



МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ, ИНФОРМАТИКИ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

**Методические особенности обучения элементам
математического анализа учащихся профильной школы**



Выпускная квалификационная работа по направлению
44.03.01 Педагогическое образование (с одним профилем подготовки)

Направленность программы бакалавриата

«Математика»

Форма обучения заочная

Проверка на объем заимствований:
86,74 % авторского текста
Работа рекомендована к защите
« 2 » июль 2021 г.
и. о. зав. кафедрой математики и МОМ
Шумакова Е.О. Шумакова Е.О.

Выполнила:
Студентка группы ЗФ-513-087-5-1
Мулюкова Александра Андреевна 
Научный руководитель: доцент,
кандидат педагогических наук,
доцент кафедры МиМОМ
Эрентраут Елена Николаевна 

Челябинск
2021



МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ, ИНФОРМАТИКИ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

**Методические особенности обучения элементам
математического анализа учащихся профильной школы**

**Выпускная квалификационная работа по направлению
44.03.01 Педагогическое образование (с одним профилем подготовки)**

Направленность программы бакалавриата

«Математика»

Форма обучения заочная

Проверка на объем заимствований:
86,74 % авторского текста
Работа рекомендована к защите
«__» _____ 2021 г.
и. о. зав. кафедрой математики и МОМ
_____ Шумакова Е.О.

Выполнила:
Студентка группы ЗФ-513-087-5-1
Мулюкова Александра Андреевна
Научный руководитель: доцент,
кандидат педагогических наук,
доцент кафедры МиМОМ
Эрентраут Елена Николаевна

Челябинск
2021

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССАХ СТАРШЕЙ ШКОЛЫ	
1.1 Актуальность профильного обучения математике.....	6
1.2 Методика обучения математическому анализу в профильных классах.....	11
1.3 Математический анализ в заданиях ЕГЭ.....	20
1.4 Выводы по первой главе.....	29
ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА ПО ТЕМЕ «УВЛЕКАТЕЛЬНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»	
2.1 Цели организации элективных курсов по математике.....	31
2.2 Рабочая программа элективного курса для 10-11 классов профильной направленности «Увлекательный математический анализ».....	34
2.3 Методическая разработка занятия по теме «Применение производной к исследованию функций и построению их графиков».....	42
2.4 Выводы по второй главе.....	56
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	57
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	60
ПРИЛОЖЕНИЕ А Технологическая карта урока.....	65

ВВЕДЕНИЕ

Особенности современной системы образования, приводят к необходимости последней, предоставить ученику доступный по пониманию и глубине знаний материал, формируя у старшеклассника творческую составляющую по поиску альтернативных подходов по овладению новыми знаниями, с возможностью создания оптимальных условий отработки вычислительных и аналитических умений и навыков на уроках алгебры и начала анализа, при изучении теоретического и практического материала по основам математического анализа с учетом дифференцированного обучения.

Одним из актуальных направлений, по своей результативности, является профилизация старшей ступени общеобразовательной школы, при выявлении профессиональных интересов, склонностей, определения реальных возможностей в освоении той или иной профессии.

Данное обстоятельство привело к необходимости разработки усовершенствованной методики преподавания математики дифференцированному преподаванию школьного курса математики, в частности элементов математического анализа.

Проблемы дифференцированного обучения математике по профильному обучению рассматриваются в работах следующих авторов: Иванов С.И., Колягин Ю.М., Ткачева М.В., Федорова Н.Е., Мордкович А.Г., Потапов М.К., Шевкин А.Н. и др.

Анализ содержания работ, которые непосредственно посвящены вопросам преподавания школьного курса математического анализа, позволяет сделать вывод по поводу того, что по соответствующим темам данного курса рассматриваются вопросы, касающиеся методики изложения отдельных тем курса, с изложением опыта работы преподавателей. В научных статьях и работах, практически отсутствуют комплексные исследования по решению проблемы дифференциации

процесса обучения основам математического анализа с позиции систематизации и обобщения методической подготовки по факту поиски современных путей совершенствования подготовки в профильных классах, что и обуславливает актуальность выбранной темы работы.

Объект исследования — процесс обучения математике учащихся старшей школы профильной направленности.

Предмет исследования — содержание и методика изучения элементов математического анализа в профильных классах.

Проблема исследования — выявление эффективности применения методического обеспечения при обучении началам математического анализа в профильных классах.

Гипотеза: если при организации образовательного процесса при изучении тем элементов математического анализа в школьной программе использовать дополнительные возможности углубленного изучения материала за счёт проведения элективных курсов, то это значительно повысит эффективность процесса обучения и улучшит качество знаний учащихся.

Цель исследования — разработка элективного курса по элементам математического анализа в профильных классах для повышения качества знаний учащихся и успешной сдачи ЕГЭ.

Для решения поставленной проблемы и проверки выдвинутой гипотезы, ставятся следующие задачи исследования:

- определить содержательную, структурную и методическую составляющую элементов математического анализа, при освоении базового курса на уроках математики в старших классах профильной школы;

- анализ методического материала по началам математического анализа в заданиях ЕГЭ;

– разработать рабочую программу элективного курса по началам математического анализа для профильных классов старшей школы и частичное внедрение этого курса в программу.

Научная новизна исследования заключается в том, что в ходе исследования разработан элективный курс по повышению эффективности изучения начал математического анализа в профильных классах для успешной сдачи ЕГЭ.

Теоретическая значимость работы состоит в том, что в работе разработана рабочая программа внеурочной деятельности для учащихся профильных классов на примере изучения понятий начал анализа, которая, в свою очередь, будет способствовать установлению равного доступа к полноценному образованию, с учетом возможностей, склонностей и потребностей старшеклассников.

Практическая значимость исследования определяется тем, что разработанная программа, может быть использована учителем математики при обучении математике групп и классов учащихся с углубленным изучением математики.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССАХ СТАРШЕЙ ШКОЛЫ

1.1 Актуальность профильного обучения математике

Идея создания профильных школ не нова. Реальные гимназии, существовавшие в 19 веке в России, были прообразом будущих школ с профильными классами. Престижные спецшколы советского времени тоже были в определённой степени профильными. И за рубежом практика профильного обучения давно и успешно применяется во всех школах [40].

Российская школа накопила немалый опыт по дифференцированному обучению учащихся. Первая попытка осуществления дифференциации обучения в школе относится к 1864 году. Соответствующий указ предусматривал организацию семиклассных гимназий двух типов: классическая (её цель – подготовка в университет) и реальная (её цель – подготовка к практической деятельности и к поступлению в специализированные учебные заведения).

Новый импульс идея профильного обучения получила в процессе подготовки в 1915-16 годах реформы образования, осуществлявшейся под руководством Министра просвещения П.Н. Игнатьева. По предложенной им структуре 4-7 классы гимназии разделялись на три группы: новогуманитарную, гуманитарно-классическую и реальную.

В 1918 году состоялся первый Всероссийский съезд работников просвещения, и было разработано «Положение о единой трудовой школе», предусматривающее профилизацию содержания обучения на старшей ступени школы. В старших классах средней школы выделялись три направления: гуманитарное, естественно-математическое и техническое.

В 1934 году ЦК ВКП(б) и Совет Народных комиссаров СССР принимают постановление «О структуре начальной и средней школы в СССР», предусматривающее единый учебный план и единые учебные

программы школы. Но введение на всей территории СССР единой школы со временем «высветило» серьёзную проблему — отсутствие преемственности между единой средней школой и глубоко специализированными высшими учебными заведениями, что заставило учёных-педагогов в который раз обратиться к проблеме профильной дифференциации на старших ступенях обучения.

Академия педагогических наук в 1957 году выступила инициатором проведения эксперимента, в котором предполагалось провести дифференциацию по трём направлениям: физико-математическому и техническому, биолого-агрономическому, социально-экономическому и гуманитарному. С целью дальнейшего улучшения работы школы в 1966 году были введены две формы дифференциации содержания образования по интересам школьников: факультативные занятия в 8–10 классах и школы (классы) с углублённым изучением предметов, которые постоянно развивались и существуют вплоть до настоящего времени.

В конце 80-х – начале 90-х годов в стране появились новые виды образовательных учреждений: лицеи, колледжи, гимназии, ориентированные на углублённое обучение школьников по избираемым ими образовательным областям с целью дальнейшего обучения в вузе. Также многие годы успешно существовали и развивались специализированные художественные, спортивные, музыкальные, коррекционные и др. школы. Этому процессу способствовал закон 1992 года «Об образовании», закрепивший вариативность и многообразие типов и видов образовательных учреждений и образовательных программ.

Таким образом, направление развития профильного обучения в российской школе в основном соответствует мировым и отечественным тенденциям развития образования.

Общеобразовательные учреждения углублённого образования: лицеи, гимназии, спецшколы пока остаются малочисленными, они во многом малодоступны для большинства школьников. Недостаточность

широкой специализированной подготовки старшеклассников содействует сохранению таких явлений как массовое репетиторство, отток старшеклассников из школ на подготовительные отделения и курсы вузов и т.п. [41].

Профильное обучение имеет вековую историю, но и в настоящее время оно не потеряло своей актуальности, так как:

1. Профилизация обучения в старших классах соответствует структуре образовательных и жизненных установок большинства старшеклассников (социологические исследования показывают: больше 70% школьников отдадут предпочтение тому, чтобы знать основы главных предметов, а углублённо знать только те, которые выбираются, чтобы в них специализироваться).

2. К 15-16 годам у большинства учащихся складывается ориентация на сферу будущей профессиональной деятельности (социальный опрос: в 8 классах школьники точно знают, что они пойдут в ПТУ, техникумы, колледжи или будут поступать в ВУЗ, в 9 классе 70-75% школьников точно определились с выбором).

3. В высшей школе сформировалось устойчивое мнение о необходимости дополнительной специализированной подготовки старшеклассников для прохождения вступительных испытаний и дальнейшего образования в ВУЗе.

4. Большинство учеников считают, что существующее ныне общее образование не даёт возможностей для успешного обучения в ВУЗе и построения дальнейшей профессиональной карьеры (считают приемлемым меньше 12% учащихся старших классов — данные Всероссийского центра изучения общего мнения).

5. Анализ зарубежного опыта показывает, что общее образование на старшей ступени во всех развитых странах является профильным [42].

Таким образом, для того, чтобы учащиеся углублённо осваивали нужные им предметы, а так же успешно сдавали экзамены в ВУЗ и не

испытывали больших трудностей при обучении в нём, необходим переход на профильную школу, то есть профильное обучение в настоящее время носит актуальный характер.

В наше время одним из важнейших направлений модернизации системы образования в России остаётся переход к старшей профильной школе. Необходимость перехода старшей ступени на профильное обучение определена Правительством России в «Концепции модернизации российского образования на период до 2010 года» [41].

В соответствии с данной концепцией ставится задача создания системы специализированной подготовки (профильного обучения) в старших классах общеобразовательных школ, ориентированной на индивидуализацию обучения и социализацию обучающегося, в том числе с учётом реальных потребностей рынка труда, отработки гибкой системы профилей и кооперации старшей ступени школы с учреждениями начального, среднего и высшего профессионального образования.

Следует отметить различие между понятиями профильного обучения и профильной школы.

Профильная школа — институциональная форма реализации данной задачи.

Профильное обучение — средство дифференциации и индивидуализации обучения, позволяющее за счёт изменений в структуре, содержании и организации образовательного процесса более точно учитывать интересы, склонности, способности учащегося, создавать условия для обучения старшеклассников в соответствии с их профильными интересами и намерениями в отношении продолжения образования.

Профильное обучение направлено на реализацию личностно-ориентированного учебного процесса. При этом существенно расширяются возможности выстраивания учеником собственной,

индивидуальной образовательной траектории. Таким образом, переход к профильному обучению преследует следующие основные цели:

- обеспечить углублённое изучение отдельных дисциплин программы полного общего образования;

- создать условия для значительной дифференциации содержания обучения старшеклассников, с широкими и гибкими возможностями построения школьниками индивидуальных образовательных программ;

- способствовать установлению равного доступа к полноценному образованию разным категориям учащихся в соответствии с их индивидуальными склонностями и потребностями;

- расширить возможности социализации учащихся, обеспечить преемственность между общим и профессиональным образованием, в том числе более эффективно подготовить выпускников школы к освоению программ высшего профессионального образования.

Таким образом, можно сказать, что профильное обучение ставить своей главной целью достижение индивидуальных потребностей школьника. Учащиеся математических классов отличаются характером восприятия математической задачи (задачи в широком смысле слова). Способные к математике учащиеся, воспринимая задачу, сразу выделяют показатели, существенные для данного типа задач, величины, не существенные для данного типа задач, но существенные для данного конкретного варианта. То есть, для способных учащихся характерно формализованное восприятие математического материала, связанное с быстрым схватыванием в конкретной задаче, в математическом выражении их формальной структуры. Целями изучения математики в этом профиле являются овладение учащимися необходимым объёмом конкретных математических знаний и формирование в этом процессе интеллектуальной культуры личности.

1.2 Методика обучения математическому анализу в профильных классах

Переход в старших классах к профильному обучению является приоритетным направлением модернизации современной системы образования.

Применительно к преподаванию математики на смену разучиванию и отработке простейших типовых заданий приходит работа, основанная на понимании школьниками основных математических положений и на их применение в ситуациях, уровень сложности которых определяется соответствующим профилем в условиях дифференцированного обучения [32].

Главная цель введения элементов математического анализа в курс математики средней школы – создание возможности для расширения области приложений школьной математики [30].

Профильная дифференциация обучения математики ставит своей задачей:

– обеспечить необходимый общекультурный уровень математической подготовки старшеклассников;

– удовлетворить потребности профильной подготовки в развитии познавательных и математических видов деятельности учащихся, которые характерны для данного профиля;

– формировать средствами математики профессиональные склонности учащихся [3, с. 224].

При этом профильная дифференциация обучения математики предусматривает:

- а) создание условий для сознательного выбора учащимися профиля;
- б) преемственность с допрофильным обучением математике и обучением математике в обычных классах общеобразовательной школы;

в) достижение всеми учащимися базового уровня обучения математике;

г) разработку государственных стандартов по математике для разных профилей обучения;

д) реализацию прикладной направленности обучения математике, которая ориентирована на профиль обучения как одно из главных средств формирования профильных интересов средствами математики;

е) отличие содержания обучения математики в профильных классах и обычных классах;

ж) реализацию уровневой дифференциации, которая усиливает дифференциацию обучения математике на каждом профиле; з) разнообразие форм и видов классной и внеклассной работы;

и) углубленное изучение математики как один из видов профильного обучения [17, с. 67].

Оптимизирует работу учителю математики при решении соответствующих проблем учебно-методический комплект, состоящий из учебников «Алгебра и начала анализа. 10 и 11 классы» и методических рекомендаций к ним для учителя [27].

Учебный материал алгебры и начала анализа предусматривает существование возможности использования методических рекомендаций в различных профилях, а также в 10 и 11 классах общеобразовательной школы [24].

Такая универсальность обеспечивается доступностью изложения теоретического материала, отнесением ряда вопросов в необязательную часть для «нематематических» профилей и общеобразовательного курса, большим числом образцов решения типовых задач, дифференциацией системы упражнений, ее количественной и качественной избыточностью [11].

Наличие в учебниках системы материалов для самоконтроля, существенным компонентом которой является наличие в учебниках

ответов практически ко всем заданиям, советам и подробных решений к задачам повышенной трудности. Последнее, дает возможность учителю существенно сэкономить время подготовки к урокам [33, с. 35].

Сравнивая с традиционным общеобразовательным уровнем, соответствующие профили разбиваются на две группы:

– профили с повышенными уровнем сложности к математической подготовке;

– профили с пониженными требованиями к математической подготовке [6, с. 87].

В профилях с повышенными требованиями к математической подготовке школьников на изучение математики отводится 6 уроков в неделю, из которых на 4-х уроках изучается алгебра и начала анализа. За год получается 136 часов, а на весь двухгодичный курс алгебры и начал анализа приходится 272 часа [12].

В профилях с пониженными требованиями к математической подготовке на изучение математики отводится 4 урока в неделю, из которых на алгебру и начала анализа приходится 2,5 часа (например, в первую неделю 3 урока алгебры и 1 урок геометрии, а в следующую неделю по 2 урока алгебры и геометрии). Таким образом, на изучение алгебры и начал анализа в данных профилях отводится 85 часов в год, а на весь двухгодичный курс – 170 часов [12].

В большинстве общеобразовательных классов в настоящее время на математику отводится 5 уроков в неделю, из которых 3 урока выделяется на изучение алгебры и начал анализа. Данное обстоятельство усложняет переход общеобразовательного обучения к профильному обучению [2, с. 12].

Поскольку значительная часть школ в ближайшие годы не имеет возможности, полностью перейти на профильное обучение, при составлении подробных методических рекомендаций авторы взяли за

основу 204-х часовой курс алгебры и начал анализа (204 часа за два года, 102 часа в год, 3 часа в неделю) [22].

В соответствующих методических рекомендациях приводятся планы-конспекты уроков, сценарии зачетов, задания для самостоятельных и контрольных работ, а также математические диктанты и тесты. что в свою очередь обусловлено особенностями изучения элементов математического анализа в профильных классах [29].

В случае возникновения необходимости предоставление учителем более углубленных знаний учащимся, в учебниках имеется дополнительный теоретический материал, а в системе упражнений много задач повышенной трудности [9].

Данный материал в профилях с повышенными требованиями к математической подготовке изучается всеми школьниками, а в профилях с пониженными требованиями, данный учебный блок по изучению опускается. В общеобразовательных классах материал адресован, в первую очередь, сильным ученикам [4, с. 22].

В случае возникновения необходимости рассмотрения дополнительного материала по элементам математического анализа, в методическом аспекте в планировании предусмотрен резерв времени. Резерв времени предполагается использовать и для подготовки к экзамену, что может потребовать повторения некоторых вопросов из курса алгебры и начала анализа.

Переход к профильному обучению в старших классах при изучении элементов математического анализа, обусловлен особенностями изучения материала [26].

Если выбран профиль с пониженной математической подготовкой, то в начале недели весь класс изучает материал на профильном уровне, а в конце недели общеобразовательная часть класса посещает дополнительный урок математики, где рассматриваются более сложные задания по той же теме [15].

Если же часть учеников захочет заниматься в профиле, с повышенными требованиями к математической подготовке при изучении элементов математического анализа, то первые четыре занятия проводятся для всего класса по общеобразовательной программе, а в конце недели профильная часть класса «добирает» часы математики до соответствующего профильного уровня [4, с. 24].

Домашние контрольные работы, приведенные в учебниках для профильных классов с повышенным уровнем сложности, составлены из заданий трех уровней, расположенных по нарастанию трудности, что соответствует структуре заданий ЕГЭ.

Ученикам, обучающимся в профильных классах с пониженным уровнем подготовки алгебры и начала анализа, рекомендуется ограничиться первыми двумя уровнями сложности заданий [8].

В процессе изучения базового уровня школьники, с повышенными требованиями к математической подготовке, получают дополнительные домашние задания из необязательной для их непрофильных товарищей части учебника [7, с. 44].

Доступность изложения теоретического материала, наличие в учебнике советов по решению задач повышенной трудности, а также и самих решений делают для них такие домашние задания посильными. В то же время предварительное домашнее знакомство с дополнительным материалом позволяет организовать профильные уроки в форме семинаров, на которых ученики под руководством учителя рассматривают вопросы, вызвавшие у них затруднения.

По аналогичной схеме организуется изучение математики, в частности изучения элементов математического анализа и в общеобразовательных школах, когда нет возможности открыть чисто профильные классы. Дополнительные уроки при этом можно оформить как факультатив или групповые консультации [5, с. 227].

Методология изучения элементов математического анализа в старших классах профильного направления общеобразовательной школы основана на следующих учебных блоках:

- дифференциальное исчисление;
- производная функции;
- исследование функции [14].

В учебниках разных авторов существуют различные подходы к введению основных понятий дифференциального исчисления и разный уровень строгости определений.

Представление элементов дифференциального исчисления в учебниках для профильных классов с углубленным изучением математики представлено учебниками «Алгебра и начала анализа» авторских коллективов под руководством Никольского С.М. [21] и Мордковича А.Г. [19, 20], анализ подачи материала по указанной теме в этих учебниках приводится в Таблице 1.2.1.

Таблица 1.2.1 — Представление элементов дифференциального исчисления в школьных учебниках математики профильного уровня [28]

Темы	Учебник «Алгебра и начала математического анализа»	
	Мордкович А. Г. (2015 г.)	Никольский с. М. (2009 г.)
Понятие и определение производной, геометрический и физический смысл производной	Учебный материал основан на формулировке математической модели – по связи производной и ее смысловой характеристикой с практической точки зрения. при решении геометрических и физических задач. Вводится понятие дифференцируемой функции в точке и процесса дифференциации как операции нахождения производной.	Вводится понятие приращение функции. Через понятие предела вводится определение дифференцируемой функции в точке. Доказательная часть материала основана на аналогиях, с прорешиванием примеров. Дается понятие касательной к кривой в точке. Выводится алгоритм вывода уравнения касательной.

Продолжение таблицы 1.2.1

<p>Вычисление производной. Правила дифференцирования. Производные элементарных функций.</p>	<p>Вводятся основные формулы дифференцирования, через понятие производной и вводятся правила дифференцирования. Вводится понятие второй и третьей производной и производной высшего порядка. Даются выводы по связи второй производной с физическими понятиями – ускорением – механический смысл второй производной.</p>	<p>Определяется вторая производная. через ускорение. Дается определение производной высшего порядка. Полностью информационно предоставляется для изучения доказательный блок основных теорем.</p>
<p>Исследование функций. Возрастание и убывание функций. Экстремумы функций. Определение наименьшего и наибольшего значения функции. Схема исследования функций.</p>	<p>Поэтапно описывается алгоритм исследования функции. строится график. Для каждого этапа исследования функции предлагается схема его проведения. Практическая часть данного учебного блока подробно рассматривается на примерах, с элементами варьирования основных этапов исследования функций с учетом общей оптимизации решения задания.</p>	<p>В рамках исследования функции на рассмотрение даются теоремы с доказательным блоком. Дается формулировка теоремы Лагранжа с основными следствиями из нее. Применение производной осуществляется при исследовании графиков функций на выпуклость и отыскание точек перегиба. для доказательства неравенств. Четкого алгоритма исследования функций нет.</p>
<p>Приложения производной. Применение производной в физике.</p>	<p>По данной теме для учащихся для решения предложен комплекс задач.</p>	<p>По данной теме решаются ряд прикладных задач.</p>

В учебнике Никольского С.М. изучение темы «Производная» вводится в первом полугодии 11 класса, поэтому производная обобщает и систематизирует свойства различных функций – тригонометрических, логарифмических, степенных и других [21].

Мордкович А.Г. вводит тему «Производная» во втором полугодии 10 класса. Все учебники соответствуют требованиям ФГОС СОО. Основные принципы изучения темы «Производная» в этих учебниках практически

схожи, но различия все равно существуют и по большей степени в изучении приложения производной. В учебниках Ш.А. Алимова [1].

А.Н. Колмогорова и М.И. Башмакова для общеобразовательных учреждений понятие производной дается либо без понятия предела, либо с этим понятием, но без его строгого определения [13], [3].

В общеобразовательных учебниках не изучаются производные обратных тригонометрических функций, а также многие приложения. То есть на базовом уровне обучающиеся, только знакомятся с понятием производной.

В учебниках А.Г. Мордковича и С.М. Никольского для классов с углубленным изучением математики понятие производной дается через понятие предела с предварительным и подробным его изучением [19, 20], [21].

Подробно рассматриваются различные приложения производной, что дает больше возможностей для формирования профессиональных компетенций.

Изложение темы «Производная» в учебниках для профильного обучения представлено на наглядно-интуитивном, рабочем и формально-логическом уровне, предложены разноуровневые задания [16].

Мордкович А.Г постепенно подводит учащегося к понятию производной, как инструмента исследования реальных процессов. Большинство проводимых рассуждений являются правдоподобными рассуждениями, и в определении не столь строги, что позволяет обучающимся быстрее усвоить элементы дифференциального исчисления. Приоритет отдается функционально-графической интерпретации [19, 20].

В учебнике Никольского С.М. терминология имеет строгую формулировку, строгую доказательную структуру. Этот учебник максимально приближен к первым разделам вузовского курса математического анализа [21].

В учебнике А.Г. Мордковича вторая производная не используется для нахождения промежутков выпуклости функции, при этом не формулируется теорема Лагранжа, но при этом производная применяется для доказательства тождеств и неравенств с помощью исследования функции на монотонность [19, 20].

В учебнике С.М. Никольского формулируются теоремы Ролля и Лагранжа для нахождения промежутков выпуклости функции, рассматриваются с позиции рассмотрения особенностей экстремума функции с единственной критической точкой, а также дается вывод формулы и ряда Тейлора, что, в свою очередь, позволяет педагогу использовать этот учебник для углубленной подготовки обучающихся к изучению математического анализа [21].

Важно обратить внимание на тот факт, что обе системы построения учебных курсов по углубленному изучению элементов математического анализа в профильных классах обладают рядом определенных недостатков [25, с.10]:

- теоретический материал по введению понятий математического анализа предложен на сложном научном языке, который для учащегося в понимании часто недоступен;
- предложенные задания даже не помогают формировать целостную картину мира, с практической точки ее рассмотрения;
- учебники по математике для 10-11 классов по изучению элементов математического анализа с методологической точки зрения не связаны с учебным блоком элементарной математики;
- современные учебники для старшей школы не соответствуют принципу наглядности. Иллюстративный материал дается только в виде графиков, отсутствуют диаграммы, рисунки, иллюстрации.
- в учебниках недостаточно фактологического материала, примеров из жизни, статистики.

1.2. Математический анализ в заданиях ЕГЭ

ЕГЭ по математике направлен на контроль сформированности математических компетенций, предусмотренных требованиями Федерального государственного стандарта среднего образования. С 2015 года ЕГЭ по математике проводится на двух уровнях: базовом и профильном [38].

С 2018 года структура экзамена профильного уровня сохранилась. Анализ спецификации и кодификаторов дает представление о структуре и уровне сложности заданий ЕГЭ по математике профильного уровня.

Каждый вариант данного экзамена содержит 12 заданий с кратким ответом и 7 заданий с развернутым ответом. Задания предназначены для проверки предметных знаний и умений по основным разделам курса математики, в частности алгебра и начала математического анализа.

Проверка логических навыков включена в большинство заданий, особенно проявляется в требованиях к решению заданий с развернутым ответом [37].

По математическому анализу рассматриваются основные вопросы элементов дифференциального исчисления, вынесенные в кодификатор элементов содержания при проведении ЕГЭ по математике профильного уровня, куда включены две темы (Таблица 1.2.2).

Таблица 1.2.2 – Элементы содержания темы «Элементы дифференциального исчисления» в ЕГЭ по математике профильного уровня [36]

Тема	Содержание темы
Производная	<ol style="list-style-type: none">1. Понятие производной и ее геометрический смысл.2. Физический смысл производной. Расчет скорости для процесса, по заданной формуле или графика.3. Уравнение касательной к графику функции.4. Производные суммы, разности, частного и произведения.5. Производные элементарных функций.6. Вторая производная и ее физический смысл.

Продолжение таблицы 1.2.2

Исследование функции	7. Решение задач на наибольшее и наименьшее значение. 8. Применение производной к исследованию функций и построению функций. 9. Примеры использования производной в прикладных задачах.
----------------------	---

Вопросы по началам математического анализа формулируются в заданиях с кратким ответом 7 и 12. В этих заданиях проверяются, прежде всего, усвоение понятий производной и первообразной, знания формул производных элементарных функций и правил дифференцирования, а также умение их применять.

В задании 7 представлены вопросы о геометрическом и физическом смысле производной, предлагается решение прикладных задач.

В задании 12 — вопросы о нахождении точек экстремума и наименьших или наибольших значений функций на промежутке.

Задание 7 предусматривает задачи трех типов:

1 тип — задачи на нахождение скорости материальной точки в определенный момент времени.

Пример. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 - 13t + 23$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 3.

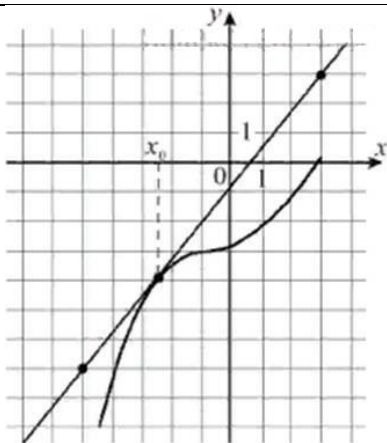
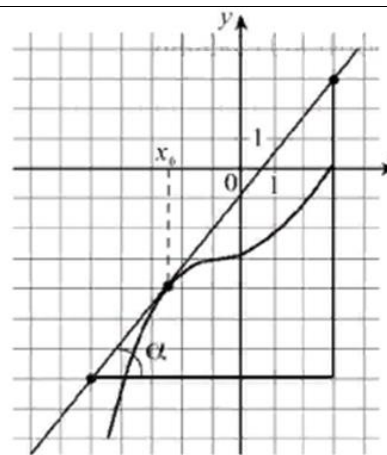
Метод решения подобных задач основан на физическом смысле производной, определения скорости движения в заданный момент времени.

2 тип — задачи, основанные на геометрическом смысле производной и на умении определять точки экстремумов. Здесь учащимся предлагается рассмотреть график функции и касательной к нему на клетчатой бумаге.

Дополнительным заданием может стать практическое задание на определение касательной с применением графика функции. Для решения задачи вычисляется угловой коэффициент касательной, с определением тангенса угла, между касательной и положительным направлением оси абсцисс [18, с. 221].

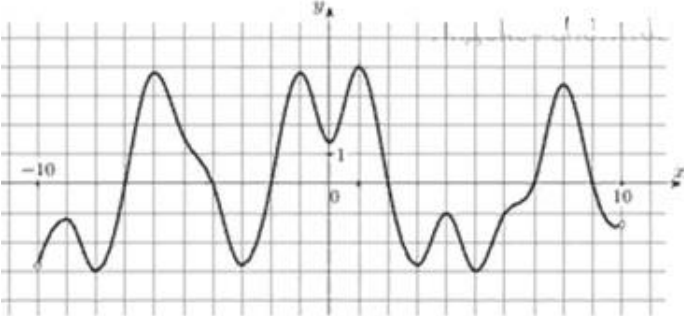
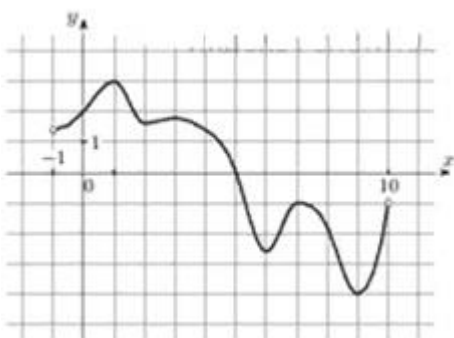
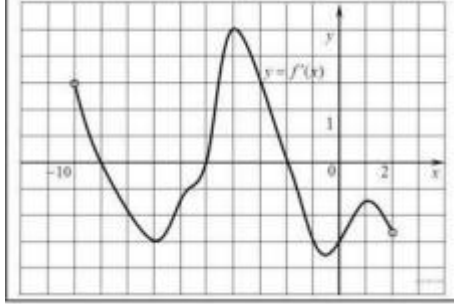
Образец задания 7 ЕГЭ по математическому анализу в классах профильного уровня представлен в Таблице 1.2.3.

Таблица 1.2.3 — Образец задания 7 ЕГЭ (тип 2) по математическому анализу в классах профильного уровня [23, 39].

Задание	
<p>На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найти значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0.</p>	
Решение	
<p>Пусть угол, который образует касательная с положительным направлением оси, равен α, а угловой коэффициент касательной равен k, $k = \operatorname{tg}\alpha$.</p> <p>Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, проведенной в данной точке $y' = \operatorname{tg}\alpha = \frac{10}{8} = 1,25$.</p>	

3 тип — задания, основан на использовании бумаги в клетку с выстроенным графиком функции или графиком производной функции представлен в Таблице 1.2.4.

Таблица 1.2.4 - Примеры задания 7 ЕГЭ (тип 3) по математическому анализу в классах профильного уровня [39]

Задание	
<p>На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ – производной функции, определенной на интервале $(-10; 10)$.</p> <p>Найти количество точек максимума функции, принадлежащим отрезку.</p>	
<p>На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ – производной функции, определенной на интервале $(-1; 10)$.</p> <p>В какой точке отрезка $[1; 5]$. функции $y = f'(x)$ принимает наименьшее значение.</p>	
<p>На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-10; 2)$. Найти точки, в которых касательная к графику функции, параллельно прямой $y = -2x - 11$ или совпадает с ней.</p>	

Задания 12 – задания, где проводится исследование графика функции на характер монотонности функции, нахождение промежутков возрастания или убывания, определения точек экстремумов, с тремя уровнями сложности.

Данные задания имеют три уровня сложности:

1. Примеры первого уровня сложности:

1.1. Найдите наибольшее значение функции $y = -x^3 + x^2 + x + 2$ на отрезке $[0; 2]$.

1.2. Найдите наименьшее значение функции

$$y = 2x^3 - 15x^2 + 24x - 2$$

на отрезке $[0; 5]$.

1.3. Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x + 1) - x + 3$ на отрезке $[-0,5; 3]$.

2. Примеры второго уровня сложности:

2.1. Найдите наибольшее значение функции

$$y = \frac{1}{\pi} \sin \pi x - \frac{x}{2} + 3 + \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2\pi}$$

на отрезке $[0; 1]$.

2.2. Найдите наименьшее значение функции

$$y = \operatorname{tg} x - x + 3$$

на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

2.3. Найдите наименьшее значение функции

$$y = e^x(3x^2 - 2x + 2)$$

на отрезке $[-1; 3]$.

3. Примеры третьего уровня сложности:

3.1. Найдите наибольшее значение функции $y = 6\sqrt[3]{x^2} - 2x + 2$ на отрезке $[0; 12]$.

3.2. Найдите наибольшее значение функции $y = (x + 1)^2(x + 4)$ на отрезке $[-5; -1]$ [36].

В 2020 г. ЕГЭ по математике проводился только по профильному уровню. Поэтому экзамен был выбран теми обучающимися, для которых математика является одним из вступительных требований для поступления в высшее учебное заведение.

По итогам ЕГЭ по математике профильного уровня за 2019-2020 гг. участников основного периода экзамена в 2020 году — 362 600 человек.

Средний балл 2020 года — 54,2. Динамика данного показателя представлена на рисунке 1.2.1.

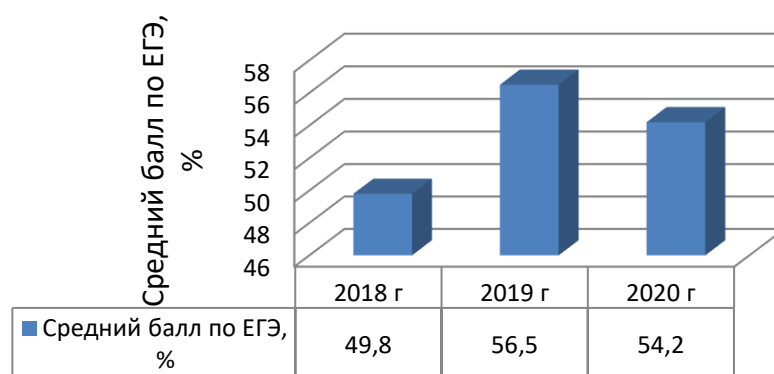


Рисунок 1.2.1 – Средний балл ЕГЭ по математике профильного уровня за 2019-2020 гг., %¹

Приведем статистику выбора профильного экзамена по математике Челябинской области за 2018-2020 гг. В 2018 году в ЕГЭ по математике профильного уровня приняли участие 72% выпускников из общего числа, в 2019 – 70% из общего числа выпускников, в 2020 году соответственно — 67%.

Самыми проблемными для выпускников при сдаче математики профильного уровня по заданиям явились типовые задания по математическому анализу (Таблица 1.2.5).

Таблица 1.2.5 — Результаты ЕГЭ по математике профильного уровня по заданиям 7 и 12 за 2020 г. %²

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения	% выполнения, больше минимум	Процент выполнения в группе от минимального до 60 б.	Процент выполнения от 61 до 80 т.б.	Процент выполнения от 81 до 100 т.б.

¹ График составлен автором работы

² Анализ проведен автором работы

Продолжение таблицы 1.2.5

7	Уметь выполнять действия с функциями	Задание с кратким ответом	60,3	10,6	45,2	88,0	98,8
12	Уметь выполнять действия с функциями	Задание с развернутым ответом	46,3	2,6	28,2	75,3	94,6

Основные УМК по предмету математика профильная с использованием учебного материала по математическому анализу, которые использовались выпускниками в Челябинской области, в 2019-2020 гг., представлены в Таблице 1.2.6.

Таблица 1.2.6. — Основные УМК по предмету математика профильная с использованием материала по математическому анализу, %

Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И. Математика: алгебра и начала математического анализа.	1,17
Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Ткачёва М.В. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень и углубленный уровни), 10-11 класс	5,45
Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. (базовый и углубленный уровни) 10-11 класс	35,12
Виленкин Н.Я., Ивашев-Мусатов О.С., Шварцбурд С.И. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (углубленный уровень) 10 класс; 11 класс	1,09
Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа.	2,34
Колягин Ю.М., Ткачёва М.В., Фёдорова Н.Е. и др. / Под ред. Жижченко А.Б. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни) 10 класс; 11 класс	2,65

Продолжение таблицы 1.2.6

Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень), 10-11 класс	23,60
Мордкович А.Г., Семенов П.В. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни), 10 класс; 11 класс	17,99
Муравин Г.К., Муравина О.В. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (углубленный уровень), 10 класс; 11 класс	0,70%
Муравин Г.К., Муравина О.В. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень) 10 класс; 11 класс	1,17
Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни) 10 класс; 11 класс	3,27
Погорелов А.В. Математика: алгебра и начала математического анализа,.	3,35
Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. Математика: алгебра и начала математического анализа 10 класс; 11 класс	0,16
Смирнова И.М. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни) 10 класс; 11 класс	0,55
Шарыгин И.Ф. Математика: алгебра и начала математического анализа. (базовый уровень) 10-11 класс	0,08
Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Полонский В.Б., Якир М.С., под ред. Подольского В.Е. Математика (базовый и углубленный уровень) 10 кл. ВЕНТАНА - ГРАФ	0,62
Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Полонский В.Б., Якир М.С., под ред. Подольского В.Е. Математика: алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровень) ВЕНТАНА - ГРАФ	0,47
Бутузов В.Ф. Прасолов В.В. Математика: алгебра и начала математического анализа.. 10-11 классы: базовый и углубленный уровни.	0,24

По заданию 7 на использование геометрического смысла производной продолжает вызывать затруднение при решении – его выполнили 60,3% участников (в 2019 году – 52,4%,).

Статистика показывает большой разброс в решаемости этого задания по в различных школах Челябинской области. минимальный порог по решению задания 7 преодолели – 10,6%, процент по правильности решения задания 7 до 60 баллов составил 45,2%, соответственно от 62 до 80 баллов – 88,0%.

Статистика степени выполнения задания 7 выпускниками Челябинской области за 2019-2020 гг. представлена на рисунке 1.2.2.

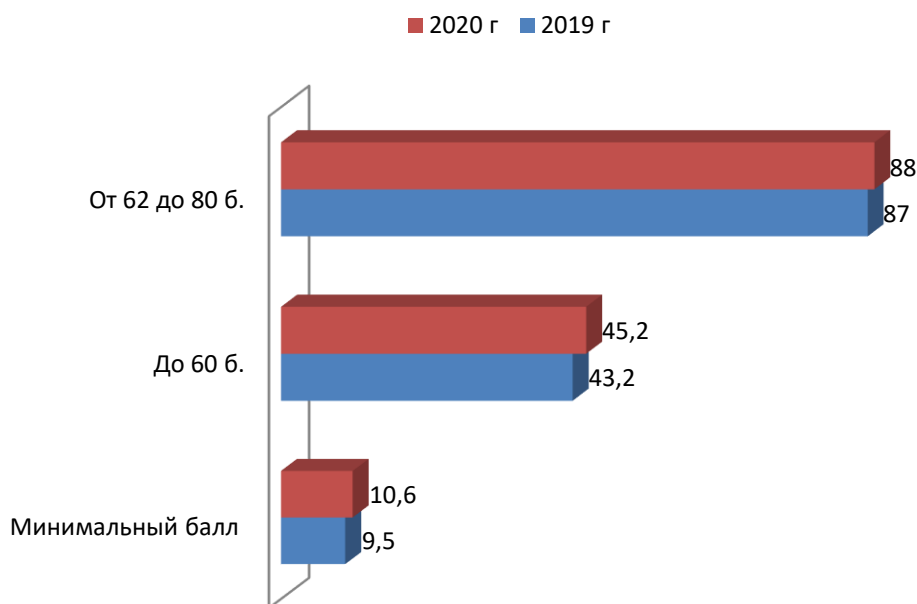


Рисунок 1.2.2 – Статистика степени выполнения задания 7 выпускниками Челябинской области за 2019 – 2020 гг., %³

Результаты выполнения выпускниками Челябинской области задания 12 ЕГЭ в 2020 г. на исследование функций: нахождение точек экстремума, экстремумов, наибольших и наименьших значений функций, показали отрицательную динамику по сравнению с 2019 годом, в 2020 годом с заданием справились 46,3% участников (в 2019 году – 63,82%).

Статистика показывает большой разброс в результатах участников с разным уровнем подготовки:

- в группе, где меньше баллов минимального порога, — 2,6%;

³ График составлен автором работы

- в группе от минимального порога до 60 баллов — 28,2%;
- в группе от 62 до 80 баллов — 75,3%;
- в группе выпускников, выполнивших экзаменационную работу на 81-100 баллов, решаемость данного задания составила — 94,6%.

1.4 Выводы по первой главе

Переход к профильному обучению ставит учителя перед необходимостью пересмотра привычных стереотипов работы со школьниками. На первом плане здесь оказываются методические проблемы, связанные в первую очередь с организацией продуктивной деятельности учащихся.

Профильная дифференциация обучения математики предусматривает: создание условий для сознательного выбора учащимися профиля, реализацию прикладной направленности обучения математике, реализацию уровневой дифференциации, углубленное изучение математики как один из видов профильного обучения.

Методология изучения элементов математического анализа в старших классах профильного направления общеобразовательной школы основана на следующих учебных блоках: дифференциальное исчисление, производная функции, исследование функции.

ЕГЭ по математике направлен на контроль сформированности математических компетенций, предусмотренных требованиями Федерального государственного стандарта среднего образования.

Самыми проблемными для выпускников при сдаче математики профильного уровня по заданиям явились типовые задания по математическому анализу 7 и 12.

Статистика показывает большой разброс в результатах участников с разным уровнем подготовки, что говорит о проблемных моментах

процесса обучения математики профильного уровня при изучении тем, связанных с элементами математического анализа.

Неоспорима разница в уровне знаний между учащимися классов с профилем повышенного уровня сложности к математической подготовке и учащимися классов с пониженным уровнем сложности к математической подготовке.

В связи с этим, становится понятна необходимость введения в программу учащихся с пониженным уровнем сложности к математической подготовке элективных курсов по началам математического анализа. Предполагается, что дополнительные часы, выделенные для углубления школьниками знаний по темам математического анализа, помогут им заполнить пробелы и успешно сдать ЕГЭ.

ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА ПО ТЕМЕ «УВЛЕКАТЕЛЬНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

2.1 Цели организации элективных курсов по математике

Принципиальным положением организации школьного математического образования в настоящее время является дифференциация обучения математике – уровневая дифференциация и профильная дифференциация в старших классах средней школы.

Программа по математике для средней общеобразовательной школы, работающей по базисному учебному плану, предполагает формирование у школьников представлений о математике как части общечеловеческой культуры, как определённом методе познания мира. Но на данный момент содержание школьного курса математики не соответствует требованиям, возникшим в современных условиях. Объём знаний, необходимый человеку, резко возрастает, в то время как количество отводимых часов для занятий сокращается. Математика как школьная дисциплина оставляет учащихся на рубеже прошлых веков и чрезвычайно мало знакомит с современными научными достижениями.

Одним из средств реализации требований программы и разрешения имеющихся проблем является переход школы на профильное обучение и введение элективных курсов по математике.

Элективные курсы — обязательные для посещения курсы по выбору для старшеклассников, которые реализуются за счет школьного компонента.

Элективные курсы играют важную роль в системе профильного обучения на старшей ступени школы.

В соответствии с одобренной Минобразованием России «Концепцией профильного обучения на старшей ступени общего образования» дифференциация содержания обучения в старших классах

осуществляется на основе различных сочетаний курсов трёх типов: базовых, профильных, элективных [41].

Элективные же курсы связаны, прежде всего, с удовлетворением индивидуальных образовательных интересов, потребностей и склонностей каждого школьника. Именно они по существу и являются важнейшим средством построения индивидуальных образовательных программ, так как в наибольшей степени связаны с выбором каждым школьником содержания образования в зависимости от его интересов, способностей, последующих жизненных планов.

Элективные курсы «компенсируют» во многом достаточно ограниченные возможности базовых и профильных курсов в удовлетворении разнообразных образовательных потребностей старшеклассников. Эта роль элективных курсов в системе профильного обучения определяет широкий спектр их функций и задач.

При этом предполагается, что элективные курсы должны способствовать внутрипрофильной специализации обучения, а так же для разработки учащимися собственного образовательного профильного маршрута, так как одной из основных задач, стоящих перед системой образования, является переориентация на подготовку человека, самостоятельно выбирающего индивидуальную траекторию развития в соответствии со своими способностями и возможностями, ответственного принимающего решения и эффективно действующего в современно меняющемся мире. Самостоятельность как ответственное, инициативное, независимое поведение – это основной вектор взросления молодых людей.

Элективные курсы должны быть содержательно и деятельно связаны с конкретным профилем, моделируя характерные для него учебные ситуации и проблемы.

Элективные курсы — обязательные для посещения курсы по выбору для старшеклассников, которые реализуются за счет школьного компонента и имеют следующие цели:

– развитие содержания базового курса математики, изучение которого в данной школе осуществляется на минимальном общеобразовательном уровне, что позволяет поддерживать на профильном уровне или получать дополнительную подготовку для сдачи ЕГЭ по математике;

– дополнение содержания профильного курса математики, выступают его надстройкой, что позволяет профильному курсу быть в полной мере углублённым;

– удовлетворение разнообразных познавательных интересов школьников, выходящих за рамки выбранного ими профиля, в различных сферах человеческой деятельности;

– развитие математического мышления, воспитание мировоззрения и ряда личностных качеств средствами углублённого изучения математики [41].

Элективные курсы играют большую роль в совершенствовании школьного образования. Они позволяют производить поиск и экспериментальную проверку нового содержания, новых методов обучения, а также варьировать объём и сложность изучаемого материала.

Значит, элективные курсы позволяют поддержать изучение математики как профильного предмета на заданном профильном уровне или служат для внутрiproфильной специализации обучения и построения индивидуальных образовательных траекторий школьников.

Предлагается разработка программы внеурочной деятельности по теме «Увлекательный математический анализ». Основой рабочей программы является компетентностно-ориентированный подход, целью которого является получение конкретного результата обучения — способности учащегося самостоятельно действовать в различных ситуациях.

При проведении занятий должно учитываться, что в 10-11 классах наряду с предметными, важны личностные и метапредметные результаты.

Предлагаемый проект рабочей программы должен помочь школьникам профильного уровня расширить и закрепить знания по теме «элементы математического анализа», отработать навыки решения задач и успешно сдать ЕГЭ по профильной математике.

Учителю данный проект может помочь в разработке целей изучения конкретных тем с учётом прогнозируемых результатов, активнее использовать проблемно-исследовательские формы и методы знаний, конструировать технологическую карту определенного занятия.

2.2 Рабочая программа элективного курса для 10-11 классов профильной направленности «Увлекательный математический анализ»

Программа: тематическая, профильная.

Направленность: общеинтеллектуальное.

Класс: 10, 11.

Срок реализации: 2 года.

Количество часов в год согласно учебному плану: 17.

Количество часов: 1 час раз в две недели.

Этапы реализации программы привязаны к годам обучения. Таким образом, можно выделить два этапа: 1 этап — 10 класс, 2 этап — 11 класс. Каждый этап рассчитан на 17 часов, вся программа на 34 часа.

Пояснительная записка

Рабочая программа по курсу внеурочной деятельности «Увлекательный математический анализ» для 10-11-х классов составлена на основе:

- Мордкович А.Г., Смирнова И.И., Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. 10-11 класс. Методическое пособие для учителя. – Москва: Мнемозина, 2015;

- Мордкович А.Г., Денищева Л.О., Корешкова Т.А., Алгебра и начала анализа. 10 – 11 классы. Учебник и задачник. Профильный уровень в 2-х частях. – Москва: Мнемозина, 2014;

- Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В., Алгебра и начала анализа: Учебник для 11 класса общеобразовательных учреждений. – Москва: Просвещение, 2002. – 44;

- Потапов М.К., Шевкин А.Н. Алгебра и начала анализа: дидактические материалы для 11 класса: базовый и профильный уровни. – Москва: Просвещение, 2007.

Программа составлена с учетом возрастных и психологических особенностей школьников. Основная форма внеклассной работы — проблемно-исследовательская деятельность, т.е. составление опорного конспекта, обобщающего изученный на занятии материал или способы решения задач.

В ходе занятий предполагается групповая, парная и индивидуальная работа. При этом необходимо учитывать уровень подготовки каждого отдельного школьника. Для каждой темы должны быть подготовлены задания разных уровней, так же предполагается помощь более сильных учеников более слабым.

Повторение и закрепление изученного материала может быть представлено в игровой форме и других познавательных видах деятельности, в виде конкурсов, блиц-опросов, математических боев и т.д.

Занятия проводятся по одному часу в неделю.

Общая характеристика программы

Актуальность данной программы заключается в необходимости решения проблемы повышения уровня качества знаний, умений и навыков с заданиями, которые требуют решения при помощи элементов математического анализа в разных науках (физике, химии, биологии, экономике и других).

Одним учащимся программа дает возможность вернуться к любой теме, для ликвидации пробелов в знаниях. Другим же она позволяет углубить знания по определенным темам. На занятиях любой учащийся может выявить и реализовать свой потенциал, получить более глубокие и прочные знания по предмету для успешной сдачи ЕГЭ не только по математике, но и по другим предметам.

Внедрение данной программы должно помочь увеличить мотивацию к изучению предмета «Математика», а так же повысить эффективность образовательного процесса в целом.

В результате реализации программы школьники должны приобщиться к математической культуре, а профориентационная направленность поможет им определиться с будущей профессией.

Проблемно-исследовательский подход должен научить школьников использовать информационные технологии и современные технические средства, для поиска, анализа, обработки и структуризации информации.

Обобщая всё вышесказанное, данная программа ставит своей целью воспитание способности учащихся к саморазвитию путем активного приобретения навыков учебной работы, которые обеспечивают самостоятельное получение новых знаний.

*Цели и задачи обучения по программе элективного курса
«Увлекательный математический анализ»*

Целями программы являются:

- 1) повторение изученного ранее материала, а так же получение новой, более подробной информации по изученным ранее темам;
- 2) контроль усвоения теоретической базы в процессе изучения темы;
- 3) применение полученных знаний и умения при решении разноуровневых задач;
- 4) формирование у учащихся способностей к коммуникации как с учителем, так и с одноклассниками, при работе в группах;
- 5) формирование организационных умений школьника.

Исходя из озвученных выше целей, можно выделить следующие задачи:

- 1) овладение математическими терминами и понятиями;
- 2) расширение и углубление знаний об элементах математического анализа;
- 3) выполнение исследовательских работ для самостоятельного изучения той или иной темы;
- 4) систематизация полученных ранее знаний;
- 5) вовлечение школьников в исследовательскую деятельность;
- 6) обучение к разработке математических моделей разных процессов, а так же развитие навыка проводить самостоятельные исследования в рамках этих моделей;
- 7) расширение навыков решения задач для подготовки к успешной сдаче ЕГЭ;
- 8) получение навыков групповой работы и осуществления совместной проектной деятельности;
- 9) получение навыков распределения обязанностей и планирования своего времени;
- 10) осуществление самопроверки и самооценки своей деятельности;
- 11) способность самостоятельно определять уровень освоения темы и корректировать планируемые результаты в соответствии с достигнутыми.

Содержание программы

Тема 1. «Производная» (9 часов). Элементы содержания:

- 1.1. Понятие производной (2 часа).
- 1.2. Производная суммы. Производная разности (1 часа).
- 1.3. Непрерывность функции, имеющей производную. Дифференциал (2 часа).
- 1.4. Производная произведения. Производная частного (1 часа).
- 1.5. Производные элементарных функций (1 часа).

1.6. Производная сложной функции (2 часа).

Тема 2. «Применение производной» (16 часов). Элементы содержания:

2.1. Максимум и минимум функции (2 часа).

2.2. Уравнение касательной (1 часа).

2.3. Приближенные вычисления (1 часа).

2.4. Теоремы о среднем (1 часа).

2.5. Возрастание и убывание функции (2 часа).

2.6. Производные высших порядков (1 часа).

2.7. Выпуклость графика функции (2 часа).

2.8. Экстремум функции с единственной критической точкой (2 часа).

2.9. Задачи на максимум и минимум (1 час).

2.10. Построение графиков функций с применением производных (2 часа).

2.11. Формулы и ряд Тейлора (1 часа).

Тема 3. Первообразные (9 часов)

3.1. Первообразная. Правила вычисления первообразных. (2 часа).

3.2. Площадь криволинейной трапеции. (2 часа).

3.3. Понятие об определенном интеграле. Формула Ньютона-Лейбница. (3 часа).

3.4. Применения интеграла в физике и геометрии. (2 часа).

В процессе организации учебного процесса могут быть предложены следующие формы обучения:

- защита мини-проектов;
- блиц-опросы, математические бои, КВН, математические конкурсы;
- семинарские занятия, практикумы, работы в группах.

На занятиях могут применяться различные виды деятельности, такие как познавательная, творческая, исследовательская и т.д.

Планируемые результаты

- расширение у учащихся представлений о методах математики в познании явлений действительности, и методах решения задач с помощью понятий дифференциального исчисления;
- приобретение учащимися знаний и навыков для решения заданий ЕГЭ;
- развитие умений воспроизводить изученные понятия, алгоритмы решения задач с помощью нестандартных методов;
- анализировать и выбирать оптимальные способы решения нестандартных заданий на тему «Элементы математического анализа»;
- ориентироваться в информационном пространстве;
- точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи, принимать решения;
- самостоятельно выдвигать гипотезы, логически обосновывать суждения.

Способы проверки результатов

Результатом внеурочных занятий может стать участие школьников в олимпиадах (школьных, районных, городских, областных, Всероссийских), научно-исследовательских конференциях, математических конкурсах, а так же повышения уровня знаний для того, чтобы успешно сдать ЕГЭ.

В Таблице 2.2.1 представлена почасовая тематическая планировка обучения учащихся на 2 года.

Таблица 2.2.1 — Учебно-тематический план обучения

№ п/п	Наименование темы	Формы деятельности
<i>10 класс (17 часов) Тема 1 Производная</i>		
1-2	Понятие производной	Урок-практикум
3	Производная суммы. Производная разности	Конкурс

Продолжение таблицы 2.2.1

4-5	Непрерывность функции, имеющей производную. Дифференциал	Комбинированный урок
6	Производная произведения. Производная частного	Урок-практикум
7	Производные элементарных функций	Урок-презентация
8-9	Производная сложной функции	Брейн-ринг
<i>Тема 2. Применение производной</i>		
10-11	Максимум и минимум функции	Семинар
12	Уравнение касательной	Урок-соревнование
13	Приближенные вычисления	Проблемный урок
14	Теоремы о среднем	Урок-игра
15-16	Возрастание и убывание функции	Урок-практикум
17	Производные высших порядков	Смотр знаний
<i>11 класс (17 часов). Тема 2. Применение производной</i>		
18-19	Выпуклость графика функции	Проблемный урок
20-21	Экстремум функции с единственной критической точкой	Математическая декада
22	Задачи на максимум и минимум	Мини-проекты учащихся
23-24	Построение графиков функций с применение производных	Урок-практикум
25	Формулы и ряд Тейлора	Брейн-ринг
<i>Тема 3. Первообразные</i>		
26-27	Первообразная. Правила вычисления первообразных	Урок-игра
28-29	Площадь криволинейной трапеции	Обобщающий урок
30-32	Понятие об определенном интеграле. Формула Ньютона-Лейбница	Урок-симпозиум
33-33	Применение интеграла в физике и геометрии	Комбинированный урок

Методическое обеспечение программы

Формы работы на занятиях: индивидуальная и групповая, практическая и теоретическая, исследовательская и познавательная. Основные методы организации учебно-воспитательной деятельности: личностно-ориентированный подход, дифференцированный подход, здоровье-сберегающий подход, проблемно-исследовательский метод, активные методы получения знаний, диалогические методы взаимодействия. Так же нельзя забывать об информационных технологиях, ведь именно благодаря им неограниченны возможности самореализации учащихся.

Материально-техническое обеспечение

Для реализации программы было отобрано большое количество методических и дидактических пособий для подбора задач, которые не помогают расширению математических знаний и формированию метапредметных связей. Для информационно-компьютерной поддержки учебного процесса могут использоваться различные программно-педагогические средства, реализуемые с помощью интерактивного обучения:

- лицензионное программное обеспечение для обучения математике и подготовки учащихся к олимпиадам и научно-исследовательской деятельности;
- тематические презентации PowerPoint, выполненные учителем или учащимися.

Технические средства обучения: ученические компьютеры, компьютер учителя, интерактивная доска, проектор.

Предложенная нами рабочая программа внеурочной деятельности «Увлекательный математический анализ» направлена на расширение и углубление математических знаний старшеклассников и отработку практических навыков в решении задач из разных областей знаний. Программа имеет большой образовательный и воспитательный потенциал,

создает условия для проведения анализа изученного материала. Реализация поставленных целей наряду с достижением предметных результатов и помощи в подготовке выпускников к ЕГЭ по математике будет способствовать овладению учащимися основами математической культуры, становлению способности к саморазвитию. Практические занятия в разрезе курса должны быть направлены на формирование у обучающихся универсальных учебных действий, таких, как работа с информацией и учебными моделями, конструирование математических моделей для анализа реальных ситуаций, развитие логического и абстрактного мышления, коммуникативных умений; помогут самоопределению в выборе профессии. Пример такого занятия приведен в следующем разделе данной главы

2.3 Методическая разработка занятия по теме «Применение производной к исследованию функций и построению их графиков»

Тип урока: систематизация и обобщение полученных знаний.

Цели урока:

1) образовательная: закрепление, расширение и углубление практических навыков применения производной к исследованию функции и отработка навыков построения графиков этих функций;

2) развивающая: развитие творческого мышления и навыков аналитической работы, формирования навыков оформления результатов умственного труда, развитие навыка самоконтроля и самооценки, формирование опыта в самостоятельности принятия решений и формулирования выводов;

3) воспитательная: воспитание умения работать в группе и индивидуальной ответственности за достижение результата, воспитание коммуникативной культуры.

Задачи урока:

- 1) развитие познавательного интереса к предмету;
- 2) воспитание самостоятельности и настойчивости при решении задач определенного типа и для достижения конечного результата;
- 3) обеспечить повторение основных понятий.

Планируемые результаты:

- предметные: овладение алгоритмами нахождения применения производной к исследованию функций;

- метапредметные:

- *познавательные* — умение действовать в соответствии с предложенным алгоритмом, обобщать полученные знания, использовать знаково-символическое моделирование;

- *регулятивные* — ставить цели деятельности на уроке, а так же сохранять заданную цель, обеспечивать самоконтроль, адекватно воспринимать оценку учителя;

- *коммуникативные* — правильно использовать речь для планирования и регуляции своей деятельности, уметь формулировать собственное мнение, взаимодействовать с одноклассниками и учителем в процессе учебной деятельности.

- личностные: умение аргументировать свою точку зрения, умение контролировать процесс и результат математической деятельности, развитие навыка сотрудничества с учителем и одноклассниками в различных учебных ситуациях.

Оборудование, используемое на уроке: доска, раздаточный материал, задания для каждой команды.

Ход урока

1 этап. Организационный. Формулирование темы и цели занятия.

Учитель должен завладеть вниманием учащихся — озвучить проблему, которую нужно решить, а так же помочь учащимся организовать свою командную работу. Пример эвристической беседы:

Вопрос учителя: Ребята, ни для кого не секрет, что каждая наука оперирует своей лексикой. Увлёкшись изучением с вами последней темы по алгебре, я в беседе с учителем литературы сказала: «Неважно, сколько ученик знает, но важно, чтобы у него была положительная производная». Коллега не поняла меня. А вы можете прояснить мою фразу?

Ожидаемый ответ учащихся: Важно, чтобы скорость приращения знаний у ученика была положительна — это залог того, что его знания возрастут!

Вопрос учителя: Подумайте, как бы вы могли охарактеризовать три разные кривые роста знаний, изображённые на рисунке 2.3.1

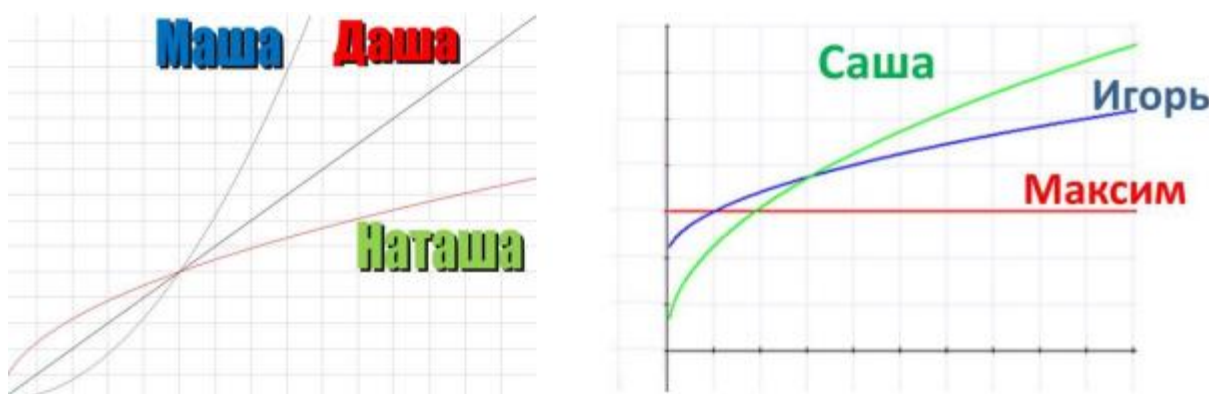


Рис. 2.3.1 Динамические процессы. Кривые роста знаний

Вопрос: Какую аналитическую деятельность вы сейчас осуществляли относительно функций?

Предполагаемый ответ: Исследование.

Вопрос: Для чего нужно исследование функций?

Предполагаемый ответ: Для построения графиков.

Вопрос учителя: Так какова тема нашего урока?

Предполагаемый ответ: Тема нашего занятия — исследование функции и построение графиков с помощью производной.

Вопрос: Как вы думаете, какова цель нашего урока? (Дети формулируют цель.).

Цель урока – углубить и расширить умения строить график функции, применяя производную для исследования функции.

2 этап. Актуализация опорных знаний учащихся.

(Фронтальный опрос учащихся).

Вопросы:

1. Что называется функцией?

Ответ учащихся: Если каждому значению переменной X из некоторого множества D соответствует единственное значение переменной Y , то такое соответствие называется функцией. При этом X называют независимой переменной, или аргументом, а Y — зависимой переменной, или функцией.

2. Что называется областью определения и областью значения функции?

Ответ учащихся: Множество всех значений, которые может принимать аргумент, называют областью определения данной функции и обозначают D . Множество значений, которые может принимать функция, называют областью значений и обозначают буквой E .

3. Какая функция называется чётной (нечётной)?

Ответ учащихся: Функция называется чётной (нечётной), если область её определения симметрична относительно числа 0 и для каждого значения X из области определения $f(-x) = f(x)$, ($f(-x) = -f(x)$).

4. Какие точки называются критическими?

Ответ учащихся: Внутренние точки области определения, в которых производная равна нулю или не существует, называют — критическими точками функции.

5. Дать определение, на каком промежутке функция возрастает, убывает, постоянная.

Ответ учащихся: Если производная функции в каждой точке некоторого промежутка положительная, то функция на этом промежутке возрастает. Если производная функции в каждой точке некоторого промежутка отрицательная, то функция на этом промежутке убывает. Если производная функции в каждой точке промежутка тождественно равна нулю, то на этом промежутке функция постоянная.

6. Как можно определить промежутки возрастания и убывания функции $f(x)$?

Ответ учащихся:

1 способ: нужно решить неравенства $f'(x) > 0, f'(x) < 0$.

2 способ: найти все критические точки функции, разбить ими область определения функции на промежутки, а потом исследовать, на каких из них функция возрастает, а на каких убывает.

7. Что называется точкой минимума (максимума) функции?

Ответ учащихся: Точка x_0 называется точкой минимума функции $f(x)$, если для всех $x (x \neq x_0)$ из некоторой окрестности точки x_0 выполняется неравенство $f(x_0) < f(x), (f(x_0) > f(x))$.

8. Как, одним словом назвать точки максимума и минимума функции?

Ответ учащихся: Точки экстремума.

9. Как определить точки экстремума?

Ответ учащихся: Точка x_0 , при переходе через которую в направлении роста аргумента производная меняет знак с «+» на «-» является точкой максимума, а точка при переходе через которую производная меняет знак с «-» на «+»-точкой минимума.

10. Перечислите алгоритм исследования функции.

Ответ учащихся:

1. Найти область определения функции.

2. Исследовать функцию на чётность, нечётность и периодичность.
3. Найти нули функции (точки пересечения графика функции с осями координат).
4. Исследовать функцию на монотонность (найти промежутки возрастания и убывания функции).
5. Найти точки экстремума и экстремальные значения функции.
6. Найти дополнительные точки (если нужно).
7. Построить график функции.

3 этап. Углубление изучаемой темы.

Ученики заранее поделены на четыре группы, каждая из которых получает карточку с заданием. В каждой группе назначается ответственный за выполнение задания и ходом его решения. Как только в группе будет найден ответ на первый пункт схемы исследования своей функции, сразу один из учеников выходит к доске и записывает его и так далее до конца (в ходе выполнения задания все учащиеся группы выйдут к доске минимум один раз). Каждой группе выдан ватман и маркер, на котором ученики строят график своей функции с целью экономии времени и места на доске, так как одновременно все четыре группы записывают исследование своей функции на заранее разделенной на четыре части доске.

Задание группы №1

Исследовать функцию и построить её график $f(x) = x^3 - 2x^2$.

1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$.

2. $f(-x) = (-x)^3 - 2(-x)^2 = -x^3 - 2x^2 = -(x^3 + 2x^2) \Rightarrow$

$$f(-x) \neq f(x),$$

$$f(-x) \neq -f(x).$$

Функция ни чётная и ни нечётная.

3. Нули функции:

а) с осью OX : $y = 0 \Rightarrow x^3 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x - 2) = 0,$

$$x^2 = 0 \text{ или } x - 2 = 0.$$

Таким образом, получаем $x_1 = 0, x_2 = 2$. $A(0; 0), B(2; 0)$.

б) с осью OY : $x = 0 \Rightarrow f(x) = 0^3 - 2 \cdot 0^2 = 0 \Rightarrow A(0; 0)$.

4. Монотонность функции:

$$f'(x) = 3x^2 - 4x;$$

$$f'(x) = 0.$$

Тогда $3x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(3x - 4) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $3x - 4 = 0$.

Получим $x_1 = 0, x_2 = 1\frac{1}{3}$.

$$f'(-1) = 3 \cdot (-1)^2 - 4 \cdot (-1) = 3 + 4 = 7, 7 > 0;$$

$$f'(1) = 3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 = 3 - 4 = -1, -1 < 0;$$

$$f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 = 12 - 8 = 4, 4 > 0.$$

В Таблице 2.3.1 представлены промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 - 2x^2$.

Таблица 2.3.1 — Исследование функции $f(x) = x^3 - 2x^2$ на возрастание и убывание

x	$(-\infty; 0)$	0	$(0; 1\frac{1}{3})$	$1\frac{1}{3}$	$(1\frac{1}{3}; +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	\nearrow	0	\searrow	$-1\frac{5}{27}$	\nearrow
		<i>max</i>		<i>min</i>	

5. Точки экстремума. Экстремальные значения функции.

$$x_{max} = 0 \Rightarrow y_{max} = 0^3 - 2 \cdot 0^2 = 0 \Rightarrow C(0; 0);$$

$$x_{min} = \frac{4}{3} \Rightarrow y_{min} = \left(\frac{4}{3}\right)^3 - 2 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 = 8 - 12 = -4 = -1\frac{5}{27} \\ \Rightarrow D(2; -2).$$

На рисунке 2.3.2 представлен график функции.

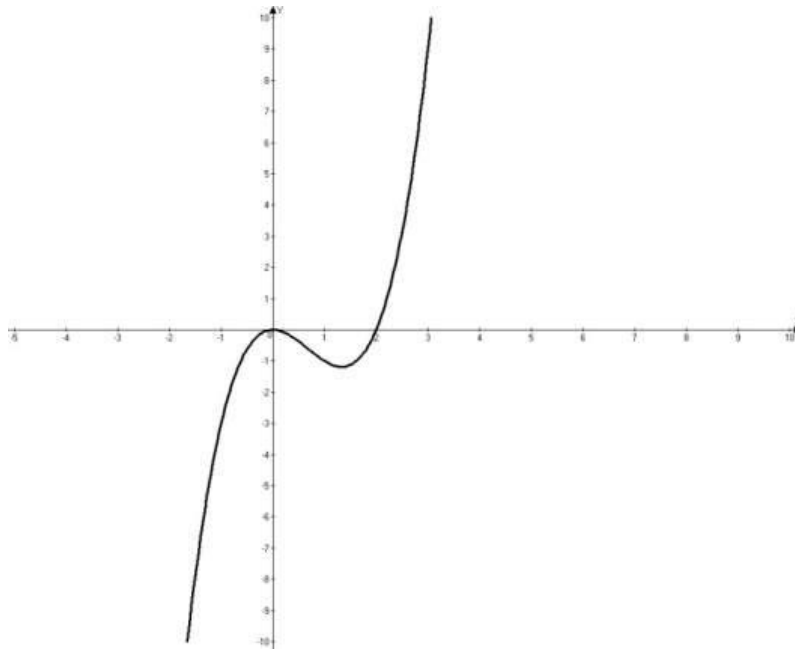


Рис. 2.3.2 График функции $f(x) = x^3 - 2x^2$

Задание группы №2

Исследовать функцию и построить её график $f(x) = 3x - x^3$.

1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$.

2. $f(-x) = 3(-x) - (-x)^3 = -3x + x^3 = -(3x - x^3) \Rightarrow$

$\Rightarrow f(-x) = -f(x)$ — функция нечётная.

3. Нули функции:

а) с осью OX : $y = 0 \Rightarrow 3x - x^3 = 0 \Rightarrow x(3 - x^2) = 0$,
 $x = 0$ или $3 - x^2 = 0$.

Отсюда $x_1 = 0, x_2 = \sqrt{3}, x_3 = -\sqrt{3} \Rightarrow A(0; 0), B(\sqrt{3}; 0), C(-\sqrt{3}; 0)$.

б) с осью OY : $x = 0 \Rightarrow f(x) = 3 \cdot 0 - 0^3 = 0 \Rightarrow A(0; 0)$.

4. Монотонность функции

$$f'(x) = 3 - 3x^2;$$

$$f'(x) = 0.$$

Тогда, $3 - 3x^2 = 0 \Rightarrow 3(1 - x^2) = 0 \Rightarrow x^2 = 1$.

Получаем $x_1 = 1, x_2 = -1$.

$$f'(-2) = 3 - 3 \cdot (-2)^2 = 3 - 12 = -9, -9 < 0;$$

$$f'(0) = 3 - 3 \cdot 0^2 = 3, 3 > 0;$$

$$f'(2) = 3 - 3 \cdot 2^2 = 3 - 12 = -9, -9 < 0.$$

В Таблице 2.3.2 представлены промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = 3x - x^3$.

Таблица 2.3.2 — Исследование функции $f(x) = 3x - x^3$ на возрастание и убывание

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	\searrow	-2	\nearrow	2	\searrow
		<i>min</i>		<i>max</i>	

5. Точки экстремума. Экстремальные значения функции.

$$x_{max} = 1 \Rightarrow y_{max} = 0^3 - 2 \cdot 0^2 = 0 \Rightarrow D(1; 2);$$

$$x_{min} = -1 \Rightarrow y_{min} = 3 \cdot 1 - 1^3 = 3 - 1 = 2 \Rightarrow E(-1; -2).$$

На рисунке 2.3.3 представлен график функции.

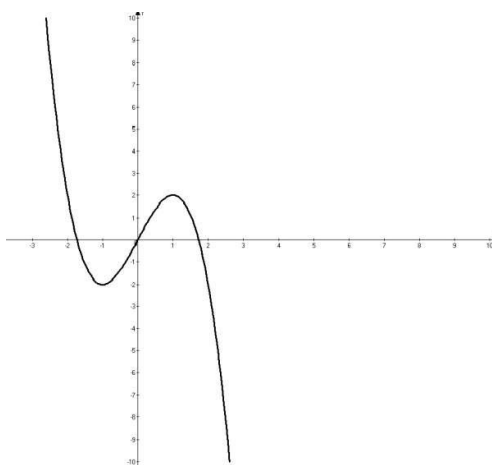


Рис. 2.3.3 График функции $f(x) = 3x - x^3$

Задание группы №3

Исследовать функцию и построить её график $f(x) = x^3 - 6x$.

1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$.

2. $f(-x) = (-x)^3 - 6(-x) = -x^3 + 6x = -(x^3 - 6x) \Rightarrow$

$f(-x) = -f(x)$ — функция нечётная.

3. Нули функции:

а) с осью OX : $y = 0 \Rightarrow x^3 - 6x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 6) = 0$,
 $x = 0$ или $x^2 - 6 = 0$.

Тогда $x_1 = 0, x_2 = \sqrt{6}, x_3 = -\sqrt{6} \Rightarrow A(0; 0), B(\sqrt{6}; 0), C(-\sqrt{6}; 0)$.

б) с осью OY : $x = 0 \Rightarrow f(x) = 0^3 - 6 \cdot 0 = 0 \Rightarrow A(0; 0)$.

4. Монотонность функции:

$$f'(x) = 3x^2 - 6,$$

$$f'(x) = 0.$$

Тогда $3x^2 - 6 = 0 \Rightarrow 3(x^2 - 2) = 0 \Rightarrow x^2 - 2 \Rightarrow x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}$

$$f'(-2) = 3 \cdot (-2)^2 - 6 = 12 - 6 = 6, 6 > 0,$$

$$f'(0) = 3 \cdot 0^2 - 6 = -6, -6 < 0,$$

$$f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 6 = 12 - 6 = 6 > 0.$$

В Таблице 2.3.3 представлены промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 - 6x$.

Таблица 2.3.3 — Исследование функции $f(x) = x^3 - 6x$ на возрастание и убывание

x	$(-\infty; -\sqrt{2})$	$-\sqrt{2}$	$(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$	$\sqrt{2}$	$(\sqrt{2}; +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	\nearrow	$4\sqrt{2}$	\searrow	$-4\sqrt{2}$	\nearrow
		<i>max</i>		<i>min</i>	

5. Точки экстремума. Экстремальные значения функции.

$$x_{max} = -\sqrt{2} \Rightarrow y_{max} = (-\sqrt{2})^3 - 6 \cdot (-\sqrt{2}) = -2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow D(-\sqrt{2}; 4\sqrt{2});$$

$$x_{min} = \sqrt{2} \Rightarrow y_{min} = \sqrt{2}^3 - 6\sqrt{2} = 2\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = -4\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow E(\sqrt{2}; -4\sqrt{2}).$$

На рисунке 2.3.4 представлен график функции.

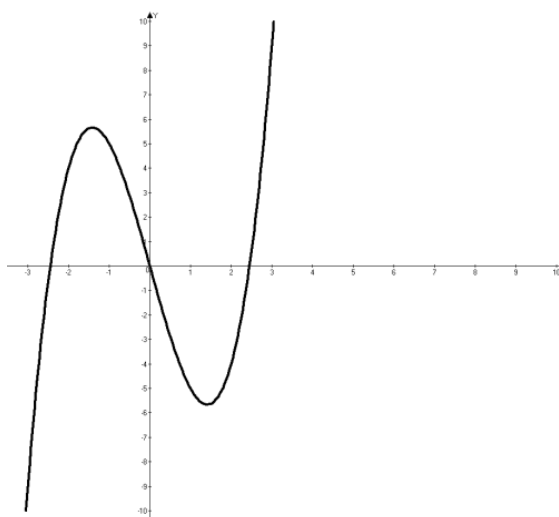


Рис. 2.3.4 График функции $f(x) = x^3 - 6x$

Задание группы №4

Исследовать функцию и построить график $f(x) = -2x^4 + 2x^2 = 0$.

1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$.

2. $f(-x) = -2(-x)^4 + 2(-x)^2 = -2x^4 + 2x^2 \Rightarrow$

$f(-x) = f(x)$ — функция чётная

3. Нули функции:

а) с осью OX : $y = 0 \Rightarrow -2x^4 + 2x^2 = 0 \Rightarrow -2x^2(x^2-1) = 0$,
 $x = 0$ или $x^2 - 1 = 0$.

Тогда $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = -1 \Rightarrow A(0; 0), B(1; 0), C(-1; 0)$.

б) с осью OY : $x = 0 \Rightarrow f(x) = -2 \cdot 0^4 + 2 \cdot 0^2 = 0 \Rightarrow A(0; 0)$.

4. Монотонность функции:

$$f'(x) = -8x^3 + 4x,$$

$$f'(x) = 0.$$

Тогда $-8x^3 + 4x = 0 \Rightarrow -4x(2x^2 - 1) = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x_1 = 0, x_2 = \sqrt{\frac{1}{2}}, x_3 = -\sqrt{\frac{1}{2}}.$$

$$f'(-1) = -8 \cdot (-1)^3 + 4 \cdot (-1) = 8 - 4 = 4, 4 > 0,$$

$$f'\left(-\frac{1}{2}\right) = -8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - 2 = -1, -1 < 0,$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = -8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 4 \cdot \frac{1}{2} = -1 + 2 = 1, 1 > 0,$$

$$f'(1) = -8 \cdot 1^3 + 4 \cdot 1 = -8 + 4 = -4, -4 < 0.$$

В Таблице 2.3.4 представлены промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = -2x^4 + 2x^2 = 0$.

Таблица 2.3.4 — Исследование функции $f(x) = -2x^4 + 2x^2 = 0$ на возрастание и убывание

x	$(-\infty; -\sqrt{\frac{1}{2}})$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	$(-\sqrt{\frac{1}{2}}; 0)$		$(0; \sqrt{\frac{1}{2}})$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$(\sqrt{\frac{1}{2}}; +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$	\rightarrow	$\frac{1}{2}$	\rightarrow	0	\rightarrow	$\frac{1}{2}$	\rightarrow
		max		min		max	

5. Точки экстремума. Экстремальные значения функции.

$$x_{max} = -\sqrt{\frac{1}{2}} \Rightarrow y_{max} = -2 \cdot \left(-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^4 + 2 \cdot \left(-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 = -2 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{1}{2} \Rightarrow D\left(-\sqrt{\frac{1}{2}}; \frac{1}{2}\right),$$

$$x_{min} = 0 \Rightarrow y_{min} = -2 \cdot 0^4 + 2 \cdot 0^2 \Rightarrow A(0; 0),$$

$$x_{max} = \sqrt{\frac{1}{2}} \Rightarrow y_{max} = -2 \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^4 + 2 \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 = -2 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow E\left(\sqrt{\frac{1}{2}}; \frac{1}{2}\right).$$

На рисунке 2.3.5 представлен график функции.

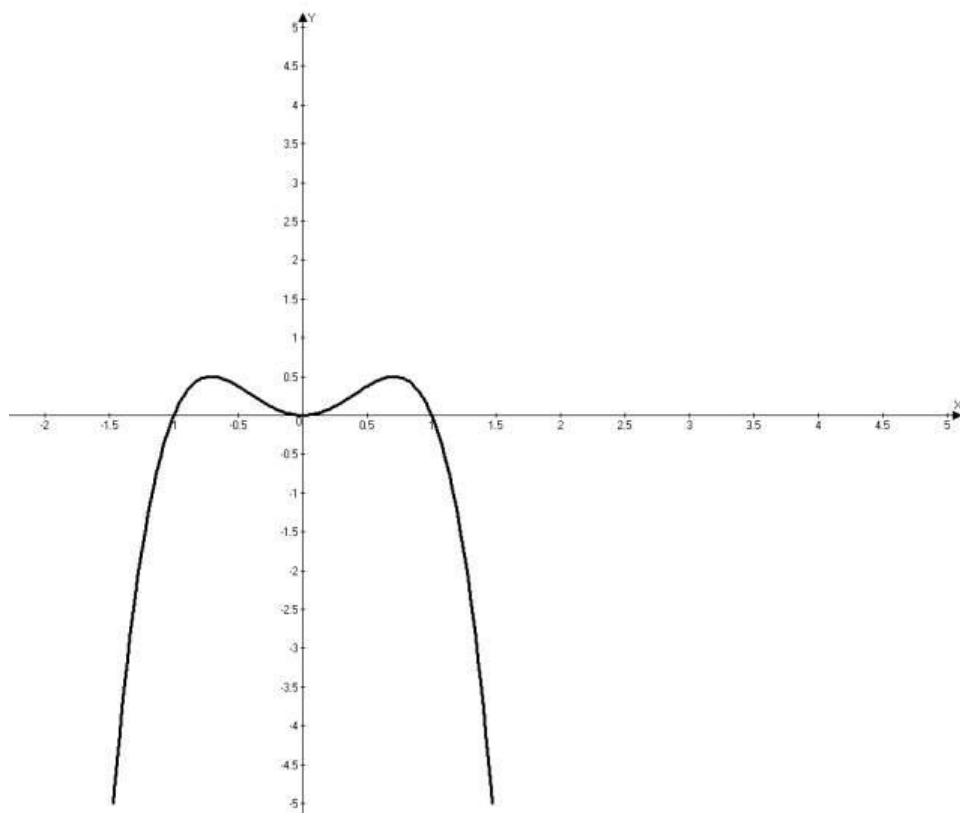


Рис. 2.3.5 График функции $f(x) = -2x^4 + 2x^2 = 0$

4 Этап. Закрепление полученных знаний.

Всем раздаются карточки с аналитическим заданием: отыщите функцию, среди предложенных в Таблице 2.3.6, исходя из её «автобиографии».

Автобиография функции

Я — функция сложная, это известно,
 Ещё расскажу, если Вам интересно,
 Что точку разрыва и корень имею,
 И есть интервал, где расти не посмею.
 Во всём остальном положительна, право.
 И это конечно не ради забавы.
 Для чисел больших я стремлюсь к единице.
 Найдите меня среди прочих в таблице.

Таблица 2.3.6 — Автобиография функции

$f(x) = \frac{1}{4}x^4$	$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$	$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$
$f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2-x}}$	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{3+4x^2}}$	$f(x) = \left(\frac{x-2}{x+2}\right)^2$
$f(x) = (x^2-1)^2$	$f(x) = x(1-x)$	$f(x) = \frac{x}{x^2-1}$

Ответ: рассказана автобиография функции

$$f(x) = \left(\frac{x-2}{x+2}\right)^2.$$

5 этап. Подведение итогов. Рефлексия.

Учитель: какие выводы мы можем сделать по итогам занятия? Мы сегодня поняли, что ... (учащиеся должны продолжить предложение).

Предполагаемый ответ учеников: для уточнения вида графика, важно использовать все этапы исследования функции.

Учитель: нам сегодня удалось узнать...

Предполагаемый ответ учеников: что аналитический способ нахождения точек экстремума более совершенный по сравнению с графическим.

Учитель: мы сегодня убедились в том, что...

Предполагаемый ответ учеников: при построении графика при помощи исследования функции с помощью производной нужно использовать всю аналитически найденную информацию.

Учитель: как вы оценили бы свою работу на уроке?

Учащиеся сами ставят себе оценку.

Учитель подводит итоги, давая шуточный ответ на первый вопрос, который прозвучал вначале занятия:

Чтобы приращение ваших знаний по теме было положительным, работая и на уроке, и дома, постарайтесь выполнить максимально посильную для себя работу.

2.4 Выводы по второй главе

В разработанном конспекте и технологической карте урока (Приложения А) «Применение производной к исследованию и построению графиков функций» использованы активные формы и методы обучения: создание проблемных ситуаций, исследовательская деятельность обучающихся, создание ими опорных схем и конспектов, эвристическая беседа, работа в группах. На элективных перед школьниками ставятся жизненные задачи, требующие одновременного применения теоретических знаний и быстрого выполнения практических действий. Такой подход ведет к формированию неподдельного интереса к математике и является залогом ее успешного изучения.

Таким образом, можно сказать, что разработанная программа элективного курса «Увлекательный математический анализ» поможет школьникам, обучающимся в профильных классах с пониженным уровнем сложности, повысить качество своих знаний по данной теме и без проблем справляться с подобными заданиями в ЕГЭ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Введение в школьную программу элементов математического анализа продиктовано вызовами стремительного развития новых отраслевых и информационных технологий, повышенным спросом к профессиональным умениям современного специалиста математически исследовать явления реального мира.

Однако все понятия элементов математического анализа носят сугубо абстрактный характер, что создает значительные трудности в обучении. Так как в школьной программе согласно ФГОС происходит первое знакомство с математическим анализом, то для учителя очень важным является вопрос уровня строгости введения нового математического понятия. При анализе учебно-методических пособий для 10-11 классов школы становится понятно, что авторы учебников по-разному подходят к подаче понятий математического анализа по уровню строгости: с доказательством, на основе правдоподобных рассуждений или наглядно-интуитивным образом.

Недостатком изложения тем начал математического анализа в школьных учебниках является отсутствие единой учебно-методической линии средней и старшей школы, не хватает иллюстративно-наглядного материала в учебниках, теоретический материал описан научным языком, практические задания формализованы, оторваны от реальной жизни, что затрудняет развитие навыков применения методов математического анализа в реальных ситуациях. Учебная программа перегружена и сведена к перекосу в сторону формализма и схоластики. Учитель же обязан строго выполнять учебный план и не всегда имеет возможность реализовывать

дифференцированный подход непосредственно на уроке. Указанные проблемы приводят к снижению качества знаний по математике.

Результаты ЕГЭ по математике профильного уровня показывают, что выпускники школ успешнее решают шаблонные задачи, чем те, которые требуют творческого подхода и глубокого логического анализа. Введение образовательных стандартов второго поколения расширило возможности учителя для внедрения личностно-ориентированного, деятельностного подхода к процессу обучения и разнообразия видов и форм учебной деятельности.

На основании всего вышесказанного, была разработана рабочая программа элективного курса «Увлекательный математический анализ», которая позволяет решать стоящие проблемы в части изучения элементов математического анализа, дает возможность углубить знания выпускников профильной школы и отработать навыки применения инструментов исследования в дальнейшей профессиональной деятельности.

На занятиях элективных курсов появляется возможность каждому учащемуся уделить больше времени для решения его учебных задач, увлечь каждого разнообразными формами обучения: деловыми играми, дискуссиями, выполнением групповых и индивидуальных проектов, реализацией творческого личностного потенциала. На занятиях предлагается активно использовать эвристические беседы, которые способствуют сотрудничеству учителя и ученика, проблемный подход к формулировке целей и задач каждого занятия, метод мини-проектов и исследовательских работ. ФГОС нового поколения требует от школы технического перевооружения, широкого использования ИКТ в обучении, обучение самостоятельности в постановке проблем, целей, задач и нахождении их решения и достижения. Для большей наглядности и

развития абстрактно-логического мышления предлагается вводить в ход занятия составление опорных схем и конспектов.

На элективных занятиях не предусмотрены оценки и домашние задания, поэтому важно найти другие методы мотивации старшеклассников к учебной деятельности. Важным является то, что по итогам занятий каждый школьник научится самостоятельно оценивать свою работу и активно участвовать в проектно-исследовательской деятельности.

Практическое использование учителем приведенных методических разработок поможет повысить у обучающихся интерес к математике в целом, сформировать прочные и глубокие знания по теме «Элементы математического анализа», будет способствовать достижению предметных результатов при сдаче ЕГЭ по математике. В данной работе решены все запланированные задачи, достигнута основная цель работы. Выявлены методические особенности обучения темы «Элементы математического анализа» и разработана рабочая программа элективного курса «Увлекательный математический анализ».

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый уровень / Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва [и др]. — Москва: Просвещение, 2012. — 464 с.
2. **Арнольд, В. И.**, «Жесткие» и «мягкие» математические модели / В.И. Арнольд. — Москва: МЦНМО, 2004. — 32 с.
3. **Башмаков, М. И.**, Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 класса средней школы / М. И. Башмаков. — Москва: Просвещение, 1992. — 351 с.
4. **Бабенко, А. С.**, Методика обучения математике. Изучение элементов математического анализа в школьном курсе математики: учебно-методическое пособие / А.С. Бабенко. — Кострома: Изд-во Костромского государственного университета, 2017. — 60 с.
5. Методика преподавания математики в средней школе: частная методика: учебное пособие для студентов педагогических институтов по физико-математическим специальностям / А. Я. Блох, В. А. Гусев, Г.В. Дорофеев [и др.]; сост. В. И. Мишин. — Москва: Просвещение, 1987. — 416 с.
6. **Воронцов, А.Б.**, Практика развивающего обучения по системе / А.Б. Воронцов, Д. Б. Эльконина, В. В. Давыдова. — Москва: ЦПРО «Развитие личности», 1998. — 216 с.
7. **Гусев, В.А.**, Психолого-педагогические основы обучения математике / В.А. Гусев. — Москва: «Издательский центр «Академия»», 2003. — 111 с.
8. **Гусев, В.А.**, Справочник по математике / В. А. Гусев, А.Г. Мордкович. — 3-е изд., перераб. — Москва: Просвещение, 1995. — 448 с.
9. **Иванов, С.И.**, Экономика. Основы экономической теории: учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений.

Профильный уровень образования: [в 2 томах] / С. И. Иванов. — Москва: ВИТА-ПРЕСС, 2012. — 116 с.

10. **Иванова, Т.А.**, Методология научного поиска — основа технологии развивающего обучения / Т.А. Иванова // Математика в школе. 1995. — № 5. — С. 25 — 28.

11. **Шаталов, В.Ф.**, Изустная алгебра. Учебно-методическое пособие (опорный конспект) по основным темам алгебры 9-11 классов / В.Ф. Шаталов. — Москва: Школа Шаталова, 2009. — 36 с.

12. **Капкаева, Л.С.**, Теория и методика обучения математике: частная методика. Часть 2: учебное пособие для вузов (Серия: Университеты России): [в 2 томах] / Л. С. Капкаева. — Москва: Издательство Юрайт, 2017. — 191 с.

13. **Колмогоров, А.Н.**, Алгебра и начала анализа. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных учреждений / А. Н. Колмогоров. — Москва: Просвещение, 2006. — 384 с.

14. **Колягин, Ю.М.**, Задачи в обучении математике: [в 2 томах] / Ю. М. Колягин. — Москва: Просвещение, 1977. — 109 с.

15. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: Учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни / Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева, Н. Е. Федорова, М. И. Шабунин. — Москва: Просвещение, 2010. — 336 с.

16. **Майоров, А.Н.**, Теория и практика создания тестов для системы образования / А. Н. Майоров. — Москва: «Интеллект-центр», 2001. — 322 с.

17. **Манвелов, С.Г.**, Конструирование современного урока математики: книга для учителя / С. Г. Манвелов. — Москва: Просвещение, 2002. — 211 с.

18. **Мордкович, А.Г.**, Беседы с учителями математики: учебно-методическое пособие / А. Г. Мордкович. — Москва: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век», 2005. — 324 с.

19. **Мордкович, А.Г.**, Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. 10-11 классы. Методическое пособие для учителя / А.Г. Мордкович, И. И. Смирнова. — Москва: Мнемозина, 2015.

20. **Мордкович, А.Г.** Алгебра и начала анализа. 10-11 классы. Учебник и задачник. Профильный уровень: [в 2 томах]. / А. Г. Мордкович, Л. О. Денищева, Т.А. Корешкова. — Москва: Мнемозина, 2014.

21. Алгебра и начала анализа: учебник для 11 класса общеобразовательных учреждений / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. — Москва: Просвещение, 2002. — 448 с.

22. **Акимов, Д.В.**, Пособие для 10-11 классов общеобразовательных учреждений. Задания по экономике: от простых до олимпиадных./ Д. В. Акимов, О.В. Дичева, Л.Б.Щукина. — Москва: ВИТА-ПРЕСС, 2009. — 320 с.

23. **Потапов, М.К.**, Алгебра и начала анализа: дидактические материалы для 11 класса: базовый и профильный уровни / М. К. Потапов, А.Н. Шевкин. — Москва: Просвещение, 2007.

24. **Рурукин, А.Н.**, Поурочные разработки по алгебре и началам анализа:10 класс / А. Н. Рурукин, Е. В. Бровкова, Г. В. Лупенко. — Москва: ВАКО, 2011.

25. **Саранцев, Г.И.**, Гуманитаризация математического образования в школе и вузе: Межвуз. сб.науч. тр. Вып.1 / Г. И. Саранцев. — Саранск, 2002. — С. 3 — 13.

26. **Саранцев, Г.И.**, Обучение математическим доказательствам в школе: книга для учителя / Г. И. Саранцев. — Москва: Просвещение, 1999.

27. **Селевко, Г.К.**, Современные образовательные технологии: учебное пособие / Г. К. Селевко. — Москва: Народное образование, 1998.

28. **Иванова, Т.А.**, Современный урок математики: теория и практика: материалы Всероссийской научно - практической конференции. / Т. А. Иванова. — Нижний Новгород: НГПУ, 2005.

29. **Стефанова, Н.Л.**, Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов / Н. Л. Стефанова, Н. С. Подходова. — Москва: Дрофа, 2005.

30. **Утеева, Р.А.**, Формы учебной деятельности учащихся на уроке / Р. А. Утеева // Математика в школе. — 1995. — № 2. — С. 33 — 35.

31. **Фридман, Л.М.**, Теоретические основы методики обучения математике. Пособие для учителей, методистов и студентов педагогических высших учебных заведений / Л. М. Фридман. — Москва: Флинта, 1998.

32. **Черкасов, Р.С.**, История отечественного школьного математического образования / Р. С. Черкасов // Математика в школе. — 1997. — № 2 — С. 83 — 92; № 3. — С. 89 — 96; № 4. — С. 88 — 92.

33. Информационно-поисковая система по учебным задачам // Математика в школе / М. А. Бузинер, Р. К. Гордин, [и др]. — 1993. — № 2. — С. 33 — 39.

34. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2018 года по математике / И. В. Яценко, Л. О. Рослова, И. Р. Высоцкий, А. В. Семенов — Сайт ФГБНУ «ФИПИ» // URL: <http://www.fipi.ru> (дата обращения: 22.08.2021) — Текст: электронный.

35. Демоверсии, спецификации, кодификаторы ЕГЭ и ГВЭ. 11 класс. Сайт ФГБНУ «ФИПИ» // URL: <http://www.fipi.ru/> (дата обращения: 22.08.2021) — Текст: электронный.

36. Доступная математика // URL: <http://www.cleverstudents.ru/> (дата обращения: 22.08.2021). — Текст: электронный.

37. Инструктивно-методическое письмо «О преподавании предмета «Математика» в образовательных организациях Челябинской области в 2018-2019 учебном году». ОГАОУ ДПО «Челябинский институт развития образования» // URL: <http://new.celiro.ru> (дата обращения: 22.08.2021) — Текст: электронный.

38. Методические рекомендации по уточнению понятия и содержания внеурочной деятельности./ Письмо Министерства образования и науки РФ от 84 18 августа 2017 г. N 09-1672./ Письмо Министерства просвещения РФ от 5 сентября 2018 г. N 03-ПГ-МП-42216 об обязательном посещении внеурочной деятельности./ Математика. Сайт в помощь учителям математики // URL: <https://math.ru/> (дата обращения: 22.08.2021) — Текст: электронный.

39. Сайт авторского коллектива УМК Мордковича // URL: <http://www.ziimag.narod.ru/index.htm> (дата обращения: 22.08.2021) — Текст: электронный.

40. **Болотов, В.А.**, Образование на старшей ступени во всех развитых странах является профильным / В. А. Болотов // Математика в школе. — 2003.

41. Концепция модернизации российского образования на период до 2010 года // Нормативные документы в образовании. — 2003.

42. **Болотов, В.А.**, Перспективы перехода школы на профильное обучение / В. А. Болотов // Воспитание школьников. — 2004.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Технологическая карта урока

Предмет: алгебра

Класс: 11 класс

Тип урока: комплексное применение знаний, умений и навыков при обобщении и систематизации изучаемой темы.

В Таблице А.1 представлены цели, планируемые результаты и универсальные учебные действия урока.

Таблица А.1 — Построение графиков функций с применением производных

Тема:	«Построение графиков функций с применением производных»
Цель:	<p><i>Обучающие:</i></p> <ul style="list-style-type: none">– совершенствование навыков исследования функций при помощи производной;– отработка навыка построения графиков функций. <p><i>Развивающие:</i></p> <ul style="list-style-type: none">– развитие устной речи;– развитие логического мышления;– развитие творческого мышления;– развитие навыков аналитической работы. <p><i>Воспитательные:</i></p> <ul style="list-style-type: none">– формирование навыков работы в группе;– формирование способности нести индивидуальную ответственность за достижение результата;

Продолжение таблицы А.1

<p>Планируемые результаты:</p>	<p><i>Предметные:</i></p> <ul style="list-style-type: none">– закрепление полученных ранее знаний о методах исследования функций;– овладение алгоритмами применения производной к исследованию функций;– усовершенствование навыка построения графиков функций. <p><i>Личностные:</i></p> <ul style="list-style-type: none">– умение аргументировать свою точку зрения;– умение контролировать процесс и результат математической деятельности;– развитие навыков сотрудничества с одноклассниками и учителем. <p><i>Метапредметные:</i></p> <ul style="list-style-type: none">– умение обобщать полученные знания и применять их в практической деятельности;– умение ставить цели деятельности на уроке и достигать их;– умение обеспечивать самоконтроль;– умение адекватно воспринимать оценку учителя;– умение формулировать собственное мнение;– умение взаимодействовать с учителем и сверстниками.
--------------------------------	---

Продолжение таблицы А.1

УУД	<p><i>Личностные:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – формирование у учащихся положительного отношения к познавательной деятельности; – формирование у учащихся желания совершенствовать имеющиеся знания; – воспитание стремления к преодолению трудностей. <p><i>Регулятивные:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – формирование умения правильно формулировать цель урока; – формирование умения самостоятельно распределять своё время, оценивать правильность выполнения поставленных задач и вносить необходимые коррективы. <p><i>Познавательные:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – формирование умения выделять необходимую информацию; – формирование умения выбирать наиболее эффективные способы решения задачи; – формирование умения контролировать процесс и результаты своей деятельности. <p><i>Коммуникативные:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – формирование умения строить высказывания, аргументированно доказывать свою точку зрения; – формирование умения работать в команде; – формирование умения задавать вопросы, необходимые для организации собственной деятельности.
Ресурсы:	задания для выполнения в группах, учебно-дидактические пособия, доска, ватман, маркеры, чертежные инструменты
Формы организации:	фронтальная, групповая
Технология:	системно-деятельностная

В Таблице А.2 представлен проведенного элективного занятия.

Таблица А. 2 — Ход урока

№	Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Формируемые УУД
1.	<i>Организационный. Формулирование темы, целей и задач занятия.</i>	Психологически-организационный момент — эвристическая беседа учителя с учениками, учитель моделирует проблему и настраивает обучающихся на самостоятельное конструирование формулировок целей и задач по теме урока.	Учащиеся принимают активное участие в формулировании целей и задач урока.	<i>Коммуникативные:</i> – планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками. <i>Регулятивные:</i> – самоорганизация; – умение формулировать цели и задачи, создавать математические модели ситуаций.
2.	<i>Актуализация опорных знаний</i>	Устраивает фронтальный опрос учащихся, связанный с темой урока. Предлагает вспомнить опорную схему в виде алгоритма исследования функций, как обобщение ранее изученного материала.	Отвечают на поставленные учителем вопросы. Определяют границу знания и незнания.	<i>Личностные:</i> – активность каждого; – умение аргументировать и отстаивать свою точку зрения; – контролировать процесс, мотивация учения.

Продолжение таблицы А.2

3.	<i>Углубление изученной темы</i>	<p>Делит учащихся на команды для групповой работы. Раздает группам карточки с заданиями, ватман и маркеры.</p> <p>Помогает школьникам, если в процессе исследования функций у них возникают вопросы.</p>	<p>Учащиеся выполняют групповые задания. По мере выполнения каждый ученик записывает свою часть решения на доске.</p> <p>В конечном итоге на доске должно быть четыре графика с подробным исследованием функций.</p>	<p><i>Познавательные:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – поиск и выделение необходимой информации. <p><i>Коммуникативные:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – умение организовывать и планировать учебное сотрудничество с учителем и сверстниками. <p><i>Регулятивные:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – выделение и осознание того, что уже пройдено. <p><i>Личностные:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – проявлять внимание, удивление, желание больше узнать.
----	----------------------------------	--	--	--

Продолжение таблицы А.2

4.	<i>Закрепление полученных знаний</i>	Раздает карточки с аналитическим эвристическим заданием: отыскать функцию по её биографии.	Работают в группах. Какая группа быстрее решит задание.	<p><i>Познавательные:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – самостоятельный выбор наиболее эффективных способов решения задачи <p><i>Личностные:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – мотивация к обучению; <p><i>Коммуникативные:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – умение работать в команде.
5.	<i>Подведение итогов. Рефлексия.</i>	<p>Предлагает провести самооценку своей работы, сформулировать выводы .</p> <p>Я сегодня понял...</p> <p>Мне сегодня удалось узнать...</p> <p>Я убедился в том, что...</p>	Отвечают на вопросы учителя, анализируют свою работу, выражают вслух свои затруднения.	<p><i>Личностные:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – оценивать собственную учебную деятельность инициативу, ответственность, причины неудач. <p><i>Познавательные:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – рефлексия способов и действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности <p><i>Регулятивные:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – оценивание качества и уровня усвоения.

