



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Методика обучения решению задач с экономическим содержанием в
средней школе

Выпускная квалификационная работа по направлению

44.03.05 Педагогическое образование

(с двумя профилями подготовки)

Направленность программы бакалавриата

«Математика. Экономика»

Форма обучения очная

Проверка на объем заимствований:

94 % авторского текста

Работа рецензирована к защите

«15» мая 2020г.

И.о. завкафедрой МиМОМ

Шумакова Шумакова Екатерина
Олеговна

Выполнила:

Студентка группы ОФ-513-086-5-1

Топузова Ирина Николаевна Топузова

Научный руководитель:

к.п.н., доцент кафедры МиМОМ

Эрентраут Елена Николаевна

Челябинск

2020

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЮ РЕШЕНИЮ задач с ЭКОНОМИЧЕСКИм содержанием В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ	7
1.1 Межпредметные связи математики и экономики	7
1.2 История применения математических расчетов в экономике.....	11
1.3 Классификация задач с экономическим содержанием для ЕГЭ	15
1.3.1 Арифметические текстовые задачи на проценты	17
1.3.2 Задачи на чтение и анализ данных, представленных в виде графиков, диаграмм и таблиц	19
1.3.3 Элементарные текстовые арифметические задачи на товарно-денежные отношения	21
1.3.4 Задачи о вкладах и банковских процентах (кредитование).....	22
ВЫВОДЫ ПО 1 ГЛАВЕ.....	32
ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ С ЭКОНОМИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКЕ В 11 КЛАССЕ	33
2.1 Цели и задачи обучения школьников 11 класса средней школы решению задач с экономическим содержанием	33
2.2 Содержание элективного курса «17 задача ЕГЭ» (36 часов)	37
2.3 Учебно-тематическое планирование.....	39
2.4 Контроль уровня достижений при изучении курса «17 задача ЕГЭ»	40
2.5 Результаты освоения курса «17 задача ЕГЭ».....	41
2.6 Методы решения математических задач с экономическим содержанием	43
ВЫВОДЫ ПО 2 ГЛАВЕ.....	49
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	50
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	53
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	59

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время Россия переживает непростой период своего экономического развития. Задачи, возникающие перед нашей страной, становятся все многогранней и сложнее. Это обусловлено, в том числе, нестабильностью мировой политической и экономической систем, находящихся в неустойчивом равновесии. Процесс интеграции России в мировую систему экономики сопровождается многолетними политическими и экономическими санкциями против нашей страны, ситуация обостряется и надвигающимся кризисом, который является следствием пандемии коронавируса.

Стабилизация сложившейся экономической ситуации требует активной и грамотной работы всего населения России. Знание основных законов и закономерностей экономики и предпринимательской деятельности становится обязательным в жизни каждого. Построение информационного общества, дальнейшее развитие рыночных отношений, активное внедрение достижения научно-технического прогресса и приносимых им результатов и последствий, требования по постоянному повышению квалификации работающих ставят и новые требования к школьному образованию. Осознается необходимость формирования уже у школьников экономических теоретических знаний и практических навыков их использования, способности принимать безошибочные решения в сложных предпринимательских ситуациях.

Задача школы – подготовить учеников к активной деятельности в практических экономических отношениях, принятию самостоятельных экономических решений. И только тесное взаимодействие экономики и математики позволяет успешно решать данную задачу, дает обширный фактический материал для практического применения в реальной жизни. Необходима постоянная целенаправленная совместная работа учителя и

ученика в этом направлении, которое позволит подготовить их к самореализации в условиях рынка.

Актуальность. Современное развитие общества требует от учащихся, иметь достаточный уровень знаний для решения математических задач с экономическим содержанием, что потребуется и для сдачи ЕГЭ, и для дальнейшей деятельности в условиях рынка. Однако, практика показывает низкий уровень готовности старшеклассников к решению данного класса задач.

Предметом исследования является методика обучения учащихся в курсе алгебры средней школы решению математических задач с экономическим содержанием, в том числе для сдачи ЕГЭ.

Объектом исследования является процесс обучения учащихся решению математических задач с экономическим содержанием в ходе подготовки к ЕГЭ.

Гипотеза исследования: межпредметный элективный курс для учащихся, реализующий двусторонние связи экономики и математики на основе решения математических задач с экономическим содержанием даст возможность увеличения мотивации школьников к побуждению интереса и решению экономических задач на практике и для ЕГЭ.

Гипотеза обоснована тем, что в курсе предполагается разрешить определенные проблемы, которые возникают у школьников, таких как: непонимание экономического смысла за математическим решением, сложные алгоритмы решения задач, многовариантность толкования алгоритмов.

Целью данной работы является разработка методики проведения межпредметного элективного курса «17 задача ЕГЭ», повышающего уровень знаний по экономике и математике путем решения задач с экономическим содержанием.

Гипотеза и цель данного исследования определили его задачи:

1. Проанализировать научно-методическую литературу по проблеме исследования
2. Рассмотреть типы математических задач с экономическим содержанием в ЕГЭ;
3. Определить основные методы решения задач экономического характера.
4. Проанализировать методику изучения задач экономического характера в некоторых УМК для средней школы.
5. Выявить основные проблемы в процессе обучения старшеклассников решению задач экономического характера и предложить пути их решения.
6. Разработать элективный курс «17 задача ЕГЭ» по подготовке к решению математических задач с экономическим содержанием, в том числе и на ЕГЭ.

Цели и задачи исследования определили выбор **методов исследования:**

1. Анализ математической, психолого-педагогической, экономической, методической литературы по исследуемой проблеме;
2. Анализ школьных программ, учебников и учебных пособий;
3. Изучение педагогического опыта работы учителей по проведению элективных занятий в старших классах;

Частично результаты исследования опробованы на занятиях в 11-ом классе в ходе педагогической практики в МАОУ СОШ №30 г. Челябинска.

Теоретические и методические положения в области обучения школьников решению задач, в том числе с математическим содержанием, содержат работы таких авторов, как Аменд А. Ф., Фридман Л.М., Иоффе А., Логинова В. В., Монгуш А.С., Михеева С. А., Танова О.Н., Яценко Н.Е. и другие [18].

Информационной базой исследования послужили нормативные и законодательные акты Российской Федерации, труды отечественных учёных

по данной тематике, научные публикации, материалы периодических изданий, в том числе пособия по подготовке к ЕГЭ, школьные учебники 11 класса.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованной литературы и приложений.

Во введении обоснована актуальность темы исследования, определены предмет и объект исследования, его цель, гипотеза, поставлены задачи. В первой главе «Теоретические основы обучения решению экономических задач в школьном курсе математики» проведен анализ современных взглядов педагогов – ученых и практиков – на проблему исследования. Во второй главе «Методические аспекты обучения решению задач с экономическим содержанием в школьном курсе математике в 11 классе» обоснована структура и содержание методики обучения старшеклассников решению задач с экономическим содержанием, представлены результаты проверки эффективности разработанной методики. В заключение обобщены результаты исследования.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЮ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ С ЭКОНОМИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

1.1 Межпредметные связи математики и экономики

«Тот, кто не знает математики,
не может узнать никакой другой науки и
даже не может обнаружить своего невежества»

Ф. Бекон

Развитие человеческой культуры на протяжении всей истории его существования основывалось на математике, она всегда была ее частью и являлась основой познания окружающего мира, фундаментом науки и техники и важной составляющей гармоничного развития человека. Математические знания и навыки необходимы фактически во всех областях науки, в основном связанных с естествознанием, техникой, экономикой, информатикой.

Современная экономическая наука активно использует математический аппарат для формализации собственных задач и проблем. Широкое применение математики в экономике объясняется, тем, что ее методы являются универсальным инструментом, позволяющим осуществлять абстрактное описание и формализацию наиболее явных связей при изучении процессов и явлений в экономике, давать оценку зависимости между ними, находить оптимальные решения поставленных задач.

Исторически вместе с началом раздельного преподавания учебных предметов, обусловленным развитием науки, возникла и проблема установления связей между предметами.

В литературе понятие «межпредметные связи» определяется по-разному. В «Педагогическом словаре» оно определяется как взаимная согласованность учебных программ [20].

Методической разработкой межпредметных связей занимались многие педагоги, особенно Я.А. Коменский, И.Г. Пестаяоци, В.Я. Стоюнин, Н.Ф. Бунаков, В.И. Водовозов.

В классической педагогике К.Д. Ушинский дал полное определение дидактической значимости межпредметных связей. Он считал, что «знания и идеи, сообщаемые какими-то, ни было науками, должны органически строиться в светлый и, по возможности, обширный взгляд на мир и его жизнь» [41]. Необходимо приводить знания в систему по мере их накопления: «Голова, наполненная отрывочными, бессвязными знаниями, похожа на кладовую, в которой все в беспорядке и где сам хозяин ничего не отыщет [41]. Главенствующую роль при формировании системы знаний К.Д. Ушинский отводил межпредметным связям, которые создают точные и взаимосвязанные представления о реальном мире. Построить этот упорядоченный мир в голове ученика можно при совместной настойчивой работе всего коллектива педагогов, когда каждый сосредоточен не только о своем предмете, а заботится о комплексном развитии учеников.

Высокий уровень систематизации знаний учеников достигается только при формировании межпредметных связей, которые способствуют созданию у школьников объективной научной картины мироздания, позволяют совершенствовать содержание учебных предметов, устанавливать связи в изучении основ наук с подготовки учащихся к практической деятельности, и служат средством формирования гармоничной личности, способной активно участвовать в жизни и деятельности.

Ученики получают представление о взаимосвязи окружающего мира и математики при сочетании теоретического и современных прикладных аспектов курса математики в школе. Этому способствует межпредметные связи, отраженные в программах и учебных пособиях. как правило, на уроках математики изучается весь инструментарий, необходимый для изучения смежных предметов на высоком уровне.

Межпредметные связи экономики и математики носят взаимный характер:

- экономика может эффективно использовать действенный математический инструментарий для получения новых знаний;
- математика получает все экономические процессы для приложений своих теоретических знаний.

Для осуществления межпредметных связей математики и экономики важным является формирование у школьников математикой интерпретации основных законов и взаимосвязей, изучаемых в экономических дисциплинах. Связи, существующие между экономикой и математикой на уровне науки, должны отражаться и в связях между соответствующими учебными предметами в школе.

В ходе освоения некоторых разделов экономики происходит дополнительное усвоение математических знаний и умений, выработка навыков их использовать при решении задач с экономическим содержанием. Условием их успешного применения является обучение учащихся использовать изучаемый математический аппарат для решения прикладных задач с экономическим содержанием.

Ряд разделов школьных курсов экономики и математики связывает между собой функциональная зависимость. Экономика снабжает математику примерами различных видов зависимостей (прибыли, выручки, издержек производства, спроса и предложения, потребления и сбережения и др.). Одновременно, навыки работы с функциями и их графиками применяются в решении определенных задач экономики (установления равновесной цены товара, определении равновесия на рынке, формирование оптимальной стратегии хозяйствующего объекта и т.п.).

Основой решения многих задач с экономическим содержанием являются знания элементарной математики и алгебры, изучаемых в средней школе. Это задачи, требующие в ходе решения использования

знаний и умений по расчету процентов, дробей, пропорций, математических и геометрических прогрессий, уравнений и их графиков. Межпредметные связи экономики и математики позволяют воспринимать учебный материал как целое.

Это дает ряд преимуществ:

- окружающий мир познается учащимися в своем многообразии и единстве;
- межпредметные связи развивают личность обучающихся, дают возможность познать окружающий мир, выявить причинно-следственные связи, развить мышление и логику;
- использование различных видов подачи материала в течение занятия позволяет удерживать внимание учащихся, позволяет повысить эффективность уроков, так как нетрадиционная форма уроков вызывает интерес;
- за счет использования межпредметных связей может освободиться время, которое можно использовать для дополнительных заданий по сложным для понимания темам;
- межпредметные связи дают возможность для дальнейшего развития и творчества и преподавателя, и обучающихся, способствует раскрытию их личного потенциала.

Работа в данном направлении даст положительный результат в интеллектуальном развитии учащихся, их воспитании, формировании необходимых в дальнейшем личностных качеств. Развиваются необходимые навыки: умение работать с научно – учебной и дополнительной литературой, осваиваются основы проведения анализа и синтеза, что подтверждает целесообразность использования межпредметные связи экономики и математики.

1.2 История применения математических расчетов в экономике

На протяжении всей истории человечества две научные дисциплины экономика и математика были неразрывны. Математика появилась в связи с бытовыми потребностями человека, для решения простых задач, в основном, натурального товарного и, впоследствии, товарно-денежного обмена. Экономика всегда основывалась на проведении расчетов и вычислений, что невозможно без знаний и умений математики.

Люди учились считать и говорить практически одновременно, и названия чисел появились в составе вообще первых слов. Первобытные люди вели счет чего-либо, используя количество пальцев рук и ног. Археологи нашли наскальный рисунок каменного века, в котором число 35 было представлено в виде 35 палочек-пальцев. Племя инков придумало узелковую письменность, где разные шнурки и узелки позволяли вести необходимые расчеты или учет чего-либо. Фридрих Энгельс писал, что десять пальцев на руках – самый древний источник математических знаний.

Начала активно развиваться математика примерно в 3000 до н. э. в основных очагах развития цивилизации этого периода – Вавилоне и Египте.

Многое известно о вавилонской цивилизации из отлично сохранившейся библиотеки Ашшурбанипала, состоящей из глиняных табличек, покрытых клинописными текстами. Возраст некоторых датируется примерно от 2000 лет до н. э. вплоть до 300 годов до н. э. Математика на найденных документах в основном касалась моментов, связанных с ведением хозяйства, то есть с экономикой. Также простая арифметика и алгебра применялись при расчетах за товары или обмене денег, вычислении налогов, либо простых, либо сложных процентов. Расцвет математики – это эпоха вавилонян, называемая Самураи.

Древнеегипетские папирусы, содержащие математические расчеты, относятся к 3500 лет до н. э. Они использовали математику для вычисления массы тел, объемов зернохранилищ, площадей посевов, размеров податей, количества материалов, которые предназначались для строительства различных сооружений, в том числе пирамид. Египтяне использовали в расчетах только дроби, у которых в числителе единица: $1/2$, $1/5$, $1/121$, $1/201$. Это очень усложняло любые вычисления, требовало много ходов в расчетах.

В период расцвета рабовладельческой демократии Греции появилось понятие об экономике как науке, когда были сделаны попытки не просто рассчитать, а определить теоретические законы экономической жизни.

Слово «экономия» в переводе с греческого имеет смысл науки о ведении домашнего хозяйства. Наука экономика занималась вопросами эффективного хозяйствования. Греческое рабовладельческое хозяйство являлось сложной производственной системой, то экономика пыталась решить общие задачи: из каких хозяйств должно состоять государство, как эти хозяйства должны осуществлять обмен производимых товаров, как взаимодействуют торговля и деньги, как определять налоги и подати? Экономическую науку в таком виде сформулировал Аристотель, великий греческий философ, которого принято считать ее основателем. Решение таких проблем потребовало активного использования математических расчетов.

После греков математику начали развивать индийцы. Индийские математики разработали ряд новых понятий и эффективных методов расчетов: они ввели понятия «ноль» и «отрицательное число». Эти величины они, в частности, использовали для учета и записи долгов. Приблизительно в 630 гг. н. э. определение отрицательных чисел найдено в научных трудах у Брахмагупты. Индийские математики очень сложно вычисляли проценты, используя пропорции, т.е. применяя тройное правило.

Около 800 годах н. э. математика продолжила развитие в Багдаде. Название «алгебра» произошло от книги Аль-Хорезми «АЛЬ-джебр Ва-л-мукабала» («Восполнение и противопоставление»), которая была написана в 830 году н. э.

В Китае во втором веке до н.э. существовала книга «Арифметика в девяти главах», в которой был обобщен опыт предшествующих китайских математиков и ученых. Одна глава была посвящена подробному вычисление дробей, разных видов процентов.

В Древней Руси в X-XI веках широко использовались математические знания при проведении хозяйственных операций, что подтверждено письменными источниками.

500 лет назад математик Джемшид ибн-Самосуд аль-Каши из Самарканда изобрел десятичные дроби. В Европе они были введены еще на 150 лет позднее фламандским математиком Стивенном.

Интересна история широко распространенного в математических задачах с экономическим содержанием понятия «процент».

Термин «процент» в переводе с латинского «pro centum» означает «на сто». Процентом называется сотая часть числа: $1/100 = 1\%$. Наибольшее распространение расчёты с процентами получили в Древнем Риме, где называли процентами деньги, которые платил должник кредитору за каждую сотню монет. Кредиторы получали с должника лихву (т. е. деньги сверх того, что дали в долг), при этом говорили: «На каждые 100 сестерциев долга заплатить 16 сестерциев лихвы». Постепенно понятие «проценты» распространилось к другим народам.

В Европе в средние века в связи с развитием торговли особое ценилось вычислять проценты, не только простые проценты, но и сложные. Для облегчения труда при вычислении процентов люди разрабатывали свои собственные методы и способы расчета, которые были коммерческой тайной владельца. В 1584 г. Симон Стевин, инженер из

города Брюгге (Нидерланды) опубликовал таблицы для расчёта процентов для общего использования.

В России начали использовать термина «процент» начинается с XVIII в, когда Петр I ввел это понятие. Но подобные вычисления начали использоваться ранее, как привязка чеканных монет 1 к 100, то есть рубль сначала состоял из 10 гривенников, а позже из 100 копеек. Под процентами долгое время понималось исключительно доход на каждые 100 рублей.

В 1685 году во Франции была издана книга «Руководство по коммерческой арифметике» Матье де ла Порта. В ней речь шла о процентах, которые обозначали как «сто» (сокращенно от *cento*). Однако наборщик принял это «сто» за дробь и напечатал «%». Так опечатка вошла в историю.

Есть и другое объяснение. Знак % происходит от итальянского слова *cento* (сто), которое в процентных расчетах часто писалось сокращенно *cto*. Отсюда путем удобных упрощений в скорописи буква *t* превратилась в черту (*/*), возник современный символ для обозначения процента *cto* – *c/o* – %.

Экономика как наука начала свое основное развитие в XVI-XVII веках, идя вслед за развитием промышленности, по мере расширения интеграционных связей. Развитие экономической теории потребовало активного применения математических методов для решения собственных задач. Применение математических расчетов в экономике имеет свою историю, разработкой их занимались крупнейшие ученые своего времени: Ф. Кенэ, А. Смит, Д. Рикардо, Д. Хикс, и др. Большой вклад в применении математики в экономических исследованиях сделал Карл Маркс, его модель производства позволила впервые объяснить законы развития капиталистического общества. Свой вклад в моделирование рыночной экономики внесли Дж. Кейнс, Л. Вальрас, Курно, В. Парето, Р. Солоу, В. Леонтьев, П. Самуэльсон и другие, они создавали свои экономические теории, модели экономики, исходя из принципов, которые они считали

точными. Они создавали свои модели анализируя реальную жизнь, находясь в поиске ее закономерности, пытаясь описать их с помощью математических зависимостей или прикладной математики – математической статистики, математического программирования теории игр.

Задачи экономики, решаемые учеными и практиками, не всегда удается формализовать, свести только к расчету. Решение такого типа задач часть требует поиск недостающих данных, пользование экспертными оценками, обсуждением, анализом статистических данных, личностным принятием решений. Чаще всего это задачи, решаемые в процессе экономического анализа, планирования, проектирования, связанные с определением искомых неизвестных величин на основе исходных данных. Но с развитием математических наук, вероятно найдутся методы и способы формализовать и рассчитать и эти сложные экономические процессы

Рассмотрим подробнее какие типы задачи с экономическим содержанием используют для заданий в ЕГЭ.

1.3 Классификация задач с экономическим содержанием для ЕГЭ

В системе школьного обучения, важной составляющей является подготовка ученика к сдаче ЕГЭ. В структуру экзамена постоянно вносятся корректировки. В 2015 году, кроме деления экзамена по математике на базовый и профильный уровни, во вторую часть профильного уровня была добавлена задача с экономическим содержанием повышенного уровня сложности требующая грамотного развернутого ответа. В демоверсии ЕГЭ 2015 года она была под номером №19, в 2018 и 2019 года уже под номером №17. [37].

Следует отметить, что речь все-таки идет именно о задачах по математике, а не по экономике. Любую задачу, условие которой связано с

товарно-денежными отношениями, производством товаров или услуг, а также с минимизацией расходов или максимизации прибыли, можно отнести и к экономическим задачам. Получается, что математика и экономика неразрывно связаны между собой.

Такого рода задачи появляются на разных позициях в вариантах ЕГЭ по математике, как профильного уровня, так и базового.

Рассмотрим на каких позициях встречаются задачи такого типа/задачи с экономическим содержанием.

В базовом уровне ЕГЭ задачи с практическим содержанием согласно спецификатору 2019 г., встречаются под номерами № 3, 6, 9, 11. Все они проверяют комплекс умений использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и в повседневной жизни [38] в различных вариациях предложенных заданий.

Представлены задачи на простые проценты, элементарные текстовые арифметические задачи на товарно-денежные отношения, на установления соответствия между величинами и их значениями, а также задача на «чтение» и анализ данных представленных в табличном и графическом виде.

В профильном уровне ЕГЭ такие задачи согласно спецификатору 2019 г. встречаются под номерами № 1 и 2 – задание базового уровня с кратким ответом, №10 – повышенный уровень с кратким ответом, а также №17 – задача повышенного уровня сложности с развернутым ответом.

Рассмотрим все типы задач именно в профильном ЕГЭ по математике начиная от самых простейших (рис.1).

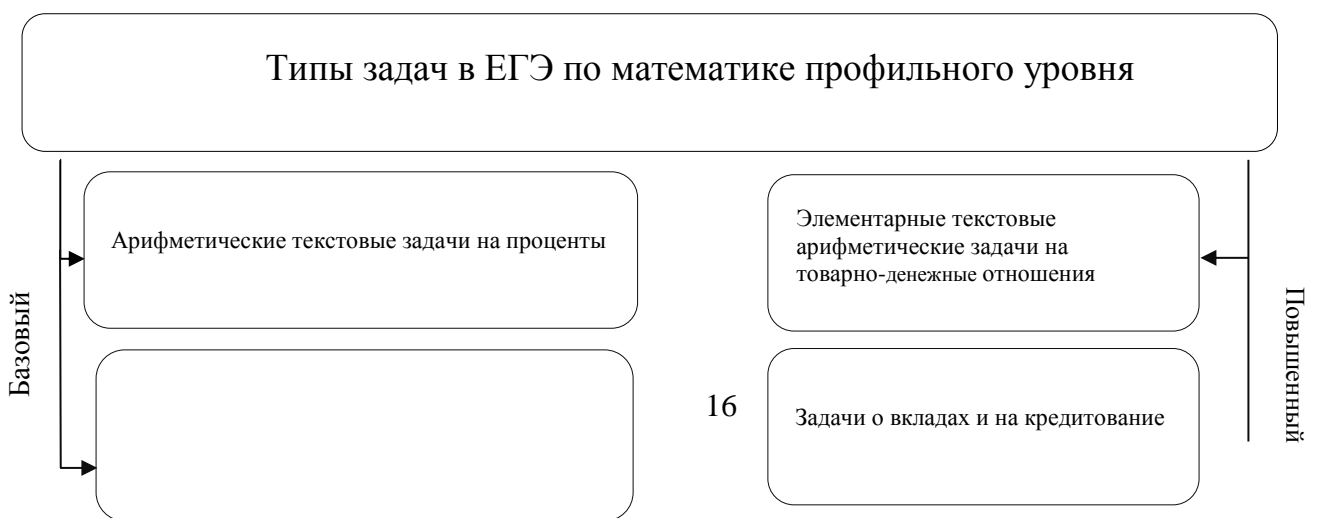




Рисунок 1 – Типы задач в ЕГЭ по профильной математике

1.3.1 Арифметические текстовые задачи на проценты

Трудности, вызванные у многих учащихся даже простые задачи на проценты, обычно зависят от формального подхода к изложению темы.

Для решения множества задач на проценты вполне знать, простое определение, что процент – это одна сотая часть числа(величины). Поэтому для эффективного решения задач на проценты необходимо научить учащихся «переводить» условие задачи на математический язык, в данном случае используя десятичные дроби, а после решения делать обратный «перевод».

Например, если товар стоил X рублей, а потом его цена снизилась на 5, 10 или 25 процентов, это говорит о том, что для нахождения новой цены нужно число X уменьшить соответственно на 5, 10 или 25 сотых. Получим $0,95x$, $0,80x$ или $0,75x$ соответственно.

Если цены выросла на 5, 10 или 25 процентов, это говорит о том, что для нахождения новой цены, нужно число X увеличить соответственно на 5, 10 или 25 сотых. Получим $1,05x$, $1,10x$ или $1,25x$ соответственно.

Пример 1. Найти 13% от числа r .

Решение. 1 способ: найти $\frac{1}{100}r$, затем $\frac{1}{100}r \cdot 13 = 0,13r$.

2 способ: перевести 13% в так называемый «десятичный вид» – 0,13 и умножить $0,13r$.

Ответ: $0,13r$.

Нахождение процента от числа должно быть отработано у учащихся до автоматизма. На этом понятии строятся почти все задачи с экономическим содержанием в школе и в жизни. Поэтому можно пользоваться простой формулой:

$$b = 0,01r \quad (1)$$

Пример 2. Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. После удержания налога Василий Петрович получил 13050 рублей. Сколько рублей составляет заработная плата Василия Петровича?

Решение. Найдем в процентах заработную плату после удержания налога: $100\% - 13\% = 87\%$. Теперь можно найти сколько составляла заработная плата до удержания налога $\frac{13050 \cdot 100}{87} = 15000$ руб.

Ответ: 15000 рублей.

Иногда приходится иметь дело с процентами и при вычислении вероятности. Прежде чем рассмотреть задачу, нужно помнить, что для решения достаточно находить зависимость числа благоприятных исходов к числу всех возможных исходов для события, описанного в задаче.

Пример 3. На ферме разводят коров, свиней и овец. Известно, что свиней в 1,8 раз больше, чем овец, и на 70% меньше, чем коров. Найдите вероятность того, что случайно увиденное на ферме животное окажется овцой.

Решение. Обозначим число коров через y , то число свиней будет равно $0,3y$, а число овец — в 1,8 раза меньше, т. е. $0,7y$. Значит, всего животных на ферме $y + 0,3y + 0,7y = 2y$. Поэтому вероятность случайно увидеть овцу равна $\frac{0,7y}{2y} = 0,35$.

Ответ: 0,35.

При логических рассуждениях в задачах также приходится иметь дело с процентами.

Пример 4. На рынке ценных бумаг есть облигации следующих банков: Сбербанк, Альфа-Банк и ВТБ. Найдите вероятность того, что

случайно купленные облигации окажутся облигациями Сбербанка, если одно из трех высказываний верно, а два ложны.

- 1) Облигации Сбербанка составляют 44% рынка ценных бумаг;
- 2) Облигации Альфа-Банка составляют 77% рынка ценных бумаг
- 3) Облигации ВТБ составляют 33% рынка ценных бумаг;

Решение. Предположим, что высказывание 2 истинно. Тогда высказывания 1 и 3 ложны, так как общее число облигаций не может быть больше 100%. По условию только одно высказывание является ложным. Получили противоречие. Значит, высказывание 2 является ложным, а высказывания 1 и 3 истинны. Поэтому облигации Сбербанка составляют $100\% - 44\% - 33\% = 23\%$ облигаций рынка ценных бумаг. Искомая вероятность равна 0,23.

Ответ: 0,23

1.3.2 Задачи на чтение и анализ данных, представленных в виде графиков, диаграмм и таблиц

Представление статистической информации в виде графика, диаграммы или таблицы позволяет удобно и быстро считывать эту информацию с целью её анализа или прогноза на будущее. Поэтому интерпретация такой информации и её оценка является одним из базовых вещей для социализации человека в обществе. Несмотря на это, соответствующее задание под №2 ЕГЭ вызывает затруднения примерно у 7% выпускников.

Данные задачи в части «чтения» графиков делятся на две группы: в первой учащийся отвечая на вопрос типа «какого числа значение величины было равно данному?» находит точку абсцисс, во второй – требуется найти наименьшее или наибольшее значение неизвестной величины, т.е найти точку оси ординат. Для задач из первой группы процент верных ответов в среднем на 4% ниже, чем для задач второй группы. Часть неверных ответов вызвана невнимательным прочтением вопроса задачи: перепутаны

минимальные и максимальные значения, вместо даты в ответе указывают цену.

Кроме графиков, в этих заданиях встречаются – диаграммы столбчатые или круговые. Подобные диаграммы наглядно представляет различие в росте тех или иных показателей и параметров, зависимости от одной величины от другой и т.п. Анализ информации диаграмм не сложнее графика, в самых простых заданиях нужно определить, соотносить с неким условием один или несколько секторов, оценить или подсчитать количество столбцов, подходящих требованию (вопросу) задачи. Немного сложнее задачи, где требуется расчет или сравнение данных.

Так же встречается табличное представление данных. В таком случае, чтобы решить задачу требуется подсчитать стоимость товаров и услуг исходя из данных в таблице и в ответе указать наименьшую или наибольшую либо подобрать те товары и услуги, общая стоимость которые не превышает значения, заданного в вопросе задачи. Тогда в бланк заноситься несколько ответов. Но иногда в банке ЕГЭ попадаются задания, в которых нужно найти именно оптимальный вариант – по стоимости или другому параметру. В таком случае ответ на вопрос задачи требует вычислений, сравнений и соотношения данных.

Рассмотрим пример такой задачи.

Пример 5. Автономная экспертная лаборатория определяет рейтинг R ноутбуков на основе коэффициента ценности, равного $0,01$ средней цены P , показателей функциональности F , производительности S и дизайна D . Каждый из показателей оценивается целым числом от 0 до 5 . Итоговый рейтинг вычисляется по формуле $R=5(2F+2S+D)-0,01P$. В таблице даны средняя цена и оценки каждого показателя для нескольких моделей ноутбуков. Определите самый высокий рейтинг представленных в таблице моделей ноутбуков.

Модель ноутбука	Средняя цена	Функциональность	Производительность	Дизайн
А	6100	3	3	5

Б	6700	3	5	4
В	4100	3	1	1
Г	3000	0	2	0

Решение. Задачу можно решить двумя способами: первый – прямой подсчёт рейтингов каждой модели:

$$\text{рейтинг модели А: } R_A = 5 \cdot (2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 5) - 0,01 \cdot 6100 = 24$$

$$\text{рейтинг модели Б: } R_B = 5 \cdot (2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 4) - 0,01 \cdot 6700 = 33$$

$$\text{рейтинг модели В: } R_B = 5 \cdot (2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 1) - 0,01 \cdot 4100 = 4$$

$$\text{рейтинг модели Г: } R_G = 5 \cdot (2 \cdot 0 + 2 \cdot 2 + 0) - 0,01 \cdot 3000 = -10$$

Второй способ – нужно проанализировать условие задачи, использовать метод оценки и прикидки. Очевидно, что при данных в таблице значениях в выражении для R уменьшаемое $5(2F + 2Q + D)$ максимально, а вычитаемое $0,01P$ минимально именно для модели Б. При таком решении считать придётся только один – самый высокий рейтинг модели Б.

Ответ: 33

1.3.3 Элементарные текстовые арифметические задачи на товарно-денежные отношения

Это практико-ориентированные задачи, направленные на товарно-денежные отношения, считаются простейшими экономическими задачами ЕГЭ по математике, представлены под №1 и №10. Для их решения учащимся достаточно уметь выполнять простые арифметические действия с целыми числами и дробями, деление с остатком и округление ответа с избытком или недостатком. В таких задачах экзаменуемым обязательно нужно делать проверку полученного результата – на здравый смысл используя прикидку или оценку. Здесь также попадаются задачи на поиск оптимального варианта по стоимости товара или услуги, в данном случае, кроме вычислений, учащемуся следует проанализировать полученные данные и дать верный ответ исходя из вопроса задачи.

Проанализируем одну из типовых задач, которую экзаменующийся может встретить.

Пример 6. В квартире, где проживает Евгений, установлен счетчик расхода холодной воды. 1 октября счетчик показывал расход 98 куб.м. воды, а 1 ноября – 134 куб.м. Какую сумму должен заплатить Евгений за холодную воду за октябрь, если цена 1 куб.м воды составляет 17руб.40коп.? Ответ дайте в рублях.

Решение. Найдем разницу показателей счетчика за два соседних месяца $134 - 98 = 36$ куб.м, а после умножим на стоимость единицы воды $36 \cdot 17,40 = 626,4$ рубля.

Ответ: 626,4 рубля.

Аналогичные задачи зачастую вызывают непреодолимые арифметические сложности из-за неверного хода решения. Чаще всего учащиеся находят стоимость воды за каждый месяц, получая при этом огромные числа, а после находят их разность. Отсутствие постоянного решения житейских задач ставит учащихся в тупик при решении такой легкой задачи. В КИМах встречаются похожие задачи на расчет электроэнергии за месяц.

1.3.4 Задачи о вкладах и банковских процентах (кредитование)

Все задачи на банковские проценты можно разделить на две группы.

Наглядно это можно увидеть в схеме, приведенной ниже (рис. 2):

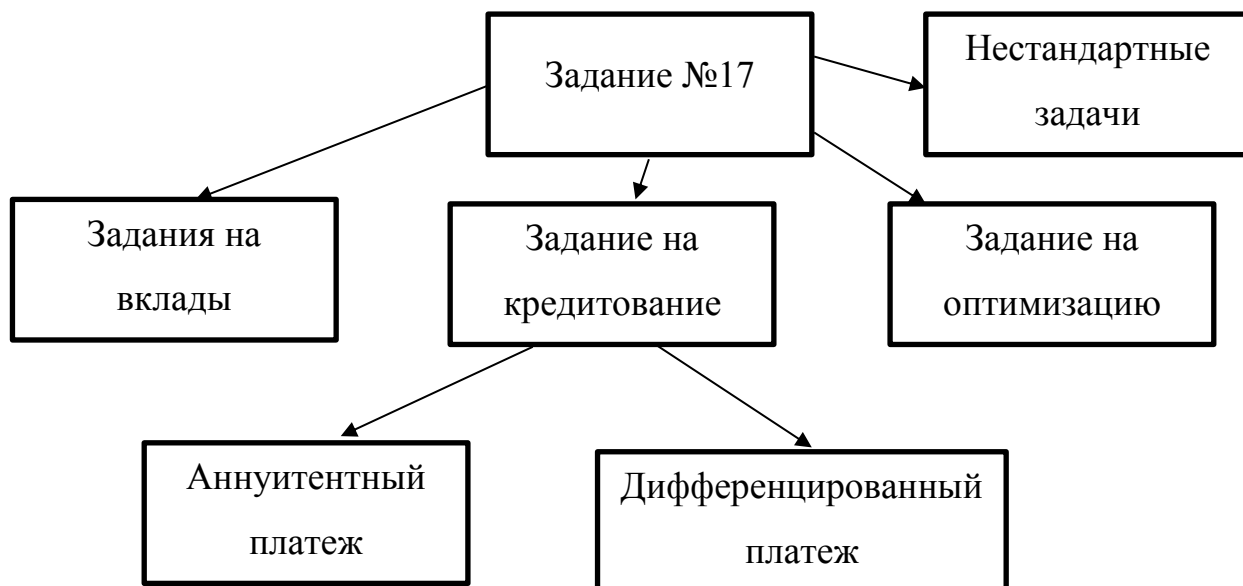


Рисунок 2 – Типы задач в задании №17 ЕГЭ

Для освоения таких задач достаточно проработать тему простых процентов и разобраться с экономическими терминами (депозит, кредит,..) используемых в задачах. Разберем более подробно каждый тип задачи:

Задачи на проценты по вкладам.

Банковский вклад – сумма средств, которую банк принимает от вкладчика на определенный или неопределенный срок с целью получить доход в виде процентов.

Установленный размер процентной ставки начисляется на сумму вклада со следующего дня, после поступления денег в банк и до дня закрытия вклада. Начисление процента может происходить в конце срока ежемесячно, ежеквартально или ежегодно. Вкладчик имеет право выводить проценты после их начисления или присоединять их к общей сумме вклада увеличивая ее таким образом.

Переводя это на математический язык получим, что при единовременном увеличении первоначальной величины вклада на установленное число процентов за каждый конкретный промежуток времени – это простой процент.

Рассмотрим формулу простых процентов:

$$S_1 = S_0 \cdot \left(1 + \frac{r \cdot t}{100}\right) \quad (2)$$

S_1 – конечная сумма вклада (кредита);

S_0 – первоначальная сумма вложения (кредита);

r – процентная ставка за период;

t – период вложения (день, месяц, квартал, год).

Пример 7. Вкладчик открыл депозита на 10 лет в размере 100 тыс. рублей под 15 % годовых. Какую сумму он получит через 10 лет, с учетом того что проценты он будет снимать? Ответ дайте в тыс.руб.

Решение. Воспользуемся формулой (2), получим

$$S_1 = 100000 \cdot \left(1 + \frac{15 \cdot 10}{100}\right) = 250000 \text{ рублей.}$$

Ответ: 250 тыс.руб.

Если вкладчик не снимает проценты со счета, то сумма начального вклада растет с каждой выплатой процента (процент начисляется на предыдущий процент – «двойные проценты»), а значит это уже сложный процент и высчитывается он по другой формуле.

Формула имеет следующий вид:

$$S_1 = S_0 \cdot (1 + 0,01 \cdot r)^t \quad (3)$$

Пример 8. Вкладчик открыл депозит на 10 лет на сумму 100 тыс. рублей под 15% за год. Прибыль от процентов начисляется на начальный вклад. Какую сумму он получит через 10 лет? Ответ дайте в тыс.руб.

Решение. Воспользуемся формулой (3), получим

$$S_1 = 100000 \cdot (1 + 0,15)^{10} = 404556 \text{ рублей.}$$

Ответ: 404 тыс.руб.

Наглядно различия между простым и сложным процентом можно увидеть на приведенном ниже графике (рис.3), составленном по условиям задач выше:

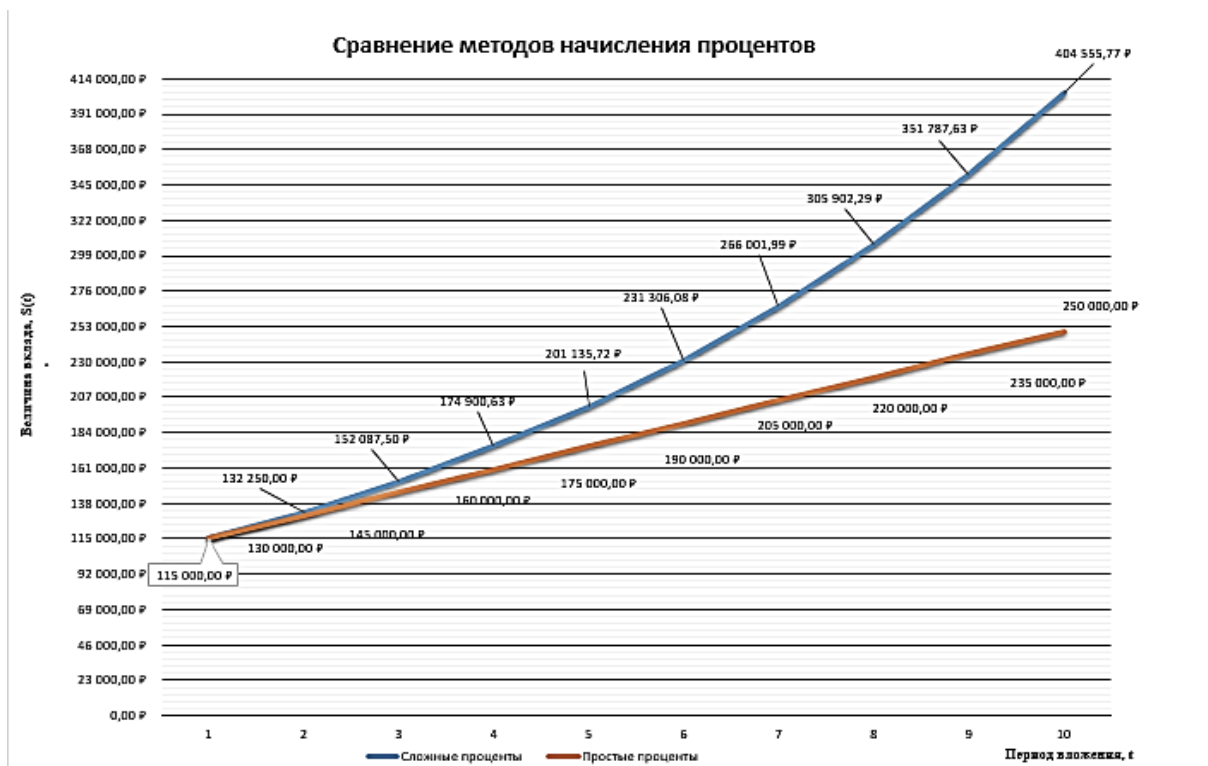


Рисунок 3 – Сравнение методов начисления процентов

Сравнив результаты, видно, что при использовании модели сложного процента, величина начального вклада значительно увеличивается. Рост доходности по простым процентам линейный, по сложным – экспоненциальный, такую разницу можно заметить при долгосрочном вложении средств.

Таким образом, задачи на проценты по вкладам являют собой характерные задачи последовательное изменение некоторой величины на установленное число процентов.

Задачи на проценты по кредитам.

Задачи на кредитование рассматриваются как одни из сложных практико-ориентированные заданий ЕГЭ по математике. Они вызывают наибольшую трудность при решении у выпускников, хотя эти задачи просто требуют кропотливого последовательного выполнения арифметических действий и знания элементарных экономических терминов, с которыми человек часто сталкивается в жизни.

При начислении процентов по кредиту применяется 2 модели: модель с неравными (дифференцированными) платежами и модель с равными (аннуитетными) платежами. Модели отличаются правилом формирования и величиной обязательных платежей.

Изучим экономическое определение банковского кредита.

Кредит – это ссуда в денежной или товарной форме на условиях возвратности и обычно с уплатой установленного процента; выражает экономические отношения между кредитором и заемщиком [8].

Выплата кредита может осуществляться дифференцированными или аннуитетными платежами.

В первом случае общая сумма основного долга делится на равные части пропорционально сроку кредитования. С каждой ежемесячной выплатой заемщик выплачивает банку часть основного долга плюс начисленные на его остаток проценты. Поэтому основные расходы заемщик несет в начале выплаты кредита. Просчитать ежемесячную сумму основного долга очень просто – суммы всего кредита делится на количество платежей.

Во втором случае ежемесячные выплаты одинаковые по сумме в течении всего срока кредитования независимо от оставшейся суммы долга. Но соотношение в платежах начального долга и процентов – разное. В начале выплаты кредита – больше выплачивается процентов, а долга меньше. К концу выплаты кредита происходит обратное действие. По сути используются простые проценты.

Наглядно это можно увидеть на рисунке 4, представленном ниже.

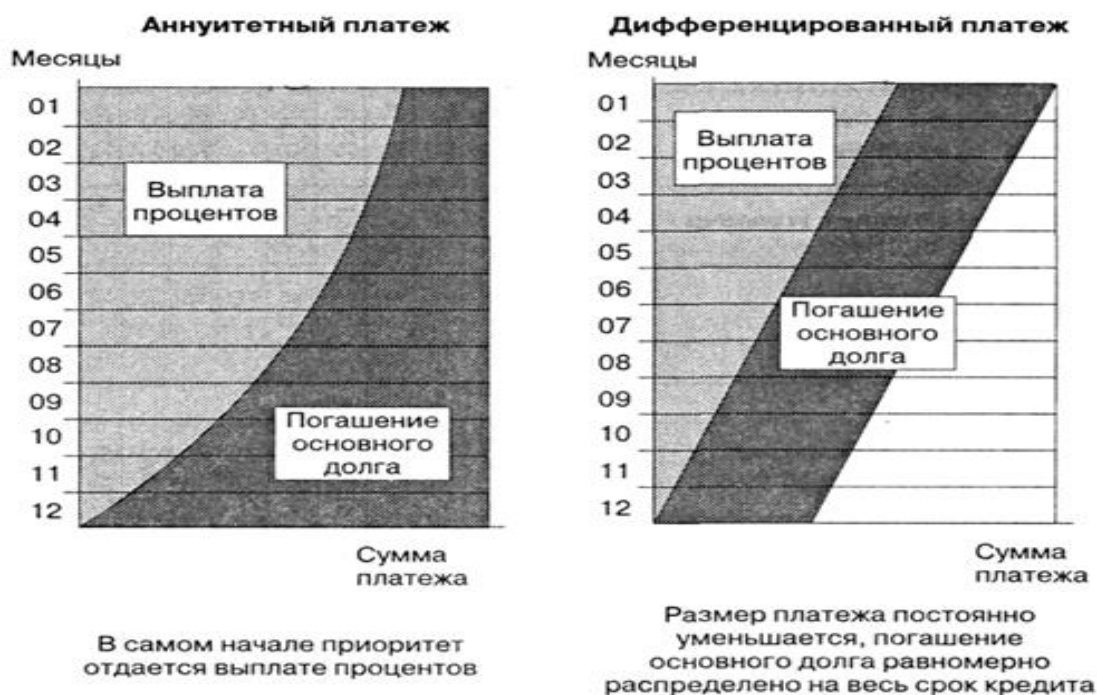


Рисунок 4 – Виды платежей по кредиту

Формула вычисления сложных процентов по кредиту аналогична формуле (3).

Иногда возникают ситуации, когда нужно вычислить первоначальную сумму кредита (вклада). Тогда эту формулу нужно преобразовать вот в такой вид:

$$S_0 = \frac{S_1}{(1+r)^t} \quad (4)$$

Кроме суммы кредита(вклада) можно найти другие параметры. Например, кредитор хочет узнать на какой период и под какую ставку нужно взять кредит, чтобы успеть его выплатить за какой-либо установленный срок. Зная первоначальную и конечную сумму кредита(вклада), можно узнать процентную ставку:

$$r = \sqrt[t]{\frac{S_1}{S_0}} - 1 \quad (5)$$

Можно рассчитать период времени, на который нужно вложить средства, чтобы получить определенную желаемую прибыль:

$$t = \log_{1+r} \frac{S_1}{S_0} \quad (6)$$

При расчете периода кредитования(вклада) для получения определенной прибыли следует учитывать тот факт, что практически все банки используют целые периоды.

Если расчет по формуле показал, что средства для получения прибыли нужно вложить на 2 года и 7 месяцев, то реально необходимо будет положить депозит на 3 полных года.

В задачах на кредитование или на вклады используется формула, объединяющая 4 величины: S_0, S_1, r, t . В этих величинах учащимся нужно хорошо разбираться, знать не только их математическую сущность, но и понимать экономические определения.

1.3.1. Задачи оптимизации производства товаров или услуг (минимизации затрат или максимизации прибыли).

В последние годы в задачах под №17 стали попадаться не только задачи на депозиты и кредиты, но и задачи, относящиеся к оптимизации, т.е. выбору лучшего варианта из всех возможных.

В них даны конкретные условия производства товара или услуги (транспортные перевозки, производство товара, сельхозпродукты и т.д.) и нужно найти значения некоторых величин с целью максимизации прибыли, минимизации затрат, наивысшей производительности труда или минимальной затраты времени.

Задачи на оптимизацию довольно сложные для экзаменуемых, так как они требуют анализа большого количества данных и информации статистического характера, которая чаще всего представлена сплошным текстом без какой-либо структуры, уметь пользоваться оценкой и прикидкой при вычислениях и конечно же внимательно производить расчеты. Еще одна сложность в этих задачах, что нет определенно алгоритма решения под задачу, к каждой задаче свой подход. Задачи

похоже на исследовательские (экспериментальные) задачи, близкие по смыслу к заданию под №18 (задача с параметром)

Для решения таких задач чаще всего используется метод перебора возможных вариантов и логических рассуждений, исследование функций элементарными методами и с помощью производной и нахождения экстремумов. От экзаменуемых требуется провести вычисления и сравнить результаты или составить систему уравнений и решить ее с учетом некоторых ограничений (к примеру, в целых числах), или определить связь между двумя экономическими величинами (например, между производством товара и прибылью предприятия) построив функцию и исследовать ее на экстремальное значение с помощью производной. При исследовании составленной функции учащимся нужно помнить, что она описывает реальный процесс, поэтому необходимо учитывать ограничения на область определения или область значений.

Проанализируем последнюю группу задач, которые встречаются под номером №17.

1.3.4 Комбинированные и нестандартные задачи.

Выбор более оптимального условия кредитования.

До 2019 года участник экзамена мог выбирать и сдавать оба уровня экзамена. В 2019 г. участники ЕГЭ могли сдавать только один уровень.

Задачи базового уровня не вызывают трудностей у сдающих ЕГЭ по профильной математике. Об этом свидетельствует следующая статистика сдачи экзамен в 2017, 2018 и в 2019 годах[37,38] , приведенная ниже (таб.1):

Таблица 1 – Средний процент выполнения заданий с экономическим содержанием ЕГЭ по профильной математике.

№	Проверяемые требования (умения)	Уровень сложности задания	Максимальный балл за выполненное задание	Средний процент выполнения в 2017 году	Средний процент выполнения в 2018 году	Средний процент выполнения в 2019 году
1	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Б	1	91,5	93,3	95,5
2	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Б	1	95,8	95,9	95,5
10	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	П	1	49,7	66,9	86,9
17	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	П	3	3,1	2,2	15,4

Отсутствие «подстраховки» в виде экзамена базового уровня, качественно повлияло на результаты подготовки участников ЕГЭ профильного уровня.

Среди общих ошибок ЕГЭ по математике 2019 г. следует отметить снижение ошибок в первой части экзамена, задания под номерами № 1, 2 выполнили со средним результатом больше 95% выпускников.

Задачу с кратким ответом, но повышенного уровня вычислительного характера по готовой формуле, в частности задача №10, ее выполнение заметно выросло (2017 г. – более 49%, 2019 г. – около 86%).

Небольшой рост произошел и в решении задачи №17 повышенного уровня сложности с развернутым ответом (2017 г. – всего 3%, 2019 г. – около 15%). За эту задачу согласно спецификатору ЕГЭ, предлагается 3 первичных балла за сложность задачи.

Обучающиеся с повышенным уровнем подготовки часто на экзамене сталкиваются с нехваткой времени на внимательное и грамотное решение всех задач второй части. Надо полагать, что снижение результативности происходит после геометрической задачи №16 на стереометрию. Поэтому учителям нужно больше работать со стереометрическими задачами – вырабатывать умения использования стандартных приемов построения сечений, применение универсальных стереометрических теорем и фактов. Все это позволит участникам ЕГЭ сэкономить время и силы для решения других задач второй части.

Из критериев оценивания задачи №17 (приложение 1) можно сделать вывод, что даже при составлении правильной модели к решению задачи уже можно получить 1 балл за выполнение. Какую модель проще всего использовать?

С начальной школы учащиеся при оформлении задач используют различные рисунки, чертежи, таблицы, схемы. В нашем случае при оформлении задач лучше всего подойдет краткая запись и таблица, в которой связаны 4 взаимосвязанные величины (можно их перечислить). Заполняя таблицу данными из условия задачи, обучающемуся проще проанализировать задачу, понять, что дано, а что нужно найти, понять, как связаны между собой величины, структурировать ход решения.

Именно такую вспомогательную модель мы предлагаем использовать для решения задач с экономическим содержанием во второй части ЕГЭ, об этом будет рассказано во второй главе. Анализ пособий по подготовке к ЕГЭ, школьных учебников, КИМ на типы задач с экономическим содержанием представлен в Приложении 1.

ВЫВОДЫ ПО 1 ГЛАВЕ

Математические задачи с экономическим содержанием являются неотъемлемой частью нашей жизни, как у экономистов, финансистов и профессиональных участников фондового и валютного рынка, так и у каждого человека. Поэтому в школе при работе с учащимися очень важно эффективно решить проблему усиления познавательной деятельности через межпредметную связь математики и экономики.

Для осуществления межпредметных связей математики и экономики важным является формирование у школьников математикой интерпретации основных законов и взаимосвязей, изучаемых в экономических дисциплинах. Связи, существующие между экономикой и математикой на уровне науки, должны отражаться и в связях между соответствующими учебными предметами в школе. В отличие от математических, экономические задачи не всегда удается сформировать в виде алгоритма, свести к математическому расчету. Для решения таких задач необходимо владеть экономическими терминами и понятиями, методами экспертных оценок,

Согласно информации, имеющейся на сайте ФИПИ, в настоящее время есть проблема подготовки учащихся, связанная с решением задач с экономическим содержанием повышенного уровня сложности. Пока проанализировать почему у значительного числа выпускников эти задания вызывают наибольшую трудность невозможно. Требуется в дальнейшем проводить социологические опросы и формировать правильные выводы. Эту проблему надо решать сейчас и подойти к ней можно, с другой стороны. Подготовка ученика к сдаче ЕГЭ должна включать в себя и организацию специализированных занятий или курсов, направленных на изучение такого типа задач. Полученный в ходе таких занятий опыт и практика позволит ученикам уверенно и правильно решать задачи, в том числе и по вкладам и кредитам, в ходе экзаменов.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ С ЭКОНОМИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКЕ В 11 КЛАССЕ

2.1 Цели и задачи обучения школьников 11 класса средней школы решению задач с экономическим содержанием

Актуальные требования к воспитанию конкурентоспособного делового человека, имеющего уверенное экономическое мышление и готового к работе в условиях рынка, делают необходимым изучение основ экономических и финансовых знаний.

В настоящее время человек должен иметь знания об основных экономических понятиях, законах, информационных потоках, владеть приемами решения практических задач экономики.

Но эти требуемые сейчас знания и умения всего населения страны в экономике, финансах и их простейших применениях, неудовлетворителен, что определяется рядом причин. Это и долгое существование плановой экономики, отсутствие фондового рынка, незначительность кредитного сектора экономики.

Исправление этих недостатков является серьезной задачей настоящего времени. Широкий спектр финансовых услуг для населения и предпринимателей требует грамотного подхода к выбору вариантов формирования проектов.

Эти умения формируются в течении длительного периода времени на основании принципа «от простого к сложному», в процессе многократного повторения и закрепления, направленного на практическое применение знаний и навыков. И роль математики в этом процессе значительна.

Математические задачи с экономическим содержанием являются в жизни эффективным и обязательным средством формирования понимания, изучения теории и методов математики, а также других дисциплин.

Уделить достойное внимания рассмотрению и освоению методов решения этих задач в рамках школьных занятий нет возможности

Такие задачи обязательно включаются в задания ЕГЭ и вызывают у учащихся серьезные трудности при их решении. Они обусловлены отсутствием достаточных знаний, опыта и практики решения аналогичных задач, низким уровнем навыков систематического подробного анализа задачи, построения правильной модели задачи. незнанием встречающихся терминов.

Нами разработан элективный курс «17 задача ЕГЭ», предназначенный для учащихся 11-х классов общеобразовательной школы. Он должен сформировать у учащихся единый подход к решению задач с экономическим содержанием и закреплению умений экономико-математических расчетов.

Такая ориентация соответствует концепции современной школы, целям и задачам экономического и финансового образования, способствует обеспечению совместимости данного образования обучающихся с теми знаниями экономического развития общества, которые необходимы в данный момент.

Цели курса «17 задача ЕГЭ»

- формирование ключевых компетенций – готовности использовать знания, умения и способы деятельности в практической деятельности для решения экономических задач, усвоенных в школе;
- дополнительное образование школьников с ориентацией на практическое направление образовательного процесса;
- профессиональная ориентация старшеклассников и повышение их социальной адаптации;
- формирование логического экономического образа мышления и способности к самореализации, личному самоопределению;

- повышение ответственности в будущем за самостоятельные экономические решения, уважение к труду и предпринимательской деятельности;
- воспитание опыта ответственного финансового поведения;
- освоение на высоком уровне знаний по экономической грамоте для будущей работы и самореализации в экономической сфере;
- эффективная подготовка учащихся к ЕГЭ по математике.
- формирование единого подхода к решению задач с экономическим содержанием.

Задачи курса «17 задача ЕГЭ»

1. Усвоение основных терминов и понятий курса, используемых в описании явлений и процессов, для толкования экономической информации и финансовой данных.
2. Формирование экономической и финансовой грамотности для анализа проблем и происходящих изменений в сфере экономики, выработки собственных суждений, приобретения опыта оценки последствия принимаемых решений.
3. Воспитание умения самостоятельного экономически обоснованного решения.
4. Освоение умения исследовать экономические явления: проводить анализ, синтез, обобщение экономической информации, прогнозировать явления в финансовой и экономической сфере.
5. Освоение технологии использования интерактивных обучающих программ для проведения элективного курсов.
6. Ознакомление с математическими моделями, используемыми в экономике.
7. Ознакомление со способом решения задач путем моделирования изучаемых процессов.
8. Освоения алгоритмов решения задач с экономическим содержанием.

Новизной элективного курса является его нацеленность:

- на формирование математической и экономической грамотности учеников на основе построения зависимости между получаемыми знаниями, их практическим применением, их использованием на настоящий момент и в долгосрочном периоде;
- на воспитание ответственности у подростков за принимаемые финансовые и экономические решения.

Отличительной особенностью курса является то, что он базируется на личностно-деятельностном подходе к процессу обучения и создает активную учебно-познавательную позицию учащихся. У них формируются основы практических математических и экономических знаний, необходимые умения, компетенции, личные характеристики согласно ФГОС последнего поколения.

В представляемом нами подходе математическая задача с экономическим содержанием рассматривается как модель экономического процесса и для ее решения требуется применение знаний математики, понимание терминов экономики. Это позволит преобразовать условия задачи в такую модель, которая даст возможность получить ответ.

Задачи, которые представлены в предложенном курсе показывают практическую ценность математики, дают возможность анализировать учебную деятельность, развивают знания и способности к практической деятельности, которые актуальны и востребованы в настоящее время. Эти задачи дают возможность учащимся определиться в своей профессиональной направленности.

Этот курс углубляет изучение основного материала из всех разделов математики, давая возможность систематизировать и повторить, а так же применить на практике полученные знания. Позволяет изучить финансово-экономические понятия и термины, опробовать навыки использования полученных знаний в реальной жизни.

Точно выстроенная система задач и упражнений формирует у старшеклассников активное мышление и познавательный интерес, приучает к выработке умений справляться с ними.

Курс предусматривает использование лекционно-практической системы и личностно-ориентированных педагогических технологий.

На всех практических занятиях должна проводиться самостоятельная работа учащихся: индивидуально, в парах, в группах, с использованием современных интерактивных и активных методик по ФГОС.

Критериями эффективности разработанного нами элективного курса для старшеклассников по решению задач с экономическим содержанием служат:

- высокое качество владения учащимися предметным содержанием элективного курса,
- способность эффективно применять имеющиеся знания для решения задач.

Качество обучение возможно определить по результатам решения контрольной работы, обязательно содержащей в числе прочих задачу с экономическим содержанием из материалов для подготовки к ЕГЭ.

2.2 Содержание элективного курса «17 задача ЕГЭ» (36 часов)

Тема № 1. Введение (1 час)

Цели и задачи курса. Темы занятий. Система оценивания процесса усвоения материала. Критерии оценивания.

Тема № 2. Элементарная математика и алгебра в экономических расчетах. (4 часа)

Дроби. Проценты. Решение опорных задач на проценты. Решение систем уравнений. Неравенства. Арифметические и геометрические прогрессии. Производные.

Тема № 3. Основные экономические понятия и процессы, используемые в математических задачах на ЕГЭ. (4 часа)

Основные понятия в банковском деле: вкладчики, начальный капитал, депозиты, приращение капитала. Сбережения. Вклады. Кредитование. Условия кредита: процентная ставка, срок кредита, сумма кредита, транш, комиссия, обеспечение кредита, поручитель. Виды платежей по кредиту. Инструментарий кредита простые и сложные проценты, дисконтирование, капитализация.

Тема № 4. Решение математических задач с экономическим содержанием с использованием таблиц расчетов. (4 часа)

Таблицы для решения задач по темам: размер вклада, фиксированные платежи, аннуитетные платежи, дифференцированные платежи, движение по счету.

Тема № 5. Задачи по кредитам. Вклады. Фиксированные платежи. (4 часа)

Вклады. Фиксированные платежи: вычисление процентной ставки по кредиту; задачи, связанные с известным остатком на кредитном счете.

Тема № 6. Задачи по кредитам. Аннуитетные платежи. (4 часа)

Аннуитетные платежи: сроки выплаты кредита, нахождение суммы кредита, определение транша, расчет вариантов возврата долга.

Тема № 7. Задачи по кредитам. Дифференцированные платежи (4 часа)

Дифференцированные платежи по кредитам в зависимости от срока возврата или невозврата долга, определение размера долга банку, определение суммы возврата за период кредитования.

Тема № 8. Нестандартные задачи по кредитам. (4 часа)

Выбор схемы возврата долга банку. Выбор схемы перекредитования долга. Выгода от перекредитования.

Тема № 9. Математические задачи экономического содержания на оптимизацию (4 часа).

Выбор экономически выгодного решения из ряда предложенных вариантов. Расчет себестоимости продукции, выручки от ее реализации, определение прибыли от производственной и коммерческой деятельности.

Тема № 10. Итоговое занятие. (2 часа)

Проведение контрольной работы по темам курса.

2.3 Учебно-тематическое планирование

Таблица 2 – Учебно-тематическое планирование

№ П/П	Наименование темы	Количество часов			Форма проведения
		всего	лекция	практика	
1	Тема № 1. Введение	1	1		Лекция
2	Тема № 2. Элементарная математика и алгебра в экономических расчетах	5	1	4	Лекция/практика
3	Тема № 3. Основные экономические понятия и процессы, используемые в математических задачах на ЕГЭ	4	2	2	Лекция/практика
4	Тема № 4. Решение математических задач с экономическим содержанием с использованием таблиц расчетов.	4	2	2	Лекция/практика
5	Тема № 5. Задачи по кредитам. Вклады. Фиксированные платежи.	4	2	2	Лекция/практика
6	Тема № 6. Задачи по кредитам. Аннуитетные платежи.	4	2	2	Лекция/практика
7	Тема № 7. Задачи по кредитам. Дифференцированные платежи	4	2	2	Лекция/практика
8	Тема № 8. Нестандартные задачи по кредитам.	4	1	3	Лекция/практика
10	Тема № 10. Итоговое занятие	2		2	Контрольная работа
	ИТОГО	36	14	22	

2.4 Контроль уровня достижений при изучении курса «17 задача ЕГЭ»

Оценка уровня освоения учащимися знаний по изученному курсу требует точного определения критериев, позволяющих аттестовать степень овладения экономическими законами, понятиями, терминами, а также умение старшеклассников применять полученные знания для решения прикладных экономических задач.

При оценивании уровня овладения учениками экономическими понятиями необходимо использовать следующие категории: понимание специальных терминов, правильность их применения, умение использовать эти знания в практике.

Для оценивания умения учащихся решать задачи с экономическим содержанием были выделены три уровня: низкий, средний, высокий.

Владение учениками экономическими терминами и умениями, способность применять полученные навыки при решении задач с экономическим содержанием целесообразно оценивать с использованием определенных критериев.

Оценивание способности старшеклассников решать задачи с экономическим содержанием рекомендуется проводить с помощью тестирования или контрольной работы по итогам изучения курса.

Тест для контроля знаний состоит из трех заданий: первое задание содержит пять вопросов, предполагающих знание экономических понятий, второе задание состоит из пяти вопросов для оценки экономических умений, и третье задание состоит из двух задач с экономическим содержанием.

В каждом задании, выданном ученику, ответ оценивается от 0 до 3 баллов по критериям, приведенным в Приложении № 3.

Критерии оценивания способности учеников решать задачи с экономическим содержанием представлены в Приложение № 3.

В разработанном элективном курсе все задания анализируются с точки зрения математики и служат расширением ряда тем школьного курса алгебры. Курс направлен на выявление практической значимости математики, дает возможность стимулировать учебный процесс, формирует новые знания и умения, востребованные рыночной экономикой.

Процесс освоения элективного курса построен так, чтобы старшеклассники имели возможность не только обновить и пополнить знания, но и обрести нужные в жизни умения и навыки.

2.5 Результаты освоения курса «17 задача ЕГЭ».

Содержание и структура элективного курса «17 задача ЕГЭ» предполагает, что старшеклассники при решении задач с экономическим содержанием должны овладеть навыками на высоком уровне и получить ряд необходимых результатов.

Предметные результаты изучения данного курса – это приобретение школьниками компетенций в областях математических и экономических знаний, имеющих ценность для развития личности и ее интеграции в экономическую среду. Для их формирования старшеклассник должен понимать и уметь:

- историю появления понятия «процент», существующие виды процентов и методы решения простейших задач с процентами, алгоритмы решения простейших текстовых задач с процентами;
- типы задач с экономическим содержанием; алгоритмы решения задач на равные размеры выплат,
- знать схемы и алгоритмы решения задач с экономическим содержанием, а также алгоритмы решения задач на оптимальный выбор
- уметь выводить формулы, необходимые для получения результата,

- работать с математическим текстом и текстом условия задачи с экономическим содержанием (анализировать и находить полезную информацию);

- правильно использовать математическую и экономическую терминологию в устной и письменной речи, уметь составлять классификации, логические обоснования,

- создавать модели реальных экономических ситуации на языке математики,

- составлять уравнения и их системы, неравенства и их системы по условию экономической задачи.

Метапредметные результаты освоения курса включают

- исходные знания о математике как об универсальном языке науки и техники, средстве для создания моделей любых явлений и процессов;

- умение видеть возможность приложения математических знаний и приемов в других дисциплинах (том числе экономике) и в окружающей жизни;

- умение использовать любые информационные источники, получать необходимые сведения для решения задач и представлять их в понятной форме, находить решения в условиях избыточной и неполной, вероятностной и точной информации;

- способность выдвигать гипотезы при решении задач и понимать обязательность их проверки;

- умение применять дедуктивные и индуктивные методы, видеть разные стратегии решения проблем и их осуществлять;

- уметь действовать по предложенным алгоритмам и разрабатывать их самостоятельно,

- умение осуществлять деятельность, направленную на решение задач экономического характера;

Личностные результаты освоения учащимися элективного курса:

- умение ясно и грамотно излагать свои идеи в письменной форме и устной речи, приводить аргументы и примеры в своих рассуждениях,
- мышление критического склада, способность узнавать некорректные логически высказывания,
- развитое креативное мышления, инициативу, находчивость и активность при решении задач с экономическим содержанием, умение контролировать процесс учебной деятельности,
- способность к воодушевленному восприятию, задач, решений, рассуждений.

Следовательно, элективный курс способствует самоопределению учащегося в жизни, что повышает его социальную и личностную значимость, и является актуальным как с точки зрения подготовки квалифицированных кадров, так и для личностного развития ученика..

2.6 Методы решения математических задач с экономическим содержанием

Математические задачи с экономическим содержанием, служат эффективным средством формирования экономических знаний, обучения применению математических знаний для решения прагматических задач, построению систем уравнений или моделей, характеризующих экономические процессы.

Методика обучения решению таких задач играет главную роль в эффективном усвоении старшеклассниками всего объема знаний и активной наработке приемов, необходимых в подготовке к жизни и учебе.

Прежде чем браться за решение задач с экономическим содержанием повышенной сложности, рекомендуется изучить решение легких и средних по сложности задач на проценты, чтобы ученик мог определить,

что такое процент, был способен по условиям задачи узнать, какую величину следует принимать за 100%, умел легко переводить дроби в проценты и обратно, мог найти число по его части, указанной в процентах.

К тому же необходимо уверенно использовать в решении задач

- методы решения неравенств,
- решение систем уравнений,
- расчет по формулам нахождения суммы нескольких первых членов арифметической и геометрической прогрессий,
- нахождение производной и исследование ее с помощью функций и др.

В условии любой задачи могут встретиться такие термины как:

- сумма кредита,
- процентная ставка,
- периодическая выплата процентов по кредиту,
- стоимость ценной бумаги и др.

Они должны быть хорошо знакомы и понятны учащимся.

После того, как учащийся уверенно овладел всем вышеперечисленным материалом и начал легко справляться с опорными задачами на проценты, следует перейти к задачам, содержащим в условии много данных, часть из которых может быть лишними или представленными в неявном виде.

Ученик должен внимательно читать весь текст задачи, понять условие и вопрос задачи, можно для этого использовать приемы «чтение с остановками» и «ключевые слова». Ключевые (важные) слова позволяют выделить из текста основную смысловую информацию, составить по ним краткое представление о смысле задания.

В ходе уроков, предусмотренных по предлагаемой методике, должны изучаться все термины, которые могут встречаться в задачах, которые послужат ключевыми при решении.

После наработки опыта осмысленного чтения задачи и анализа текста для выявления всех исходных данных, нужно приступать к решению более сложных задач с экономическим содержанием, которые и предстоит решать на ЕГЭ.

Для решения текстовой задачи необходимо использовать следующий алгоритм:

1. Составить математическую модель задачи, то есть условие задачи необходимо представить в виде математических обозначений или выражений.
2. Решить задачу, используя знание математических зависимостей и формул.
3. Объяснить полученный с помощью модели результат в терминах исходной задачи, первоначально оценив его с точки зрения реальности (не получить в результате расчетов 1,5 землекопа).

Как показал опыт педагогов, самый трудный этап решения задачи – это составление математической модели, причем проблемы здесь появляются у большей части старшеклассников.

В соответствии с проведенным анализом результатов ЕГЭ по математике[36]:

- «ненулевые баллы за задание 17 получили около 15% сдававших экзамен,
- максимальные – около 8% экзаменующихся.

Основные ошибки были сделаны в ходе составления модели задачи (непонимание взаимосвязи величин) и вычислительными ошибками [17].

В критериях оценивания ЕГЭ (задача 17), указано, что за верно составленную модель ученик получает 1 балл, а построение модели и решение к ней (даже при получении неверного результата из-за вычислительной ошибки), принесет уже 2 балла. (Приложение № 3).

Следовательно, актуальна проблема разработки методики, которая даст возможность:

- старшеклассникам повторить и закрепить формулы, требуемые для решения задач с экономическим содержанием, встречающихся в ЕГЭ,
- обучить учеников подробно разбирать условие задачи, сводить задачу к аналогичным, решаемым в ходе подготовки ранее,
- сформировать навыки построения математической модели.

Изучая тематику задач из различных пособий и сборников для подготовки к ЕГЭ, необходимо сделать вывод, что задание 17 содержит чаще всего задачу на вклады, кредиты или оптимизацию, которые обычно содержат довольно длинное, запутанное, содержащее лишнюю информацию условие с большим количеством данных. Чтобы верно составить математическую модель, старшеклассник должен уметь внимательно читать текст задачи, извлекать, анализировать и критически оценивать полученную из условия задачи информацию.

Рассмотрим основные подходы к решению задач с экономическим содержанием.

Предлагаем следующие обозначения основных используемых значений:

S_0 – сумма кредита или первоначальный вклад;

$r \%$ – годовые (ежемесячные) проценты;

$b = 1 + 0,01r$ – коэффициент;

t – временной период

S_1 – регулярная (ежегодная) выплата, которая может быть снята со счета.

Решение экономических задач предлагается вести в табличной форме, удобной и понятной ученикам. Используются 4 основные таблицы для разных видов платежей.

1. Аннуитетные платежи.

Таблица № 3 – Расчет аннуитетных платежей

Год	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			S_0
1 год	$S_0 b$	S_1	$S_0 b - S_1$
2 год	$(S_0 b - S_1) b = S_0 b^2 - S_1 b$	S_1	$S_0 b^2 - S_1 b - S_1$
3 год	$(S_0 b^2 - S_1 b - S_1) b = S_0 b^3 - S_1 b^2 - S_1 b$	S_1	$S_0 b^3 - S_1 b^2 - S_1 b - S_1$
t год	$S_0 b^t - S_1 b^{t-1} - S_1 b^{t-2} - \dots - S_1 b^2 - S_1 b$	S_1	Полная выплата, долг равен 0

2. Дифференцированные платежи.

Таблица № 4 – Расчет дифференцированные платежей

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			S_0
1	$S_0 b$	$S_0 b - \frac{(t-1)S_0}{t}$	$\frac{(t-1)S_0}{t}$
2	$\frac{(t-1)S_0 b}{t}$	$\frac{(t-1)S_0 b}{t} - \frac{(t-2)S_0}{t}$	$\frac{(t-2)S_0}{t}$
t-1	$\frac{2S_0 b}{t}$	$\frac{2S_0 b}{t} - \frac{S_0}{t}$	$\frac{S_0}{t}$
t	$\frac{S_0 b}{t}$	$\frac{S_0 b}{t}$	0

3. Движение по вкладу (пополнение или снятие денег со счета)

S_1 – действие

Таблица № 5 – Расчет движения по вкладу

Год	Вклад с %	Действие	Вклад после действия
0			S_0
1 год	$S_0 b$	$\pm S_1$	$S_0 b \pm S_1$
2 год	$(S_0 b \pm S_1) b = S_0 b^2 \pm S_1 b$	$\pm S_1$	$S_0 b^2 \pm S_1 b \pm S_1$
3 год	$(S_0 b^2 \pm S_1 b \pm S_1) b = S_0 b^3 \pm S_1 b^2 \pm S_1 b \pm S_1$	Снял вклад	

3. Размер вклада

Таблица № 6 – Расчет размера вклада

Год	Вклад с %
0	
1	$S_0 b$
2	$S_0 b^2$
n	$S_0 b^n$

Использование предложенной методики позволяет ученикам освоить наглядный и простой табличный метод решения задач, предлагаемых в задании № 17 ЕГЭ. Примеры решения задач по каждому виду расчетов представлены в приложения № 4.

ВЫВОДЫ ПО 2 ГЛАВЕ

При изучении тематики заданий из анализируемых пособий и сборников, предназначенных для подготовки к ЕГЭ, можно сделать вывод, что это во многих случаях задача на вклады, кредиты или оптимизацию. Такие задачи отличает то, что они имеют довольно длинный тест, содержащий значительное количество данных и лишнюю информацию.

Исследуя задания КИМ, которые оказались самыми «проблемными» по ЕГЭ обоих уровней по математике, мы в праве сделать вывод о существовании системных сбоев в освоении учащимися старшей ступени общего образования ряда разделов курса математики и экономики. Современные требования к выпускникам школ высоки, они должны иметь грамотное общеэкономическое мышление и быть готовыми к условиям рыночных отношений.

В границах школьных курсов математики или экономики недопустимо уделить особое внимание решению задач с экономическим содержанием. В связи с этим возникла потребность разработать элективный курс «17 задача ЕГЭ» для целенаправленного и эффективного изучения указанного учебного материала.

Элективный курс «17 задача ЕГЭ» предназначен для учеников выпускного класса средней школы и ориентирован на возникновение у старшеклассников единого подхода к решению всех задач с экономическим содержанием.

Разработанный элективный курс содействует самоопределению учеников в жизни, повышает их социальную и личностную ценность, и является востребованным современностью как с точки зрения подготовки компетентных кадров, так и для их персонального развития. Учебный процесс в ходе изучения курса построен так, чтобы школьники не только возобновили и обогатили знания, но и выработали умения и навыки, необходимые для решения задач и полезные в жизни.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подготовка старшеклассников к дальнейшей жизни и деятельности в условиях рынка становится наиболее актуальной задачей на всех ступенях современного школьного

Знание экономики и финансов, способность принятия решение быстро и правильно по инвестированию или кредитованию становится важным критерием личности, приспособленной к самостоятельной жизни и деятельности.

Современное направление развития школьного образования служит решению указанных задач. Оно ориентировано на целостное и гармоничное развитие личности ученика, демонстрирует единство окружающего мира и изучаемых в школе предметов, вызывает активный интерес и осмысленное освоение получаемой информации.

Для достижения этих целей необходимо использовать стирающую различия прикладную направленность освоения всех предметов школьного курса.

В Концепции развития образования РФ на 2016 – 2020 гг. особо отмечено, что усиление прикладной направленности преподавания всех предметов в школе является стратегической задачей современной педагогики.

Частным случаем прикладных задач можно считать и задачи с экономическим содержанием, важность умения решать которые не вызывает сомнения. Освоение всех методов решения подобного типа задач позволяет изучить терминологию и закономерности развития экономики и использовать математические знания на практических примерах.

Такие межпредметные связи экономики и математики носят взаимный характер: экономика может эффективно использовать действенный математический инструментарий для получения новых

знаний, а математика получает все экономические процессы для приложений своих теоретических знаний.

Необходимо указать и на значение задач с экономическим содержанием для формирования профессиональной ориентации учащихся, побуждению их к профессиям экономиста или финансиста.

Но, к сожалению, эти задачи, вызывают наибольшее затруднение у учеников, так как в школьных курсах экономики или математики нет достаточного времени для решения подобных задач.

Особенностью этого типа задач является излишне большой объём информации, из которой необходимо выделить необходимую для решения,

В связи с низким уровнем математической культуры и отсутствием достаточных экономических знаний самостоятельно подготовится к заданию 17 ЕГЭ довольно проблематично.

После изучения специальной литературы, существующих методов подготовки к экзамену и способов решения экономических задач, было сделано предположение о необходимости разработки элективного курса для обучения старшеклассников решению задач с экономическим содержанием

Для устранения выявленных проблем был разработан элективный курс

«17 задача ЕГЭ», который позволит изучить или повторить терминологию экономики, систематизировать математические знания необходимые для решения определенного класса задач (дроби, пропорции, прогрессии, функции и их графики).

Проведение элективного курса «17 задача ЕГЭ» позволит:

- повысить степень понимания экономических терминов и процессов, и обеспечит правильность их употребления,
- обеспечит возможность применять экономические знания в практической деятельности,

– получить навыки решения экономических задач с экономическим содержанием,

– специальной подготовки к ЕГЭ с использованием повторения математических знаний, приобретению навыков осмысленного анализа задач и созданию единого подхода к решению задач с экономическим содержанием.

Оценка эффективности разработанной методики обучения старшеклассников решению задач с экономическим содержанием имеет следующие критерии: качество изучения учениками предметного содержания курса «17 задача ЕГЭ» и умение использовать полученные знания на практике для решения задач.

Выпускная квалификационная работа позволила решить поставленные перед нами задачи, достигнута запланированная цель работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Allan G. Bluman. Elementary statistics: a step by step approach. Dubuque, USA: Wm. C. Brown Publishers, 2015. – p. 684
2. Mathematical methods. The school Mathematical Project. Cambridge: Cambridge University Press, 2017. – p. 160.
3. Акимов, Д. В. Решения задач по экономике: от простых до олимпиадных: учеб. пособие / Д. В. Акимов, О. В. Дичева, Л. Б. Щукина. – Москва: Вита-Пресс, 2010. – 336 с.: ил.
4. Александрова, Т.Н. Финансовая арифметика. Просто как дважды два [Текст] / Т.Н. Александрова, А.А. Минько. – Москва: Эксмо, 2007. – 240с.
5. Алексенцев, В.И. Дидактические принципы методики обучения решению математических задач с экономическим содержанием [сайт]: статья /В.И. Алексенцев – Известия Самарского научного центра РАН. 2010. №3-2.– URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/didakticheskie-printsipy-metodiki-obucheniya-resheniyu-matematicheskikh-zadach-s-ekonomicheskim-soderzhaniem>. (дата обращения: 25.06.2020)
6. Арталь Л., Салес, Ж. Мир математики: в 40 т. Т. 19. Ипотека и уравнения. Математика в экономике [Текст]/Л. Арталь, Ж. Салес – Пер. с исп. – Москва: Де-Агостини, 2014. – 160 с.
7. Банковская энциклопедия [сайт] – URL: <https://1139.slovaronline.com/>. (дата обращения: 25.06.2020)
8. Бушнева, О.Ф., Эзиева, А.Д. Анализ задач экономического содержания из открытого банка заданий ЕГЭ 2017 года [Текст]: статья // О.Ф. Бушнева, А.Д. Эзиева. – Вестник Таганрогского института имени А.П. Чехова. 2017. №1. – С.184-190.
9. Вахрушева, Н.В. Финансовые вычисления. [Текст]: Учебное пособие для старших классов, профильное обучение / Н. В. Вахрушева. – Краснодар: Перспективы образования, 2008. – 132 с.

10. Виноградова, Н.Ю. Финансовая грамотность населения Российской Федерации как фактор экономического благосостояния государства [Текст]: статья / Н.Ю. Виноградова. – Актуальные направления научных исследований: перспективы развития: материалы II Междунар. науч.-практ. конф. (Чебоксары, 16 июля 2017 г.)/редкол.: О.Н. Широков [и др.]. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2017. – С. 248–249.

11. Вишнякова, С.М. Профессиональное образование. Ключевые понятия, термины, актуальная лексика. [Текст]: Словарь. / С.М. Вишнякова. – Москва: НМЦ, 2019. – 538 с.

12. Гагарина М.А., Сулейманова С.С. Финансовая грамотность и экономическое поведение лиц с различным соотношением мотивов сбережения и потребления [сайт]: статья // Интернет-журнал «Мир науки» 2017, Том 5, номер 3. – URL: <http://mir-nauki.com/PDF/45PSMN317.pdf>. (дата обращения: 25.06.2020)

13. Голубев, А.А., Спасская, Т.А. Пособие по математике для подготовки к ЕГЭ 2017 [Текст]: учеб. Пособие /А. А. Голубев– Тверь: Твер. гос. ун-т, 2017. – 124 с.

14. Далингер В. А. Прикладные математические задачи с экономическим содержанием как средство профориентации учащихся [сайт]: статья // Международный журнал экспериментального образования. 2013. №11-1. – URL: <http://cyberleninka.ru/article/n/prikladnye-matematicheskie-zadachi-s-ekonomicheskim-soderzhaniem-kak-sredstvo-proforientatsii-uchaschihsya>. (дата обращения: 25.06.2020)

15. Демонстрационный вариант контрольно-измерительных материалов единого государственного экзамена 2015 года по математике. Профильный уровень. [сайт] – URL: <http://www.ege.edu.ru/>(дата обращения: 25.06.2020)

16. Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена по математике 2019г.

[сайт]. – Федеральный Институт Технических Измерений (ФИПИ). – URL: <http://www.fipi.ru>. (дата обращения: 25.06.2020)

17. Иоффе, А. Экономическая грамотность современного российского школьника [сайт]: статья // А.Иоффе. – «Мой профсоюз», №37, 14.09.2017 – URL: <http://www.ug.ru/archive/71564>. (дата обращения: 25.06.2020)

18. Кайзер, Ф.Й. Экономика [Текст]: базовый курс для 11 кл. общеобразоват. учрежд. / Ф.-Й. Кайзер, А.В. Веткина, А.С. Курмелева. – Москва: Вита-Пресс, 2017. – 288 с.

19. Кирилук, И.Л. Экономико-математические модели для исследования мезоуровня экономики [сайт]: статья //И.Л. Кирилук. – Журнал исследований, 2017. №3. – URL: http://ecsocman.hse.ru/data/2017/10/31/1251077310/JIS_9.3_4.pdf. (дата обращения: 25.06.2020)

20. Коджаспирова Г.М., Коджаспиров А.Ю. Педагогический словарь: Для студ. высш. и сред. пед. учеб. заведений. – Москва: Издательский центр «Академия», 2017. – 176 с.

21. Кодификатор требований к уровню подготовки выпускников по математике для составления контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2019 г. сайт]. – Федеральный Институт Технических Измерений (ФИПИ). – URL: <http://www.fipi.ru>. (дата обращения: 25.06.2020)

22. Конституция Российской Федерации. Принята всенародным голосованием 12 декабря 1993 г. (с изм. на 21 июля 2014 г.) // Собрание законодательства РФ. – 2014. – № 31. – Ст. 4398.

23. Концепция долгосрочного социально-экономического развития Российской Федерации на период до 2020 года утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 17 ноября 2008 года № 1662-р (с изменениями на 10 февраля 2017 года).

24. Концепция Федеральной целевой программы развития образования на 2016–2020 годы утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 29 декабря 2014 г. № 2765-р.

25. Кузьменко, В.А. Формирование экономической культуры у старшеклассников на уроках английского языка [Текст]: монография/ В.А. Кузьменко. – Челябинск: Изд-во Челяб. гос. пед. ун-та, 2017. – 222 с.

26. Логинова В. В. Использование экономических задач в школьном курсе математики [Текст]: статья / В.В. Логинова. – Наука и современность. 2010. №5-1. – с. 341-345

27. Малкова, А.ЕГЭ-2015 по математике. Полный курс подготовки [Текст] / А. Малкова. – Москва: Вита-Пресс, 2017. – 141 с.

28. Мансурова, А.Х., Эрентраут, Е.Н. Формирование экономической грамотности на уроках математики [Текст]: статья /А.Х. Мансурова, Е.Н. Эрентраут. – Актуальные проблемы развития среднего и высшего образования: межвуз. сб. науч. тр.– Челябинск: «Край Ра», 2017. – 180 с.

29. Милославский, В. Г. Финансовая грамотность населения: проблемы и перспективы [Текст]: статья // В.Г. Милославский, В.С. Герасимов, В.

30. Михеева С.А. Школьное экономическое образование. Методика обучения и воспитания. [Текст]: Учебник для студентов педвузов / С.А. Михеева. – Издательство «Вита-Пресс», 2013 г. – 176 с.

31. Михеева, С.А. Школьное экономическое образование. Методика обучения и воспитания. [Текст]: Практикум для студентов педвузов/ С.А. Михеева. – Москва: «Вита-Пресс», 2013 – 176 с.

32. Постановление Правительства Российской Федерации от 16.02.2001 № 119 «Об организации эксперимента по введению единого государственного экзамена».

33. Постановление Правительства Российской Федерации от 5 апреля 2002 года №222 «Об участии образовательных учреждений

среднего профессионального образования в эксперименте по введению единого государственного экзамена».

34. Приказ Минобразования РФ от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования» (ред. от 07.06.2017).

35. Приказ Минобрнауки от 17 декабря 2013 г. № 1274 «Об утверждении Порядка разработки, использования и хранения контрольных измерительных материалов при проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования и порядка разработки, использования и хранения контрольных измерительных материалов при проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования» (ред. от 05.08.2016).

36. Приказ Минобрнауки России от 26.12.2013 №1400 «Об утверждении Порядка проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования» (ред. От 09.01.2017).

37. Спецификация контрольно-измерительных материалов для проведения в 2015 году единого государственного экзамена по математике. Профильный уровень [сайт] – URL: <http://www.ege.edu.ru/>

38. Спецификация контрольно-измерительных материалов единого государственного экзамена 2019 года по математике [сайт]. – Федеральный Институт Технических Измерений (ФИПИ). – URL: <http://www.fipi.ru> (дата обращения: 25.06.2020)

39. Стратегия повышения финансовой грамотности в Российской

40. Транова А. [и др.]. – Молодой ученый, 2016. – №4. – С. 452-456.

41. Ушинский К. Д. Человек как предмет воспитания. Опыт педагогической антропологии: в 2 томах / К. Д. Ушинский. Москва: АПН, 2014. – Т1,775 с.

42. Федеральный закон от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» (ред. от 29.07.2017).

43. Федерации на 2017-2023 гг. утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 25 сентября 2017 г. № 2039-р.

44. Яценко И. В. и др. Подготовка к ЕГЭ по математике в 2015 году. Базовый и профильный уровни. Методические указания / И. В. Яценко С. А. Шестаков, Трепалин А. С. – Москва: МЦНМО, 2015. – 288 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приложение 1

Таблица 1.1 – Критерии оценивания задачи № 17 ЕГЭ по математике профильного уровня.

<i>Содержание критерия</i>	<i>Баллы</i>
<i>Обоснованно получен верный ответ</i>	<i>3</i>
<i>Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: Неверный ответ из-за вычислительной ошибки; Верный ответ, но решение недостаточно обосновано.</i>	<i>2</i>
<i>Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено</i>	<i>1</i>
<i>Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше</i>	<i>0</i>
<i>Максимальный балл</i>	<i>3</i>

Приложение 2

Анализ пособий по подготовке к ЕГЭ, школьных учебников, КИМ на типы задач с экономическим содержанием

Нами было изучено большое количество литературы для подготовки к единому государственному экзамену по математике, публикуемой как для учителей, так и для учащихся старших классов.

Также издаются учебные материалы, содержащие методические рекомендации для учителей, как написанные практикующими репетиторами и учителями математики из разных школ, например: «Метод подготовки к ЕГЭ по математике «Блиц-ЕГЭ (ОГЭ)» Сальниковой Н.В. – учителя математики московской гимназии 1576 [44], «Пособие по математике для подготовки к ЕГЭ 2017» Голубева А.А., Спасской Т.А [22], так и разработанные коллективом разработчиков КИМ ЕГЭ в составе Яценко И.В., Шестакова С.А. и др. «Я сдам ЕГЭ! Математика. Модульный курс. Методика подготовки» [29].

В методических пособиях для учителей предлагаются различные приёмы, разработанные преподавателями исходя из своего опыта работы с учениками и выявленных ими проблем. Так, Н.В. Сальникова в своём методе «Блиц-ЕГЭ» обращает внимание на неумение учащихся переключаться с заданий одного типа на задания другого, а также на проблему с контролем затрачиваемого на решение времени. Для решения этих проблем автор предлагает проводить уроки подготовки к ЕГЭ в формате «Блиц», то есть в течение 45 минут ученики решают задания семи типов из базового уровня ЕГЭ по три-пять заданий на каждую тему, причём на каждый из типов заданий отводится строго пять минут. Использование этого метода позволяет учителю наблюдать за процессом решения заданий, выявить темы, требующие повторения, а также выработать в учениках уверенность в собственных силах при решении заданий базового уровня [34].

В учебном пособии Ященко И.В., Шестакова С.А. «Я сдам ЕГЭ!» материал разбит на четыре модуля: «Базовые навыки», «Алгебра», «Функции», Геометрия», содержащие определенное число парных уроков. Первый из двух уроков посвящается повторению понятий и методов решения заданий, второй направлен на отработку и закрепление навыков.

Федеральный институт педагогических измерений (ФИПИ) опубликовал проекты контрольных измерительных материалов ЕГЭ 2019 года, сообщает Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки.

«Данные документы являются основой для составления экзаменационных материалов и ежегодно публикуются для экспертного обсуждения до начала учебного года. Они также дают возможность будущим участникам ЕГЭ и преподавателям составить представление о том, что их ждет на экзаменах в новом учебном году», – говорится в сообщении [35].

Проекты опубликованных документов не предполагают изменения в 2019 году структуры и содержания КИМ ЕГЭ по биологии, географии, истории, математике и иностранным языкам.

По сравнению с 2017 годом КИМ ЕГЭ по математике 2019 года профильной и базовой также не имеет изменения.

Часть 1 содержит 8 заданий общематематических знаний базового уровня. Включены по всем основным разделам математики: алгебра, началам математического анализа, геометрии (присутствуют простейшие задания планиметрии и стереометрии), задания по теории вероятности и статистики.

Часть 2 содержит 11 заданий. Из них 4 задания, это (9-12) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби и 7 заданий (13-19) с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием ответа). Задания 13-17 повышенного уровня сложности, задания 18-19 высокого уровня сложности.

Можно сказать, что вариант по базовой математике 2019 года полностью отвечает спецификации КИМ ЕГЭ и хочу отметить, что в 2017 году он соответствует программе средней школы по математике и хотелось бы, что бы в дальнейшем эта тенденция оставалась такой же.

КИМ ЕГЭ с 2015 года введена задача с экономическим содержанием поэтому желательно разработать и выпустить учебное пособие с типовыми задачами и рекомендациями, для их правильного оформления [37].

Сопоставляя задания КИМ, оказавшиеся наиболее «проблемными» по обоим уровням ЕГЭ по математике, а также с заданиями КИМ основного государственного экзамена 2019г., по которым выпускниками 9-х классов показан пониженный уровень выполнения, можно сделать выводы о наличии системных сбоев в освоении обучающимися ряда разделов курса математики как на основной, так и старшей ступени общего образования.

Таблица 2.2 – Основные УМК по предмету, которые использовались в 2016-2019 уч.гг.

<i>Название УМК</i>	<i>Примерный процент, в которых использовался данный УМК</i>
<i>Никольский С.М., Потапов М.К. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10, 11 кл.</i>	80%
<i>Мордкович А.Г., Семенов П.В. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10, 11 кл.</i>	9%
<i>Алимов Ш.А., Колягин Ю.М. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10,11 кл.</i>	11%
<i>Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10 – 11 кл.</i>	88%
<i>Погорелов А.В. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10, 11 кл.</i>	12%

Очевидно влияние на результаты ЕГЭ таких факторов, как специфика образовательной организации, содержание образовательной программы, квалификация педагога.

Приложение 3

Таблица 3.1 – Критерии оценки владения экономическими понятиями

<i>Уровень</i>	<i>Баллы</i>	<i>Критерии</i>
<i>Низкий</i>	<i>1</i>	<i>Ученик не может объяснить большинство экономических понятий, испытывает трудности при изучении материала экономической направленности.</i>
<i>Средний</i>	<i>2</i>	<i>Старшеклассник умеет объяснять те понятия, которые изучаются при разборе материала экономической направленности, но оперирует ими слабо, только с помощью взрослых. В практической деятельности применяет понятия при помощи взрослых.</i>
<i>Высокий</i>	<i>3</i>	<i>Ученик самостоятельно оперирует экономическими знаниями и понятиями и объясняет их смысл. Может применять знания для решения задач и в реальных экономических ситуациях</i>

Таблица 3.2 – Критерии оценки способности применять экономические и математические знания при решении задач с экономическим содержанием

<i>Уровень</i>	<i>Баллы</i>	<i>Критерии</i>
<i>Низкий</i>	<i>1</i>	<i>Задача не решена или решена неправильно.</i>
<i>Средний</i>	<i>2</i>	<i>Задание понято правильно, но алгоритм решения и выбор формул осуществляются с помощью взрослых; ошибки в математических расчетах</i>
<i>Высокий</i>	<i>3</i>	<i>Составлен правильный алгоритм решения задачи, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ, задача решена рациональным способом.</i>

Приложение 4

Задача 1 (вклад)

Друзья Саша и Паша положили в банк по 50 000 рублей на три года под 10% годовых. Однако через год и Саша, и Паша сняли со своих счетов соответственно 10% и 20% имеющихся денег. Еще через год каждый из них снял со своего счета соответственно 20 000 рублей и 15 000 рублей. У кого из друзей к концу третьего года на счету окажется большая сумма денег? На сколько рублей?

Решение. Сделаем краткую запись:

$S_0 = 50\,000$ – начальная сумма вклада

$r = 10\%$ – годовые (ежемесячные) проценты,

$b = 1 + 0,01r = 1,1$ – коэффициент

$t = 3$ – период вложения

S_1 – действие

Саша

Год	Вклад с %	Действие	Вклад после действия.
0			S_0
1 год	$S_0 b$	$-0,1S_0 b$	$0,9S_0 b$
2 год	$0,9S_0 b \cdot b = 0,9S_0 b^2$	-20000	$0,9S_0 b^2 - 20000$
3 год	$(0,9S_0 b^2 - 20000) \cdot b = 0,9S_0 b^3 - 20000b$	Снял вклад	

$$0,9S_0 b^3 - 20000b = 0,9 \cdot 50000 \cdot 1,331 - 20000 \cdot 1,1 = 37895$$

рублей – вклад Александра за 3 года.

Паша

Год	Вклад с %	Действие	Вклад после действия.
0			S_0
1 год	$S_0 b$	$-0,2S_0 b$	$0,8S_0 b$
2 год	$0,8S_0 b \cdot b = 0,8S_0 b^2$	-15000	$0,8S_0 b^2 - 15000$
3 год	$(0,8S_0 b^2 - 15000) \cdot b = 0,8S_0 b^3 - 15000b$	Снял вклад	

$0,8S_0b^3 - 15000b = 0,8 \cdot 50000 \cdot 1,331 - 15000 \cdot 1,1 = 53240 - 16500 = 36740$ рублей – вклад Павла за 3 года.

Найдем разницу между вкладами друзей:

$37895 - 36740 = 1155$ рублей.

Ответ: у Саши на 1155 рублей.

Задача 2 (фиксированный платеж)

15-го января был выдан полугодовой кредит на развитие бизнеса. В таблице представлен график его погашения.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в процентах от кредита)	100%	90%	80%	70%	60%	50%	0%

В конце каждого месяца, начиная с января, текущий долг увеличивался на 5%, а выплаты по погашению кредита происходили в первой половине каждого месяца, начиная с февраля. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

Решение. Сделаем краткую запись:

S_0 – начальная сумма кредита

$r = 5\%$ – годовые (ежемесячные) проценты,

$b = 1 + 0,01r = 1,05$ – коэффициент

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
15.01			S_0
15.02	S_0b	$S_0b - 0,9S_0b$	$0,9S_0$
15.03	$0,9S_0b$	$0,9S_0b - 0,8S_0$	$0,8S_0$
15.04	$0,8S_0b$	$0,8S_0b - 0,7S_0$	$0,7S_0$
15.05	$0,7S_0b$	$0,7S_0b - 0,6S_0$	$0,6S_0$
15.06	$0,6S_0b$	$0,6S_0b - 0,5S_0$	$0,5S_0$
15.07	$0,5b$	$0,5S_0b$	Полная выплата – остаток 0

Общая сумма выплат:

$(S_0b + 0,9S_0b + 0,8S_0b + 0,7S_0b + 0,6S_0b + 0,5S_0b) - (0,9S_0 + 0,8S_0 + 0,7S_0 + 0,6S_0 + 0,5S_0) = 4,5S_0b - 3,5S_0 = S_0(4,5b - 3,5)$.

$S_0(4,5b - 3,5) = S_0(4,5 \cdot 1,05 - 3,5) = 1,225S_0$

Ответ: 22,5 процента.

Задача 3 (процентная ставка по кредиту)

31 декабря 2017 года Сергей взял в банке 1 млн. рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на определенное количество процентов), затем Сергей переводит очередной транш. Он выплатил кредит за два транша, переводя в первый раз 560 тыс. рублей, во второй – 6441,1 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит?

Решение. Сделаем краткую запись:

$S_0 = 1\,000\,000$ – начальная сумма кредита;

$b = 1 + 0,01r$ – коэффициент;

$t = 2$ – период кредита;

$S_1 = 560\,000$ – выплата 1 год;

$S_2 = 644\,100$ – выплата 2 год.

$r = ?$

Год	Долг с %	Платёж	Долг после выплаты
0			S_0
1 год	S_0b	S_1	$S_0b - S_1$
2 год	$(S_0b - S_1)b = S_0b^2 - S_1b$	S_2	-

$$S_0b^2 - S_1b = S_2$$

$$1000000b^2 - 560000b - 644100 = 0 \mid \div 100$$

$$10000b^2 - 5600b - 6441 = 0$$

$$D = 5600^2 + 4 \cdot 10000 \cdot 6441 = 289000000 = (17000)^2$$

$$b_1 = \frac{5600+17000}{20000} = 1,13$$

$$b_2 = \frac{5600-17000}{20000} = -0,57 \text{ не удовлетворяет условию задачи.}$$

$$b = 1 + 0,01r$$

$$1,13 = 1 + 0,1r$$

$$r = 13$$

Ответ. 13%

Тема № 6. Задачи по кредитам. Аннуитетные платежи. (4 часа)

Задача 1.

Василий хочет взять кредит 1,5 млн рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Василий взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 350 тысяч рублей?

Решение. Сделаем краткую запись:

$S_0 = 1500000$ – начальная сумма кредита

$r = 10\%$ - ставка

$$b = 1 + 0,01r = 1,1$$

$$S_1 \leq 350000$$

n —?

<i>Год</i>	<i>Долг с %</i>	<i>Платёж</i>	<i>Долг после выплаты</i>
<i>0</i>			<i>1500000</i>
<i>1 год</i>	<i>1500000•1,1=1650000</i>	<i>350000</i>	<i>1300000</i>
<i>2 год</i>	<i>1300000•1,1=1430000</i>	<i>350000</i>	<i>1080000</i>
<i>3 год</i>	<i>1080000•1,1=1188000</i>	<i>350000</i>	<i>838000</i>
<i>4 год</i>	<i>838000•1,1=921800</i>	<i>350000</i>	<i>571800</i>
<i>5 год</i>	<i>571800•1,1=628980</i>	<i>350000</i>	<i>278980</i>
<i>6 год</i>	<i>278980•1,1=306878</i>	<i>306878</i>	<i>0</i>

Ответ: 6 лет.

Задача 2 (нахождение суммы кредита)

31 декабря 2016 года Павел взял в банке некоторую сумму в кредит под 12% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12%), затем Павел переводит в банк 3512320 рублей. Какую сумму взял Павел в банке, если он выплатил долг тремя равными платежами?

Решение. Сделаем краткую запись задачи:

$$r = 12\% - \text{годовая ставка}$$

$$b = 1 + 0,01r = 1,12$$

$$S_1 = 3512320 - \text{платеж}$$

$$n = 3$$

$$S_0 - ?$$

Год	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			S_0
1 год	$S_0 b$	S_1	$S_0 b - S_1$
2 год	$(S_0 b - S_1) b = S_0 b^2 - S_1 b$	S_1	$S_0 b^2 - S_1 b - S_1$

$$S_0 b^3 - S_1 b^2 - S_1 b = S_1$$

$$S_0 b^3 - S_1 (1 + b + b^2) = 0$$

$$S_0 = \frac{S_1 (1 + b + b^2)}{b^3} = \frac{3512320 \cdot (1 + 1,12 + 1,2544)}{1,404928} = \frac{3512320 \cdot 3,3744}{1,404928} = 8496000 \text{ рублей}$$

Ответ: 8436000 рублей.

Задача 3 (нахождение разницы)

31 декабря 2017 года Александр взял в банке 6951000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплат кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Александр переводит в банк платеж. Весь долг Александр выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за 2 равных платежа?

Решение. Сделаем краткую запись:

$$S_0 = 6951000$$

$$r = 10\%$$

$$b = 1 + 0,01r = 1,1$$

$$n = 3$$

3 равных платежа

Год	Долг с %	Платеж	Долг после платежа
0			S_0
1 год	S_0b	S_1	$S_0b - S_1$
2 год	$(S_0b - S_1)b = S_0b^2 - S_1b$	S_1	$S_0b^2 - S_1b - S_1$
3 год	$(S_0b^2 - S_1b - S_1) = S_0b^3 - S_1b^2 - S_1b$	S_1	-

$$S_0b^3 - S_1b^2 - S_1b = S_1$$

$$S_0b^3 - S_1(1 + b + b^2) = 0$$

$$S_1 = \frac{S_0b^3}{b^2 + b + 1} = \frac{6951000 \cdot 1,331}{1,1^2 + 1,1 + 1} = \frac{9251781}{3,31} = 2795100 \text{ рублей}$$

2 равных платежа

Год	Долг с %	Платеж	Долг после платежа
0			S_0
1 год	S_0b	S_1	$S_0b - S_1$
2 год	$(S_0b - S_1)b = S_0b^2 - S_1b$	S_1	-

$$S_0b^2 - S_1b = S_1$$

$$S_0b^2 - (1 + b)S_1 = 0$$

$$S_1 = \frac{S_0b^2}{1 + b} = \frac{6951000 \cdot 1,1^2}{1 + 1,1} = \frac{6951000 \cdot 1,21}{2,1} = 4005100 \text{ рублей}$$

$$\text{За три года: } 2795100 \cdot 3 = 8385300 \text{ рублей}$$

$$\text{За два года: } 4005100 \cdot 2 = 8010200 \text{ рублей}$$

$$\text{Разница: } 8385300 - 8010200 = 375100 \text{ рублей}$$

Ответ: на 375100 рублей.

Тема № 7. Задачи по кредитам. Дифференцированные платежи.

Задача 1.

15 января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что на пятый месяц кредитования нужно выплатить 57,5 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?

Решение. Сделаем краткую запись:

$$r = 3\%$$

$$b = 1 + 0,01r = 1,03$$

$$n = 9$$

$$S_0 - ?$$

$$\sum S_1 - ?$$

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			S_0
1	$S_0 b$	$S_0 b - \frac{8S_0}{9}$	$\frac{8S_0}{9}$
2	$\frac{8S_0 b}{9}$	$\frac{8S_0 b}{9} - \frac{7S_0}{9}$	$\frac{7S_0}{9}$
3	$\frac{7S_0 b}{9}$	$\frac{7S_0 b}{9} - \frac{6S_0}{9}$	$\frac{6S_0}{9}$
4	$\frac{6S_0 b}{9}$	$\frac{6S_0 b}{9} - \frac{5S_0}{9}$	$\frac{5S_0}{9}$
5	$\frac{5S_0 b}{9}$	$\frac{5S_0 b}{9} - \frac{4S_0}{9}$	$\frac{4S_0}{9}$

6	$\frac{4S_0b}{9}$	$\frac{4S_0b}{9} - \frac{3S_0}{9}$	$\frac{3S_0}{9}$
7	$\frac{3S_0b}{9}$	$\frac{3S_0b}{9} - \frac{2S_0}{9}$	$\frac{2S_0}{9}$
8	$\frac{2S_0b}{9}$	$\frac{2S_0b}{9} - \frac{1S_0}{9}$	$\frac{1S_0}{9}$
9	$\frac{1S_0b}{9}$	$\frac{S_0b}{9}$	0

$$\frac{5S_0b}{9} - \frac{4S_0}{9} = 57,5$$

$$5S_0b - 4S_0 = 517,5$$

$$S_0(5 \cdot 1,03 - 4) = 517,5$$

$$S_0 = 450$$

$$S_0b \left(1 + \frac{8}{9} + \frac{7}{9} + \frac{6}{9} + \frac{5}{9} + \frac{4}{9} + \frac{3}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9}\right) - S_0 \left(\frac{8}{9} + \frac{7}{9} + \frac{6}{9} + \frac{5}{9} + \frac{4}{9} + \frac{3}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9}\right) =$$

$$5S_0b - 4S_0 = 450 \cdot (5 \cdot 1,03 - 4) = 450 \cdot 1,15 = 517,5$$

Ответ: 517,5 тысяч.

Тема № 8. Нестандартные задачи по кредитам.

Задача 1.

Ольга решила взять кредит в банке 331000 рублей на 3 месяца под 10% в месяц. Существуют две схемы выплаты кредита.

По первой схеме банк в конце каждого месяца начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Ольга переводит в банк фиксированную сумму и в результате выплачивает весь долг тремя равными платежами.

По второй схеме тоже сумма долга в конце каждого месяца увеличивается на 10%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Ольгой. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Какую схему выгоднее выбрать Ольге? Сколько рублей будет составлять эта выгода?

Решение.

Разберем первую часть задачи. Платежи равные по сумме – это аннуитетный платеж. Составим краткую запись:

$$S_0 = 331000$$

$$r = 10\%$$

$$b = 1 + 0,01r = 1,1$$

Год	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			S_0
1 год	S_0b	S_1	$S_0b - S_1$
2 год	$(S_0b - S_1)b = S_0b^2 - S_1b$	S_1	$S_0b^2 - S_1b - S_1$
3 год	$(S_0b^2 - S_1b - S_1) = S_0b^3 - S_1b^2 - S_1b$	S_1	-

$$S_0b^3 - S_1b^2 - S_1b = S_1$$

$$S_0b^3 - S_1(1 + b + b^2) = 0$$

$$S_1 = \frac{331000 \cdot 1,1^3}{1,1^2 + 1,1 + 1} = 133100$$

$$3S_1 = 399300$$

Разберем вторую часть задачи. Платежи неравные по сумме – это дифференцированный платеж. Составим таблицу расчета:

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			S_0
1	S_0b	$S_0b - \frac{2S_0}{3}$	$\frac{2S_0}{3}$
2	$\frac{2S_0b}{3}$	$\frac{2S_0b}{3} - \frac{S_0}{3}$	$\frac{S_0}{3}$
3	$\frac{S_0b}{3}$	$\frac{S_0b}{3}$	0

$$S_0b \left(1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right) - S_0 \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right) = 2S_0b - S_0 = 2 \cdot 1000 \cdot 1,1 - 331000 = 331000 \cdot 1,2 = 397200 \text{ рублей.}$$

Найдем разницу между разными видами платежей:

$$399300 - 397200 = 2100 \text{ рублей}$$

Ответ: дифференцированные платежи, выгода 2100 рублей.

Тема № 9. Задачи на оптимизацию.

Задача 1

У фермера есть два поля, каждое площадью 100 гектаров. На каждом поле можно выращивать капусту и морковь, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность капусты на первом поле составляет 400 ц/га, а на втором – 300 ц/га. Урожайность моркови на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором – 400 ц/га. Фермер может продавать капусту по цене 10 000 руб. за центнер, а морковь – по цене 11 000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

Решение:

Вся площадь: 100 га

1 поле	Урожайность	Площадь	Полный урожай	Цена за центнер	Полный доход
Капуста	400	x	$400x$	10000	$4000000x$
Морковь	300	kx	$300kx$	11000	$3300000kx$

Составим функцию полного дохода:

$$\Sigma(x,k) = 25000000x + 24000000kx \rightarrow \text{наиб}$$

Заметим, что $x+kx=10$, т.е. $x = \frac{10}{1+k}$ где $k \in [0;10]$

$$\Sigma(k) = \frac{25000000}{1+k} + \frac{24000000k}{1+k} \rightarrow \text{наиб}$$

$$\Sigma(k) = \frac{25000000 + 24000000k}{1+k} \rightarrow \text{наиб}$$

Возьмём производную этой функции

$$\Sigma(k)' = \frac{24000000(1+k) - (25000000 + 24000000k)}{(1+k)^2} = \frac{-1000000}{(1+k)^2} < 0,$$

Значит функция убывает во всей области определения, т.е. принимает своё наибольшее значение при $k=0$. Это означает, что всё первое поле нужно засадить капустой, при этом доход будет 4000000 рублей

2 поле	Урожайность	Площадь	Полный урожай	Цена за центнер	Полный доход
Капуста	300			10000	
Морковь	400			11000	

Из второй таблицы видно, что морковь имеет, как большую урожайность, так и большую цену за центнер, следовательно, второе поле нужно засадить морковью. При этом доход будет 40011000рублей

Полный доход составляет 400 млн + 440 млн = 840 млн рублей.

Ответ: 840 млн рублей.

Задача 2.

Предприниматель купил здание и собирается открыть в нём гостиницу. В гостинице могут быть стандартные номера площадью 27 квадратных метров и номера «люкс» площадью 45 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 981 квадратный метр. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить гостинице 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» – 4000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своей гостинице предприниматель?

Решение:

Общая площадь: 981

	<i>Площадь одного номера</i>	<i>Кол-во номеров</i>	<i>Полная площадь</i>	<i>Цена за один номер</i>	<i>Полный доход</i>
<i>Стандартные номера</i>	27	x	$27x$	2000	$2000x$
<i>Люкс</i>	45	y	$45y$	4000	$4000y$

Составим функцию полного дохода:

$$\Sigma(x,y) = 2000x + 4000y \rightarrow \text{наиб}$$

Заметим, что $27x + 45y \leq 981$, т.е. $x \leq \frac{109-5y}{3}$ где $y \in [0; \frac{981}{45}]$, т.е. $y \in [0; 21]$

$$\Sigma(y) = \frac{2000 \times (109 - 5y)}{3} + 4000y \rightarrow \text{наиб}$$

$$\Sigma(y) = \frac{218000 + 2000y}{3} \rightarrow \text{наиб}$$

Возьмём производную этой функции

$$\Sigma(y)' = \frac{2000}{3} > 0,$$

Значит функция возрастает во всей области определения, т.е. принимает своё наибольшее значение при $y=21$. Это означает, что номеров люкс будет 21. Проверим общую площадь: $45 \times 21 = 945$. Остаток 36, значит ещё будет 1 стандартный номер. При этом полный доход будет $2000 \times 1 + 4000 \times 21 = 86000$ рублей.

Ответ: 86000 рублей.