



МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ, ИНФОРМАТИКИ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

**Логические задачи как средство формирования
познавательных универсальных учебных действий
во внеурочной деятельности**
Выпускная квалификационная работа по направлению
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

**Направленность программы бакалавриата
«Математика. Информатика»**

Форма обучения очная

Проверка на объем заимствований:
76,04 % авторского текста
Работа рекомендована к защите
«05» апреля 2023 г.
зав. кафедрой математики и МОМ
Звягин К.А.

Выполнила:
Студентка группы ОФ-513/204-5-1
Ерофеева Екатерина Валерьевна
Научный руководитель:
к.ф.-м.н., доцент кафедры МиМОМ
Шарафутдинова Анна Михайловна

Челябинск
2023

Содержание

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПРИМЕНЕНИЯ ЗАДАЧ ЛОГИЧЕСКОГО ХАРАКТЕРА ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УУД.....	7
1.1 Общая характеристика системы УУД.....	7
1.2 Формирование познавательных УУД в процессе обучения математике.....	12
1.3 Характеристика основных видов логических задач и способов их решения.....	15
1.4 Логические задачи как средство формирования познавательных УУД.....	21
ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ЛОГИЧЕСКОГО ХАРАКТЕРА.....	24
2.1 Анализ учебных пособий по математике для 5-6 классов на наличие задач логического характера.....	24
2.2 Особенности организации внеурочной деятельности по математике.....	29
2.3 Программа элективного курса.....	37
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	75
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	77
ПРИЛОЖЕНИЕ А Задания к заключительному занятию.....	79
ПРИЛОЖЕНИЕ Б Задания к танграммам.....	85

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в современном обществе происходят масштабные изменения, которые толкают на повышение качества образовательного пространства, установления целей обучения и воспитания, которые будут учитывать личностные, социальные, а также государственные потребности и интересы.

Среди всех задач нынешней системы образования, во ФГОС основного общего образования, одной из основных можно считать формирование универсальных учебных действий, которые создают условия самосовершенствования обучающихся, обеспечивают способность к саморазвитию, а также гарантируют умение учиться.

Сложность системного формирования универсальных учебных действий рассмотрена в стандарте. Образовательный процесс трактуется не как лишь процедура освоения системы знаний, умений и навыков, но вместе с тем и как результат становления личности исходя из познания универсальных учебных действий. Основопологающим в разработке ФГОС является системно-деятельностный подход, который способствует возможности определить базовые результаты обучения и воспитания и создать навигацию проектирования универсальных учебных действий, необходимых для освоения учащимися. Познавательные универсальные учебные действия занимают особое место в системе УУД. Они гарантируют овладение учащимися методологией познания, стратегиями и способами познания и учения; развитие символического, логического, творческого мышления, продуктивного воображения, памяти, внимания и рефлексии; формирование у учащихся научной картины мира; развитие способности управлять своей познавательной и интеллектуальной деятельностью.

Результатами освоения основной образовательной программы основного общего образования с учетом общих требований Стандарта и специфики изучаемых предметов по предметной области «Математика и

информатика» в соответствии с требованиями ФГОС основного общего образования являются:

- формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления;

- формирование представлений о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления.

Математика – один из предметов школьного курса, который формирует, воспитывает и расширяет логику, интеллект, память и мышление. При достаточно неплохо реализованной внеурочной деятельности, которая представляет собой неотъемлемый элемент учебно-воспитательного процесса приобретённые на этом уроке знания, умения и навыки совершенствуются и усиливаются, а также находят практическое применение.

Внеурочная деятельность в данном направлении при изучении математики в основной школе составляет немаловажную значимость. Она порождает и расширяет потенциал и личность школьников. Интерес и необходимость в непрерывном самосовершенствовании и самореализации вырабатывается и созревает у детей во время внеурочной деятельности.

Внеурочная деятельность предполагает планомерные, методичные занятия с учениками, у которых существуют пробелы при обучении по программе, или же, наоборот, с теми, кто довольно сильно заинтересован в изучении математики, а не обязательные уроки во внеурочное время. Различные виды и формы внеклассной деятельности предназначены для получения более обширных и глубоких знаний заинтересованными учащимися.

На данном этапе школьная программа по математике почти не предусматривает изучение математической логики. Однако логика изучает умозаключения, а конкретно математическая логика изучает те типы

умозаключений, которыми в дальнейшем пользуется математика. Поэтому именно данный раздел математики имеет смысл включить в план внеурочных занятий.

Объект исследования – логические задачи.

Предмет исследования – применение логических задач для формирования познавательных УУД.

Цель исследования – разработать и реализовать элективный курс по решению задач логического характера, ориентированный на формирование познавательных универсальных учебных действий.

Гипотеза исследования заключается в том, что внедрение в процесс обучения разработанного элективного курса по решению задач логического характера может способствовать более эффективному формированию познавательных УУД.

Для достижения поставленной цели и проверки гипотезы нужно решить следующие **задачи**:

1. Дать общую характеристику систем УУД, а также более подробно рассмотреть формирование познавательных УУД в процессе обучения математике.

2. Рассмотреть характеристику основных видов логических задач и способов их решения.

3. Проанализировать учебные пособия по математике для 5-6 классов на наличие задач логического характера.

4. Изучить особенности организации внеурочной деятельности по математике.

5. Разработать элективный образовательный курс по решению логических задач во внеурочной деятельности.

Методы исследования:

– анализ научно-методической и психолого-педагогической литературы;

– обработка и анализ полученных данных.

Практическая значимость данного исследования заключается в том, что более углубленное изучение логических задач во внеурочной деятельности по математике способствует расширению математического мышления у обучающихся.

Структура работы: работа состоит из содержания, двух глав, заключения, списка литературы и приложений.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПРИМЕНЕНИЯ ЗАДАЧ ЛОГИЧЕСКОГО ХАРАКТЕРА ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УУД

1.1 Общая характеристика системы УУД

Согласно Федеральному государственному образовательному стандарту в общепринятом понимании под универсальными учебными действиями подразумевается умение школьника усваивать образовательную программу, его склонность к самосовершенствованию и углублению знаний путем активной познавательной деятельности. Это сочетание системы средств, направленных на успешное усвоение новых знаний и навыков.

Учебные действия являются универсальными поскольку к ним возможно прибегнуть на любом занятии, а это значит, что они характеризуются надпредметным направлением.

Помимо всего прочего, универсальные учебные действия (далее – УУД) упорядочивают учебный процесс в комплексе. Говоря иными словами, при освоении этих действий приобретается устойчивость, склонность к обучению, формируется познавательная мотивация, а также тактика достижения поставленных целей и задач обучающегося.

В России все новейшие образовательные программы основаны на совершенствовании УУД.

Можно выделить следующие основные функции универсальных учебных действий:

- УУД позволяют учащемуся самостоятельно приобретать новые знания по предметам, устанавливать учебные цели, обретать средства для их достижения и вдобавок контролировать и оценивать свои результаты;
- УУД служат гарантией для всестороннего, а также гармоничного развития личности, эффективного получения новых знаний и результативного овладения новыми знаниями в дальнейшей жизни, кроме

того способствуют последующей самореализации, развивают желание и стремление к непрерывному обучению, ликвидируют барьеры на пути к самообразованию [5].

Одним из аспектов, увеличивающих продуктивность школьного образования, является умение учиться. Помимо всего прочего, оно также является прекрасным инструментом формирования представления о мире в целом, а вдобавок и о ценностях, причем как гражданских, так и моральных.

В современной литературе выделяют следующие виды универсальных учебных действий:

1. *Личностные УУД.* Этот вид универсальных учебных действий способствует правильному установлению ценностных ориентиров обучающегося. Школьник понимает ценность обучения и осознает собственную обязанность в получении высокого результата. К тому же данный вид УУД предоставляет учащемуся ресурс для удачной коммуникации в социуме, а также поиске своего места в обществе.

Если у школьника сформируются навыки личностных УУД, то у него появится возможность самоопределения в профессиональной сфере, он обретет стимул к получению новых знаний, сможет объективно оценивать изучаемую информацию и ее источники, кроме того осуществлять односторонний выбор на основании полученных и накопившихся ценностей.

Выработке личностных универсальных учебных действий могут способствовать данные методики:

– *групповые проектные работы.* Учащиеся находят значительно важную тему проекта, которой заинтересован каждый участник, после чего, не без помощи учителя, распределяют обязанности всех без исключения членов проекта, а затем приступают непосредственно к реализации данной работы. Главной задачей этой методики является введение абсолютно всех обучающихся в процесс работы над проектом, а также поручение лично каждому конкретных и понятных для него задач;

– *создание портфолио ученика*. Во всех классах должна быть папка с индивидуальными достижениями, благодарностями, грамотами и медалями каждого учащегося. Это может привести к стимуляции повышения самооценки школьников и создаст условия, при которых предоставляется возможность для достижения ощутимых результатов, причем как отдельной личности, так и всего коллектива в целом;

– *творческое задание*. Данная работа может быть составлена совершенно по любому предмету. Процесс подготовки помогает школьнику научиться проводить анализ найденного материала и на основании приобретенных знаний формировать новый продукт обучения.

2. *Регулятивные УУД*. Это те универсальные учебные действия, при помощи которых школьники могут налаживать и вносить поправки в процесс формирования новых знаний и навыков.

К ним относятся:

– *целеполагание*. Заключается в умении обучающегося правильно ставить учебные цели и задачи;

– *планирование*. Основывается на способности достижения поставленных результатов при помощи определенного составленного плана действий;

– *прогнозирование*. Представляет собой возможность спрогнозировать конечный результат, его свойства и качества, и вдобавок осуществить действия для усовершенствования продукта своей работы;

– *коррекция*. Данное учебное действие заключается в корректировке дальнейшего плана действий при промежуточном анализе или возникновении новых условий и состояний;

– *оценка*. Это способность дать оценку себе, изученным знаниям и объему материала, который только предстоит изучить;

– *саморегуляция*. Это способность учащегося в разрешении спорных и конфликтных ситуаций в коллективе или группе, а также преодоления препятствий.

Существует множество различных методических приемов, которые способствуют формированию регулятивных универсальных учебных действий. К примеру, для достижения поставленных целей при овладении новым материалом, используют данную Таблицу 1:

Таблица 1 – Овладение новым материалом

Я знаю	Я могу узнать	Что необходимо изучить

Кроме того, целесообразно систематизировать пройденный материал и в заключении урока сделать выводы по основным моментам. Обучающемуся в дальнейшем будет легче формулировать цель, если он сможет отвечать на вопрос: «Что нового я узнал на уроке?».

Уже с первого класса возможно совершенствование умения планирования, например, при помощи составления этапов решения тех или иных задач, а также при составлении плана рассказа. А в более осознанном возрасте, в старших классах, учащиеся подготавливают планы лабораторных работ или же план проектной деятельности.

Довольно высокий интерес может быть вызван заведомо неверным планом, который заранее предложит учитель. В этом плане, например, могут быть спутаны действия, неясен итоговый результат, в данном случае школьники будут его корректировать и исправлять. Такая своего рода работа над ошибками будет направлена на развитие навыка планирования. Трудиться над планом следует в группах хотя бы по той причине, что ошибки других людей всегда более заметны, привлекают внимание сильнее и бросаются в глаза.

3. *Коммуникативные УУД.* К этому виду УУД причисляют наиболее разнообразные действия, которые предоставляют школьнику возможность взаимодействия в коллективе, способность включиться в диалог и влиться в социум.

Обучающийся благополучно овладел коммуникативными УУД, если он способен:

- избегать открытых конфликтов, а также находить выход из спорных ситуаций;
- корректно отстаивать свою точку зрения на те, или иные вещи, а также принимать взвешенные и обдуманые решения;
- точно и лаконично формулировать и излагать вопросы;
- всесторонне и точно высказывать свои мысли и соображения;
- осуществлять четкий контроль над своим поведением, а также над поведением других учащихся в группе;
- при появлении такой потребности, исправлять и корректировать ее;
- сотрудничать с учителем и одноклассниками.

Для формирования данного вида универсальных учебных действий профессионалы предлагают следующие приемы:

- подготовка вопросов для докладчика;
- выступления перед аудиториями с докладами;
- дополнение тезисов выступающих.

Например, метод рассказа по иллюстрации возможно применять в младших классах. Такой метод содействует развитию пассивного словарного запаса, а школьникам в этом возрасте работа с картинками всегда интересна и довольно любопытна. По одной и той же иллюстрации ученики могут придумать совершенно различные истории, так как у каждого возникнет своя уникальная ассоциация и воображение поможет построить единственный в своем роде, неповторимый рассказ. Работы каждого в конце урока можно сравнить, найти в них общее, а также увидеть огромные различия.

Организация пресс-конференции возможна уже в средней школе. Приобрести максимальное количество информации по теме и научиться правильно излагать свои мысли выступающий сможет, если грамотно сформулирует главные вопросы и проблемы.

А вот в старшей школе более уместным станет обсуждение конкретного вопроса, иначе говоря, дискуссия по установленной проблеме. В этом формате можно устроить круглый стол или даже пойти дальше и организовать целый симпозиум, форум. Данные приемы помогут обучающимся научиться грамотно излагать и корректно отстаивать свою точку зрения, создавать зрелую коммуникацию при конфликтных ситуациях, выискивать требуемые аргументы, контролировать действия и поведение оппонента [3].

4. *Познавательные УУД.* Данный вид универсальных учебных действий более подробно мы рассмотрим в следующем параграфе

1.2 Формирование познавательных УУД в процессе обучения математике

Познавательные универсальные учебные действия включают в себя в полной мере знакомые всем универсальные учебные действия:

- постановление цели изучения;
- создание плана действий;
- поиск материалов;
- применение всевозможно разных способов поиска подлинных сведений;
- подбор преимущественно действенных из них;
- смысловое прочтение информации для более детального анализа;
- структурирование составленных материалов;
- составление осмысленного высказывания по изученной теме.

В процессе формирования познавательных универсальных учебных действий обучающийся тренируется формулировать и опровергать собственные гипотезы, сопоставлять, а также классифицировать результаты, выстраивать причинно-следственные связи, обнаруживать подтверждения своим гипотезам и делать какие-либо выводы [4].

При помощи заданий на нахождение соответствий и общих признаков возможно совершенствование навыков данного вида учебных действий. Составление кластеров, а также логических цепочек можно широко применять в младшей школе. Работа с различными источниками, кроме базовой учебной литературы, историческими документами, подготовка и создание тестовых заданий для других учащихся уместна в старшей школе.

Развитие познавательных УУД на уроках математики можно гарантировать с помощью данных приемов и методов (Таблица 2):

Таблица 2 – Приемы и методы развития познавательных УУД

Виды познавательных УУД	Методы	Приемы
Логические действия	«индуктивный» метод; идеализация; «мозговой штурм»; «опрос по цепочке»; рефлексия; «опрос – итог».	найди соответствия; лови ошибку; построение логической цепи рассуждения; толстые и тонкие вопросы.
Общеучебные действия	игровой метод; генерирование идей; словесный метод; метод фантазирования; наглядно-иллюстративный метод; групповая работа.	«математическая цепочка»; построение логической цепи рассуждений; устные вычисления; удивляй.
Постановка и решение проблемы	создания познавательного спора; информационно-поисковой метод; частично поисковой; проблемно-поисковой метод.	игры – предположения и свобода выбора; формулирование проблемы; демонстрации.

Ниже приведены примеры заданий, применение которых возможно на уроках математики для развития познавательных универсальных учебных действий:

- проблемные задачи;
- текстовые задачи;
- ситуативные задачи;
- задания на доказательство какого-либо суждения;
- задания на составление математической модели;
- задачи с избытком информации;
- задачи на развитие умения найти ответ «угадай, о чем спросили»;
- задания на выдвижение гипотезы;

– задачи с недостатком информации.

У обучающихся показателем сформированности познавательных универсальных учебных действий будут являться следующие навыки:

– применяя информацию, представленную в учебнике, а также приобретенную у взрослых, выполнить поиск и отбор нужных материалов;

– кодировать информацию в знаково-символической форме; использовать рисуночные и символические варианты математической записи;

– создавать элементарные модели математических понятий, а также задачных ситуаций, основываясь на кодировании;

– в устной форме строить сравнительно маленькие сообщения;

– по одному или нескольким основаниям проводить наглядное по представлению сравнение, сопоставление или противопоставление, осознавать выводы, полученные на основе всех этих действий;

– определять, как существенные, так и не очень характеристики тех или иных событий, а также их необходимые и достаточные характерные черты;

– формулировать выводы, исходя из проведенных аналогий и анализа;

– при совместной работе с педагогом осуществлять систематизацию исследуемых предметов;

– строить простые индуктивные и дедуктивные рассуждения;

– реализовывать отбор нужных и полезных материалов в совместной работе с учителем;

– работать с дополнительными текстами и заданиями;

– соотносить суть схематических иллюстраций с математической записью;

– моделировать задачи на основе анализа жизненных сюжетов;

- находить аналогии и на их основе строить выводы, сравнения и обобщения;
- строить рассуждения о математических явлениях [7].

1.3 Характеристика основных видов логических задач и способов их решения

Жизненный успех в современном мире зачастую связан со способностью ясно мыслить, логически анализировать и размышлять, а также четко формулировать свое мнение. Успешное овладение основами наук невыполнимо без культуры мышления и получения навыков умственного труда.

Решение логических, а также нестандартных задач помогает формированию любознательности, инициативности, творческой активности, сообразительности и смекалки. Вместе с тем совершенствованию логического мышления у школьников, расширению математического кругозора способствует применение логических задач на уроках математики, что вдобавок позволяет формировать трудолюбие, силу воли, упорство при достижении поставленных целей.

Задачи на логику являются важной составной частью современного мира. Школьники сталкиваются с ними на протяжении всех лет обучения. Данный вид задач вызывает у обучающихся множество затруднений. Для того, чтобы с ними справиться необходимо подробно познакомиться с типами этих задач и способами их решения. Радость от ощущения маленькой победы может принести лишь решение именно трудной и нестандартной задачи. Так формируется и развивается заинтересованность и увлеченность математикой [1].

Логика является одной из самых древнейших наук. В Индии, в конце второго тысячелетия до нашей эры можно обнаружить отдельные истоки логического учения. Аристотель, древнегреческий ученый и философ, является основоположником логики как науки. Непосредственно он

обратил внимание на то, что мы, рассуждая, выводим из одних утверждений другие, отталкиваясь не от конкретных фактов данных утверждений, а от определенной взаимосвязи между их структурами и формами.

Для того, чтобы уметь верно рассуждать, необходимо познакомиться с различными грамотными методами и способами рассуждений, помимо того научиться правильно составлять высказывания, или, как говорится в математической логике, выполнять операции над высказываниями. Но в данном случае целесообразно знать, следует ли истинность сложных высказываний из истинности более простых, составляющих их выражений. Данная наука, логика, проводит исследования методов рассуждений, а вот анализом и рассмотрением математических рассуждений занимается математическая логика. Всё-таки логика служит одним из инструментов почти любой науки.

Решение логических задач – это довольно увлекательный процесс. Казалось бы, они особо никак не связаны с математикой, ведь там нет ни чисел, ни геометрических фигур, а есть лишь истина и ложь, лжецы и мудрецы. Но тем не менее именно в них больше всего проглядывается дух математики. Ведь зачастую на решение любой математической задачи половина затраченного времени, а иногда и даже больше половины, уходит на разбор условий, распутывание связей между причастными объектами. Для разного типа задач существует свой предпочтительный метод решения [9].

Рассмотрим определенные типы и методы решений некоторых задач:

1. *Истинностные задачи.* Для того, чтобы решать задачи этого типа преимущественно лучше пользоваться методом рассуждений. Данный метод позволяет осуществлять рассуждения, пользуясь один за другим условиями задачи, и делать выводы, которые и будут являться ответами к задаче.

2. *Задачи на пересечение и объединение множеств.* Это задачи, в которых необходимо найти какое-либо пересечение или объединение

множеств, исходя из условий самой задачи. При решении задач данного типа метод Эйлера является незаменимым методом. Он делает процесс рассуждений значительно простым. Но, как и во множестве других задач, перед тем, как приступить к решению, необходимо тщательно проанализировать условия.

3. *Задачи на переливание.* Решение текстовых задач на переливания осуществляется методом построения таблиц. Они способствуют не только лишь наглядному представлению условий или ответа, но и в процессе решения позволяют осуществлять верные логические выводы.

4. *Задачи на взвешивание.* В этом случае необходимо обнаружить предмет, который отличается от остальных по весу. Причем сделать это нужно за ограниченное число взвешиваний. Решение в данном виде задач возможно найти через операцию сравнения, причем не обязательно сравнивать лишь одиночные элементы, возможно также сравнение целых групп элементов для того, чтобы уложиться в ограниченное число взвешиваний. Здесь чаще применим метод рассуждений.

5. *Математические ребусы.* На основе логических рассуждений возможно восстановить записи. Но не следует ограничиваться и заикливаться на отыскании лишь одного решения. Каждое испытание следовало бы доводить до конца для того, чтобы точно убедиться в отсутствии других решений или же наоборот найти всевозможные решения.

6. *Задачи, решаемые с конца.* Довольно распространенные задачи, которыми школьники пытаются удивить друг друга. Например, головоломки с задуманным числом. Такие задачи следует решать при помощи метода математических вычислений, основываясь на конечном результате из условия.

7. *Задачи типа «Кто есть кто?».* Главная мысль этого вида задач очень проста. В условии указаны отношения между какими-либо предметами. Проходя по цепочке этих отношений, очень нетрудно прийти к верному результату. Здесь основным методом решения является

метод графов [1].

Многообразие логических задач довольно огромно. И соответственно способов их решения тоже довольно много. Разберем из них те, которые пользуются наибольшей популярностью:

1. *Метод графов.* Граф – это определенное количество точек, некоторые из которых соединены с другими при помощи отрезков или же стрелок. В задачах, которые легко решаются этим методом даны отношения между предметами. Следуя по цепочке этих отношений можно прийти к верному ответу. Рассмотрим этот метод решения логических задач на конкретном примере.

Задача «Любимая команда»: У одной семьи было трое детей: Андрей, Борис и Вика. Дети любили проводить время вместе, однажды они решили сходить на футбол, но оказалось, что каждый из них болеет за разные команды: «Спартак», «ЦСКА» и «Зенит». Какая команда является любимой для каждого из детей, если Андрей, Борис и поклонник футбольного клуба «Зенит» никогда не пропускают матчи своих любимых команд, а Борис и болельщик «ЦСКА» любят готовить перед футболом пиццу?

Решение данной задачи сводится к построению графа, где вершины одного множества соответствуют людям, а вершины другого множества – командам.

Далее, если у человека есть любимая футбольная команда, то между соответствующими вершинами рисуется сплошная линия, а если нет – штриховая. Таким образом, нужно найти единственное соответствие между вершинами двух множеств, учитывая, что каждый человек может иметь только одну любимую команду.

В данном случае, Андрей, Борис и поклонник футбольного клуба «Зенит» никогда не пропускают матчи своих любимых команд, а Борис и болельщик «ЦСКА» любят готовить перед футболом пиццу, что позволяет определить, кто и за какую команду болеет.

Согласно правилу, если точка из одного множества соединена штриховыми линиями с двумя точками другого множества, то она должна быть соединена сплошной линией с третьей точкой. Таким образом, как будет выглядеть граф можно посмотреть на рисунке 1.

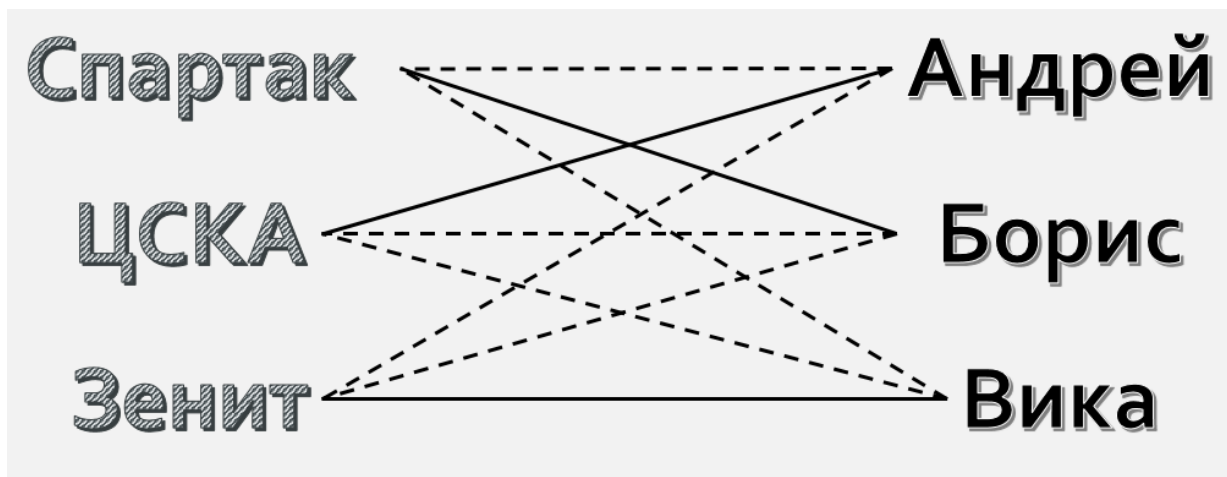


Рисунок 1 – Любимая команда

Мы определили, что Борис предпочитает смотреть матчи футбольной команды «Спартак», а Вика – «Зенит». Таким образом, в каждом множестве осталась только одна точка, что означает, что Андрей болеет за футбольный клуб «ЦСКА». Таким образом, мы успешно решили задачу.

2. *Круги Эйлера.* Круги Эйлера – геометрическая схема, помогающая иллюстрировать отношения между множествами и подмножествами более наглядно.

Еще один не менее востребованный способ решения логических задач, который используется для решения задач, в которых необходимо найти какое-то пересечение или объединение множеств, не построив противоречие с условиями. Но, как ни странно, перед тем, как начинать решать задачу, сперва нужно проанализировать все данные условия. Иногда легче решить задачу при помощи арифметических действий.

Задача «Математика и Физика»: В нашем классе некоторые ученики посещают дополнительные факультативные занятия. В классе 23 учеников, из которых 18 дополнительно изучают математику, 12 учат

дополнительную физику, из них 7 посещают факультатив и по математике, и по физике. Сколько учеников изучают только дополнительную физику?

Для решения задачи мы создаем два множества, где 7 человек, которые посещали оба факультатива, находятся в их пересечении (рисунок 2).

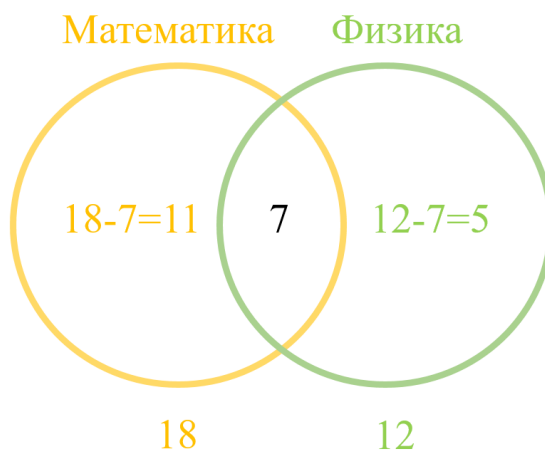


Рисунок 2 – Решение задачи «Математика и физика»

$18 - 7 = 11$ – человек ходили только на дополнительные занятия по математике.

$12 - 7 = 5$ – человек посещали факультатив только по физике.

Получаем:

Ответ: 5 человек ходили только на дополнительную физику.

3. *Решение логических задач табличным методом.* Таблицы в полной мере способствуют осуществлению правильных логических выводов в процессе решения задач, а также дают возможность наглядно представить условие задачи или ее ответ. Изучим этот способ решения подробнее на задаче, представленной ниже.

Задача «Три друга»

Джон, Джейн и Джек решили выйти погулять в шапке одного из трех цветов: красного, зеленого или синего. Они также носят куртки одного из этих трех цветов. Джон оделся в шапку и куртку одного цвета. Джек не захотел надевать красную шапку и куртку. Джейн надел зеленую куртку и шапку другого цвета. Какой цвет курток и шапок выбрал каждый из друзей, если цвета их шапок не совпадали и цвета их курток были разными?

Мы составили Таблицу 3, в которой указали возможные цвета шапок и курток для каждого друга, используя информацию из условия задачи.

Таблица 3 – Задача «Три друга»

	шапка			куртка		
	красный	зеленый	синий	красный	зеленый	синий
Джон	+	–	–	+	–	–
Джейн	–	–	+	–	+	–
Джек	–	+	–	–	–	+

В том числе мы установили, что шапка Джейн не может быть зеленой, а также куртки Джона и Джека не могут быть зелеными. А еще шапка и куртка Джека не могут быть красными. На основании этой информации мы можем ответить на вопрос задачи и определить, как одеты друзья: Джек носит синюю куртку и зеленую шапку, Джон одет в красное, а Джейн в зеленую куртку и синюю шапку.

1.4 Логические задачи как средство формирования познавательных УУД

Как показывают исследования федеральных государственных образовательных стандартов, в них повышенным интересом пользуется совершенствование познавательных универсальных учебных действий, внутри которых пристальный интерес занимают именно логические универсальные учебные действия, собранные в отдельную группу.

Именно через них детализируется стандартное требование к общему образованию, заключающееся в формировании и совершенствовании логического мышления. Математика и информатика бесспорно являются базовыми дисциплинами, которые нацелены на расширение и укрепления навыков логического мышления. Поэтому развитие познавательных универсальных учебных действий в целом включает в себя также развитие отдельных логических учебных действий и является обязательным требованием к результату изучения указанных выше предметов. К примеру, в требования к обучению математике и информатике включено такое логическое универсальное учебное действие, как «Умение устанавливать

причинно-следственные связи, осваивать методы рассуждений, основанные на построении умозаключений разных видов». Уровень трудности применяемых общелогических и формально-логических действий с понятиями, суждениями и умозаключениями, а также математических средств построения моделей, причем как текстовых, так и символьных, конечно, графических, в том числе табличных, для условий заданий, для отображения процесса размышлений и воспроизведения результатов увеличивается от класса к классу, от одного этапа образования к другому.

Федеральный государственный образовательный стандарт подчеркивает то, что педагоги математики и информатики обязаны квалифицированно владеть профессиональными компетенциями, способствующими осуществлению ориентации обучения как математике, так и информатике на формирование и совершенствование логического мышления школьников, овладение основами математического моделирования объектов и процессов. Существует множество научных работ, основанных на изучении вопросов развития логического мышления школьников ресурсами математики. Довольно часто в них отдельное внимание уделяется двум основным проблемам. Единообразие логических конструкций в теоретическом и задачном материале учебных школьных пособий по математике – это первая проблема. Большая часть заданий носит вычислительный характер. Недостаточно представлены задачи, которые содержат логические союзы, например, такие как «и», «или», «следовательно», «равносильно» и так далее, кванторные слова, к примеру, некоторые, все и т.д. Слишком мало задач, требуемых опровергнуть, построить или доказать эквивалентность суждений, логические следования, общие и частные суждения. В результате у педагога отсутствуют необходимые дидактические материалы, влияющие на образование и развитие логических познавательных УУД у школьников. Из этого можно сформулировать вторую проблему, с которой приходится столкнуться. Возникает недостаток оптимальной умственной и мыслительной

коммуникации между педагогом и школьником, значимость которой многократно выделялась отечественными и зарубежными исследователями.

Решение задач практически только технической направленности сближает взаимодействие между педагогом и обучающимся. В решении задачи довольно часто разбор истинности логических рассуждений ошибочно принимается за достоверность синтаксического оформления решений на основании принятых стандартов [7].

ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ЛОГИЧЕСКОГО ХАРАКТЕРА

2.1 Анализ учебных пособий по математике для 5-6 классов на наличие задач логического характера

В учебниках по математике, предназначенных для учащихся 5-6 классов Никольского С.М., особое внимание уделяется включению интересных и заставляющих задуматься задач. В этих учебниках рекомендуется использовать дополнительный ресурс «Задачи на смекалку» в дополнение к задачам, представленным в учебниках. Система упражнений по каждой изучаемой теме включает последовательное использование этих занимательных задач, и отдельные разделы таких задач также приведены в конце каждой главы. Авторы учебника считают, что сложные задания должны быть представлены учащимся в увлекательной форме, чтобы мотивировать их на решение нестандартных и сложных задач. Эти занимательные задачи тщательно подобраны так, чтобы они требовали находчивости и творческого мышления [15].

Разделы «Занимательные задачи» в конце каждой главы содержат задачи, которые завершают тематические разделы. В методических рекомендациях учебника авторы предлагают посвятить решению этих задач отдельный урок. Однако мы считаем, что эти задачи могут быть использованы на каждом уроке по соответствующей теме для повышения интереса. В Таблице 4 представлены занимательные задачи, включенные в учебник для 5-го класса.

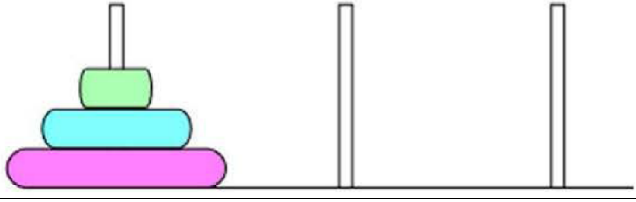
Таблица 4 – Наличие задач в УМК 5 классов

Главы	Примеры занимательных задач
1	2
Натуральные числа и нуль	В этом разделе используются следующие типы развлекательных задач: ребусы, задачи со спичками, логические головоломки, математические лабиринты, магические квадраты и задачи на взвешивание. Рассмотрим несколько примеров:

Продолжение таблицы 4

1	2
	<p>309. К двузначному числу приписали цифру 6 сначала слева, а потом справа — получили два трёхзначных числа, сумма которых равна 738. Найдите двузначное число.</p> <p>315. Гости спросили: сколько лет исполнилось каждой из трёх сестёр? Вера ответила, что ей и Наде вместе 28 лет, Наде и Любе вместе 23 года, а всем троим 38 лет. Сколько лет каждой из сестёр?</p> <p>328. Из нескольких монет только одна фальшивая — она легче остальных. Как с помощью чашечных весов без гирь определить фальшивую монету:</p> <p>а) за одно взвешивание, если монет 3; б) за два взвешивания, если монет 9; в) за три взвешивания, если монет 27?</p> <p>336. Однажды Чёрт предложил Бездельнику заработать. - Как только ты перейдёшь через этот мост, — сказал он, — так твои деньги удвоятся. Можешь переходить по нему сколько хочешь раз, но после каждого перехода отдавай мне за это 24 копейки. Бездельник согласился и после третьего перехода остался без гроша. Сколько денег было у него сначала?</p>
Измерение величин	<p>В этой главе используются занимательные геометрические задачи, такие как задачи на разрезание, головоломки и пентамино. Эти задачи помогут учащимся развить свое воображение и логическое мышление, изучить характеристики и свойства геометрических фигур, познакомиться с головоломками, пентамино, тетрамино и гексамино. Рассмотрим примеры этих задач:</p> <p>586. Прямоугольник 4×9 разрежьте на две части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.</p> <p>588. На рисунке 3 показаны два способа покрытия пола паркетом из равных прямоугольников. Придумайте ещё два своих паркета из равных прямоугольников.</p> <div data-bbox="869 1400 1252 1556" style="text-align: center;"> </div> <p>Рисунок 3 – Схема паркета</p> <p>590. Фигуры пентамино можно получить из фигур тетрамино, приставляя к ним различными способами ещё один квадрат. Сколько фигур пентамино можно составить?</p> <p>593. Пол в классе имеет форму прямоугольника со сторонами 5 м и 6 м. Если изобразить класс на плане с уменьшением сторон в 10 раз, то во сколько раз площадь класса на этом плане будет меньше настоящей площади класса?</p>
Делимость натуральных чисел	<p>Занимательные задачи, обсуждаемые в этой главе, сосредоточены на свойствах чисел. Ниже будет приведено несколько примеров занимательных задач:</p>

Продолжение таблицы 4

1	2
	<p>714. а) Почему после «просеивания» чисел, кратных 2, 3, 5, 7, в таблице натуральных чисел от 1 до 100 остались только простые числа?</p> <p>б) На каком числе следует остановить «просеивание», если в таблице будет 150; 10 000 первых натуральных чисел?</p> <p>718. Я предлагаю товарищу записать (так, чтобы я не видел) любое трёхзначное число, состоящее из различных цифр (без нуля). Пусть он теперь переставит цифры этого числа в любом порядке и получит новое число. Пусть меньшее из этих двух чисел он вычтет из большего числа, зачеркнёт одну цифру в полученной разности и назовёт мне сумму не зачёркнутых цифр. Тогда я могу легко определить, какую цифру зачеркнул мой товарищ. Объясните с помощью признака делимости на 9 этот фокус.</p> <p>727. Головоломка. Имеется три штырька, на один из которых насажены три кольца (рисунок 4). За сколько ходов можно перенести пирамиду из этих трёх колец на другой штырёк, если за один ход разрешается переносить только одно кольцо; при этом нельзя большее кольцо класть на меньшее? Решите задачу:</p> <p>а) для четырёх колец;</p> <p>б) для пяти колец.</p>  <p style="text-align: center;">Рисунок 4 - Пирамида</p>
Обыкновенные дроби	<p>В этой главе авторы некоторые из заданий сопровождаются краткой исторической справкой. Вот несколько примеров.</p> <p>1070. Ананий из Ширака (Армения, VII в.). В городе Афины был водоём, в который проведены три трубы. Одна из труб может наполнить водоём за один час, другая, более тонкая, – за два часа, третья, ещё более тонкая, – за три часа. Итак, узнай, за какую часть часа все три трубы вместе наполняют водоём.</p> <p>1079. У Васи есть три шоколадки. Он утверждает, что сможет взять половину имеющегося шоколада и ещё полшоколадки, не ломая ни одной из них. Сможет ли Вася выполнить своё обещание? Если сможет, то как?</p> <p>1082. У Саши на дне рождения было 5 друзей. Первому он отрезал часть пирога, второму – остатка, третьему – того, что осталось, четвёртому – нового остатка. Последний кусок Саша разделил поровну с пятым другом. Кому достался самый большой кусок?</p>

Можно заметить, что выполнение данных заданий не обязательно для всех учащихся. От выбора учителя зависит, будут ли эти задания обсуждаться на уроке, например, с более способным классом, или будут

использоваться для индивидуальной работы при подготовке к олимпиадам и конкурсам.

В дополнение к учебнику и главам «Занимательные задачи» предлагается сборник «Задачи на смекалку». Задачи из этого сборника могут быть использованы учителем в процессе обучения для увеличения заинтересованности учеников в предмете. Их использование на уроке не является обязательным и зависит от потребности учителя [16].

В разделе «Задачи от мудрой совы», который присутствует в учебниках Мерзляка А.Г. за 5 и 6 классы, представлены занимательные задачи, каждая из которых дополняет рассматриваемую тему или помогает развивать логическое мышление учащихся. Некоторые задачи, такие как ребусы, включены в основные номера. Задачи от мудрой совы включают в себя логические задачи, задачи на переливание и взвешивание, магические квадраты, задачи со спичками и многие другие. Учитель может использовать эти задачи на практически каждом уроке, чтобы не только мотивировать учащихся, но и помочь им закрепить полученные знания и умения [10].

В Таблице 5 приведены несколько примеров занимательных задач из этого раздела.

Таблица 5 – Наличие задач в УМК 6 классов

Тема	Занимательные задачи
1	2
«Сложение и вычитание натуральных чисел»	295. На озере начали распускаться кувшинки. Каждый день количество кувшинок возрастало вдвое. На двадцатый день кувшинками заросла вся поверхность озера. На какой день половина озера была покрыта кувшинками?
«Умножение и деление натуральных чисел»	446. В 5 классе учатся трое друзей: Миша, Дима и Саша. Один из них занимается футболом, второй – плаванием, а третий – боксом. У футболиста нет ни брата, ни сестры, он самый младший из друзей. Миша старше боксёра и дружит с сестрой Димы. Каким видом спорта занимается каждый из друзей?
«Дробные числа и действия над ними»	718. К пяти разным замкам есть пять ключей, причём неизвестно, какой ключ к какому замку подходит. Барон Мюнхгаузен утверждает, что можно не более чем за десять попыток подобрать ключ к каждому замку. Прав ли барон Мюнхгаузен?

Продолжение таблицы 5

1	2
	742. Мартышка, Удав, Слонёнок и Попугай съели вместе 70 бананов, причём каждый из них съел хотя бы один банан. Мартышка съела больше, чем кто-либо из них, Попугай и Слонёнок съели вместе 45 бананов. Сколько бананов съел Удав?

После анализа нескольких учебников математики для учеников 5-6 классов можно прийти к заключению о том, что авторы включают занимательные задачи в содержание своих учебников. В каждом из учебников есть своя система задач. Все задачи, рассмотренные в учебниках, представляют собой широкий спектр разнообразных и увлекательных заданий. В учебниках наиболее распространенными видами занимательных задач являются ребусы, задачи со спичками, логические задачи и задачи на разрезание. Однако в учебниках Никольского С.М. как за 5, так и за 6 класс, количество занимательных задач значительно больше, чем в остальных рассмотренных нами учебниках. Задачи логического характера являются важным компонентом школьного курса математики. Однако, часто не используются в полной мере возможности нестандартных задач, которые способствуют развитию у учеников смысловой и образной памяти, а также умения работать с математическими текстами. Решение нестандартных задач помогает учащимся оттачивать свою мысль, делая ее последовательной, связной и доказательной. Решение задач, представленных в системе математического мышления, помогает ученикам не только усваивать материал курса математики, но и развивать творческое мышление. Умение решать нестандартные задачи, требующие оригинального и независимого мышления, является важным аспектом обучения математике для учащихся. Однако, это также представляет трудность для учителей математики, которые должны разработать методики обучения и контроля, методы и приемы, так как задачи логического характера не являются отдельной темой в учебных программах, а учебники не предоставляют необходимого теоретического материала и достаточного количества задач [11].

К сожалению, действительно имеющиеся средства и способы для изучения задач логического характера в курсе математики в практике сегодняшних школ на самом деле не в полной мере воплощаются в жизни.

2.2 Особенности организации внеурочной деятельности по математике

Внеурочная деятельность по математике – это мероприятия, ориентированные на увеличение заинтересованности школьников математикой, повышение концентрации внимания детей, развитие у них наблюдательности и смекалки, а также заполнение их свободного времени различными занятиями математической направленности.

Внеурочная деятельность в целом трактуется в рамках реализации ФГОС ООО как образовательная деятельность, которая реализуется в иных от классно-урочных занятий формах проведения, предназначенная для достижения планируемых результатов основной образовательной программы основного общего образования (далее – ООП ООО).

Внеклассная деятельность представляет собой сочетание различных видов занятий и оказывает большое влияние на воспитательные аспекты.

Использование внеклассных мероприятий является одной из основных целей формирования любопытства и интереса к математике у обучающихся.

Внеурочная работа по математике способствует распознаванию критического мышления у детей, а также равнодушия и способностей в данном предмете, что является очень важным аспектом для дальнейшей подготовки школьников к участиям в олимпиадах и развития данных задатков [2].

Управление образовательным процессом подразумевает под собой не только возможность оказать поддержку и совершенствовать способности, данные учащемуся природой, но также и ориентировать дальнейшее

направление развития этих навыков, формировать необходимость самореализации и саморазвития своих талантов.

Довольно нередко внеурочная деятельность помогает выявлять индивидуальные способности школьника, в частых случаях незаметные на обычных занятиях.

Как мы знаем, школа имеет огромное количество воспитательных задач, перспективу решения которых способна взять на себя внеклассная деятельность. Воспитанию сплоченности у учащихся способствует работа в парах или группах внутри внеурочного мероприятия, организация математических выступлений или спектаклей и другие виды коллективных занятий, которые не всегда удается организовать во время обычного учебного процесса.

Внеурочная деятельность все-таки составляет неотъемлемый элемент плана обучения. Она нацелена на выявление и развитие у детей характерных способностей, углубление знаний по данному предмету, усовершенствование логического мышления, творческой фантазии и сплоченности [21].

Подходы к классификации внеклассной деятельности по математике весьма различны, и они достаточно подробно рассмотрены в обширной методической, а также педагогической литературе.

Выделим три группы внеурочной деятельности по математике, которые различает Ю.М.Колягин:

1. *Занятия со школьниками, которые отстают от других учащихся в изучении учебной программы.* Для этого вида внеурочной деятельности выявление и восполнение пробелов в знаниях по предмету является целью приобщения таких обучающихся к внеклассной деятельности. Существует мнение о том, что недостаточно хорошая организация работы учителя на уроках вынуждает организовывать данный вид внеклассной деятельности. Однако работу с данным типом учащихся необходимо осуществлять индивидуально, а также она требует хорошей подготовки со стороны

педагога.

2. Занятия со школьниками, проявляющими интерес к математике.

Существует несколько разных целей осуществления этого вида внеурочной деятельности по математике.

Рассмотрим их ниже.

– совершенствовать и развивать знание материала, включенного в учебную программу;

– подтолкнуть школьников к исследовательской работе и стимулировать их начинания;

– сформировать и развить математическую речь, а также нестандартное мышление.

3. Занятия с учащимися, способствующие развитию интереса школьников к углублению знаний в данной дисциплине. Этот вид внеурочных занятий проводится именно для того, чтобы вызвать интерес у школьников к изучению математики.

Для этого вида занятий привлекаются всевозможные формы внеклассной работы, к примеру:

– кружки (математические);

– предметные недели;

– вечера (математические);

– игры, соревнования, мероприятия;

– конкурсы, викторины, состязания в командах;

– олимпиады по математике как школьных, так и муниципальных, областных, а также региональных этапов.

Выполнение каждой из вышеперечисленных задач гарантируют все виды внеклассной работы. Огромной заинтересованности учащихся к предмету «Математика» способствуют все формы внеурочной деятельности, а также они оказывают эффективное влияние на успешное обучение школьников: устраняют пробелы в знаниях обучающихся, совершенствуют логику, мышление и память [19].

Для развития желания и интереса занятий математикой используются разнообразные формы внеурочной деятельности:

1. *Кружковые занятия по математике и методика их проведения.*

Математический кружок – это одна из форм внеурочной деятельности. В методической литературе довольно подробно описаны как организация, содержание, так и методы работы данной формы внеклассной работы. Одной из особенно результативных форм внеклассных занятий является математический кружок. Как правило, педагог составляет и реализует занятия в кружке для школьников, имеющих отличный результат в изучении данной дисциплины. Однако, учитель должен быть готов к тому, что желание участвовать в математическом кружке может появиться и у тех детей, которые испытывают трудности в усвоении школьной программы. В данном случае, педагог должен стараться укреплять и развивать интерес к предмету, возникший на текущем моменте обучения, а также ни в коем случае не отказывать обучающимся.

При реализации данной формы внеурочной деятельности следует привлечь внимание учеников и осуществить занятия таким образом, чтобы кружок не стал копированием обычных школьных занятий. Для этого необходимо раскрыть характер предстоящей работы, сформулировать четкие и ясные цели.

Кружковые занятия следует проводить раз в неделю, предоставляя один час для каждого учебного занятия. Преподаватель должен лично вовлекать заинтересованных учеников. Например, поручать им различного рода задания (доклад, индивидуальные, олимпиадные задачи). При проведении урока педагогу следует приложить усилия для создания «дружеской» атмосферы. Принимающие участие в данной форме внеклассного мероприятия дети должны чувствовать себя комфортно, спокойно, а также в полной мере ощущать важность своего мнения для окружающих.

2. Создание различных наглядных пособий и моделей учащимися.

Педагог по математике применяет на занятиях демонстрационный материал для повышения качества знаний, именно поэтому данный вид работ довольно сильно влияет на воспитательный процесс.

Для использования в дальнейшем процессе обучения школьники изготавливают собственные пособия и модели. К примеру, геометрические материалы.

3. Факультативные занятия.

Данная форма внеурочной деятельности способствует расширению и углублению знаний, развитию у школьников интереса к изучаемому предмету, к тому же развивает математический потенциал и в полной мере вызывает повышенный интерес и любовь к индивидуальному и самостоятельному обучению всех сфер математической науки.

По данной дисциплине факультативные занятия проводятся в школе продолжительностью 1 час, один раз в неделю, начиная с 8 класса.

При составлении содержания факультативных занятий нужно учитывать, что они идут параллельно с изучением основного курса математики в школе. Необходимо, чтобы педагог, проводящий уроки по математике, вел и факультативные занятия по этому предмету.

Посещение данных занятий добровольно. Следует больше внимания уделять тем детям, которые испытывают трудности в изучении этого предмета или тем, которые совмещают занятия с другими видами деятельности вне школьной среды.

Школьники сдают зачет с оценкой по окончании факультативного курса, о чем свидетельствует соответствующая отметка в аттестате. Ответственность за качество факультативных занятий в полной мере несёт учитель математики.

4. Проведение олимпиад по математике.

На уровень преподавания математики оказывают большое влияние олимпиады. Эти «соревнования» способствуют выявлению степени подготовленности по дисциплине,

развития мышления и математической логики. Можно сказать, что школьные олимпиады по математике представляют собой своего рода соревнования, так как они взаимодействуют не с одним конкретным учащимся, а с целой параллелью классов.

В школе один раз в год проводятся различные олимпиады, в том числе и по математике, призванные стимулировать интерес учащихся к данной дисциплине, расширить кругозор школьников и выявить наилучших.

Зачастую олимпиады проводятся в три тура: школьный (задания решаются среди других обучающихся в школе), городской (победители школьных олимпиад соревнуются друг с другом, между представителями школ), районный (между собой соревнуются победители городских олимпиад с победителями из других городов).

У школьных олимпиад есть несколько целей, рассмотрим ниже некоторые из них.

- повысить эрудированность обучающихся;
- вызвать заинтересованность школьников к изучению данных дисциплин;
- выявить детей, продемонстрировавших хорошие знания в предмете, для дальнейшего участия в разного рода олимпиадах и организации с ними индивидуальной работы.

Для формирования содержания олимпиады, ее проверки, и оценки работ учащихся создаётся жюри.

5. *Математические экскурсии.* Довольно необычная форма внеклассной деятельности, однако нехарактерная для школьной практики. Школьники могут познакомиться с геометрическими фигурами не только в теории, но и в фактически окружающем их мире при такой форме внеурочных занятий. К тому же, на таких экскурсиях более четко становится ясно применение полученных знаний.

В ходе таких занятий детям становится гораздо нагляднее применение различных формул, изученных за партой в классе. Например, нахождение длин, площадей или объемов тех или иных тел.

Экскурсии формируют у обучающихся убежденность в том, что без сомнения математика нередко встречается в жизни и овладение ее азам необходимо.

6. *Математические викторины.* Еще одна форма внеурочной деятельности, которая включает в себя математические соревнования. Викторину по математике можно реализовать на вечере математики, классных и общешкольных вечерах, а также на каких-либо заседаниях школьного кружка.

Материал должен быть изложен чётко, на языке, понятном для школьников, а сами задания должны быть с небольшим содержанием, поскольку это всё-таки викторина.

7. *Предметные недели.* Один раз в год в настоящее время реализуются школьные предметные недели во всех образовательных школах. Все преподаватели математики, а также их ученики принимают участие в подготовке предметной недели по математике. В течение этой недели проводятся разнообразные внеурочные мероприятия. Например, написание докладов, проведение математических игр, участие в конкурсах, соревнованиях, проведение математических игр, разгадывание ребусов.

Это всё положительно влияет на развитие школьников, их грамотности и речи [6].

8. *Выпуск математической газеты.* Во время учебного процесса довольно нередко дети самостоятельно готовят различные материалы, содержащие интересные факты. Разумно и уместно выпускать в виде стенгазет и плакатов различные занимательные задачи, небольшие доклады, а также интересные факты, которые подготовили сами школьники. Это благоприятно влияет на развитие самостоятельности у детей и повышение любопытства к изучению данного предмета.

9. *Математические игры.* Отличительная эмоциональность, одобрительное и позитивное отношение к внеурочным мероприятиям по математике, как следствие и к математике, в общем, в большинстве случаев именно этим отличаются математические игры. Они также обостряют интеллектуальные процессы, способствуют стимуляции учебной деятельности и, что самое важное, способствуют формированию познавательного интереса к предмету. Данная форма внеурочной деятельности включает в себя множество игровых ситуаций, она пронизана элементами игры, соревнования.

На протяжении всей игры обучающиеся формируют и развивают навык мыслить самостоятельно, стремятся к знаниям, развивать внимание и сосредотачиваться.

Поглощенный игрой ребенок, сам того не замечая, учится: запоминает, развивает творческое воображение и познаёт. С колоссальным желанием присоединяются к игре даже самые бездеятельные и безынициативные школьники.

Данная форма внеклассной деятельности совмещает в себе игру и учение, отдых и труд. Она возвращает и улучшает память, математические способности, логическое мышление и сообразительность.

Итак, рационально и уместно применять в учебном процессе все вышеуказанные формы внеурочных занятий. Они привлекают внимание школьников к математике, благоприятно влияют на формирование творческих способностей и математического кругозора. Эти формы внеурочной деятельности усиливают и развивают знания, совершенствуют математические способности, привлекают внимание и интерес к самостоятельному обучению математики у учащихся [24].

2.3 Программа элективного курса

Пояснительная записка

Для эффективной реализации роли математики в современном мире необходимо улучшить математическую подготовку учащихся и стимулировать учителей и методистов к исследованию и систематизации результатов исследований в этой области. Важно, чтобы школьники владели основными общенаучными методами познания и специальными эвристиками, применяемыми в математике, чтобы иметь возможность самостоятельно решать творческие задачи и применять полученные знания в новых необычных ситуациях.

Предложенная программа элективного курса призвана развивать учащихся 5-6 классов и является сквозной. Хотя, согласно мнению психологов, устойчивый интерес к математике формируется в подростковом возрасте от 13 до 15 лет, но без организации работы по развитию детей в более раннем возрасте многие из них могут потерять интерес к математике. Наблюдаемый интерес у учащихся 5-6 классов к головоломкам и различным математическим задачам подтверждает не только необходимость включения таких заданий в сферу интересов детей, но и наличие у них интеллектуального потенциала в возрасте 10-12 лет. Однако, задержки в развитии в этом возрасте трудно компенсировать позднее. Эти обстоятельства указывают на необходимость начала систематической работы по развитию мыслительной деятельности в начальном звене старшей школы.

Данный курс математики дополняет и углубляет знания учеников, полученные в основном курсе математики, при этом минимально расширяя теоретический материал. Учебный материал был разработан таким образом, чтобы основные идеи курса были проработаны на протяжении длительного периода времени, так как увеличение активного периода восприятия изученного материала способствует более глубокому усвоению.

Элективный курс «Решение задач логического характера» направлен на развитие навыков логического мышления, критического мышления и решения задач.

Целью курса является формирование познавательных УУД путем развития логического мышления, аналитических способностей, умения формулировать и проверять гипотезы, а также повышения уровня самостоятельности и уверенности учеников в решении различных задач.

Задачи курса:

- обучение учащихся решать задачи более сложного уровня, чем те, что рассматриваются в основном курсе математики;
- создание базы для развития способностей учащихся в сочетании с основными разделами курса;
- помощь учащимся осознать свой интерес к предмету и оценить свои возможности для его дальнейшего освоения.

Курс включает как теоретические составляющие, так и практические занятия, в ходе которых ученики решают задачи разной сложности и обмениваются мнениями и идеями с одноклассниками. В конце курса ученики примут участие в логическом турнире (ПРИЛОЖЕНИЕ А), где смогут показать свои навыки и соревноваться друг с другом.

Также в рамках курса будут использоваться интерактивные задания на компьютере, что поможет ученикам лучше усвоить материал и развить навыки работы с технологиями.

Место в учебном плане

Факультативный курс «Решение задач логического характера» для учащихся 5-6 классов реализуется в объеме 16 часов, из расчета 1 час в неделю. Ниже приведена Таблица 6 с тематическим планированием.

Таблица 6 – Тематический план программы элективного курса

№п/п	Наименование темы занятия	Количество часов
1	2	3
1.	Задачи, решаемые с помощью таблиц (Задачи типа «Кто есть кто?»)	1

Продолжение таблицы 6

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
2.	Задачи с графами	1
3.	Правдолюбцы и лжецы (Рыцари и лжецы)	2
4.	Принцип Дирихле (принцип переполнения и не заполнения)	2
5.	Задачи со спичками	1
6.	Задачи на взвешивание	2
7.	Задачи на переливание	2
8.	Танграм	1
Логический турнир		1
Всего		13

Урок № 1. Решение логических задач с помощью таблиц (1 час).

Логические таблицы используются для задач, требующих установить соответствия между двумя множествами, которые являются взаимно однозначными. Использование таблиц значительно упрощает и ускоряет решение задач и практически автоматизирует этот процесс.

Построение таблицы помогает проводить правильные логические выводы в процессе решения задачи и является наглядным представлением условия задачи или ответа на нее. Для составления таблицы необходимо анализировать информацию, сравнивать и сопоставлять данные. Составление таблицы является первым шагом при решении задачи. В таблице отображается условие задачи, а ячейки заполняются символами «0» и «1», или знаками «+» и «-», в зависимости от того, истинно («1», «+») или ложно («0», «-») соответствующее высказывание.

Задача № 1

Корзины с розами, маргаритками и анютиными глазками были представлены на конкурсе цветоводов тремя девочками – Розой, Маргаритой и Анютой. Девочка, которая вырастила маргаритки, сообщила Розе, что ни одна из девочек не вырастила цветок, созвучный со своим именем. Какие цветы были выращены каждой из девочек?

Решение: составим таблицу. В пересечении столбцов и строк мы будем ставить «+» или «-». Если девочка вырастила этот цветок, будем

ставить знак «+», если же данный цветок был выращен не этой девочкой, то мы будем ставить знак «-». Для начала внимательно прочитаем условие, из него станет ясно, что Роза не могла вырастить маргаритки, ведь девочка, вырастившая их, разговаривала с Розой, не могла же она говорить сама с собой. Значит, ставим «-» в пересечении столбца «Роза» и строки «маргаритки».

Помимо этого, из условия мы знаем, что Роза не могла вырастить розы, Маргарита – маргаритки, а Аня – анютины глазки. Расставляем «-» в соответствующие ячейки.

После этого становится наглядно видно, что Роза могла вырастить только анютины глазки, а маргаритки могла вырастить только Аня. Расставляем соответствующие знаки «+». Здесь так же важно понимать, что если Аня вырастила маргаритки, значит она не могла вырастить розы, а также, что если анютины глазки выращены Розой, то они не могут быть выращены еще и Маргаритой. Значит нужно поставить знак «-» в соответствующие ячейки.

Очевидно, что в сложившейся в условии ситуации, Маргарита могла вырастить лишь Розы. Ниже приведена заполненная Таблица 7, в первой строке которой написаны имена девочек, а в первом столбце названия цветов:

Таблица 7 – Решение задачи «Корзины с цветами»

	Роза	Маргарита	Аня
Розы	-	+	-
Анютины глазки	+	-	-
Маргаритки	-	-	+

Ответ: Роза вырастила анютины глазки, Маргарита – розы, а Аня – маргаритки.

Задача № 2

Существует трехэтажный дом, в котором живут Лариса, Тимофей и Полина. Лариса и Полина не проживают на первом этаже. Полина также не жила на верхнем этаже никогда. Необходимо определить, на каких этажах

живут каждый из троих детей, используя таблицу с условными обозначениями «+» для истинных утверждений и «-» для ложных.

Решение: решаем данную задачу аналогично предыдущей. Из условия ясно, что на первом этаже может проживать только Тимофей (т.к. Лариса и Полина там не проживают), и, следовательно, Тимофей не может проживать на втором или на третьем этаже. Расставляем соответствующие знаки в нужные нам ячейки. Раз в условии сказано, что Полина никогда не жила на верхнем этаже, значит она не живет на третьем, а т.к. она и не может жить на первом, значит Полина живет на втором этаже. Из этого следует, что на третьем этаже живет Лариса. Составим Таблицу 8, в первой строке которой будет указан номер этажа, а в первом столбце имена детей:

Таблица 8 – Решение задач «Трехэтажный дом»

	первый	второй	третий
Лариса	–	–	+
Тимофей	+	–	–
Полина	–	+	–

Ответ: на первом этаже живет Тимофей, на втором – Полина, на третьем – Лариса.

Задача № 3

Каждый из трех друзей имеет уникальный цвет волос и увлечение, причем один из них – брюнет, который любит рыбалку, другой – блондин, живет в доме, номер которого делится на 4, а третий – любит играть в футбол, и сумма цифр номера его дома равна 11, что соответствует числу игроков в его любимой команде. Какой из соседних домов под номером 34, 36 и 38 принадлежит человеку, у которого хобби – музыкальная жизнь? Составьте таблицу для решения данной задачи и заполните ее.

Задача № 4

Какой овощ каждый из девочек выберет, если известно, что Даша не любит картофель и огурец, Влада не может есть красные овощи из-за аллергии, а каждая девочка предпочитает разные фрукты: помидор, картофель и огурец?

Задача № 5

Какую секцию посещает каждая из четырех девочек: футбол, шахматы, бокс или танцы, если известно, что:

- Пелагея, Диана и боксёрша – одноклассники;
- Пелагея и Галина ходят на тренировку пешком;
- футболистка едет на тренировку на автобусе;
- танцовщица не знакома ни с шахматисткой, ни с боксёршей.

Задача № 6

Трое друзей – Белокуров, Рыжов и Чернов общаются. Брюнет заметил, что ни у кого из них цвет волос не совпадает с их фамилией, и что Белокуров не является брюнетом. Какие цвета волос у трех друзей – Белокурова, Рыжова и Чернова, о которых говорится в задаче?

Задача № 7

Распределите Зазнайку, Гайку и Шпультку по их домам, если известно, что Зазнайка не проживает в домах № 19 и 17, и Гайка не живет в доме № 19, а они все живут в домах № 14, 17, 19?

Задача № 8

Три подруги Белова, Чернова и Краснова встретились, одна из них была одета в черное платье, другая – в красное, а третья – в белое. Девушка, которая была в белом платье, сказала Черновой: «Давайте поменяемся платьями, потому что цвета наших платьев не соответствуют нашим фамилиям». Кто из подруг была в каком платье?

Задача № 9

Алена, Боря и Валера учатся в одном классе. Один из них ездит домой из школы на троллейбусе, другой – на трамвае, третий – на автобусе. Алена проводила своего друга до остановки троллейбуса, когда мимо них проходил автобус. Из окна автобуса третий друг крикнул: «Боря, ты забыл в школе тетрадку!». Кто из друзей ездит на троллейбусе, кто на трамвае, и кто на автобусе?

Задача № 10 (повышенной сложности)

Перечисленные друзья – Анна, Валерия, Женя и Анастасия, участвуют в соревнованиях по плаванию. В каждом утверждении одно из высказываний, о том под каким номером приплыли участницы, верно, а другое ложно.

- Женя первой, Валерия второй;
- Женя второй, Анастасия третьей;
- Анна второй, Анастасия четвертой.

Кто на самом деле занял первое, второе, третье и четвертое места в соревнованиях?

Урок № 2. Решение логических задач с помощью графов (1 час). Граф на плоскости состоит из вершин, которые соединены ребрами – линиями, и степень вершины определяется числом ребер, исходящих из нее. Графы широко используются в разных областях, таких как картография, электротехника и др., и могут быть использованы для решения задач на соответствие между двумя множествами, которые ранее решались с помощью таблиц.

Задача № 1

Круг друзей состоит из четырех человек: Андрея, Бориса, Владимира и Григория, которые имеют разные профессии – врач, журналист, тренер спортивной школы и строитель. Журналист написал статьи об Андрее и Григории, а в туристический поход отправились тренер, журналист и Борис. Андрей и Борис посетили врача. Какой из друзей занимает какую из данных профессий?

Решение: помним, что при решении задач с помощью графов, нужно найти единственное соответствие между вершинами двух множеств. Если мы нашли однозначное соответствие, то мы проводим сплошную линию, в ином случае – пунктирную. Для начала из условий мы понимаем, что Андрей и Григорий не могут быть журналистами, так как не могли бы написать статьи сами про себя. Борис не может быть журналистом и

тренером, так как он ходил с ними в поход. Андрей и Борис так же не могут быть врачами, так как они его посещали. Проанализировав все условия, мы можем изобразить граф (рисунок 5 а).

Внимательно изучив получившуюся иллюстрацию, мы понимаем, что журналистом не может быть никто, кроме Владимира, поэтому между двумя этими вершинами проводим сплошную линию (рисунок 5 б).

Конечно же, мы понимаем, что если Владимир – журналист, то он не может быть одновременно с этим еще и врачом, тренером и строителем. Поэтому нам нужно провести соответствующие пунктирные линии (рисунок 5 в).

Теперь, глядя на граф, можно сделать вывод о том, что врачом может быть только Георгий. А это значит, что Георгий не может быть тренером и строителем. Проводим соответствующие пунктирные и одну сплошную линии (рисунок 5 г).

Теперь довольно наглядно представлено, что тренером не может быть никто, кроме Андрея, и, следовательно, Андрей не может быть строителем. Оставшийся Борис и будет являться строителем. Изображаем это на графе (рисунок 5 д).



Рисунок 5 – Решение задачи про друзей

Ответ: Андрей – тренер, Владимир – журналист, Борис – строитель, а Григорий – врач.

Задача № 2

В четырех сосудах: бутылке, стакане, кувшине и банке налиты молоко, лимонад, квас и вода. Известно, что молоко и вода не находятся в бутылке, а лимонад и вода не в банке. Сосуд с лимонадом находится между кувшином и сосудом с квасом. Стакан расположен рядом с банкой и сосудом с молоком. Определите, какая жидкость находится в каждом сосуде.

Решение: аналогично предыдущей задаче сначала проводим все линии, о которых нам известно из условия задачи. В бутылке не молоко и не вода, в банке не лимонад и не вода, лимонад и квас стоят рядом с кувшином, поэтому не могут находиться в нем, а молоко находится рядом с банкой и стаканом, поэтому совершенно невозможно, что оно находится внутри этих сосудов. Итак, из условия задачи мы получим граф (рисунок 6 а).

Мы видим, что молоко может находиться только в кувшине, следовательно, ничего другого в кувшине быть не может (рисунок 6 б).

Теперь наглядно видно, что вода может быть только в стакане и, соответственно, ничего другого в стакане быть не может (рисунок 6 в).

Сразу становится понятно, что лимонад может быть только в бутылке, поэтому мы должны провести соответствующую сплошную линию, а также пунктирные линии от бутылки к другим жидкостям (рисунок 6 г).

Теперь мы видим, что квас может быть налит только в банку. По аналогии проводим нужные пунктирные и сплошные линии (рисунок 6 д).



Рисунок 6 – Решение задачи с сосудами

Ответ: в бутылке – лимонад; в стакане – вода; в кувшине – молоко; в банке – квас.

Задача № 3

Четверо друзей живут в одном дворе. Вадим и шофер старше, чем Сергей, а Николай и слесарь занимаются боксом. Электрик является самым молодым из всех друзей. Вечером Антон и токарь играют в домино против Сергея и электрика. Необходимо определить профессию каждого из друзей.

Задача № 4

На олимпиаде встретились четверо мальчиков: Глеб, Вова, Георгий и Данил. Они приехали из разных городов: Санкт-Петербурга, Новосибирска, Новгорода и Ярославля. Глеб жил в комнате с мальчиком из Ярославля, и никто из них не был в Санкт-Петербурге или Новгороде. Георгий играл в одной команде с мальчиком из Санкт-Петербурга, а их противниками часто были мальчики из Ярославля. Данил и мальчик из Санкт-Петербурга увлекались игрой в шахматы. Определите, из какого города приехал каждый мальчик.

Задача № 5

Шесть пассажиров ехали в купе поезда Москва – Архангельск: ярославец, мурманчанин, туляк, петербуржец, котлашанин и архангелогородец. Их фамилии начинались на буквы А, Б, В, Г, Д, Е. В ходе поездки выяснилось, что А и ярославец работали врачами, Д и мурманчанин были учителями, туляк и В были инженерами. Б и Е являлись участниками боевых действий, а туляк не служил в армии. А был младше котлашанина, архангелогородец старше В. Б и ярославец вышли из поезда в Ярославле, а В и котлашанин в Вологде. Где живет каждый из шести попутчиков?

Задача № 6

Трое новых сотрудников – Дима, Саша и Юра – были приняты в бюро переводов. Каждый из них владеет ровно двумя иностранными языками из набора из немецкого, шведского, японского, китайского, французского и греческого, при этом каждый переводчик знает только один язык. Некоторые факты о них:

- Дима и Юра не обладают знаниями японского языка;
- Саша и два переводчика – китайского и французского, родом из одного города;
- Юра обучался в одном институте с переводчиком с греческого и переводчиком с немецкого;
- Дима является самым молодым среди всех троих и не знает греческий язык;
- Юра владеет двумя европейскими языками.

Какими двумя языками владеет каждый из сотрудников?

Задача № 7

Три сотрудника – Иван, Антон и Петр были приняты на работу в бюро переводов. Каждый из них владеет ровно двумя иностранными языками из набора, который включает немецкий, шведский, японский, китайский, французский и греческий. У каждого переводчика есть только один язык, которым он владеет. Следующие факты также известны:

- Петр является самым высоким из всех;
- Переводчик со шведского выше ростом, чем переводчик с французского;
- Антон, переводчик со шведского и переводчик с французского, родом из одного города;
- Переводчик с японского, переводчик с китайского и Петр учились вместе в одном институте;
- Антон не знает китайского и греческого языка.

Какие языки знает каждый из сотрудников?

Задача № 8

На одной улице проживают Кондратьев, Давыдов и Федоров. Среди них есть столяр, маляр и водопроводчик. Недавно Давыдов хотел попросить своего старого знакомого столяра сделать что-то для его квартиры, но узнал, что столяр работает в доме водопроводчика. Известно, что Федоров не знаком с Давыдовым. Какая профессия у каждого из перечисленных людей?

Задача № 9

Трое школьных друзей сидели на берегу реки и беседовали. Один из них назывался Токарев, второй – Слесарев, а третий – Плотников. Отец каждого из мальчиков работал соответственно токарем, слесарем или плотником. Один из друзей заметил, что ни один из отцов не работает по той профессии, которая соответствует его фамилии. Отец этого мальчика был слесарем. После некоторой задумчивости Плотников подтвердил эту мысль. Кем работает каждый из отцов мальчиков?

Задача № 10

Трое мальчиков – Миша, Сережа и Яша – участвовали в шашечном турнире, представляя свои классы. Один из них из 3«А» класса, другой – 3 «Б», а третий – в 3 «В». Первую партию играли Миша с учеником из 3 «А». Во второй партии Сережа играл против ученика 3 «В» класса, в то время как Миша отдыхал. Какой из мальчиков за какой класс играл?

Уроки № 3, 4. Правдолюбцы и лжецы (2 часа). В задачах данного типа мы будем называть людей, которые всегда говорят правду, «правдолюбцами». Людей, которые всегда говорят неправду, мы будем называть «лжецами». А тех, кто иногда говорит правду, а иногда – ложь, мы будем называть «хитрецами».

Стоит отметить, что все приведенные задачи включают только лжецов, хитрецов или правдолюбцев в качестве участников. Кроме того, важно учитывать, что если в задаче присутствует хитрец, то лжец не может частично говорить правду в сложном утверждении. В случае, когда в задаче присутствуют только лжецы и правдолюбцы, лжец может говорить частично правду и частично лгать в сложном высказывании.

Задача № 1

Трое местных жителей – Андрей, Борис и Владимир, встретились в городе, где живут лжецы и хитрецы, и в ходе разговора каждый из них утверждает следующее: Андрей говорит, что он лжец, Борис говорит, что среди них есть хотя бы два лжеца, а Владимир утверждает, что ровно два лжеца среди них. Требуется определить, сколько лжецов может быть среди этих трех жителей на самом деле.

Решение: Андрей является хитрецом, потому что лжец не может говорить правду о себе. Далее перебираем все возможные варианты для высказывания Владимира: если его высказывание истинно, то Владимир является хитрецом, но это приводит к противоречию с тем, что Андрей – хитрец, следовательно, Владимир лжет. В таком случае может быть 0, 1 или 3 лжецов. Если лжецов 0, то все являются хитрецами и лгут. Если лжец только один, то это, например, Борис, а Владимир – хитрец, что снова приводит к тому, что все лгут. Трое лжецов невозможны, так как Андрей является хитрецом. Итак, ответ – может быть 0 или 1 лжец.

Задача № 2

Какое количество рыцарей может быть среди трех жителей острова, если один говорит, что они все рыцари, второй утверждает, что они все лжецы, а третий говорит, что среди них есть хотя бы один хитрец?

Совет: сначала стоит обратить внимание на высказывание второго жителя.

Решение: Второй житель утверждает, что все три человека – лжецы (включая его самого). Это утверждение не может быть правдой, так как, если второй житель говорит правду, то он лжец, что противоречит его утверждению. Значит, второй житель лжет или является хитрецом.

Если предположить, что первый житель – правдолюбец, то его утверждение означает, что второй и третий тоже являются правдолюбцами, что противоречит высказыванию второго жителя. Значит, первый лжет или является хитрецом.

Если предположить, что третий – правдолюбец, то его утверждение означает, что среди троих есть хотя бы один хитрец. Это может быть правдой только в том случае, если первый или второй – хитрец.

Таким образом, возможны два варианта:

Первый или второй – хитрец, третий – правдолюбец. В этом случае среди троих есть только один правдолюбец.

Первый и второй – лжецы, третий – хитрец. В этом случае среди троих нет правдолюбцев.

Ответ: 0 или 1 правдолюбец.

Задача № 3

Предложите вопрос, на который правдолюбец и лжец ответят одинаково.

Задача № 4

Путешественник послал проводника на острове, где живут правдолюбцы и лжецы, спросить у местного жителя, который работал в поле, кто он – правдолюбец или лжец. Проводник вернулся и сказал, что

житель является лжецом. Требуется определить, является ли проводник правдолюбцем или лжецом.

Задача № 5

Пит – житель города, где проживают правдолюбцы и лжецы. Вчера Пит сказал своим друзьям: «Мой сосед сказал мне, что он лжец!» Как вы думаете, кем является сам Пит?

Задача № 6

На острове есть два жителя: К и М. К утверждает, что как минимум один из них – лжец. Кто из них может быть правдолюбцем, а кто – лжецом?

Задача № 7

Известно, что на острове есть правдолюбцы и лжецы, и житель К говорит о себе и М следующее: «Я лжец, а М не лжец». Кто на самом деле лжец, а кто правдолюбец?

Задача № 8

Один из трех жителей острова, К, М и Р, утверждает: «Мы все лжецы», это житель К, а другой, житель М, утверждает: «Один из нас правдолюбец». Необходимо определить, кто из жителей является правдолюбцем, а кто лжецом.

Задача № 9

Все трое людей, с которыми вы встретились, ответили отрицательно на вопрос о том, есть ли среди них правдолюбцы. Каким образом можно определить, кто из перечисленных людей является правдолюбцем, лжецом и хитрецом?

Задача № 10

Три человека стоят перед вами. Бобров находится слева и говорит: «Рядом со мной стоит правдолюбец». Мотыльков, который находится в центре, говорит: "Я хитрец". Стручков, который стоит справа, говорит: «Рядом со мной стоит лжец». Какой из трех человек является лжецом, какой – хитрецом и какой – правдолюбцем.

Задача № 11

Бобров, Мотыльков и Стручков встретились вместе. Бобров заявил, что он хитрец. Мотыльков подтвердил, что это правда. А Стручков сказал, что он не является хитрецом. Известно, что один из них точно правдолюбец, а двое других – точно хитрец и лжец. Кто есть кто?

Задача № 12

На острове есть две деревни: А, где жители говорят только правду (правдолюбцы), и Б, где жители всегда лгут (лжецы). Жители деревни А могут попадать в деревню Б, и наоборот. Путешественник встретил жителя и хочет узнать, в какой деревне он находится. Как ему выяснить это за два вопроса? За один вопрос?

Задача № 13

Путешественник задал вопрос «Вы живете в этом поселке?» первому встретившемуся человеку в одном из двух поселков, разделенных мостом. Известно, что в одном из этих поселков живут правдолюбцы, а в другом – лжецы. Ответ, который получил путешественник на свой вопрос был «Нет, я здесь в гостях». Он может использовать эту информацию, чтобы определить, в каком из поселков он находится. Помогите путешественнику.

Задача № 14

Город «Правдивая ложь» населен правдолюбцами и лжецы. Когда странствующий путник спросил каждого из трех, встретившихся ему горожан, сколько рыцарей среди их друзей, первый ответил «Ни одного», второй сказал – «Один». Попробуйте предугадать ответ третьего горожанина.

Задача № 15

В городе, где живут лжецы и правдолюбцы, путешественник спросил двух горожан: «Является ли ваш друг рыцарем?» и получил от каждого из них ответ. Может ли случиться, что оба ответа будут одинаковыми?

Задача № 16

Том и Сем, два горожанина, встретились и начали беседовать. Том заявил, что они оба лжецы, и что город, в котором они живут, называется Троя. Сем ответил, что по крайней мере один из них лжец, и что город не называется Троя. Возможно ли, что город действительно называется Троя, и если да, то можно ли утверждать, что он называется именно так?

Задача № 17

У одного из людей, который всегда говорит правду (правдолюбца), был случай, когда он дал два разных ответа на один и тот же вопрос. Назовите пример такого вопроса.

Задача № 18

Путешественник находится на острове, на котором живут только правдолюбцы и лжецы, и хочет выяснить, кем является местный житель. Предложите хотя бы один вопрос, который путешественник должен задать жителю, чтобы определить, является ли он правдолюбцем или лжецом.

Задача № 19

Трое жителей острова: А, В и С находились в саду, когда проходивший мимо незнакомец спросил у А, является ли он правдолюбцем или лжецом, но А ответил нечетко, и незнакомец не смог разобрать его слова. Затем незнакомец спросил у В, что сказал А, на что В ответил, что А сказал, что он (А) является лжецом. Следующим в разговор вмешался С и заявил, что В лжет. Определите, кто из В и С является правдолюбцем, а кто лжецом.

Уроки № 5, 6. Принцип Дирихле (2 часа). Принцип Дирихле, который назван в честь его автора – немецкого ученого Петера Лежена Дирихле (1805-1859), может быть сформулирован следующим образом: если разложить больше чем n предметов по n ящикам, то найдется хотя бы один ящик, в котором находится более одного предмета. В шуточной форме этот принцип может быть сформулирован так: если рассадить больше чем n зайцев по n клеткам, то хотя бы в одной клетке будет более одного зайца.

В условии простой и шуточной задачи говорится о том, что невозможно разместить семерых зайцев в трех клетках таким образом, чтобы в каждой клетке было не больше двух зайцев. Очевидно, что если в каждой клетке будет не больше двух зайцев, то общее число зайцев не превысит $2 \times 3 = 6$, что противоречит заданному количеству зайцев. Чтобы решить эту задачу, нужно выбрать подходящих «зайцев» и разместить их в соответствующих «клетках».

Задача № 1

Необходимо доказать, что среди 35 учеников класса обязательно найдутся два, у которых первая буква фамилии совпадает.

Решение: есть 33 «ящика», соответствующих буквам русского алфавита, и 35 «предметов», соответствующих ученикам в классе. По принципу Дирихле, существует как минимум один ящик, в котором находится более одного предмета, что означает, что есть как минимум два ученика, фамилии которых начинаются с одной и той же буквы. Некоторые буквы могут быть исключены, но если число различных первых букв фамилий меньше 33, то утверждение задачи тем более будет верным.

Задача № 2

Ботинки и носки.

1. Сколько носков из шкафа необходимо взять, чтобы гарантированно составить пару одного цвета? В шкафу 24 черных и 24 синих носков.

2. Сколько минимально носков необходимо взять, чтобы гарантированно иметь пару носков одного черного цвета?

3. Как изменится способ решения задачи, если в ящике находится 12 пар черных и 12 пар синих ботинок, а не носков, как в предыдущих вариантах? Обратим внимание на то, что ботинки могут быть левыми и правыми, что может повлиять на решение задачи.

Решение:

1) при выборе двух носков возможны различные цветовые комбинации, что делает невозможным составление пары из них. Однако,

если взять три носка, то гарантированно найдутся два носка одного цвета;

2) при выборе 25 носков, из них может оказаться 24 синих, что делает невозможным составление пары чёрных носков. Однако, если взять 26 носков, то среди них синих носков не может быть больше 24, поэтому обязательно найдутся два чёрных носка;

3) при взятии 24 ботинок возможно, что все они окажутся левыми, и невозможно будет составить пары. Если мы разделим воображаемо все 48 ботинок на пары, получим 24 пары. Однако, если возьмём 25 ботинок, то как минимум два из них точно будут одной пары. Если мы возьмём 36 ботинок, то 24 из них могут быть синими, а оставшиеся 12 — чёрными левыми, что делает невозможным составление чёрной пары. Однако, если возьмём 37 ботинок, то как минимум 13 из них будут чёрными, что означает, что точно будет хотя бы один чёрный левый и хотя бы один чёрный правый ботинок.

Задача № 3

Какое минимальное количество учеников должно быть в школе, чтобы гарантированно среди них были хотя бы двое, у которых день и месяц рождения совпадают?

Задача № 4

Можно ли найти два одинаковых четырехзначных натуральных числа, составленных из цифр 1, 2, 3 и 4, если имеется 25 различных таких чисел?

Задача № 5

Дан класс из 30 человек, и известно, что Саша Иванов сделал в диктанте 13 ошибок, а все остальные ученики класса сделали меньше ошибок, чем он. Требуется доказать, что как минимум три ученика в классе сделали одинаковое количество ошибок (возможно, ни одной).

Задача № 6

Среди 10 школьников, которые решили 35 задач на олимпиаде, были те, кто решил 1, 2 или 3 задачи. Необходимо доказать, что среди них есть хотя бы один школьник, который решил не менее 5 задач.

Задача № 7

В классе 41 ученик написал по три контрольных работы, и каждый ученик получил различные отметки, но ни у кого не было неудовлетворительной оценки. Один ученик заметил, что по крайней мере 7 человек получили одинаковые отметки по всем трём контрольным, а другой ученик предположил, что таких учеников будет 8. Нужно определить, кто из них прав.

Задача № 8

Докажите, что в финальном матче школьного чемпионата по баскетболу как минимум два игрока из команды 5А забили одинаковое количество мячей, если эта команда состоит из 5 игроков, а всего она забила 9 мячей.

Задача № 9

Докажите, что среди 38 человек, учащихся в классе, найдутся четверо, которые родились в один и тот же месяц.

Задача № 10

Докажите, что в 25 ящиках с тремя разными сортами яблок (каждый ящик содержит яблоки только одного сорта), как минимум 9 ящиков содержат яблоки одного и того же сорта.

Задача № 11

Какое минимальное количество шариков нужно взять из мешка, чтобы гарантированно было хотя бы два шарика одного цвета, если в мешке находится некоторое количество шариков черного и белого цвета.

Задача № 12

Необходимо доказать, что какому-то из пятерых молодых рабочих придется отложить покупку магнитофона за 320 рублей до получения следующей зарплаты. Ведь известно, что на всех в сумме они получили зарплату в 1500 рублей.

Задача № 13

Можно ли утверждать, что среди 25 «медных» монет (монет достоинством 1, 2, 3, 5 коп.) обязательно найдутся 7 монет одного достоинства?

Задача № 14

Можно ли утверждать, что среди 20 туристов, которые отправились в поход, есть хотя бы двое, родившихся в один и тот же год? Самый старший турист в походе имеет возраст 35 лет, а самый молодой – 20 лет.

Задача № 15

Можно ли распределить 44 шарика по 9 кучкам так, чтобы количество шариков в каждой кучке было уникальным?

Задача № 16

В ящике есть набор карандашей различных цветов: 10 красных, 8 синих, 8 зелёных и 4 жёлтых. Мы выбираем карандаши наугад из ящика, не видя, каким именно они цветом.

1. Какое минимальное количество карандашей нужно вынуть из коробки, чтобы в ней точно было не менее 4 карандашей одного цвета?
2. Какое минимальное количество карандашей нужно вынуть из коробки, чтобы иметь хотя бы по одному карандашу каждого цвета?
3. Какое минимальное количество карандашей нужно вынуть из коробки, чтобы в ней точно было не менее 6 синих карандашей?

Приведите примеры, показывающие, что вы не можете взять меньше.

Задача № 17

Необходимо доказать, что из 21 человека, которые собрали 200 орехов, найдутся два человека, которые собрали одинаковое количество орехов.

Задача № 18

Вечерняя Математическая Школа проводит занятия в девяти аудиториях. Кроме всех прочих, на эти занятия приходят 19 учеников из одной и той же школы.

1. Докажите, что невозможно пересадить школьников из одной школы по аудиториям таким образом, чтобы ни в одной из аудиторий не оказалось не меньше трех из этих школьников.

2. Можно ли утверждать, что в одной из девяти аудиторий обязательно присутствуют ровно три ученика из одной и той же школы?

Урок № 7. Задачи со спичками (1 час). Перед вами стоит задача переставить одну или несколько спичек таким образом, чтобы выполнить поставленное условие. Однако, часто правильное решение не так легко найти. Для этого необходимо проявить настойчивость, внимание и креативность. В первую очередь необходимо внимательно прочитать условие задачи, понять, что от вас требуется, и обратить внимание на возможные подсказки. Также стоит искать нестандартные решения, не спешить и искать ответ последовательно, перебирая возможные варианты. Важно также смотреть на фигуры шире, обратив внимание на то, что несколько маленьких фигур могут образовывать одну большую.

Существует несколько общих правил, которые могут помочь вам найти правильный ответ при решении спичечных головоломок:

– *тщательно изучите поставленную задачу*, обращая внимание на отсутствие ошибок, двусмысленности формулировок и подвохов. Прежде чем приступить к решению, убедитесь, что вы понимаете, что от вас требуется выполнить. Не забывайте, что иногда в условии задачи можно найти полезные подсказки;

– *многие головоломки и задачи требуют применения логики и изобретательности*, так что необходимо быть готовым искать необычные решения, которые могут потребовать времени. Важно знать, что спички могут быть наложены друг на друга, перемещаться в любом направлении и даже переворачиваться, если условие этого не запрещает;

– *рассмотрите фигуры внимательно и шире*. Часто задачи требуют от вас переместить спички таким образом, чтобы получилось заданное количество геометрических фигур (например, треугольников или квадратов).

Учтите, что несколько маленьких фигур могут образовывать одну большую. Например, четыре квадрата, расположенные в два ряда, могут образовывать 5 квадратов – 4 маленьких и один большой;

– *стремитесь сохранять спокойствие и не спешите при решении задания.* Разбирайтесь с задачей постепенно и последовательно, тщательно перебирая возможные варианты, чтобы не упустить правильный ответ. Не стоит стремиться к быстрым решениям, которые могут привести к пропуску важных деталей и ответам, которые могут быть найдены всего за один шаг.

Задача № 1

Вам необходимо изменить положение только одной спички в арифметическом примере на рисунке 7, составленном из спичек, чтобы получить верное равенство. Возможно, вам придется изменить цифры или знаки операций, чтобы найти правильное решение.

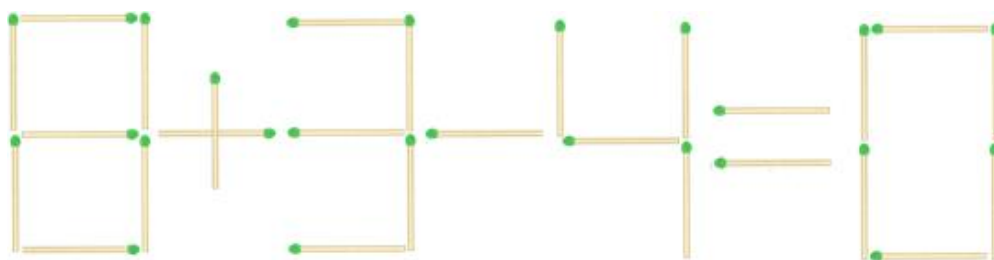


Рисунок 7 – Задача № 1

Решение: ответ на эту классическую математическую спичечную головоломку можно получить несколькими способами. Основная идея заключается в перемещении спичек таким образом, чтобы образовались другие цифры.

Первый способ: переместите нижнюю левую спичку из цифры «8» в середину нуля. Таким образом получается выражение: $9 + 3 - 4 = 8$.

Второй способ: уберите правую верхнюю спичку из цифры «8» и поместите ее на верх четверки. Теперь получаем верное равенство: $6 + 3 - 9 = 0$.

Третий способ: поверните горизонтальную спичку в цифре «4» вертикально и переместите ее в нижний левый угол четверки. Таким образом получаем выражение: $8 + 3 - 11 = 0$.

Существуют и другие творческие способы решения этой задачи, например, с модификацией знака равенства: $0 + 3 - 4 \neq 0$, $8 + 3 - 4 > 0$. Однако, в таких случаях нарушается условие задачи.

Задача № 2

Требуется переместить три спички таким образом, чтобы рыба поменяла направление движения и «поплыла» в противоположную сторону. То есть, необходимо повернуть рыбу на 180 градусов в горизонтальной плоскости (рисунок 8).

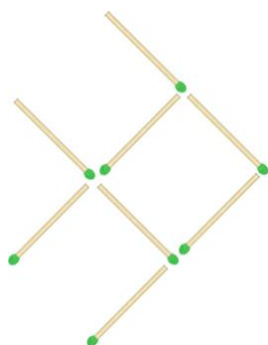


Рисунок 8 – Задача № 2

Решение: чтобы решить задачу, мы будем перемещать спички, которые составляют нижнюю часть хвоста и туловища, а также нижний плавник нашей рыбы. Мы переместим 2 спички вверх и одну вправо, согласно схеме. В результате рыбка будет плыть влево, а не вправо (рисунок 9).

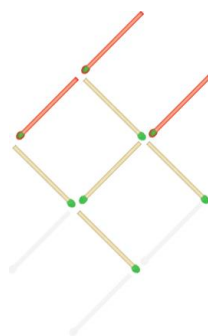


Рисунок 9 – Решение задачи № 2

Задача № 3

Необходимо переместить 4 спички в форме ключа (рисунок 10), чтобы получить три квадрата. В исходной форме есть 10 спичек.

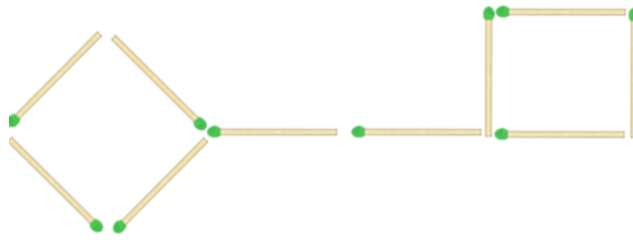


Рисунок 10 – Задача № 3

Задача № 4

Требуется переставить 3 спички таким образом, чтобы образовалось ровно 3 квадрата (рисунок 11).

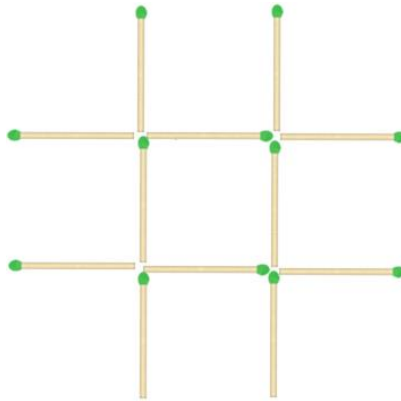


Рисунок 11 – Задача № 4

Задача № 5

Необходимо переместить две спички из формы бокала, составленной из четырех спичек, так, чтобы вишня, которая находится внутри бокала, оказалась снаружи. При этом можно двигать бокал в пространстве, но его форма должна оставаться той же (рисунок 12).

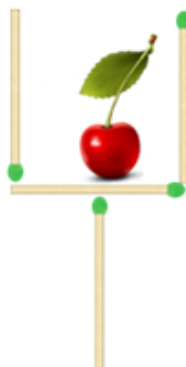


Рисунок 12 – Задача № 5

Задача № 6

Имеется 24 спички, образующие 9 квадратов. Необходимо убрать 8 спичек, чтобы остались только 2 квадрата, не трогая остальные спички (рисунок 13).

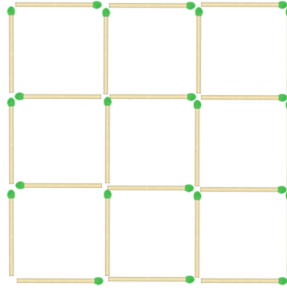


Рисунок 13 – Задача № 6

Задача № 7

Требуется расположить 6 спичек таким образом, чтобы каждая из них соприкасалась с каждой из оставшихся пяти (рисунок 14).



Рисунок 14 – Задача № 7

Задача № 8. Измените расположение 2 спичек, чтобы получить 7 квадратов (рисунок 15).

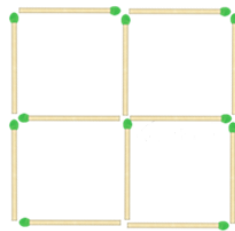


Рисунок 15 – Задача № 8

Задача № 9 (повышенная сложность). Измените расположение одной спички таким образом, чтобы количество треугольников уменьшилось до 1 (рисунок 16).

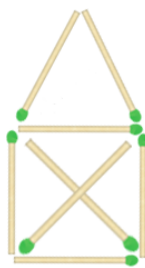


Рисунок 16 – Задача № 9

Решение: для решения данной головоломки необходимо применить нестандартный подход. Чтобы достичь поставленной цели, мы должны быть немного изобретательными (использовать наше креативное мышление). Наша задача – избавиться от креста в центре. Для этого возьмем нижнюю спичку креста так, чтобы она одновременно подняла и верхнюю. Затем повернем крест на 45 градусов, чтобы в центре образовались квадраты, а не треугольники, как раньше (рисунок 17).

Строго стоит отметить, что решение этой головоломки может быть сложным, если попытаться сделать это в онлайн-формате на компьютере. Однако, если взять реальные спички, головоломка становится гораздо проще для разгадывания.

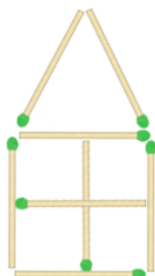


Рисунок 17 – Решение задачи № 9

Уроки № 8, 9. Задачи на взвешивание (2 часа). Задачи на взвешивание требуют определения некоторого факта (например, выделения фальшивой монеты) путем использования рычажных весов без циферблата. Обычно в качестве взвешиваемых объектов используются монеты или гири известной массы. Часто задачи требуют определения минимального числа взвешиваний для достижения цели или алгоритма для достижения этой цели за определенное количество взвешиваний. Метод решения таких задач основывается на сравнении не только отдельных элементов, но и групп

элементов между собой. Для решения задач на взвешивание необходимо использовать метод рассуждений. Вопрос о возможности установления факта за определенное количество взвешиваний реже встречается, так как в большинстве случаев задача сводится к построению алгоритма.

Задача № 1

Какое наименьшее количество взвешиваний на правильных чашечных весах без гирь требуется, чтобы определить, легче или тяжелее фальшивая монета, среди 18 монет, одна из которых фальшивая, при условии, что настоящие монеты имеют одинаковый вес, а фальшивая монета отличается от настоящих монет по массе?

Решение: первым шагом разделим множество монет на три группы, содержащие по 3 монеты в каждой. В первом взвешивании положим на одну чашку весов монеты первой группы, на другую – монеты второй группы. Существует два возможных исхода:

1-ый случай:

Весы находятся в равновесии, что указывает на то, что фальшивая монета находится в третьей кучке. Далее проводится второе взвешивание: первую кучку монет кладут на одну чашку весов, а третью на другую. Если третья кучка перетянет чашу весов, то фальшивая монета тяжелее настоящих монет.

2-ой случай:

Если при первом взвешивании весы оказались в неравновесии, то фальшивая монета может находиться либо в первой, либо во второй кучке. В этом случае все монеты в третьей кучке являются настоящими. Далее, положим на одну чашку весов первую кучку монет, на другую – третью. Если весы оказались в неравновесии, то фальшивая монета находится в первой кучке, и последнее взвешивание покажет, легче она или тяжелее настоящей. Если же весы оказались в равновесии, то фальшивая монета находится во второй кучке, и также можно определить, легче она или тяжелее настоящей по первому взвешиванию.

Ответ: за 2 взвешивания.

Задача № 2

С помощью чашечных весов без гирь и четырех одинаковых монет нужно определить фальшивую монету. Неизвестно, легче она настоящих или тяжелее (одинаковые монеты одного веса). Сколько взвешиваний нужно сделать, чтобы определить фальшивую монету?

Решение: Можно взвесить две монеты на чашечных весах и проанализировать результат:

– *если весы сбалансированы, то обе монеты настоящие.* Снимаем одну монету и заменяем ее на любую другую монету. Если весы остаются сбалансированными, то невзвешенная монета фальшивая;

– *если весы не сбалансированы, то заменяем одну из монет на любую из оставшихся* (которые, очевидно, являются настоящими) и наблюдаем за изменением положения весов. Если положение чаш не изменилось, то находившаяся на весах монета является фальшивой. Если же весы пришли в равновесие после замены монеты, то фальшивая монета была только что убрана с весов.

– *можно построить дерево возможных вариантов решения задачи* или, например, Таблицу 9.

Таблица 9 – Взвешивание двух монет

1 взвешивание			
Весы показывают, что вес монет отличается.		Весы показывают, что вес монет одинаковый. (Равновесие)	
Значит фальшивая монета лежит на весах. На столе все монеты настоящие. Снимаем с чаши весов любую монету, и на ее место кладем одну из оставшихся.		Значит фальшивая монета осталась на столе. Снимаем с чаши весов любую монету, и на ее место кладем одну из оставшихся.	
2 взвешивание			
Весы показывают, что вес монет отличается.	Равновесие	Весы показывают, что вес монет отличается	Равновесие
Значит монета, которую мы оставили на весах с первого взвешивания – фальшивая.	Значит монета, которую мы только что сняли была фальшивая	Значит фальшивая та, которую положили на весы последней.	Значит фальшивая та, которая еще не взвешивалась.

Ответ: 2 взвешивания.

Задача № 3

Как с помощью четырех пакетов разной массы и правильных чашечных весов без гирь сделать не более пяти взвешиваний, чтобы расположить пакеты в порядке возрастания массы?

Задача № 4

Можно ли упорядочить три пакета разной массы с помощью двух взвешиваний на чашечных весах без гирь? Всегда ли это возможно?

Задача № 5

Как произвести взвешивание груза на неправильных чашечных весах с помощью правильных гирь?

Задача № 6

К Вашему распоряжению имеются 8 монет, из которых одна является фальшивой и легче настоящей. Вам нужно определить эту фальшивую монету с помощью только двух взвешиваний на лабораторных весах, которые дают информацию только о том, какая монета тяжелее или легче.

Задача № 7

Каким образом можно определить одну фальшивую (более легкую) монету из 20 монет, используя только три взвешивания на чашечных весах без гирь?

Задача № 8

1. Среди 25 деталей одна бракованная, которая отличается по массе от стандартных. Сколько минимальных взвешиваний на правильных чашечных весах без гирь необходимо выполнить, чтобы определить, легче или тяжелее бракованная деталь, чем стандартная?

2. Среди 14 деталей одна бракованная, которая отличается по массе от стандартных. Сколько минимальных взвешиваний на правильных чашечных весах без гирь необходимо выполнить, чтобы определить, легче или тяжелее бракованная деталь, чем стандартная?

Задача № 9

Как за 4 взвешивания на чашечных весах без гирь найти две фальшивые монеты, которые весят меньше настоящих, среди 12 монет?

Задача № 10

Необходимо найти две фальшивые монеты, которые равны по весу и легче настоящих, с помощью двух взвешиваний из четырех имеющихся монет.

Задача № 11

Требуется найти две фальшивые монеты среди 7 монет, которые равны по весу и легче настоящих. Необходимо выполнить данную задачу с помощью трех взвешиваний на чашечных весах без гирь.

Задача № 12

Из 101 одинаковой по виду монеты одна является фальшивой и отличается по весу. Нужно определить, легче или тяжелее фальшивая монета, используя только чашечные весы без гирь, сделав это за два взвешивания.

Задача № 13

Необходимо определить, является ли фальшивая монета тяжелее или легче настоящих, сделав не более двух взвешиваний на чашечных весах без гирь из 15 одинаковых монет, среди которых находится одна фальшивая, но неизвестно, какая именно.

Задача № 14

Какое минимальное количество взвешиваний на чашечных весах без гирь необходимо для определения одной бракованной гирьки, если имеется 24 одинаковых с виду 100-граммовых гирьки и чашечные весы?

Задача № 15

У вас есть 26 бриллиантов, и один из них природный, а остальные являются копиями. Массы всех искусственных бриллиантов одинаковы, а масса природного немного меньше. Что нужно сделать для того, чтобы

найти природный бриллиант за три взвешивания на чашечных весах без гирь?

Задача № 16

Нужно отсортировать четыре арбуза по возрастанию массы, используя чашечные весы без гирь, и при этом не превысить лимит в пять взвешиваний.

Задача № 17

С помощью чашечных весов и 9 монет, одна из которых фальшивая и отличается от настоящих по весу, необходимо определить, является ли фальшивая монета легче или тяжелее настоящих монет. Сколько взвешиваний потребуется для этого?

Уроки № 10, 11. Задачи на переливания (2 часа)

Есть два типа задач на переливание:

1. «Водолей» – в них нужно получить заданное количество жидкости из бесконечного источника, используя несколько пустых емкостей. Воду можно наливать и выливать в источник.

2. «Переливашка» – в них нужно разделить жидкость в большей емкости на несколько меньших емкостей, используя только переливание жидкости из одной емкости в другую.

Задачи этого класса могут быть решены простым перебором возможных вариантов, но такой метод не является оптимальным и не позволяет выработать общий подход к решению подобных задач. Более систематический подход к решению задач на переливание заключается в использовании определенной последовательности действий.

В задачах на переливание допустимы следующие действия:

- наполнение одного из сосудов жидкостью до краев;
- переливание жидкости из одного сосуда в другой или выливание жидкости из сосуда.

При решении таких задач необходимо учитывать следующие моменты:

– в сосуд можно налить только столько жидкости, сколько туда вмещается;

– разрешается переливать всю жидкость из одного сосуда в другой, если второй сосуд может вместить всю жидкость;

– можно перелить из одного сосуда в другой только столько жидкости, сколько необходимо, чтобы второй сосуд стал полным.

Для решения каждой задачи на переливание доступны два подхода:

- 1) начинать переливание с более крупного сосуда;
- 2) начинать переливание с меньшего сосуда. Выбор между этими способами зависит от условий задачи и не может быть определен заранее.

Можно использовать следующий алгоритм для решения задач первого типа («Водолей»):

1. Наполнить большую емкость из бесконечного источника.
2. Переливать жидкость из большей емкости в меньшую емкость до тех пор, пока меньшая емкость не станет полной или большая емкость не опустеет.
3. Если меньшая емкость полная, вылить жидкость из нее.
4. Если большая емкость опустела, наполнить ее заново.
5. Повторять действия 2-4 до тех пор, пока не будет получено требуемое количество жидкости, или пока не будет достигнуто ограничение на количество операций.

При решении задач второго типа («Переливашка») возможно использовать следующий алгоритм:

1. Из большей емкости перелить жидкость в одну из меньших емкостей.
2. Перелить жидкость из меньшей емкости в другую меньшую емкость или в большую емкость.
3. Повторять действия 1-2 до тех пор, пока не будет получено обозначенное в условии задачи количество жидкости. Важно учитывать, что для решения задач этого типа может потребоваться использовать несколько

промежуточных емкостей, и выбор начальной емкости для переливания может влиять на эффективность решения задачи.

Задача № 1

Бэтмен и Человек-Паук хотели определить, кто из них является главным супергероем, но не смогли это сделать с помощью физических соревнований. Они обратились за помощью к мудрецу, который сказал, что самый главный супергерой – это не тот, кто сильнее, а тот, кто более сообразительный. Мудрец предложил им задачу: есть два сосуда объемом 8 л и 5 л, источник воды и необходимо налить 7 л живой воды. Помогите героям решить эту задачу.

Решение: чтобы получить 7 литров воды, необходимо добавить 2 литра к 5 литрам. Как это сделать? Нужно отлить 3 литра из 5-литрового сосуда. А как это осуществить? Сначала перелить из 5-литрового сосуда в 8-литровый 5 литров, затем еще 3 литра. Другой способ оформления решения этой задачи: составление таблицы. Таблица 10 демонстрирует процесс решения задачи.

Таблица 10 – Решение задачи «Бэтмен и Человек-Паук»

Ходы	1	2	3	4	5	6	7
8 л	–	5	5	8	–	2	7
5 л	5	–	5	2	2	5	–

Задача № 2

Как можно использовать три бидона объемом 14 л, 9 л и 5 л, чтобы разделить имеющиеся 14 литров арбузного сока на две равные части?

Решение: составим Таблицу 11, наглядно демонстрирующую все наши переливания.

Таблица 11 – Решение задачи №2

Ходы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
14 л	14	9	9	4	4	13	13	8	8	3	3	12	12	7	7
9 л	0	0	5	5	9	0	1	1	6	6	9	0	2	2	7
5 л	0	5	0	5	1	1	0	5	0	5	2	2	0	5	0

Задача № 3

Как получить 4 литра воды, используя два пустых ведра объемом пять литров и семь литров, кран для заполнения водой и раковину для слива воды?

Задача № 4

Как с помощью пустого пятилитрового бидона и девятилитрового ведра, можно точно налить три литра кваса из бочки?

Задача № 5

Можно ли, используя два пустых ведра объемом 12 литров и 9 литров, взять ровно 4 литра воды из реки?

Задача № 6

Каким образом можно использовать два пустых бидона емкостью 17 л и 5 л, чтобы точно измерить 13 л молока в молочной цистерне?

Задача № 7

Как с помощью водопроводного крана и раковины, а также двух пустых ведер объемом 12 л и 7 л, налить ровно 1 л воды?

Задача № 8

Как, используя пустые девятилитровое ведро и пятилитровый бидон, отлить ровно 6 л молока из бидона, в котором находится не менее 10 л молока?

Задача № 9

Как с помощью двух пустых девятиведерных и пятиведерного бидонов отлить ровно 8 ведер бензина из бочки, в которой находится не менее 13 ведер бензина?

Задача № 10

В бидоне находится 18 л оливкового масла. Каким образом можно, используя два пустых ведра объемом по 7 л и черпак объемом 4 л, налить по 6 л масла в каждое ведро?

Задача № 11

Как можно использовать два пустых бидона – один объемом в 3 литра и другой – в 5 литров, чтобы из 8-литрового ведра, полного газировки, отлить 4 литра?

Задача № 12

Каким образом можно использовать два пустых бидона – трехлитровый и пятилитровый, чтобы набрать ровно 1 литр воды из реки?

Задача № 13

Как с помощью двух сосудов емкостью 5 и 9 литров можно точно отмерить 1 литр воды из водопроводного крана для разведения картофельного пюре быстрого приготовления «Экспресс-картошка»?

Задача № 14

Как Фаренгольт может получить две порции по 6 миллилитров серной кислоты из 12 миллилитров, если будет использовать только две нерастворимые мензурки объемом 5 и 7 миллилитров? (Учитывайте, что кислота растворяет любую другую посуду в лаборатории.)

Задача № 15

Как алхимику Феогностику отмерить 4 слезинки Феникса из 8 собранных в одном сосуде, используя два пустых флакона объемом 2 и 3 слезинки и ограничившись тремя переливаниями, прежде чем редкое вещество испарится?

Задача № 16

Как можно с помощью одной 5-литровой фляги и одной 3-литровой банки получить 4 литра воды во фляге для марш-броска по пустыне, если больше взять с собой воды нет возможности?

Задача № 17

Как с помощью двух кувшинов емкостью 5 и 9 л можно набрать 7 литров воды из источника?

Задача № 18

С помощью двух сосудов объемом 7 и 11 литров и крана с водой необходимо отмерить 2 литра. Какое минимальное количество переливаний потребуется?

Задача № 19

Каким образом можно отлить ровно 6 пинт рома, используя два пустых сосуда объемом 8 пинт и 5 пинт, если в бочонке находится 12 пинт рома, и нужно отмерить половину от объема? (Пинта – это устаревшая мера объема, которая использовалась во Франции. Она равна примерно 0,568 литра.)

Урок № 12. Танграм (1 час). Танграм – это древняя китайская игра-головоломка, которая появилась 4000 лет назад и имеет более 7000 различных комбинаций. Она представляет собой одну из множества игр, основанных на решении логических геометрических задач, связанных с разрезанием исходных фигур на определенное число элементов (танов), которые затем нужно сложить в определенную форму. Различие в комбинации базовых элементов приводит к созданию целого класса головоломок, включая как плоские, так и объемные фигуры.

Танграм – это квадрат, разрезанный на семь частей определенным образом, как показано на рисунке 18.

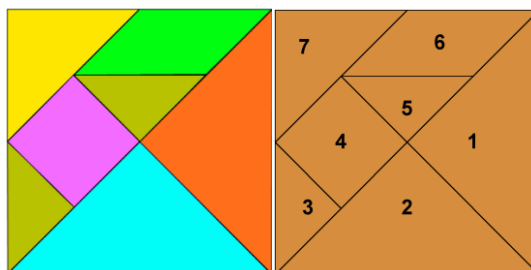


Рисунок 18 – Танграм

Игра заключается в том, чтобы собирать на плоскости различные геометрические фигуры из одинаковых элементов. Важно отметить, что все фигуры, которые собираются, должны иметь равную площадь, так как они состоят из одинаковых элементов.

Отсюда можно сделать следующие выводы:

1. Для того чтобы собрать фигуру, необходимо использовать все 7 элементов.

2. При создании фигуры элементы должны быть размещены в одной плоскости, чтобы не перекрываться друг с другом.

3. Элементы фигуры должны быть расположены рядом друг с другом без промежутков.

Задачи данной темы для удобства мы поместили в Приложение Б.

В качестве поддержки элективного курса мы разработали онлайн-ресурс, посвященный решению задач логического характера. Наш сайт предлагает широкий спектр материалов, включающих теоретические обзоры, контрольные проверки знаний и разнообразные задания, связанные с данной темой. Особое внимание уделяется интерактивным заданиям, которые помогают обучающимся углубить свои знания и навыки в области решения логических задач.

Для разработки нашего сайта мы выбрали платформу WordPress, которая является бесплатным программным обеспечением с возможностью расширения функционала за дополнительную плату. WordPress предоставляет удобный интерфейс и блочную конструкцию, что делает процесс создания сайта простым и доступным даже для пользователей без специальных навыков веб-разработки. Основанный на языке PHP и использующий MySQL для хранения данных, WordPress широко применяется в образовательных учреждениях в качестве платформы для создания и управления сайтами.

Наш обучающий электронный ресурс доступен по следующему адресу: <http://v9518069.beget.tech/>.

Здесь учителя найдут полезные материалы для разнообразия своих уроков и организации самостоятельной работы учащихся, а обучающиеся смогут углубить свои знания и навыки в решении задач логического характера.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение, результаты нашего исследования подтверждают, что логические задачи являются эффективным инструментом для развития познавательных универсальных учебных действий во внеурочной деятельности. Использование таких задач способствует активному мыслительному процессу, стимулирует логическое мышление, аналитические и проблемно-поисковые навыки учащихся.

На основе нашего исследования можно сделать вывод, что интеграция логических задач во внеурочную деятельность дополняет и обогащает учебный процесс, способствуя развитию творческого мышления и критического мышления учащихся. Более того, такой подход позволяет активизировать интерес к предмету и повысить мотивацию учащихся к самостоятельному поиску решений.

Рекомендуется включать логические задачи в учебные программы и планы внеурочной деятельности, чтобы обеспечить систематическую и последовательную работу над развитием познавательных универсальных учебных действий. Это способствует формированию учащихся как активных и компетентных обучающихся, способных успешно справляться с различными когнитивными задачами и проблемами.

Дальнейшие исследования в этой области могут быть направлены на разработку и апробацию различных методических подходов и стратегий работы с логическими задачами, а также на оценку их эффективности в контексте развития познавательных универсальных учебных действий учащихся.

В заключение, наше исследование позволяет сделать следующие выводы. Во-первых, логические задачи являются эффективным инструментом для развития критического мышления, аналитических навыков и умения применять логику в решении проблем. Они способствуют

формированию у учащихся навыков анализа, синтеза, оценки информации и принятия обоснованных решений.

Во-вторых, внеурочная деятельность является подходящей площадкой для использования логических задач, так как она предоставляет учащимся больше свободы и возможности для самостоятельного исследования. Участие в логических задачах способствует развитию творческого мышления, умению работать в команде, поиску альтернативных решений и преодолению трудностей.

Наконец, важно отметить, что логические задачи могут быть адаптированы к разным уровням сложности и предметным областям, что позволяет их использование в различных контекстах обучения. Они могут стать не только инструментом развития когнитивных навыков, но и способом привлечения интереса учащихся к изучаемым предметам.

Рекомендуется включать логические задачи в учебные программы и организовывать регулярные занятия по их решению во внеурочной деятельности. Это позволит обогатить образовательный процесс, повысить мотивацию учащихся и развить их универсальные учебные действия. Дальнейшие исследования в этой области могут быть направлены на изучение долгосрочного влияния работы с логическими задачами на развитие учащихся и на разработку более дифференцированных и инновационных подходов к использованию логических задач в образовательной практике.

В процессе выполнения выпускной квалификационной работы все поставленные задачи были выполнены, а цель достигнута.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Inter-ПЕДАГОГИКА для учителей и родителей : [сайт]. – URL: <http://www.inter-pedagogika.ru/> (дата обращения: 21.02.2023)
2. **Анфимова, Т. Б.** Математика: внеурочные занятия 5-6 классы / Т. Б. Анфимова. – Москва : Издательский центр «Илекса», 2012. – 125 с.
3. **Асмолов, А. Г.** Как проектировать универсальные учебные действия в средней школе: от действия к мысли: пособие для учителя / А. Г. Асмолов. – Москва : Просвещение, 2010. – 152 с.
4. **Асмолов, А. Г.** Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / А. Г. Асмолов. – Москва : Просвещение, 2010. – 159 с.
5. **Боженкова, Л. И.** Универсальные учебные действия и цели обучения математике / Л. И. Боженкова, С. П. Беребердина // Стандарты и мониторинг в образовании. – 2012. – №1(82). – С. 46–51.
6. **Гончарова, Л. В.** Предметные недели в школе / составитель Л. В. Гончарова. – Волгоград : Издательство «Учитель», 2001. – 136 с.
7. **Далингер, В. А.** Логические универсальные учебные действия и их формирование у учащихся 5-6 классов при обучении математике / В. А. Далингер // Международный журнал экспериментального образования. – 2017. – № 1. – С. 109–114.
8. **Дорофеев, Г. В.** Математика, 6 класс / Г. В. Дорофеев, Л. Г. Петерсон. – Москва : Издательство «Ювента», 2010. – 176 с. – ISBN 978-5-85429-305-1.
9. **Красс Э. Ю.** Нестандартные задачи по математике в 5-6 классах / Э. Ю. Красс, Г. Г. Левитас. – Москва : Илекса, 2017. – 64 с.
10. **Мерзляк, А. Г.** Математика, 5 класс / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – Москва : Вентана-Граф, 2017. – 311 с.
11. **Мерзляк, А. Г.** Математика, 6 класс / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – Москва : Вентана-Граф, 2017. – 307 с.

12. **Мочалов, Л. П.** Головоломки / Л. П. Мочалов. – Санкт-Петербург : Терра, 2008. – 144 с.
13. **Нагибин, Ф. Ф.** Математическая шкатулка : пособие для учащихся / Ф. Ф. Нагибин. – Москва : Просвещение, 1988. – 160 с.
14. **Нагибин, Ф. Ф.** Математическая шкатулка. / Ф. Ф. Нагибин. – Москва : Просвещение, 1981. – 160 с.
15. Математика, 5 класс / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. – Москва : Просвещение, 2020. – 272 с.
16. Математика, 6 класс / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. – Москва : Просвещение, 2020. – 256 с.
17. **Перельман, Я. И.** Занимательная алгебра, веселые задачи: простые, но каверзные / Я. И. Перельман. – Москва : АСТ, 2007. – 200 с.
18. **Перельман, Я. И.** Занимательная арифметика и математика / Я. И. Перельман. – Москва : Издательство «Э», 2017. – 320 с.
19. **Сефибеков, С. Р.** Внеклассная работа по математике / С. Р. Сефибеков. – Москва : Просвещение, 1988. – 572 с.
20. **Спивак, А. В.** Тысяча и одна задача по математике / А. В. Спивак. – Москва : Просвещение, 2002. – 208 с.
21. **Фарков, А. В.** Внеклассная работа по математике, 5-11 классы : учебное пособие для школьников и учителей / А. В. Фарков. – Москва : Айрис-пресс, 2007. – 130 с.
22. **Шарыгин, И. Ф.** Задачи на смекалку, 5-6 класс : учебное пособие для общеобразовательных организаций / И. Ф. Шарыгин, А. В. Шевкин. – Москва : Просвещение, 2017. – 95 с.
23. **Шуба, М.Ю.** Занимательные задания в обучении математике / М. Ю. Шуба. – Москва : Просвещение, 1994. – 222 с.
24. **Щербакова, Ю. В.** Занимательная математика на уроках и внеклассных мероприятиях / Ю.В. Щербакова, И.Ю. Гераськина. – Москва : Глобус, 2010. – 240 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Задания к заключительному уроку

Последний урок разработанного нами элективного курса будет проходить в формате соревнования, назовем его: «Логический турнир». Класс разделится на несколько групп. Каждой группе будут даны задания, представленные ниже и на выполнение каждого задания будет выделено определенное количество времени. Все команды должны коллективно решить все задачи и сдать свои решения. Далее будут подведены итоги и награждены победители.

Задание 1

Не всем детям разрешают завести дома настоящее животное. Поэтому Профессор изобрел механических хомячков. Хомячки разного окраса: чёрный, рыжий и пятнистый. Профессор назвал их Уголек, Рыжик и Пятнышко. Но цвет хомячка и имя не совпадают! Как зовут хомячков, если самый темный из них пятнышко (рисунок А.1.)



Рисунок А.1 – Хомяки

Варианты ответов:

1. Пятнышко, Рыжик, Уголёк.
2. Пятнышко, Уголёк, Рыжик.
3. Уголёк, Рыжик, Пятнышко.

Задание 2

Каждой из четырех девочек подарили новую куклу. У Леры и Рады куклы с голубыми волосами, а у Дины и Стаси – со светлыми. У Рады и Стаси куклы в платьях, а у Леры и Дины – в юбках и блузках. Определи хозяйку каждой куклы, изображенной на рисунке А.2.



Рисунок А.2 – Куклы

Варианты ответов:

1. Дина, Рада, Стася, Лера.
2. Лера, Рада, Стася, Дина.
3. Стася, Рада, Дина, Лера.

Задание 3

Что лжец ответит в городе правдолюбцев на вопрос «Вы местный»? (в ответе запишите «да» или «нет»)

Задание 4

Что лжец ответит в городе лжецов на вопрос «Вы местный»? (в ответе запишите «да» или «нет»)

Задание 5

Турист, прогуливаясь по городу правдолюбцев и лжецов, встретил человека, который сказал про себя: «Я – лжец». Кем был человек, которого встретил турист?

Варианты ответов:

1. Человек был правдолюбцем.
2. Человек не был местным жителем.
3. Человек был лжецом.
4. Человек был хитрецом.

Задание 6

Выбери только те действия, которые нужно произвести для того, чтобы в четырехлитровую кастрюлю с помощью крана и пятилитровой банки налить 3 литра воды.

Варианты ответов:

1. Наливаем в кастрюлю воду из крана.

2. Доливаем полную банку и в кастрюле остается 3 литра молока.
3. Переливаем воду из кастрюли в банку.
4. Наливаем полную банку компота.
5. Переливаем яблочный сок из кастрюли в банку.
6. Снова наливаем в кастрюлю воду из крана.
7. Доливаем полную банку и в кастрюле остается 3 литра воды.

Задание 7

На одной чашке весов лежат 6 одинаковых яблок и 3 одинаковые груши, на другой чашке - 3 таких же яблока и 5 таких же груш. Весы находятся в равновесии. Что легче: яблоко или груша?

Варианты ответов:

1. Яблоко легче груши.
2. Груша легче яблока.

Задание 8

Два товарища делили 8 литров «Колы». У них были 2 емкости на 3 и 5 литров. Удастся ли товарищам поделить напиток поровну? Если да, то какое минимальное количество переливаний для этого нужно сделать?

Варианты ответов:

1. Не удастся.
2. 8.
3. 5.
4. 7.
5. 3.
6. 16.

Задание 9

Если зайцы рассажены в клетки, причём количество зайцев меньше количества клеток, то хотя бы в одной из клеток находится больше одного зайца. Верно ли сформулирован принцип Дирихле?

Варианты ответов:

1. Верно.

2. Не верно.

Задание 10

В спортивном лагере 20 человек. Можно ли утверждать, что среди них найдутся хотя бы 2, имена которых начинаются с одной и той же буквы?

Варианты ответов:

1. Нельзя.

2. Можно.

Задание 11

У нас есть 4 зайца, которые не дружат и постоянно дерутся. Можно ли посадить этих зайцев в 3 клетки так, чтобы в каждой клетке было не больше одного зайца?

Варианты ответов:

1. Нельзя.

2. Можно.

Задание 12

Отметьте верные утверждения.

Варианты ответов:

1. Если 101 кролика рассадить в 100 клеток, то по крайней мере в одной клетке будет 2 кролика.

2. В школе учится 370 человек. Нельзя утверждать, что среди всех учащихся найдутся 2 человека, празднующие свой день рождения в один и тот же день.

3. В классе 37 человек. Среди них точно найдутся 4 человека, родившиеся в один и тот же месяц.

Задание 13

На рисунке А.3. из спичек сложено равенство. Верно ли это равенство?



Рисунок А.3 – Задание 13

Варианты ответов:

1. Верно.
2. Не верно.

Задание 14

На рисунке А.4 из спичек сложено равенство. Можно ли в этом равенстве переложить одну спичку так, чтобы получилось верное равенство?

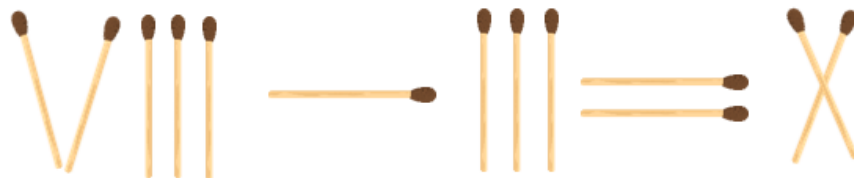


Рисунок А.4 – Задание 14

Варианты ответов:

1. Можно.
2. Нельзя.
3. Записано верное равенство.

Задание 15

На рисунке А.5 из спичек сложена фигура. Сколько разных треугольников в этой фигуре?

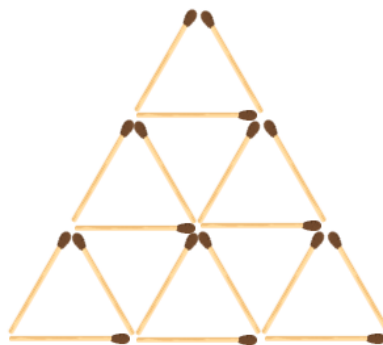


Рисунок А.5.

Ответы к заключительному занятию:

1. Пятнышко, Уголёк, Рыжик.

2. Стася, Рада, Дина, Лера.

3. Да.

4. Нет.

5. 2 и 4.

6. 1,3,6 и 7.

7. Яблоко легче груши.

8. 7.

9. Не верно.

10. Нельзя.

11. Нельзя.

12. 1 и 3.

13. Неверно.

14. Можно.

15. 13.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Задания к танграммам

Ниже приведены задания для распечатки к уроку № 12 по теме «Танграмм».

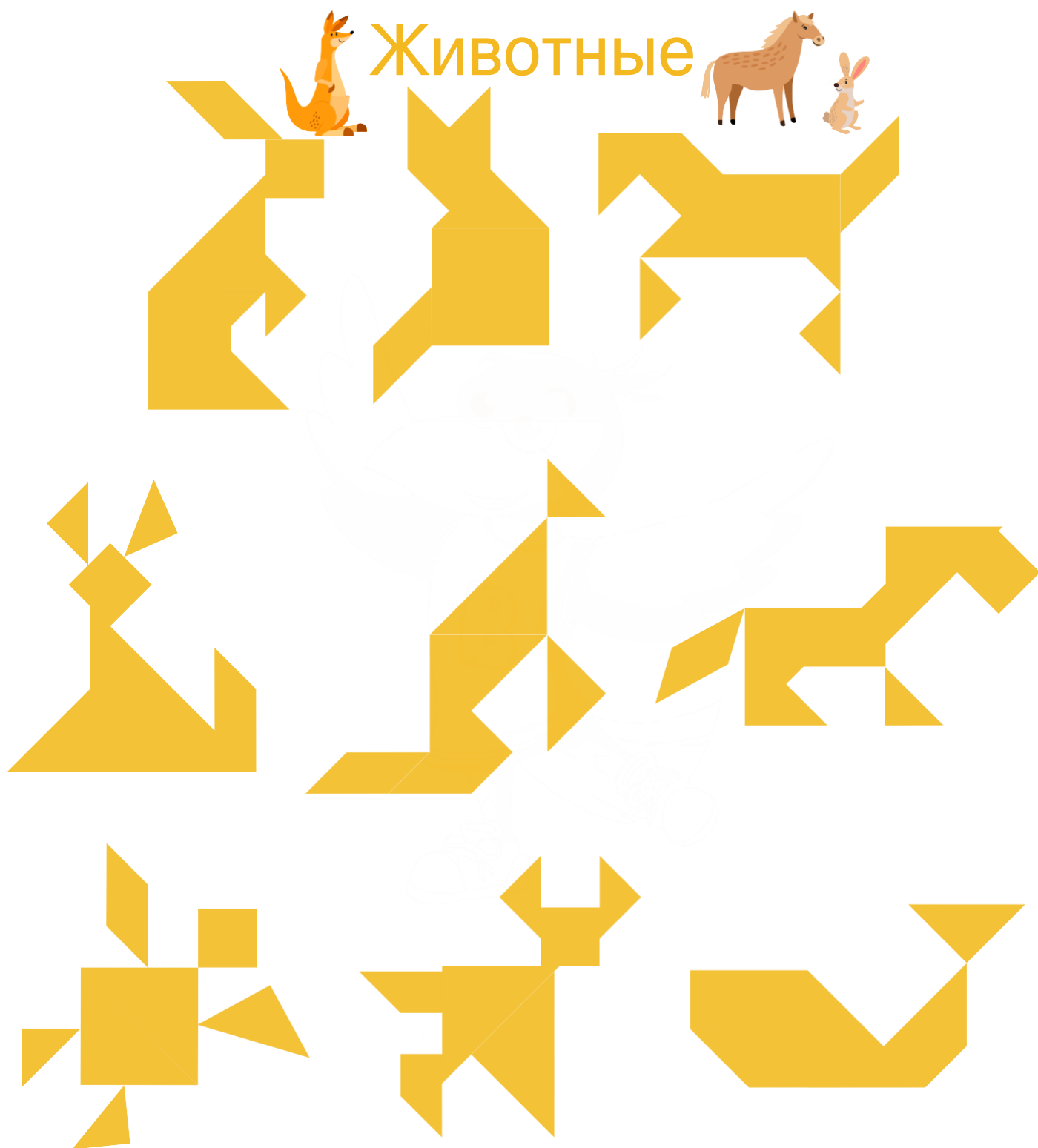


Рисунок Б.1 - Животные



Весёлые человечки

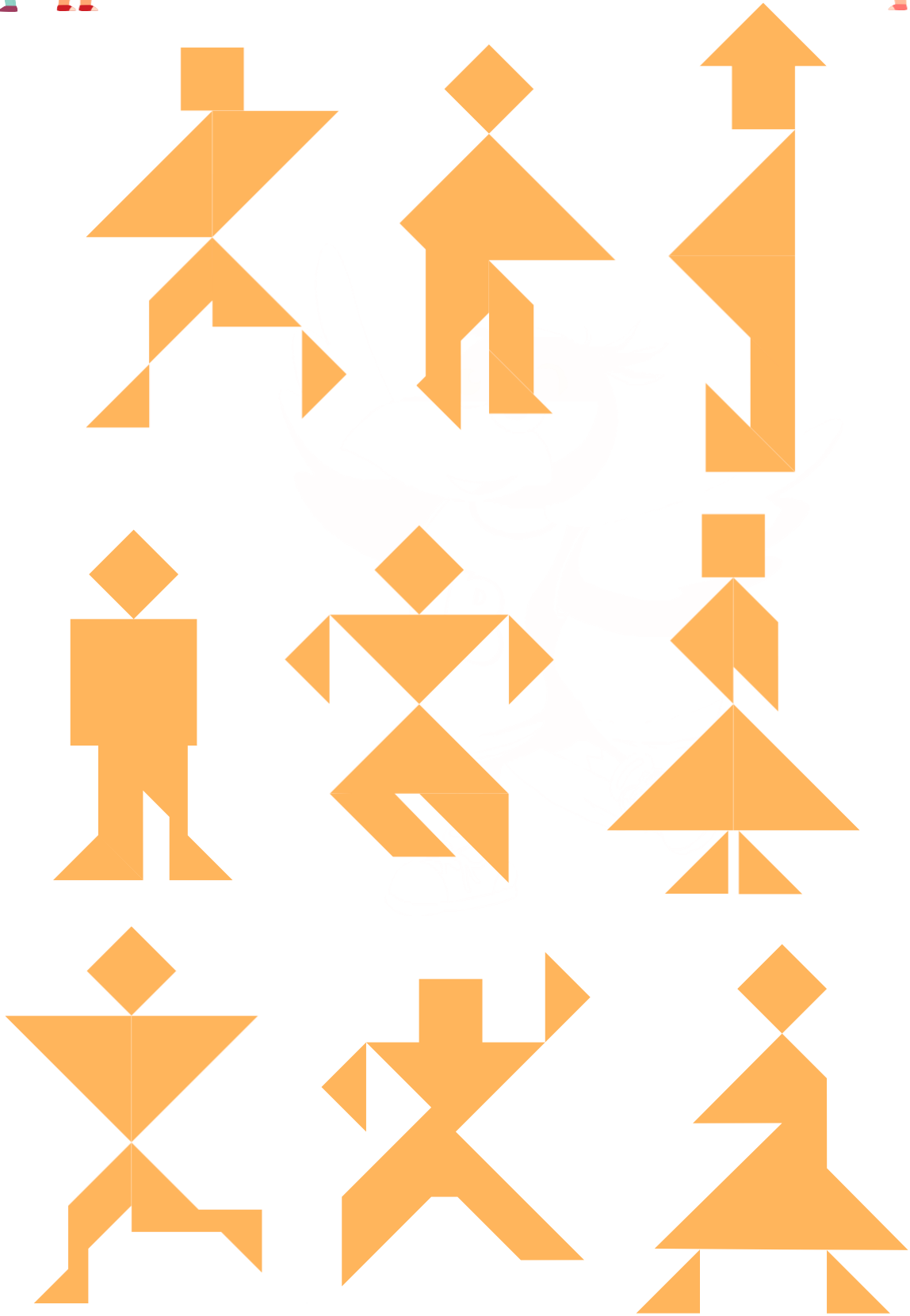


Рисунок Б.2 – Веселые человечки

А Б Алафавит В Г

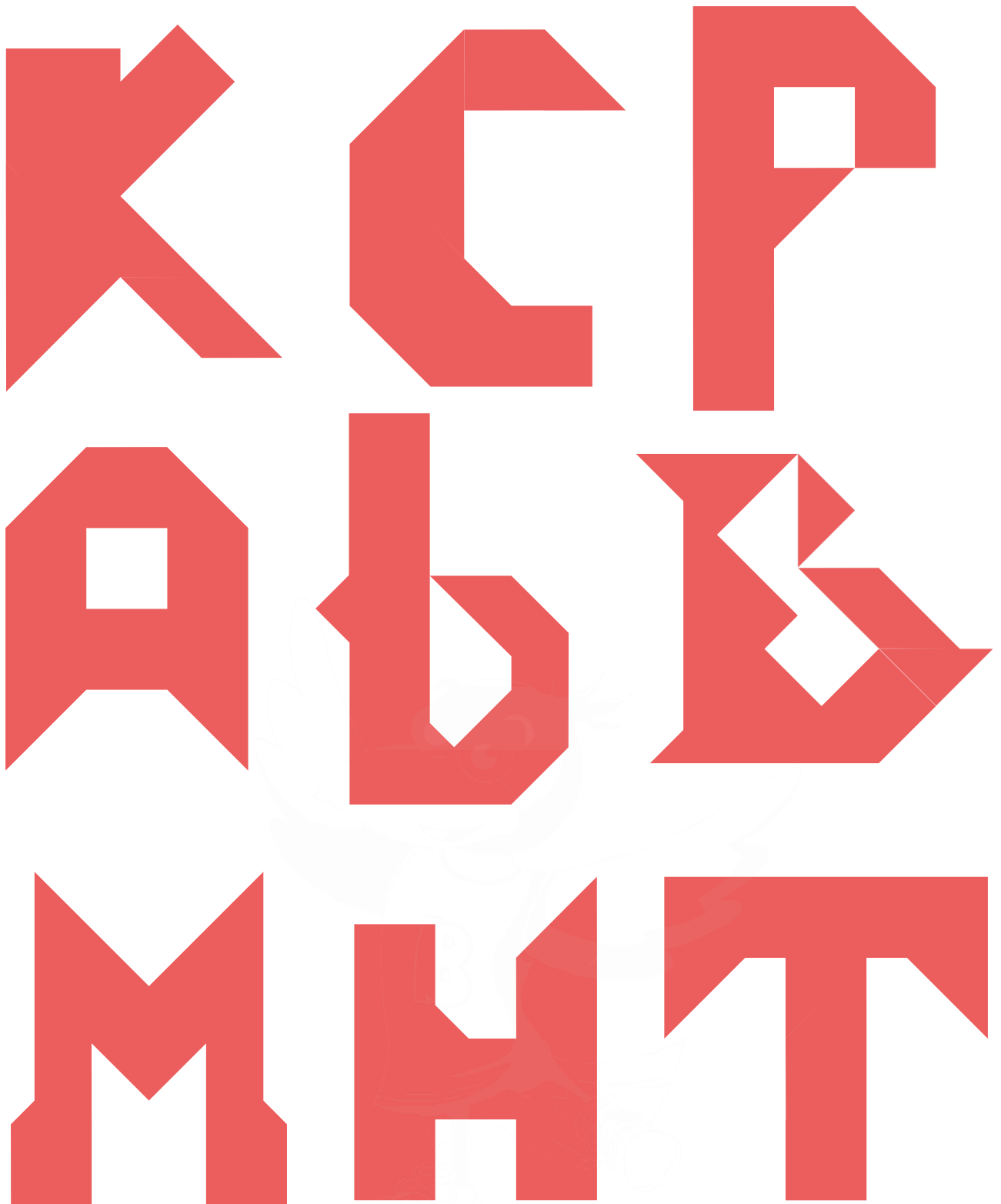


Рисунок Б.3 - Алфавит