



МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ, ИНФОРМАТИКИ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

**Формирование математической грамотности при изучении
вероятности и статистики**

Выпускная квалификационная работа по направлению
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность программы бакалавриата

«Математика. Информатика»

Форма обучения очная

Проверка на объем заимствований:
71,84 % авторского текста
Работа рекомендована к защите
«05» апреля 2023 г.
зав. кафедрой математики и МОМ
Звягин К.А.

Выполнила:
Студентка группы ОФ-513/204-5-1
Черепанова Нина Владимировна

Научный руководитель:
доцент, д.п.н, профессор кафедры
МиМОМ
Суховиенко Елена Альбертовна

Челябинск
2023

Содержание

Введение.....	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ	6
1.1 Сущность понятия «математическая грамотность».....	6
1.2 Цели обучения элементам теории вероятностей в курсе математики.....	12
1.3 Анализ вероятностно-стохастической линии в учебниках математики основной школы.....	16
Выводы по 1 главе	22
ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТАМ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ	24
2.1 Система задач по теории вероятности и статистике для формирования математической грамотности	24
2.2 Методика обучения решению задач по теории вероятностей и статистике для формирования математической грамотности в основной школе.....	35
Выводы по 2 главе	55
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	57
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	59

ВВЕДЕНИЕ

Людей всегда интересовало будущее. Человечество все время было в поисках способа его предугадать или спланировать, в разное время разными методами. В наше время есть такая наука, как теория вероятности, которую используют для планирования и прогнозирования будущего.

Теория вероятностей считается одним из классических разделов математики. Вероятностные и статические методы глубоко проникли в нашу жизнь. Случай, случайность – с ними мы встречаемся каждый день. Как возможно «предвидеть» наступление случайного события? Оно может произойти, а может и не сбыться! Казалось бы, здесь нет места для математики. Но математика нашла методы оценивать вероятность наступления случайных событий. Они дают возможность человеку уверенно чувствовать себя при встрече со случайными событиями.

Включение стохастической линии в школьный курс математики стало необходимым еще в 60-е годы, однако из-за неподготовленности школы к этой тематике ее пришлось исключить из обязательной программы в 70-х годах. Позже, в 80-е, элементы теории вероятностей были введены в программы математического образования профильных классов, а в следующее десятилетие они уже были включены в обязательную программу школьного курса математики. В последние годы произошел положительный сдвиг в сфере внедрения стохастической линии в рамках школьного образования, и в настоящее время теория вероятностей и статистика входят в примерную программу основного общего образования.

Современный подход к школьному образованию учитывает индивидуальность каждого учащегося, его интересы и способности. Это привело к изменениям в требованиях к математической подготовке школьников и необходимости применения новых интерактивных методик.

Развитие вероятностной интуиции и статистического мышления является важной задачей, поскольку целью обучения математике является формирование личности через ее применение. Федеральные государственные образовательные стандарты ориентированы на развитие личностных качеств выпускников, которые умеют применять математические решения в повседневной жизни. Основная цель школьного образования – сделать математику инструментом достижения успеха учащихся в учебном процессе и будущей карьере.

Математическая грамотность как компонент функциональной грамотности способствует активному применению математики для решения возникающих в повседневной жизни проблем. Это выражается в умении решать практические задачи из повседневной жизни. За решением задачи стоит целый комплекс когнитивных операций, с которыми дети не всегда справляются успешно.

Чтобы избежать образовательного дефицита в этой области, в ходе обучения математике нужно больше внимания уделять связи академических знаний и умений с реальной жизнью, чтобы успешно применять теорию из учебников на практике.

Кроме того, актуальность темы исследования обусловлена сложившимся к настоящему времени **противоречием** между необходимостью обучения учащихся теории вероятностей и статистики в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС) основного общего образования и фактическим состоянием методики ее обучения учащихся в курсе математики основной школы.

Это противоречие порождает **проблему** разработки методики обучения решению задач по теории вероятностей и статистики для формирования математической грамотности обучающихся на уроках математики.

Объект исследования: процесс обучения математике в основной школе.

Предмет исследования: применение учебных заданий по теории вероятности и статистики на основе разработанной методики для формирования математической грамотности.

Гипотеза исследования: применение заданий для формирования математической грамотности на уроках математики будет наиболее эффективным, если 1) задачи связаны с различной математической деятельностью человека; 2) математическая деятельность, представленная в жизненной ситуации, близка и понятна обучающимся; 3) контекст заданий близок к проблемным ситуациям, возникающим в учебной деятельности и повседневной жизни.

Цель выпускной квалификационной работы: разработать методику развития математической грамотности при изучении теории вероятностей и статистики.

Задачи исследования:

1. Раскрыть цели обучения элементам теории вероятностей и математической статистики в школьном курсе математики основной школы.
2. Рассмотреть сущность понятия математической грамотности.
3. Выполнить анализ статей и учебной литературы, посвященных введению стохастической линии в школьном курсе математики.
4. Разработать систему задач по теории вероятностей для развития математической грамотности.
5. Раскрыть методику формирования математической грамотности при изучении теории вероятностей и статистики.

Практическая значимость исследования заключается в разработке системы задач, обеспечивающих развитие математической грамотности на уроках математики, которые могут быть использованы преподавателями математики, а также студентами.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ

1.1 Сущность понятия «математическая грамотность»

Впервые термин *Mathematical literacy* («математическая грамотность») появился в статье «Энциклопедия математического образования» в 1944 г., когда комиссия по послевоенным планам американского национального совета учителей математики выдвинула требование, чтобы школа обеспечивала математическую грамотность для всех, кто способен ей овладеть ею. В разных значениях термин употреблялся и в последующие годы, предшествовавшие его формализации после исследования Programme for International Student Assessment (далее – PISA). Этот термин употреблялся в 1973 г. Георгом Штайнером, который понимал его как необходимость математических знаний в школьном объеме для людей всех профессий. Таким образом, в эти годы математическая грамотность понималась как удовлетворительное владение элементарной математикой, изучаемой в школе. В 1989 г., когда впервые появились стандарты национального совета учителей математики, в них также говорилось о математической грамотности и о математически грамотных учащихся, однако никаких определений термина «математическая грамотность» приведено не было.

Далее концепция математической грамотности проявилась в контексте международных сравнительных исследований. Третье международное исследование по математике и естественным наукам, впервые проведенное в 1995 г., осуществило проверку математической и естественно-научной грамотности учащихся последнего года основной школы в 21 стране, направленную на то, чтобы «предоставить информацию о том, насколько подготовлена совокупность выпускников

школ в каждой стране к тому, чтобы применять знания в области математики для решения жизненных задач за пределами школы».

Введенные в тестовых заданиях этого исследования контексты показывают, что здесь математическая грамотность понималась преимущественно как умение применять математику в естественных науках, а также в бизнесе и промышленности. Но это «реальные жизненные ситуации» только для небольшой части учащихся, которые собираются специализироваться в области естественных наук и промышленности. Основанную на результатах этого исследования, а также на стандартах национального совета учителей математики первоначальную модель математической грамотности предложил Пугали.

Более содержательная попытка явного определения появилась в разработке организации экономического сотрудничества и развития для первого исследования PISA. Определение несколько раз видоизменялось с новыми циклами исследования PISA и сейчас формулируется так: «Математическая грамотность – это способность человека рассуждать математически и формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в различных контекстах реального мира. Она включает понятия, процедуры, факты и инструменты для описания, объяснения и прогнозирования явлений. Она помогает людям узнавать о роли, которую математика играет в мире, и осуществлять обоснованные суждения и решения, необходимые созидательным, заинтересованным и мыслящим гражданам XXI века».

Фундаментом для исследования математической грамотности являются следующие компоненты:

- контекст, в котором заложена проблемная ситуация;
- содержание математического образования, которое используется в заданиях;
- мыслительная деятельность, необходимая для того, чтобы связать контекст, в котором представлена проблема, с математическим

содержанием, необходимым для ее решения.

Контекст задания – это особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в задании в рамках предлагаемой ситуации. Эти ситуации связаны с разнообразными аспектами окружающей жизни и требуют для своего решения большей или меньшей математизации. Выделены и используются 4 категории контекстов, близкие учащимся: общественная жизнь, личная жизнь, образование, научная деятельность.

Математическое содержание заданий в исследовании распределено по четырем категориям: пространство и форма, изменение и зависимости, количество, неопределенность и данные, которые охватывают основные типы проблем, возникающих при взаимодействиях с повседневными явлениями. Название каждой из этих категорий отражает обобщающую идею, которая в общем виде характеризует специфику содержания заданий, относящихся к этой области.

1. Изменение и зависимости – задания, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах.

2. Пространство и форма – задания, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам, отношениям, т. е. к геометрическому материалу.

3. Количество – задания, связанные с числами и отношениями между ними, в программах по математике этот материал чаще всего относится к курсу арифметики.

4. Неопределенность и данные – задания охватывают вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов статистики и вероятности [13].

При описании мыслительной деятельности используются следующие глаголы: формулировать, применять и интерпретировать. Они указывают на мыслительные действия, которые будут выполнять учащиеся:

- формулировать ситуацию на языке математики;

- применять математические понятия, факты, процедуры;
- интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты.

По исследованию PISA, можно выделить следующие недостатки в овладении следующими метапредметными умениями российских школьников:

- принимать задачу, представленную в форме, отличной от формы, типичной для российских учебников;
- работать с информацией, представленной в различных формах: текстовой, табличной, графической, а также переходить от одной формы к другой;
- привлекать информацию, которая не содержится непосредственно в условии задачи, особенно в тех случаях, когда для этого требуется использовать бытовые сведения, личный жизненный опыт;
- отбирать информацию, необходимую для решения, в частности, если условие задачи содержит избыточную информацию;
- удерживать в процессе решения все условия, необходимые для решения проблемы;
- владеть навыками самоконтроля за выполнением условий (ограничений) при нахождении решения и интерпретации полученного результата в рамках ситуации;
- определять самостоятельно точность данных, требуемых для решения задачи;
- использовать здравый смысл, метод перебора возможных вариантов, метод проб и ошибок;
- представлять в свободной словесной форме обоснованный ответ, который определяется особенностями ситуации [29].

Прочное усвоение материала достигается посредством учебного процесса, в центре которого находится ученик, поэтому на протяжении всех уроков необходимо:

- создание среды, которая позволяет личности чувствовать себя свободно и безопасно в процессе обучения;
- формирование саморегулирования, что обеспечивает самоконтроль, самостоятельное определение проблемы и цели, самостоятельный выбор стратегий для достижения целей;
- развитие критического мышления, что способствует осмыслению, оценке, анализу и синтезу информации, которые послужат основанием к действию.

В современной дидактике математики математическое развитие учащихся, формирование их речи, мышления и способностей являются важнейшими факторами при решении проблем содержания и структуры общеобразовательного математического курса и методов обучения.

В зависимости от сложности задания выделены три уровня математической компетентности: уровень воспроизведения, уровень установления связей, уровень рассуждений.

Первый уровень (уровень воспроизведения) – это прямое применение в знакомой ситуации известных фактов, стандартных приемов, распознавание математических объектов и свойств, выполнение стандартных процедур, применение известных алгоритмов и технических навыков, работа со стандартными, знакомыми выражениями и формулами, непосредственное выполнение вычислений.

Второй уровень (уровень установления связей) строится на репродуктивной деятельности по решению задач, которые, хотя и не являются типичными, но все же знакомы учащимся или выходят за рамки известного лишь в очень малой степени. Содержание задачи подсказывает, материал какого раздела математики надо использовать и какие известные методы применить. Обычно в этих задачах присутствует больше требований к интерпретации решения, они предполагают установление связей между разными представлениями ситуации, описанной в задаче, или установление связей между данными в условии задач.

Третий уровень (уровень рассуждений) строится как развитие предыдущего уровня. Для решения задач этого уровня требуются определенная интуиция, размышления и творчество в выборе математического инструментария, интегрирование знаний из разных разделов курса математики, самостоятельная разработка алгоритма действий. Задания, как правило, включают больше данных, от учащихся часто требуется найти закономерность, провести обобщение и объяснить или обосновать полученные результаты.

Математическая грамотность включает в себя математические компетентности, которые можно формировать через специально разработанную систему задач:

1 группа – задачи, в которых требуется воспроизвести факты и методы, выполнить вычисления;

2 группа – задачи, в которых требуется установить связи и интегрировать материал из разных областей математики;

3 группа – задачи, в которых требуется выделить в жизненных ситуациях проблему, решаемую средствами математики, построить модель решения.

Формирование ключевых компетентностей посредством задач позволяет реализовать компетентностный подход на уроках математики как средство повышения математической грамотности учащихся. Приведенное выше описание математической грамотности в международных исследованиях и уровней ее овладения (уровней компетентности) дает возможность прийти к главному выводу о том, что приоритетным направлением усовершенствования математического образования является обеспечение математической грамотности высокого уровня компетентности. Именно обеспечение практической и прикладной направленности математического образования и составляет сущность компетентностного подхода к обучению математике. Имеется в виду

направленность на решение жизненных проблем, к действиям в реальных условиях.

Обеспечение математической грамотности заключается в гармоничном формировании трех приемов деятельности:

- моделировать с помощью математики объекты окружающего мира и отношения между ними;
- оперировать определенным составом математических знаний и умений;
- создавать стратегии решения задач.

1.2 Цели обучения элементам теории вероятностей в курсе математики

Период с конца 70-х гг. XX в. по настоящее время может характеризоваться широким внедрением в сферу деятельности человека такого важного раздела прикладной математики, как стохастика. Эта наука, соединяющая элементы теории вероятностей и математической статистики, нашла применение практически во всех областях науки.

Теория вероятностей, зародившаяся в трудах математиков XVII – XVIII вв. П. Лапласа, Б. Паскаля, Я. Бернулли и др., является математической основой стохастики – науки, без применения которой уже не мыслится принятие сколько-нибудь значимых решений по самым разнообразным проблемам в социокультурной, образовательной и научно-производственной сферах человеческой деятельности. Этим обусловлена актуальность изучения основ теории вероятностей и математической статистики в школьном курсе математики [11].

Реформирование современной школы приводят к изменению содержания школьного математического образования и к необходимости выделения в методике обучения математике вероятностно-статистической содержательно-методической линии.

Анализируя содержание отечественного школьного математического образования за последние полвека, отметим, что элементы комбинаторики были включены в содержание учебника А. Н. Колмогорова в период реформы образования 60-х гг. XX в., но ненадолго, элементы теории вероятностей рассматривались в классах с углубленным изучением математики, но устойчивой традиции их изучения и соответствующего методического опыта не было [11]. Вопросы математической статистики не рассматривались вовсе, если, конечно, не относить к ним изучение графиков и диаграмм, а также решение задач экономического содержания на основе пятилетних планов развития народного хозяйства СССР. Справедливости ради отметим, что по этой теме существовали факультативные курсы и качественные пособия для школьников, среди которых отдельно выделим «Факультативный курс по математике. Теория вероятностей» В. С. Лютикаса, выдержавший несколько изданий. Лишь на постсоветском этапе развития математического образования встал вопрос о систематическом изучении в школе элементов теории вероятностей и математической статистики.

ФГОС предусматривает в основной и старшей школе изучение элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей. В соответствии с ним в основной школе рассматриваются элементы комбинаторики: примеры решения комбинаторных задач на основе перебора вариантов, правило умножения. К элементам теории вероятностей относятся: частота события, вероятность, равновозможные события, подсчет их вероятности, представления о геометрической вероятности. К элементам математической статистики ФГОС относит представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков, средние значения результатов измерений. Предусмотрено знакомство с понятием и примерами случайных событий. В результате ученики должны научиться работать с графиками и диаграммами, вычислять средние значения результатов измерений, решать комбинаторные задачи на основе

систематического перебора вариантов и с использованием правила умножения, находить частоту и вероятность случайных событий в простейших случаях.

Исходя из сказанного выше, основные цели изучения элементов теории вероятностей и математической статистики могут быть сформулированы следующим образом:

- знакомство с элементами теории вероятностей и математической статистики как адекватным средством описания явлений реального мира путем построения и изучения их стохастических моделей;
- развитие навыков вероятностно-статистического аспекта «прикладного» мышления при решении задач по теории вероятностей и математической статистике;
- повышение уровня математической культуры учащихся на основе применения аппарата теории вероятностей в процессе обучения;
- подготовка к продолжению изучения этой линии в высшей школе.

Следует заметить, что математический аппарат теории вероятностей базируется на элементарных математических знаниях и опыте деятельности, которые должны быть у учеников сформированы. К этому моменту они умеют производить арифметические операции над действительными числами, осмысленно используют функциональную символику, имеют представление об элементарных геометрических объектах и оперируют с ними. Кроме того, в соответствии со стандартом они владеют определенными знаниями о множествах. Поэтому теория вероятностей может рассматриваться как раздел математики, при изучении которого учащиеся получают возможность увидеть применение полученных ими математических знаний в жизни.

Одним из мотивирующих факторов введения элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей в курс основной школы является их связь с реальными жизненными ситуациями.

Вероятностный характер каких-либо событий и явлений во многом определяет поведение человека, следовательно, возникает необходимость формирования соответствующих практических ориентиров, а также развития у учащихся, как общей вероятностной интуиции, так и владение конкретными способами оценки данных. Учащимся необходимо уметь извлекать, анализировать и обрабатывать разнообразную, а иногда противоречивую информацию, принимать обоснованные решения в ситуациях со случайными исходами, оценивать шансы на успех и степень риска. Необходимость формирования вероятностного мышления у учащихся обусловлена и тем, что весь комплекс социально-экономических наук развивается на вероятностно-статистической основе. Изучение вероятностно-статистической линии благоприятно влияет на развитие интеллектуальных способностей учащихся, способствует развитию интереса к предмету, а также усиливает прикладной аспект курса математики.

Значимость обучения стохастической линии определяется обширным внедрением прикладной математики в различные сферы деятельности человека. Методы и результаты стохастики используются не только в естественных и технических науках, но и в таких науках, как экономика, демография, социология, археология, лингвистика и многих других. В настоящее время без верных представлений о случайных событиях и их вероятностях невозможна продуктивная деятельность человека в какой-либо сфере жизни.

Установление учащимися, под компетентным руководством учителя, разносторонних связей стохастики с различными науками, такими как естествознание, а также с техническими и гуманитарными дисциплинами, является одним из средств достижения поставленной цели.

Введение элементов стохастической линии в курс математики является одним из важнейших аспектов модернизации содержания

образования, так как роль вероятностно-статистических знаний и навыков в современном мире повышается.

В наше время, невозможно найти решение даже небольших задач в социокультурной и научно-производственной сферах без использования теории вероятности и стохастических моделей. Эти инструменты помогают оценить вероятность возможного исхода ситуации и принять более обоснованные решения. Без них, даже самые опытные специалисты не могут гарантировать успех и эффективность своих действий.

1.3 Анализ вероятностно-стохастической линии в учебниках математики основной школы

В настоящее время существуют проблемы с реализацией вероятностно-статистического материала в школьных учебниках, так как эта линия была введена в школьный курс математики относительно недавно. Проанализировав реализацию стохастической линии, предлагаемую авторами различных учебников и учебных пособий, можно сделать вывод, что концепции этой линии значительно отличаются. Каждый автор имеет различный подход к изучению элементов стохастической линии. В одних учебных комплектах приоритетное внимание уделяется вероятностным понятиям, в других – статистическим, в третьих – понятия рассматриваются отдельно.

Рассмотрим построение вероятностно-статистической линии в некоторых учебных комплектах и в учебных пособиях для основной школы.

Рассмотрим комплект учебников: «Математика, 5», [12] «Математика, 6» [15] под редакцией Г.В. Дорофеева, И. В. Шарыгина ; «Алгебра, 7» [2] «Алгебра, 8» [3] и «Алгебра, 9» [4] под редакцией Г. В. Дорофеева.

В учебном комплекте «Математика, 5» под редакцией Г. В. Дорофеева, И. В. Шарыгина построение стохастической линии начинается

с элементов комбинаторики. Предлагаются простые примеры и практико-ориентированные задачи на подсчет числа вариантов, для иллюстрации решения используется дерево возможных вариантов. Далее автор вводит понятие «Случайное событие». Учащимся предлагается оценить вероятность наступления событий, используя для этого слова: «достоверно», «возможно», «невозможно», «очень вероятно». С помощью примеров из жизни, из случайных событий выделяются достоверные, невозможные и равновероятные события. В последней главе учебника авторы обращаются к элементам статистики, где учащиеся осваивают построение, чтение и анализ таблиц. Кроме того, рассматривается построение столбчатых диаграмм.

В учебнике «Математика, 6» под редакцией Г. В. Дорофеева авторы повторяют тему «Таблицы и диаграммы», знакомят учащихся с круговыми диаграммами. Элементам комбинаторики в данном учебном комплекте отводится два параграфа: логика перебора и правило умножения. Рассматривается метод кодирования. Определение вероятности события вводится в последней главе учебника через понятие относительной частоты.

В учебном комплексе «Алгебра, 7» под редакцией Г. В. Дорофеева на основе примеров из различных жизненных ситуаций вводятся основные статистические характеристики: среднее значение, мода, размах. В учебнике рассматриваются элементы комбинаторики; задачи на вычисление частоты наступления события, а также простейшие задачи на вычисление вероятности симметрического события.

Под пометкой «Практическая ситуация» описывается реальная жизненная задача, как правило, естественная, без искусственных усложнений и ограничений. Рассмотрим задачу для 7 классов из учебно-методического комплекса Г. В. Дорофеева: изучите свои отметки по алгебре, полученные в течение года, и найдите среднее арифметическое, медиану и моду ряда отметок. Сделайте вывод о своих успехах и прогноз,

какая годовая отметка вам будет выставлена?

В учебнике «Алгебра, 8» под редакцией Г. В. Дорофеева вводится еще одна статистическая характеристика – медиана, вводится классическое определение «вероятности случайного события».

В учебнике «Алгебра, 9» под редакцией Г. В. Дорофеева авторы возвращаются к элементам статистики. Вводятся такие понятия, как генеральная совокупность, выборка, репрезентативная выборка, объем выборки, ранжирование. Рассматривается еще один способ графического представления результатов – полигоны. Добавляются новые статистические характеристики: выборочная дисперсия и среднеквадратическое отклонение.

В заключение анализа данного комплекта можно отметить, что в отличие от других комплектов учебников, стохастическая линия выстраивается с 5 по 9 класс. Авторы большей части учебной литературы, обращаются к элементам стохастической линии лишь с 7 класса. Кроме того, в каждом классе в учебный комплект входят учебник, рабочая тетрадь, дидактические материалы, методические пособия для учителя.

Проанализируем комплект учебников: «Математика, 5» [19], «Математика, 6» [20], «Алгебра, 7» [16] «Алгебра, 8» [17] и «Алгебра, 9» [18] А. Г. Мерзляка, В. Б. Полонского, М. С. Якира.

В учебнике «Математика, 5» вводятся комбинаторные задачи, которые решаются с помощью дерева возможных вариантов, и вводится понятие среднего-арифметического.

В учебнике «Математика, 6» вводятся понятие случайного события, дается вероятность случайного события. Перед тем как авторы дают определение классической вероятности, они рассматривают простые задачи по данной теме. Предлагаются задачи, где учащимся требуется самим придумать события, исходя из условия задачи.

В учебнике «Алгебра, 9» авторы добавили в раздел «Для тех, кто хочет знать больше» следующие параграфы: основные правила

комбинаторики; частота и вероятность случайного события; классическое определение вероятности.

Учебное пособие «Алгебра: элементы статистики и теории вероятностей» Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюка под редакцией С. А. Теляковского [14] предназначено для учащихся 7-9-х классов. Изложение стохастического материала в учебном пособии начинается в 7-м классе с элементов статистики: среднее арифметическое, мода, размах. Далее рассматривается построение, анализ таблиц, диаграмм. В 8-м классе рассматриваются полигоны и гистограммы. Вводятся новые понятия: генеральная совокупность, выборка, объем выборки, репрезентативность. В 9-м классе рассматриваются элементы комбинаторики и начальные сведения из теории вероятностей. Комбинаторные задачи в данном пособии решаются методом перебора; вводятся следующие понятия: перестановки, размещения, сочетания. Классическое определение вероятности вводится на основе примеров, в которых рассматривается понятие относительная частота и введено понятие статистическая вероятность. Данное учебное пособие имеет дифференцированный подход в обучении, в пособии присутствуют задания различного уровня сложности.

Методические рекомендации к учебнику даны в статьях Ю. Н. Макарычева и Н. Г. Миндюка [14]. В статье В. Н. Студенецкой и О. М. Фадеевой [24] анализируется содержание рассматриваемого учебника, предлагаются некоторые рекомендации, цель которых – помочь учителю разобраться в материале и правильно преподнести этот материал школьникам.

В учебном пособии М. В. Ткачевой «Элементы статистики и вероятность» [27] сначала вводится классическое определение вероятности события, далее вводится понятие относительной частоты. Введение в комбинаторику начинается в 1-й главе 7-го класса. Во 2-й главе 8-го класса вводятся элементы теории вероятностей: случайные события, вероятность

события, относительная частота. В 3-ей главе 9-го класса изучаются дискретные и непрерывные случайные величины, а также элементы статистики: таблицы распределения случайной величины, генеральная совокупность и выборка, мода, медиана, размах.

Данное пособие имеет некоторые недостатки. В данном пособии сначала рассматривается классическое определение вероятности и только после этого вводится понятие частоты.

Статистические характеристики необходимые для обработки статистических данных содержатся в конце учебника. Методические рекомендации к первой главе данного учебного пособия можно найти в статье М. В. Ткачевой [27].

В учебном пособии А.Г. Мордковича, П. В. Семенова «События, вероятности. Статистическая обработка данных» [22] изложение материала начинается с комбинаторики. Комбинаторные задачи решаются при помощи таблиц и деревьев возможных вариантов. На примерах вводится понятие сочетания, также объясняется формула для вычисления числа сочетаний. Классическое определение вероятности в данном пособии предшествует введению элементов статистики. В пособии рассматривается схема Бернулли.

Некоторые замечания к содержанию данного пособия излагаются в статье В. М. Студенецкой и О. М. Фадеевой [24].

Понятие вероятность довольно удачно вводится в учебном пособии «Вероятность и статистика» Е. А. Бунимовича, В. А. Булычева [6]. Начинается пособие с рассмотрения случайных событий и сравнения вероятности их наступления. Затем, с помощью эксперимента рассматривается понятие частоты, анализируются таблицы частот и строятся гистограммы. Статистическое определение вероятности предшествует классическому определению.

В пункте «Точка тоже бывает случайной» рассматривается геометрическое определение вероятности. В последнем пункте

рассматриваются вопросы статистического оценивания и прогнозирования. Последний пункт имеет практическое значение, содержит ряд интересных задач, непосредственно связанных с реальной жизнью.

Учебное пособие Ю. Н. Тюрина, А. А. Макарова «Теория вероятностей и статистика» [26] предназначено для учащихся 7–9-х классов. Большой акцент уделяется чтению, построению и анализу таблиц и диаграмм. Рассматриваются столбчатая, круговая диаграммы, а также диаграмма рассеивания. Вводятся основные статистические характеристики: мода, медиана, размах, среднее, дисперсия. После определения вероятности вводится частота события. Далее, рассматриваются элементарные события: равновозможные и противоположные. Рассматриваются теоремы сложения и умножения вероятностей. Вводятся элементы комбинаторики, формулы числа перестановок и числа сочетаний.

Проанализировав учебный материал различных авторов по математике на предмет наличия в них практико-ориентированных задач по теории вероятности и статистике, можно сделать вывод, что, задач, удовлетворяющих всем признакам прикладных задач, в данных учебниках совсем мало. В них практический смысл несут задачи, где использованы всем привычные сюжеты. Различается лишь необходимый уровень знаний для их решения в курсе. Как мы выяснили, не все текстовые задачи имеют актуальный для ученика практико-ориентированный характер, из-за чего возникает необходимость разработать систему задач для формирования математической грамотности.

Из рассмотренных нами УМК стохастическая линия выстраивается с 5 по 9 класс только в УМК под редакцией В. Г. Дорофеева. Таким образом, разработанная нами методика решения задач по теории вероятности и статистики будет составлена на основе учебно методического комплекта под редакцией В. Г. Дорофеева.

Выводы по 1 главе

1. Анализ цели введения стохастической линии показал, что в связи с переходом на рыночную экономику и изменением социально-экономической ситуации в стране возникла необходимость в специалистах, умеющих работать с современными технологиями в динамично изменяющихся внешних условиях при воздействии случайных факторов, умеющих оценивать ситуацию и оперативно принимать обоснованные решения в ситуациях неопределенности. В результате изменился социальный заказ учебным заведениям. Следствием этих изменений стало принятие новых федеральных государственных образовательных стандартов, определяющих направления подготовки школьников к жизни в современных социально-экономических условиях. Существенные изменения произошли в математическом образовании, возросла потребность в обучении теории вероятностей, математической статистике, теории случайных процессов и к применению вероятностно-статистических методов.

2. Анализ истории введения стохастической линии в школьный курс математики показал, что первые попытки ввести элементы вероятности в школьные учебники средней школы были осуществлены в 90-е годы, когда за авторскими разработками факультативных курсов по теории вероятностей, последовал выход первого учебника, целиком посвященного теории вероятностей. Но изложение вероятностно-статистического материала в имеющейся на тот момент литературе не носило систематического характера и не предусматривалось учебным планом. На данный момент согласно ФГОС обучающиеся в процессе обучения должны научиться извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную в таблицах и на диаграммах, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений; учащиеся должны иметь представление о статистических характеристиках,

вероятности случайного события, комбинаторных задачах, о роли закона больших чисел в массовых явлениях, о роли практически достоверных и маловероятных событий.

3. Анализ статей и учебной литературы, посвященных введению и апробации стохастической линии в школьном курсе математики показал, что поскольку вероятностно-статистическая линия была введена в школьный курс математики сравнительно недавно, в настоящее время существуют проблемы с реализацией этого материала в школьных учебниках. Проведенный анализ реализации стохастической линии, предлагаемой авторами различных учебников и учебных пособий, демонстрирует, что концепции этой линии значительно отличаются. Авторы разных учебных пособий по-разному подходят к изучению составляющих стохастической линии. В одних учебниках на первый план выдвигаются вероятностные понятия, в других – статистические, в третьих – все понятия рассматриваются отдельно.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТАМ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

2.1 Система задач по теории вероятности и статистике для формирования математической грамотности

В соответствии с гипотезой исследования мы разработали систему задач для разделов УМК В. Г. Дорофеева «Таблицы и диаграммы» 5 класс, «Частота и случайность» 7 класс, «Вероятность и статистика» 8 класс, для параграфов «Столбчатые и круговые диаграммы» 6 класс, «Статистические характеристики» 7 класс.

При создании системы задач по теории вероятностей и статистики учитывались отличительные особенности заданий на формирование математической грамотности: контекстность, проблемность, соответствие возрастным особенностям, обогащение социального опыта, познавательность, развитие компетенций, комплексность и уровневость.

Задача № 1. На диаграмме (рисунок 1) представлены семь крупнейших по площади территории стран мира в миллионах квадратных километрах.

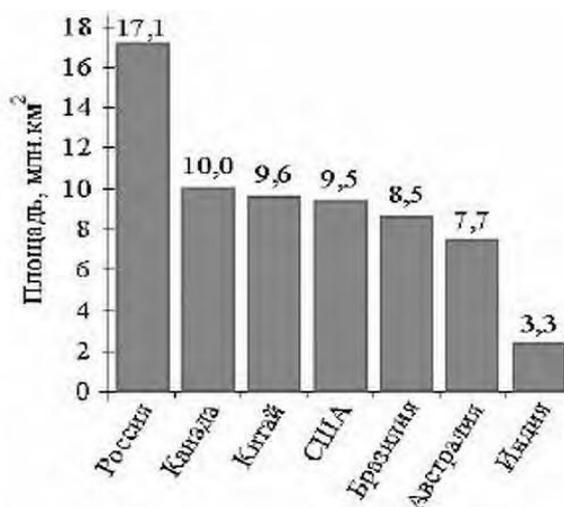


Рисунок 1 – Площади территории стран мира

Вопрос № 1. Какое из данных утверждений неверно?

1. Россия – крупнейшая по площади территории страна мира.
 2. Площадь территории Индии составляет 3,3 млн км².
 3. Площадь Китая больше площади Австралии.
 4. Площадь Канады больше площади США на 1,5 миллионов квадратных километров.
- В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Задача № 2. Рок-магазин продаёт значки с символикой рок-групп. В продаже имеются значки пяти цветов: черные, синие, зеленые, серые и белые. Данные о проданных значках представлены на столбчатой диаграмме (рисунок 2).

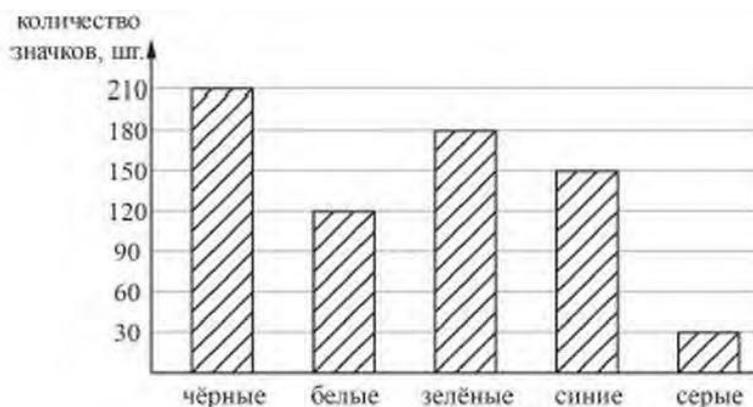


Рисунок 2 – Проданные значки

Вопрос № 1. Определите по диаграмме, значков какого цвета продали больше всего?

Вопрос № 2. Сколько процентов примерно составляют значки этого цвета от общего числа?

Задача № 3. В телевизионной передаче журналист показал следующую диаграмму (рисунок 3) и сказал: “Диаграмма показывает, что по сравнению с 1998 годом в 1999 году резко возросло число ограблений”. Считаете ли вы, что журналист сделал правильный вывод на основе данной диаграммы? Запишите объяснение своего ответа.

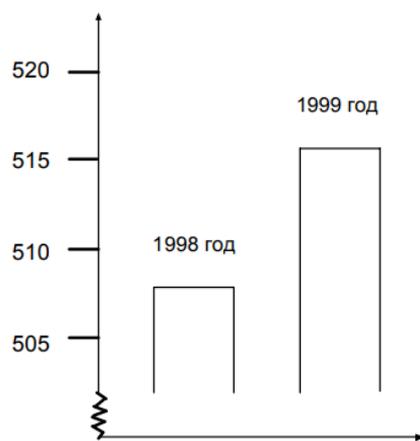


Рисунок 3 – Число ограблений за год

Задача № 4. Среди сотрудников компании был проведен опрос, в какое время года они предпочитают брать отпуск. Результаты представлены на круговой диаграмме (рисунок 4).

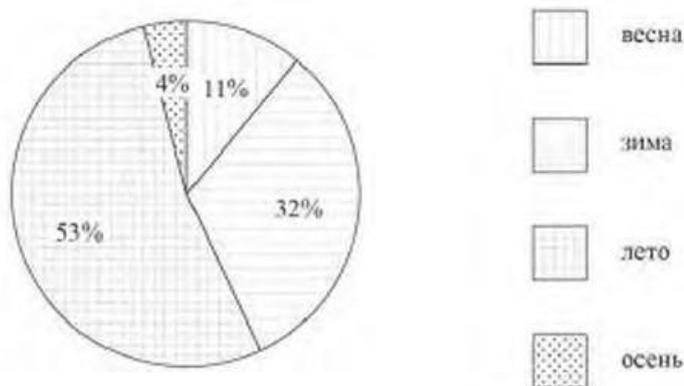


Рисунок 4 – Результаты опроса

Вопрос № 1. Какой процент составляют сотрудники, которые предпочитают отдыхать не летом?

Вопрос № 2. В какое время года более половины сотрудников предпочитают отдыхать?

Задача № 5. Учитель математики проверил итоговую контрольную работу в 9-х классах, результаты которой представил на диаграмме (рисунок 5).

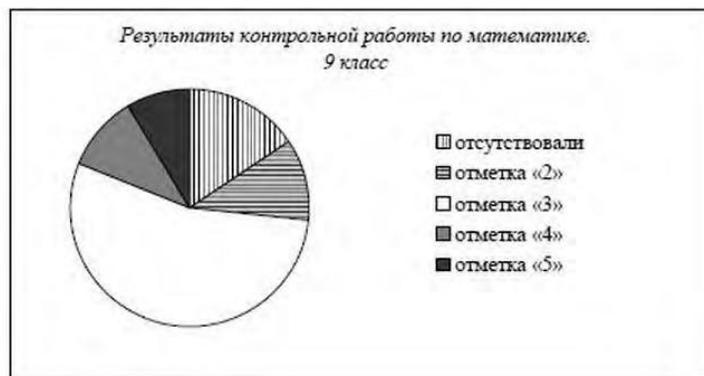


Рисунок 5 – Результаты контрольной работы

Вопрос № 1. Сколько примерно учащихся получили отметку, выше и равную тройке, если в школе 120 шестиклассников?

Вопрос № 2. Какое из утверждений относительно результатов контрольной работы неверно, если всего в школе 120 шестиклассников?

1. Более половины учащихся получили отметку «3».
2. Около четверти учащихся отсутствовали на контрольной работе или получили отметку «2».
3. Отметку «4» или «5» получили около 20 учащихся.
4. Отметку «3», «4» или «5» получили более 100 учащихся.

Задача № 6. В качестве домашнего задания по окружающей среде учащиеся собирали информацию о времени, необходимом для разложения некоторых видов бытовых отходов, которые выбрасывают люди. Все данные учащиеся занесли в таблицу 1.

Таблица 1 – Время разложения бытовых отходов

Бытовые отходы	Время разложения
Банановая кожура	1–3 года
Апельсиновые корки	1–3 года
Картонные коробки	0,5 года
Жевательная резинка	20–25 лет
Газеты	Несколько дней
Полистироловые чашки	Более 100 лет

Ученик хочет изобразить эти данные на столбчатой диаграмме.

Приведите одну причину, по которой использование столбчатой диаграммы неудачно для изображения этих данных.

Задача № 7. Мама Роберта разрешила ему вынуть из коробки одну конфету, не заглядывая в коробку. Число конфет различного цвета в коробке показано на диаграмме (рисунок 6).

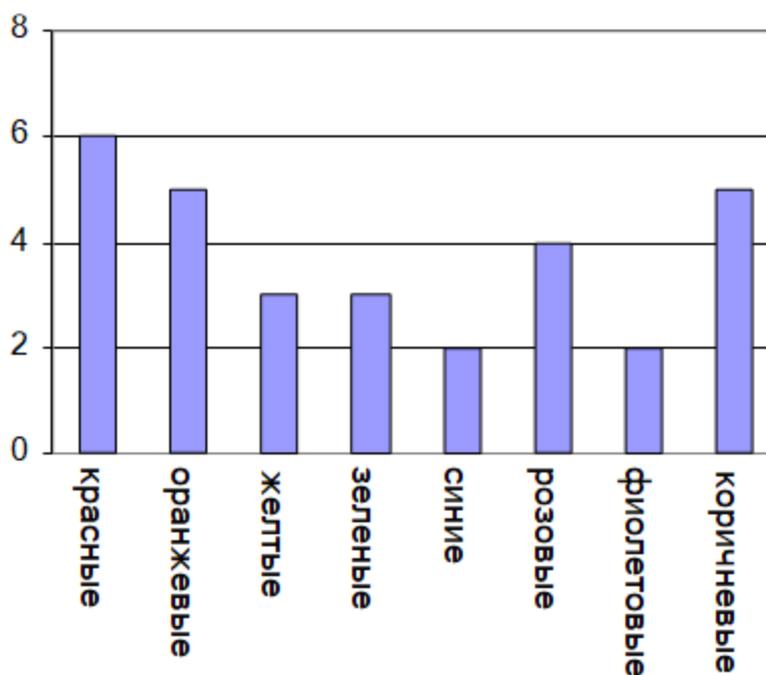


Рисунок 6 – Число конфет в коробке

Какова вероятность того, что Роберт вынет красную конфету?

1. 10 %.
2. 20 %.
3. 25 %.
4. 50 %.

Задача № 5. Ирину пригласили на костюмированную вечеринку в стиле 90-х. Ирина решила заказать себя образ в интернет-магазине «Wildberries». Она нашла подходящую модель костюма. На рисунке 7 представлена информация об отзывах на выбранный Ириной образ для вечеринки, оставленных покупателями интернет-магазина. Ирина рассмотрела все отзывы с отметкой меньше «5», и распределила их на три группы по характеру претензий в таблице 2.

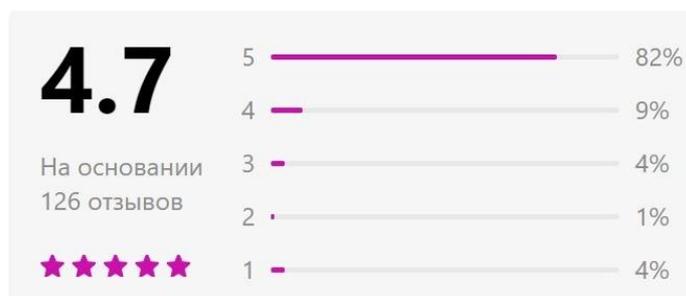


Рисунок 7 – Отзывы на товар

Таблица 2 – Претензии к товару

Претензии	Число претензий
К качеству товара (сломан замок, порван костюм и пр.).	6
К упаковке (помята, порвана, грязная и пр.).	7
По срокам доставки.	9

Вопрос № 1. Сколько всего оставлено отзывов о покупке костюма для вечеринки, в которых покупатели поставили отметку «3»?

Вопрос № 2. Опираясь на представленную статистику, вычислите вероятность того, что покупка костюма может быть оценена на отметку «5»?

Вопрос № 3. Так как Ирина решила заранее подготовиться к вечеринке, для нее не существенны претензии по срокам доставки. С учетом ее требований к покупке, какова вероятность того, что она сможет поставить за полученный ею товар отметку «5»?

Задача № 6. При игре в лото используют непрозрачный мешок с деревянными бочонками, на торце каждого из которых нанесены числа от 1 до 90. За один ход ведущий наугад вынимает из мешка по одному бочонку и называет соответствующее число. У каждого игрока есть карточка в форме прямоугольника, разделённого на 3 горизонтальных и 9 вертикальных рядов, всего 27 ячеек. В каждом горизонтальном ряду расположено по 5 чисел в произвольном порядке, всего 15 чисел. Остальные клетки пустые.

Игрок должен закрыть бочонками все ячейки с числами. Выигрывает тот, кто сделает это первым.

Вопрос № 1. На карточке Тимофея одно однозначное число, остальные – двузначные. Какова вероятность того, что первым ходом ведущий вынет бочонок с любым однозначным числом?

Вопрос № 2. Тимофей родился 15 декабря, поэтому считает число 15 своим счастливым числом. Какова вероятность того, что первым ходом ведущий вынет бочонок с числом, кратным 15?

Вопрос № 3. На карточке Тимофея три числа с двумя одинаковыми цифрами – 22, 77 и 88. Ведущий делает первый ход. Какова вероятность того, что ведущий вынет бочонок с одним из этих чисел?

Задача № 8. Всероссийский центр изучения общественного мнения (ВЦИОМ) провёл в ноябре 2019 года опрос, в котором приняли участие россияне в возрасте от 18 лет. Метод – телефонное интервью, опрошено 1,6 тыс. респондентов.

Проводилось исследование: имеют ли жители России домашних животных, берут ли их с собой в поездки и готовы ли взять питомца из приюта для животных.

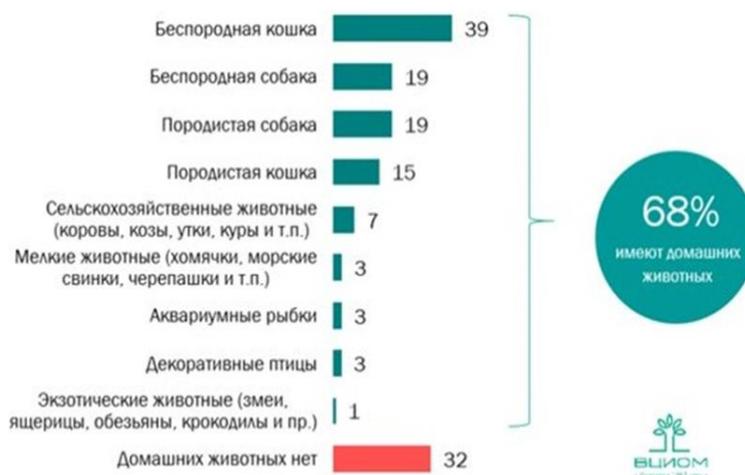
Был задан вопрос: У Вас в семье есть домашние животные или нет? Если есть, то какие?

Отвечая на вторую часть вопроса, респондент мог выбрать любое число предложенных ответов.

Результаты опроса представлены на диаграмме (рисунок 6), на которой указаны в процентах от всех опрошенных.

Вопрос № 1. Корреспонденты новостных сайтов представили свою интерпретацию данных исследований.

В таблице 3 представлено несколько сделанных ими выводов. Какие из этих утверждений являются верными, а какие – нет?



*Доли респондентов, выбравших варианты «другое» и «затрудняюсь ответить», на рисунке не представлены и составляют не более 1%.

Рисунок 8 – Результаты опроса

Таблица 3 – Выводы корреспондентов новостных сайтов

Утверждение	Верно	Неверно
1. Большинство россиян заявляют, что в их семье есть домашние животные.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Примерно каждый пятый опрошенный заявил о наличии у него породистой собаки.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Экзотическое животное россияне заводят чаще, чем сельскохозяйственное.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Россияне чаще заводят дома кошек, чем собак	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. О том, что у них есть хомячки, заявили 3 % от всех опрошенных.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Вопрос № 2. Заполните таблицу 4 результатов ответов респондентов.

Таблица 4 – Результаты ответов респондентов

Беспородная кошка	
Беспородная собака	
Породистая собака	
Породистая кошка	
Нет, домашних животных	

Вопрос № 3. У какого процента населения россиян в семье есть домашние животные?

Вопрос № 4. Используйте результаты опроса, представленные на диаграмме. Отметьте все верные варианты ответа.

Вероятность того, что в семье случайно выбранного россиянина...

1. Нет домашнего животного, равна 0,32.
2. Есть породистая кошка, равна 0,15.
3. Есть собака, равна $0,19 + 0,19 = 0,38$.
4. Есть беспородная кошка, равна $0,68 \cdot 0,39 \approx 0,27$.
5. Есть мелкие животные или декоративные птицы, равна 0,03.

Вопрос № 5. В исследовании был задан вопрос об отношении к идее взять в свою семью домашнее животное из приюта. Респондент мог выбрать только один вариант ответа. Результаты представлены на диаграмме (рисунок 9).

А Вы в принципе допускаете или не допускаете для себя в будущем взять домашнего питомца из приюта для животных? (закрытый вопрос, один ответ, %)

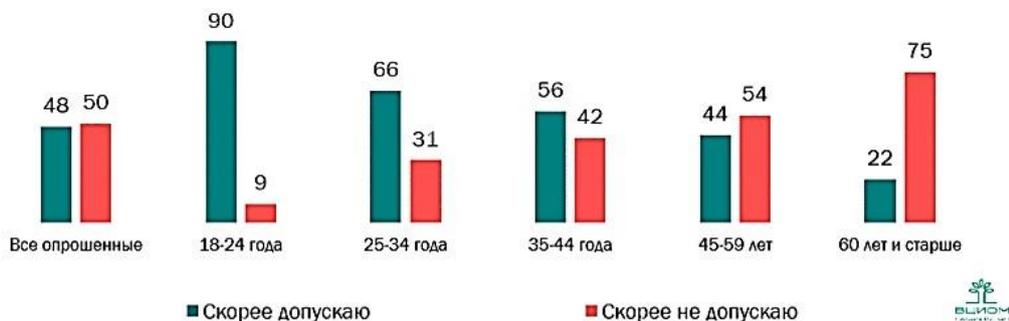


Рисунок 9 – Результаты опроса

Сделайте выводы о готовности россиян взять домашнего питомца из приюта и о том, как изменяется отношение к этому вопросу с возрастом.

Вывод № 1 (о готовности россиян взять домашнего питомца из приюта).

Вывод № 2 (как изменяется отношение к этому вопросу с возрастом).

Задача № 9. Игра на весенней ярмарке предполагает использование вращающегося колеса. Если колесо останавливается на четном числе,

игроку разрешается вытянуть один шарик из мешка. Вращающееся колесо и шарики показаны на рисунке 10.

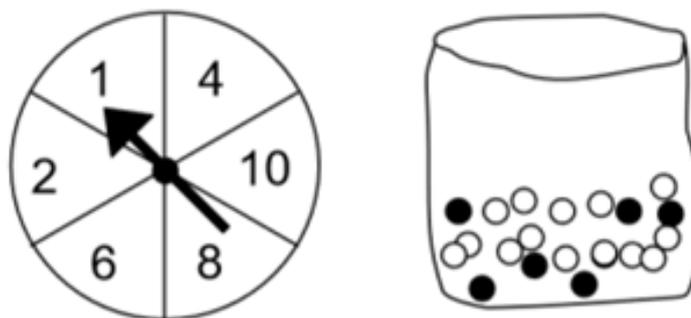


Рисунок 10 – Весенняя ярмарка

Приз получает тот, кто вытягивает черный шарик. Катя играет один раз.

Какая вероятность того, что Катя выиграет приз?

Задача № 11. Трое друзей решили пойти в кинотеатр, у Андрея было 360 рублей, у Максима 310 рублей, а у Игоря 320 рублей. На все деньги они купили три билета. Сколько стоил один билет?

Задача № 12. Мальчики решили устроить турнир по меткой стрельбе в тире. У Вани было с собой 190 рублей, у Саши 170, а у Сергея 180. Один выстрел в тире стоил 30 рублей. Ребята решили разделить деньги поровну, чтобы каждый сделал одинаковое количество выстрелов. Какое количество выстрелов совершил каждый участник импровизированного турнира?

Задача № 13. У Игоря в школе учитель географии предлагает учащимся тесты и выполнение каждого из них оценивает из 100 баллов. Средняя оценка Игоря за четыре первых теста равна 60 баллам. По пятому тесту он получил 80 баллов. Чему равна средняя оценка Игоря за пять тестов по географии?

Задача № 14. Ирина, ученица седьмого класса, проанализировала свои оценки в электронном дневнике перед последней контрольной работой в семестре, у нее получилось 10 пятерок, 8 четверок, 1 тройка. Есть ли возможность у Ирины получить оценку «5» за семестр?

Задача № 15 . Диме на день рождения родители подарили самокат. На самокате есть встроенный спидометр, который не только показывает расстояние, которое проехали, но и среднюю скорость поездки.

Вопрос № 1. В первый же день Дима поехал кататься на самокате, он проехал 4 км за 10 минут, а затем еще 2 км за следующие пять минут.

Какое из следующих утверждений верно?

1. Средняя скорость Димы была больше в первые 10 минут, чем в последующие 5 минут.
2. Средняя скорость Димы была одинаковая в первые 10 минут и в последние 5 минут.
3. Средняя скорость Димы меньше в первые 10 минут, чем в последние 5 минут.
4. Невозможно ничего сказать о средней скорости Димы на основе имеющейся информации.

Вопрос № 2. Мама Димы попросила его съездить к тете. Дима проехал 6 км до дома своей тёти. Спидометр показал, что он ехал со скоростью 18 км/ч во время всего пути.

Какое из следующих утверждений верно?

1. У Димы ушло 20 минут, чтобы доехать до дома тёти.
2. У Димы ушло 30 минут, чтобы доехать до дома тёти.
3. У Димы ушло 3 часа, чтобы доехать до дома тёти.
4. Невозможно сказать, сколько времени ушло у Димы, чтобы доехать до тёти.

Вопрос № 3. Дима решил съездить к своему другу, поиграть в приставку. Друг живет в 4 км, если считать вдоль проезжей части, у Димы ушло 9 минут до дома друга по данному маршруту. Обрато Дима решил поехать по дворам, получилось, что на обратную дорогу Дима потратил 6 минут и проехал 3 км.

Задача № 16. В документальном фильме рассказывалось о землетрясениях и о том, как часто они происходят. В фильме также была

показана дискуссия о возможности предсказания землетрясений.

Геолог утверждал: «Шансы на то, что в последующие 20 лет в городе Зеде произойдет землетрясение, составляют два из трех».

Какое из следующих рассуждений правильно передает смысл утверждения геолога?

1. $\frac{2}{3} \cdot 20 = 13,3$, поэтому между 13 и 14 годами от настоящего момента произойдет землетрясение.

2. $\frac{2}{3}$ больше, чем $\frac{1}{2}$ поэтому можно быть уверенным, что когда-нибудь в течение следующих 20 лет в городе Зеде произойдет землетрясение.

3. Вероятность того, что когда-нибудь в следующие 20 лет в городе Зеде произойдет землетрясение, больше, чем вероятность того, что оно не произойдет.

4. Невозможно сказать о том, что может случиться, потому что никто не знает когда произойдет землетрясение.

2.2 Методика обучения решению задач по теории вероятностей и статистике для формирования математической грамотности в основной школе.

Методика изучения темы «Таблицы и диаграммы».

В 5 классе изучение стохастической линии начинается с рассмотрения таблиц. Внимание учащихся необходимо обратить на то, что когда сведений очень много, их нужно упорядочивать. Таблица – самый простой способ упорядочить данные. Таблицами являются: страницы школьного дневника, расписание уроков, оглавление учебника. Таблицы позволяют облегчить поиск необходимой информации.

Планируемые результаты в соответствии с ФГОС по теме «таблицы»:

– сформировать умения и навыки работы с таблицей: научить учащихся извлекать информацию из таблиц, анализировать полученную информацию;

– выработать умения строить таблицы, заполнять в таблице пустые ячейки (строки, столбцы).

На этапе актуализации новой темы можно начать занятие с небольшой игры. Классу предлагается разделить на 2 команды, после чего каждая команда получает текст задачи, изложенный на карточке. Побеждает та команда, которая первой справится с заданием. Игра заключается в том, что для одной команды на карточке изложен текст задачи, для другой команды текст задачи представлен в виде таблицы.

Задача № 1 (для команды 1).

Володя опросил своих одноклассников и выяснил, какое количество времени в день каждый из одноклассников проводит перед компьютером. Оказалось, что четверем одноклассникам Володи родители не разрешают пользоваться компьютером. Пятеро одноклассников проводят за компьютером не более часа в день, шесть одноклассников – два часа; три ученика из класса Володи проводят за компьютером три часа в день, остальные же 2 проводят за компьютером четыре часа в день и более. По полученным сведениям подготовьте ответы на следующие вопросы.

1. Какое количество учеников в классе Володи?
2. Сколько одноклассников Володи проводят у компьютера 2 часа в день?
3. Сколько одноклассников Володи проводят у компьютера менее 2 часов?
4. Сколько одноклассников Владимира проводят за компьютером 2 и более часа в день?

Задача № 1 (для команды 2).

Формулировка задачи для второй команды. Володя провел опрос среди одноклассников с целью выяснить, сколько времени в день они

проводят за компьютером. Полученные результаты он представил в таблице 4.

Воспользуйтесь сведениями из таблицы и ответьте на вопросы.

1. Какое количество учеников в классе Володи?
2. Сколько одноклассников Володи проводят у компьютера 2 часа в день?
3. Сколько одноклассников Володи проводят у компьютера 2 часа и меньше?
4. Сколько одноклассников Володи проводят у компьютера 2 часа и больше?

Таблица 4 – Результаты опроса одноклассников

Количество часов, проводимых одноклассниками у компьютера	0	1	2	3	Более 3 часов
Число одноклассников	4	5	6	3	2

В ходе игры учащиеся должны заметить, что использование таблиц позволяет найти решение на много быстрее, чем использование текстового условия. Таким образом, структурирование данных значительно повышает эффективность и скорость при решении задач.

Затем учащимся можно предложить вспомнить, с какими таблицами учащиеся встречались раньше (таблицы сложения и умножения чисел, таблицы спряжения глаголов, график дежурства, страницы дневника).

Необходимо проанализировать с учащимися простейшие таблицы, показать, что таблицы очень часто встречаются в повседневной жизни (календари, меню в столовой, график работы магазина и т.д.), поэтому необходимо уметь пользоваться таблицами, самостоятельно классифицировать материал и заносить в таблицы. Пояснить, что таблицы содержат строки и столбцы, а строки и столбцы могут иметь свои названия. Предложить учащимся привести свои примеры таблиц.

Для формирования у учащихся умения извлекать и анализировать информацию, представленную в таблице, можно рассмотреть следующие задачи.

Задача № 2. Результаты наблюдения за погодой в течение пяти месяцев представлены в Таблице 5.

Таблица 5 – Результаты наблюдения за погодой в течение пяти месяцев

Погода	Месяцы			Всего		
	Ноябрь	Декабрь	Январь	Февраль	Март	
Пасмурно	8	6	12	9	8	
Переменная облачность	12	17	8	14	12	
Ясно	10	8	11	5	11	

Необходимо заполнить последний столбец.

По данным, занесенным в таблицу, требуется ответить на вопросы.

1. Определите месяцы, в которых одинаковое количество ясных дней?
2. Определите месяц, содержащий больше всего пасмурных дней?
3. Определите количество ясных дней за пять месяцев?
4. Определите количество ясных дней за всю зиму?
5. Каких дней ясных или пасмурных было больше в ноябре?

В результате учащиеся получают навыки работы со строками и со столбцами, учатся суммировать данные таблицы.

Работа с таблицами продолжается в 6 классе, где рассматриваются задачи непосредственно направленные на работу с таблицами, формируются умения представлять необходимую информацию в виде таблицы. От чтения таблиц учащиеся должны перейти к заполнению таблиц. Разнообразные вопросы: ваши любимые фильмы, игры, конфеты, количественный состав семьи, какое количество времени тратят ученики вашего класса на выполнение домашней работы, сколько дней рождения одноклассников или друзей в каждом месяце года и т.д. Анкету оформить

в виде таблицы и опросив друзей, членов семьи или одноклассников, результаты опроса занести в составленную таблицу.

В дальнейшем следует увеличивать трудность заданий, можно предложить для анализа и построения более сложные таблицы.

В таблицу включен столбик или строка «Всего» или «Итого», которые содержат сумму, так как в таблице для анализа информации необходимо просуммировать содержащиеся в ней данные.

Можно рассмотреть турнирные таблицы, в которых записывается ход соревнования и его результаты.

Задача № 3. Итоги шахматного турнира с четырьмя участниками представлены в турнирной таблице 6.

Таблица 6 – Итоги шахматного турнира

№	Фамилия	1	2	3	4	Очки	Место
1	Серегин В..	-	0	0	2		
2	Орлов А.	2	-	1	2		
3	Иванов Е.	2	1	-	0		
4	Ежов Т.	0	0	2	-		

Победитель партии получает 2 очка, проигравший – 0, ничья оценивается в один балл.

Вопрос № 1. Какое количество партий сыграл каждый участник?

Вопрос № 2. С каким счетом сыграл Иванов с каждым из участников?

Вопрос № 3. Посчитав, сколько очков набрал каждый участник, заполнить столбец «Очки».

Вопрос № 4. Определите, как распределились места между участниками, заполнить столбец «Место».

Когда сведений очень много, их нужно упорядочивать. Таблица – самый простой способ упорядочить данные. Таблицы облегчают поиск необходимых сведений, не заставляя изучать всю имеющуюся информацию. Однако таблицы не дают наглядного представления о

соотношении величин. Для этого служат различные диаграммы: столбиковые, круговые, рассеивания и др. Диаграммы используются для наглядного, запоминающегося изображения и сопоставления данных.

Основная идея – показать обучающимся, что диаграммы бывают разных видов. Они используются для наглядного представления данных. При этом диаграмма может не обеспечивать высокую точность, зато она позволяет быстро «на глаз» сравнить величины между собой. Диаграмма лучше запоминается, чем таблица. В основной школе рассматривают два вида – столбчатая и круговая диаграммы.

Изучение диаграмм целесообразно начинать тогда, когда учащиеся умеют работать с таблицами, умеют составлять таблицы, их заполнять и читать, а так же знакомы с другими графическими способами изображения информации.

Цель деятельности обучающихся по изучению диаграмм:

- научиться строить несложные столбчатые, линейные и круговые диаграммы;
- сравнивать, обобщать, распознавать одну и ту же информацию, представленную в строках и столбцах несложных таблиц и диаграмм;
- интерпретировать информацию, при проведении несложных исследований;
- предъявлять информацию в виде диаграмм и таблиц;
- понимать, что столбчатые диаграммы удобнее применять для изображения абсолютных величин, а круговые – для изображения долей целого.

На практике гораздо чаще приходится сталкиваться с таблицами, с диаграммами в повседневной жизни встречаются намного реже. Диаграмма для учеников пятого класса совершенно новое понятие, которое необходимо объяснить на конкретных примерах. Можно рассмотреть следующую задачу.

Задача № 4. Среди учеников пятых классов проведен опрос по теме «Любимое время года». Результаты представлены в таблице 7. По этой таблице можно составить диаграмму (рисунок 9).

Таблица 7 – Результаты опроса

Время года	Количество человек
Лето	13
Весна	5
Зима	5
Осень	8

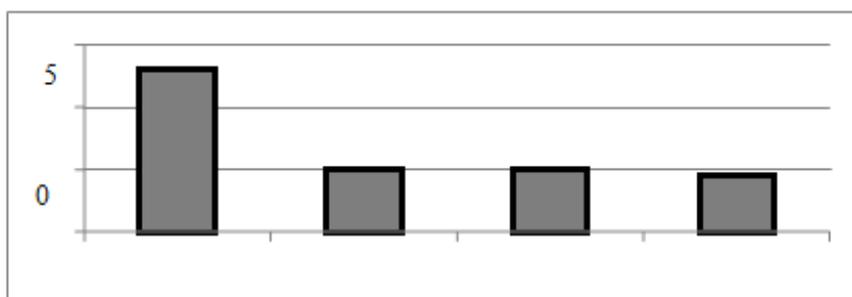


Рисунок 9 – Результаты опроса

После чего учащимся можно предложить сравнить таблицу и диаграмму. Можно задать следующие вопросы.

1. Как вы думаете, с помощью таблицы или диаграммы удобнее проводить сравнение данных?
2. В каком виде представление информации для вас наиболее понятно – в форме таблицы или в форме диаграммы?
3. Встречались ли вы раньше с диаграммами. Где используются диаграммы?

Далее можно дать определение понятия. «Диаграмма» – изображение количественного соотношения каких-либо величин в наглядном виде.

Название диаграммы зависит от того, какая геометрическая фигура используется для представления информации. Диаграмма может быть линейной, круговой, столбиковой, конусной, цилиндрической и т.д.

Рекомендуется рассказывать о каждом виде диаграмм на простых примерах, где используется наглядный метод для активизации наглядно-образного мышления с целью лучшего усвоения материала.

Столбчатая диаграмма. Особый интерес обучающихся может вызвать диаграмма продолжительности жизни животных. Можно вызвать учащихся на разговор, что приблизительно продолжительность жизни кошки 13 лет, а собаки 16 лет. В то же время, наверняка, сведения, почерпнутые из жизненного опыта учащихся, будут иными. Здесь впервые следует говорить об усреднении, о приблизительности, об отсутствии точного значения для множества однородных данных. К сведению: средняя продолжительность жизни собак различных пород по данным российских кинологов колеблется от 6 до 15 лет. Вопрос для обсуждения: можно ли на основании этих двух чисел утверждать, что средняя продолжительность собак равна 10,5 лет? Очевидно, нет, поскольку собак разных пород разное количество. Например, сенбернаров или ирландских волкодавов, обладающих коротким веком, очень мало по сравнению с неприхотливыми дворнягами-долгожителями.

Круговая диаграмма. Важно обратить внимание, что круговые диаграммы строятся приблизительно. При этом, учитывая сложность понятия «приблизительность» и его чуждость детскому сознанию, мы «уточняем» приблизительность как ошибку на пару градусов, неразличимую на глаз. Вряд ли следует требовать от обучающихся при построении круговых диаграмм строгого соблюдения требования «ошибаться не более, чем на два градуса», поскольку такое требование сводит на нет весь обучающий эффект. При проверке построенных диаграмм лучше вообще не пользоваться измерительным инструментом, а лишь на глаз проверять соотношение углов. При этом больше внимания следует уделить подписям на секторах, легенде, аккуратности и размеру рисунка, использованным цветам и т.п.

Диаграммы удобны при отображении статистических данных, для изображения связи между двумя и более величинами. Диаграммы могут быть использованы в качестве одного из средств решения некоторых арифметических и алгебраических задач. Учащиеся получают представление о том, что диаграмма является не только компактной, но и наглядной формой представления количественной информации. Особенно удобно ее использовать в тех случаях, когда ставится цель сравнить между собой данные, характеризующие некоторые явления или процессы.

Методика изучения статистических характеристик.

Цель – познакомить учащихся с тем, как с помощью всего нескольких чисел можно составить представление о больших наборах чисел, описать их в среднем.

Понятия среднего арифметического и среднего значения определяются для определенного набора чисел.

В результате изучения данной темы обучающиеся должны:

- знать, что такое среднее значение (среднее арифметическое) набора, и вычислять его;
- знать, что среднее арифметическое – не единственная мера положения набора чисел на числовой прямой, что существуют и другие;
- уметь объяснять, что такое медиана числового набора, и уметь вычислять ее для несложных наборов;
- понимать, что такое наибольшее и наименьшее значения набора чисел, его размах, и уметь их вычислять.

Для школьников очень актуален вопрос о том, какая оценка выйдет у них за триместр. Поэтому в качестве первого примера на вычисление статистических характеристик можно взять ряд чисел, составленный из оценок, полученных за триместр. Оценки каждому учащемуся можно выписать на доске в виде ряда. Показать, как вычисляется среднее значение оценки для одного из учащихся, например для Иванова Пети. А дальше учащиеся должны определить основные статистические

характеристики каждый для своего ряда.

После того как учащиеся посчитают свою среднюю оценку, можно разобрать задачу. Ирина, ученица седьмого класса, проанализировала свои оценки в электронном дневнике перед последней контрольной работой в семестре, у нее получилось 10 пятерок, 8 четверок, 1 тройка. Есть ли возможность у Ирины получить оценку «5» за семестр?

Разбор условия задачи на основе вопросов и ответов.

1. Что мы знаем из условия задачи?

Количество оценок Ирины.

2. Какие оценки в электронном дневнике у Ирины?

Пятерки, четверки и тройка.

3. Сколько оценок у Ирины?

Всего оценок у Ирины 19.

4. Шанс закончить четверть на оценку «5» выше, если Ирина получит за контрольную работу более высокую оценку?

Поиск решения в виде беседы с учениками, постепенное подведение к решению.

1. Можем ли определить, какая предварительная оценка выходит за семестр у Ирины, если да, то каким образом?

Да, нужно найти среднее значение оценок и округлить по правилам математики.

2. Как вы думаете, если она напишет еще одну контрольную, то средний балл изменится?

Да, так как увеличится сумма и количество оценок.

3. Что нужно знать, чтобы найти средний балл?

Сумму всех оценок и их количество.

4. Увеличится или уменьшится количество оценок после контрольной?

Да, увеличится.

5. Итак, как будем рассуждать?

Мы сначала найдем сумму всем оценок и к этой сумме будем добавлять разные варианты оценки за контрольную. Затем результат поделим на общее количество оценок.

Запись решения.

1. $10 \cdot 5 + 8 \cdot 4 + 3 = 85$ (сумма оценок без учета последней контрольной работы).

2. $10 + 8 + 1 = 19$ (количество оценок без учета последней контрольной работы).

3. $85 + 5 = 90$ (сумма оценок, если Ирина напишет контрольную работу на «5»).

4. $19 + 1 = 20$ (количество всех оценок за семестр).

5. $90 / 20 = 4,5$ (средняя оценка за семестр).

6. $4,5 \approx 5$.

Ответ. Да, Ирина может получить за семестр оценку «5», если напишет контрольную работу на отлично.

Взгляд назад: проверка, возможное обобщение, поиск более простого способа и т.д.

1. Может ли Ирина написать контрольную на оценку ниже и при этом получить отметку «5» за семестр?

Нет.

2. Есть ли другое решение?

Можно было начать перебирать оценки за контрольную, начиная с наименьше возможной.

Определим понятие мода. Мода – это значение во множестве наблюдений, которое встречается наиболее часто. Моду вычисляют при изучении спроса на продукцию. Например, моду вычисляют при изучении спроса на продукцию.

Задача № 6. Менеджер спортивного магазина, просматривая отчет о продаже кроссовок, отследил размеры продаваемых кроссовок в течение одного рабочего дня: 35, 39, 41, 34, 39, 38, 37, 39, 37, 38, 39, 36, 37, 38, 34,

39, 39, 40, 38.

Разбор условия в виде вопросов и ответов.

Что нам известно?

Размеры кроссовок, проданных в течении одного дня.

Поиск решения в виде беседы с учениками.

1. Сколько пар 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41 размера?

2, 1, 1, 3, 4, 6, 1, 1.

2. Кроссовок какого размера было продано больше всех за день ?

39.

3. Можно ли сказать, что мода – 39 размер?

Да.

4. Для чего нужно учитывать моду в данном примере?

Этот вывод важен для правильной организации поставок продукции в магазин.

Для изучения спроса важно также знать показатели, определяющие разброс значений: наименьшее и наибольшее значения. Размах – это разность наибольшего и наименьшего значений ряда данных.

Задача № 7. В школьной столовой выпекают пирожки. Шеф-повар в течение 10 дней записывал себе в блокнот количество проданных пирожков. В результате получился ряд чисел: 98, 65, 101, 75, 114, 99, 87, 120, 102, 89. Максимальное значение ряда – 120, минимальное – 65, таким образом, размах для этого ряда равен $120 - 65 = 55$. Изучив ряд чисел, шеф-повар делает вывод, что больше, чем 120 пирожков в день не следует выпекать. Кроме того, при выпечке 120 пирожков в день 55 пять из них могут быть не проданы.

Необходимо обратить внимание учащихся на то, что вывод, сделанный по одному из статистических показателей, может привести к ошибке. Известно, что на планете Меркурий средняя температура равна плюс 15 градусам, но из этого не следует, что на Меркурии человек может жить.

Минимальная температура на Меркурии достигает – 150 градусов, а максимальная + 150. Размах температур равен 300 градусов. Конечно же, такой перепад температур для жизни человека не пригоден. Но полученные данные очень важны при проектировании спутников. Материалы, из которых изготавливают спутники для Меркурия и приборы, должны выдерживать минимальные и максимальные температуры.

Кроме заданий, где нужно найти моду, размах, медиану, среднее арифметическое, нужно решать задачи, где нужно определить, какие из предложенных чисел к какой статистической характеристике относятся.

Задача № 8. Школьный литературный клуб посещают 30 обучающихся разных возрастов: 13, 15, 13, 14, 12, 13, 15, 14, 15, 15, 13, 12, 14, 13, 15, 14, 13, 16, 13, 15, 15, 13, 14, 13, 14, 15.

Вопрос. Объясните, что означают следующие числа: 13,97; 13 и 14; 14; 4.

Для удобства нужно упорядочить ряд. Важно проговаривать по каждому числу, например, в каком случае у нас могут появиться два числа, что может означать десятичная запись числа. Понятно, что число 4, если ряд начинается с 12 и заканчивается 16, это размах. Важно осмысленно подходить к понятиям.

После рассмотрения нескольких простых понятных для обучающихся примеров по теме, можно предложить вопрос, может ли среднее арифметическое быть меньше меньшего из чисел или больше большего из чисел,

После того, как будет раскрыт на примерах смысл статистических характеристик, необходимо перейти к задачам, имеющим практическое значение, для вычисления среднего арифметического, моды, размаха.

Задача № 9. В классе 25 девочек. Их средний рост равен 130 см

Вопрос № 1. Объясните, как подсчитать средний рост девочек.

Вопрос № 2. Обведите слово «Верное» или «Неверное» около каждого из следующих утверждений в таблице 8.

Таблица 8 – Средний рост девочек

Утверждение	Верное или Неверное
Если в классе есть девочка ростом 132 см, то обязательно должна быть девочка ростом 128 см.	Верное / Неверное
У большинства девочек рост должен быть 130 см.	Верное / Неверное
Если выстроить девочек по росту, начиная с самой маленькой и кончая самой высокой, то прямо посередине должна стоять девочка ростом 130 см.	Верное / Неверное
Половина девочек в классе должна быть выше 130 см, а другая половина должна быть ниже 130 см.	Верное / Неверное

Вопрос № 3. Оказалось, что рост одной из девочек был указан неверно. Ее рост вместо 145 см должен быть 120 см. Найдите правильное значение среднего роста девочек в этом классе.

1. 126 см.
2. 127 см.
3. 128 см.
4. 129 см.
5. 144 см.

Разбор условия в виде вопросов и ответов.

1. Сколько девочек в классе?

25.

2. Какой средний рост среди девочек?

Средний рост девочек из условия задачи 130 см.

3. Обязательно ли среднее значение должно быть равно одному из значений роста 25 девочек? Поясните свой ответ.

Необязательно, можно рассмотреть на примере двух девочек, рост которых 150 см. и 170см. соответственно, их средний рост 160см., что не равно ни одному из значений роста девочек.

4. Определяет ли среднее значение различие между значениями роста?

Нет, не определяет.

5. Как вы думаете, изменится ли среднее значение, если рост одной из девочек изменить?

Да, изменится сумма роста девочек, следовательно, изменится и среднее значение.

6. Можно ли утверждать, что если неправильное значение роста девочки заменить на правильное, которое меньше неверного значения, то общая сумма роста девочек уменьшится?

Да, так как сумма роста уменьшится, а количество девочек не изменится.

Поиск решения в виде беседы с учениками, постепенное подведение к решению.

1. Каков главный вопрос задачи?

Надо найти правильное среднее значение роста девочек в классе.

2. Как думаете, что мы можем найти, зная из условия, что средний рост 130 см, а количество девочек 25?

Сумму роста всех девочек.

3. На сколько сантиметров больше рост девочки, указанный в статистике по сравнению с фактическим ее ростом?

На 25 см.

4. На сколько уменьшилась общая сумма роста всех девочек?

На 25 см.

Запись решения.

1. $25 \cdot 130 = 3250$ (суммарный рост всех девочек).

2. $3250 - 25 = 3225$ (фактический рост девочек).

3. $\frac{3225}{25} = 129$ (средний рост).

Ответ. 129 см.

Взгляд назад: проверка, возможное обобщение, поиск более простого способа и т.д.

Возможно другое решение.

1. $\frac{25}{25} = 1$ (рост 25 девочек уменьшился на 25, поэтому можно утверждать, что средний рост каждой девочки уменьшился на 1 см).

2. $130 - 1 = 129$ (средний рост).

Задача № 10. В универмаге, в отделе мужской обуви в течение дня производился учет размеров купленной обуви. Получен следующий результат: 44, 40, 43, 39, 42, 45, 45, 41, 43, 43, 41, 42, 46, 40, 45, 42, 39, 42, 45, 42, 43, 44, 44, 41, 42. Какой размер обуви пользуется спросом?

Решение. Очевидно, что в задаче требуется определить моду, то есть, определить какой размер обуви чаще всего встречается.

Для решения задачи предложить учащимся составить таблицу, где прописать сколько пар каждого размера было продано.

Задача № 11. Цех по производству мороженого работает круглосуточно и без выходных. Выручка, полученная от реализации продукции за июнь, составила 90 390 000 рублей. Какова в июне средняя выручка за сутки?

Разбор условия на основе вопросов и ответов.

1. Что нам известно из условия задачи?

Выручка за месяц 90 390 000.

2. Знаем ли мы, сколько дней в июне?

30 дней.

Поиск решения в виде беседы.

1. Какой главный вопрос задачи?

Надо определить среднюю выручку за сутки.

2. Чтобы найти среднее значение, что нужно знать?

Выручку и количество дней.

Запись решения.

1. $\frac{90\,390\,000}{30} = 3\,013\,000$ – средняя выручка за сутки).

Методика изучения теории вероятности.

Согласно Примерной основной образовательной программе

основного общего образования учащиеся в 7-9 классах по теме «Теория вероятностей» научатся:

1) на базовом уровне [23]:

- иметь представление о вероятности случайного события;
- оценивать вероятность события в простейших случаях;
- иметь представление о роли практически достоверных и маловероятных событий;
- оценивать вероятность реальных событий и явлений в несложных ситуациях.

2) на базовом и углубленном уровне [23]:

- решать задачи по комбинаторике и теории вероятностей на основе использования изученных методов и обосновывать решения;
- оперировать понятиями: случайный опыт, случайный выбор, испытание, элементарное случайное событие (исход), классическое определение вероятности случайного события, операции над случайными событиями;
- решать задачи на вычисление вероятности с подсчетом количества вариантов с помощью комбинаторики;
- оценивать вероятность реальных событий и явлений.

В 7-9 классах необходимо усилить уровень строгости в изложении материала. Можно начать с классической схемы, то есть с опыта с конечным числом равновозможных исходов. Рассмотрим возможный вариант введения понятия «вероятность».

Знакомство с элементами теории вероятности в 5 классе начинается с изложения на интуитивном уровне понятий случайного события и его вероятности. На этом этапе мы никак не связываем эти вопросы с комбинаторикой как таковой, не делаем первостепенного упора на комбинаторику, как это часто делается в так называемой схеме «классической теории вероятностей». Последнее на наш взгляд, является

ненужной данью истории, резко сужает круг задач и вопросов, доступных для рассмотрения, отрывает базовые понятия теории вероятности от их действительного использования на практике. Обучающиеся должны знать и понимать, что основным способом определения вероятности события в содержательных примерах на практике является частотный подход, но что порой определение вероятности события – это довольно сложная или даже неразрешимая задача.

Важно показать «на пальцах» примеры случайных событий, например, завтра может пойти дождь, а может и не пойти; при подбрасывании монетки может выпасть орел, а может решка; в футбольном матче команда может выиграть, может проиграть, а может сыграть вничью.

На примерах важно сделать акцент, что случайные события могут быть очень вероятными, а могут оказаться маловероятными, почти невозможными. Например, если купить один лотерейный билет, то выигрыш автомобиля маловероятен.

Вероятность наступления случайного события зависит от условий, в которых оно рассматривается. Например, вероятность наступления события «в мае в городе пойдет снег» зависит от того, где территориально находится этот город. На юге России в мае снег почти никогда не выпадет. Следовательно, можно сделать вывод, что данное событие маловероятно.

Для лучшего понимания данной темы, можно предложить следующие задания на простом примере.

Задача № 12. Укажите, какие из событий в таблице 9 являются достоверными, невозможными, случайными.

Таблица 9 – Эксперименты

Эксперимент	Событие
Покупка лотерейного билета	Билет не выиграл
Участие в беспроигрышной лотерее	Билет не выиграл
Участие в беспроигрышной лотерее	Билет выиграл

Важно проговорить, что первый эксперимент – покупка лотерейного билета, билет может оказаться как выигрышным, так и проигрышным. Второй эксперимент – участие в беспроигрышной лотерее, то есть все билеты выигрывают, следовательно, событие, что билет не выиграл, является невозможным. Важно проговорить, что вероятность такого события равна нулю. И участие в беспроигрышной лотерее – билет выиграл, это событие достоверное, его вероятность равна единице.

Следующее задание, которое можно предложить школьникам, это самостоятельно придумать эксперименты с достоверными, невозможными и случайными событиями.

Рассмотрев основные формулы теории вероятности на типичных примерах, можно рассмотреть с обучающимися задачи из жизни для мотивации и актуализации данной темы.

Можно задать школьникам вопрос, как часто они, их родственники или знакомые совершают покупки в интернет-магазинах. После чего предложить рассмотреть следующую задачу.

Задача № 13. Василий Петрович решил заказать набор инструментов. Он изучил отзывы покупателей о работе двух интернет-магазинов, которые представлены в таблице 10.

Таблица 10 – Отзывы покупателей в интернет-магазинах

Магазин	«Все инструменты»	«Строительный двор»
Всего отзывов	120	150
Недовольны качеством товара	20	18
Не вовремя доставлен товар	12	12

Вопрос № 1. Оцените возможность получить товар не вовремя, если заказать его сразу в двух магазинах.

Разбор условия в виде вопросов и ответов.

1. Сколько всего отзывов в магазине «Все инструменты»?

2. Сколько человек не удовлетворены доставкой товара в магазине «Все инструменты»?

3. Сколько всего отзывов в магазине «Строительный двор»?

4. Сколько человек не удовлетворены доставкой товара в магазине «Строительный двор»?

5. Как вы считаете возможность получить товар не вовремя сразу в двух магазинах больше или меньше?

Поиск решения в виде беседы с учениками, постепенное подведение к решению.

1. Какой главный вопрос задачи?

Найти вероятность получения товара не вовремя сразу в двух магазинах.

2. Чтобы найти вероятность получить заказ не вовремя отдельно в каждом из магазинов «Все инструменты», «Строительный двор», что нужно знать?

Число всех отзывов, число отзывов, неудовлетворенных сроком доставки в каждом из магазинов.

3. Зависит ли то, что заказ из одного магазина не придет вовремя от второго магазина?

Нет.

4. То есть магазины работают независимо друг от друга, значит вероятность того, что товар не будет доставлен ни из первого, ни из второго магазина чему равна?

Искомая вероятность равна произведению вероятностей независимых событий, то есть вероятность того, что ни один магазин не доставит товар вовремя равно произведению вероятностей, что первый магазин не доставит товар вовремя и второй магазин не доставит товар вовремя

Запись решения.

1. $\frac{12}{120} = 0,1$ (вероятность получить товар не вовремя в магазине

«Все инструменты»).

2. $\frac{12}{150} = 0,08$ (вероятность получить товар не вовремя в магазине

«Строительный дворик»).

3. $0,1 \cdot 0,08 = 0,008$ (вероятность получить товар не вовремя сразу в двух магазинах).

Взгляд назад: проверка, возможное обобщение.

1. Важно ли условия, что два магазина работают независимо друг от друга.

Выводы по 2 главе

В программу по математике основной школы включаются элементы теории вероятности и статистики. Принятию этого решения предшествовало почти десятилетие обсуждение в педагогической и научной среде. Те или иные материалы по этой тематике давно уже присутствуют в учебниках математики и алгебры, однако они не являются систематическими и не формируют целостного представления о данном предмете. Включение элементов и статистики и теории вероятностей в государственный стандарт основной школы потребовало более тщательного осмысления методики преподавания этих разделов математики.

Разработанная нами система задач по теории вероятностей и статистике, направленная на формирования математической грамотности, будет способствовать: рассуждать математически и формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в различных контекстах реального мира. При создании системы задач учитывались отличительные особенности заданий на формирование математической грамотности: контекстность, проблемность, соответствие возрастным особенностям, обогащение социального опыта, познавательность, развитие компетенций, комплексность и уровневость.

На основе разработанной системы задач была разработана методика развития математической грамотности при изучении теории вероятностей и статистики решения задач в 4 этапа.

1. *Разбор условия* в виде вопросов и ответов.
2. *Поиск решения* в виде беседы с учениками, постепенное подведение к решению.
3. *Запись решения.*
4. *Взгляд назад:* проверка, возможное обобщение.

Цель первого этапа: осмысление условия задачи. На данном этапе важно выделить данные, которые необходимы для решения

Цель второго этапа: поиск, составление плана решения задачи. На данном этапе: свести задачу к ранее решенным (отбросить излишнюю информацию); разбить задачу на серию вспомогательных задач, решение которых составит решение данной задачи.

На третьем этапе план решения, полученный в результате деятельности на первых двух этапах, излагается полностью и оформляется доступным способом.

На заключительном, 4 этапе следует осуществить его проверку, установить соответствие между данными и искомыми, найти альтернативный способ решения.

Появление в школьной программе разработанной нами системы задач вероятностно-статистической линии, ориентированной на знакомство обучающихся с вероятностной природой большинства явлений окружающей действительности, будет способствовать усилению общекультурного потенциала, возникновению новых, глубоко обоснованных межпредметных связей и развитию мотивации обучающихся.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В последнее время в математическом образовании возросла потребность в обучении теории вероятностей, математической статистике, теории случайных процессов, а также в применении вероятностно-статистических методов. В настоящее время, эти знания являются необходимым условием для специалистов в различных областях.

Анализ цели введения стохастической линии показывает, что новые методы обучения и изменения стандартов имеют целью подготовить специалистов, которые будут успешно работать в условиях неопределенности и динамически изменяющихся внешних условий. Важным компонентом такого обучения является развитие навыков обработки и анализа данных, принятия обоснованных решений на основе статистических методов и умение оценивать ситуацию в условиях неопределенности. Эти навыки являются критически важными для специалистов в современном мире, где случайные факторы играют большую роль во многих отраслях экономики.

В настоящее время ФГОС требует, чтобы обучающиеся смогли извлекать, интерпретировать и применять информацию, представленную в таблицах и диаграммах, которые отражают свойства и характеристики реальных процессов и явлений. Учащиеся должны также иметь представление о статистических характеристиках, вероятности случайных событий и о практически вероятных и маловероятных событиях.

Разработка методики решения задач по теории вероятности и статистики, направленная на формирование математической грамотности, может улучшить представление об этой линии в школьном курсе математики. Помимо этого, оценка стохастической линии должна основываться на умении обучающихся самостоятельно решать практические задачи и умения использовать эти концепции в своей жизни за пределами класса.

В соответствии с целью выпускной квалификационной работы разработана методика развития математической грамотности при изучении теории вероятностей и статистики.

Система заданий для формирования математической грамотности будет эффективной, так как задачи связаны с различной математической деятельностью человека; математическая деятельность, представленная в жизненной ситуации, близка и понятна обучающимся; контекст заданий близок к проблемным ситуациям, возникающим в учебной деятельности и повседневной жизни.

В результате выпускной квалификационной работы была реализована главная цель исследования, а также решены поставленные задачи.

В заключении следует отметить, что необходимо проводить целенаправленную работу по развитию математической грамотности по средствам теории вероятностей и статистики, через систему задач и учебные задания различной формы и содержания.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. **Адамович, К. А.** Основные результаты российских учащихся в международном исследовании читательской, математической и естественнонаучной грамотности PISA–2018 и их интерпретация / К. А. Адамович, А. В. Капуза, А. Б. Захаров // Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Институт образования. – 2019. – С. 28–36. – Текст : электронный.
2. Алгебра, 7 класс : учебник для общеобразовательных учебных заведений / Г. В. Дорофеев, С. Б. Суворова, Е. А. Буникович, Л. В. Кузнецова, С. С. Минаева. – Москва : Дрофа, 2003. – 278 с. – Текст : непосредственный.
3. Алгебра, 8 класс : учебник для общеобразовательных учебных заведений / Г. В. Дорофеев, С. Б. Суворова, Е. А. Буникович, Л. В. Кузнецова, С. С. Минаева. – Москва : Дрофа, 2000. – 282 с. – Текст : непосредственный.
4. Алгебра, 9 класс : учебник для общеобразовательных учебных заведений / Г. В. Дорофеев, С. Б. Суворова, Е. А. Буникович, Л. В. Кузнецова, С. С. Минаева. – Москва : Дрофа, 2002. – 286 с. – Текст : непосредственный.
5. **Баландина, И.** Стохастическая линия в средней школе: начнем с анализа / И. Баландина // Математика. – 2009. – № 14. – С. 12–19. – Текст : электронный.
6. **Буникович, Е. А.** Вероятность и статистика, 5-9 классы : учебное пособие для общеобразовательных учебных заведений / Е. А. Буникович, В. А. Булычев. – Москва : Дрофа, 2002. – 160 с. – Текст : электронный.
7. **Буникович, Е. А.** О теории вероятностей и статистики в школьном курсе / Е. А. Буникович, В. А. Булычев, Ю. Н. Тюрин,

А. А. Макаров, И. Р. Высоцкий, И. В. Яценко // Математика в школе. – 2009. – № 7. – С. 3–14. – Текст : электронный.

8. **Буняковский, В. Я.** Основания математической теории вероятностей / В. Я. Буняковский. – Санкт-Петербург : Типография Императорской Академии Наук. – 1846. – 479 с. – Текст : электронный.

9. **Валеев, И. И.** Функциональная математическая грамотность как основа формирования и развития математической компетенции / И. И. Валеев // Бизнес. Образование. Право. – 2020. – № 4 (53). – С. 353–360. – Текст : электронный.

10. **Высоцкий, И. Р.** Типичные ошибки в преподавании теории вероятностей и статистики / И. Р. Высоцкий, И. В. Яценко // Математика в школе. – 2014. – № 4. – С. 32–43. – URL: http://ptlab.mccme.ru/sites/ptlab.mccme.ru/files/vysockiy_yashchenko_tipich_osh_v_prep_tv_dlya_fraktala.pdf (дата обращения: 29.04.2023). – Текст : электронный.

11. **Гнеденко Б. В.** Очерк по истории теории вероятностей. – Москва : Эдиториал УРСС. – 2001. – 88 с.

12. **Дорофеев, Г. В.** Математика, 5 класс : учебник для общеобразовательных учебных заведений / Г. В. Дорофеев, И. В. Шарыгин. – Москва : Дрофа, 2001. – 288 с. – Текст : непосредственный.

13. Концепция направления «Математическая грамотность» исследования PISA–2021 // Федеральный институт оценки образования : [сайт]. – 2021. – URL: [/fio.co.ru/Contents/Item/Display/2201978](https://fio.co.ru/Contents/Item/Display/2201978) (дата обращения: 21.05.2023). – Текст : электронный.

14. **Макарычев, Ю. Н.** Начальные сведения из теории вероятностей в школьном курсе алгебры / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк // Математика в школе. – 2004. – № 7. – С. 24. – Текст : электронный.

15. Математика, 6 класс : учебник для общеобразовательных учебных заведений / Г. В. Дорофеев, С. Б. Суворова, Е. А. Бунимович,

Л. В. Кузнецова, С. С. Минаева. – Москва : Дрофа, 2001. – 264 с. – Текст : непосредственный.

16. Мерзляк, А. Г. Алгебра, 7 класс : учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. – Москва : Вентана-Граф, 2015. – 272 с. – ISBN 978-5-360-05509-9. – Текст : непосредственный.

17. Мерзляк, А. Г. Алгебра, 8 класс : учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. – Москва : Вентана-Граф, 2019. – 258 с. – ISBN 978-5-360-04345-4. – Текст : непосредственный.

18. Мерзляк, А. Г. Алгебра, 9 класс : учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. – Москва : Вентана-Граф, 2014. – 304 с. – ISBN 978-5-360-05308-8. – Текст : непосредственный.

19. Мерзляк, А. Г. Математика, 5 класс : учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. – Москва : Вентана-Граф, 2013. – 304 с. – ISBN 978-5-360-03677-7. – Текст : непосредственный.

20. Мерзляк, А. Г. Математика, 6 класс : учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. – Москва : Вентана-Граф, 2014. – 304 с. – ISBN 978-5-360-04784-1. – Текст : непосредственный.

21. Преподавание теории вероятностей и статистики в школе / Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров, И. Р. Высоцкий, И. В. Яценко // Математика в школе. – 2009. – № 7 – С. 14–31. – Текст : электронный.

22. Преподавание теории вероятностей и статистики в школе / Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров, И. Р. Высоцкий, И. В. Яценко // Математика в школе. – 2009. – № 7. – С. 2–6. – Текст : электронный.

23. Примерная рабочая программа основного общего образования предмета «Математика»: (для 5-9 классов

общеобразовательных организаций) : одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию, протокол 7/22 от 29 сентября 2022 г. – Москва, 2022. – Текст : электронный.

24. **Студенецкая, В. Н.** Статистика и теория вероятностей на пороге основной школы / В. Н. Студенецкая, О. М. Фадеева // Математика в школе. – 2004. – № 6. – С. 64. – Текст : электронный.

25. Теория вероятностей и статистика : методическое пособие для учителя / Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров, И. Р. Высоцкий, И. В. Ященко. – Москва : МЦНМО МИОО. – 2008. – 52 с. – Текст : электронный.

26. Теория вероятностей и статистика : учебное пособие для общеобразовательных учебных заведений / Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров, И. Р. Высоцкий, И. В. Ященко. – Москва : 2008. – 256 с. – Текст : электронный.

27. **Ткачева, М. В.** Элементы статистики и вероятность : учебное пособие для 7-9 классов / М. В. Ткачева, Н. Е. Федорова. – Москва : 2005. – 112 с. – Текст : электронный.

28. **Шахноза, Д. Р.** Использование международных оценочных программ PISA, TIMSS, PIRLS и стандартов STEAM в процессе обучения / Д. Р. Шахноза // Academic research in educational sciences. – 2021. – № 2. – С. 15–19. – Текст : электронный.

29. **Stacey, K.** The PISA View of mathematical literacy in Indonesia / K. Stacey // Journal on Mathematics Education. – 2011. – Vol. 2. – P. 95–126. – Текст : электронный.