



МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ, ИНФОРМАТИКИ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

**Методика формирования математической грамотности в
процессе обучения математике учащихся основной школы**

**Выпускная квалификационная работа по направлению
44.04.01 Педагогическое образование**

**Направленность программы магистратуры
«Математическое образование в системе профильной
подготовки»
Форма обучения заочная**

Проверка на объем заимствований:
82,13 % авторского текста
Работа Яриной Марины Николаевны к защите

«23» нояб. 2023 г.

И.о. зав. кафедрой МиМОМ
Звягин К.А.

Выполнила:
Студентка группы ЗФ-313-131-2-1
Ярина Марина Николаевна *Ярина*

Научный руководитель:
профессор, доктор педагогических
наук, доцент
Сухова Суховиенко Е.А.

Челябинск

2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ В ТЕОРИИ И ПРАКТИКЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ.....	10
1.1 Понятие «математическая грамотность» в литературе	10
1.2 Анализ психолого-педагогической литературы по проблеме формирования математической грамотности учащихся основной школы	14
1.3 Анализ структурных компонентов содержания математической грамотности учащихся.....	21
1.4 Модель организации обучения, направленного на развитие математической грамотности	28
ГЛАВА 2. РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДИКИ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ	32
2.1 Планирование формирования математической грамотности, ориентированное на развитие универсальных учебных действий учащихся	32
2.2 Организация решения на уроках и во внеурочной деятельности практико-ориентированных задач с помощью коммуникативных и игровых методов	38
2.3 Экспериментальная проверка эффективности методики формирования математической грамотности учащихся основной школы	69
Заключение	78
Список использованных источников	79

Приложение 1	86
Приложение 2	95
Приложение 3	96

ВВЕДЕНИЕ

Математика является одним из самых важных достижений культуры и цивилизации. Эта точная наука крайне важна не только для человечества в целом, но для интеллектуального совершенствования конкретного индивида, ведь математика позволяет развить важные умственные качества. Она организует наше мышление и дает опыт применения самых разных умственных приемов: от парадоксальных утверждений до моделирования. Математический язык способствует формированию устойчивой связи между словесным, изобразительным и знаковым способом передачи информации. Умение считывать информацию, поданную разными способами, приобретает особое значение в эпоху информатизации, и роль математического образования в развитии способности оперировать любой системой представления информации становится ключевой.

В Федеральном государственном образовательном стандарте обозначена необходимость и важность привести современное школьное образование в соответствие с потребностями времени, современного общества, которое отличается изменчивостью, многообразием существующих в нем связей, широким и неотъемлемым внедрением информационных технологий [40]. Главным становится функциональная грамотность, так как это "способность человека решать стандартные жизненные задачи в различных сферах жизни и деятельности на основе прикладных знаний". Одним из ее видов является математическая грамотность. Высокий уровень сформированности математической грамотности у учащихся предполагает способность эффективно функционировать в обществе, способность к самоопределению, самосовершенствованию, самореализации. Следовательно, обществу необходим человек математически грамотный, умеющий работать на результат, способный к определенным социально значимым достижениям.

Актуальность работы рассмотрена на трех уровнях.

Социально-педагогический уровень. В настоящее время в России идет становление новой системы образования, ориентированной на вхождение в мировое образовательное пространство. Одним из показателей успешности этого процесса является выполнение образовательных международных стандартов, в которых формирование функциональной грамотности обозначено в качестве одной из приоритетных задач.

Функциональная грамотность сегодня – это базовое образование личности. Ребенку важно обладать: готовностью успешно взаимодействовать с окружающим миром; возможностью решать различные (в том числе нестандартные) учебные и жизненные задачи; способностью строить социальные отношения; обладать совокупностью рефлексивных умений, обеспечивающих оценку своей грамотности, стремление к дальнейшему образованию [8; 30].

Основой высокого уровня математического образования на разных ступенях обучения является математическая грамотность подрастающего поколения. Поэтому формирование математической грамотности школьников является первоочередной задачей в деле обеспечения добротности школьного математического образования. В Концепции развития математического образования отмечается, что математика выступает как элемент общей культуры, математической грамотности и повседневного применения [27; 43]. Современное общество ждет от школы мыслящих, инициативных, творческих выпускников с широким кругозором и прочными знаниями. Школа в условиях модернизации системы образования ищет пути, которые позволили бы выполнить этот заказ общества. Школьное математическое образование включает материал, создающий основу математической грамотности, необходимой тем, кто станет учеными, инженерами, изобретателями, экономистами и будет решать принципиальные задачи, связанные с математикой, и тем,

для кого математика не станет сферой непосредственной профессиональной деятельности.

Научно-методический уровень. Математическая грамотность выступает одним из критериев оценки качества знаний школьников в международных исследованиях TIMSS и PISA. Задания TIMSS связаны скорее с владением предметным содержанием, задания PISA – с умением применять предметное знание в широком жизненном контексте. По результатам исследований, проведенных в рамках международного мониторингового исследования качества школьного математического и естественнонаучного образования и международной программы по оценке образовательных достижений обучающихся, было выявлено, что ученикам нашей страны не хватает умений выявлять закономерности, делать приближенные вычисления. Обучающиеся недостаточно владеют умениями интерпретировать предложенные в задании аргументы и выводы, соотносить различные точки зрения и формулировать собственную, привлекать для решения задач информацию, изученную на уроках по другим предметам, использовать нестандартные ходы при решении практико-ориентированных задач из контрольно-измерительных материалов. Все это говорит о фундаментальности российского образования, но малой практико-ориентированности [25; 26]. В настоящее время задания на развитие функциональной грамотности не находят широкого применения в практике российской школы. Все инструменты оценивания результатов образования внутри страны (среди них важнейшие – ОГЭ и ЕГЭ) направлены, главным образом, на оценку предметного знания, зачастую сводящегося к знанию фактов, и на оценку умения решать типовые (стандартные) задачи. Они не оценивают компетентность как умение действовать в определенной ситуации.

Этим обусловлено введение в образовательный процесс общеобразовательных учреждений методов и технологий на основе учебной исследовательской деятельности обучающихся.

Исследовательская активность – естественное состояние ребенка, которое сопровождает его с самого рождения, он настроен на познание мира, он хочет его познавать. Не столь новой, но до сих пор очень востребованной в обучении является учебно-исследовательская деятельность обучающихся, цель которой формирование у них познавательной активности. [21]

Научно-теоретический уровень. Анализ современного состояния методической мысли о детерминанте математического образования вызывает особый интерес работников образования – вносятся предложения по совершенствованию среднего математического образования. Значительно возрос интерес к проблеме формирования математической грамотности. Об этом профессор Х.Ш. Шихалиев пишет: «Любые стандарты, относящиеся к математическому образованию, будут неполными, если в них не отражены требования к формированию математической грамотности учащихся» [22].

В диссертационных исследованиях, касающихся этой проблемы рассматриваются отдельные методические аспекты организации обучения для развития математической грамотности, различные типы заданий на развитие математической грамотности. В работе И. М. Хаконовой поднимается вопрос организации учебной деятельности на уроках математики с использованием компетентностного подхода [44]. В исследованиях М. Ю. Пермяковой разработана методика формирования функционально-графической грамотности на уроках математики [31]. В исследовании И. Е. Сергеевой рассматривается развитие мышления в процессе обучения математике [37]. П. А. Батчаевой разработана система устных упражнений, развивающих функциональную грамотность в рамках обучения математике [10]. Е.А. Баракова вместе с соавторами разработали комплект кейсов для учителей математики, способствующих развитию математической грамотности [7].

Цель: разработать и реализовать методику обучения обучающихся решению задач по математической грамотности, обеспечивающей устойчивое качество обучения математике в основной школе.

Объект исследования: процесс обучения математике в основной школе.

Предмет исследования: формирование математической грамотности учащихся в основной школе.

Гипотеза: процесс обучения математике в основной школе,

– ориентированный на развитие универсальных учебных действий учащихся;

– включающий решение на уроках и во внеурочной деятельности практико-ориентированных задач;

– использующий коммуникативные и игровые методы, способствует формированию математической грамотности.

Исходя из цели и гипотезы настоящего исследования, были намечены отдельные задачи:

Задачи исследования:

1. Осуществить информационный поиск и анализ психолого-педагогических и диагностико-методологических литературных источников по проблеме формирования математической грамотности учащихся в процессе обучения математике.

2. Выявить структурные компоненты содержания математической грамотности учащихся, адекватные современному федеральному государственному образовательному стандарту.

3. Разработать теоретическую модель включающую решение на уроках и во внеурочной деятельности практико-ориентированных задач.

4. Сформулировать теоретико-методические основы математической грамотности учащихся ориентированной на развитие универсальных учебных действий.

5. Разработать методику обучения математике в основной школе, использующей коммуникативные и игровые методы, способствующие формированию математической грамотности.

6. Осуществить экспериментальную проверку эффективности предложенной методики формирования математической грамотности в процессе обучения математике учащихся основной школы.

ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ В ТЕОРИИ И ПРАКТИКЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

1.1 Понятие «математическая грамотность» в литературе

Словосочетание «математическая грамотность» появилось в контексте международного тестирования в 1991 г. В исследовании PISA "математическая грамотность – способность человека определять и понимать роль математики в мире, в котором он живет, высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину" [3].

Компоненты математической грамотности:

- воспроизведение математических фактов, методов и выполнение вычислений;
- установление связей и интеграции материала из разных математических тем, необходимых для решения поставленной задачи;
- математические размышления, требующие обобщения и интуиции.

Понятие математической грамотности начало формироваться в конце XX столетия в исследованиях Международной ассоциации по оценке учебных достижений учащихся IEA. В этих исследованиях под математической грамотностью понимали «готовность выпускников средней школы справляться с жизненными проблемами, для решения которых нужно использовать некоторые математические знания.

Под математической грамотностью понимается способность человека, ученика понимать математику и заниматься математикой, высказывать и доказывать различные суждения относительно роли

математики в жизни, в окружающем мире. Эта важная способность необходима для текущей и будущей личной, профессиональной и общественной жизни человека в семье, в обществе, а также для жизни созидательного, заинтересованного и мыслящего гражданина.

Термин «грамотность» имеет особое содержание в данном исследовании. Под грамотностью скорее понимается способность функционально употреблять математические сведения и умения, чем даже умелое владение этими знаниями в рамках запросов школьной программы [1]. В принятом определении «заниматься» математикой не означает выполнение простых физических или социальных математических действий (например, вычислить сдачу при покупке в магазине), под этим подразумевается более широкое использование математики в связи с самыми различными целями, например, высказать обоснованное мнение о бюджете, предлагаемом правительством.

Математическая грамотность содержит также способность выделить в разнообразных условиях математическую проблему и найти ее решение, а также стремление выполнять такую деятельность, что достаточно часто связано с такими чертами характера, как уверенность в себе, любознательность и любопытство.

Главная особенность в конкретизации понятия математической грамотности в указанных исследованиях связано с отличиями между умениями и способностями. Но, несмотря на это существенное отличие, толкования понятия математической грамотности имеют одинаковый главный признак – готовность человека применять математику в различных ситуациях, связанных с жизнью.

Значимой составляющей математической грамотности является применение математики в различных ситуациях. То есть математическая интуиция и знания должны использоваться в различных ситуациях, чтобы у учащихся не сложилось впечатление, что математика далека от их ежедневных потребностей [4]. В таком плане наиболее близкими для них

являются ситуации, соединенные с личной ежедневной жизнью, со школьной жизнью, работой и спортом, жизнью окружающего их общества и всего мира, и далее всего отстоят ситуации, связанные с научными проблемами.

Под математической грамотностью понимается способность учащихся:

- распознавать проблемные вопросы, которые возникают в окружающей действительности и могут быть решены средствами математики;
- формировать эти вопросы на языке математики;
- решать эти проблемы, используя математические факты и методы;
- подвергать анализу и использовать математические методы решения;
- толковать полученные итоги с учетом заданного вопроса;
- выражать и делать запись результатов решения.

Из вышесказанного появляется термин функциональная математическая грамотность, которая предполагает способность обучающегося применять математические знания, приобретенные им за время учебы в школе, для решения различных задач межпредметного и практико-ориентированного содержания, для дальнейшего обучения и успешной социализации в обществе [10].

Соответственно состояние математической грамотности учащихся в процессе обучения изменяется. Состояние математической грамотности учащихся характеризуется уровнем развития математической компетентности. Принято различать три уровня математической компетентности [2].

1. Воспроизведение. Это прямое использование в знакомой и понятной ситуации знакомых фактов, типовых приёмов, распознавание

математических объектов и свойств, выполнение шаблонных процедур, применение известных алгоритмов и технических навыков, работа со стандартными, знакомыми выражениями и формулами, прямое выполнение вычислений.

2. Установление связей. Данный уровень предполагает репродуктивную деятельность по решению задач, которые, хотя не являются типичными, но все же знакомы учащимся или выходят за рамки известного лишь в малой степени. Содержание задачи представляет материал, какого раздела математики надо использовать и какие знакомые методы возможно применить. Обычно в этих задачах присутствует больше требований к толкованию решения, они предполагают определение связей между разными изображениями ситуации, описанной в задаче, или определение связей между данными в условии задач.

3. Рассуждение. Здесь требуются обусловленная интуиция, размышления и творчество в выборе математического инструмента, интегрирование сведений из разных разделов курса математики, самостоятельная разработка алгоритма действий. Задания, как правило, вводят больше данных, от обучающихся часто требуется найти закономерность, провести обобщение и объяснить или обосновать полученные результаты.

Однако компетентность нельзя толковать только как сумму предметных знаний, умений и навыков. Это – приобретаемое в результате учебы и жизненного опыта новое качество, увязывающее знания и умения учащегося со спектром интегральных характеристик качества подготовки, в том числе и со способностью применять полученные знания и умения к решению проблем, возникающих в повседневной практике.

Усвоение математической программы в школе призвано формировать универсальные учебные действия, которые позволяют достигать предметных и личностных результатов. Посредством математических знаний обучающийся определяет основные цели и

направления своей деятельности, умеет строить логические связи, обеспечивая тем самым себе умение самостоятельной учебной деятельности. Именно к такой цели и должны стремиться современные учителя, поэтому проблема функциональной и математической грамотности рассматривается как проблема деятельностная, как проблема поиска механизмов и способов быстрого адаптирования в сегодняшнем мире.

Сущность понятия «грамотности» определяется тремя признаками:

- пониманием роли математики в реальном мире,
- высказыванием обоснованных математических суждений,
- использованием математики для удовлетворения потребностей человека.

1.2 Анализ психолого-педагогической литературы по проблеме формирования математической грамотности учащихся основной школы

Результаты международного исследования PISA для России выглядят следующим образом:

2000 год – из 31 страны Россия заняла 27 место;

2003 год – из 43 стран Россия заняла 32 место;

2006 год – из 57 стран Россия заняла 36 место;

2009 год – из 65 стран Россия заняла 41 место;

2018 год – из 78 стран Россия заняла 27 место.

С 2021 года исследование перенесено на 2022 год. PISA-2022 была посвящена математике с дополнительным тестом на творческое мышление. Недавно была проведена новая математическая система PISA-2022. Подготовка к этому тесту велась с участием участников из 38 стран-членов ОЭСР и, вероятно, более 50 стран, не являющихся членами. Однако Россия не участвовала в PISA-2022, а провела собственное тестирование с использованием методики PISA.

Это говорит о том, что наша система обучения не формирует у учащихся умения выходить за пределы учебных ситуаций, она лишь дает определенную базу знаний. Поэтому важнейшей задачей образования является усиление прикладной направленности школьного курса математики, то есть осуществление связи его содержания и методики обучения с практикой. Процесс обучения математике должен строиться не только на основе изучения основной программы курса, но и использования приложениями математики. Необходимо изменить приоритеты в школьном образовании, переориентироваться на компетентностный подход, непрерывное самообразование, овладение новыми информационными технологиями, умение сотрудничать и работать в группах и др.

С целью выделения основных элементов математической подготовки, актуальных для формирования и оценки функциональной грамотности в рамках «мягкого мониторинга» в 5-х и 7-х классах, а также уточнения предметных недочётов в математической подготовке российских учащихся, были проанализированы задания в исследованиях PISA-2015 и PISA-2018, результаты выполнения которых оказались ниже средних международных и не превышали 40% [3]. Сопоставление с документами, определяющими содержание математического образования в российской школе [32-34; 40], показало, что невысокие результаты российских учащихся связаны с недостаточным овладением некоторым обязательным предметным материалом: курса математики 5-6 классов, который не актуализируется в 7-9 классах (например, действия с обыкновенными и десятичными дробями, проценты, пропорции, отношения). Кроме того, проявились недостатки в овладении следующими метапредметными умениями:

- принимать задачу, представленную в форме, отличной от формы, типичной для российских учебников;

- работать с информацией, представленной в различных формах: текстовой, табличной, графической, а также переходить от одной формы к другой;

- привлекать информацию, которая не содержится непосредственно в условии задачи, особенно в тех случаях, когда для этого требуется использовать бытовые сведения, личный жизненный опыт;

- отбирать информацию, необходимую для решения, в частности, если условие задачи содержит избыточную информацию; удерживать в процессе решения все условия, необходимые для решения проблемы;

- владеть навыками самоконтроля за выполнением условий (ограничений) при нахождении решения и интерпретации полученного результата в рамках ситуации;

- определять самостоятельно точность данных, требуемых для решения задачи;

- использовать здравый смысл, метод перебора возможных вариантов, метод проб и ошибок;

- представлять в свободной словесной форме обоснованный ответ, который определяется особенностями ситуации.

Прочное усвоение материала достигается посредством учебного процесса, в центре которого находится ученик, поэтому на протяжении всех уроков необходимо:

- создание той среды, которая позволяет личности чувствовать себя свободно и безопасно в процессе обучения;

- формирование саморегулирования, что обеспечивает самонаправленность, самостоятельное определение проблемы и цели, самостоятельный выбор стратегий для достижения целей;

- развитие критического мышления, что способствует осмыслению, оценке, анализу и синтезу информации, которые послужат

основанием к действию. Оценивание обучения, развития собственного понимания и определения обучения, для дальнейшего совершенствования.

В современной дидактике математики математическое развитие учащихся, формирование их речи, мышления и способностей являются важнейшими факторами при решении проблем содержания и структуры общеобразовательного математического курса и методов обучения [25].

В представленной ниже схеме видны основные составляющие математической грамотности – алгоритмическая, вычислительная, логическая, научная речь и графическая. Каждая из данных видов составляющих, способствует выработке тех или иных умений учащихся (рис. 1) [8].

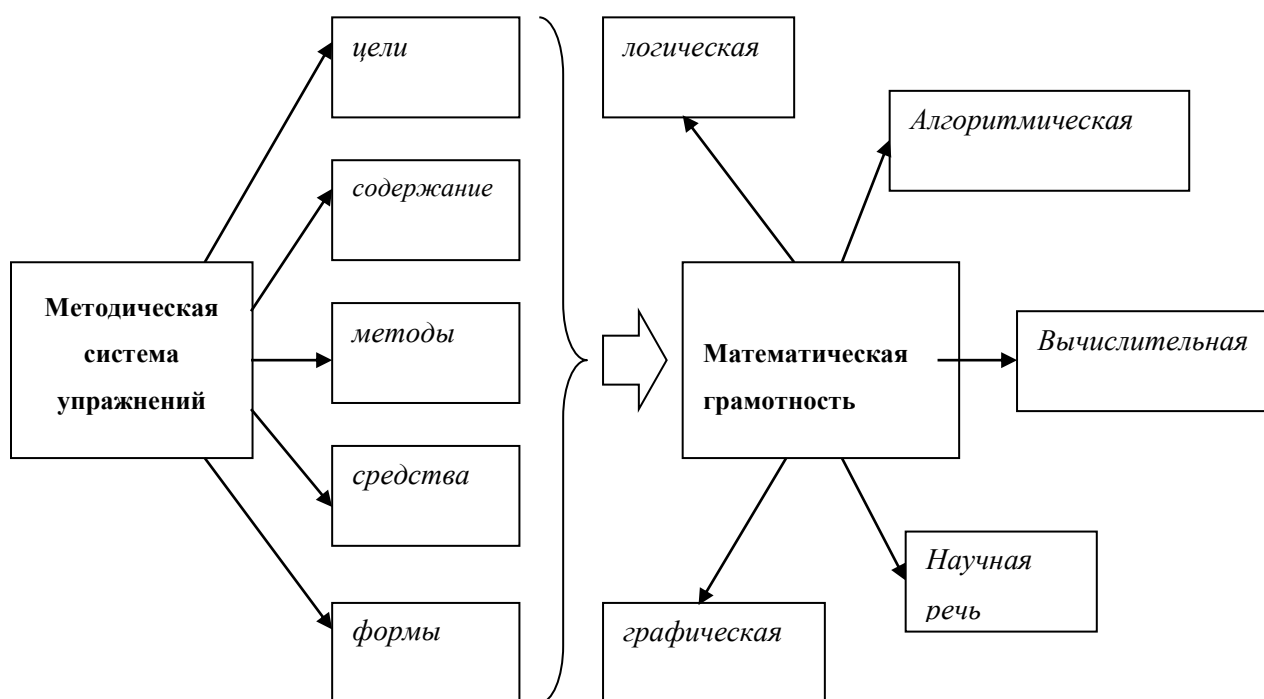


Рисунок 1 – Структурная схема формирования математической грамотности через методическую систему упражнений

Охарактеризуем каждую составляющую.

С помощью различных образовательных технологий наряду с формированием предметных знаний и умений обеспечивается

формирование у учащихся математической грамотности. В дальнейшем это умение будет способствовать успешности обучающегося:

- распознавать проблемы, возникающие в окружающей действительности, которые могут быть решены средствами математики;
- формулировать эти проблемы на языке математики;
- решать эти проблемы, используя математические знания и методы;
- анализировать использованные методы решения;
- интерпретировать полученные результаты с учетом поставленной проблемы;
- формулировать и записывать окончательные результаты решения поставленной проблемы.

Согласно этому основное внимание нужно уделять проверке способности учащихся использовать математические знания в разнообразных ситуациях, требующих для своего решения различных подходов. Математическая грамотность «состоит» из двух основных компонентов:

- фундаментальные математические идеи: «изменение и зависимости», «пространство и форма», «неопределенность», «количественные рассуждения»;
- математическая компетентность.

Математическая компетентность определяется как сочетание математических знаний, умений, опыта и способностей человека, которые обеспечивают решение разных проблем, нуждающихся в применении математики. Учащиеся должны уметь решать любые поставленные перед ними задачи. В зависимости от сложности задания выделены три уровня математической компетентности: уровень воспроизведения, уровень установления связей, уровень рассуждений. Первый уровень (уровень воспроизведения) – это прямое применение в знакомой ситуации

известных фактов, стандартных приемов, распознавание математических объектов и свойств, выполнение стандартных процедур, применение известных алгоритмов и технических навыков, работа со стандартными, знакомыми выражениями и формулами, непосредственное выполнение вычислений. Второй уровень (уровень установления связей) строится на репродуктивной деятельности по решению задач, которые, хотя и не являются типичными, но все же знакомы учащимся или выходят за рамки известного лишь в очень малой степени. Содержание задачи подсказывает, материал какого раздела математики надо использовать и какие известные методы применить. Обычно в этих задачах присутствует больше требований к интерпретации решения, они предполагают установление связей между разными представлениями ситуации, описанной в задаче, или установление связей между данными в условии задач. Третий уровень (уровень рассуждений) строится как развитие предыдущего уровня. Для решения задач этого уровня требуются определенная интуиция, размышления и творчество в выборе математического инструментария, интегрирование знаний из разных разделов курса математики, самостоятельная разработка алгоритма действий. Задания, как правило, включают больше данных, от учащихся часто требуется найти закономерность, провести обобщение и объяснить или обосновать полученные результаты.

Математическая грамотность включает в себя математические компетентности, которые можно формировать через специально разработанную систему задач:

1 группа – задачи, в которых требуется воспроизвести факты и методы, выполнить вычисления;

2 группа – задачи, в которых требуется установить связи и интегрировать материал из разных областей математики;

3 группа – задачи, в которых требуется выделить в жизненных ситуациях проблему, решаемую средствами математики, построить модель решения.

Формирование ключевых компетентностей посредством задач позволяет реализовать компетентностный подход на уроках математики как средство повышения математической грамотности учащихся. Приведенное выше описание математической грамотности в международных исследованиях и уровней ее овладения (уровней компетентности) дает возможность прийти к главному выводу о том, что приоритетным направлением усовершенствования математического образования является обеспечение математической грамотности высокого уровня компетентности. Именно обеспечение практической и прикладной направленности математического образования и составляет сущность компетентностного подхода к обучению математике. Имеется в виду направленность на решение жизненных проблем, к действиям в реальных условиях. Обеспечение математической грамотности заключается в гармоничном формировании трех приемов деятельности:

- моделировать с помощью математики объекты окружающего мира и отношения между ними;
- оперировать определенным составом математических знаний и умений;
- создавать стратегии решения задач.

Компетентностный подход в обучении как раз и заключается в сбалансированном формировании всех трёх отмеченных обобщенных приемов деятельности.

1.3 Анализ структурных компонентов содержания математической грамотности учащихся

Анализ психолого-педагогической, философской, специальной литературы, а также диссертационных исследований позволил выявить: вычислительная деятельность, алгоритмическая, логическая, графическая и научная речь – составляющие математической культуры. Математическая грамотность – ядро математического знания; математический язык, математические способности и математическое мышление – три взаимосвязанных блока, способствующие формированию математической культуры (рис. 2).

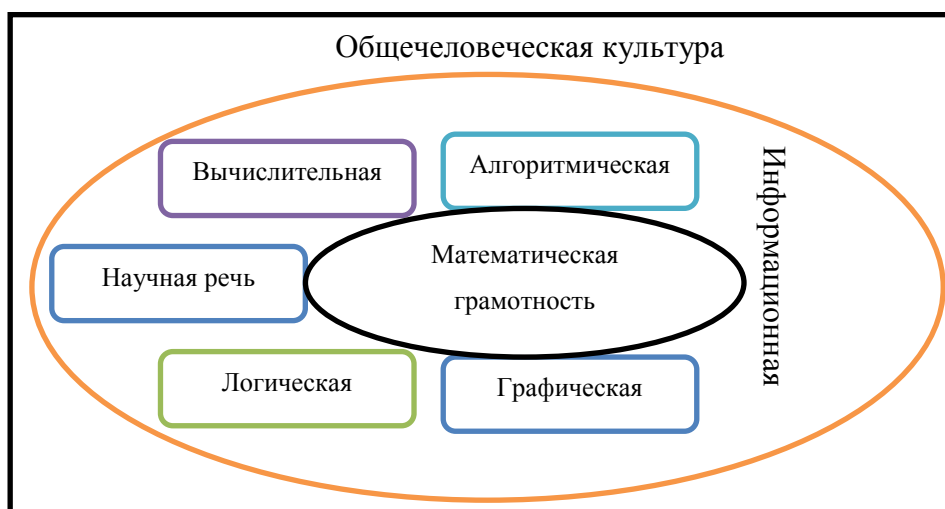


Рисунок 2 – Схема основных компонентов математической грамотности

Математическая грамотность – это то общее, что присуще всем видам математической культуры, самый основной компонент, составляющий ее ядро. Исходя из этого, при употреблении термина «математическая грамотность учащихся» мы интуитивно вкладываем в него как выделяемые «базовые элементы», так и различного рода многочисленные свойства и способности человека – быть грамотным в рассматриваемой области, творчески использовать свои знания, находить оригинальное решение проблемы, красиво его излагать и многое другое, которые и характеризуются одним словом – «грамотность» [9].

Согласно исследованиям PISA, математическое содержание проверки разделено по четырем категориям:

- количество;
- неопределенность и данные;
- изменение и зависимости;
- пространство и форма;

Кроме этого, в концепцию по математике были добавлены восемь навыков 21 века (рис. 3):

- критическое мышление;
- креативность;
- исследование и изучение;
- саморегуляция, инициативность и настойчивость;
- использование информации;
- системное мышление;
- коммуникация;
- рефлексия.



Рисунок 3 – Концепция направления «математическая грамотность» исследования PISA-2021

Принятое определение математической грамотности повлекло за собой разработку особого инструментария исследования: учащимся предлагаются не типичные учебные задачи, характерные для традиционных систем обучения и мониторинговых исследований математической подготовки, а близкие к реальным проблемные ситуации, представленные в некотором контексте и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики.

Основа организации исследования математической грамотности включает три структурных компонента:

- контекст, в котором представлена проблема;
- содержание математического образования, которое используется в заданиях;

– мыслительная деятельность, необходимая для того, чтобы связать контекст, в котором представлена проблема, с математическим содержанием, необходимым для её решения.

Контекст задания – это особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в задании в рамках предлагаемой ситуации. Эти ситуации связаны с разнообразными аспектами окружающей жизни и требуют для своего решения большей или меньшей математизации. Выделены и используются 4 категории контекстов, близкие учащимся: общественная жизнь, личная жизнь, образование/профессиональная деятельность и научная деятельность [11].

Математическое содержание заданий в исследовании распределено по четырём категориям: пространство и форма, изменение и зависимости, количество, неопределённость и данные, которые охватывают основные типы проблем, возникающих при взаимодействиях с повседневными явлениями [18]. Название каждой из этих категорий отражает обобщающую идею, которая в общем виде характеризует специфику содержания заданий, относящихся к этой области.

В совокупности эти обобщающие идеи охватывают круг математических тем, которые, с одной стороны, изучаются в школьном курсе математики, с другой стороны, необходимы 15-летним учащимся в качестве основы для жизни и для дальнейшего расширения их математического кругозора:

– изменение и зависимости – задания, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, т.е. с алгебраическим материалом;

– пространство и форма – задания, относящиеся к пространственным, плоским геометрическим формам и отношениям, т.е. к геометрическому материалу;

– количество – задания, связанные с числами и отношениями между ними, в программах по математике этот материал чаще всего относится к курсу арифметики;

– неопределённость и данные – задания охватывают вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов статистики и вероятности.

По сравнению с более традиционным тематическим подходом к представлению содержания выстраивание его вокруг четырёх обобщающих идей позволяет более широко охарактеризовать результаты, показанные учащимися, с позиций овладения идеями, тесно связанными с сущностью реальных явлений окружающего мира. Уровень овладения этими идеями позволяет предметно оценивать возможности учащихся в использовании полученных знаний в повседневной жизни.

Для описания мыслительной деятельности при разрешении предложенных проблем используются следующие глаголы: формулировать, применять и интерпретировать, которые указывают на мыслительные задачи, которые будут решаться учащимися:

- формулировать ситуацию на языке математики;
- применять математические понятия, факты, процедуры;
- интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты [31].

Очевидно, что каждый из этих мыслительных процессов опирается на математические рассуждения, поэтому разработчики концепции исследования PISA-2021 использовали те же мыслительные процессы, что и на предшествующих этапах исследования, но дополнив их рассуждениями. Это означает, что учащимся потребуется продемонстрировать, как они умеют размышлять над аргументами, обоснованиями и выводами, над различными способами представления ситуации на языке математики, над рациональностью применяемого

математического аппарата, над возможностями оценки и интерпретации полученных результатов с учётом особенностей предлагаемой ситуации [14].

Усвоения базисных основ математики, в большинстве своем, происходит в 5-6 классах, поэтому важно, чтобы на данном этапе обучения на первом плане стояло развитие математической грамотности учащихся. Что в дальнейшем поспособствует более глубокому и сознательному пониманию математики, как части общечеловеческой культуры.

На основе проведённого анализа учебных программ были выделены умения, на формирование или развитие которых следует обратить внимание при обучении в 5-х и 6-х классах.

5 класс:

- выполнять действия с натуральными числами, с обыкновенными дробями: упорядочение долей, сложение и вычитание несложных дробей;
- выполнять действия с числовыми выражениями; составлять числовое выражение;
- выполнять деление с остатком, иметь представление о делителях и кратных;
- выполнять приближенные вычисления, прикидку и оценку результата вычислений, округлять до указанной разрядной единицы, а также с учётом условий описанной ситуации по недостатку или по избытку;
- распознавать и делать выводы о зависимости между двумя величинами (прямая/обратная); решать задачи на увеличение/уменьшение на/в;
- переводить единицы измерения длины и времени из более крупных в более мелкие и обратно;

- читать, заполнять и интерпретировать данные таблиц, столбчатой и круговой диаграмм;
- иметь представление о шкалах; ориентироваться на числовой прямой;
- устанавливать соответствие между реальным размером объекта и представленным на изображении;
- распознавать геометрические формы и описывать объекты окружающего мира с помощью языка геометрии;
- представлять объект по описанию, рисунку, заданным характеристикам; мысленно трансформировать трёхмерную фигуру (реальный объект) в двумерную и обратно, распознавать развертки куба, параллелепипеда;
- складывать фигуры из квадратов, прямоугольников, треугольников, отрезков, разбивать на указанные формы;
- использовать для решения задач простейшие свойства квадрата и прямоугольника;
- иметь представление о площади и периметре, применять формулы нахождения периметра и площади квадрата и прямоугольника;
- проверять истинность утверждений, обосновывать вывод, утверждение, полученный результат.

6 класс:

- выполнять вычисления с натуральными числами, обыкновенными и десятичными дробями;
- решать текстовые задачи арифметическим способом и с помощью составления и решения уравнений;
- изображать фигуры на плоскости;
- использовать геометрический «язык» для описания предметов окружающего мира;

- измерять длины отрезков, величины углов, вычислять площади и объёмы фигур;
- распознавать и изображать равные и симметричные фигуры;
- проводить практические вычисления с процентами, использовать прикидку и оценку; выполнять необходимые измерения;
- использовать буквенную символику для записи общих утверждений, формул, выражений, уравнений; алгоритм или эвристическая схема решения упражнений определённого типа.
- строить на координатной плоскости точки по заданным координатам, определять координаты точек;
- читать и использовать информацию, представленную в виде таблицы, диаграммы (столбчатой или круговой), в графическом виде;
- решать простейшие комбинаторные задачи перебором возможных вариантов.

1.4 Модель организации обучения, направленного на развитие математической грамотности

Целевой компонент

Мотивация обучающихся при изучении математики. Повышение предметных знаний и навыков в обучении математике в условиях реализации ФГОС ООО, УУД (познавательные, регулятивные, коммуникативные)

Содержательный компонент

Задания, направленные на развитие математической грамотности: задания с использованием практико-ориентированных, экономических и устных задач, а также кейс-технологий.

Операционный компонент

Использование на уроках математики и во внеурочной деятельности проблемного метода, игровых методов. Формы организации деятельности: игровая, групповая, индивидуальная.

Результативный компонент

Диагностические инструменты: контрольные работы

Методы диагностики: проведение контрольных работ, устные опросы

Рисунок 4 – Структурно-содержательная модель организации учебной деятельности, направленной на развитие математической грамотности в рамках ФГОС ООО

Развивать математическую грамотность надо постепенно. Регулярно включать в ход урока задания на «изменение и зависимости», «пространство и форма», «неопределенность», «количественные рассуждения» и т.п.. Такие задания могут включаться на различных этапах урока и в разнообразных формах, таких как: игровой момент, проблемный момент при постановке темы урока, задание «толчок» при формулировании гипотезы в исследовательской работе, как задание для смены деятельности на уроке, как модель реальной жизненной ситуации, иллюстрирующей необходимость изучения какого либо понятия на уроке, как задание, устанавливающее межпредметные связи в процессе обучения,

некоторые задания заставят сформулировать свою точку зрения и найти аргументы для её защиты; можно собрать задания одного типа и провести урок в соответствии с какой-то образовательной технологией; можно все задачи объединить в группы и создать свой элективный курс по развитию математического мышления; задания такого типа можно включать в школьные олимпиады, математические викторины; задачи на развитие математического мышления могут стать основой для внеклассного мероприятия в рамках декады математики.

В целях формирования математической грамотности задания могут использоваться самостоятельно. В этом случае они могут быть дополнены вопросами, развивающими, уточняющими предложенную ситуацию или являющимися проекцией сюжета на реальную жизнь конкретных учащихся, жизнь класса, проблемы местного социума. Один из важных аспектов математической грамотности – это применение математики в различных ситуациях, которые связаны с личной и школьной жизнью, местным обществом, общественной жизнью, работой и отдыхом [12].

Метод кейсов способствует формированию и развитию навыков, и получению опыта в следующих областях:

- выявление, отбор и решение проблем (развитие навыков анализа и критического мышления; формируется готовность решать сложные вопросы);
- работа с информацией (осмысление значения деталей, описанных в ситуации; анализ и синтез информации и аргументов; работа с предположениями и заключениями, оценка альтернатив);
- принятие решений, персональная ответственность (самостоятельность мышления, оригинальность, уверенность в себе, самоконтроль);
- компетентность в общении (умение слушать и понимать других людей и вести доказательную полемику, умение принимать различные

позиции и точки зрения, способность к совместной работе ради достижения цели).

Одним из эффективных методов организации обучения математике является проблемный метод. Вместо того чтобы «транслировать» обучающимся факты и их взаимосвязь, можно предложить им проанализировать ситуацию (проблему) и осуществить поиск путей изменения данной ситуации к лучшему. В ходе решения проблемы, обучающиеся углубляют свои знания по конкретному вопросу, развивают умения решать проблемы, социальные и коммуникативные умения.

Результативный блок взаимосвязан с целевым, содержательным, операционным компонентами и характеризует степень достижения поставленной цели.

Эффективная реализация предложенной структурно-содержательной модели предполагает необходимость выделения совокупности педагогических условий.

Мы выделили такие условия, как организация обучения математике на основе деятельностного и проблемного подходов, разработка содержания учебного материала в виде творческих задач, а также применение диагностических работ для получения объективной информации о результативности осуществляемого процесса и его оперативной коррекции. Операционный компонент будет представлен фрагментами конспектов занятий.

Таким образом, вторая глава посвящена содержательному наполнению блоков модели и реализации их на практике.

ГЛАВА 2. РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДИКИ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

2.1 Планирование формирования математической грамотности, ориентированное на развитие универсальных учебных действий учащихся

Для успешного достижения поставленной цели обозначены задачи:

- выявить условия для организации обучения, формирующего математическую грамотность;
- выбрать наиболее подходящие методы организации деятельности, способствующей формированию математической грамотности;
- подобрать систему оценивания достижения результатов обучения.

Математическая грамотность – это способность индивидуума формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Она включает математические рассуждения, использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления, помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане.

При организации обучению математике в условиях ФГОС ООО важно формирование УУД у обучающихся. Рассмотрим связь УУД и математической грамотности более подробно (табл.1).

Таблица 1 – Взаимосвязь УУД и математической грамотности при организации обучения математике

Форма УУД	Вид УУД	Расшифровка УУД	Вид математической грамотности	Уровень математической грамотности
1	2	3	4	
Познавательные УУД	Овладение базовыми логическими действиями	сравнивать объекты, устанавливать аналогии, объединять объекты выявлять недостаток информации; устанавливать причинно-следственные связи в ситуациях, делать выводы	Логическая	Рассуждение
	Овладение базовыми исследовательскими действиями	формулировать цель, планировать изменения объекта, ситуации; сравнивать несколько вариантов решения задачи, проводить по предложенному плану опыт, несложное исследование; формулировать выводы и подкреплять их доказательствами; прогнозировать возможное развитие процессов, событий и т.п.	Логическая, научная речь, вычислительная	Установление связей
	Овладение работой с информацией	выбирать источник получения информации; находить информацию, распознавать достоверную и недостоверную информацию, соблюдать правила информационной безопасности при поиске информации в Интернете; анализировать текстовую, видео, графическую, звуковую, информацию в соответствии с учебной задачей; самостоятельно создавать схемы, таблицы для представления информации	Логическая, графическая, алгоритмическая	Установление связей
Коммуникативные УУД	Овладение общением	воспринимать и формулировать суждения в соответствии с целями общения; соблюдать правила ведения диалога и дискуссии; признавать возможность разных точек зрения; корректно и аргументированно высказывать своё мнение; создавать устные и письменные тексты; готовить небольшие публичные выступления	научная речь	Воспроизведение

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5
	Овладение совместной деятельностью	формулировать краткосрочные и долгосрочные цели; принимать цель и коллективно строить действия по её достижению; распределять роли, договариваться, обсуждать процесс и результат совместной работы; проявлять готовность руководить, выполнять поручения, подчиняться; ответственно выполнять свою часть работы; оценивать свой вклад в общий результат; выполнять совместные проектные задания	научная речь, логическая, алгоритмическая	Установление связей
Регулятивные УУД	Овладение Самоорганизацией	планировать действия по решению учебной задачи; выстраивать последовательность выбранных действий	Логическая, алгоритмическая	Установление связей
	Овладение самоконтролем	устанавливать причины успех/неудач учебной деятельности; корректировать свои учебные действия для преодоления ошибок	Логическая, научная речь	Воспроизведение

В структуре методики развития математической грамотности на основе изученной литературы предлагается введение заданий в различные этапы урока, включение игровой деятельности в процессе обучения математике, организацию кейс-уроков и игровых уроков, введение устных упражнений, способствующих развитию грамотной речи.

В рамках предложенных методов работы и проведённого анализа были выбраны такие направления деятельности, как математические игры, проводимые во внеурочное время, задания, требующие нестандартных решений, включаемые в процесс урочной деятельности, использование различных форм организации деятельности на уроке, включая групповую и индивидуальную формы работы.

Построение математических моделей и обоснованный выбор математического аппарата для решения реальных проблем является одной из компетенций математической грамотности.

В примерной основной образовательной программе основного общего образования (протокол от 18 марта 2022 г. № 1/22) [19] приоритетными целями обучения математике в 5-6 классах являются: продолжение формирования основных математических понятий (число, величина, геометрическая фигура), обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования обучающихся; развитие интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, интереса к изучению математики; подведение обучающихся на доступном для них уровне к осознанию взаимосвязи математики и окружающего мира; формирование функциональной математической грамотности: умения распознавать математические объекты в реальных жизненных ситуациях, применять освоенные умения для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать полученные результаты и оценивать их на соответствие практической ситуации.

В используемом УМК под редакцией Дорофеева Г.В. для 5-6 классов в основном присутствуют задания на освоение математического аппарата, в частности, при работе с арифметикой десятичных и обыкновенных дробей, практически отсутствуют задания, которые помогают формировать такую компетенцию математической грамотности, как «построение математических моделей и обоснованный выбор математического аппарата для решения реальных проблем». Мало заданий для работы с информацией, представленной в форме таблиц и диаграмм; на оценку, округление и прикидку результатов, связанных с единицами измерений различных величин.

При планировании учебного процесса в условиях Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования важно формирование УУД у обучающихся. Рассмотрим содержание учебного курса математики, задания и универсальные учебные действия, формирующиеся в процессе решения этих задач (табл.2).

Таблица 2 – Содержание учебного курса математики и задания, способствующие формированию математической грамотности учащихся

№ п/п	Тема	Задание	Основные виды учебной деятельности (УУД)
1	Дроби и проценты	Практико-ориентированная задача №1. «Апартаменты для отдыха»	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; умение строить логическое рассуждение; владение устной и письменной речью; умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач; смысловое чтение;
2	Прямые на плоскости и в пространстве		
3	Десятичные дроби	Кейс №3. «Московский Кремль» Задача 1. «Наша древняя столица» Задача 2. «Площади Кремля»	умение планировать пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач; смысловое чтение;
4	Действия с десятичными дробями	Кейс №4. «Путешествие по Волге»	умение планировать пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности ее решения; смысловое чтение;
		Задача для устной работы №1. «Путешествие»	умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата; умение осознанно использовать речевые средства в соответствии с задачей коммуникации для выражения своих чувств, мыслей и потребностей; планирования и регуляции своей деятельности; владение устной и письменной речью, монологической контекстной речью;
		Задача для устной работы №2. «Поездка автобуса»	умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата; умение осознанно использовать речевые средства в соответствии с задачей коммуникации для выражения своих чувств, мыслей и потребностей; планирования и регуляции своей деятельности; владение устной и письменной речью, монологической контекстной речью;
5	Окружность	Практико-ориентированная задача «Пиццерия»	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией; смысловое чтение;
		Практико-ориентированная задача «Олимпийские медали»	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; смысловое чтение; умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и

			познавательных задач;
		Практико-ориентированная задача «Дачный бассейн»	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; смысловое чтение; умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;
		Практико-ориентированная задача «Деревенский колодец»	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; смысловое чтение; умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;
6	Отношения и проценты	Задача для устной работы №3. «Масса слоненка»	умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата; умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;
		Задача для устной работы № 4. «Покупка в кредит»	умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата; умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;
		Задача для устной работы №5. «Царь-пушка»	умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата; умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;
		Кейс №1. «Семейный отпуск»	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;
		Задача с экономическим содержанием № 1. «Покупка автомобиля»	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;
		Задача с экономическим содержанием № 2. «Благотворительный концерт»	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;
		Задача с экономическим содержанием № 3. «Краска для автомобиля»	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;
		Решение задач по теме «Пропорция»	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;

7	Симметрия		
8	Выражения, формулы, уравнения	Кейс №2. «Продажа газировки»	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;
		Задания для групповой работы № 1.	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками; работать индивидуально и в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов; формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение;
9	Целые числа		
10	Множества. Комбинаторика		
11	Рациональные числа		
12	Многоугольники и многогранники	Практико-ориентированная задача № 2. «План»	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; смысловое чтение;
		Задача в формате PISA «Укладываем паркет»	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; смысловое чтение;
		Задача в формате PISA «Измеряем участки земли»	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; смысловое чтение;
		Задача в формате PISA «Веранда»	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; смысловое чтение;
13	Повторение	Практико-ориентированная задача № 3. «Рост»	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; смысловое чтение;

Рассмотрев и проанализировав таблицу можно сделать вывод, что задания для формирования математической грамотности можно включать практически в любой раздел курса математики в основной школе.

2.2 Организация решения на уроках и во внеурочной деятельности практико-ориентированных задач с помощью коммуникативных и игровых методов

Формирование математической грамотности – сложный, многосторонний, длительный процесс.

Для формирования математической грамотности в рамках разработанной нами методике будем придерживаться следующих принципов, выбранных на основе анализа теоретической и методической литературы:

- включение в ход уроков разнообразных форм работы, включая индивидуальную и групповую;
- введение на уроках практико-ориентированных заданий, задач, требуемых метапредметных знаний, сюжетных задач и задач, связанных с поисково-исследовательской деятельностью.

Рассмотрим систему внедрения методики на различных этапах урока.

Уроки, составленные с использованием кейс-технологий.

Кейс №1. «Семейный отпуск»

Урок с применением кейс-технологии по теме «Отношение величин. Масштаб».

Материалы к уроку: однажды, решая, как провести совместный отпуск семья из 4 человек собрала семейный совет.

Озеро Тургояк расположено в Миасском городском округе Челябинской области рядом с поселком Тургояк. Это один из самых живописных водоемов Урала. По одной из версий название озера произошло от башкирского "турге як кул" – "озеро, находящееся наверху". Озеро лежит на высоте 320 м. над уровнем моря. Его средняя глубина составляет 19 м., максимальная – 36,5 м. С 1961 года озеро носит статус памятника природы. На одном из островов, а именно на острове Веры, были обнаружены памятники древней цивилизации – мегалиты (первые монументальные рукотворные сооружения, созданные без применения цемента или раствора). Возраст этих сооружений – более 6 тысяч лет. Остров имеет небольшие размеры 14 на 200 метров. В туристический сезон от главного пляжа к острову курсирует паром. До озера они решили добраться на личном автомобиле. Расстояние Челябинск Миасс по трассе

составляет 106 км, а по прямой – 83 км. После прибытия в Миасс им нужно по карте найти дорогу до пункта Золотой пляж.

1. Найдите его на карте, а также посчитайте какое расстояние нужно будет проехать, если они остановились в точке, отмеченной красным (остановочный пункт), если масштаб карты 1 см к 2,5 км.

Расстояние на карте: _____

Расстояние на местности: _____

Найдите самый выгодный маршрут, учитывая автомобильные дороги, выделите его цветом на ваших картах.

Посчитайте, какое расстояние им потребуется проехать до этого места, если до границы Челябинска из своего дома им нужно проехать еще 15 км.

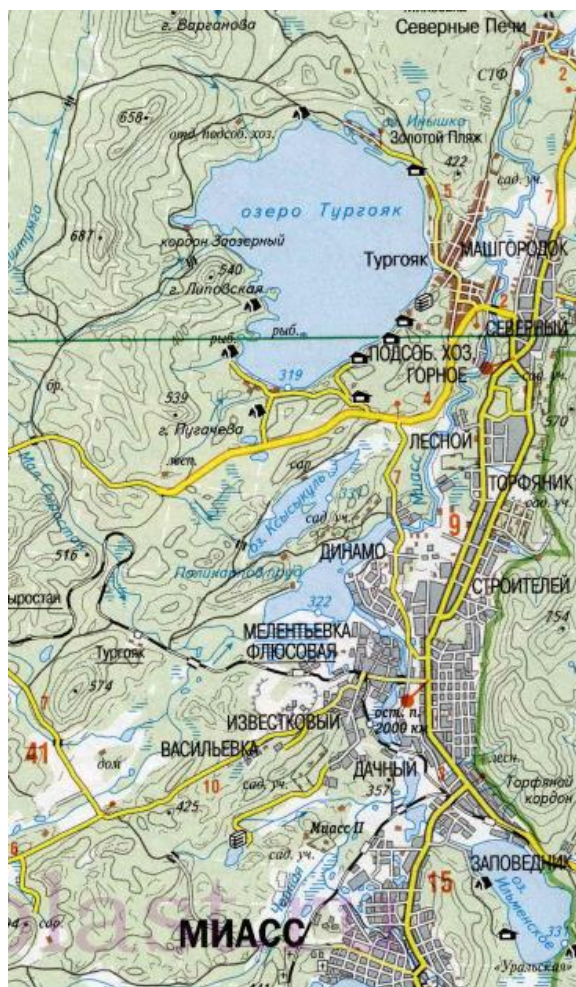


Рисунок 5 – Карта местности для кейс-урока

2. Посчитайте примерное время в пути, если в городах (Челябинск, Миасс машина в среднем с учетом пробок и светофоров едет 40км/час, на трассе в среднем 80 км/час), учтите, что для семьи необходимы две 15 минутные остановки на отдых, для этого ответьте на вопросы:

- a. Сколько времени потребуется доехать до границы города?
- b. Сколько времени уйдет на трассе?
- c. Сколько времени уйдет на передвижение по городу Миассу?
- d. Сколько примерно времени займет весь путь?

3. Рассчитайте расход бензина в литрах, если известно, что средний расход на их автомобиле составляет 12л на каждые 100 км. Сколько им придется потратить на бензин, если они заправляют машину бензином марки АИ-95, цены приведены в таблице

4. Сделайте вывод:

В какое время семье лучше выезжать, если отель, в котором они планируют остановиться, запускает посетителей только после 12.00.

Какая сумма уйдет у них на дорогу?

В данном формате урока задача учителя состоит в помощи ученикам, контролю правильности выполнения задания. При возникновении трудностей с выполнением лучше будет, если кто-то из учеников выйдет с объяснением, а учитель, лишь скорректирует его ответ.

Кейс №2. «Продажа газировки»

Урок с применением кейс-технологии по теме «Составление формул и вычисление по формулам», задача предлагается в рамках повторения материала после изучения темы «Целые числа»)

Менеджер одной компании по продаже газированных напитков заметил, что летом при повышении температуры на один градус продажа напитков увеличивается примерно на 200 литров в день и на столько же она уменьшается на каждый градус понижения температуры. Сегодня он продал 4 600 литров напитка.

1. Сколько он может продать завтра, если

а) температура повысится на 1°C ;

б) станет жарче на 2°C ;

в) температура упадет на 1°C ;

г) температура не изменится?

2. При каком изменении температуры объем продаж напитка не будет превышать 3 000 литров?

3. На складе хранится 6 400 литров продукции. К какому наибольшему повышению температуры готова компания?

Как видно из вопросов задачи, нам необходимо не только определить, сколько менеджер сможет продать завтра газированных

напитков при четырех различных условиях (вопрос № 1), но и исследовать различные варианты продажи (вопросы № 2 и № 3). Для решения этой задачи составим общую формулу, которая бы учитывала количество проданного напитка в зависимости от колебания температуры.

Пусть y – количество литров напитка, которое может быть продано завтра. Будем считать, что завтра температура изменится на x градусов. Заметим, что если температура повышается, то x – величина положительная, а если понижается – то отрицательная. Тогда объем продаж изменится на $200x$ и составит:

$$y = 4\,600 + 200x.$$

1. Этот этап для этой задачи не вызывает затруднений. Если температура повысится на 1°C , то можно рассчитывать на продажу 4 800 литров напитка. Если температура повысится на 2°C , то продажи за следующий день могут достичь 5 000 литров. Понижение температуры на 1°C сулит сокращение продаж до 4 400 литров. Объемы продаж не изменятся, если завтра не изменится температура.

2. Так как x – это изменение температуры, то из полученного нами результата $x = -8$ можно сделать вывод, что объем продаж не превысит 3 000 литров при понижении (об этом говорит знак минус) температуры на 8°C и более.

3. Компания не будет испытывать недостатка в товаре, даже если температура завтра поднимется на 9°C . Однако, это наибольшее повышение температуры, к которому готова компания по складским запасам.

Следует обратить внимание в этой задаче на то, что правильно построенная математическая модель годится для подсчета завтрашних продаж газированного напитка при любом изменении температуры. И если возникнет необходимость прогнозировать возможные объемы продаж при повышении или понижении температуры, например, на 10°C или даже на

15°C, то эта математическая модель вполне подойдет для таких подсчетов. Математическое моделирование позволило нам также исследовать некоторые варианты продаж при изменениях температуры, что может быть использовано при планировании, пополнении складских запасов и т.д.

Кейс №3. «Московский Кремль»

Урок с применением кейс-технологии по теме «Действия с обыкновенными и десятичными дробями». Формирование компетенции математической грамотности «формулировать математические понятия, объекты и закономерности на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат для решения практико-ориентированных задач» в рамках обучения в разделе «Дроби».

Важная роль при выполнении заданий данной работы отводится читательской грамотности. У обучающихся формируется умение выбрать из текста составляющие для построения математических моделей и сделать обоснованный выбор способа решений этих моделей.

Задача 1. «Наша древняя столица»

Современная Москва – большой красивый многолюдный город. Но когда-то она была маленьким поселением. Впервые Московское поселение упоминается в летописи в 1147 году в связи с именем сына Владимира Мономаха – ростово-суздальского князя Юрия, прозванного Долгоруким. Принято от этой даты отсчитывать возраст нашей столицы, но археологические раскопки показали, что уже в XI веке, лет за сто до рождения Юрия Долгорукого, в месте впадения реки Неглинки в Москву-реку стояло селение с небольшим укреплением. Укреплённая часть называлась КРЕМЛЁМ и размещалась на высоком Боровицком холме (от нынешних Боровицких ворот до Государственного Кремлёвского дворца).

В Кремле стояли дружины, охраняющие подступы, за стенами крепости укрывались горожане. Город быстро рос, и князь Юрий приказал

построить новый Кремль. Московский Кремль XI века занимал площадь 1,5 га. Площадь Кремля, построенного при Юрии Долгоруком, была на 75000 м² больше, а длина стен Кремля при Юрии Долгоруком была 1 200 м.

Самые страшные испытания обрушились на Москву в 1238 году, когда под её стены пришли полчища хана Батыея. Москвичи укрылись за стенами Кремля и самоотверженно защищали город, но отстоять его не сумели. Шли годы, и Москва, уничтоженная Батыеем, вновь отстроилась и выросла. Она была завещана Александром Невским сыну Даниилу как отдельное княжество. При преемниках князя Даниила, его сыновьях – Юрии (1303-1325) и Иване I (1325-1341) по прозвищу Калита (мешок с деньгами) размеры Московского княжества возросли. Иван Калита стал украшать город: построил Успенский и Архангельский соборы, церковь-колокольню Ивана Лествичника и храм Спаса. Длина стен Кремля стала на 0,47 км больше, чем прежде, и площадь Кремля увеличилась на 10,9 га.

Задание 1.

Какой длины были стены Кремля, возведённого Иваном Калитой?
Какая площадь была у Кремля?

Ответ:

19,9 га – площадь Кремля;

1,67 км – длина стен Кремля при Иване Калите.

$75000 \text{ м}^2 : 10000 = 7,5 \text{ га}$

$1200 \text{ м} : 1000 = 1,2 \text{ км}$

1) $1,5 \text{ га} + 7,5 \text{ га} + 10,9 \text{ га} = 19,9 \text{ га}$

2) $1,2 \text{ км} + 0,47 \text{ км} = 1,67 \text{ км}$

Задача 2. «Площади Кремля»

В XV веке Москва была городом, в котором построения в основном были деревянные, поэтому часто вспыхивали пожары. Так случилось в 1493 году: выгорели постройки на Боровицком холме и вокруг него. Вокруг Кремля образовалось огромное пустое пространство, которое

долгое время называли Пожар. Затем – Великий торг, так как это место стало главной торговой площадью. Теперь она называется Красной площадью.

В 1499 году великий князь Иван III приказал к западу от Кремля не строить, а отступить «от стены до двора» и образовался пустырь шириной приблизительно 100 сажень (в то время сажень был приблизительно 1,53 метра). Пустырь к востоку от Кремля, который назывался Красной площадью, расстраивался. Заиграли часы на Спасской башне, появились Торговые ряды и Земские приказы. Украшал площадь причудливый храм Покрова на Рву, возведённый в 1554-1560 гг. и более известный как храм Василия Блаженного. Красота площади померкла за 38 суток, которые пробыли в Москве наполеоновские войска. Восстановить её поручили архитектору Осипу Ивановичу Бове. В 1815-1816 гг. работы по её восстановлению были завершены, и она опять стала красивейшей площадью Москвы, её площадь уже составляла 6,9512 гектаров.

Задание 2. Какой была ширина пустыря, на месте которого появилась Красная площадь?

Ответ: 153 м – ширина пустыря ($1,53 \cdot 100 = 153$ м)

Задание 3. Сколько квадратных метров занимает современная Красная Площадь?

Ответ: 69512 м^2 – Красная Площадь ($6,9512 \text{ га} \cdot 10000 = 69512 \text{ м}^2$)

Используя данные таблицы 3, где указаны высоты башен Московского Кремля, выполни задания, которые находятся под таблицей.

Таблица 3 – «Башни Московского Кремля»

Название	Высота		№ для задания 4.
	До звезды	Со звездой	
Боровицкая башня	50,7	54,05	
Водовзводная башня	57,7	61,25	
Благовещенская башня	Без флюгеля 30,7	С флюгелем 32,45	
Тайницкая башня	38,4		
Первая Безымянная башня	34,15		
Вторая Безымянная башня	30,2		

Петровская башня	27,15		
Беклимешевская башня	46,2		
Константино-Еленинская башня	36,8		
Набатная башня	38		
Царская башня	Без флага 14,45	С флагом 16,7	
Спасская башня	До звезды 67,3	Со звездой 71	
Сенатская башня	34,3		
Никольская башня	До звезды 67,1	Со звездой 70,4	
Угловая арсенальная башня	60,2		
Средняя арсенальная башня	38,9		
Троицкая башня	До звезды 76,35	Со звездой 80	
Башня Кутафья	13,5		
Комендантская башня	41,25		
Оружейная башня	32,65		

Задание 4. Расположите башни Кремля по высоте, начиная с самой низкой башни и заканчивая самой высокой.

Задание 5. Используя таблицу, дайте ответы на вопросы.

Вопрос 1. Назовите самую маленькую башню Кремля и её высоту. Округлите высоту этой башни: а) до целых; б) до десятков.

Ответ: Башня Кутафья; а) 14 м; б) 10 м

Вопрос 2. Назовите самую высокую башню Кремля. На сколько метров высота башни со звездой больше высоты башни до звезды?

Ответ: Троицкая башня; $80 - 76,35 = 3,65$ м

Вопрос 3. Сколько башен Кремля имеют звёзды? Какую часть они составляют от всех башен Кремля?

Ответ: 5 башен, $\frac{1}{4}$ часть

Вопрос 4. Сколько безымянных башен в Кремле? а) Найдите разность их высот. б) Какую часть они составляют от всех башен Кремля?

Ответ: 2 башни; а) 3,95 м; б) $\frac{1}{10}$ часть

Вопрос 5. Во сколько раз Угловая Арсенальная башня выше Средней Арсенальной, ответ округлите до десятых?

Решение: $60,2 : 38,9 = 1,5475\dots$

Ответ: в 1,5 раза

Вопрос 6. Самая красивая и стройная из всех башен Московского Кремля – Главные ворота Кремля – первоначально называлась Фроловской стрельницей. Выполните вычисления. Используя полученные результаты и данные таблицы, определите современное название данной башни.

$$1) \frac{17 \cdot 3}{34} \quad 2) \frac{0,6 \cdot 82}{4,1} \quad 3) \frac{4,2 \cdot 3,2}{0,56} \quad 4) 1 \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} : 1 \frac{1}{5} \cdot 1,8$$

$$5) \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{15} : \frac{4}{7} \cdot 15 \quad 6) \frac{4,5 \cdot 3,9}{1,3} \quad 7) 1 \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{11}$$

$$: \frac{2}{99} \quad 8) \frac{4,8}{1,6 \cdot 2,5}$$

Таблица 4 – Бланк записи ответов для вопроса 6

П		К		С		Я		А	
1,5	12	24	1,5	1,5	13,5	24	1,2		

Ответ: Спасская

Вопрос 7. Из 20 башен Кремля одна – Кутафья – неправильной формы, четырёхгранных башен в 8 раз больше, чем круглых, круглых башен в 2 раза больше, чем многогранных. Сколько башен каждой формы имеет Кремль?

Решение: $20 - 1 = 19$ (башен)

Круглые – 2 части

Четырёхгранные – 16 частей

Многогранные – 1 часть

1) $19 : 19 = 1$ (б.) – многогранная

2) $1 \cdot 2 = 2$ (б.) – круглые

3) $19 - 3 = 16$ (б.) – четырёхгранные

Ответ: 1 башня – многогранная, 2 – круглые; 16 – четырёхгранные

Далее обучающимся предлагается выбрать одну (две) из 20 башен Кремля, составить краткий обзор башни и придумать задачу на использование арифметики дробей.

Кейс №4. «Путешествие по Волге»

Урок с применением кейс-технологии по теме «Решение задач на движение. Работа с единицами измерения величин»

Формирование компетенции математической грамотности «умения распознавать проявления математических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей» в рамках темы «Решение задач на движение» в разделе «Числа и вычисления. Рациональные числа». Обучающиеся работают в основном с задачами, в которых в явном виде представлены величины того или иного движения. Использование задач практического содержания, ориентированных на жизненный опыт, играет важную роль для формирования компетенции «распознавание математических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях».

Волга – великая русская река. Длина реки – 3690 км. Крупнейшие города на Волге – Тверь, Ярославль, Кострома, Нижний Новгород и многие другие. Путешествия по Волге пользуются большим спросом (рис. 5).



Пункты	От предыдущей пристани (км.)	От Москвы
Москва		
Кимры	145	145
Углич	125	270
Рыбинск	115	385
Ярославль	95	480
Кострома	82	562
Семилуки	76	638
Клешино	26	664
Юрьево	66	720
Городец	78	798
Нижний Новгород	54	852
Лысково	96	948
Васильсурск	71	1019
Устье р. Ветлуги	30	1049
Козьмодемьянск	14	1063
Чебоксары	54	1117
Новочебоксарск	19	1136
Звенигово	45	1181
Казань	76	1257

Рисунок 5 – Путешествие по Волге

Из Ярославля до Костромы по реке Волге одновременно отправились два парохода с туристами. Расстояние по реке на 4 км больше, чем по суше. Скорость быстроходного парохода – 40 км/ч, а второй двигался в 2 раза медленнее. Смогут ли туристы этих двух пароходов одновременно встретиться в Костроме, если туристы первого парохода на два с половиной часа останавливались на обзорную экскурсию в небольшой деревушке во время движения, а туристы второго парохода останавливались там же на полчаса?

Решение:

82 км – расстояние из Ярославля до Костромы (рис.5).

1) $82 : 40 = 2,05$ ч (2 ч 3 мин) – время движения быстроходного парохода до Костромы.

2) $82 : 20 = 4,1$ ч (4 ч 6 мин) – время движения второго парохода до Костромы. (Рациональное решение: 2 ч 3 мин $\cdot 2 = 4$ ч 6 мин – пояснение: скорость и время – обратно пропорциональные величины)

3) 2 ч 3 мин $+ 2$ ч 30 мин $= 4$ ч 33 мин (> 4 часов 6 мин)

Ответ: встретятся.

Задание 2.

2.1. Если встреча невозможна, то необходимо узнать, сколько времени может находиться каждая из групп на обзорной экскурсии в деревне, чтобы встреча смогла произойти?

2.2. Если встреча произойдет, то сколько времени может находиться каждая из групп на обзорной экскурсии в Костроме, чтобы они смогли вернуться в Ярославль одновременно в 10 часов вечера, если путешествие из Ярославля началось в полдень?

Решение.

1 способ

1) 12 ч $+ 2$ ч 03 мин $= 14$ ч 03 мин – время прибытия быстроходного парохода в Кострому.

2) $22 \text{ ч} - 2 \text{ ч } 03 \text{ мин} = 19 \text{ ч } 57 \text{ мин}$ – время выхода из Костромы быстроходного парохода. Значит, время пребывания в Костроме быстроходного парохода – 5 ч 54 мин.

3) $12 \text{ ч} + 4 \text{ ч } 06 \text{ мин} = 16 \text{ ч } 06 \text{ мин}$ – время прибытия второго парохода в Кострому.

4) $22 \text{ ч} - 4 \text{ ч } 06 \text{ мин} = 17 \text{ ч } 54 \text{ мин}$ – время выхода из Костромы второго парохода. Значит, время пребывания в Костроме второго парохода – 1 ч 48 мин.

2 способ

1) $12 \text{ ч} + 2 \text{ ч } 03 \text{ мин} = 14 \text{ ч } 03 \text{ мин}$ – время прибытия быстроходного парохода в Кострому.

2) $14 \text{ ч } 03 \text{ мин} + 2 \text{ ч } 03 \text{ мин} = 16 \text{ ч } 03 \text{ мин}$ – время прибытия второго парохода в Кострому.

3) $22 \text{ ч} - 2 \text{ ч } 03 \text{ мин} = 19 \text{ ч } 57 \text{ мин}$ – время выхода из Костромы быстроходного парохода.

4) $19 \text{ ч } 57 \text{ мин} - 2 \text{ ч } 03 \text{ мин} = 17 \text{ ч } 54 \text{ мин}$ – время выхода из Костромы второго парохода.

3 способ (рациональный)

1) $12 \text{ ч} + 2 \text{ ч } 03 \text{ мин} = 14 \text{ ч } 03 \text{ мин}$ – время прибытия быстроходного парохода в Кострому.

2) $22 \text{ ч} - 2 \text{ ч } 03 \text{ мин} = 19 \text{ ч } 57 \text{ мин}$ – время выхода из Костромы быстроходного парохода. Значит, время пребывания в Костроме быстроходного парохода – 5 ч 54 мин.

3) $5 \text{ ч } 54 \text{ мин} - 4 \text{ ч } 06 \text{ мин} = 1 \text{ ч } 48 \text{ мин}$ – время пребывания в Костроме второго парохода.

Ответ: 5 ч 54 мин и 1 ч 48 мин.

Работу с задачей можно организовать по группам. Обучающиеся обсуждают в своей группе условие задачи. Затем отвечают на вопросы и готовят решение с ответами для общего обсуждения и проверки в классе.

Представитель каждой группы защищает своё решение и отвечает на вопросы, которые могут возникнуть у других обучающихся или учителя.

При комплексном подходе к составлению устных упражнений можно достичь высокой математической грамотности. Всем известно, что грамотность – это порядок в мыслях, а, следовательно, и высокое качество знаний; это и основной аспект формирования математической культуры.

Задачи способствуют развитию у обучающихся навыков интерпретации условия задачи на математический язык, создание и работу с математической моделью, подходящей под конкретную задачу, осмысление и формулирование результата из математической модели на язык задачи. Предложенные задачи рекомендуется рассматривать при устной работе ввиду простоты условия и необходимости развития у обучающихся навыков устной работы.

Задача для устной работы №1. «Путешествие»

Послан человек из Москвы в Вологду, и велено ему в хождении своем совершать каждый день по 40 верст. На следующий день вслед ему послан второй человек, и приказано ему делать в день по 45 верст. Через сколько дней второй человек догонит первого? (т.к первый вышел на день раньше и прошел 40 верст, то второму надо нагнать эти 40 верст. За $40:(45-40)=8$ дней.)

Задача для устной работы №2. «Поездка автобуса»

Автобус первые 4 км пути проехал за 12 мин, а следующие 12 км – за 18 мин. Определите среднюю скорость автобуса на всем пути. (32км/ч)

Задача для устной работы №3. «Масса слоненка»

Мама-слониха имеет массу 600 кг. Найдите массу слонёнка, если известно, что она составляет $\frac{1}{5}$ часть от массы большого слона.

Задача для устной работы № 4. «Покупка в кредит»

Рабочий купил компьютер за 11400 р. в кредит. При покупке он внёс $\frac{2}{5}$ части от стоимости компьютера. Остальные деньги рабочий вносил в течение 10 месяцев. Сколько денег рабочий выплачивал ежемесячно?

Задача для устной работы №5. «Царь-пушка»

В московском Кремле находятся Царь-колокол и царь-пушка. Вес колокола 200 тонн, вес пушки 20% веса колокола. Сколько тонн весит царь-пушка?

Один из важных аспектов математической грамотности – это применение математики в различных ситуациях, которые связаны с личной и школьной жизнью, местным обществом, общественной жизнью, работой и отдыхом. Рассмотрим примеры практико-ориентированных заданий из международного исследования PISA.


Практико-ориентированная задача №1. «Апартаменты для отдыха»

Задача может применяться в 6 классе на теме «Работа с таблицами и диаграммами». Данный тип задач способствует развитию логической, вычислительной и графической составляющих математической грамотности.

Из познавательных УУД можем выделить: ребёнок умеет составлять модель и преобразовывать её в случае необходимости, ребёнок может строить логическую цепь размышлений, ребёнок умеет выбрать наиболее подходящий способ решения проблемы, исходя из ситуации. Среди коммуникативных УУД особо выделяется то, что ребенок может создавать устные и письменные высказывания.

Асель нашла эти апартаменты для отдыха, выставленные на продажу в интернете. Она думает купить апартаменты для отдыха, так чтобы она могла сдавать их в аренду отдыхающим.

Таблица 5 – Данные к задаче «Апартаменты для отдыха»

Количество комнат:	1 х гостиная и кухня 1 х спальня 1 х ванная	
Размер:	60 квадратных метра (м ²)	
Паркинг:	да	
Время поездки до центра города:	10 минут	

Расстояние до пляжа:	350 метров (м) по прямой дороге	Цена: 200 000 ед
Использование апартаментов отдыхающими в среднем за последние 10 лет:	315 дней в году	

Вопрос 1: Для того чтобы оценить стоимость апартаментов для отдыха, Асель обратилась к эксперту за оценкой. Для оценки стоимости апартаментов для отдыха, эксперт использует следующие критерии:

Таблица 6 – Дополнительные данные к задаче «Апартаменты для отдыха»

Цена за м ²	Начальная цена:	2500 ед на м ²			
Дополнительные критерии	Время поездки до центра:	Более 15 минут: +0 ед	От 5 до 15 минут: +10 000 ед	Менее 5 минут: +20 000 ед	
	Расстояние до пляжа (по прямой дороге):	Более 2 км: +0 ед	От 1 до 2 км: +5000 ед	От 0,5 до 1 км: +10 000 ед	Менее 0,5 км: +15 000 ед
	Парковка:	Нет: +0 ед	Да: +35 000 ед		

Если стоимость, определенная экспертом будет выше рекламной стоимости, то для Асель, как потенциальному покупателю, цена будет «очень хорошей». Покажите, опираясь на критерии эксперта, что продажная цена предложенного жилья «очень хорошая» для Асель.

Ответ: Ответ, который показывает, что предполагаемое значение согласно критериям эксперта 210000 ед.

Вопрос 2: За последние 10 лет отдыхающие использовали апартаменты в среднем 315 дней в году. Можно ли вывести следующие утверждения из данной информации. Обведите “Да” или “Нет” для каждого утверждения.

Таблица 7 – Бланк ответов для задачи «Апартаменты для отдыха»

Утверждение	Можно ли вывести это утверждение из данной информации?
Можно с уверенностью сказать, что апартаменты для отдыха использовались отдыхающими ровно	Да / Нет

315 дней хотя бы в одном из последних 10 лет.	
Теоретически возможно, что за последние 10 лет апартаменты использовались отдыхающими более 315 дней каждый год.	Да / Нет
Теоретически возможно, что в одном из последних 10 лет апартаменты вовсе не использовались отдыхающими.	Да / Нет

Примечание: Считайте, что в году 365 дней.

Ответ: Три полных ответа: Нет, Нет, Да, в этом порядке.

Практико-ориентированная задача № 2. «План». Задача из темы «Периметр и площадь» либо «Сравнение чисел», а также можем использовать при повторении и подготовке к контрольным работам и ВПР.

Из познавательных УУД можем выделить: ученик умеет составлять модель и преобразовывать её в случае необходимости, ребёнок может строить логическую цепь размышлений, ученик может структурировать найденную информацию в нужной форме. Из коммуникативных УДД выделим следующие: ученик может создавать устные и письменные высказывания, ученик умеет вступать в диалог.

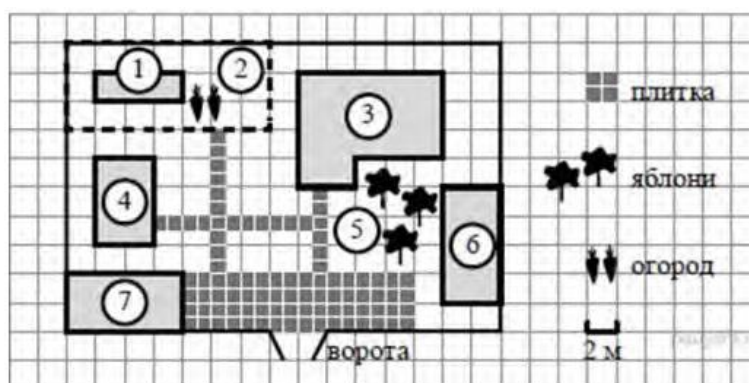


Рисунок 6 – План домохозяйства

Прочитайте внимательно текст и выполните задание. На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Авдеево, 3-й Поперечный пер., д. 13 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота. При входе на участок справа от ворот находится баня, а слева – гараж, отмеченный на плане цифрой 7. Площадь, занятая гаражом, равна 32 кв. м. Жилой дом находится в глубине территории.

Помимо гаража, жилого дома и бани, на участке имеется сарай (подсобное помещение), расположенный рядом с гаражом, и теплица, построенная на территории огорода (огород отмечен цифрой 2).

Вопрос 1. Перед жилым домом имеются яблоневые посадки. Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между баней и гаражом имеется площадка площадью 64 кв. м, вымощенная такой же плиткой. Хозяйка захотела поменять тротуарную плитку. Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 4 штуки. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом? В таблице представлены фирмы, где можно приобрести понравившуюся тротуарную плитку. Выбрать выгодную покупку.

Таблица 8 – Данные к задаче «План»

№	фирмы	Стоимость 1 упаковки	% доставки от общей суммы покупки	Общая сумма
1	Мир	45 руб	4%	
2	Дружба	34 руб	5%	
3	Миф	39 руб	6%	

Вопрос 2. Хозяйка решила покрасить пол в гараже. Для покраски 1 м² пола требуется 140 г краски. Краска продается в банках по 1,5 кг. Сколько банок краски нужно купить для покраски пола в гараже?

Вопрос 3. В сарае хозяйка держит курей, они свободно гуляют по территории участка, на котором построен дом. Она решила огородить огород, чтобы куры не портили посеы. Нужно купить сетку-рабица. 1 м сетки стоит 45 рублей. Во сколько обойдется покупка сетки.

Практико-ориентированная задача № 3. «Рост»

Задача из раздела «Повторение», а именно среднее арифметическое.

В классе 25 девочек. Их средний рост равен 130 см.

Вопрос 1: Объясните, как подсчитать средний рост девочек.

Вопрос 2. Заполните таблицу ответов № 5.

Вопрос 3: Оказалось, что рост одной из девочек был указан неверно. Ее рост вместо 145 см должен быть 120 см. Найдите правильное значение среднего роста девочек в этом классе.

Таблица 9 – Форма для ответов к задаче «Рост»

Обведите слово «Верное» или «Неверное» около каждого из следующих утверждений. Утверждение	Верное или Неверное
Если в классе есть девочка ростом 132 см, то обязательно должна быть девочка ростом 128 см.	Верное / Неверное
У большинства девочек рост должен быть 130 см.	Верное / Неверное
Если выстроить девочек по росту, начиная с самой маленькой и кончая самой высокой, то прямо посередине должна стоять девочка ростом 130 см.	Верное / Неверное
Половина девочек в классе должна быть выше 130 см, а другая половина должна быть ниже 130 см.	Верное / Неверное

Разбор условия в виде вопросов и ответов:

Что известно из условий? (количество девочек, средняя величины, в зависимости от вопроса, дополнительные данные во втором вопросе)

Измененные данные, что потребует найти способ заменить старые величины новой

Поиск решения в виде беседы с учениками, постепенное подведение к решению.

Для нахождения среднего роста можем использовать формулу нахождения среднего арифметического (сумма величин / количество величин)

При решении 2 вопроса:

Если есть девочка ростом 132, то будет ли девочка ниже, чем 130см? Если было бы всего 2 девочки, то какой рост был бы у второй? (128см). Так как девочек у нас больше 2, то можем ли мы выбрать такой рост, чтобы избежать 128см? (да). Обязательно ли будет ли такая девочка? (нет). Если у большинства девочек рост будет больше 130 см, то может ли среднее арифметическое быть 130? (да, если значения меньше 130 будут значительно меньше). Всегда ли это будет выполняться? (нет, можно сконструировать случай, когда выполняться не будет). Когда будем выстраивать девочку по росту, каков ожидаемый рост девочке, стоящий в

середине? (близкий к среднему значению). Обязательно ли будет девочка, которая имеет рост 130? (нет, это возможно, но не обязательно). Можем ли разделить 25 девочек пополам? (нет, так как 25 нечетное число)

2 вопрос:

Так как мы не знаем рост всех девочек, то подсчитать заново не сможем. Что можно будет сделать, чтобы получить равенство, из которого нам позволит заменить данные? (найти сумму роста всех девочек (среднее арифметическое умножить на 25)).

Что нужно будет сделать для замены данных? (вычесть старые данные и добавить новые)

Запись решения.

Вопрос 1: Рост

Для подсчета среднего роста необходимо сложить рост каждой девочки, после этого поделить на количество девочек (то есть на 25)

Вопрос 2: Рост

Таблица 10 – Запись решения к задаче «Рост»

Обведите слово «Верное» или «Неверное» около каждого из следующих утверждений. Утверждение	Верное или Неверное
Если в классе есть девочка ростом 132 см, то обязательно должна быть девочка ростом 128 см.	Верное / <u>Неверное</u>
У большинства девочек рост должен быть 130 см.	Верное / <u>Неверное</u>
Если выстроить девочек по росту, начиная с самой маленькой и кончая самой высокой, то прямо посередине должна стоять девочка ростом 130 см.	Верное / <u>Неверное</u>
Половина девочек в классе должна быть выше 130 см, а другая половина должна быть ниже 130 см.	Верное / <u>Неверное</u>

Вопрос 3: Рост

$$130 \cdot 25 = 3250$$

$$3250 - 145 = 3105$$

$$3105 + 120 = 3225$$

$$3225 : 25 = 129$$

Из познавательных УУД можем выделить: ребёнок умеет составлять модель и преобразовывать её в случае необходимости, ребёнок может строить логическую цепь размышлений, ребёнок умеет выбрать наиболее подходящий способ решения проблемы, исходя из ситуации, ребёнок умеет осмысленно читать, извлекая нужную информацию, отбрасывая второстепенную информацию, у ребенка сформированы умения анализа и синтеза. Среди коммуникативных УУД выделяются следующие: ученик может создавать устные и письменные высказывания, ребенок умеет слушать и слышать.

Отдельно рассмотрим задания, направленные на групповую форму работы на уроке.

Задания для групповой работы № 1.

Каждая группа получает задание на карточке – две задачи. К каждой задаче необходимо составить выражение и решить задачу. Руководитель группы должен вывесить решение задачи на доске (задание из раздела программы «Выражения, формулы, уравнения»).

Группа 1

1. Во время сбора урожая на поле, учащиеся 5 класса разделились на 4 звена по 5 человек в звене и 2 звена по 6 человек. Сколько всего учащихся в классе?

2. Собранный картофель распределили в 25 контейнеров по a килограмм в каждом и еще осталось 10000 килограммов. Сколько картофеля было собрано?

Группа 2

1. Пшеницу на поле собирали два дня. За первый день было обмолочено 40 центнеров, а за второй – на 7 центнеров больше. Сколько центнеров пшеницы обмолотили за два дня?

2. Фермерское хозяйство “Трудыги” собрало 2600 кг огурцов, а их соседи “Непоседы” на k кг больше. Сколько килограммов огурцов собрали в фермерском хозяйстве “Непоседы”.

Группа 3

1. Работники завода “Прогресс” в 2019 году выпустили 346 измерительных приборов, что на n приборов больше, чем в 2018 году. Сколько измерительных приборов было выпущено за два года?

2. Овощная база, получив помидоры, решила 2 тонны помидоров засолить для использования зимой, а свежими оставила в два раза меньше. Сколько всего помидоров получила овощная база.

Эти задания мы использовали по усмотрению учителя:

- Как игровой момент на уроке;
- Как проблемный элемент в начале урока;
- Как задание – «толчок» к созданию гипотезы для исследовательского проекта;
- Как задание для смены деятельности на уроке;
- Как модель реальной жизненной ситуации, иллюстрирующей необходимость изучения какого либо понятия на уроке;
- Как задание, устанавливающее межпредметные связи в процессе обучения;
- Некоторые задания заставят сформулировать свою точку зрения и найти аргументы для её защиты;
- Можно собрать задания одного типа и провести урок в соответствии с какой-то образовательной технологией;
- Можно все задачи объединить в группы и создать свой элективный курс по развитию математического мышления.

Из познавательных УУД можем выделить: ученики умеют составлять модель и преобразовывать её в случае необходимости, ученики владеют способами решения проблем, ученики умеют вести поиск и выделять необходимую информацию. Среди коммуникативных УУД выделим следующие: у ребенка развита рефлексия (рефлексия в общении –

осознание действующим индивидом того, как он воспринимается партнером по общению), ученик умеет вступать в диалог.

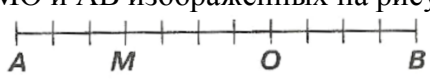
Задания для групповой работы № 2.

Урок-соревнование по математике в 6 классе «Решение задач по теме «Пропорция» проведён между командами учеников одного класса после изучения основного свойства пропорции. При составлении заданий учтён изученный материал. Задания подобраны не только на учебные знания, но и на смекалку, внимательность, логическое мышление. С полным конспектом урока можно ознакомиться в приложении 1. В рамках работы мы представим лишь некоторые этапы урока.

В начале урока создаются команды, которые придумывают себе название и девиз, после их представления команды получают оценочный лист, на котором они будут ставить оценку своей работы в процессе урока.

Разминка команд. Каждой команде выдаётся карточка, на которой несколько вопросов на повторение. Требуется ответить на вопросы и отгадать зашифрованное слово.

Таблица 11 – Задания на разминке урока-соревнования

Вопрос	Ответ
<p>Найдите отношение длин отрезков МО и АВ изображённых на рисунке</p> 	<p>1) 4/11, 2) 0,4, 3) 0,5, 4) 2,25.</p>
<p>Из данных величин выберите прямо пропорциональные.</p>	<p>1) количество товара, купленного на определённую сумму, и его цена, 2) скорость и расстояние, пройденное за определённое время, 3) площадь квадрата и длина его стороны, 4) вычитаемое и разность при постоянном уменьшаемом.</p>
<p>Из данных величин выберите обратно пропорциональные.</p>	<p>1) путь и время движения при постоянной скорости, 2) рост человека и его возраст, 3) длина и ширина прямоугольника при постоянной площади, 4) количество купленного товара и его стоимость при постоянной цене.</p>
<p>Площадь прямоугольника 48 см². Его длину уменьшили в 4 раза. Чему</p>	

равна площадь получившегося прямоугольника?	
Периметр квадрата равен 20 см. Его сторону увеличили в 4 раза. Чему равен периметр получившегося квадрата?	
Найдите неизвестный член пропорции $48 : 6 = 32 : y$.	

Таблица 12 – Оценочный лист

Команда		Состав команды				
Домашняя работа	Разгадка слова	История математики	Заполни пропуски	Задача на части	Решение задач на пропорцию	Общий итог.

После проверки домашнего задания и постановки темы урока начинается игра.

Вопрос 1. История математики. Перед уроком учитель выясняет, кто из членов команд сделал сообщение по теме «Пропорция». На уроке заслушивается лучшее сообщение. После выступления команд каждая ставит себе оценку в листе оценивания

Вопрос 2. Заполнение пропусков. На карточке пропущены слова. Заполните пропуски. После заполнения карточки каждая команда ставит себе оценку в листе оценивания

1. Равенство _____ называют пропорцией.

2. В пропорции $a : b = c : d$ числа a и d называют _____ членами пропорции, а числа b и c – _____ членами пропорции.

3. Произведение _____ членов пропорции равно _____ членов пропорции. Это утверждение называют _____

4. Если $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то _____ = _____.

5. Найти неизвестный член пропорции $3 : 4 = x : 12$.

Оцените себя на оценочном листе.

Вопрос 3. Решение задачи на скорость. На карточке написана задача. Распределение суточной калорийности пищи в течение дня (завтрак, обед, полдник, ужин) для школьника определяется следующим отношением 5:7:3:5. Выразите данное распределение в процентах. Выигрывает та команда, которая быстрее решит задачу.

Вопрос 4. Решение задач командой. На карточках выдаются задачи, которые необходимо решить и подготовить решение для выступления разными членами команды, за каждую решенную задачу и представленную решением на проверку учителю команда получает по 3 б. В процессе проверки учитель может задать поясняющий к задаче и решению вопрос, на который выбранный ответчик дает ответ.

Задача 1. Страус пробегает 900 м за 0,6 мин. Какое расстояние пробежит страус за 3,4 мин.? (5100м)

Задача 2. В мебельном цехе весь заказ 4 сборщика выполнили за 6 дней. За сколько дней этот заказ могли выполнить 3 сборщика? (8)

Задача 3. Масса сушёных яблок составляет 12% массы свежих. Сколько надо взять свежих яблок, чтобы получить 48 кг сушёных? (400)

Задача 4. Свежий гриб содержит 90% воды, а сушеный – 15%. Сколько получится сушеных грибов из 17кг свежих? (2).

В 6 классе, познакомившись с пропорциями, обучающиеся наблюдают, как снижаются или повышаются цены на те или иные товары, как зависит уплата налогов от заработной платы. Деление в данном отношении позволяет рассмотреть проблему распределения прибыли пропорционально внесенным деньгам, оплаты за выполненную работу.

Рассмотрим задачи с экономическим содержанием для развития математической грамотности.

Задача с экономическим содержанием № 1. «Покупка автомобиля»

Стоимость автомобиля “Рено Логан” составляет 600 000 рублей. В соответствии с условиями кредитования, при его покупке покупатель

выплачивает половину стоимости, а вторую половину можно выплатить в течение двух лет равными частями. При этом банку необходимо заплатить только одноразовую комиссию в сумме 2,5% от суммы кредита. Также необходимо обязательно застраховать автомобиль, стоимость страховки составляет 5% от стоимости автомобиля. Какую общую сумму за автомобиль необходимо уплатить? Сколько денег ежемесячно необходимо выплачивать банку?

Решение:

1. $600000 : 2 = 300000$ (руб.) – половина суммы;

2. $2,5\% = 0,025$

$300000 \cdot 0,025 = 7500$ (руб.) – одноразовая комиссия;

3. $5\% = 0,05$

$600000 \cdot 0,05 = 30000$ (руб.) страховка

4. $600000 + 7500 + 30000 = 637500$ (руб.) – общая сумма;

5. $300000 + 7500 + 30000 = 337500$ (руб.) сумма, которую необходимо уплатить на протяжении двух лет;

6. $337500 : 24 = 14062,5$ (руб.) – ежемесячная выплата.

Ответ: 637500 руб.; 14062,5 руб.

Задача с экономическим содержанием № 2. «Благотворительный концерт».

Деньги в сумме 140000 рублей, собранные во время благотворительного концерта были распределены следующим образом: 45% отправили в детский дом, 42,5% – в дом инвалидов, а на остальные деньги купили для музыкальной школы духовые инструменты. Сколько стоят духовые инструменты?

Решение:

1. $100\% - (45\% + 42,5\%) = 12,5\%$ – стоимость духовых инструментов;

2. $12,5\% = 0,125$

$$140\,000 \cdot 0,125 = 17500(\text{руб.}) - \text{стоимость духовых инструментов.}$$

Ответ: 17500 руб.

Задача с экономическим содержанием № 3. «Краска для автомобиля».

Для того, чтобы получить автомобильную краску цвета “Красный мак”, необходимо взять основу, прибавить 22% красной краски, 10% коричневой, 1,5% чёрной, 3% желтой. 3% золотой краски и 5% затвердителя. Какой объем основы нужен для изготовления 4 л краски?

Решение

I способ

1. $22\% + 10\% + 1,5\% + 3\% + 3\% + 5\% = 41,5\%$ – добавки;

2. $100\% - 41,5\% = 58,5\%$ – основа;

3. $58,5\% = 0,585$

$$4 \cdot 0,585 = 2,34 \text{ (л) основа}$$

Ответ: 2,34 л.

II способ

1. $22\% + 10\% + 1,5\% + 3\% + 3\% + 5\% = 41,5\%$ – добавки;

2. $100\% - 41,5\% = 58,5\%$ – основа;

2. Пусть x л – это основа, которую необходимо взять

$$100\% - 4 \text{ л}$$

$$58,5\% - x \text{ л}$$

По свойству прямо пропорциональных величин имеем: 2,34 (л)

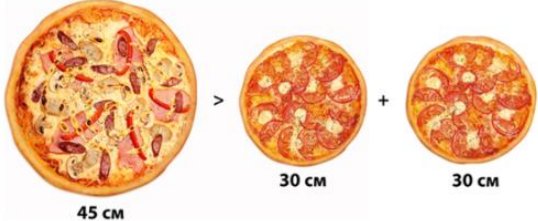
Ответ: 2,34 л.



Все эти задания направлены на развитие математической грамотности, которое предполагает способность учащихся использовать знания, приобретенные ими за время обучения в школе, для решения разнообразных задач межпредметного и практико-ориентированного содержания, для дальнейшего обучения и успешной социализации в обществе.

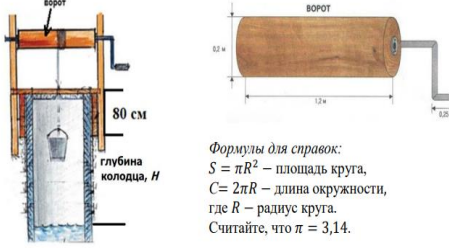
Приведем примеры уроков, разработанных для формирования математической грамотности.

Конспект урока математики в 6-ом классе по теме «Окружность и круг». Урок направлен на закрепление материала, составлен с упором на практико-ориентированные задания, формирующие математическую грамотность.

Таблица 13 – Фрагмент конспекта урока на тему «Окружность и круг»

Этап урока	Вид формируемой математической грамотности	Деятельность учителя	Деятельность учеников
Обобщение и систематизация знаний.	Алгоритмическая, вычислительная, логическая	<p>Давайте рассмотрим практико-ориентированную задачу «Пиццерия»: В пиццерии продаются два вида круглой пиццы, имеющих одинаковую толщину и разные размеры. Диаметр меньшей пиццы равен 30 см, диаметр большей пиццы равен 45 см. что выгоднее купить: одну большую пиццу или две маленьких?</p>  <p>45 см 30 см 30 см</p> <ul style="list-style-type: none"> – Какой вариант вы бы выбрали, взяли ли бы две маленьких пиццы или одну большую? Почему? – Как вы думаете, какие знания об окружности или круге помогут нам выбрать наиболее выгодный вариант? Что представляет собой пицца, окружность или круг? (круг, площадь круга). <ul style="list-style-type: none"> – Давайте вспомним формулу для нахождения площади круга ($S = \pi r^2$) – Итак, зная диаметр пиццы, как нам найти её радиус? (разделить d на 2) – Теперь давайте подставим значения в формулу. – Площадь большой пиццы равна примерно 1590 см² – Вычислите самостоятельно площадь маленькой пиццы, и умножим её на два, результат округлим до целых (1413 см²). – Итак, какую пиццу купить выгоднее: одну большую или две маленьких? (одну большую). 	<p>Для ответа на вопросы ученики предварительно считают размеры пицц в разных вариантах, делают выводы. Отвечают на вопросы учителя</p>
Применение знаний и	Алгоритмическая, логическая,	Разделить класс на мини-группы по 4-5 человек. Каждой команде выданы листы с	

<p>умений в новой ситуации</p>	<p>научная речь, вычислительная</p>	<p>комплексными заданиями Прочитайте текст и выполните задания 1-2. Практико-ориентированная задача «Олимпийские медали»</p>  <p>Как известно, олимпийские медали бывают разного достоинства: золотые, серебряные и бронзовые. На XXII Олимпийских зимних играх, которые прошли в 2014 году в Сочи, было вручено рекордное число серебряных медалей: 97 наград. Серебряные олимпийские медали, врученные в Сочи, имеют диаметр 100 мм, толщину 10 мм и массу 525 граммов. Изготовлены эти медали из серебра 925 пробы. Справочные сведения: 1. Проба указывает на содержание драгоценного металла (его массу или его долю) в используемом сплаве: серебро 925 пробы представляет собой сплав, состоящий из 92,5% серебра и 7,5% меди. 2. Формула для вычисления объёма цилиндра: $V_{\text{цилиндра}} = S_{\text{основания}} \cdot h$. А) Какова масса 97 серебряных медалей? Ответ дайте в кг. Результат округлите до целого. Б) Какова примерная масса серебра, израсходованного на изготовление одной серебряной медали XXII Зимних Олимпийских игр? Результат округлите до целого. Практико-ориентированная задача «Дачный бассейн»</p>  <p>На даче решили установить каркасный бассейн диаметром 3 м и глубиной 130 см. Производители бассейна рекомендуют наполнять его водой, не доливая до края бортика 20 см, а для поддержания чистоты воды, раз в 10 дней использовать раствор перекиси водорода в соотношении 500 мл на 1 м³ воды. 1. А) Определите площадь участка, которую займет этот бассейн (в метрах). Ответ округлите до целых. Б) Сколько литров воды потребуется, чтобы заполнить бассейн? Ответ округлите до целых. 2. Какое количество перекиси водорода (в литрах) потребуется на обработку бассейна в</p>	<p>Ученики читают текст, на его основе выполняют задания и дают ответы на вопросы. Для этого они предварительно делятся на команды. Решение обсуждают совместно. Ответ представляет один человек от каждой группы.</p>
--------------------------------	-------------------------------------	---	--

		<p>течение всего летнего периода, если соблюдать рекомендации производителя? Ответ округлите до целых.</p> <p>Практико-ориентированная задача «Деревенский колодец»</p>  <p>Формулы для справок: $S = \pi R^2$ – площадь круга, $C = 2\pi R$ – длина окружности, где R – радиус круга. Считайте, что $\pi = 3,14$.</p> <p>Деревенский колодец представляет собой крытую бревенчатую шахту с воротом, к которому цепью крепится ведро. Ворот вращается ручкой. При вращении ручки ворот поворачивается, цепь постепенно наматывается на него, и ведро с водой поднимается на поверхность. За один поворот ручки ворот делает полный оборот вокруг оси, и на нём появляется один виток цепи.</p> <p>А) При поднятии воды из колодца, диаметр ворота которого равен 20см, сделали 20 оборотов ручкой. Высота деревянного сруба над землей – 80 см.</p> <p>Найдите глубину колодца (от уровня земли до уровня воды в колодце). Результат округлите до целого.</p> <p>Б) Запишите формулу для вычисления глубины колодца H (в метрах) в зависимости от диаметра ворота d (в метрах), количества оборотов n, высоты сруба l (в метрах)</p> <p>Сейчас вам предстоит решить задачи, пользуясь вашими знаниями и умением внимательно читать текст задачи, а также использовать справочный материал. На решение задач каждой команде отводится 10 минут, после чего один из участников должен будет показать остальным ребятам решение и ответ.</p>	
--	--	---	--

С полным конспектом урока можно ознакомиться в приложении 1.

Конспект урока математики в 6-ом классе по теме «Площадь квадрата и прямоугольника».

Таблица 14 – Фрагмент конспекта урока на тему «Площадь квадрата и прямоугольника»

Этап урока	Вид формируемой математической грамотности	Деятельность учителя	Деятельность учеников
Актуализация знаний.	Логическая, научная речь.	1. Математическая разминка. Учитель зачитывает утверждения. Если утверждение верное, то необходимо поднять руку вверх, иначе – руку не поднимать.	Ученики отвечают на вопросы.

		<p>Вопросы:</p> <p>1) Любой квадрат является прямоугольником.</p> <p>2) В прямоугольнике длины противоположных сторон равны.</p> <p>3) Любой прямоугольник является квадратом.</p> <p>4) Диагонали прямоугольника равны.</p> <p>5) Прямоугольник – это четырехугольник, у которого все стороны равны между собой, и все углы – прямые.</p> <p>6) Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.</p> <p>2. Игра «Дружная пара».</p> <p>Учитель прикрепляет Скв., Спрям, Ркв, Рпрям. на магнитную доску с названием «Дружная пара»</p>	<p>Результаты правильных ответов отображаются на интерактивной доске.</p> <p>Ученики находят пару (листочек с формулой) и прикрепляют ее к доске.</p>
Закрепление и применение изученного материала.		<p>Конкурс мастерства «Лучший расчётчик» (индивидуально-групповая работа)</p> <p>Деление учащихся на группы.</p> <p>Создает условия, включающих каждого ученика в процесс обучения.</p> <p>Показывает «Оценочный лист» на слайде (см. Приложение 2)</p> <p>Решение задач в формате PISA (см. Приложение 3)</p> <p>Задача в формате PISA «Укладываем паркет»</p> <p>Задача в формате PISA «Измеряем участки земли»</p> <p>Задача в формате PISA «Веранда»</p>	<p>Ученики делятся на 3 бригады, выбирают бригадира.</p> <p>Решают задачи.</p> <p>Все результаты фиксируют в «Оценочных листах» бригады.</p>

2.3 Экспериментальная проверка эффективности методики формирования математической грамотности учащихся основной школы

База исследования – Муниципальное казенное общеобразовательное учреждение «Уйская средняя общеобразовательная школа имени Александра Ивановича Тихонова». УМК Г. В. Дорофеев, 6 класс.

Описанные выше формы и методы организации деятельности были реализованы в экспериментальной группе при обучении математике. Кроме того, в течение эксперимента был проведен нулевой и итоговые срезы, содержащие в себе задания разных типов на основные темы учебного года.

Нулевой срез, проведенный в сентябре 2021 г. в 6 классах.

Ответом на каждое задание 1-5, должно быть число. Это число надо записать в бланк в графе «Ответ. Единицы измерения записывать не нужно.

Таблица 15 – Задания с кратким ответом нулевого среза

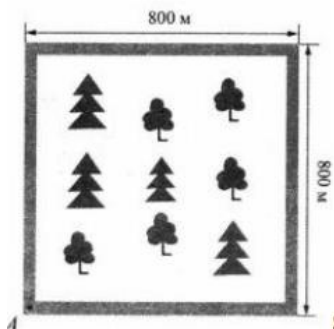
№	Задание	Ответ
1	2	3
1	Сократите дробь $\frac{289 \cdot 35 \cdot 143}{34 \cdot 77 \cdot 39}$.	
2	Из свекловицы выходит 16% сахара. Сколько килограмм сахара выйдет из 22т 5ц свекловицы?	
3	Выставку посетили 104 школьника, причем юношей на 26 больше, чем девушек. Сколько процентов участников соревнования составляют девушки?	
4	Решите уравнение: $\left(2\frac{4}{5} \cdot y - 50\right) : \frac{2}{3} = 51$.	
5	Сколько чисел кратных пяти от 1 до 113?	

Задания 6-10 необходимо и решить и оформить решение на чистом листе.

б) На рисунке изображены клавиатура и карандаш. Длина карандаша, изображенного на рисунке, 20 см. Какова примерная длина клавиатуры? Ответ дайте в сантиметрах.



7) Парк имеет форму квадрата со стороной 800 м. По границе парка пролегает пешеходная дорожка. (см рис.) Ответьте на вопросы: 1. Какой путь пройдет пешеход, который вошел в парк в некоторой точке дорожки и обошел по ней вокруг всего парка? Ответ дайте в метрах. 2. Изобразите на рисунке путь другого пешехода который вошел в парк в точке А и пошел по дорожке против часовой стрелке, пройдя при этом 2км 800м.



8) Иванов Женя, один из 24 учеников 5А класса, выехал с классом на экскурсию в город Пушкин. Продолжительность экскурсии 4 часа. После прогулки по Екатерининскому Дворцу у ребят образовалось свободное время и они пошли в магазин сувениров. Каждый из учеников купил себе на память по одному магнетику за 47 рублей. Известно, что $\frac{3}{8}$ всех учеников 5А класса – девочки, все остальные – мальчики. Каждой девочке мама дала 55 рублей, а каждому мальчику – на 10 рублей больше. Потом у Жени возникла идея подарить небольшие сувениры из Пушкина классному руководителю и другим учителям в школе. Остальные ребята поддержали такую идею и предложили купить красивые открытки за 25 рублей. Сколько открыток они смогут купить, если сложат всю сдачу, которую они получили после покупки?

9) Семья Жени Иванова состоит из 5 человек: бабушка Валентина Петровна, дедушка Иван Степанович, папа, мама и сам Женя Иванов. Для грамотного использования бюджета семьи они 1 числа каждого месяца садятся и подсчитывают, сколько им нужно отложить на питание, на оплату услуг (ЖКХ, телефон, интернет), на образовательные кружки, транспорт, развлечения и отдых. После подсчета и распределения обязательных трат за месяц у семьи Ивановых осталось 50 000 рублей. Так как летом мама, папа и Саша планируют полететь в Египет, было принято решение отложить 73% от полученной суммы. 2 декабря, на следующий день после ежемесячного распределения средств, у семьи появилась неожиданная трата, т.к. кот уронил телевизор с тумбы и тот разбился. Мастер по ремонту сказал, что телевизор можно починить, но нужно устранять неисправность инвертора, проблемы задней подсветки матрицы и выход из строя платы питания.

Таблица 16 – Информация к задаче №9

Услуга	Цена
Устранение неисправности инвертора	6 900 рублей

Устранение проблему задней подсветки матрицы	4 800 рублей
Ремонт платы питание	8 300 рублей

Вопрос 1. Что выгоднее отремонтировать старый телевизор или купить новый за 19 990 рублей?

Вопрос 2. Какой процент от суммы, отложенной на поездку, придется взять, если Ивановы решат покупать новый телевизор? (округлите до десятых)

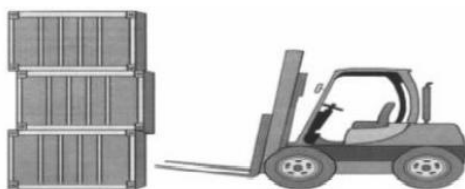
Итоговый срез, проведенный в мае 2022 г. в 6 классах.

Ответом на каждое задание 1-5, должно быть число. Это число надо записать в бланк в графе «Ответ. Единицы измерения записывать не нужно.

Таблица 17 – Задания с кратким ответом итогового среза

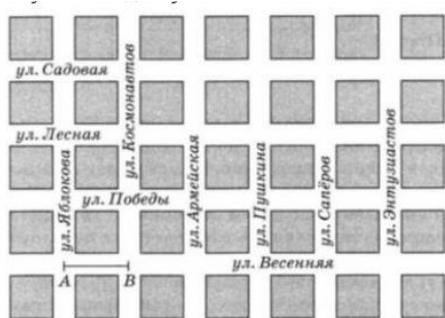
Задание	Ответ
1	2
1. Найдите корень уравнения $3x - (2 - 3x) + 2(3x - 4) = -4$	
2. Вычислите: $5\frac{1}{8} - (7,1 + \frac{1}{8}) - 2,9$	
3. Для засолки огурцов на 10л воды берут 750г соли. Сколько надо взять соли для засолки огурцов, если воды взяли 12,5л?	
4. При пересечении двух прямых образовалось 4 угла, один из которых равен 62° . Найдите разность величин большего и меньшего из углов.	
5. Найдите количество всех целых значений числа m , при которых верное неравенство $4 \leq m < 7$	

б) На рисунке изображены автопогрузчик и стопка из трех контейнеров. Высота одного контейнера 105 см. Какова примерная высота погрузчика? Ответ дайте в сантиметрах.



7) Это план города. Длина и ширина каждого квартала от перекрестка до перекрестка равна 300 м (например, АВ=300 м). Жанне нужно пройти по улицам: от перекрестка улиц Пушкина и Садовой до

перекрестка улиц Весенняя и Энтузиастов. 1. Изобразите на рисунке какие-нибудь два возможных маршрута Жанны: один – самый короткий, а другой – не самый короткий, который длиннее 4 км. 2. Изобразите третий путь Жанны, который имеет такую же длину, как и второй. 3. Найдите длину третьего пути. Рассмотрите в паре другие возможные варианты. 4. Какую длину имеет самый короткий путь?



8) Семья Ивановых очень любит свою дачу. На даче, кроме дома, в котором они живут, есть площадка для игр, сад и огород. Бабушка семьи Ивановых Валентина Петровна 31 марта пошла в магазин «Все для сада и огорода». Там она купила 6 пакетиков семян помидоров, по цене 70 рублей каждый, и упаковку удобрения для помидоров, стоимостью 320 рублей. Через неделю стоимость каждого пакетика семян помидоров увеличилась на 15 %, а цена упаковки удобрения уменьшилась на 8%. Изменилась бы и насколько сумма покупки, если бы бабушка семьи Ивановых Валентина Петровна пошла в магазин не 31 марта, а 15 апреля?

9) Женя Иванов, его папа и его дедушка Иван Степанович решили пойти в кино, они не хотят тратить не более 1000 рублей на билеты. При выборе кинотеатра и фильма, на который они хотят пойти, мужчины обратили внимание, что цена билетов становится выше, когда поднимается уровень посещаемости.

Они выявили следующую закономерность:

Таблица 18 – Информация к задаче № 9

Уровень посещаемости	Доплата к начальной цене
0 - 29%	0 рублей
30 - 49%	50 рублей

От 50 % и более

100 рублей

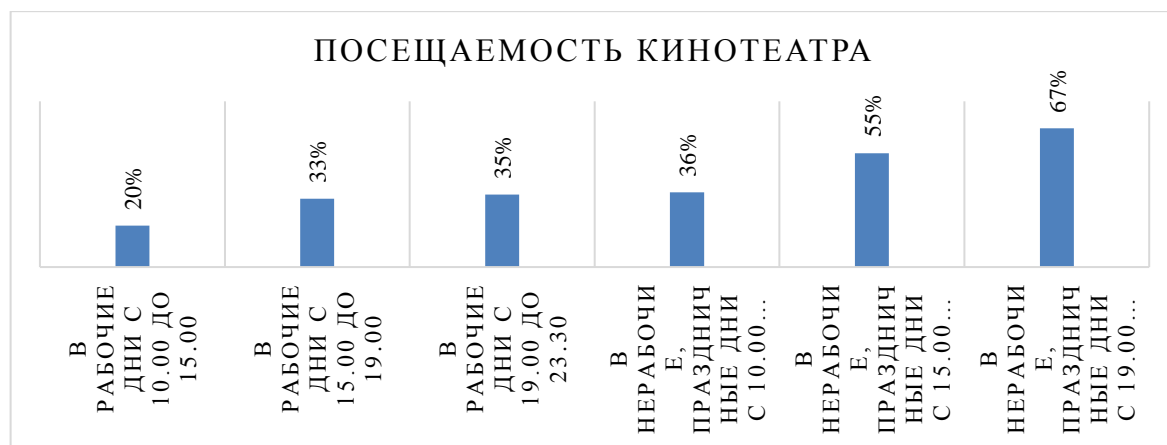
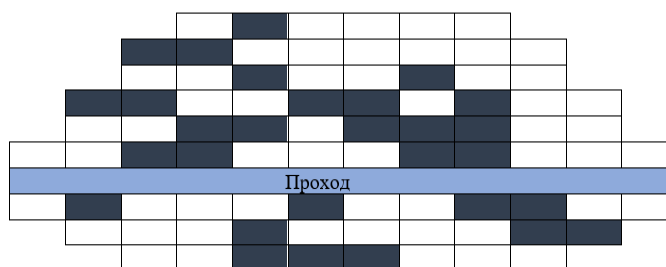


Схема зрительного зала



Экран

В какие дни и в какое время Женя, его папа и его дедушка пойдут в кино и потратят не более 1000 рублей на три билета, если начальная цена билета составляет 270 рублей?

Вопрос 1. Учитывайте, что папа Жени работает с 9.00 по 18.00 с понедельника по пятницу, а Женя ходит на занятия в школу также с понедельника по пятницу с 9.00 до 15.00

Вопрос 2. Женя, его папа и дедушка выбрали фильм, который начинается в субботу в 11.10. Им необходимо купить билеты. Но при выборе мест у них появилось несколько условий:

1 – не ниже 4 ряда и не выше 7 ряда

2 – они хотят сидеть вместе

3 – они не хотят сидеть с краю

на каком ряду они смогут купить билеты на свободные места



(места, которые заняты отмечены)?

Результаты нулевого и итогового срезов представлены в таблице.

Таблица 19 – Сравнительный анализ результатов опытно-экспериментальной работы

Этапы эксперимента	Результат проверочной работы							
	«2»		«3»		«4»		«5»	
	ЭГ	КГ	ЭГ	КГ	ЭГ	КГ	ЭГ	КГ
Нулевой срез	25 %	29 %	35 %	33 %	35 %	33 %	5 %	5 %
Итоговый срез	0 %	14 %	50 %	33 %	15 %	43 %	35 %	10 %

Анализируя данные, представленные в таблице, можно сказать, что качество знаний в экспериментальной группе по итогам нулевого среза и итогового тестирования значительно отличается. По итогам тестирования в экспериментальной группе отсутствуют неудовлетворительные оценки, а качество знаний с 40% повысилось до 85%.

При этом в контрольной группе по-прежнему остаются неудовлетворительные оценки, а качество знаний с 38% повысилось только до 43%. Сравнивая результаты повышения констатирующего и контрольного этапа, можно сказать о положительной динамике качества знаний у учащихся экспериментальной группы.

Для подтверждения статистической значимости произведено вычисление эмпирического значения критерия для экспериментальной и контрольной группы после окончания эксперимента.

Таблица 20 – Результаты итогового эксперимента

Этапы эксперимента	Результат проверочной работы			
	«2»	«3»	«4»	«5»
Контрольная группа	3	9	7	2
Экспериментальная группа	0	10	3	7

Проверим, как отличаются начальные уровни усвоения в контрольной и экспериментальной группах.

Проверим, можно ли утверждать, что значимо отличаются уровни усвоения в контрольной и экспериментальной группах.

Критерий Пирсона используется для сравнения двух экспериментальных распределений:

H_0 : распределение признака в экспериментальной выборке не отличается от распределения в контрольной выборке.

H_1 : распределение признака в экспериментальной выборке достоверно отличается от распределения в контрольной выборке.

В таблице 21 представлена информация для расчета критерия.

Таблица 21 – Расчет критерия Пирсона на начало проведение эксперимента

Оценка	n_k	n_s	f_k	f_s	$n_k + n_s$	$\frac{1}{n_k + n_s} \cdot (f_k - f_s)^2$
«2»	6	5	0,285714286	0,25	11	0,000116
«3»	7	7	0,333333333	0,35	14	0,000020
«4»	7	7	0,333333333	0,35	14	0,000020
«5»	1	1	0,047619048	0,05	2	0,000003
итого	21	20	1	1	41	0,000158

Для $v=3$ и $p \leq 0,05$ $\chi_{кр}^2 = 7,815$

$\chi_{экс}^2 = 21 \cdot 20 \cdot 0,000158 = 0,066558$

$\chi_{экс}^2 < \chi_{кр}^2$,

следовательно, принимается гипотеза, утверждающая, что распределение признака в экспериментальной выборке не отличается от распределения в контрольной выборке на начало эксперимента.

Используем теперь критерий Пирсона для проверки результатов итогового среза.

H_0 : распределение признака в экспериментальной выборке не отличается от распределения в контрольной выборке.

H_1 : распределение признака в экспериментальной выборке достоверно отличается от распределения в контрольной выборке.

В таблице 22 представлена информация для расчета критерия.

Таблица – 22 Расчет критерия Пирсона на момент окончания эксперимента

Оценка	n_k	n_s	f_k	f_s	$n_k + n_s$	$\frac{1}{n_k + n_s} \cdot (f_k - f_s)^2$
«2»	3	0	0,14286	0	3	0,006803

«3»	7	10	0,33333	0,50000	17	0,001634
«4»	9	3	0,42857	0,15000	12	0,006467
«5»	2	7	0,09524	0,35000	9	0,007212
итого	21	20	1	1	41	0,022115

Для $v=3$ и $p \leq 0,05$ $\chi_{кр}^2 = 7,815$

$$\chi_{экс}^2 = 21 \cdot 20 \cdot 0,022115 = 9,2883$$

$$\chi_{экс}^2 \geq \chi_{кр}^2,$$

следовательно, принимается экспериментальная гипотеза, т.е. распределение признака в экспериментальной выборке достоверно отличается от распределения в контрольной выборке.

В основной школе на современном этапе ученик поставлен в центр учебного процесса. Внимание акцентируется на развитии ученика, формировании его мотивационной сферы и независимого стиля мышления. Математика как школьный предмет обладает достаточным потенциалом для формирования и развития этих качеств. Поэтому содержание стандарта, в частности, математического образования должно способствовать тому, чтобы математическая грамотность была на высоком уровне.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе представлены результаты исследования по разработке и применению методики формирования математической грамотности в процессе обучения математике учащихся основной школы.

Цель исследования была достигнута, была разработана и реализована методика обучения обучающихся решению задач по математической грамотности, обеспечивающей устойчивое качество обучения математике в основной школе.

Гипотеза подтвердилась процесс обучения математике в основной школе, ориентированный на развитие универсальных учебных действий учащихся, включающий решение на уроках и во внеурочной деятельности практико-ориентированных задач, использующий коммуникативные и игровые методы, способствует формированию математической грамотности.

Поставленные задачи исследования так же были выполнены. Осуществлен поиск, а также проанализирована психолого-педагогическая и диагностико-методологическая литература по проблеме формирования математической грамотности учащихся в процессе обучения математике. Были выявлены структурные компоненты содержания математической грамотности учащихся, соответствующие современному ФГОС. Разработана теоретическая модель, включающая решение на уроках и во внеурочной деятельности практико-ориентированных задач. Были сформулированы теоретико-методические основы математической грамотности учащихся ориентированные на развитие УУД. Разработана методика обучения математике в основной школе, использующей коммуникативные и игровые методы, способствующие формированию математической грамотности. Осуществлена экспериментальная проверка эффективности предложенной методики формирования математической грамотности в процессе обучения математике учащихся основной школы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. PISA 2018 Draft Analytical Framework / PISA 2018 [Электронный ресурс] // Официальный сайт ОЭСР : [сайт]. – URL: <http://www.oecd.org/pisa/data/PISA-2018-draft-frameworks.pdf> (дата обращения: 14.04.2022).
2. Алексашина, И. Ю. Формирование и оценка функциональной грамотности учащихся: Учебно-методическое пособие [Текст] / И. Ю. Алексашина, О. А. Абдулаева, Ю. П. Киселев; науч. ред. И. Ю. Алексашина. – СПб. : КАРО, 2019. – 160 с.
3. Алексеева, Е.Е. Методические особенности формирования математической грамотности учащихся как составляющей функциональной грамотности [Текст] / Е.Е.Алексеева. // «Мир науки, культуры, образования». – 2020. – № 4 (83). – С. 214-218.
4. Андреев, В.И. Диалектика воспитания и самовоспитания творческой личности [Текст] / В.И. Андреев. – Казань: КГУ, 2018 – 238 с.
5. Ашевская, Л. А. Развитие познавательных УУД и личности учащихся начальной школы. [Текст] / Л. А. Ашевская // Начальная школа. – 2022. – № 6. – С. 77-78.
6. Баракова, Е. А., Константинова, Т. Н., Приходько, Е. В., Числова, В. А. / Е. А. Баракова, Т. Н. Константинова, Е. В. Приходько, В. А. Числова [Текст] // Комплект кейсов по формированию функциональной (математической) грамотности. – Москва: 2022. – С. 207.
7. Басюк, В. С., Ковалева Г. С. Инновационный проект Министерства просвещения «Мониторинг формирования функциональной грамотности»: основные направления и первые результаты [Текст] / В. С. Басюк, Г. С. Ковалева // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2019. – № 4 (61). – С. 33.
8. Батчаева, П. А. Устные упражнения как одно из средств формирования математической культуры учащихся V-IX классов [Текст] /

П. А. Батчаева // Сибирский педагогический журнал. – 2019. – № 4. – С. 250.

9. Бахарева, Е. В. Развитие профессиональной компетентности учителя по формированию функциональной грамотности учащихся основной школы. [Текст] / Е. В. Бахарева. – Москва: МПГУ, 2009 – 25 с.

10. Выготский, Л.С. Проблема обучения и умственного развития в школьном возрасте: Теории учения. Хрестоматия. Часть 1. Отечественные теории учения. [Текст] / Л.С. Выготский. – Москва: Редакционно-издательский центр «Помощь», 2016. – 136 с.

11. Гальперин, П.Я. Воспитание систематического мышления в процессе решения малых творческих задач [Текст] / П.Я. Гальперин, В.Л. Данилова // Вопросы психологии. – 2018. – № 1. – С. 31-39.

12. Гордеева, Т.О. Мотивация достижения. [Текст] // Т.О. Гордеева. – Москва : Смысл, 2002. – 68 с.

13. Далингер, В. А. Формирование визуального мышления у учащихся в процессе обучения математике: учебное пособие / В. А. Далингер. – Омск : ОмГПУ, 2019. – 156 с.

14. Дорофеев, Г. В., Шарыгин, И. Ф., Суворова, С. Б. и др. Математика 6 класс : учеб для общеобразоват. организаций [Текст] / Г. В. Дорофеев, И. Ф. Шарыгин, С. Б. Суворова и др. – 8-е изд. – Москва: Просвещение, 2019. – 287 с.

15. Дружинин, В.Н. Психология общих способностей: учеб. пособие для бакалавриата, специалитета и магистратуры [Текст] / В. Н. Дружинин. – 3-е изд. – Москва: Юрайт, 2019. – 349 с.

16. Загвязинский, В.И. Стратегия развития образования в период его модернизации [Текст] / В.И. Загвязинский. // Образование и наука. 2003. – № 6 (23) – С. 15-18.

17. Иваненко, Л. А. Использование приемов проблемного обучения для формирования опыта творческой деятельности учащихся по математике [Текст] / Л. А. Иваненко, А. Н. Гобузова. // Преподаватель

года 2020: сборник статей Международного профессионально-исследовательского конкурса, Петрозаводск, 17 декабря 2020 года. – Петрозаводск: Международный центр научного партнерства «Новая Наука» (ИП Ивановская Ирина Игоревна), 2020. – С. 21-28.

18. Кабардин, О.Ф. Проблемы и возможные пути развития функциональной грамотности в современной школе [Текст] // О.Ф. Кабардин. // Журнал научно-педагогической информации. 2010. – № 10. – С. 31-39.

19. Канянина, Т. И. Организация творческой деятельности учащихся лица средствами информационно-коммуникационных технологий [Текст] : дис. канд. пед.наук : 13.00.02 / Канянина Татьяна Ивановна. – Нижний Новгород, 2005. – 223 с.

20. Керова, Г. В. Нестандартные задачи по математике [Текст] / Г. В. Керова. – Москва : ВАКО, 2008. – 237 с.

21. Курганов, С.Ю. Ключевые учебные ситуации и тестирование [Текст] / С.Ю. Курганов// Школьные технологи №4, 2006 г., с.97-102

22. Леонтьева, А. А. Образовательная система «Школа 2100». Педагогика здравого смысла [Текст] / А. А. Леонтьева // Начальная школа плюс до и после. – 2014. – № 4. – С. 3-4.

23. Леонтьев, А. А. Педагогика здравого смысла. Избранные работы по философии образования и педагогической психологии / Сост., предисл., коммент. Д.А. Леонтьева. – М.: Смысл, 2016. – 528 с.

24. Математическая грамотность. Открытый банк заданий 2020 [Электронный ресурс] // Сетевой комплекс информационного взаимодействия субъектов Российской Федерации в проекте «Мониторинг формирования функциональной грамотности учащихся». : [сайт]. – URL: <http://skiv.instrao.ru>. (дата обращения: 14.05.2022).

25. Математическая грамотность. Открытый банк заданий 2021 [Электронный ресурс] // Сетевой комплекс информационного

взаимодействия субъектов Российской Федерации в проекте «Мониторинг формирования функциональной грамотности учащихся». : [сайт]. – URL: <http://skiv.instrao.ru/bankzadaniy/matematicheskaya-gramotnost/> (дата обращения: 14.05.2022).

26. Рослова, Л.О. Математическая грамотность: методические рекомендации по формированию математической грамотности обучающихся 5-9-х классов с использованием открытого банка заданий на цифровой платформе [Текст] / Л.О. Рослова. – Москва : Институт стратегии развития образования РАО, 2021. – 87 с.

27. Перминова, Л. М. Минимальное поле функциональной грамотности (из опыта С. Петербургской школы) [Текст] / Л. М. Перминова // Педагогика. – 1999. – № 2. – С. 26-29.

28. Перминова, Л. М. Функциональная грамотность/неграмотность как социально-педагогическое явление. [Текст] / Л. М. Перминова // – Москва, 2003. – № 7. – С. 18-23.

29. Перминова, Л. М. Формирование функционально-графической грамотности учащихся основной школы в процессе обучения математике. [Текст] : дис. канд. пед. наук : 13.00.02 / Пермякова Марина Юрьевна. – Екатеринбург, 2015. – 210 с.

30. Примерная основная образовательная программа начального общего образования. / [Электронный ресурс] // Реестр примерных основных общеобразовательных программ : [сайт]. – URL: <https://fgosreestr.ru/poop/primernaia-osnovnaia-obrazovatelnaia-programma-nachalnogo-obshchego-obrazovaniia-1> (дата обращения: 16.05.2022).

31. Примерная основная образовательная программа основного общего образования. / [Электронный ресурс] // Реестр примерных основных общеобразовательных программ : [сайт]. – URL: <https://fgosreestr.ru/poop/primernaia-osnovnaia-obrazovatelnaia-programma-osnovnogo-obshchego-obrazovaniia-2> (дата обращения: 16.05.2022).

32. Примерная основная образовательная программа среднего общего образования. / [Электронный ресурс] // Реестр примерных основных общеобразовательных программ : [сайт]. – URL: <https://fgosreestr.ru/пооп/primernaya-osnovnaya-obrazovatel'naya-programma-srednego-obshhego-obrazovaniya> (дата обращения: 16.05.2022).

33. Репкина, Г. В., Заика, Е. В. Оценка уровня сформированности учебной деятельности [Текст] / Г. В. Репкина, Е. В. Заика // Педагогика. – 1997. – № 2. – С. 7-19.

34. Рослова, Л. О., Краснянская, К. А., Квитко, Е. С. Концептуальные основы формирования и оценки математической грамотности [Текст] / Л. О. Рослова, К. А. Краснянская, Е. С. Квитко // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2019. – № 4. – С. 58-79.

35. Сергеева, И. Е. Формирование логической грамотности математической речи студентов педвуза при изучении вводного курса математики [Текст] : дис. канд. пед. наук : 13.00.02 / Сергеева Ирина Евгеньевна. – Москва, 2011. – 235 с.

36. Симонова, О. В. Формирование функциональной грамотности при обучении математике в 5-6-х классах общеобразовательной школы / О. В. Симонова [Текст] // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. – Киров: Вятский государственный университет, 2010. – С. 147-153.

37. Суховиенко, Е.А. Мониторинг формирования математической грамотности обучающихся // Современные проблемы математики и обучения математике в школе и вузе. Материалы международной научно-практической конференции. – Текст: непосредственный. – Псков, 2022. – С.120 – 124.

38. Суховиенко, Е. А. Формирование функциональной грамотности в курсе математики основной школы на основе системно-деятельностного подхода / Е. А. Суховиенко // Математика – основа компетенций цифровой эры: Материалы XXXIX Междунар. науч.

семинара преподавателей математики и информатики ун-тов и пед. вузов (01-02 октября 2020 года). – Москва: ГАОУ ВО МГПУ, 2020. – С.380 – 383.

39. Суховиенко, Е.А. Математика в жизни современного человека / Е.А. Суховиенко. – Текст: непосредственный // Наша новая школа – путь к культуре граждан и развитию общества: научно-популяр. издание: в 6 т. / под ред. А.Ф. Аменда. – Челябинск: изд-во ЧГПУ, 2011. – Т. 1. – Образование сегодня – путь к развитию личности учащегося и общества. – С. 349 – 372.

40. Суховиенко, Е.А. Мониторинг образовательных достижений обучающихся по математике: учебное пособие / Е. А. Суховиенко. – Челябинск: изд-во ЮУрГГПУ, 2021. – 211 с.

41. Тангян, С. А. Грамотность в компьютерный век [Текст] / С. А. Тангян // Педагогика. – 1995. – № 1. – С. 26-29.

42. Усова, А. В. Развитие познавательной самостоятельности и творческой активности учащихся в процессе обучения [Текст] / А.В. Усова, З.А. Вологодская. – Челябинск: ЧПГУ, Факел, 1996. – 126 с.

43. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования Федеральные государственные образовательные стандарты / Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс] // Институт стратегических исследований в образовании РАО : [сайт]. – URL: <https://fgos.ru/fgos/fgos-ooo/> (дата обращения: 04.06.2022).

44. Фельдштейн, Д. И. Приоритетные направления психолого-педагогических исследований в условиях значимых изменений ребёнка и ситуации его развития [Текст] / Д. И. Фельдштейн // Известия Российской Академии Образования. – 2010. – № 2. – С. 102-115.

45. Филатова, М. Н. Внеурочная деятельность учащихся как средство достижения личностных и метапредметных результатов в

условиях реализации ФГОС [Текст] / М. Н. Филатова. // Молодой ученый. – 2015. – № 16 (96). – С. 430-434.

46. Формирование математической грамотности обучающихся [Текст] / Департамент образования Вологодской области, Вологодский институт развития образования ; [составитель Е.М. Ганичева]. – Вологда: ВИРО, 2021. – 84 с.

47. Хаконова, И. М. Формирование приемов математической деятельности у учащихся начальной школы на основе компетентностного подхода [Текст] : дис. канд. пед. наук 13.00.02 / Хаконова Ирина Магомедовна. – Майкоп, 2005. – 148 с.

48. Хуторской, А. В. Компетенции в образовании: опыт проектирования [Текст] / А. В. Хуторской – Москва: Научно-внедренческое предприятие «ИНЭК», 2007. – 327 с.

49. Чурило, Д. Н. Формирование математической грамотности школьников - путь к успеху [Текст] / Д. Н. Чурило // Вестник ЮКГПУ. – 2021. – № 3. – С. 29-34.

50. Шарыгин, И. Ф. Математика: наглядная геометрия 5-6 кл. : учебник [Текст] / И. Ф. Шарыгин – 2-е изд.. – Москва: Дрофа, 2015. – 189 с.

51. Ярина, М. Н. Методика формирования математической грамотности в процессе обучения математики учащихся основной школы / М. Н. Ярина [Текст] // Актуальные вопросы современной науки: теория, методология, практика, инноватика / Сборник научных статей по материалам X Международной научно-практической конференции. – Уфа: НИЦ Вестник науки, 2023. – С. 24-33.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Урок-соревнование «Решение задач по теме «Пропорция»

Тип урока: Урок закрепления знаний

Цели: Предметные: повторить с учащимися понятия пропорция, члены пропорции, основное свойство пропорции, прямо пропорциональные и обратно пропорциональные величины; формировать умения решать задачи, используя основное свойство пропорции.

Личностные: формировать умение представлять результат своей деятельности, развивать навыки самостоятельной работы и работы в группе, развивать быструю работу мысли, смекалку и внимательность, чувство дружественной атмосферы в классе и чувство сопереживания друг к другу; интерес к математике.

Метапредметные: формировать умения определять понятия и использовать приобретённые знания в практической деятельности, создавать обобщения.

Планируемые результаты: учащийся научится решать задачи, используя основное свойство пропорции

Основные понятия: пропорция, члены пропорции, основное свойство пропорции, прямо пропорциональные и обратно пропорциональные величины.

Ход урока.

1. Организационный этап.
2. Информация о домашнем задании: № 827, составить ребус
3. Правила игры – соревнования.
4. Представление команд (название и девиз).
5. Актуализация знаний

Разминка команд.

Каждой команде выдаётся карточка, на которой несколько вопросов на повторение. Требуется ответить на вопросы и отгадать зашифрованное слово

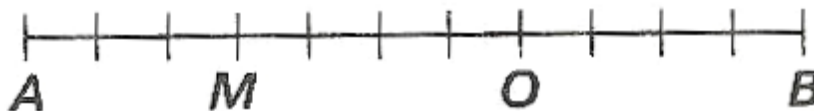
1. Найдите отношение длин отрезков MO и AB , изображённых на рисунке

А) $4/11$,

Б) $0,4$,

В) $0,5$,

Г) $2,25$.



2. Из данных величин выберите прямо пропорциональные.

А) количество товара, купленного на определённую сумму, и его цена,

Б) скорость и расстояние, пройденное за определённое время,

В) площадь квадрата и длина его стороны,

Г) вычитаемое и разность при постоянном уменьшаемом.

3. Из данных величин выберите обратно пропорциональные.

А) путь и время движения при постоянной скорости,

Б) рост человека и его возраст,

В) длина и ширина прямоугольника при постоянной площади,

Г) количество купленного товара и его стоимость при постоянной цене.

4. Площадь прямоугольника 48 см^2 . Его длину уменьшили в 4 раза. Чему равна площадь получившегося прямоугольника? _____

5. Периметр квадрата равен 20 см. Его сторону увеличили в 4 раза. Чему равен периметр получившегося квадрата? _____

6. Найдите неизвестный член пропорции $48 : 6 = 32 : y$. _____

Подведём итог. Разгадаем слово, если получившимся числам поставим в соответствие буквы.

1 – П; 2 – Р; 3 – О; 4 – Ц; 12 – И; 36 – Я.

Заполним таблицу:

1	2	3	1	3	2	4	12	36
П	Р	О	П	О	Р	Ц	И	Я

Какое слово получилось? Что оно означает? (Пропорция – равенство двух отношений).

Постановка цели и задач урока. Мотивация учебной деятельности учащихся

Учащиеся формулируют тему урока и цели урока.

Тема урока «Решение задач по теме «Пропорция»».

Цели урока: закрепить умения решать задачи по теме «Пропорция».

Оцените себя на оценочном листе.

Закрепление изученного материала

1. Кто лучше знает историю.

Перед уроком учитель выясняет, кто из членов команд сделал сообщение по теме «Пропорция». На уроке заслушивается лучшее сообщение. Остальным ученикам выставляется соответствующий балл.

2. Кто дружнее.

На карточке пропущены слова. Заполните пропуски

Равенство _____ называют пропорцией.

В пропорции $a : b = c : d$ числа a и d называют _____ членами пропорции, а числа b и c – _____ членами пропорции.

Произведение _____ членов пропорции равно _____ членов пропорции. Это утверждение называют _____

Если, то _____ = _____.

Найти неизвестный член пропорции $3 : 4 = x : 12$.

3. Кто быстрее.

На карточке написана задача. Выигрывает та команда, которая быстрее решит задачу.

Задача: распределение суточной калорийности пищи в течение дня (завтрак, обед, полдник, ужин) для школьника определяется следующим отношением 5 : 7 : 3 : 5. Выразите данное распределение в процентах.

(25%, 35%, 15%, 25%).

4. Динамическая пауза. Гимнастика для глаз

5. Кто сильнее. Решить задачи. За каждую решённую задачу – 3 балла. За скорость дополнительный балл. Командам выдаются листки с задачами.

Задача 1. Страус пробегает 900 м за 0,6 мин. Какое расстояние пробежит страус за 3,4 мин.? (5100м).

Задача 2. В мебельном цехе весь заказ 4 сборщика выполнили за 6 дней. За сколько дней этот заказ могли выполнить 3 сборщика? (8).

Задача 3. Масса сушёных яблок составляет 12% массы свежих. Сколько надо взять свежих яблок, чтобы получить 48 кг сушёных? (400).

Задача 4. Свежий гриб содержит 90% воды, а сушеный – 15%. Сколько получится сушеных грибов из 17кг свежих? (2).

6. Подведение итогов урока.

Таблица соревнований

№ п/п	Этап соревнования	Команда 1	Команда 2	Команда 3	Команда 4
1	Представление команд (название и девиз). (3 б)				
2	Разминка команд. (6 б)				
3	Кто лучше знает историю. (4 б)				
4	Кто дружнее. (4 б)				
5	Кто быстрее. (4 б)				
6	Кто сильнее. (7 б)				

Оценочный лист

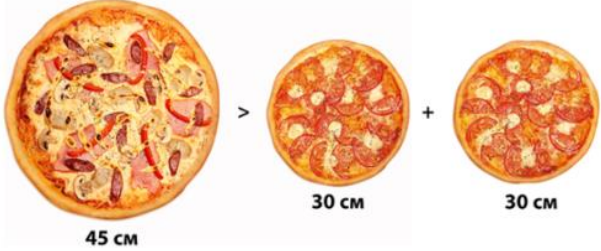
Команда		Состав команды				
Домашняя работа	Разгадка слова	История математики	Заполни пропуски	Задача на части	Решение задач на пропорцию	Общий итог.


Технологическая карта урока математики в 6-ом классе по теме «Окружность и круг»

Предмет	Математика
Класс	6
Тип урока	Урок обобщения и систематизации знаний
Технология построения урока	Системно-деятельностный подход
Тема	Окружность и круг
Планируемый результат	
Предметные умения	<p>Регулятивные УУД: уметь определять и формулировать цель на уроке с помощью учителя; работать в группах по составленному плану; оценивать правильность выполнения действия. Планировать свое действие в соответствии с поставленной задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета сделанных ошибок; высказывать свое предложение.</p> <p>Познавательные УУД: уметь ориентироваться в своей системе знаний; добывать новые знания; находить ответы на вопросы, используя свои знания, жизненный опыт и информацию, полученную на уроке.</p> <p>Коммуникативные УУД: уметь планировать совместную деятельность с учителем и одноклассниками, оформлять свои мысли в устной форме; распределять роли и обязанности в совместной деятельности; слушать и понимать речь других.</p>

Технология изучения

Этапы урока	Виды формируемой математической грамотности	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
Организационный момент		Проверка учителем готовности класса к уроку: организация внимания: Посмотрите, всё ли в порядке: Книжка, ручка и тетрадки. Прозвенел сейчас звонок, Начинается урок!	Приветствуют учителя, организуют свое рабочее место, демонстрируют готовность к уроку.
Актуализация знаний.	Научная речь	<ul style="list-style-type: none"> – Ребята, давайте вспомним, что такое окружность? – Какие предметы напоминают вам окружность? – А что такое круг? – Какие предметы вам напоминают форму круга? – Давайте вспомним формулы, связанные с окружностью и кругом (длина окружности и площадь круга). – На уроках математики развивается математическая грамотность – это способность учащегося использовать математические знания, приобретенные им за время обучения 	Отвечают на вопросы учителя, выдвигают предположения

<p>Обобщение и систематизация знаний.</p>	<p>Алгоритмическая, вычислительная, логическая</p>	<p>в школе, для решения жизненных задач.</p> <p>Давайте рассмотрим одну из таких задач: В пиццерии продаются два вида круглой пиццы, имеющих одинаковую толщину и разные размеры. Диаметр меньшей пиццы равен 30 см, диаметр большей пиццы равен 45 см. что выгоднее купить: одну большую пиццу или две маленьких?</p>  <ul style="list-style-type: none"> – Какой вариант вы бы выбрали, взяли ли бы две маленьких пиццы или одну большую? Почему? – Как вы думаете, какие знания об окружности или круге помогут нам выбрать наиболее выгодный вариант? Что представляет собой пицца, окружность или круг? (круг, площадь круга). – Давайте вспомним формулу для нахождения площади круга ($S = \pi r^2$) – Итак, зная диаметр пиццы, как нам найти её радиус? (разделить d на 2) – Теперь давайте подставим значения в формулу. – Площадь большой пиццы равна примерно 1590 см² – Вычислите самостоятельно площадь маленькой пиццы, и умножим её на два, результат округлим до целых (1413 см²). – Итак, какую пиццу купить выгоднее: одну большую или две маленьких? (одну большую). 	<p>Участвуют в обсуждениях, отвечают на вопросы, выполняют задания учителя</p>
<p>Физкультминутка.</p>		<p>Много ль надо нам, ребята, Для умелых наших рук? Нарисуем два квадрата, А на них огромный круг, А потом еще кружочек, Треугольный колпачок.</p>	<p>Выполняют упражнения, рисуют в воздухе геометрические фигуры.</p>

		<p>Вот и вышел очень, очень Развеселый чудачек.</p>	
<p>Применение знаний и умений в новой ситуации</p>	<p>Алгоритмическая, логическая, научная речь, вычислительная</p>	<p>Разделить класс на мини-группы по 4-5 человек. Каждой команде выданы листы с комплексными заданиями Прочитайте текст и выполните задания 1-2. №1. Олимпийские медали</p>  <p>Как известно, олимпийские медали бывают разного достоинства: золотые, серебряные и бронзовые. На XXII Олимпийских зимних играх, которые прошли в 2014 году в Сочи, было вручено рекордное число серебряных медалей: 97 наград. Серебряные олимпийские медали, врученные в Сочи, имеют диаметр 100 мм, толщину 10 мм и массу 525 граммов. Изготовлены эти медали из серебра 925 пробы.</p> <p>Справочные сведения:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Проба указывает на содержание драгоценного металла (его массу или его долю) в используемом сплаве: серебро 925 пробы представляет собой сплав, состоящий из 92,5% серебра и 7,5% меди. 2. Формула для вычисления объема цилиндра: $V_{\text{цилиндра}} = S_{\text{основания}} \cdot h$ <p>А) Какова масса 97 серебряных медалей? Ответ дайте в кг. Результат округлите до целого.</p> <p>Б) Какова примерная масса серебра, израсходованного на изготовление одной серебряной медали XXII Зимних Олимпийских игр? Результат округлите до целого.</p> <p>№2. Задание «Дачный бассейн»</p>	<p>Работа в мини-группах, обсуждение, решение задач</p>

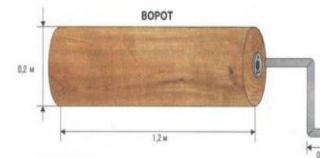
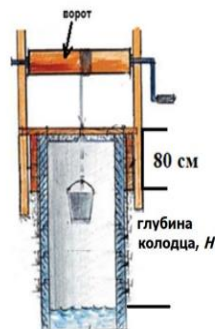


На даче решили установить каркасный бассейн диаметром 3 м и глубиной 130 см.

Производители бассейна рекомендуют наполнять его водой, не доливая до края бортика 20 см, а для поддержания чистоты воды, раз в 10 дней использовать раствор перекиси водорода в соотношении 500 мл на 1 м³ воды.

1. А) Определите площадь участка, которую займет этот бассейн (в метрах). Ответ округлите до целых.
- Б) Сколько литров воды потребуется, чтобы заполнить бассейн? Ответ округлите до целых.
2. Какое количество перекиси водорода (в литрах) потребуется на обработку бассейна в течение всего летнего периода, если соблюдать рекомендации производителя? Ответ округлите до целых.

№3. Задание «Деревенский колодец»



Формулы для справок:
 $S = \pi R^2$ – площадь круга,
 $C = 2\pi R$ – длина окружности,
 где R – радиус круга.
 Считайте, что $\pi = 3,14$.

шахту с воротом, к которому цепью крепится ведро. Ворот вращается ручкой. При вращении ручки ворот поворачивается,

		<p>цепь постепенно наматывается на него, и ведро с водой поднимается на поверхность. За один поворот ручки ворот делает полный оборот вокруг оси, и на нём появляется один виток цепи.</p> <p>А) При поднятии воды из колодца, диаметр ворота которого равен 20см, сделали 20 оборотов ручкой. Высота деревянного сруба над землей – 80 см.</p> <p>Найдите глубину колодца (от уровня земли до уровня воды в колодце). Результат округлите до целого.</p> <p>Б) Запишите формулу для вычисления глубины колодца H (в метрах) в зависимости от диаметра ворота d (в метрах), количества оборотов n, высоты сруба l (в метрах)</p> <p>Сейчас вам предстоит решить задачи, пользуясь вашими знаниями и умением внимательно читать текст задачи, а также использовать справочный материал. На решение задач каждой команде отводится 10 минут, после чего один из участников должен будет показать остальным ребятам решение и ответ.</p>	
Контроль усвоения, обсуждение допущенных ошибок и их коррекция	Логическая, научная речь	Все справились с заданиями? Давайте проверим (решение можно проецировать на доску).	Каждая команда по очереди представляет свою задачу и рассказывает её решение, в это время остальные ребята следят за решением, используя информацию на слайдах и оценивают одноклассников.
Подведение итогов урока. Постановка домашнего задания.		<p>Подводим итоги:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Довольны ли вы своими результатами? – Что нового вы сегодня узнали? – О чем еще хотели бы узнать? – Какой информацией хотели бы поделиться с друзьями/родителями и т.д.? – Будете ли вы использовать полученные знания в жизни? 	Отвечают на вопросы, участвуют в обсуждении, делают выводы

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

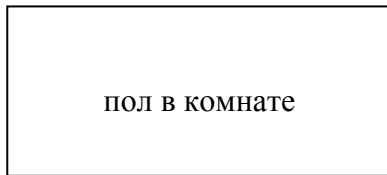
Оценочный лист _____ бригада

пункты	1 рабочий (бригадир) Имя:	2 рабочий Имя:	3 рабочий Имя:	4 рабочий Имя:
«Лучший расчетчик» (задача 1) / 2 балла				
«Лучший расчетчик» (задача 2) / 2 балла				
«Лучший расчетчик» (задача 3) / 2 балла				
Общее количество баллов				

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Задача в формате PISA «Укладываем паркет»

Пол комнаты, имеющий форму прямоугольника со сторонами 5,5 м и 6 м, нужно покрыть паркетом прямоугольной формы. Длина каждой дощечки паркета – 30 см, а ширина – 5 см. Сколько потребуется таких дощечек для покрытия пола?

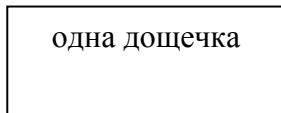


Дано: $a = 5,5\text{м}$

$b = 6\text{м}$

$c = 30\text{см}$

$d = 5\text{ см}$

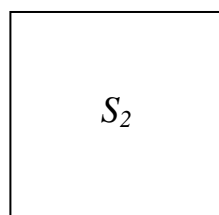
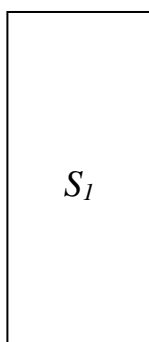


Найти: количество дощечек

Решение

Задача в формате PISA «Измеряем участки земли»

Два участка земли огорожены заборами одинаковой длины. Первый участок имеет форму прямоугольника со сторонами 220 м и 160 м, а второй имеет форму квадрата. Площадь какого участка больше и на сколько?



Дано: $a = 220\text{м}$

$b = 160\text{м}$

Найти: на сколько $S_2 > S_1$

Решение

Задача в формате PISA «Веранда»

Андрей к своему новому дому хочет пристроить веранду. Длина веранды – 5,25 метров, ширина – 3 метра.

Ему нужен 81 кирпич на один квадратный метр.

Вычислите, сколько кирпичей нужно Андрею для того, чтобы построить веранду.

Решение
