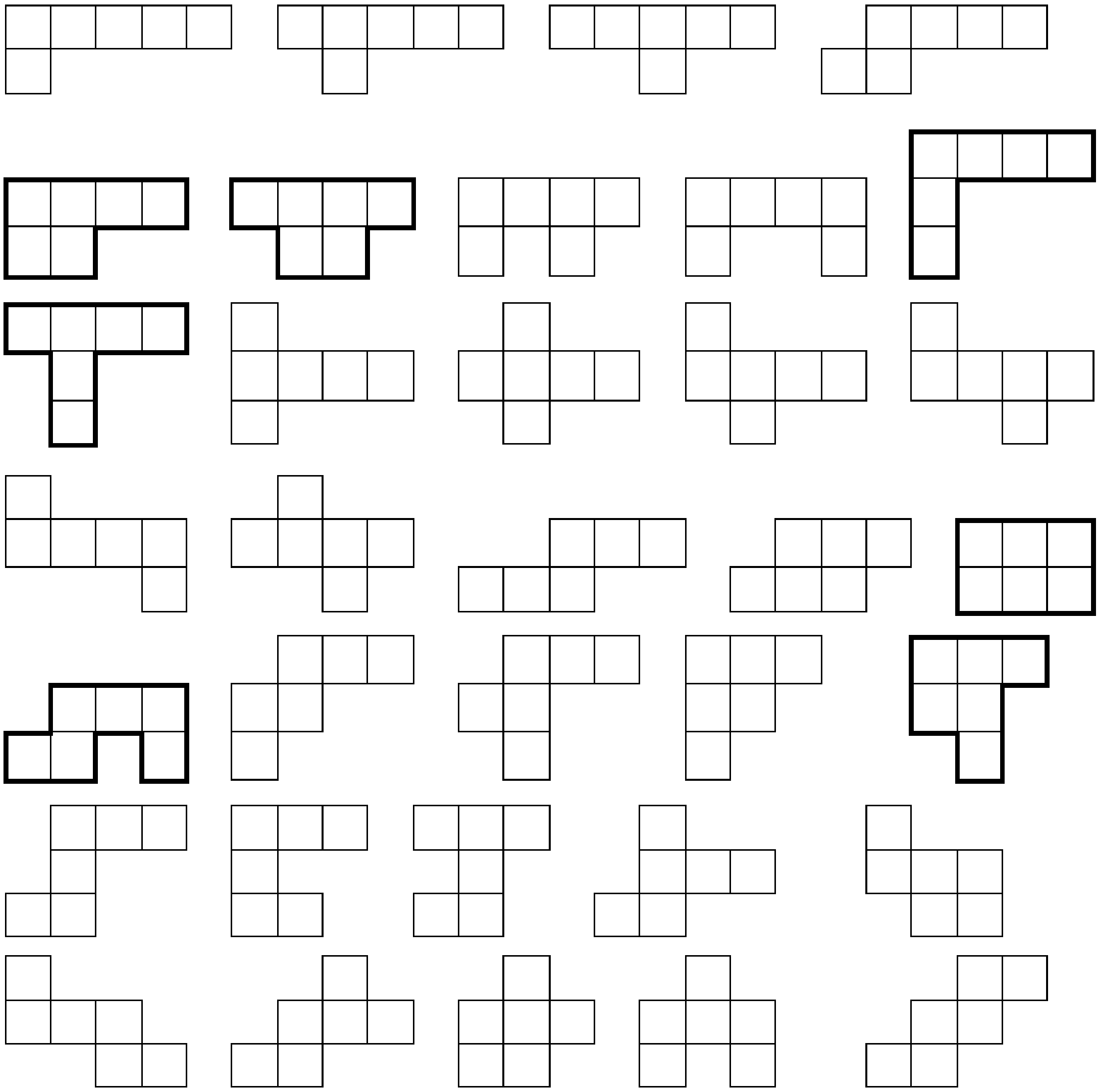

Рисунок 5

Располагая по-разному выделенные нами фигуры в квадрате 5×5, получим следующие 7 способов (они показаны на рисунке 6).

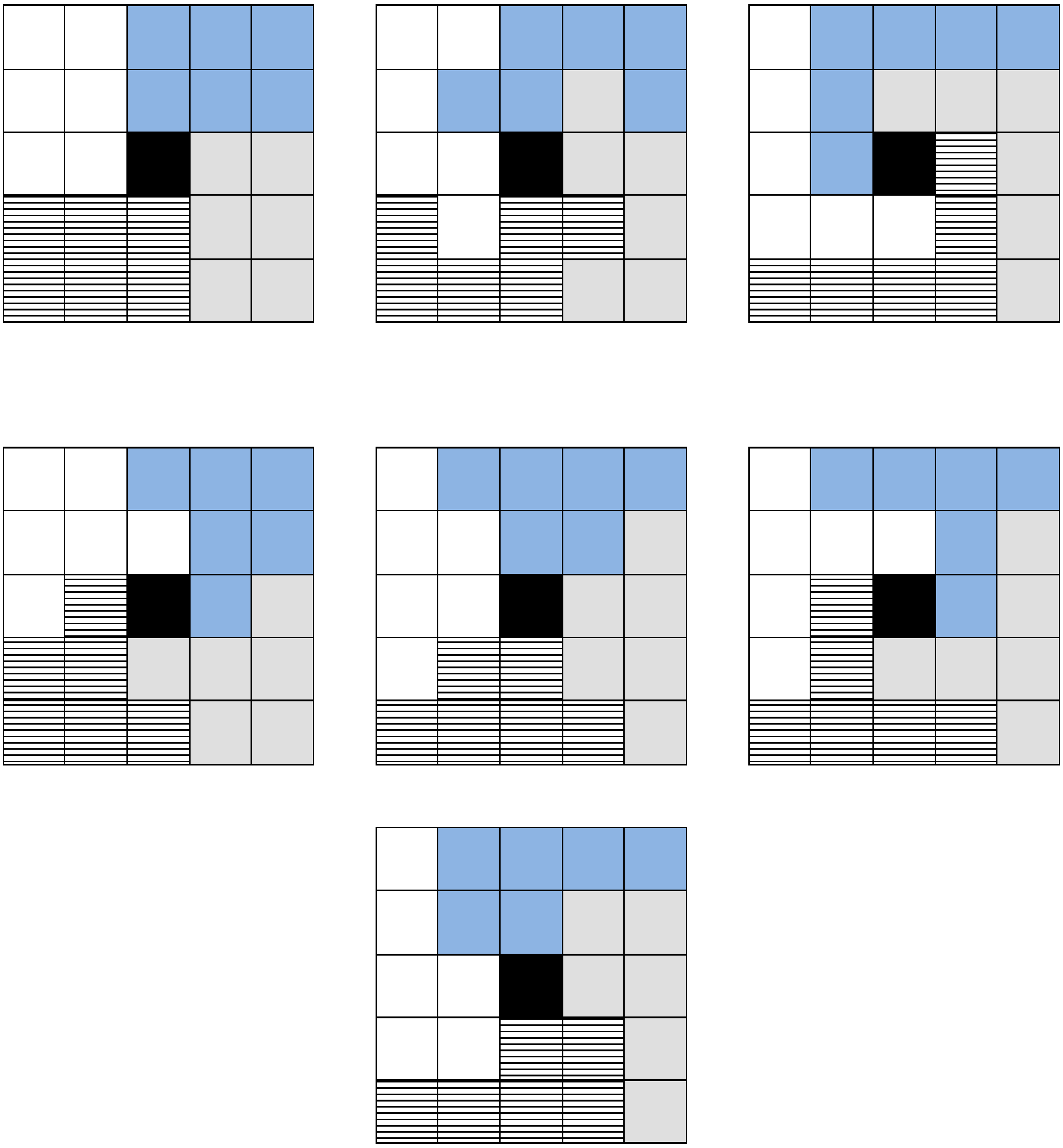

Рисунок 6

Задача № 2

Можно ли прямоугольник 35×23 клетки разрезать без остатка на прямоугольники размером 8×9? Если можно, то как? Если нет, то почему?

Ответ: нет, так как число 23 нельзя представить в виде суммы пятерок и семерок.

Задача № 3

Прямоугольник разрезали по ломаной линии, состоящей из трех равных отрезков. Начало разреза в точке A (рисунок 7).

Получили две равные фигуры. Как это сделали?

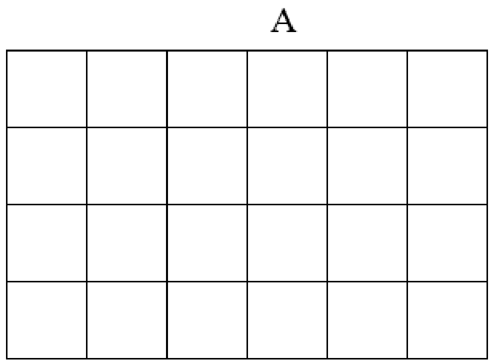

Рисунок 7

Решение. Вариант разрезания показан на рисунке 8.

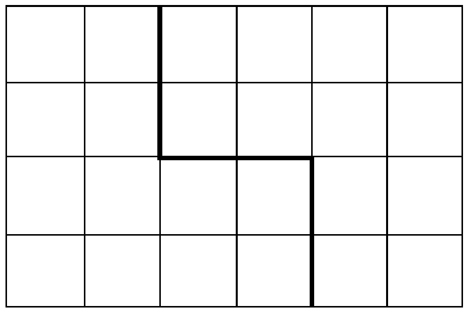

Рисунок 8

Задача № 4

Как разрезать квадрат 4×4 прямыми линиями так, чтобы из полученных частей можно было составить 32 равных квадрата? Не разрешается оставлять неиспользованные части, а также накладывать их друг на друга.

Решение: Сначала квадрат 4×4 разрежем на 16 квадратов 1×1, затем каждый из полученных квадратов разрежем по диагонали на 4 треугольника, из которых, прикладывая большие стороны 2-х треугольников друг к другу, можно получить по 2 квадрата (рисунок 9).

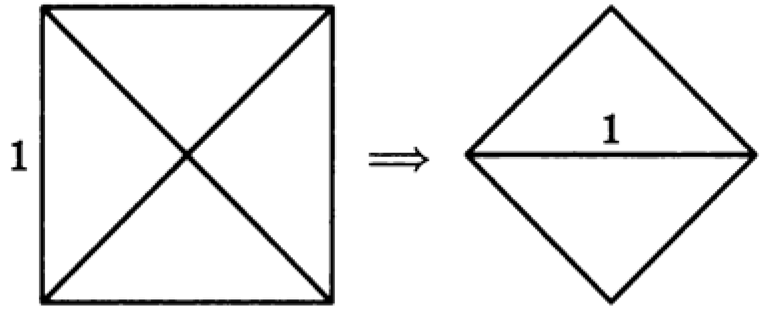

Рисунок 9

Задача № 5

Сколько треугольников изображено на рисунке 10?

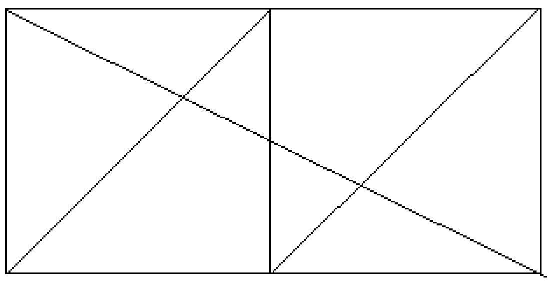

Рисунок 10

Решение: Подсчет треугольников начнем с тех треугольников, которые не разбиты на другие треугольники. Таких треугольников будет по 3 в каждом квадрате, то есть 6.

Теперь посчитаем число треугольников, состоящих из 2 треугольников. В каждом квадрате таких треугольников будет по 3, итого их 6. Теперь посчитаем число треугольников, состоящих из 3 фигур (2-х треугольников и 1 четырехугольника), всего их будет 2. И наконец, подсчитаем число треугольников, содержащих по 4 фигуры: это будет 2 самых больших треугольника, получающихся от деления прямоугольника на 2 части. Таким образом, всего получается 16 треугольников.

Задача № 6

Рост Буратино 1 метр, а длина его носа раньше была 9 сантиметров. Каждый раз, когда Буратино врал, длина его носа удваивалась. Как только нос стал длиннее самого Буратино, тот врать прекратил. Сколько раз Буратино соврал?

Ответ: Буратино соврал 4 раза.

Задача № 7

Из 26 спичек длиной по 5 см сложили прямоугольник наибольшей площади. Чему равна его площадь?

Решение: использовать перебор, наибольшая площадь будет у прямоугольника, стороны которого состоят из 6 и 7 спичек.

Ответ: 1050 см^2

Задача № 8

Расположите изображенные на рисунке 11 два острых угла таким образом, чтобы образовались четыре тупых угла.

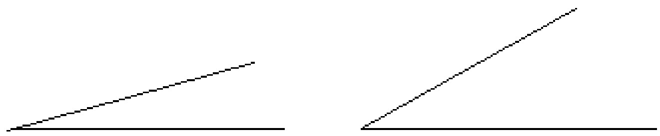

Рисунок 11

Решение: На рисунке 12 углы AOC, AOD, BOC, BOD – тупые.

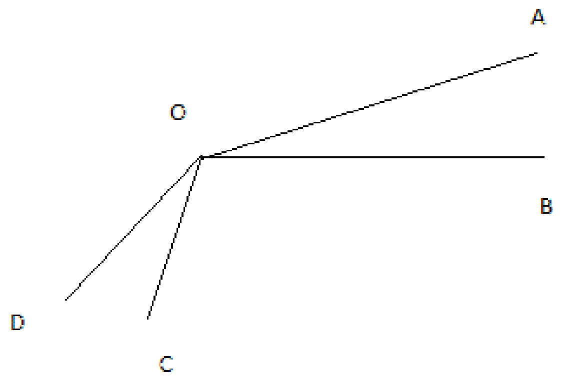

Рисунок 12

Задача № 9

Расположите четыре прямые таким образом, чтобы образовалось 16 прямых углов.

Решение: Решение на рисунке 13.

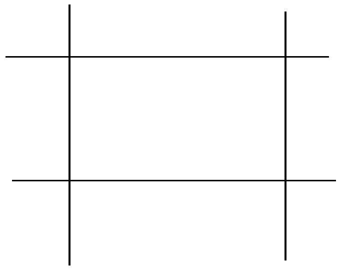

Рисунок 13

Задача № 10

Сколько различных по величине углов изображено на рисунке 14?

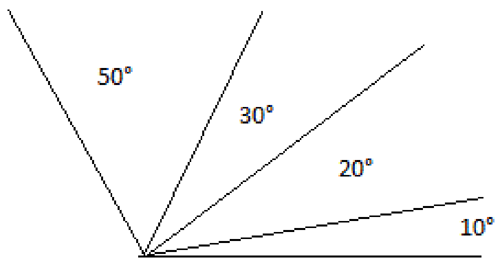

Рисунок 14

Ответ: 8 углов: 10°, 20°, 30°, 50°, 60°, 80°, 100°, 110°.

Задачи на свойства неопределяемых геометрических понятий

Задача № 1

Точки А, В и С лежат на прямой а. Есть ли среди прямых АВ, АС и ВС различные? Объясните ответ.

Решение: Используя аксиому прямой, делаем вывод о том, что прямые АВ, АС и ВС совпадают.

Задача № 2

Начертите три прямые АВ, ВС, АС. На сколько частей разбивается этими прямыми плоскость?

Ответ: на семь частей.

Задача № 3

Даны a_1 и a_2 – различные прямые. Точка Р принадлежит a_1 и a_2. Точка О также принадлежит a_1 и a_2. Что можно сказать о точках Р и О? Какая аксиома или теорема подтверждает ваше заключение?

Ответ: точки Р и О лежат на одной прямой.

Задача № 4

Приведите пример трех прямых, каждые две из которых скрещиваются. Сколько можно построить прямых, каждые 2 из которых будут скрещиваться?

Ответ: бесконечное множество.

Задача № 5

Существуют ли две параллельные прямые, каждая из которых пересекает две данные скрещивающиеся прямые?

Ответ: не существует.

Задача № 6

Прямые а и b параллельны. Прямая а скрещивается с прямой с. Что можно сказать о взаимном расположении прямых b и с?

Ответ: прямые b и с скрещиваются.

Задача № 7

Прямые a и b пересекаются. Прямая a скрещивается с прямой c. Что можно сказать о взаимном расположении прямых b и c?

Ответ: прямые b и c могут быть параллельны.

Задача № 8

Прямая l_1 не принадлежит a и пересекает плоскость a в точке P. Прямая l_2 принадлежит плоскости a, но не содержит точку P. Может ли прямая l_1 пересекать прямую l_2? Объясните ваш ответ.

Ответ: прямые l_1 и l_2 скрещивающиеся.

Задача № 9

У какого многогранника имеется наименьшее число граней (частей плоскостей)?

Ответ: у треугольной пирамиды четыре грани.

Задача № 10

Может ли многогранник иметь только две параллельные грани (части плоскости)?

Ответ: может.

Задачи на общие представления о геометрических фигурах

Задача № 1

Какие фигуры могут получиться при пересечении двух четырехугольников? Возможно ли, чтобы при пересечении двух четырехугольников образовались два четырехугольника? Три четырехугольника?

Ответ. При пересечении двух произвольных четырехугольников может получиться:

- Точка,
- Отрезок,
- Треугольник,
- Четырехугольник,

– Пятиугольник,

– Шестиугольник.

Задача № 2

Приведите примеры одинаковых геометрических фигур которые имеют: а) только одну общую точку; б) бесконечное множество общих точек, не лежащих на одной прямой; в) только одну общую прямую (при этом фигуры не являются плоскостями); г) ровно одну общую плоскость

Ответ:

а) два одинаковых треугольника, имеющих одну общую точку (можно рассмотреть взаимное расположение треугольников в разных плоскостях);

б) пересечение двух пространственных фигур, например, двух кубов, когда пересечение происходит по граням;

в) две полуплоскости с общей границей.

Задача № 3

Деревянный куб снаружи покрасили белой краской, каждое его ребро разделили на 3 (4, 5) равные части, после чего куб разрезали так, что получились маленькие кубики, у которых ребра в 3 (4, 5) раза меньше, чем у исходного куба. Сколько получилось маленьких кубиков? У скольких кубиков окрашены три грани? Только одна грань? Сколько получилось неокрашенных кубиков?

Ответ: например, при $n = 4$ всего 64 кубика: 8 – неокрашенных, 8 – с тремя окрашенными гранями, 24 – с двумя окрашенными гранями и 24 – с одной окрашенной гранью.

Задачи на отрезки и их измерение

Задача № 1

Докажите, что если две точки отрезка AB принадлежат отрезку CD, то эти отрезки лежат на одной прямой.

Ответ: доказательство следует из аксиомы прямой.

Задача № 2

Назовите (изобразите) многогранник, имеющий наименьшее число ребер. Сколько у него вершин? Граней?

Ответ: треугольная пирамида.

Задача № 3

Пусть P, K, M – три точки некоторой прямой. Какая из этих точек лежит между двумя другими, если PK =12, PM =7 и KM =5? Обоснуйте вывод.

Ответ: точка M лежит между точками P и K.

Задачи на понятие ломаной и ее длины

Задача № 1

Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Как из точки A, следуя вдоль ребер, можно попасть в точку C_1, не проходя два раза через одну и туже вершину?

Ответ: всего 12 ломаных.

Задача № 2

О некоторой ломаной известно: а) она замкнутая; б) каждое своё звено она пересекает один раз; в) у нее 6 звеньев. Есть ли противоречия в этих данных? Если есть, то какое изменение нужно внести в исходную информацию, чтобы избежать противоречия?

Ответ: противоречие есть. Изменить нужно второе и третье условия, каждое звено должно пересекаться два раза и ломаная должна иметь 5 звеньев.

Задача № 3

Сможете ли вы сделать из гибкой проволоки замкнутую пятизвенную ломаную, имеющую:

– одну точку самопересечения;
– две точки самопересечения;
– три точки пересечения;

– четыре точки пересечения;

– пять точек пересечения?

Ответ: а-в) Да; г) нет; д) да.

2.2.6 Тема 6. Логические задачи

Задача № 1

Ира, Даша, Коля и Митя собирали ягоды. Даша собрала ягод больше всех, Ира – не меньше всех. Верно ли, что девочки собрали ягод больше чем мальчики?

Ответ: да.

Задача № 2

Волк и Лиса соревновались в беге. Кто какое место занял, если известно, что Волк был одним из первых, а Лиса была предпоследней?

Ответ: Лиса – первая, Волк – второй.

Задача № 3

Катя и Лена собирали грибы. Вместе они собрали на 18 грибов больше, чем Катя, и на 12 грибов больше, чем Лена. Сколько грибов собрала Катя и сколько грибов собрала Лена?

Ответ: Лена собрала 18 грибов, а Катя – 12 грибов.

Задача № 4

В квартирах № 1, № 2, и № 3 жили три котенка: белый, черный и рыжий. В квартирах № 1 и № 2 жил не черный котенок. Белый жил не в квартире № 1. В какой квартире жил какой котенок?

Ответ: белый котенок живет в квартире № 2, черный котенок – в квартире № 3, рыжий котенок – в квартире № 1.

Задача № 5

Команда провела три матча: один выиграла, один свела вничью, один проиграла, забив три меча и пропустив один. Как закончился (с каким счетом) каждый матч команды?

Ответ: 0:1, 0:0, 3:0.

Задача № 6

Катя, Соня, Галя и Тамара родились 2 марта, 17 мая, 2 июля и 20 марта. Соня и Галя родились в одном месяце, а у Гали и Кати день рождения обозначается одинаковыми числами. Кто какого числа и в каком месяце родился?

Ответ: День рождения Кати – 2 июля, Гали 2 марта, Сони – 20 марта, а Тамары – 17 мая.

Задача № 7

Три мальчика: Миша, Сережа и Гриша живут в одном подъезде на разных этажах: пятом, седьмом и восьмом. Миша живет не ниже Гриши, а Сережа не выше Гриши. Кто из мальчиков на каком этаже живет?

Ответ: Миша живет на 8 этаже, Гриша – на 7, а Сережа – на 5.

Задача № 8

Встретились три товарища: Белов, Рыжов и Чернов. Чернов сказал, что ни у одного из них цвет волос не соответствует своей фамилии. «Правильно!», - ответил Белов. Какого цвета волосы у каждого из них?

Ответ: у Белова волосы рыжие, у Чернова белые, а у Рыжова черные.

Задача № 9

В трех ящиках находится крупа, вермишель и сахар. На одном из них написано «Крупа», на другом «Вермишель», на третьем «Крупа или сахар». В каком ящике что находится, если содержимое каждого из них не соответствует надписи?

Ответ: В ящике с надписью «Крупа или сахар» находится вермишель, с надписью «Вермишель» – крупа, с надписью «Крупа» – сахар.

Задача № 10

В четырех ящиках лежит по одному шарику: белый, черный, красный и зеленый. На первом ящике надпись «Белый», на втором «Зеленый или белый», на третьем «Красный или зеленый», на четвертом «Черный или зеленый, или красный». Но ни одна надпись не соответствует действительности. Какого цвета шарик лежит в каком ящике?

Ответ: В ящике с надписью «Белый» лежит зеленый шарик; с надписью «Зеленый или белый» – красный шарик; с надписью «Красный или зеленый» – черный шарик; с надписью «Черный или зеленый, или красный» – белый шарик.

2.2.7 Тема 7. Разные задачи

Задачи на переливание

Задача № 1

Имеется 2 сосуда – 3 л и 5 л. Нужно, пользуясь ими, налить 1 л воды.

Решение:

Наполним 3 л, перельем в сосуд 5 л, затем нальем ещё раз 3 л в сосуд и перельем 2 л в сосуд 5 л до полного. В трехлитровом сосуде остался один литр.

Задача № 2

Имеются 2 сосуда – 3 л и 5 л. Как с их помощью получить 4 л воды?

Решение:

1 способ (рисунок 15):

Сосуд 5 л	5 л	2 л	2 л	-	5 л	4 л
Сосуд 3 л	-	3 л	-	2 л	2 л	3 л

Рисунок 15

2 способ (рисунок 16):

Сосуд 3 л	3 л	-	3 л	1 л	1 л	-	3 л	-
Сосуд 5 л	-	3 л	3 л	5 л	-	1 л	1 л	4 л

Рисунок 16

Задачи на совместную работу

Задача № 1

Воробей склевал горсть пшена за 1 час. Воробьиха склевала горсть пшена за 2 часа. Воробушек склевал горсть пшена за 3 часа. Спрашивается, за какое время они бы склевали пшено вместе?

Решение: Пусть воробей, воробьиха и воробушек склевывают пшено за 6 часов. Воробей склюет 6 горстей пшена, воробьиха 3 горсти пшена, воробушек 2 горсти пшена. Всего 11 горстей пшена.

$6:11 = \frac{6}{11}$ (ч) на 1 горсть пшена;

Ответ: $\frac{6}{11}$ часа.

Задача № 2

На птицефабрику привезли корм, которого бы хватило уткам на 30 дней, а гусям на 45 дней. Рассчитайте, на сколько хватит привезенного корма и уткам, и гусям вместе.

Решение:

1/30 – всего корма съедают за 1 день все утки

1/45 – всего корма съедают за 1 день все гуси

$\frac{1}{30} + \frac{1}{45} = \frac{3}{90} + \frac{2}{90} = \frac{5}{90} = \frac{1}{18}$ – всего корма съедают за 1 день все утки и гуси вместе.

Ответ: на 18 дней.

Задача № 3

3 курицы за 3 дня снесли 3 яйца. Сколько яиц снесут 12 куриц за 12 дней?

Решение: 3 курицы за 3 дня снесли 3 яйца. Следовательно, 3 курицы за 12 дней снесут в 4 раза больше яиц, то есть 12 яиц, а 12 кур за 12 дней снесут еще в 4 раза больше яиц, то есть $12 \cdot 4 = 48$.

Ответ: 48.

Задачи на движение

Задача № 1

После того как бегун пробежал треть всей дистанции и еще 400 м, ему осталось пробежать еще треть пути и еще 200 м. Чему равна длина дистанции?

Решение: Весь путь состоит из (1/3+1/3) пути + 200 м + 400 м. Значит, 600 м составляет 1/3 пути. Весь путь $600 \text{ м} \cdot 3 = 1800$ м.

Ответ: 1800 м.

Задача № 2

Маша доходит до школы и обратно без остановки за 12 минут, а ее брат Миша добегает до школы и обратно без остановки за 8 минут. Во сколько раз скорость Миши больше, чем скорость Маши?

Решение: Поскольку при одном и том же расстоянии скорости движения обратно пропорциональны затраченному времени, то получаем, что скорость Миши больше, чем скорость Маши в 1,5 раза.

Ответ: 1,5 раза.

Натуральные числа

Задача № 1

Иван живет на улице, дома на которой имеют номера с 1 по 24. Сколько раз при написании этих номеров используется цифра 2?

Решение: Выпишем номера, использующие цифру 2: 2, 12, 20, 21, 22, 23, 24. Видим, что цифра 2 используется 8 раз.

Ответ: 8.

Задача № 2

На доске в строчку написаны двадцать пятерок. Поставив между некоторыми из них знак «+», Вася обнаружил, что сумма равна 1000.

Сколько плюсов поставил Вася?

Решение: Понятно, что 5555 и более – слишком много. Если бы все слагаемые были по 55 и 5, то сумма была бы не больше, чем 550 – это слишком мало. Следовательно, должно быть ровно одно слагаемое 555. Остается 17 пятерок, которыми нужно набрать сумму 445, но $445 = 55 \cdot 8 + 5$. Всего 9 плюсов.

Ответ: 9.

Задача № 3

Может ли при перемножении двух двузначных чисел получиться четырехзначное число из одинаковых цифр?

Решение: Четырехзначное число из одинаковых цифр имеет вид

$$aaaa = a \cdot 11 \cdot 101.$$

Очевидно, что один из множителей данного числа будет 101 – трехзначное число, поэтому при перемножении двух двузначных чисел получиться четырехзначное число из одинаковых цифр не может.

Ответ: Не может.

Дроби

Задача № 1

У Тани и Димы денег поровну. Какую часть своих денег должна Таня отдать Диме, чтобы у него стало в два раза больше, чем у неё?

Решение: Пусть у Тани и Димы денег было по $3x$ рублей. Если Таня отдаст Диме x рублей, то у него станет $4x$ рублей, а у нее останется $2x$ рублей. Таким образом, у него станет в два раза больше, чем у нее.

Ответ: $1/3$.

Задача № 2

Когда велосипедист проехал 2/3 всего пути, лопнула шина. На остальной путь пешком он затратил вдвое больше времени, чем на велосипедную езду. Во сколько раз велосипедист ехал быстрее, чем шел?

Решение: Велосипедист прошел пешком 1/3 пути, т.е. в два раза меньше, чем проехал на велосипеде. Времени же затратил в два раза больше. Поэтому он ехал в 4 раза быстрее, чем шел.

Ответ: в 4 раза.

Выводы по главе 2

1. Проведенное исследование позволило определить основные направления и требования совершенствования методики подготовки учащихся 5-6 классов к математическим олимпиадам: систематическое проведение занятий математического кружка при активном привлечении учащихся к ним и доступности обучения решению нестандартных задач; регулярное проведение школьных математических олимпиад на основе мотивированного содержания и разнообразных форм организации; укрепления контактов учителей и учеников разных школ.
2. На основании определенных основных направлений и методических требований определено содержание занятий кружковых занятий математического кружка учащихся 5-6 классов, ориентированных на подготовку к олимпиадам. Определен возможный подход в обучении учащихся 5-6 классов решению нестандартных задач на основе опорных, аналогичных и развивающих задач. И в соответствии с этим, определены и разработаны условия отбора таких задач. На основе анализа существующей учебно-методической литературы и практики разработана система таких нестандартных задач. Особо рассматриваются рекомендации по развитию мотивации на занятиях кружка на основе использования исторического и занимательного материала, взаимосотрудничества учащихся.
3. Опытно-экспериментальная работа показала, что предложенные методические рекомендации способствуют развитию интереса к предмету, математических способностей и активности учащихся, повышают качество знаний и степень обученности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. На основе проведенного анализа состояния олимпиадного движения, а также теоретических и методических исследований по рассматриваемой проблеме выявлено, что в современных условиях олимпиады по математике, являясь одной из ключевых форм внеклассной работы, служат мощным фактором и резервом формирования у школьников познавательного интереса и способностей к математике. Анализ развития математических олимпиад позволил сделать вывод о том, что в нем произошли существенные изменения, которые требуют новых подходов к совершенствованию методики подготовки и проведения математических олимпиад, особенно для учащихся 5-6 классов.

2. Определены психолого-педагогические особенности развития познавательного интереса и способностей учащихся 5-6 классов при участии в математических олимпиадах и кружках. Исследования психологов и педагогов показали, что интерес к предмету и математические способности можно и нужно развивать как можно раньше. Некоторые компоненты математических способностей формируются уже в начальных классах. В работе показано, что интерес и способности к математике особенно активно развиваются при решении творческих, нестандартных задач. Исходя из особенностей развития познавательного интереса и математических способностей у учащихся 5-6 классов обоснована целесообразность выбора нестандартных задач на кружковых занятиях как основного звена в подготовке к олимпиадам.

3. Разработаны методические рекомендации в обучении решению нестандартных задач в 5-6 классах, наиболее полно развивающие интерес и способности учащихся. В основу ведения математического кружка положено обучение учащихся 5-6 классов поэтапному решению опорных, аналогичных и развивающих нестандартных задач. На основе анализа существующей учебно-методической литературы и практики разработана

система таких нестандартных задач. При этом содержание задач соответствует программам по математике в 5-6 классах, соблюдается преемственность между изучением математики в 5-6 классах. Описаны виды задач (опорная, аналогичная и развивающая задачи), приведены примеры и сформулированы условия отбора нестандартных задач. Определено содержание, структура математического кружка по подготовке к математическим олимпиадам, ориентированного на обучение нестандартным, олимпиадным задачам. Разработана доступная для школьников и учителей тематика кружковых занятий, а также методические подходы к обучению решению нестандартных задач в процессе подготовки к олимпиадам. Обоснована и показана важность использования в работе математического кружка исторического и занимательного материала.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Арифметика: 5 класс: Учебник для общеобразовательных учебных заведений / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. – Москва: Просвещение, 1999.
2. **Бабинская, И. Л.** Задачи математических олимпиад / И. Л. Бабинская. – Москва: Наука, 1975. – 340 с.
3. **Бабинская, И. Л.** Пособие по решению олимпиадных задач по математике / И. Л. Бабинская. – Москва: Московский рабочий, 1973. – 119 с.
4. **Баврин, И. И.** Занимательные задачи по математике / И. И. Баврин, Е. А. Фрибус. – Москва: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2003. – 208 с.
5. **Балаян, Э. Н.** Лучшие олимпиадные и занимательные задачи по математике: 5-6 классы / Э.Н. Балаян. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2019. – 247 с.
6. **Балк, Г. Д.** Некоторые вопросы внеурочных занятий по математике в современной средней школе: Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук / Г. Д. Балк. – Смоленск, 1970. – 298 с.
7. **Балк, М. Б.** Математика после уроков: Пособие для учителя / М. Б. Балк. – Москва: Просвещение, 1971. – 462 с.
8. **Богоявленская, Д. Б**. Психология творческих способностей: учебное пособие для студентов высших учебных заведений / Д. Б. Богоявленская. – Москва: Академия, 2002. – 320 с.
9. **Божович, А. И.** Развитие мотивов учения у советских школьников // Известия АПН РСФСР. Вып. 36. – Москва, 1951. – С. 236-241.

10. **Васильев, Н. Б.** Сборник подготовительных задач к олимпиаде юных математиков / Н. Б. Васильев, А. А. Егоров. – Москва: Учпедгиз, 1963. – 51 с.
11. **Виленкин, Н. Я.** За страницами учебника математики: пособие для учащихся 5-6 классов средней школы / Н. Я. Виленкин, И. Я. Депман. – Москва: Просвещение, 1989. – 287 с.
12. **Вирачев, Б. П.** Методические принципы организации и проведения физической олимпиады и подготовки к ней учащихся: Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата педагогических наук / Б. П. Вирачев. – Челябинск, 1998. – 23 с.
13. **Волкова, М. Г.** Развитие способностей у детей – основа жизненного успеха / М. Г. Волкова. – Москва: НИИВШ, 1989. – 119 с.
14. **Володкович, В. А.** Сборник логических задач / В. А. Володкович. – Москва: Дом педагогики, 1998.
15. **Выготский, Л. С.** Психология развития ребенка / Л. С. Выгодский. – Москва: Издательство Эксмо, 2003. – 512 с.
16. **Вышнепольский, В.И.** Методические основы подготовки и проведения олимпиад по графическим дисциплинам в высшей школе: Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук / В. И. Вышнепольский. – Москва, 2000. – 250 с.
17. **Гарднер, М.** Математические чудеса и тайны / М. Гарднер. – Москва: Наука, 1978. – 200 с.
18. **Гельфман, М. Б.** Внеклассная работа по математике / М. Б. Гельфман, В. С. Павлович. – Москва: Просвещение, 1984. – 160 с.
19. **Генкин, С. А.** Ленинградские математические кружки / С. А. Генкин, И. В. Итенберг, Д. В. Фомин. – Киров: АСА, 1994. – 200 с.
20. **Глейзер, Г. И.** История математики в школе, 4-5 классы / Г. И. Глейзер – Москва: Просвещение, 1981. - 180 с.

21. **Гнеденко, Б. В.** Математика и математическое образование в современном мире / Б. В. Гнеденко. – Москва: Просвещение, 1985. – 192 с.
22. **Гузеев, В. В.** Методы и организационные формы обучения / В. В. Гузеев. – Москва: Народное образование, 2001. – 128 с.
23. **Гусев, В. А.** Как помочь ученику полюбить математику? / В. А. Гусев. – Москва: Авангард, 1994. – 163 с.
24. **Давыдов, В. В.** О понятии развивающего обучения / В. В. Давыдов. – Томск: Пеленг, 1995. – 144 с.
25. **Дмитриев, И. Г.** Решение олимпиадных задач по математике / И. Г. Дмитриев, С. В. Попов, М. П. Федоров. – Якутск: ДНСМО МО РС (Я), 2000.
26. **Дорофеев, Г. В.** Пособие по математике для поступающих в вузы / Г. В. Дорофеев, М. К. Потапов, Н. Х. Розов. – Москва: Наука, 1970. – 640 с.
27. **Жохов, В. И.** Преподавание математики в 5 и 6 классах: Методические рекомендации для учителя / В. И. Жохов. – Москва: Мнемозина, 1999. – 154 с.
28. **Игнатьев, Е. И.** В царстве смекалки, или Арифметика для всех: Книга для семьи и школы. Опыт математической хрестоматии в 3 книгах / Е. И. Игнатьев. – Москва: Кн. изд-во, 1995. – 616 с.
29. **Истомина, Н. Б.** Преемственность при изучении чисел в начальной и основной школе / Н. Б. Истомина, Г. В. Воинтелева. – Москва: Московский психолого-социальный институт, 2003. – 144 с.
30. **Каганов, Э. Д.** 400 лучших задач с решениями по математике для 6-11 классов Э. Д. Каганов. – Москва: «ЮНВЕС», 2001.
31. **Канель-Белов, А. Я.** Как решают нестандартные задачи / А. Я. Канель-Белов, А. К. Ковальджи. – Москва: МЦНМО, 2001. – 96 с.

32. **Кордемский, Б. А.** Внеучебные задачи на смекалку как одна из форм развития математической инициативы подростков и взрослых: Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук / Б. А. Кордемский. – Москва, 1995. – 126 с.
33. **Крутецкий, В. А.** Вопросы психологии способностей / В. А. Крутецкий. – Москва: Педагогика, 1973. – 216 с.
34. **Крутецкий, В. А.** Психология математических способностей школьников / В. А. Крутецкий. – Москва: Издательство «Институт практической психологии», 1998. – 416 с.
35. **Кузнецова, Е. В.** Занимательные задачи как средство формирования творческой деятельности учащихся 5-6 классов в обучении математике: Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук / Е. В. Кузнецова. – Москва, 1997. – 228 с.
36. **Левитас, Г. Г.** Нестандартные задачи на уроках математики в третьем классе / Г. Г. Левитас. – Москва: Илекса, 2002. – 60 с.
37. **Левитас, Г. Г.** Теоретические основы разработки системы обучения по математике: Диссертация на соискание ученой степени доктора педагогических наук / Г. Г. Левитас. - Москва: 1991. – С. 6-9.
38. **Мардахаева, Е. Л.** Математический кружок в системе дополнительного математического образования учащихся 5-7-х классов основной школы: Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук / Е. Л. Мардахаева. – Москва, 2001. – 241 с.
39. **Маркова, А. К.** Формирование мотивации учения в школьном возрасте / А. К. Маркова. – Москва: Просвещение, 1983. – 96 с.
40. **Метельский, Н. В.** Психолого-педагогические основы дидактики математики / Н. В. Метельский – Минск: Вышэйшая школа, 1977. – 160 с.

41. **Морозова, Е. А.** Международные математические олимпиады / Е. А. Морозова, И. С. Петраков, В. А. Скворцов. – Москва: Просвещение, 1976. – 288 с.
42. **Морозова, Н. Г**. Учителю о познавательном интересе / Н. Г. Морозова. – Москва, 1979 – С. 9.
43. **Савенков, А. И.** Одаренные дети в детском саду и школе: Учеб. пособие для студентов высших педагогических учебных заведений / А. И. Савенков. – Москва: Издательский центр «Академия», 2000. – 232 с.
44. **Сафонова, В. Ю.** Внеурочная работа по математике в 4-5 классах как важная форма воспитания интереса учеников к предмету: Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук / В. Ю. Сафонова. – Москва, 1987. – 166 с.
45. **Фридман, Л. М.** Как научиться решать задачи / Л. М. Фридман, Е. Н. Турецкий. – Москва: Просвещение, 1984. – 175 с.
46. **Холодная, М. А.** Психология интеллекта: парадоксы исследования / М. А. Холодная. – Санкт-Петербург: Питер, 2002.
47. **Цукерман, Г. А.** Виды общения в обучении / Г. А. Цукерман. – Томск: Пеленг, 1993. – 268 с.
48. **Чистяков, В. Д.** Старинные задачи по элементарной математике / В. Д. Чистяков. – Минск: Вышэйшая школа, 1978. – 269 с.
49. **Щукина, Г. И.** Проблема познавательного интереса в педагогике / Г. И. Щукина. – Москва: Педагогика, 1971. – 352 с.
50. **Якиманская, И. С.** Как развивать учащихся на уроках математики: Учеб. – метод. пособие / И. С. Якиманская. – Москва, 1996. – 106 с.
51. **Якиманская, И. С.** Личностно ориентированное обучение в современной школе / И. С. Якиманская. – Москва: Педагогика-Пресс, 1996. – 285 с.