



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

Физико-математический факультет
Кафедра математики и методики обучения математике

«Формирование пространственных представлений на уроках
геометрии в 10-11 классах»

Выпускная квалификационная работа
по направлению 44.03.05 Педагогическое образование

Направленность программы бакалавриата
«Математика. Экономика»

Проверка на объем заимствований:
61,57 % авторского текста

Выполнил:
Студент группы ОФ-513/086-5-1
Бургучёва Анастасия Валерьевна

Работа рекомендована к защите
«дв» марта 2019 г.
И.о. зав. кафедрой МиМOM
Шумакова Е.О.

Научный руководитель:
Доцент, кандидат пед. наук
Севостьянова Светлана Анатольевна

Челябинск
2019

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	3
Глава 1. Теоретические основы процесса формирования пространственных представлений	7
1.1 Необходимость развития пространенного мышления.....	7
1.2 Основные показатели уровня развития пространственного мышления.....	10
Вывод по первой главе.....	15
Глава 2. Методические особенности развития пространственных представлений в старшей школе	17
2.1 Опытная проверка уровня развития пространственного мышления обучающихся.....	17
2.2 Виды упражнений, направленных на развитие пространственных представлений в пропедевтическом курсе геометрии	21
2.3 Система заданий, направленная на развитие пространственных представлений, для обучающихся 10 классов.....	33
2.4 Проверка эффективности разработанной системы заданий «Маршрутные карты урока».....	63
Вывод по второй главе.....	64
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	67
Список литературы	71
Приложение 1	73

ВВЕДЕНИЕ

Согласно Федеральному государственному образовательному стандарту главной целью обучения является развитие ребенка как самостоятельной ответственной личности, умеющей думать, ставить и решать жизненные и профессиональные задачи. Одним из важнейших показателей целостного гармоничного развития обучающегося является уровень овладения пространственными представлениями, умение свободно ориентироваться в пространстве и знание основных пространственных понятий.

В Федеральном государственном образовательном стандарте (от 17.05.2012 N 413) выделены требования к предметным результатам освоения базового и углубленного курсов математики в 10-11 классах. Данные требования отражают такие результаты обучения, как:

1. владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах;
2. сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры;
3. применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
4. сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;
5. сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

б. сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат.

Умение свободно оперировать пространственными образами рассматривается как одно из важнейших качеств личности, часть его общего интеллектуального развития. Это то основное умение, которое объединяет разные виды учебной и трудовой деятельности.

Овладение научными знаниями, успешная работа во многих видах теоретической и практической деятельности неразрывно связано с умением оперировать пространственными образами. Современные представления о времени и пространстве существенно влияют на развитие пространственного мышления школьников. Выделение из математических объектов именно пространственных свойств и отношений и отвлечение от всех остальных возможны только путем теоретической абстракции в ходе познавательной деятельности.

Пространственное мышление всегда рассматривалось учеными - математиками, педагогами и психологами — как одна из важнейших составляющих математического мышления, математических способностей. Поэтому областью нашего исследования является изучение структуры пространственного мышления и создание методики его развития на уроках геометрии в 10-11 классах.

Выявленная проблема формирования пространственных представлений обучающихся находит своё отражение в трудах как отечественных, так и зарубежных психологов, методистов и педагогов. Методологическую основу данной работы составляют психологические исследования по проблеме развития пространственных представлений психологов А. Бинэ, В. Брауна, И. Верделина, Э. Горндайка, А. Кемерон, Р. Колермана, В.А. Крутецкий, Н. Парадиз, Ж. Пиаже, Г. Ревеш, С.Л. Рубинштейна, П. Руте, Г.В. Суходольского; методические работы,

посвященные проблеме формирования пространственных представлений у обучающихся Ж. Адамара, А.Д. Александрова, Б.В. Гнеденко, А.Н. Колмогорова, А. Пуанкаре, Е.Д. Божовоча, Г.Д. Глейзера, М.К. Гумматова, В.А. Гусева, В.А. Далингера, Х.Х. Кадаяса, И.Я. Каплуновича, Г.Е. Романова, В.С. Столетнева, С.И. Шварцбурд, Л.С. Якиманской и др.

Мы будем понимать пространственное мышление как мыслительную деятельность и опираться на определение И.С. Якиманской: "Пространственное мышление - вид умственной деятельности, обеспечивающий создание и оперирование пространственными образами в процессе решения различных практических и теоретических задач".

В последнее время появилось много интересных моделей обучения курсу стереометрии, но на практике большинство обучающихся испытывают трудности при изучении этого раздела. Поэтому при подборе материала необходимо учитывать возрастные особенности обучающихся.

Усовершенствовать процесс обучения геометрии можно за счет включения в учебный процесс специальным образом подобранных видов упражнений, направленных на формирование пространственных представлений.

Объект исследования: процесс обучения геометрии.

Предмет исследования: формирование пространственных представлений обучающихся.

Гипотеза исследования: повысить уровень развития пространственных представлений обучающихся старших классов на уроках геометрии возможно за счёт выполнения следующих условий:

1. использования в пропедевтическом курсе геометрии определенных типов заданий, таких как упражнения на перевод словесных данных задачи в графический образ (и наоборот); на выделение существенных признаков геометрических понятий и др.;

2. применение «Маршрутных карт урока», направленных на формирование пространственных представлений.

Цель работы: разработать систему заданий, направленных на развитие пространственных представлений в процессе изучения стереометрии.

Для достижения поставленной цели были определены следующие **задачи:**

1. Изучить психолого-педагогическую литературу по теме исследования;
2. Охарактеризовать основные уровни развития пространственного мышления;
3. Провести диагностическую работу для оценки сформированности пространственных представлений обучающихся основной и старшей школы;
4. Разработать и реализовать на практике систему заданий, направленных на развитие пространственных представлений обучающихся старшей школы;
5. Провести повторную диагностику с целью оценки результативности разработанной системы заданий для 10 классов.

База исследования: ОЦ Ньютон, МАОУ «СОШ №104» (г. Челябинск), МАОУ «СОШ №15» (г. Златоуст).

Глава 1. Теоретические основы процесса формирования пространственных представлений

1.1 Необходимость развития пространственного мышления

Существует несколько основных причин, которые объясняют необходимость развития пространственных представлений. Первая причина связана с умением человека

– развитие пространственных представлений – это обеспечение жизненно необходимых функций организма. Эта причина связана с умением правильно отражать реально существующую трехмерную действительность и умение ориентироваться в пространстве и во времени;

– способность свободно оперировать пространственными образами является тем умением, которое объединяет разные виды учебной и трудовой деятельности, такая способность рассматривается как одно из профессионально важных качеств.

Такая причина связана с развитием творческого начала как необходимого качества всесторонне развитой личности и способностью творческого решения любой научной или производственной задачи – ощущения и восприятия возникают при непосредственном воздействии предметов и явлений действительности на органы чувств [8].

Установлено, что в системном механизме восприятия пространства ведущую роль играют зрительно-вестибулярно-кинестические взаимосвязи, которые являются стержнем, объединяющим все органы чувств в отражении пространства [4].

В психологии [9] по отношению к зрительному образу обычно применяют такие характеристики: предметность, целостность, структурность и константность.

Предметность образа заключается в том, что чувственные данные, относящиеся к внешнему предмету, характеризуют не состояние органов

чувств, а свойства данного предмета. Экспериментально установлено, что отражение отдельных свойств предмета зависит от целостного отражения. Ведущая роль в целостном отражении предмета принадлежит его контуру (форме). Для формирования знаний о пространстве необходимо длительное и постепенное накопление многих конкретных представлений о предметах и явлениях реального мира. Итак, процесс формирования и развития пространственных представлений может протекать эффективно, если он осуществляется систематически и непрерывно.

Психологические исследования указывают на важную роль деятельности в процессе формирования представлений, в том числе пространственных. Деятельность определяет характер и прочность представлений. Отсюда становится ясным вывод о важности различных видов учебной деятельности на уроках для формирования и развития пространственных представлений у учащихся, а также вывод о необходимости широкой опоры в этом процессе на их жизненный опыт.

Современные психологические и физиологические исследования показали, что пространственно-различительные функции свойственны всем органам чувств. Поэтому, в зависимости от ведущей роли в сознании перцептивного образа того или иного органа чувств, различают зрительное, вкусовое, слуховое, осязательное, обонятельное и кинестическое восприятие. Механизм же восприятия пространства является системным, образующимся при взаимодействии различных анализаторов внешней и внутренней среды человеческого организма: «Восприятие пространства есть сложная интермодальная ассоциация» [2].

Л.И. Котлярова и Л.М. Веккер установили, что активное осязание (движущейся, манипулирующей руки) является активным средством образования восприятия, адекватного предмету, в то время как пассивное осязание (прикосновение предмета к бездействующей руке) порождает множество иллюзорных представлений. Ученые пришли к выводу, что движение – ведущий фактор в формировании образа представления.

Механизм восприятия пространственных форм объекта при двуручном осязании Б.Г. Ананьев объясняет парной работой больших полушарий, индуктивными отношениями между ними [2]. Таким образом, при работе с моделями геометрических фигур в учебном процессе обучающимся рекомендуется держать модель в левой руке, а с элементами фигуры работать правой рукой, поскольку левая рука при осязании, а правая при движении дает наиболее полное впечатление о пространственных формах рассматриваемых фигур.

Исследуя возникновение пространственных представлений в результате учебной и трудовой деятельности В.Н. Шемякин отмечает, что пространственные представления не могут вызревать изолированно от умения чертить и что их формирование определяется выработкой и совершенствованием этого умения [11]. Поэтому существенной стороной при формировании пространственных представлений обучающихся должно стать совершенствование графической культуры обучаемых, эффективный путь повышения которой заключается в установлении тесных взаимосвязей между обучением геометрии и черчению.

В учебном процессе основным средством обучения является речь. Взаимоотношения между словом и его наглядно-чувственной основой при обучении многообразны и сложны, потому что различие пространственных, временных и количественных отношений между объектами всегда предшествует образованию знаний о функциональных и причинно-следственных отношениях между вещами. Одной из центральных проблем обучения становится обеспечение согласованного развития наглядного (образного) и ненаглядного (символического) компонентов мышления. Процесс формирования пространственных представлений, таким образом, может активно протекать лишь в тесной связи с развитием логического мышления и речи учащихся. Проблема восприятия пространства и пространственных представлений тесно связана с проблемой решения мыслительных задач и формирования

геометрических понятий. Отсюда следует важный педагогический вывод: наиболее эффективны методы формирования и развития пространственных представлений при обучении геометрии, которые обеспечивают органическое сочетание восприятия геометрических фигур, действий с ними, мышления и речи учащихся.

1.2 Основные показатели уровня развития пространственного мышления

«Пространственное мышление – вид умственной деятельности, обеспечивающей создание пространственных образов и оперирование ими в процессе решения различных практических и теоретических задач», – такое определение дает И.С. Якиманская [14]. Здесь под пространственным образом понимается воспроизведение и преобразование в сознании пространственных свойств и отношений объектов: их формы, величины, взаимного положения частей, где пространственные отношения – это отношения между объектами пространства или между пространственными признаками этих объектов. Эти отношения выражаются понятиями о направлениях, о расстояниях, об их отношениях, о местоположении, о протяженности объектов пространства. Для описания особенностей пространственного мышления учащихся при усвоении геометрического материала используются следующие показатели:

широта оперирования образом – свобода оперирования образом, созданным на различном наглядном материале. Свобода здесь проявляется в легкости и быстроте перехода от одного наглядного изображения к другому, перекодировании его содержания;

1. полнота образа – учащиеся мысленно преобразуют заданную графическую форму в трех тесно взаимосвязанных направлениях: по форме, величине, пространственному положению;
2. динамичность образа – проявляется в возможности перехода от

условно-символического изображения к графическому, от одной формы условно-символического изображения к другой;

3. обобщенность образа – тесно связана с шириной оперирования образом и динамичностью образа: чем легче и свободнее происходит переход от одного типа изображения к другому, тем выше обобщенность образа;
4. тип оперирования образом: I тип характеризует изменение пространственного положения образа, II тип включает преобразование системы структуры и пространственного положения образа одновременно. Для того, чтобы этот показатель был надежным, используются еще два тесно связанных с ним показателя – широта и полнота образа.

В процессе деятельности (игровой, трудовой, учебной) человек выделяет пространственные соотношения в воспринимаемом пространстве, отражает их в представлениях или понятиях, но ему часто приходится не только их фиксировать и соответственно регулировать свою деятельность, но и прогнозировать новые соотношения, ранее не воспринимаемые. На основе чувственного познания заданных пространственных соотношений при помощи сложной системы умственных действий человек создает новые пространственные образы и выражает их в словесной форме или графической форме (схема, чертеж, рисунок, эскиз).

Проблемой изучения механизма и развитием пространственного мышления занимались и занимаются многие методисты. В работах многих методистов исследуются проблемы, связанные с выделением умений, необходимых для развития пространственных представлений обучающихся. Например, И.С. Якиманская выделяет следующие умения:

1. умение оперировать формой и величиной геометрического объекта;
2. умение оперировать метрическими соотношениями и зависимостями

между элементами геометрического пространства;

3. умение перекодировать форму предмета по условным изображениям;
4. умение отражать по чертежу пространственные соотношения;
5. умение создавать пространственный образ в условиях ориентации от произвольной точки отсчета [12].

С.Б. Верченко выделяет:

5. умение преобразовывать элементы воображений;
6. умение вычленять геометрические формы;
7. умение составлять развертки объемных фигур по их наглядным изображениям;
8. умение мысленно изменять структуру объекта, умение мысленно фиксировать изменения в содержании образа;
9. умение видеть в статичном изображении перемещение объектов, способ их соединения [5].

Л.М. Фетисова определяет следующий минимум умений, овладение которыми во многом влияет на успешность работы по развитию пространственных представлений:

1. умение мысленно строить образы геометрических фигур и представлять их положение на плоскости;
2. умение распознавать фигуры или элементы фигур по их заданным признакам или свойствам;
3. умение изображать простейшие пространственные фигуры на плоскости;
4. умение применять элементарные навыки работы с проекционным чертежом;
5. умение конструировать модели различных фигур;
6. умение давать правильную оценку размеров геометрических фигур, их положений на плоскости и в пространстве «на глаз».

Г.Д. Глейзер выделил следующие пять уровней пространственного мышления обучающихся:

1. «элементарный» - должен быть достигнут учащимися в начальной школе;
2. «фрагментарный» в 5-6 классах;
3. «статически-динамический» - в 7-8 классах,
4. «динамический» - в 9-10;
5. «творческий» - в 11 классе [7].

И.Г. Вяльцева в своей работе [6] дает характеристику каждому уровню пространственного мышления.

«Элементарный» уровень: учащиеся могут проводить узнавание, различение и воспроизведение основных геометрических форм в целом (углы, треугольники, прямоугольники, многогранники и тела вращения) с помощью наглядной опоры. Представляя основные фигуры в целом, учащиеся различают только те их элементы, зрительное восприятие которых является очень простым на общем фоне фигуры (вершины, грани). Учащиеся владеют навыками изображения плоских фигур и примитивными навыками изображения пространственных тел. На чертежах верно передают форму, внешнее очертание фигур, но часто затрудняются в передаче их пропорций, размеров. Анализ и синтез пространственных признаков носит элементарный характер и базируется на чисто опытной, практической основе. Не владеют навыками графической условности при изображении геометрических фигур. Чертежи ненаглядные и нечеткие. Навыки владения учащимися буквенной, знаковой и графической символиками приобретены в процессе жизненной практики, поэтому разрознены и бессистемны. Учащиеся, достигшие «фрагментарного уровня» проводят анализ и синтез пространственных признаков и отношений в таком же плане, как и в элементарном уровне, но при неполной зрительной опоре и совсем без нее. Подчеркивают более четко особенности окружающих предметов: их форму, контур, проводят

сравнение величин. Наблюдается установление простых связей между пространственными, количественными топографическими представлениями. В чертежах и рисунках окружающих предметов правильно соотносят общую форму предмета с формой и расположением его частей, но чертежи трафаретны, выражают наиболее часто встречающиеся положения фигур. Навыки оперирования буквенной, знаковой и графической символика значительно систематизируется. Пополняется запас геометрических терминов.

«Статически-динамический» уровень: учащиеся имеют четкие представления об основных плоских фигурах, изучаемых в средней школе. Эти представления относятся как к форме фигур, так и к свойствам и отношениям между элементами фигур. Свойство подвижности представлений еще развито слабо – фигуры мыслятся статическими.

«Динамический» уровень: учащиеся обладают достаточно четкими представлениями об основных плоских и объемных фигурах, изучаемых в курсе геометрии средней школы. Геометрические фигуры представляются как целостные структуры, как системы составляющих их компонентов. Представления в достаточной степени обладают свойствами подвижности и обобщенности. Учащиеся не только владеют навыками изображения геометрических фигур, но и используют методы реконструкции довольно сложного оригинала, представляющего собой не только отдельные фигуры, но и комбинации геометрических объектов, по их проекционным изображениям. Хотя на данном уровне учащиеся не осознают методы такой мысленной реконструкции образов, знание графических условностей позволяет им быстро переводить реальные образы в символы (чертежи) и обратно.

«Творческий» уровень: учащиеся без чертежа решают разнообразные задачи на вычисление, доказательство, конструирование, требующие динамического изменения образа по заданной зависимости; мысленно представляют форму геометрических фигур, их взаимное расположение в

двумерном и трехмерном пространствах; грамотно выполняют чертежи различными методами.

Вывод по первой главе

Пространственное мышление является специфическим видом мыслительной деятельности. В своих наиболее развитых формах это есть мышление образами, в которых фиксируются пространственные свойства и отношения. Опираясь на исходными образами, созданными на различной наглядной основе, мышление обеспечивает их трансформацию, видоизменение и создание новых образов, отличных от исходных.

Необходимость в развитии пространственных представлений определяют две основные причины. Способность оперировать пространственными образами является:

1. умением правильно отражать реально существующую трехмерную действительность и умение ориентироваться в пространстве и во времени;
2. фундаментальным умением, которое объединяет разные виды учебной и трудовой деятельности, такая способность рассматривается как одно из профессионально важных качеств.

Одной из центральных проблем обучения становится обеспечение согласованного развития наглядного (образного) и ненаглядного (символического) компонентов мышления. Процесс формирования пространственных представлений, таким образом, может активно протекать лишь в тесной связи с развитием логического мышления и речи учащихся.

Проблема восприятия пространственных представлений и самого пространства связана с проблемой решения мыслительных задач и формирования геометрических понятий. Отсюда следует важный педагогический вывод: наиболее эффективны методы формирования и развития пространственных представлений при обучении геометрии,

которые обеспечивают органическое сочетание восприятия геометрических фигур, действий с ними, мышления и речи учащихся.

Особенности пространственного мышления описывают следующие показатели: широта оперирования образом, полнота, динамичность и обобщенность образа.

В работах многих методистов исследуются проблемы, связанные с выделением умений, необходимых для развития пространственных представлений учащихся. Например, И.С. Якиманская выделяет такие умения как: умение оперировать формой и величиной геометрического объекта, метрическими соотношениями и зависимостями между элементами геометрического пространства, умение отражать по чертежу пространственные соотношения, умение создавать пространственный образ.

Выделяют пять уровней пространственного мышления: «элементарный», «фрагментарный», «статически-динамический», «динамический», «творческий».

В 10 классе уровень пространственного мышления должен соответствовать «динамическому» уровню. А именно учащиеся должны обладать достаточно четкими представлениями об основных плоских и объемных фигурах, изучаемых в курсе геометрии средней школы. Геометрические фигуры представляются как целостные структуры, как системы составляющих их компонентов. Представления должны обладать свойствами подвижности и обобщенности. Учащиеся не только должны владеть навыками изображения геометрических фигур, но и использовать методы реконструкции довольно сложного оригинала, представляющего собой не только отдельные фигуры, но и комбинации геометрических объектов, по их проекционным изображениям.

Глава 2. Методические особенности развития пространственных представлений в старшей школе

2.1 Опытная проверка уровня развития пространственного мышления обучающихся

Одним из важнейших аспектов обучения математике в школе является формирование и развитие пространственных представлений учащихся. В соответствии с требованиями стандарта ученики должны уметь: распознавать на моделях и чертежах пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, изображать основные многогранники и круглые тела, выполнять рисунок по условию задачи. Они также должны уметь применять полученные знания для решения планиметрических и стереометрических задач на нахождение геометрических величин, для вычисления объемов и площадей.

В современной школе большинство учеников испытывают трудности при изучении стереометрии. На характер геометрической деятельности школьников оказывает существенное влияние уровень развития их пространственного воображения. Специфика интеллектуальной деятельности школьников определяется гармоничным соотношением между логикой и наглядностью рассуждений, размышлений и действий при обучении геометрии. Эта особенность напрямую связана со свойством воображения придавать образность тем психическим процессам, с которыми воображение вступает в связь.

Перед тем как изучить методику обучения геометрии в 10-11 классах, мы решили провести исследование на обучающихся основной школы. Традиционно сложилось так, что в школе, сначала изучается геометрия на плоскости (планиметрия), а затем геометрия в пространстве (стереометрия). Такой подход к обучению геометрии строится на последовательном изучении планиметрии и стереометрии.

На начальном этапе нашего исследования мы выдвинули гипотезу о том, что в рамках учебного процесса уровень развития пространственного мышления обучающихся 5-6 классов выше, чем у 10 классов. Для того чтобы подтвердить гипотезу, мы провели исследование.

База исследования: ОЦ Ньютон (10 классы), школа №104 г. Челябинска (7класс), школа №15 г. Златоуста (1,5,9 классы) (Таблица 1).

Таблица 1

Количество человек в классах

Класс	1	5	7	9	10
Количество человек	15	25	13	22	40

Был проведен тест, состоящий из 9 вопросов с выбором ответа. Максимальное количество баллов, которое можно было получить, 9 баллов. Формулировка вопросов для каждого класса не менялась. (Приложение 1).

Чтобы провести анализ результатов, мы высчитали средний балл по классу и средние баллы среди мальчиков и девочек.

В итоге получили результат:

Самый высокий средний балл в 5 классе – 7,68, второй результат в 10 классе – 6,95, в 7 классе – 6,76, в 9 классе – 6,36 и в 1 классе – 5,53 (Таблица 2. Диаграмма 1).

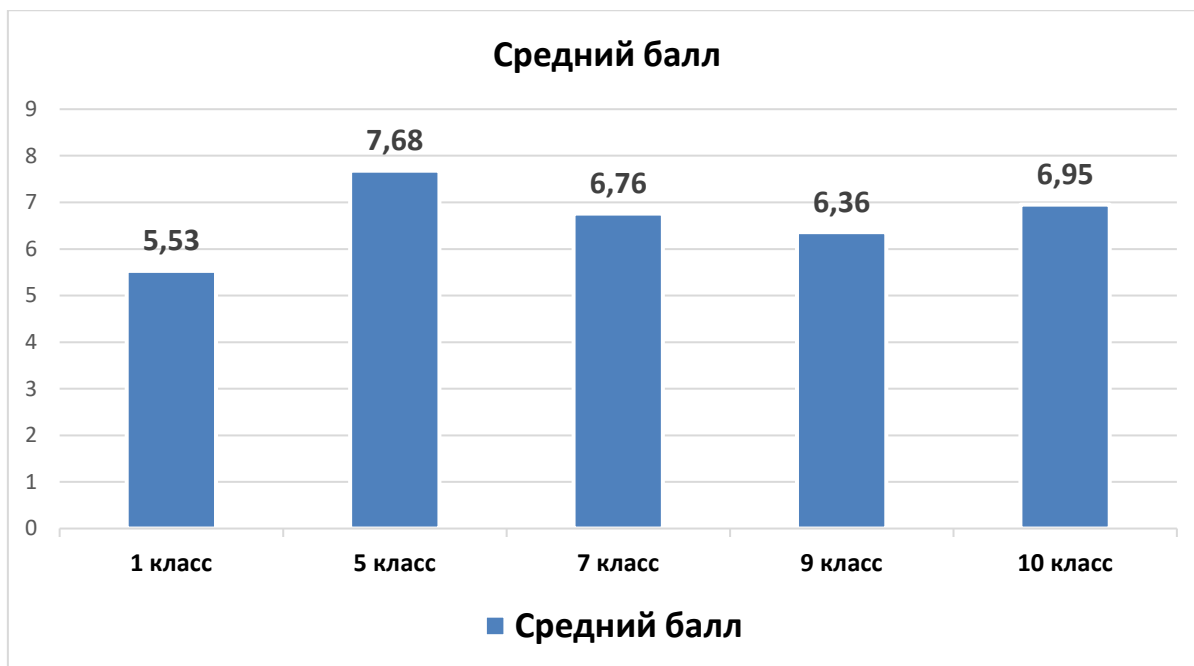
Таблица 2

Средний балл

Класс	1	5	7	9	10

Средний балл	5,53	7,68	6,76	6,36	6,95
--------------	------	------	------	------	------

Диаграмма 1



Были подсчитан средний балл среди мальчиков и девочек в каждом классе.

Максимальный средний балл среди мальчиков в 7 класс – 7,33. Среди девочек в 5 классе – 8,07. Минимальный средний балл среди мальчиков в 1 классе – 5,7, среди девочек также в 1 классе – 5,2 (Таблица 3. Диаграмма 2).

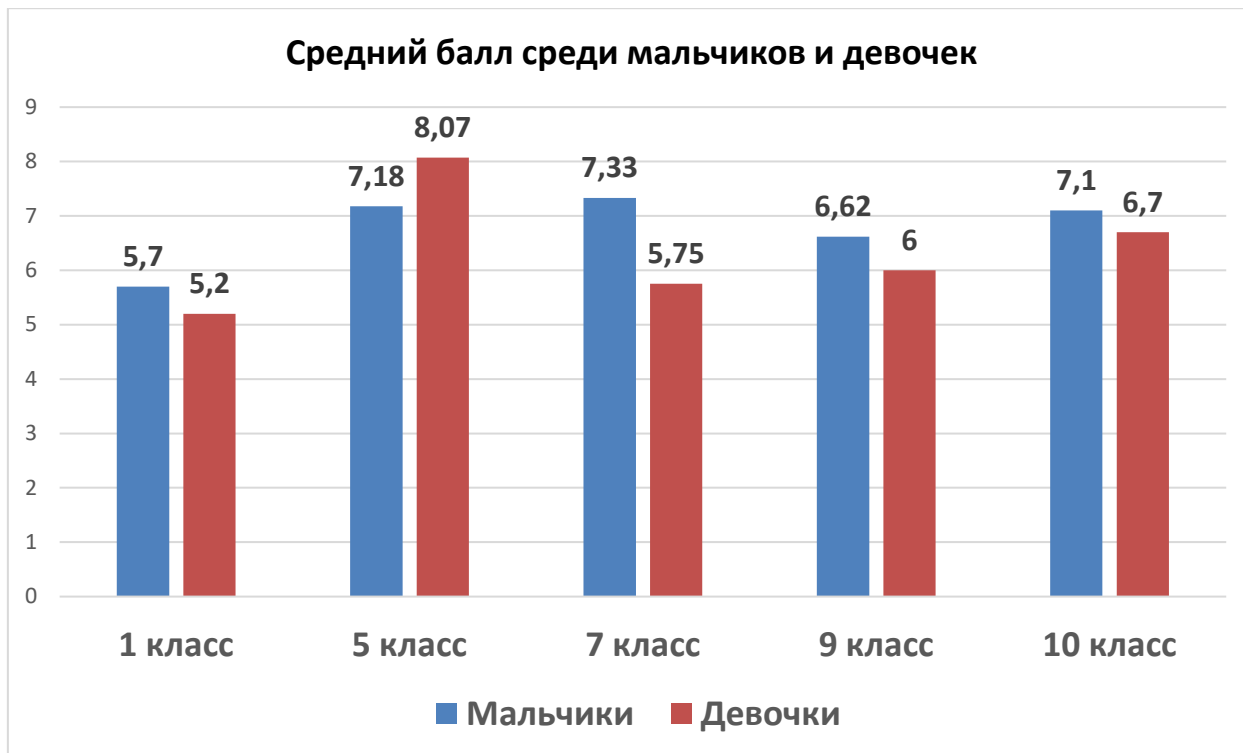
Таблица 3

Средний балл среди мальчиков и девочек

Класс	1		5		7		9		10	
	Мал.	Дев.	Мал.	Дев.	Мал.	Дев.	Мал.	Дев.	Мал.	Дев.
Средний	5,7	5,2	7,18	8,07	7,33	5,75	6,62	6	7,1	6,7

балл										
------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Диаграмма 2



Из данных, полученных в ходе исследования, можно сделать **выводы:**

1. Наилучший результат у обучающихся 5 класса, т.е. уровень пространственных представлений более развит в возрасте 11-12 лет.
2. Результат показал, что пространственное мышление лучше развито у мальчиков, чем у девочек. Только в 5 классе средний балл девочек выше среднего балла мальчиков.

Данное исследование показало, что на протяжении изучения математики и геометрии с 5 по 10 класс навыки для развития пространственных представлений перестают быть активными.

Наилучшим периодом для развития образных компонентов мышления является школьный возраст до 12-13 лет. После окончания начальной школы образные компоненты мышления обучающихся более

развиты, чем плоскостные, хотя в рамках традиционной программы по математике младших школьников знакомят только с элементами плоскостной геометрии.

Итак, образные компоненты мышления интенсивнее развиваются в младшем школьном возрасте, поэтому пространственное мышление как разновидность образного целесообразно развивать у учащихся средней школы уже с 5-6 класса.

2.2 Виды упражнений, направленных на развитие пространственных представлений в пропедевтическом курсе геометрии

Введение геометрического материала в курс математики 1-6 классов чрезвычайно важно для дальнейшего успешного обучения школьников, их вовлечения в познание окружающего мира, развития их мыслительных способностей. Это объясняется рядом причин:

1. Традиционный для нашей основной школы систематический курс геометрии носит дедуктивный характер, что сложилось исторически. Общеизвестно, что при дедуктивном построении геометрии, доказывая те или иные теоремы, можно опираться только на аксиомы (факты принимаемые без доказательства), на ранее доказанные теоремы, на понятия и представления, которым получены путем наблюдений и личного опыта ребенка. Ссылки на очевидные факты, следующие непосредственно из чертежа или простого рисунка, ни в какой форме в научно–дедуктивной системе изложения геометрии недопустимы. Таким образом, очевидные, простейшие, непосредственно рассматриваемые факты и свойства геометрических фигур, следующие из рисунков и наблюдений должны быть знакомы школьникам еще до того, как началось изучение систематического курса геометрии.

2. Знакомство с геометрическими задачами в начальной школе и младших классах средней школы позволяет выполнить задачи развития

математического и пространственного мышления учащихся, позволит подготовить их к восприятию более сложных идей изучаемых в систематическом курсе геометрии.

3. Наглядность и практичность обучения геометрии являются необходимыми условиями успешного ее изучения. Геометрия, как и любой другой учебный предмет, не может обходиться без наглядности. Формирование отвлеченного (абстрактного) мышления у школьников с первых школьных шагов требует предварительного пополнения их сознания конкретными представлениями, образами. Именно эти задачи решает геометрическая составляющая курса математики начальной школы. При этом удачное и умелое применение наглядности рождает у школьников желание самостоятельного познания и повышает их интерес к предмету математики в целом, является важнейшим условием успеха обучения не только математике, но и по другим учебным предметам.

Рассмотрим виды упражнений, направленных на развитие пространственных представлений. Данные упражнения можно включать в разные этапы урока пропедевтического курса геометрии.

При выделении видов упражнений нами была взята за основу методика работы с геометрическими образами, предложенная И.С. Якиманской: «Работа с геометрическими образами при усвоении математики предполагает значительную нагрузку на интеллект, поэтому насыщение урока учебным материалом, требующим работы с образом, должно опираться на четкое осознание учителем того, какой тип заданий он предлагает ученику» [13]. Заданий на работу с образами в геометрии встречается много, но они не всегда четко систематизированы.

В предлагаемых видах упражнений выделим следующие пункты:

1. упражнения на перевод словесных данных задачи в графический образ (и наоборот);

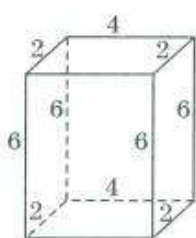
2. упражнения на выделение существенных признаков геометрических понятий;
3. упражнения на вычленение фигуры из состава других фигур чертежа;
4. упражнения на сравнение пространственных фигур на чертеже;
5. упражнения на построение недостающих фигур чертежа;
6. упражнения на рассмотрение фигур чертежа с разных точек зрения.

Рассмотрим каждый пункт в отдельности.

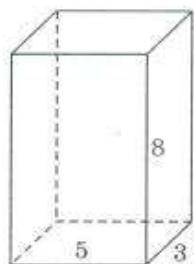
Упражнения на перевод словесных данных задачи в графический образ (и наоборот).

Эти задания широко используются в геометрии, предполагают выполнение чертежа в соответствии с условием задачи, заданным в словесной форме, так и обратное действие.

1. Изобразите прямоугольный параллелепипед, у которого длина, ширина и высота равны соответственно 2 см, 3 см и 5 см и проведите диагонали граней со сторонами 2 см и 5 см.
2. Измерения параллелепипеда равны 5 см, 6 см и 8 см. Изобразите этот прямоугольный параллелепипед и найдите площадь каждой из трех граней имеющих общую вершину.
3. (Обратное задание) На рисунке изображен прямоугольный параллелепипед и даны его измерения. Проставьте длины всех ребер, как показано на образце.



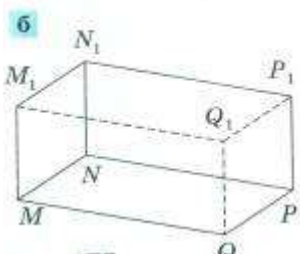
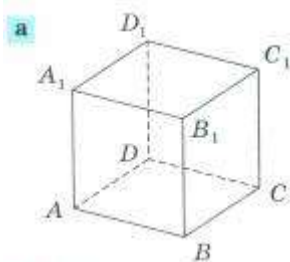
Образец



4. (Обратное задание) Выпишите для куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и прямоугольного параллелепипеда $MNPQ M_1 N_1 P_1 Q_1$:

а) все его видимые грани, ребра, вершины;

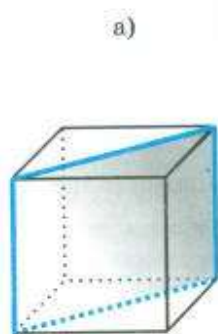
б) все его невидимые грани, ребра, вершины.



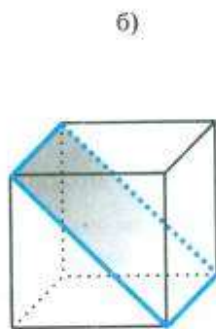
Упражнения на выделение существенных признаков геометрических понятий.

При выполнении задания такого типа ученик должен выделить существенные признаки понятий, опознать их, применить изученные признаки к решению задачи.

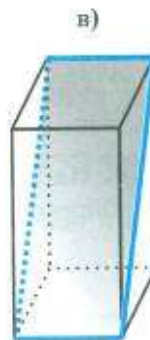
1. Определите вид закрашенного четырехугольника.



Куб

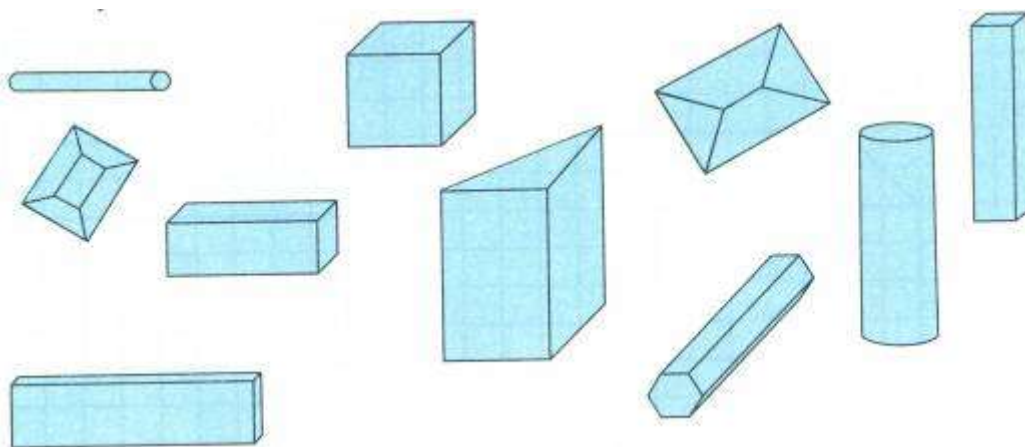


Куб

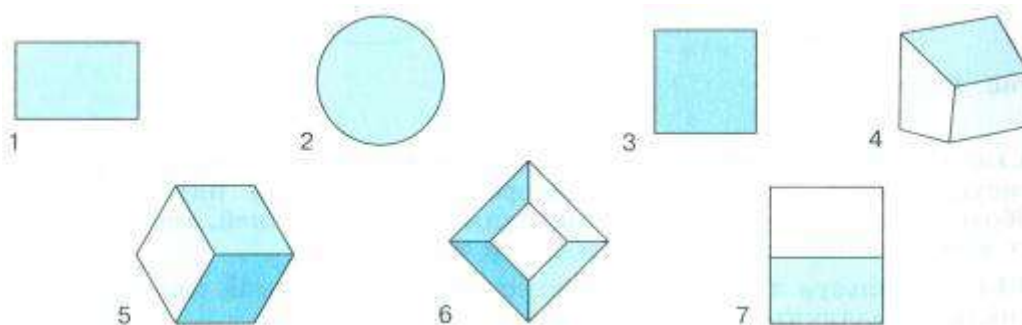


Прямоугольный параллелепипед

2. На рисунке изображены различные геометрические тела. Обозначьте буквой Р те из них, которые могут быть изображениями прямоугольного параллелепипеда.



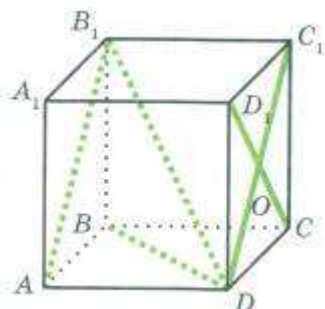
3. Посмотри на куб с различных сторон и из предложенных изображений многогранников выбери те, которые могут являться изображениями куба.



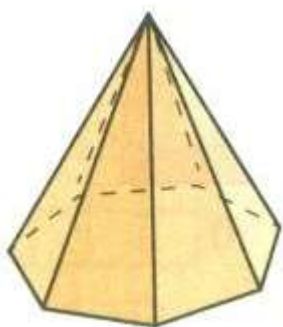
Упражнения на вычленение фигуры из состава других фигур чертежа.

Очень часто чертеж представляет собой совокупность различных фигур. Для решения задачи не все фигуры одинаково важны. На плоскости необходимо научиться выделять необходимую фигуру из состава других, мысленно «вычленять», а в пространстве надо еще включить воображение и логику. Такие задания полезны для развития умения последовательно, логично, обоснованно переходить в образах от одной фигуры к другой, создавать мысленные образы. Для этого могут быть полезными следующие задания:

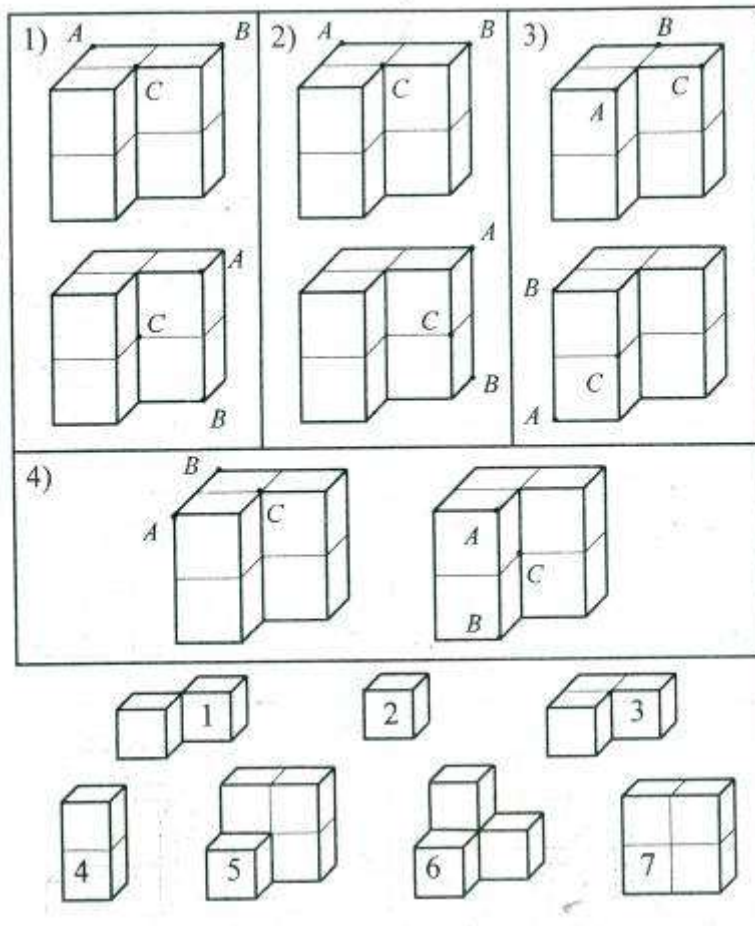
1. Найдите на изображении куба как можно больше прямоугольных треугольников.



2. Пример многогранника, у которого восемь вершин и восемь граней – пирамида, в основании которой лежит семиугольник. Сколько граней этого многогранника имеют форму треугольника?



3. Две фигуры, состоящие из шести кубиков каждая, мысленно переместите так, чтобы совпали соответствующие точки A, B и C. Какой будет общая часть этих фигур?

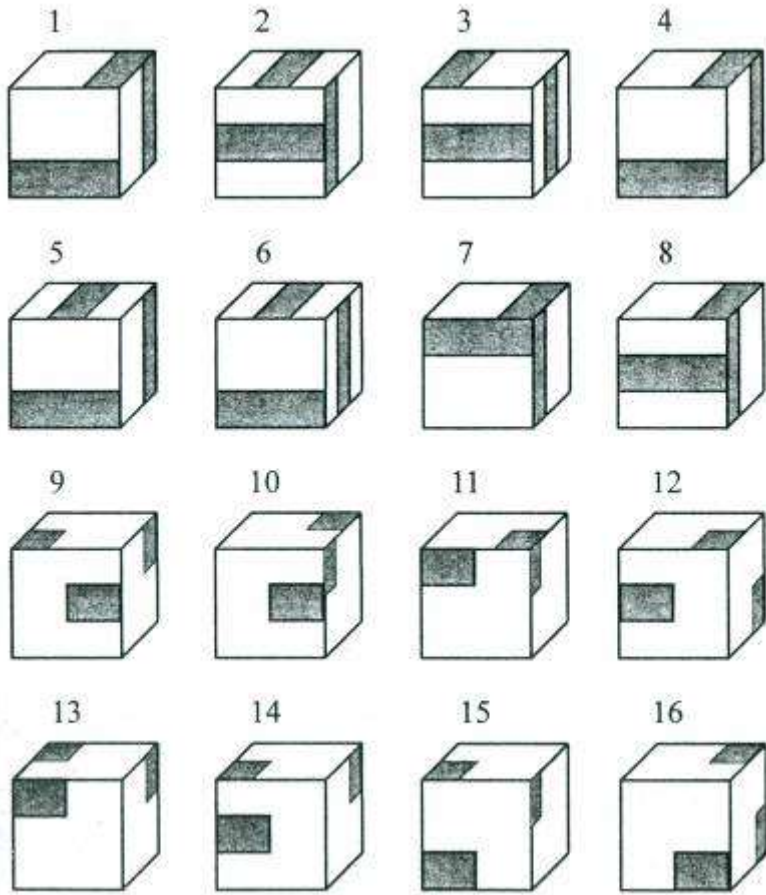


Упражнения на сравнения пространственных фигур на чертеже.

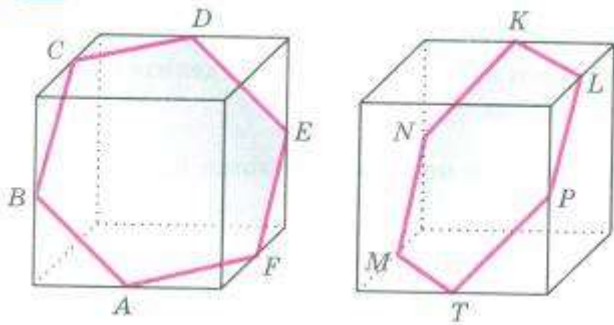
Эти упражнения требуют: знания существенных признаков; фиксации внимания на двух или более фигурах; мысленного сопоставления их элементов; опознания на них существенных признаков, объединения фигур на основе их сходства и различия с целью вычленения общего признака, т.е. установления в образах определенной логической связи.

Эти упражнения можно использовать при прохождении любой темы курса, так как везде, где вводятся те или иные признаки (свойства), требуется распознавание их на чертеже.

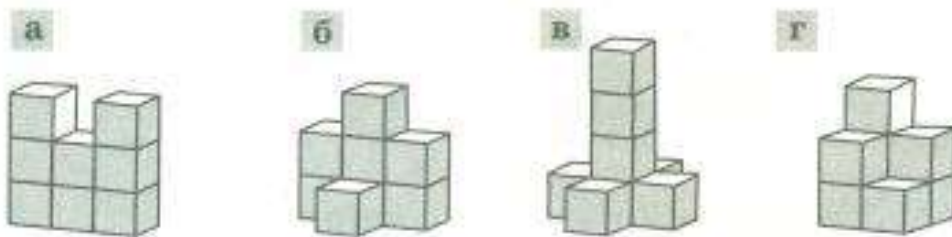
1. На противоположных гранях кубика окрашены одинаковые полосы шириной в одну треть длины ребра и длиной в ребро или половину ребра. Найдите кубики с одинаковой окраской.



2. Сравните шестиугольники ABCDEF и MNKLPT.



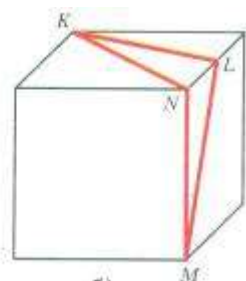
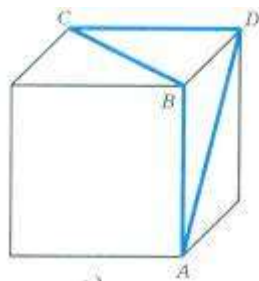
3. Сравните объемы фигур, не используя измерений



4. Сравните длины ломаных:

А) ABC и ADC ;

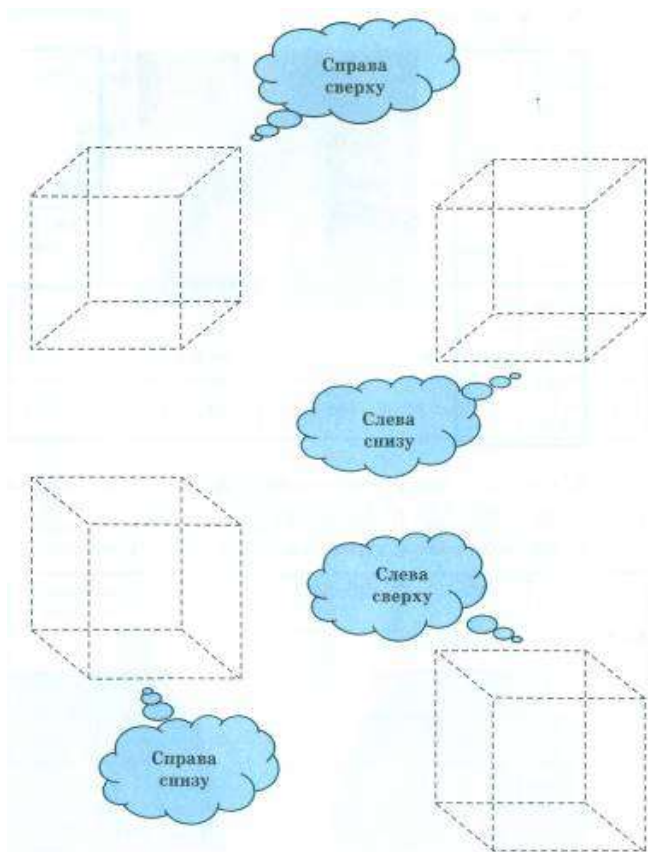
Б) MNK и MLK .



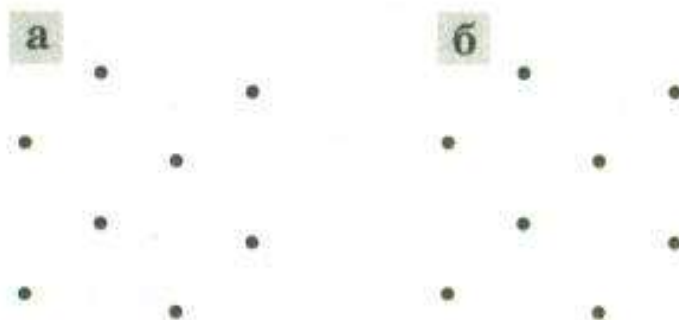
Упражнения на построение недостающих фигур чертежа

В геометрии встречается много заданий, которые требуют дополнительных построений. Такие задания развивают у ученика образную логику. Эти задания имеют особую ценность в стереометрии, где поиск и нахождение нового элемента представляет собой целую цепь мысленных преобразований, осуществляемых над образом исходной фигуры, когда требуется не только выделение понятийных признаков (ребро куба, сечение и пр.), но и подлинное создание нового геометрического образа. Все эти умения должны быть обеспечены правильно подобранной системой упражнений.

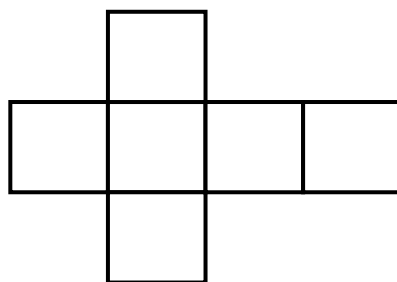
1. Обведите сплошными линиями ребра куба, чтобы он был виден так, как это написано рядом с рисунком.



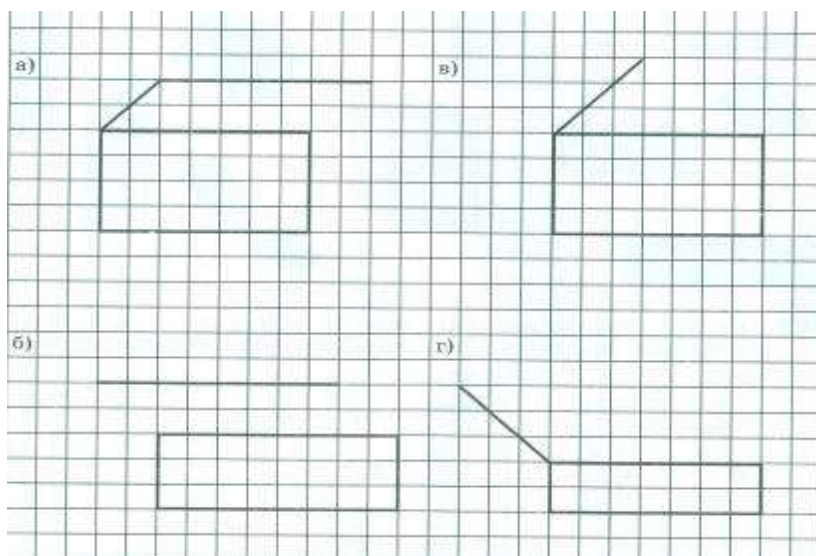
2. На каждом из рисунков отмечено 8 точек. Дорисуйте картинку так, чтобы получилось два разных изображения куба. Обозначьте вершины куба и в каждом случае выпишите видимые и невидимые его ребра.



3. Дан куб с тремя закрасненными разными способами гранями. Нарисуйте эти отмеченные грани на его развертке.



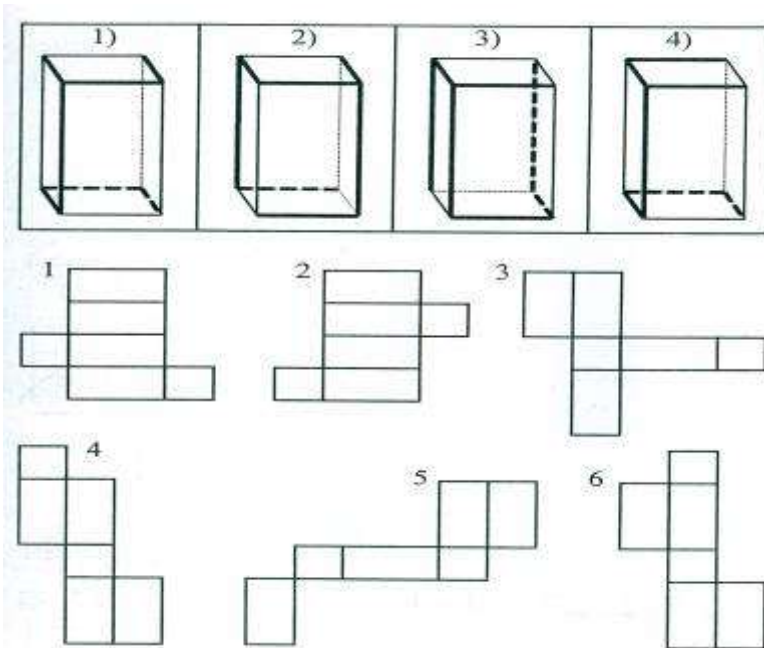
4. Закончите рисунок так, чтобы получился прямоугольный параллелепипед.



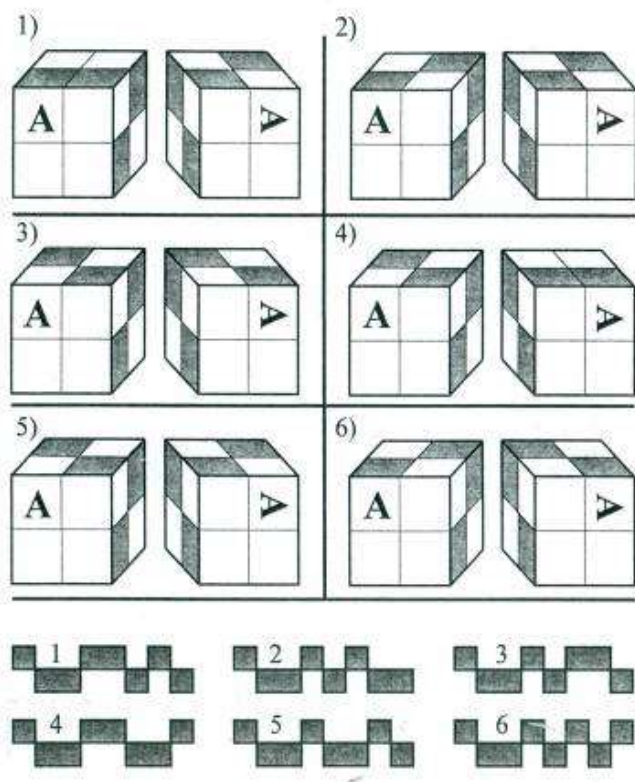
Упражнения на рассмотрение фигур чертежа с разных точек зрения.

Эти упражнения используются в тех случаях, когда некоторые фигуры чертежа надо рассмотреть в свете разных понятий или, иными словами, переосмыслить их. Упражнения, как правило, осуществляются мысленно, что требует, во-первых, абстрагирования отдельных фигур, и, во-вторых, объединения с новыми, т.е. своеобразного синтеза этих фигур. Такое видоизменение чертежа осуществляется в уме, поэтому вся работа ученика скрыта от непосредственного наблюдения учителя. Чтобы видеть, ученикам надо уметь осуществлять определенные мыслительные действия, с содержанием которых ученики должны быть знакомы. Это умение обеспечивает основную логическую операцию – произвольное включение одной и той же фигуры в состав элементов чертежа, что формирует такие важные качества как внимательность, наблюдательность, сообразительность.

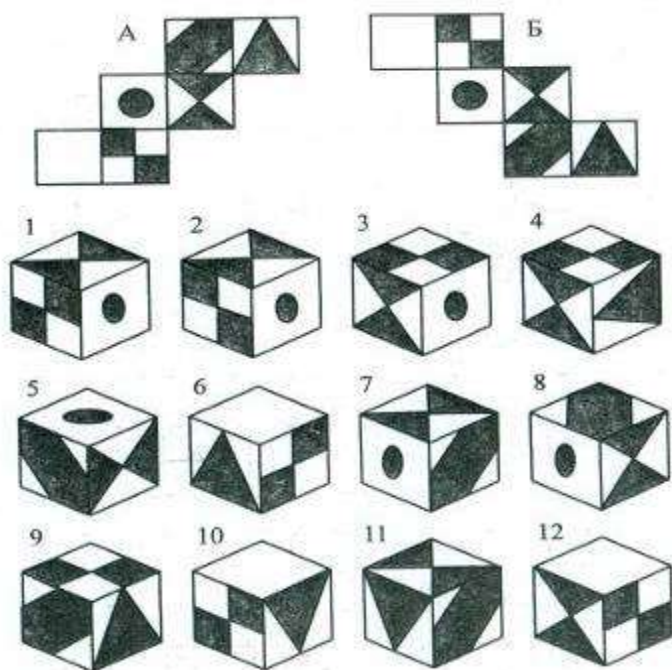
1. Параллелепипед разрезан пополам по семи ребрам, выделенными жирными линиями и развернут. Найдите соответствующую развертку.



2. Четыре грани кубика окрашены не засыхающей краской так, как показано на рисунке. Какой след оставит кубик на листе бумаги, если его переворачивать без скольжения вправо из положения слева три раза на 90° ?



3. Для каждой развертки куба найдите его изображение.



2.3 Система заданий, направленная на развитие пространственных представлений, для обучающихся 10 классов

Пространственное мышление - это база, на которой строится большая часть учебной и впоследствии трудовой деятельности человека, поэтому развитие и формирование этого вида умственной активности очень важно для профессиональной успешности личности.

Особенно это стало актуальным в период современности, когда возросла роль схематичности, графических изображений, условных обозначений.

Ранее проведенное исследование показало, становление мышления человека и его основных видов происходит в младшем школьном возрасте. Связано это с фазой активного интеллектуального развития и в данный период времени обучение происходит гораздо проще и эффективнее. Так пространственные представления наиболее развиты в возрасте 11-12 лет.

Согласно традиционному курсу математики, в 7 классе (возраст обучающихся - 12-13 лет) начинается изучение планиметрии. Стереометрия, в свою очередь, рассматривается с 10 класса. Между изучением двух этих разделов уровень развития пространственных

представлений обучающихся снижается. Поэтому, переходя в 10 класс, обучающиеся испытывают трудности в освоении курса стереометрии.

Для решения этой проблемы нами была разработана система заданий: «Маршрутные карты урока».

Основная цель – помочь учителю организовать работу с учащимися по решению геометрических задач в классе и дома с учетом их индивидуальных особенностей и уровня подготовки.

«Маршрутные карты урока» охватывают шесть основных тем курса стереометрии за 10 класс:

- Аксиомы стереометрии и их простейшие следствия
- Параллельность прямых в пространстве. Скрещивающиеся прямые
- Параллельность прямой и плоскости
- Параллельность плоскостей
- Перпендикулярность прямых в пространстве
- Перпендикулярность плоскостей

Каждая глава содержит следующие разделы:

1. Задания на проверку теоретических знаний, где нужно либо вставить пропущенное слово (предложение), либо изобразить геометрическую ситуацию

Большинство задач по геометрии требует применения разнообразных теоретических знаний, доказательства утверждений, справедливых лишь при определенном расположении фигуры, применение различных формул.

Задания на проверку теоретических знаний позволяют вспомнить их и закрепить. Кроме того, в последующей работе материал можно использовать как справочник для работы на уроке и дома.

2. Устные задачи по данным темам

Устные упражнения, которые учитель проводит в начале урока, помогают обучающимся быстро включаться в работу. Проводимые в середине или конце урока упражнения служат своеобразной разрядкой после напряжения и усталости, вызванных письменной или практической работой.

После выполнения данных упражнений обучающиеся получают возможность сразу проверить правильность своего ответа. А также, в отличие от письменных, решение устных упражнений не требует большого числа вычислений, преобразований и рассуждений.

3. Задания на готовых чертежах

Из-за недостатка пространственного воображения стереометрическая задача, к которой нужно сделать чертеж самостоятельно, зачастую становится для ученика непосильной.

Именно поэтому использование готовых чертежей к стереометрическим задачам увеличивает объем рассматриваемого на уроке материала, повышает его эффективность.

«Маршрутные карты урока» можно использовать на разных этапах урока: актуализация знаний, изучение или закрепление материала. А также в разных формах: самостоятельная или групповая работа, в качестве домашнего задания или для работы на уроке.

«Маршрутные карты урока» позволяют сформировать совокупность различных способов действий обучающегося, которая обеспечивает его способность к усвоению новых знаний (Таблица 4).

Формирование УУД на уроках геометрии с использованием
«Маршрутных карт урока»

Познавательные УУД	Регулятивные УУД	Коммуникативные УУД	Личностные УУД
Умение извлекать информацию из схем, таблиц, текста	Умение определять цель деятельности	Умение слушать и понимать других	Умение определять и высказывать свою точку зрения
Умение представлять информацию в виде схем	Умение определять успешность выполнения задания	Умение оформлять свои мысли в устной форме	Мотивацию к обучению и целенаправленной познавательной деятельности
Умение на основе анализа таблицы делать выводы	Умение оценивать свои учебные действия	Умение работать в группах (парах)	Умение оценивать себя и свои поступки
Умение устанавливать аналогии	Умение осуществлять познавательную и личностную рефлексию		
Умение обобщать и классифицировать по признакам			

«Маршрутные карты урока» для изучения курса стереометрии в 10 классе

1. Аксиомы стереометрии и их простейшие следствия

№1 Изобразите прямую a пересекающую плоскость α



№2 Изобразите две пересекающиеся плоскости α и β



№3 Вставьте пропуски

A1: Через любые три точки, _____, проходит плоскость, и притом _____.

A2: Если две точки прямой лежат в плоскости, то _____ лежат в этой плоскости.

A3: Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют _____, на которой лежат _____ этих плоскостей.

C1: Через прямую и _____ проходит плоскость и притом только одна.

C2: Через _____ пересекающиеся прямые проходит плоскость и _____.

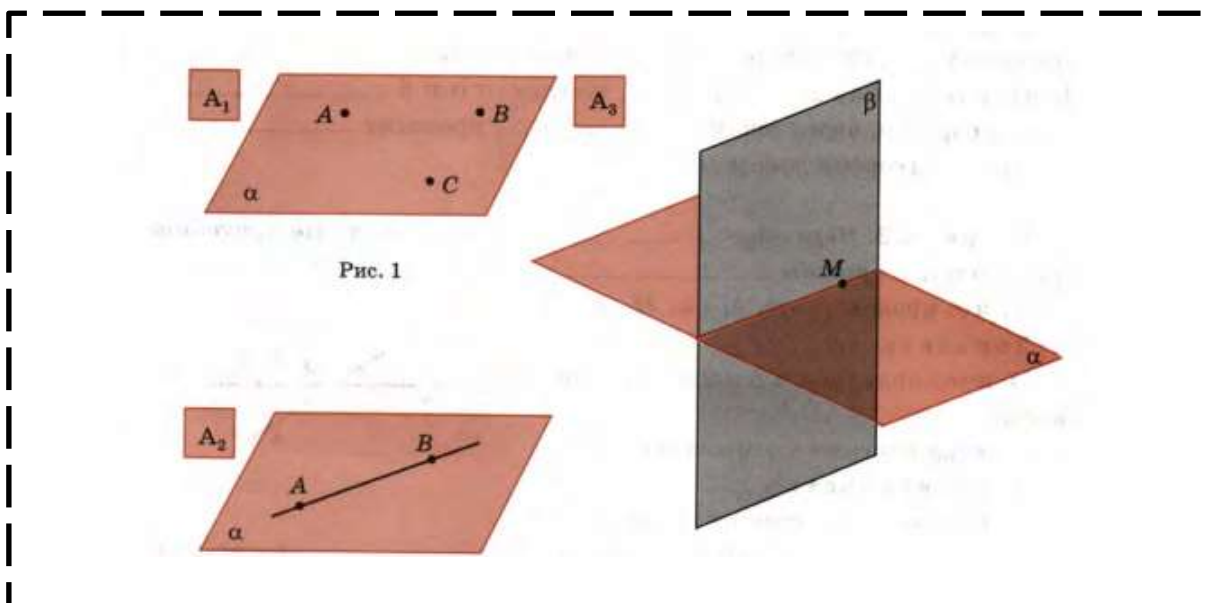
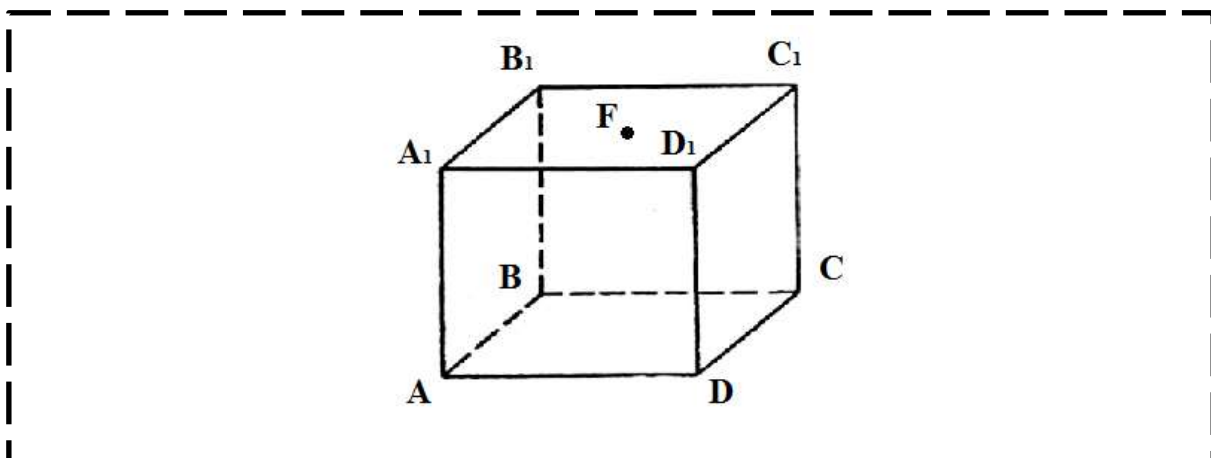


Рис. 1

№ 4 Проведите плоскость через прямую m (см. рис.). Сколько таких плоскостей можно провести?

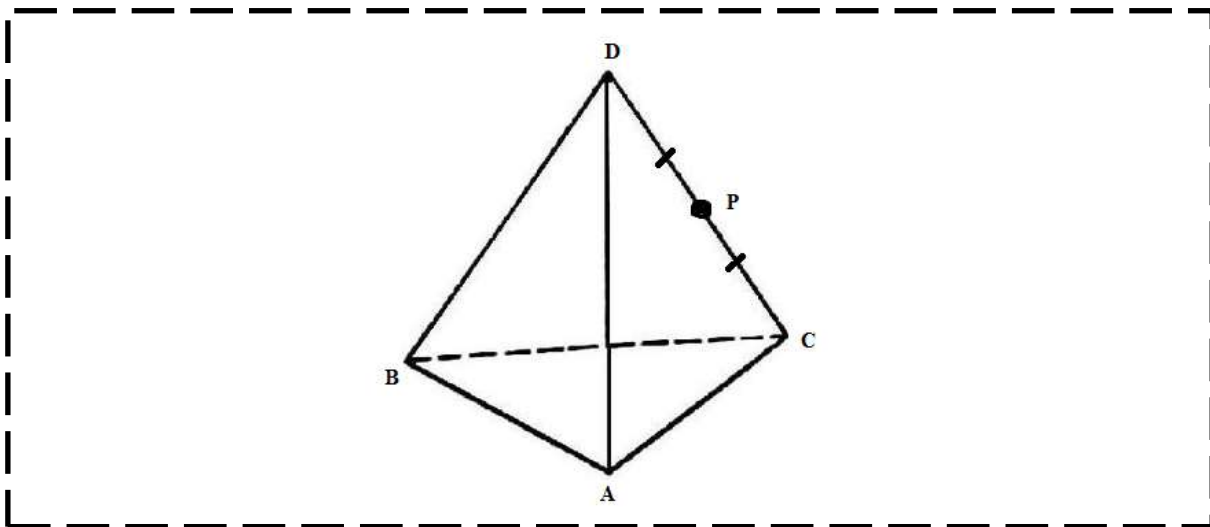


№ 5 Дан куб $A...D_1$ (см. рис.). Проведите плоскость через его вершины A , D и точку F – центр грани $A_1B_1C_1D_1$.

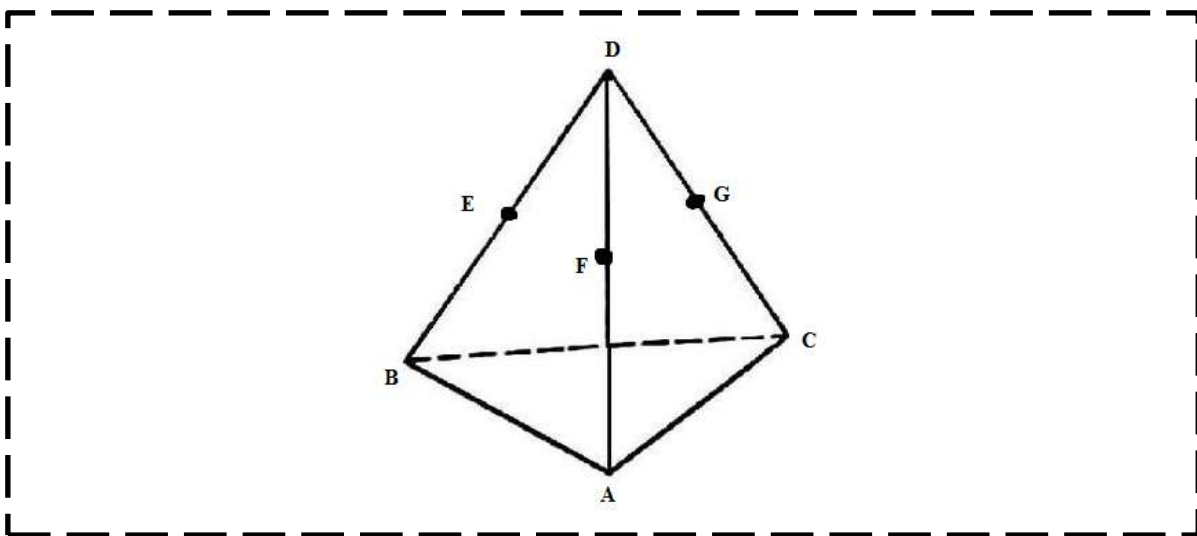


№ 6 В треугольной пирамиде $ABCD$ (см. рис.) проведите плоскость через вершины A , B и точку P – середину ребра DC . Запишите, по каким прямым

пересекается эта плоскость с плоскостями, в которых лежат грани пирамиды.



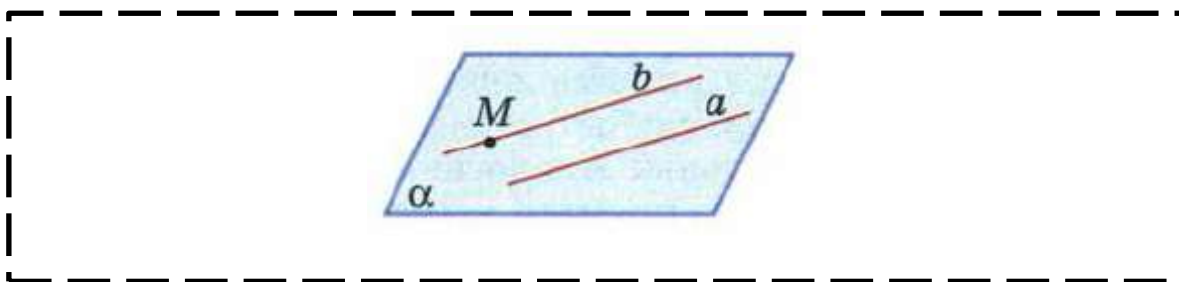
№ 7 На рисунке изображен тетраэдр ABCD. На его боковых ребрах DA, DB и DC взяты соответственно точки E, F и G. Установите, пересекается ли отрезок BC с плоскостью EFG.



2. Параллельность прямых в пространстве. Скрещивающиеся прямые

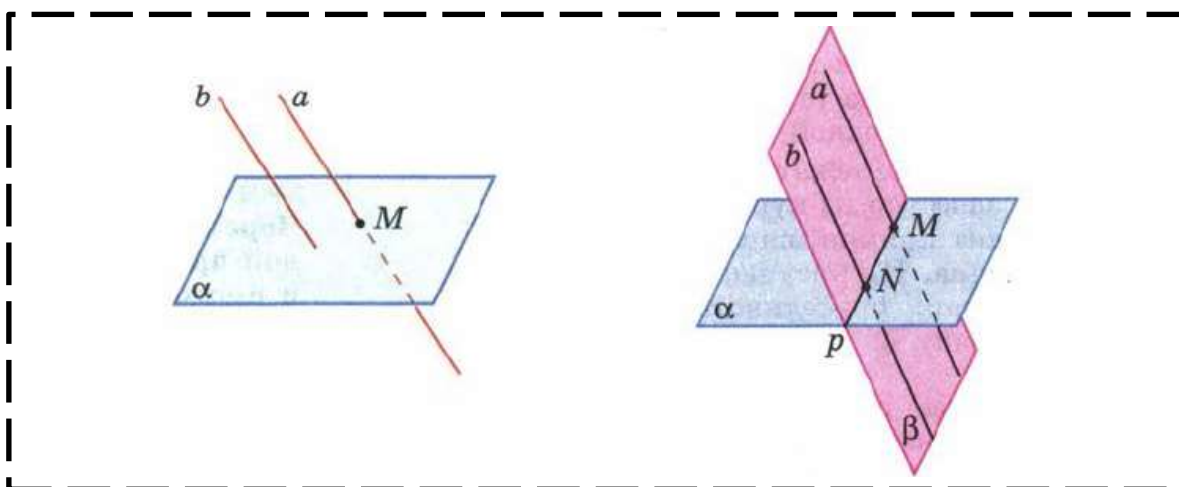
№ 1 Вставьте пропущенные слова в предложениях

Опр1: Две прямые в пространстве называются параллельными, если они _____ и _____.



T1: Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и _____.

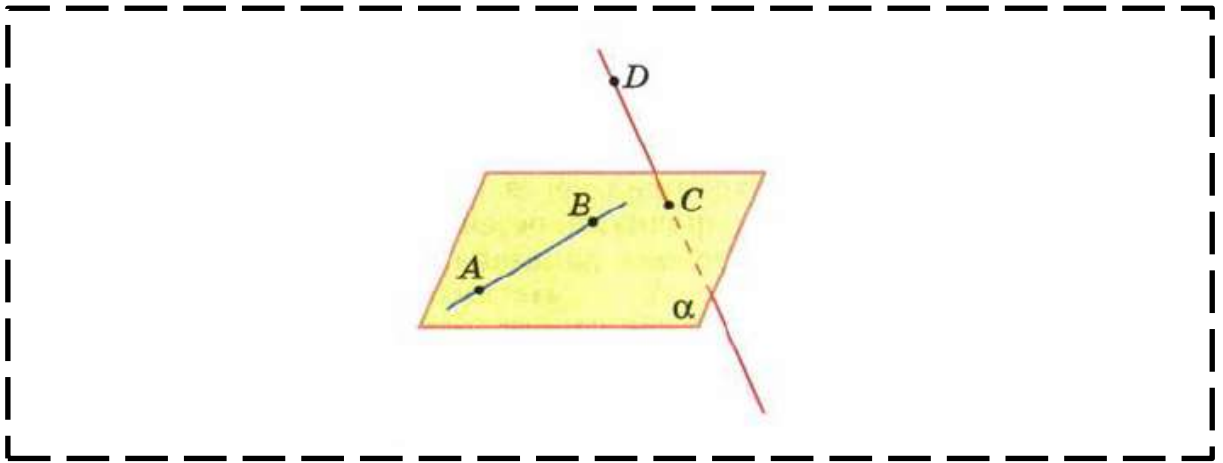
Л1: Если одна из двух _____ прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость.



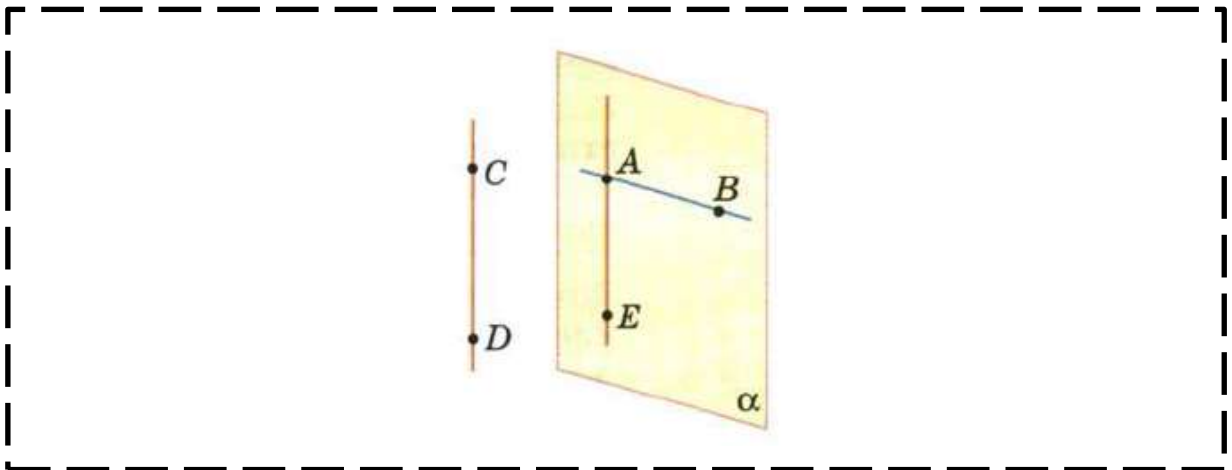
№2 Вставьте пропущенные слова в предложениях

Опр2: Две прямые называются скрещивающимися, если они _____.

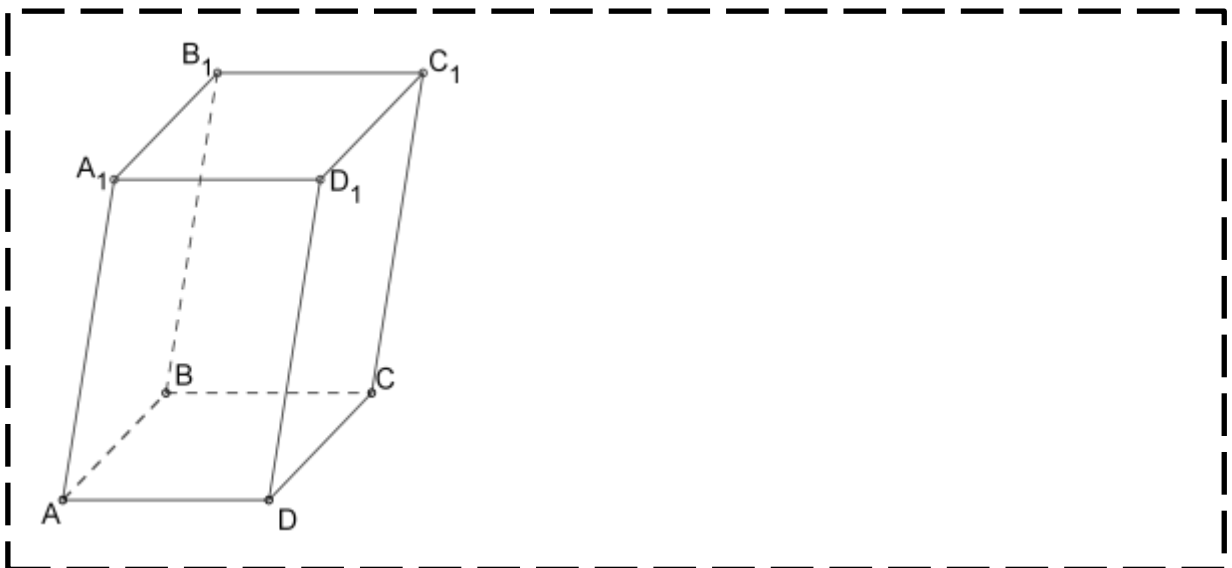
T2: Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, _____, то эти прямые называются скрещивающимися.



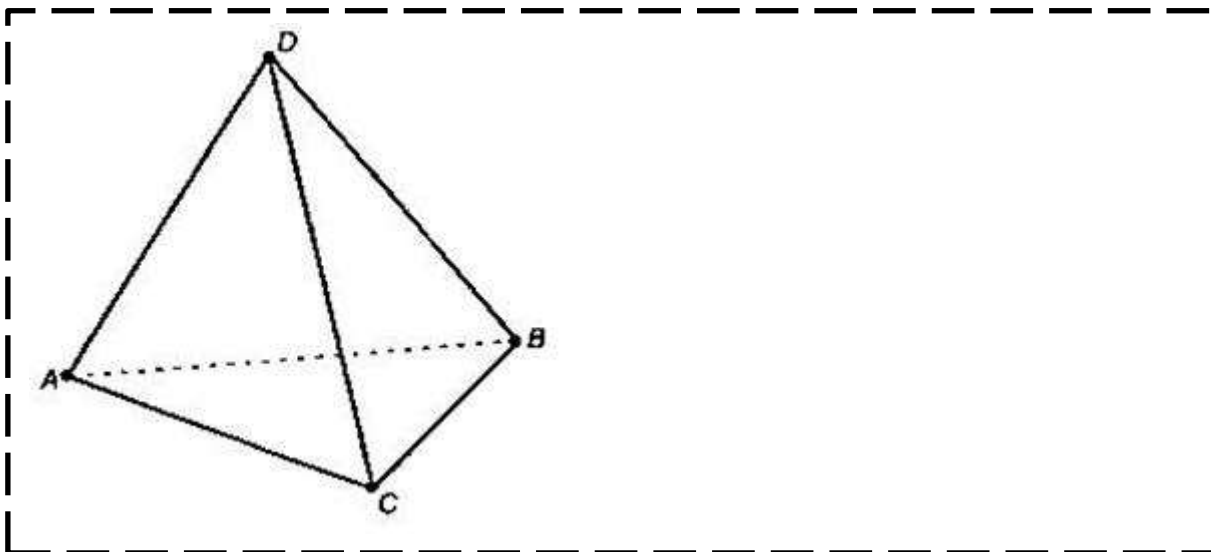
Т3: Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит _____, параллельная другой прямой, и притом только одна.



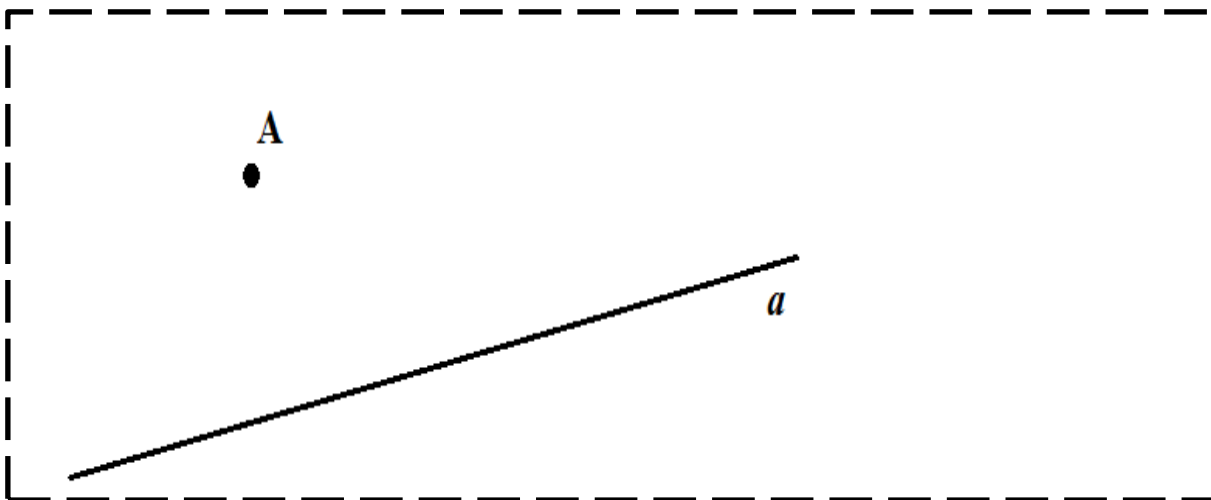
№3 В параллелепипеде (см. рис.) укажите параллельные прямые, на которых лежат его ребра.



№4 В тетраэдре (см. рис.) укажите все пары скрещивающихся прямых, на которых лежат его ребра.



№5 Через точку A (см. рис.) в пространстве, не принадлежащую данной прямой a, проведите прямую, параллельную данной. Опишите построение. Сколько решений имеет задача?

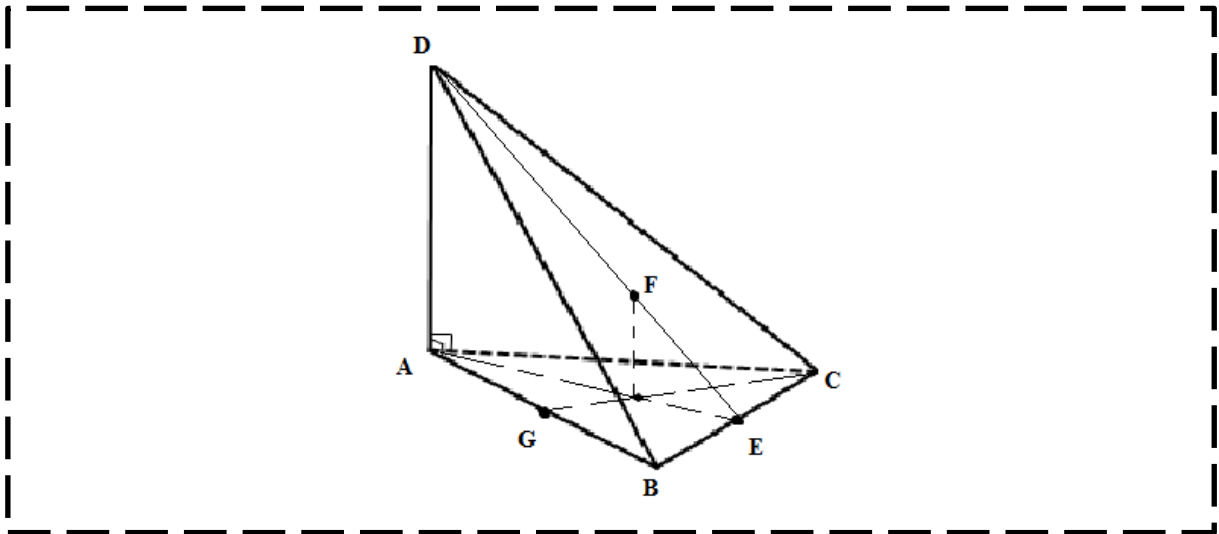


№6 Исходя из данного рисунка, отметьте номера верных утверждений.

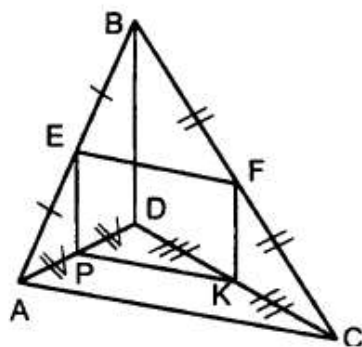
1. Прямые AD и CG скрещиваются.
2. Прямые AF и DC скрещиваются.
3. Прямые AO и DF скрещиваются.
4. Прямые CF и AB пересекаются.
5. Прямые DO и AC пересекаются.
6. Прямая BF и плоскость ADC пересекаются.

7. Плоскость GOE и прямая AD пересекаются.

8. Прямые OF и AD скрещиваются.

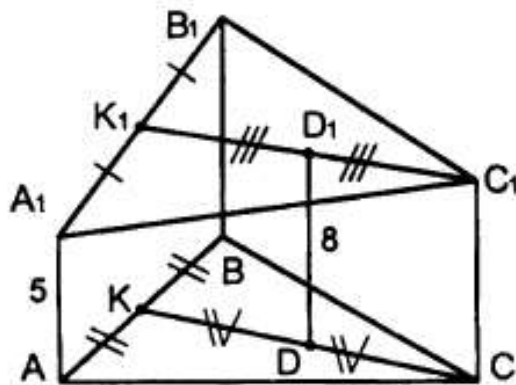


№7 Решите задания на готовых чертежах



Дано: $ABCD$
 – простран-
 ственный
 четырех-
 угольник.
 $AC=16$
 $BD=10$
 Найти
 $PEFKP$

1.



Дано: $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$, $BB_1=9$.
 Найти CC_1 .

2.

3.

Дано:
 $BD \parallel CE$
 $KM=10$
 Доказать:
 точки D и E лежат в плоскости ABC .

4.

Дано: $b \parallel BC$, прямая a не принадлежит плоскости ABC .
 Доказать: прямые a и b – скрещивающиеся.

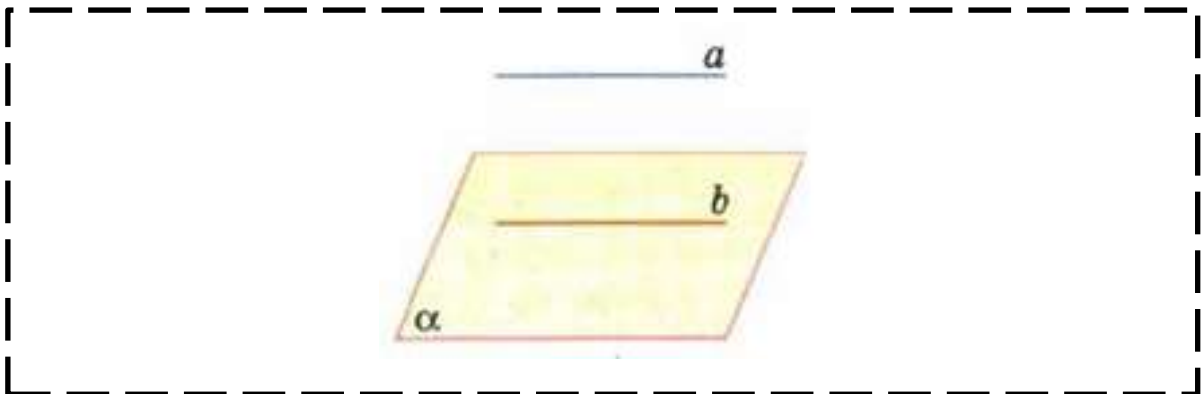
3. Параллельность прямой и плоскости

№1 Вставьте пропуски

Опр1: Прямая и плоскость называются параллельными, если они

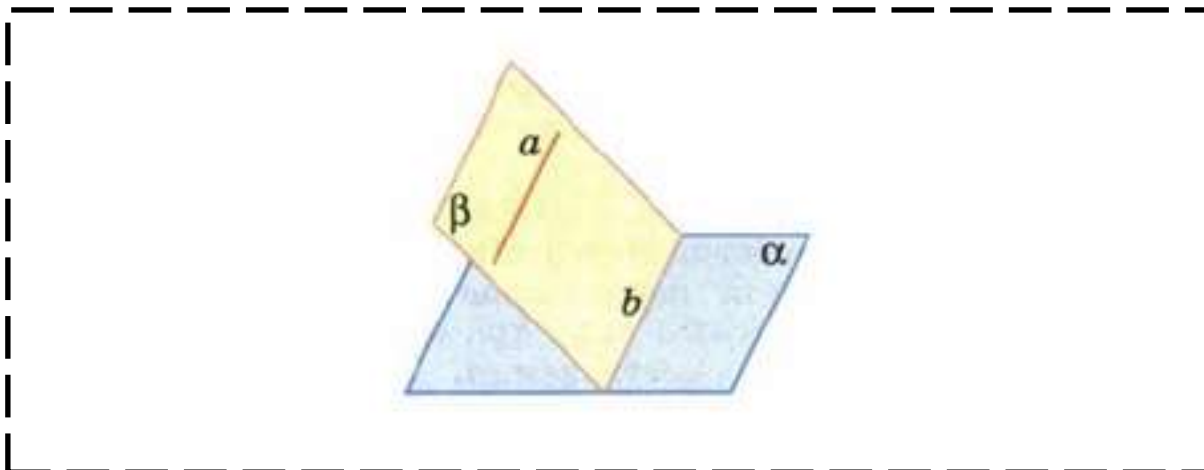
_____.

Т1: Если прямая, не лежащая в данной плоскости, _____ какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.

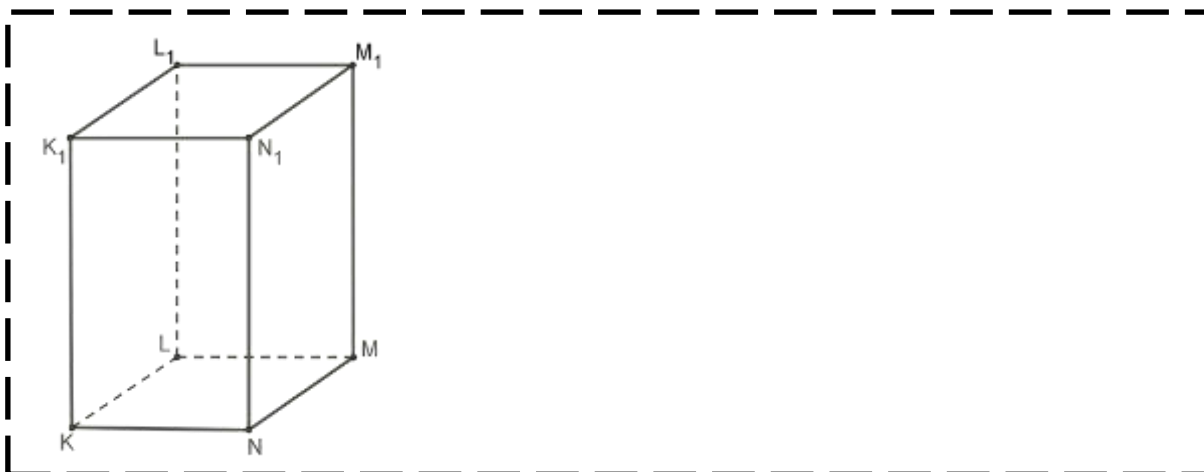


C1: Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и _____ эту плоскость, то линия _____ плоскостей параллельна данной _____.

C2: Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то и другая прямая либо также параллельна данной плоскости, либо _____.



№3 Используя признак параллельности прямой и плоскости, укажите несколько пар параллельных прямой и плоскости в четырехугольной призме (см. рис.).

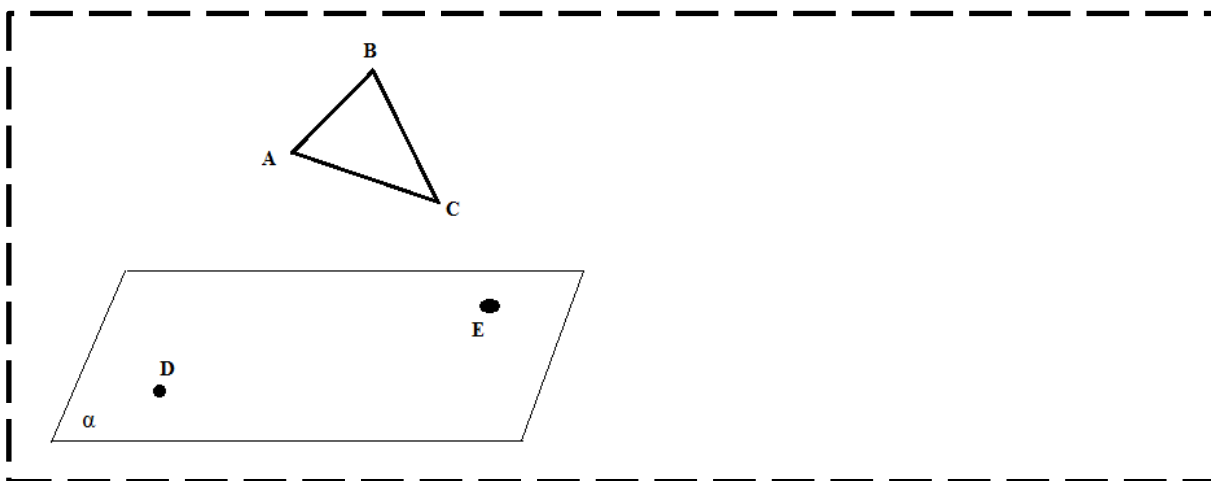


№4 Отметьте верные утверждения

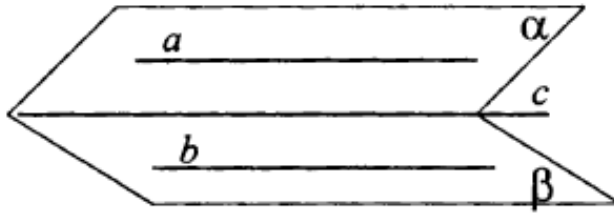
1. Прямая, параллельная плоскости, параллельна любой прямой, лежащей в этой плоскости.
2. Существует единственная прямая, параллельная данной плоскости и проходящая через точку, не принадлежащую этой плоскости.

3. Существует бесконечное множество прямых, параллельных данной плоскости и проходящих через точку, не принадлежащую этой плоскости.
4. Через одну из двух параллельных прямых можно провести бесконечное множество плоскостей, параллельных другой прямой.
5. Существует единственная плоскость, параллельная данной прямой и проходящая через точку, не принадлежащую этой прямой.
6. Существует бесконечное множество плоскостей, параллельных данной прямой и проходящих через точку, не принадлежащую этой прямой.

№5 На рисунке изображен треугольник ABC , не лежащий в плоскости α . Прямые AB и BC пересекают плоскость α соответственно в точках D и E . Постройте на чертеже: точку F пересечения прямой AC с плоскостью α ; прямую k , лежащую в плоскости треугольника, проходящую через точку A и параллельную плоскости α .

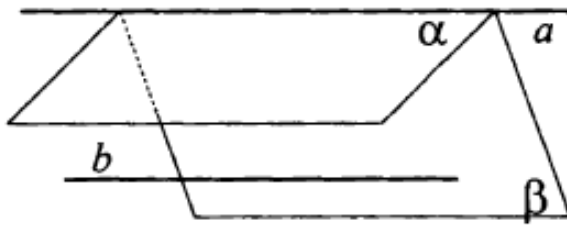


№6 Выполните задания на готовых чертежах



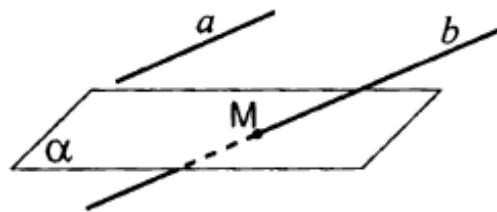
Дано: плоскости α и β пересекаются по прямой c . Прямые a и b принадлежат плоскостям α и β соответственно. $a \parallel b$. Доказать: $a \parallel b \parallel c$.

1.



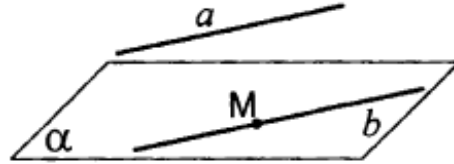
Дано: плоскости α и β пересекаются по прямой a . $b \parallel \alpha$, $b \parallel \beta$.
Доказать: $b \parallel a$.

2.



Дано: прямая b пересекает плоскость α в точке M . $a \parallel b$.
Доказать: a пересекает α .

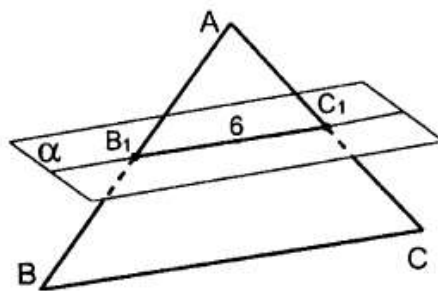
3.



Дано: $a \parallel \alpha$, $a \parallel b$, M – общая точка плоскости α и прямой b .

Доказать: b принадлежит α .

4.



Дано: плоскость α пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках B_1 и C_1 соответственно.

$B_1C_1 \parallel BC$, $AC_1 : C_1C = 3:4$.

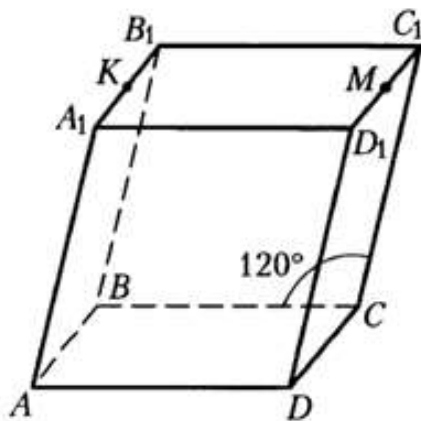
Найти BC .

5.

№7 Решить задачу

На рисунке $ABCD$ - параллелограмм, $\angle BCC_1 = 120^\circ$ $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1$ и $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1 \parallel DD_1$.

1. Постройте линию пересечения OO_1 плоскостей, проходящих через прямую AA_1 и точку M и прямую DD_1 и точку K .
2. Каково взаимное расположение прямых OO_1 и AA_1 ?
3. Чему равен угол между прямыми OO_1 и AD ?

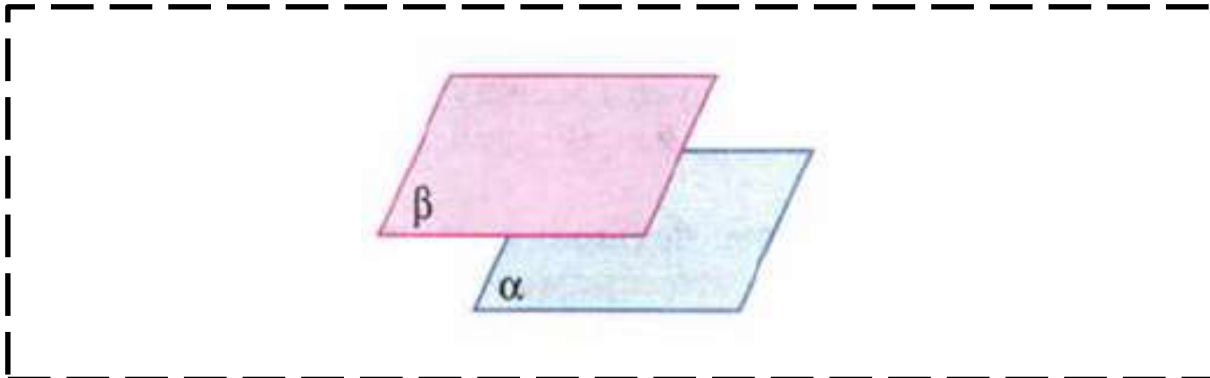


4. Параллельность плоскостей

№1 Вставить пропуски в предложения

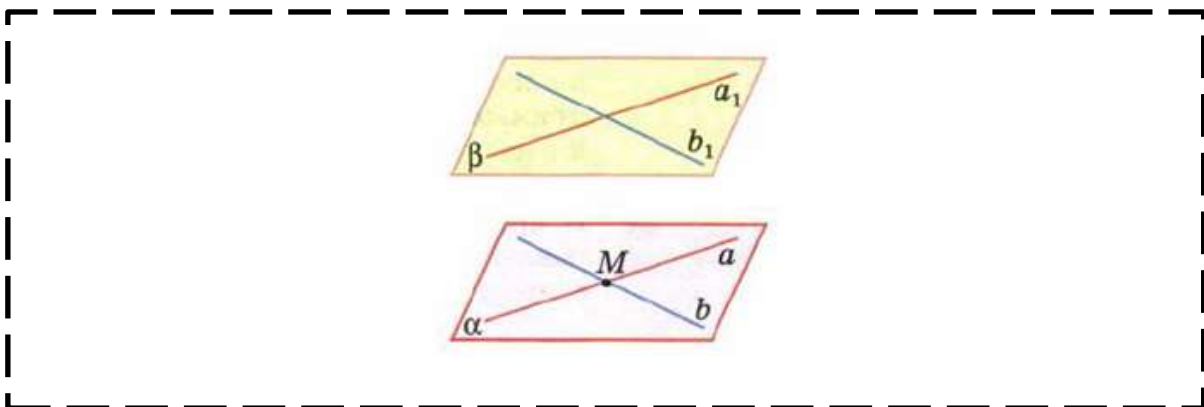
Опр1: Две плоскости называется параллельными, если они

_____.



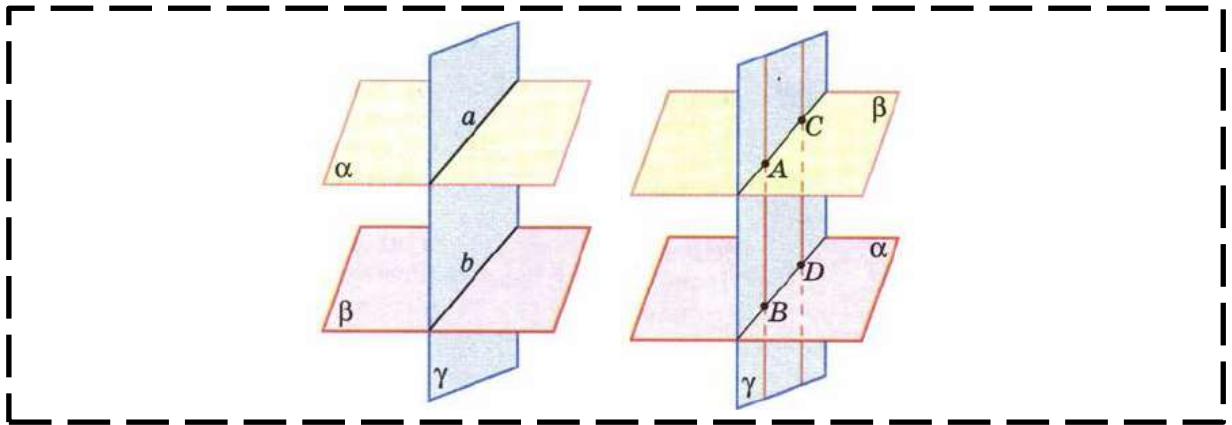
T1: Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно _____ двум прямым другой плоскости, то эти плоскости

_____.

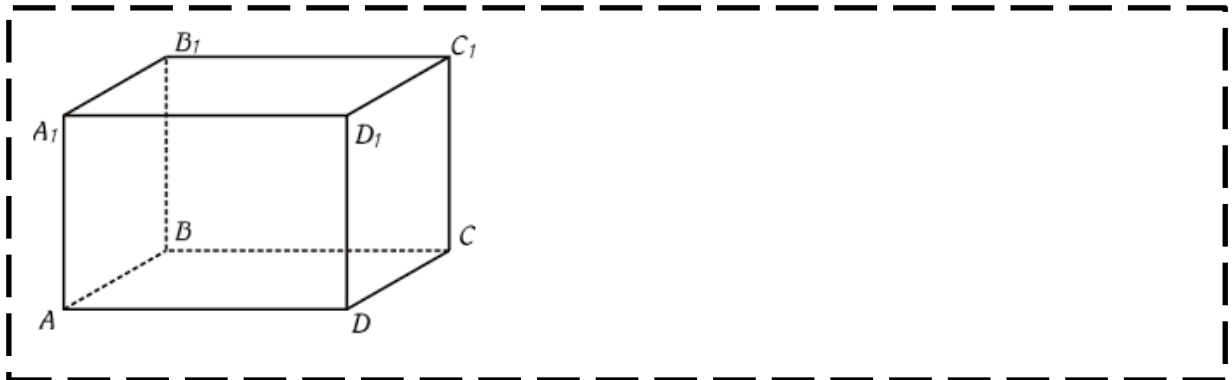


C1: Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то - _____ параллельны.

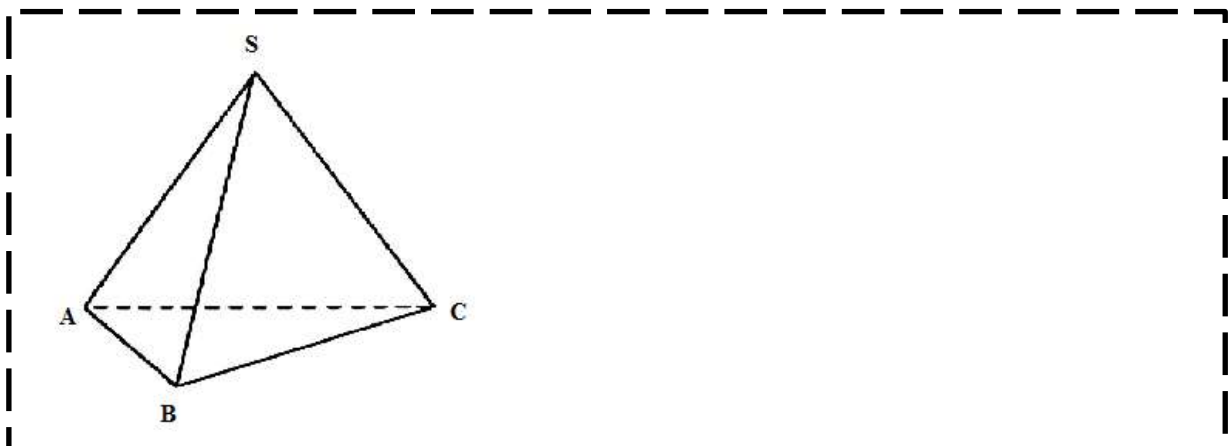
C2: Отрезки параллельных прямых, заключенных между _____, равны.



№2 Используя признак параллельности плоскостей, укажите параллельные плоскости в прямоугольном параллелепипеде (см. рис.).



№3 Проведите какую-нибудь плоскость, параллельную основанию ABC треугольной пирамиды SABC (см. рис.). Ответ обоснуйте.

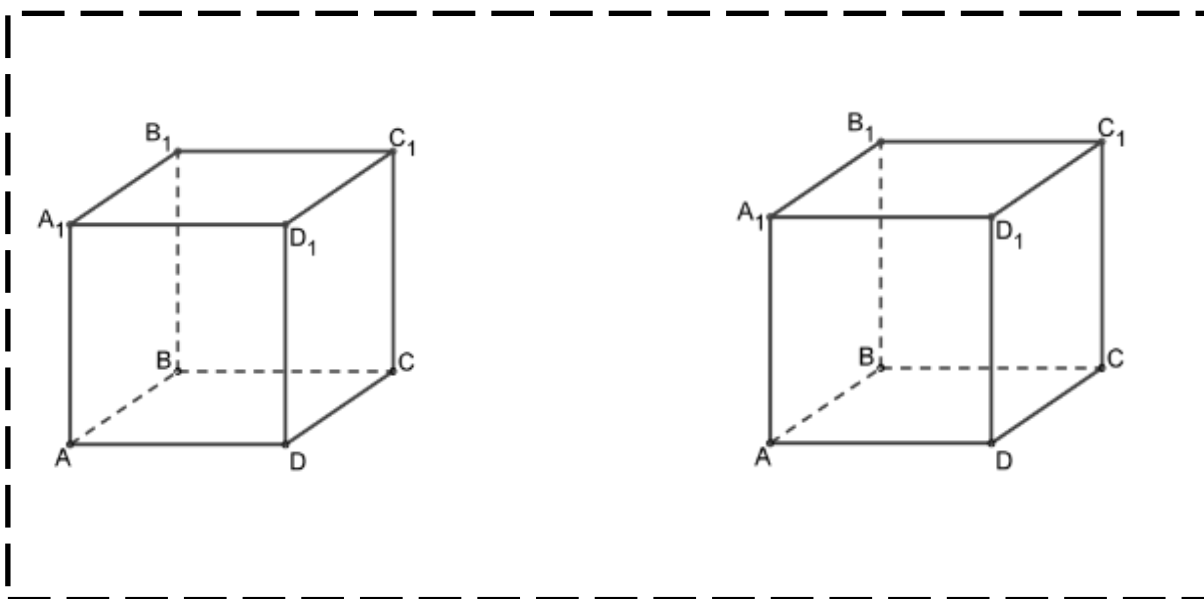


№4 Отметьте верные утверждения.

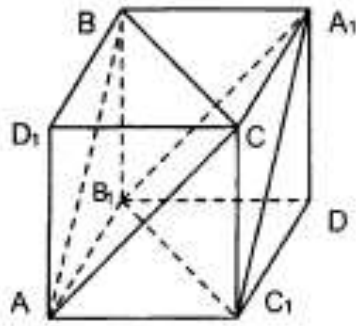
1. Через точку, не принадлежащую данной плоскости, проходит единственная плоскость, параллельная данной.
2. Если прямая, лежащая в одной плоскости, параллельна прямой, лежащей в другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

3. Если две прямые, лежащие в одной плоскости, соответственно параллельны двум прямым, лежащим в другой плоскости, то эти плоскости параллельны.
4. Если одна из двух данных плоскостей параллельна двум пересекающимся прямым, лежащим в другой плоскости, то эти плоскости параллельны.
5. Если плоскость пересекает две данные плоскости по параллельным прямым, то эти плоскости параллельны.
6. Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны.
7. Если две плоскости параллельны одной и той же прямой, то они параллельны.

№5 Дан куб (см. рис.). Постройте линии пересечения плоскости A_1BD со следующими плоскостями: верхнее основание $A_1B_1C_1D_1$; плоскостями граней BB_1C_1C и DDC_1C . Постройте точки пересечения этих прямых с плоскостью верхнего основания $A_1B_1C_1D_1$. Сделайте соответствующие записи.

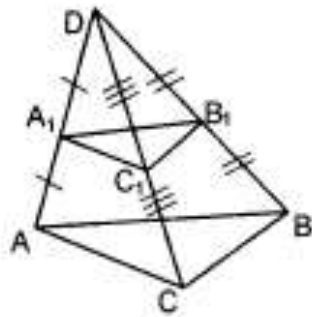


№6 Выполните задания на готовых чертежах. Доказать параллельность плоскостей ABC и $A_1B_1C_1$.



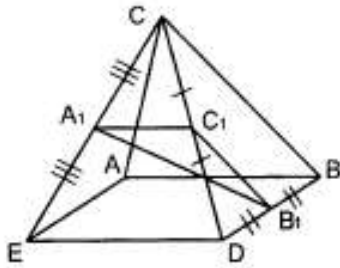
Дано: $AB_1DC_1D_1BA_1C$ – куб

1.



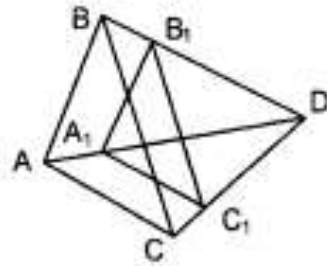
Дано: $ABCD$ – пространственный четырехугольник

2.



Дано: точка C лежит вне плоскости параллелограмма $ABCD$

3.

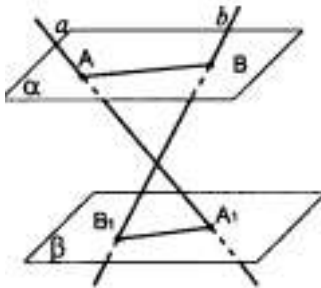


Дано: $ABCD$ – пространственный четырехугольник.

$DA_1 : A_1A = DB_1 : B_1B = DC_1 : C_1C$

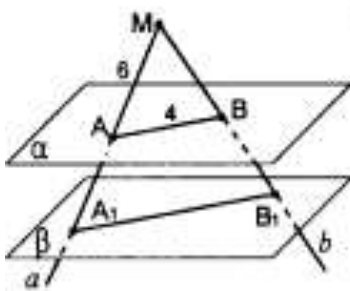
4.

№7 Выполнить задания на готовых чертежах



Дано: a и b – скрещивающиеся прямые.
Доказать: прямые AB и A_1B_1 – скрещивающиеся.

1.



Дано: прямые a и b пересекаются в точке M . $AA_1=3$, $MB_1=12$.
Найти: A_1B_1 , MB и BB_1

2.

3.

Дано: прямые a и b пересекаются в точке O .
Найти: AB и OB_1

4.

Дано: прямые a и b пересекаются в точке M .
Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

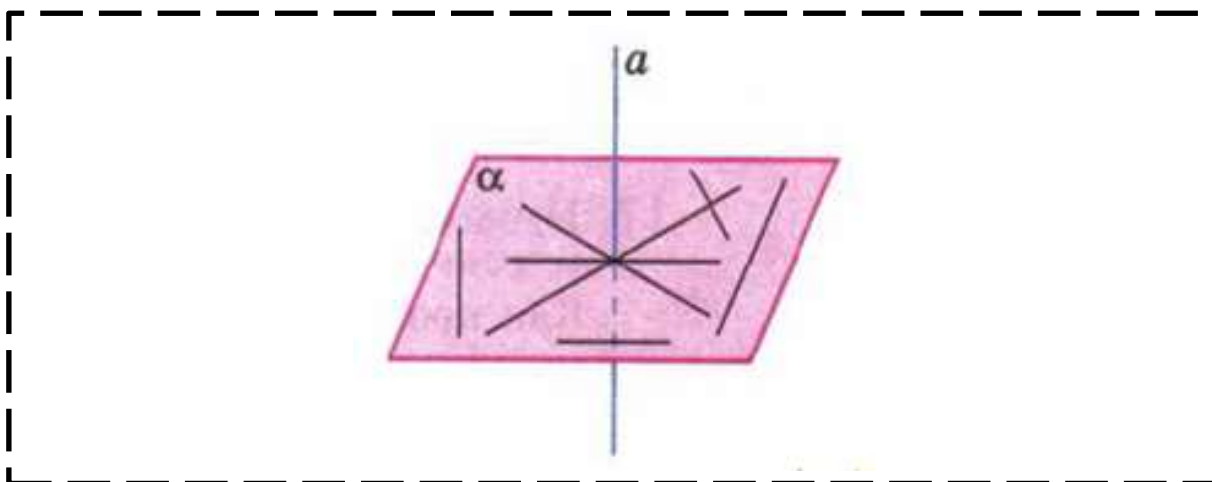
№7 Решите задачи

- Три плоскости параллельны. Скрещивающиеся прямые l_1 и l_2 пересекают эти плоскости в точках A_1, A_2, A_3 и B_1, B_2, B_3 . Известно, что $B_1B_2=5$ см, $A_1A_2=6$ см, $A_1A_2 : B_2B_3 = 8 : 15$. Найдите длину отрезков A_1A_3 и B_1B_3 .
- Пересекающиеся прямые p и q лежат в плоскости α ; $A \in \alpha$, $AB \parallel p$, $AC \parallel q$, $A \in \beta$, $C \in \beta$. Каково взаимное расположение плоскостей α и β ?

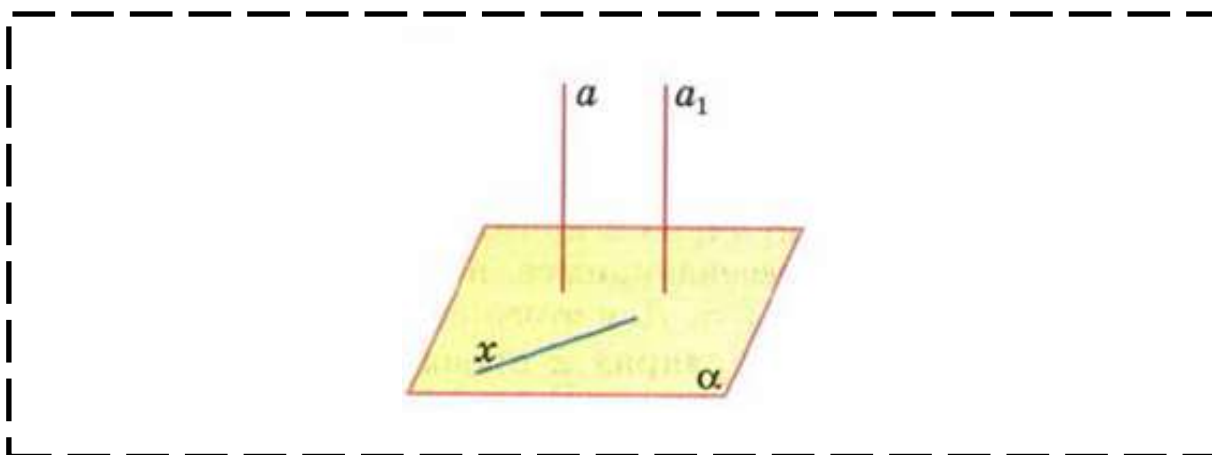
5. Перпендикулярность прямых в пространстве

№1 Вставьте пропущенные слова в предложениях

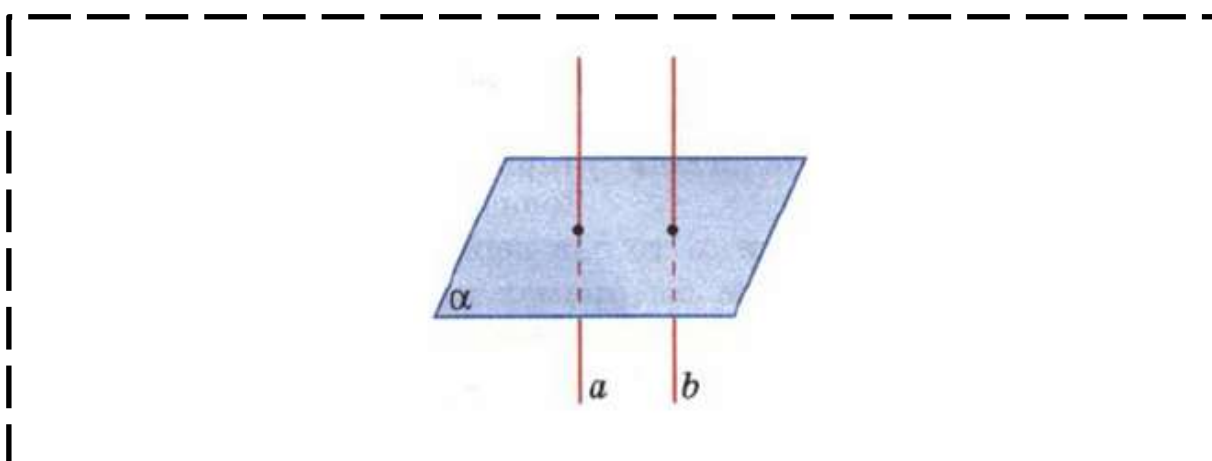
Опр1: Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к _____, лежащей в этой плоскости.



T1: Если одна из двух _____ прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.



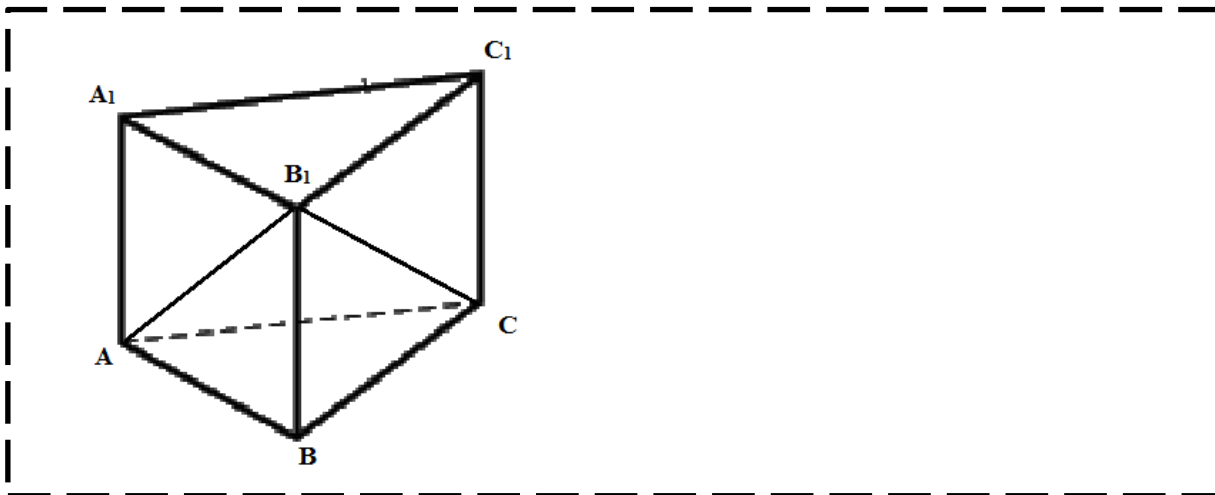
T2: Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они _____.



T3: Если прямая перпендикулярна к _____ прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

Т4: Через любую точку пространства проходит прямая перпендикулярная к данной плоскости, и _____.

№2 Дана треугольная призма (см. рис.), основаниями которой являются правильные треугольники, а боковыми гранями – квадраты. Определите следующие углы: а) AA_1C ; б) C_1CB ; в) $C_1A_1B_1$; г) ABC ; д) между AA_1 и BC .



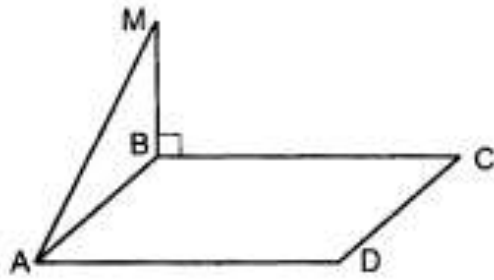
№3 Отметьте верные утверждения

1. Две прямые в пространстве, перпендикулярные третьей прямой, параллельны.
2. Через точку, принадлежащую данной прямой, можно провести бесконечное множество прямых, перпендикулярных ей.
3. Через точку, не принадлежащую данной прямой, можно провести бесконечное множество прямых, перпендикулярных ей.
4. Даны плоскость и параллельная ей прямая. В плоскости можно провести бесконечное множество прямых, перпендикулярных ей.

№4 Отметьте верные утверждения

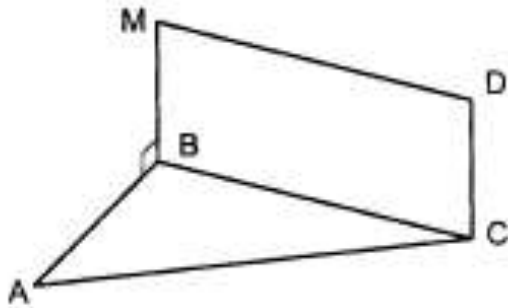
1. Если прямая перпендикулярна плоскости, то она перпендикулярна любой прямой, лежащей в этой плоскости.
2. Если прямая перпендикулярна плоскости, то она перпендикулярна любой прямой, параллельной данной плоскости.
3. Прямая, перпендикулярная каким-нибудь двум прямым лежащим в этой плоскости, перпендикулярна этой плоскости.

№5 Решите задачи на готовых чертежах



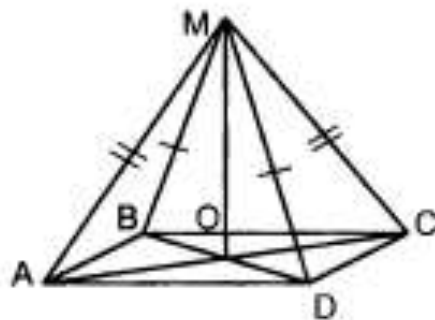
Дано: $ABCD$ – прямоугольник.
Доказать: $AD \perp AM$.

1.



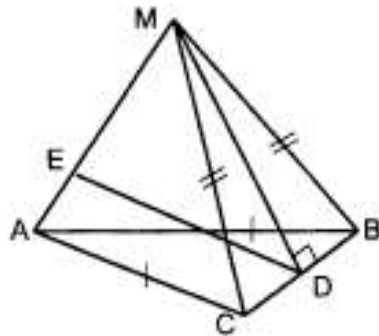
Дано: $BMDC$ – прямоугольник.
Доказать: прямая CD перпендикулярна плоскости ABC .

2.



Дано: $ABCD$ – параллелограмм.
Доказать: прямая MO перпендикулярна плоскости ABC .

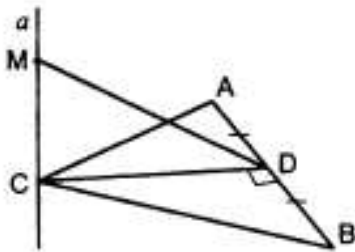
3.



Доказать: $BC \perp DE$.

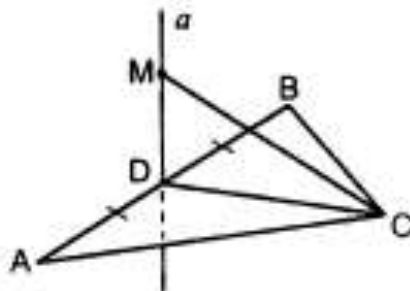
4.

№6 Решите задачи на готовых чертежах, где прямая a перпендикулярна плоскости ABC



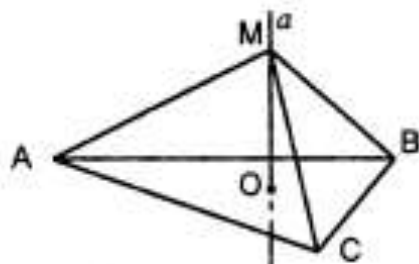
Дано: $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 4$, $MD = 3$.
Найти MC .

1.



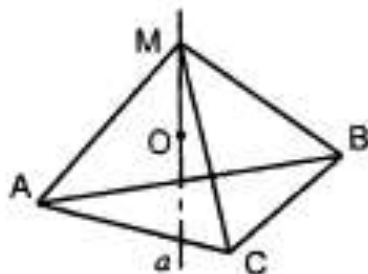
Дано: $\triangle ABC$ – равносторонний.
 $AB = 2\sqrt{3}$, $MD = 4$.
Найти MC .

2.



Дано: $\triangle ABC$ – равносторонний.
 $AB = 4\sqrt{3}$. O – центр окружности,
 описанной около $\triangle ABC$. $MO=3$.
 Найти MB .

3.



Дано: O – центр окружности, опи-
 санной около $\triangle ABC$. $\angle ACB=120^\circ$,
 $AB=6$, $MO=2$.
 Найти MC .

4.

6. Перпендикулярность плоскостей

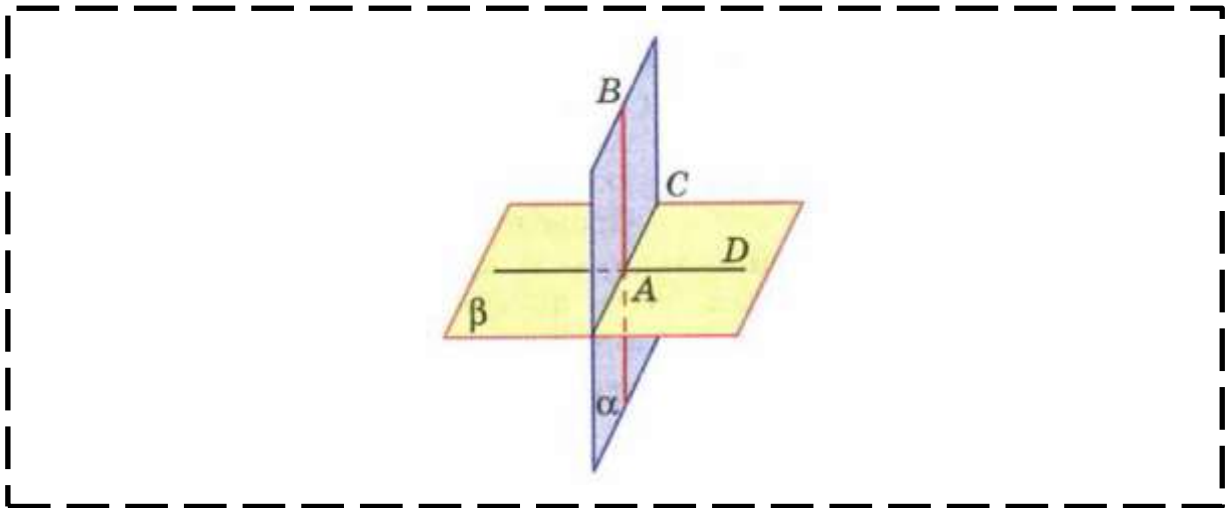
№1 Вставьте пропущенные слова в предложения

Опр: Две пересекающиеся плоскости называются перпендикулярными,
 если угол

_____.

Т: Если одна из двух плоскостей проходит через прямую,
 _____, то такие плоскости перпендикулярны.

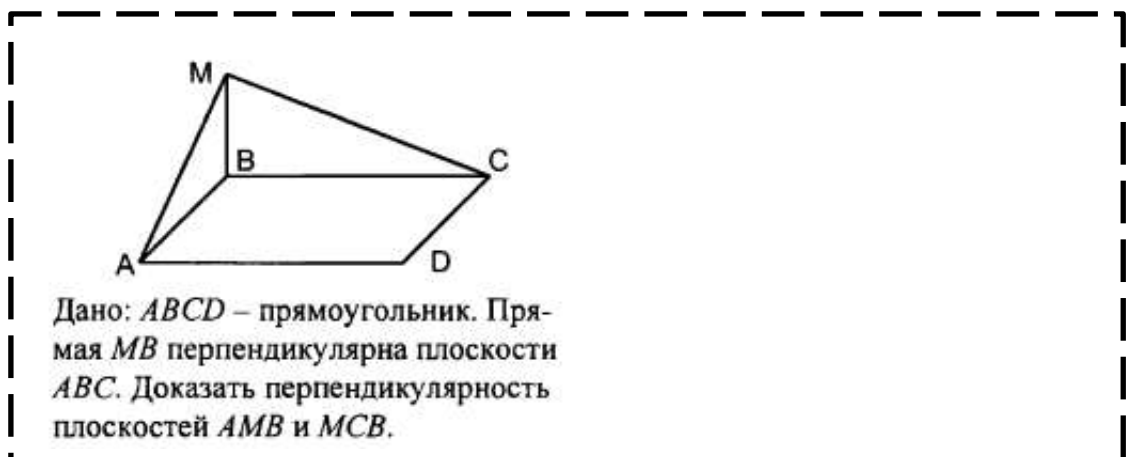
С: Плоскость, перпендикулярная к прямой, по которой пересекаются две
 данные плоскости, _____ к каждой из этих
 плоскостей.

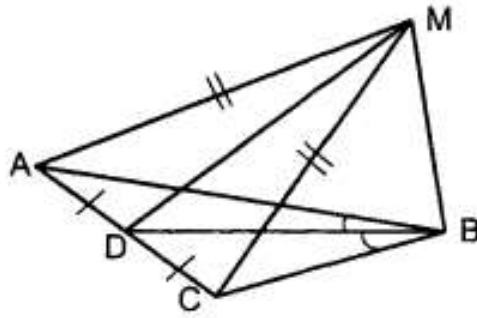


№2 Отметьте верные утверждения

1. Две плоскости, перпендикулярные третьей, параллельны.
2. Плоскость и не лежащая на ней прямая, перпендикулярные другой плоскости, параллельны между собой.
3. Через данную прямую, не перпендикулярную данной плоскости, можно провести единственную плоскость, перпендикулярную данной.
4. Через данную прямую, не перпендикулярную данной плоскости, можно провести бесконечное множество плоскостей, перпендикулярных данной.
5. Если плоскость перпендикулярна плоскости, то она перпендикулярна и любой прямой, параллельной этой плоскости.
6. Если две плоскости перпендикулярны третьей плоскости, то они параллельны между собой.

№3 Решите задачи на готовых чертежах, где точка M лежит вне плоскости $ABCD$.

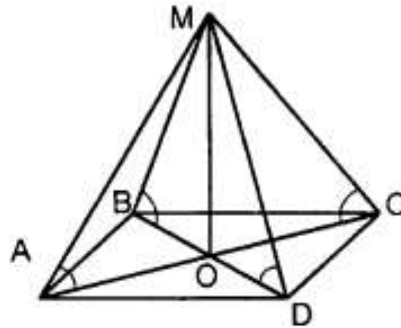




Доказать перпендикулярность плоскостей AMC и DMB .

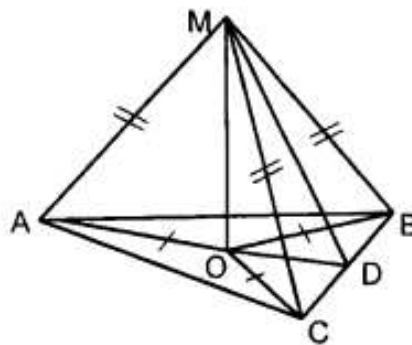
2.

3.



Дано: $ABCD$ – квадрат. Доказать перпендикулярность плоскостей:
1) AMC и ABC ; 2) AMC и BMD .

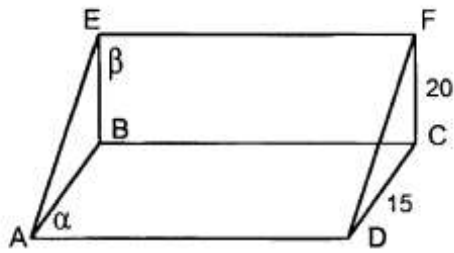
4.



Доказать перпендикулярность плоскостей AMD и ABC .

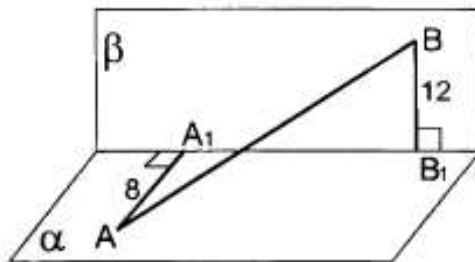
5.

№4 Решите задачи на готовых чертежах, где плоскости α и β перпендикулярны.



Дано: $ABCD$ и $BCFE$ – прямоугольники. Найти расстояние между прямой BC и плоскостью ADF .

1.

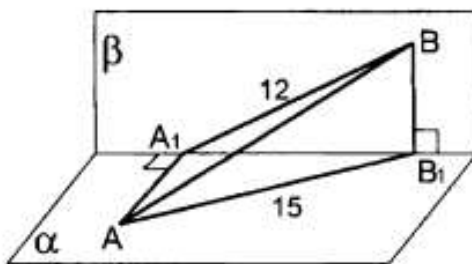


Дано: точки A и B принадлежат плоскостям α и β соответственно.

$A_1B_1 = 9$.

Найти AB .

2.

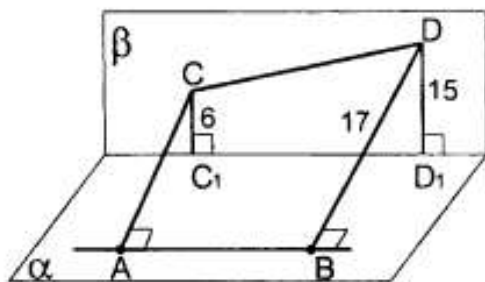


Дано: точки A и B принадлежат плоскостям α и β соответственно.

$A_1B_1 = 9$.

Найти AB .

3.



Дано: точки A и B принадлежат плоскости α , а точки C и D – плоскости β . $AB \parallel C_1D_1$.
Найти AC .

4.

2.4 Проверка эффективности разработанной системы заданий «Маршрутные карты урока»

Проверка эффективности разработанной системы заданий проходила на базе образовательного центра Ньютон г. Челябинска. В исследовании участвовали обучающиеся 10 классов, а именно 10-1 и 10-2. Всего приняло участие 54 человека.

При изучении курса стереометрии на уроках 10-2 класс кроме учебника и дидактического материала к нему, использовались «Маршрутные карты урока». На уроках 10-1 класса - традиционный УМК Л.С. Атанасяна 10-11 классы.

В конце учебного года, для проверки эффективности разработанной системы заданий, обучающимся 10 классов был предложен итоговый тест.

Тест включает в себя 20 заданий. Максимальное количество баллов – 22.

Для анализа полученных результатов был подсчитан средний балл, максимальный и минимальный баллы в каждом классе.

Средний балл в 10-1 классе – 17, в 10-2 – 19 баллов (Таблица 5).

Таблица 5

Средний балл в каждом классе

	10-1	10-2
Средний балл	17	19

Максимальный балл в 10-1 классе 22, такое количество баллов получили 5 человек. Минимальный балл – 6, на такое количество баллов итоговый тест решили 5 человек. В 10-2 классе максимальный балл составил 22, его получили 7 человек. Минимальный результат – 7 баллов, такой результат получили 5 обучающихся (Таблица 6).

Таблица 6

Максимальный и минимальный баллы в каждом классе

	10-1	10-2
Максимальный балл/ количество человек	22/5	22/7
Минимальный балл/ количество человек	6/5	7/5

Таким образом, полученные результаты исследования говорят о том, что систематическое применение на уроках геометрии разработанной системы заданий «Маршрутные карты урока» способствует ускорению процесса развития пространственных представлений, облегчает работу на уроке как учителя, так и обучающегося.

Вывод по второй главе

Опытная проверка уровня развития пространственных представлений обучающихся проходило в несколько этапов. Первый этап исследования состоял в проверке уровня развития пространственного мышления обучающихся 1, 5, 7, 9, и 10 классов на базе ОЦ Ньютон, МАОУ «СОШ №104» г. Челябинска и МАОУ «СОШ №15» г. Златоуста. Всего в исследование приняли участие 115 человек.

После анализа результатов, полученных в ходе первого этапа исследования, можно сделать следующие выводы:

1. Наилучший результат у обучающихся 5 класса, т.е. уровень пространственных представлений более развит в возрасте 11-12 лет.
2. Результат показал, что пространственное мышление лучше развито у мальчиков, чем у девочек. Только в 5 классе средний балл девочек выше среднего балла мальчиков.

Таким образом, сенситивным периодом для развития образных компонентов мышления является школьный возраст до 12-13 лет. По окончании начальной школы у учащихся объемные представления более развиты, чем плоскостные, хотя в рамках традиционной программы по математике младших школьников знакомят только с элементами плоскостной геометрии. Образные компоненты мышления интенсивнее развиваются в младшем школьном возрасте, поэтому пространственное мышление как разновидность образного целесообразно развивать у учащихся средней школы уже с 5-6 класса.

Следующим этапом были рассмотрены виды упражнений, направленные на развитие пространственных представлений, пропедевтического курса геометрии. Данная система заданий включает в себя:

1. упражнения на перевод словесных данных задачи в графический образ (и наоборот);
2. упражнения на выделение существенных признаков геометрических понятий;
3. упражнения на вычленение фигуры из состава других фигур чертежа;
4. упражнения на сравнение пространственных фигур на чертеже;
5. упражнения на построение недостающих фигур чертежа;
6. упражнения на рассмотрение фигур чертежа с разных точек зрения.

Согласно традиционному курсу математики, в 7 классе (возраст обучающихся - 12-13 лет) начинается изучение планиметрии. Стереометрия, в свою очередь, рассматривается с 10 класса. Между изучением двух этих разделов уровень развития пространственных представлений обучающихся снижается. Поэтому, переходя в 10 класс, обучающиеся испытывают трудности в освоении курса стереометрии. В

связи с чем была разработана система заданий «Маршрутные карты урока» для работы на уроках геометрии в 10 классе.

Следующим этапом была осуществлена реализация системы заданий, посредством применения на уроках геометрии в 10-2 классе ОЦ Ньютон г. Челябинска в течении учебного года.

На контрольном этапе исследования был проведен итоговый тест для 10-1 и 10-2 классов. Обучающиеся 10-2 класса, на уроках геометрии которого использовалась разработанная система заданий «Маршрутные карты урока», показали результат итогового теста выше по сравнению с 10-1 классом.

Таким образом, систематическое применение на уроках геометрии в 10 классе разработанной системы заданий способствует формированию пространственных представлений обучающихся.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Главной целью обучения Федеральный образовательный стандарт ставит развитие ребенка как самостоятельной ответственной личности, умеющей думать, ставить и решать жизненные и профессиональные задачи. Пространственное мышление является специфическим видом мыслительной деятельности, обеспечивающей создание пространственных образов и оперирование ими в процессе решения различных практических и теоретических задач. И показывает умение обучающихся правильно отражать реально существующую трехмерную действительность, умение ориентироваться в пространстве и во времени, что является фундаментальным умением как в учебной, так и трудовой деятельности.

Целью исследования стали разработка и реализация системы заданий, направленных на развитие пространственных представлений обучающихся 10 классов.

Гипотеза исследования являлось предположение о том, что повышению уровня развития пространственных представлений обучающихся старших классов способствует целенаправленное применение на уроках геометрии разработанной системы заданий.

Для достижения поставленной цели и проверки гипотезы были поставлены задачи, в рамках которых была изучена психолого-педагогическая литература и проведена исследовательская работа.

В своих наиболее развитых формах пространственное мышление - это есть мышление образами, в которых фиксируются пространственные свойства и отношения.

Для решения проблемы восприятия пространства и пространственных представлений необходимо использовать те методы формирования и развития пространственных представлений при обучении геометрии, которые обеспечивают органическое сочетание восприятия геометрических фигур, действий с ними, мышления и речи учащихся.

Основными показателями особенностей пространственного

мышления являются широта оперирования образом, полнота, динамичность и обобщенность образа.

Педагоги и методисты выделяют несколько классификаций умений, необходимых для развития пространственных представлений учащихся. Например, И.С. Якиманская выделяет такие умения как: умение оперировать формой и величиной геометрического объекта, метрическими соотношениями и зависимостями между элементами геометрического пространства, умение отражать по чертежу пространственные соотношения, умение создавать пространственный образ.

Уровень пространственного мышления в 10 классе должен соответствовать «динамическому» уровню (всего выделяют пять уровней: «элементарный», «фрагментарный», «статически-динамический», «динамический», «творческий»). Обучающиеся должны обладать достаточно четкими представлениями об основных плоских и объемных фигурах, изучаемых в курсе геометрии средней школы. Геометрические фигуры представляются как целостные структуры, как системы составляющих их компонентов. Представления должны обладать свойствами подвижности и обобщенности. Учащиеся не только должны владеть навыками изображения геометрических фигур, но и использовать методы реконструкции довольно сложного оригинала, представляющего собой не только отдельные фигуры, но и комбинации геометрических объектов, по их проекционным изображениям.

Результаты первого этапа исследования показали, что сенситивным периодом для развития образных компонентов мышления является школьный возраст до 12-13 лет. По окончании начальной школы у учащихся объемные представления более развиты, чем плоскостные. Образные компоненты мышления интенсивнее развиваются в младшем школьном возрасте, поэтому пространственное мышление как разновидность образного целесообразно развивать у учащихся средней школы уже с 5-6 класса.

Следующим этапом были рассмотрены виды упражнений, направленные на развитие пространственных представлений, пропедевтического курса геометрии. Данную систему заданий можно предложить обучающимся как начальной школы, так и на уроках математики в 5-6 классах.

При переходе к изучению стереометрии, обучающиеся начинают испытывать трудности на уроках. Так как между изучением двух разделов геометрии (планиметрии и стереометрии) уровень развития пространственных представлений обучающихся снижается.

Для решения данной проблемы была разработана и реализована система заданий, направленных на формирование пространственных представлений, посредством применения на уроках геометрии в течение учебного года. «Маршрутные карты урока» представляют из себя рабочую тетрадь, где собраны разного типа задания: теоретической направленности, задания на готовых чертежах, задания с выбором ответа. Основная цель – помочь учителю организовать работу с учащимися по решению геометрических задач в классе и дома с учетом их индивидуальных особенностей и уровня подготовки. «Маршрутные карты урока» охватывают шесть основных тем курса стереометрии за 10 класс.

«Маршрутные карты урока» можно использовать на разных этапах урока: актуализация знаний, изучение или закрепление материала. А также в разных формах: самостоятельная или групповая работа, в качестве домашнего задания или для работы на уроке.

На контрольном этапе исследования был проведен итоговый тест. Обучающиеся того класса, на уроках геометрии которого использовалась разработанная система заданий «Маршрутные карты урока», показали результат итогового теста выше по сравнению с другим классом, который занимался по традиционному УМК Л.С. Атанасяна.

Таким образом, систематическое применение на уроках геометрии в 10 классе разработанной системы заданий способствует формированию

пространственных представлений обучающихся. Помогает облегчить переход от планиметрии к стереометрии, что позволяет считать поставленную гипотезу исследования подтвержденной, цель достигнутой, задачи решенными, а дальнейшее исследование по данной проблеме перспективным.

Список литературы

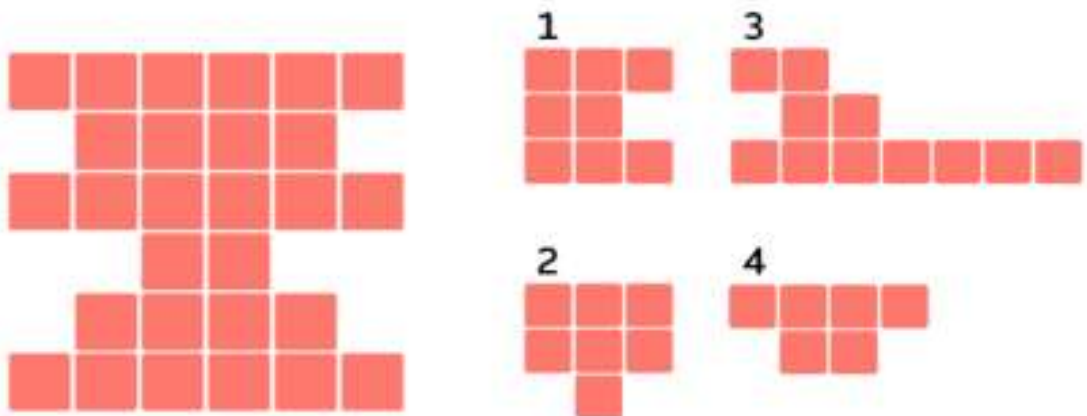
1. Александров, А.Д. О геометрии [Текст] / А.Д. Александров
2. Ананьев, Б.Г. Психология чувственного понятия [Текст] / Б.Г. Ананьев.– М.: изд-во АПН РСФСР, 1960.– 486 с.
3. Ананьев, Б.Г. Психология чувственного понятия [Текст] / Б.Г. Ананьев.– М.: изд-во АПН РСФСР, 1960.– 486 с.
4. Боднар, М.Г. О структуре пространственных представлений младших школьников [Текст] / М.Г. Боднар // Новые исследования в психологии.–1974.– №3.– С. 18-20.
5. Верченко, С.Б. Развитие пространственных представлений учащихся при изучении геометрического материала в 4-5 классах средней школы: Дисс. на соискание степени канд. пед. наук: 13.00.02. [Текст] / С.Б. Верченко.–Защищена 15.03.83;– Утв. 20.12.82.М., 1983.– 215 с.: ил.– Библиогр.:
6. Вяльцева, И.Г. Особенности методики формирования и развития пространственных представлений учащихся старших классов вечерней школы в процессе обучения геометрии: Дисс. на соискание степени канд. пед. наук: 13.00.02. [Текст] / И.Г. Вяльцева.– Защищена 10.11.72; Утв. 27.10.72.– Ярославль, 1972.– 84 с.– Библиогр.: С. 81-84.
7. Глейзер, Г.Д. Методы формирования и развития пространственных представлений школьников в процессе обучения геометрии в школе: Дисс. на соискание степени докт. пед. наук: 13.00.02. [Текст] Г.Д. Глейзер.– Защищена 04.04.79; Утв. 25.03.79.– М., 1979.– 345 с.: ил.– Библиогр.: С. 337-345.
8. Кулюткин, Ю.Н. Развитие творческого мышления школьников [Текст] Ю.Н. Кулюткин, Г.С. Сухобская.– Л.: Знание, 1967.– 38 с.
Математика в шк.– 1980.– № 3.– С. 56-62.
9. Петровский, А.В. Психология [Текст]: Учебник для высших пед. учеб. заведений / А.В. Петровский, М.Г. Ярошевский.– М.: Академия, 1998.– 501 с.

10. Пойа, Д. Как решать задачу [Текст]: Пособие для учителей / Д. Пойа.– М.: Учпедгиз, 1961.– 208 с.
11. Шемякин, Ф.Н. Некоторые теоретические проблемы исследования пространственных восприятий и представлений [Текст] / Ф.Н. Шемякин. // Вопросы психологии.– 1998.– № 4.– С. 18-28.
12. Якиманская, И.С. Возрастные и индивидуальные особенности образного мышления учащихся [Текст]. / И.С. Якиманская.– М.: Педагогика, 1989. – 224 с.
13. Якиманская, И.С. Психологические основы математического образования [Текст]: Учеб. пособие для студ. пед. вузов
14. Якиманская, И.С. Развитие пространственного мышления школьников [Текст]. / И.С. Якиманская.–М.: Педагогика, 1980.– 240 с.: ил.

Тест: «Проверка уровня развития пространственного мышления»

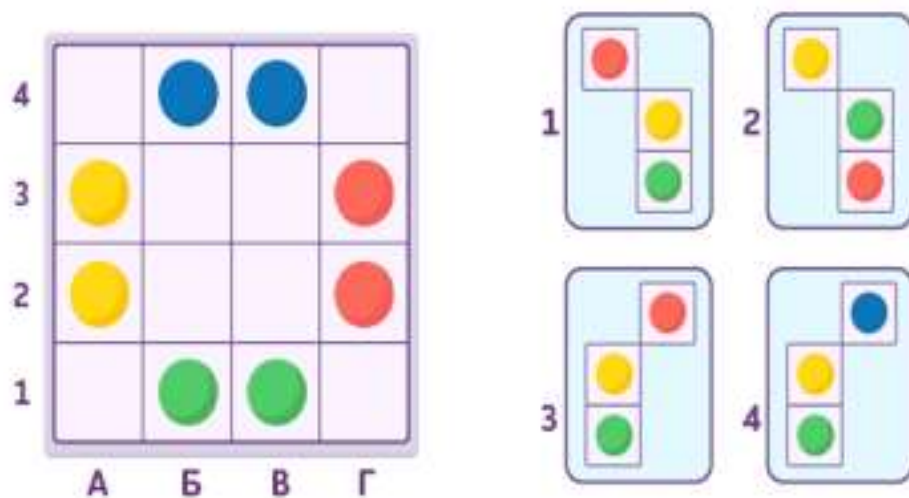
№1

Бабушке Луше нужно вырезать 4 лоскутка (справа) из остатков ткани (слева).
Какой лоскуток вырезать не получится?



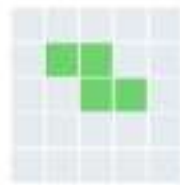
№2

Какое расположение фишек можно получить, если переставить одну фишку на любую свободную клетку?

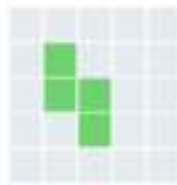


№3

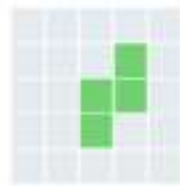
Перед тобой фигура из кубиков.
Укажи, как увидит эту фигуру девочка, если
посмотрит на неё сверху.



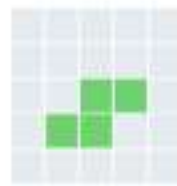
1



2



3



4



№4

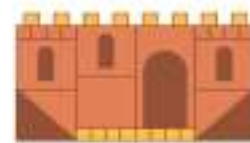
Мальчики построили три замка из конструктора.
Если Миша поставит свой замок на постройку
Егора, станет ли новый замок самым высоким?



Замок Кирилла



Замок Миши



Замок Егора

Задача от www.logiclike.com

ЛОГИКЛАЙК

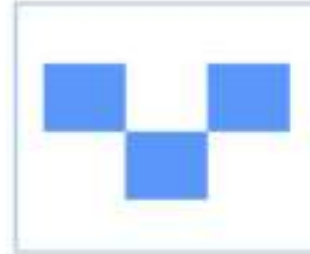
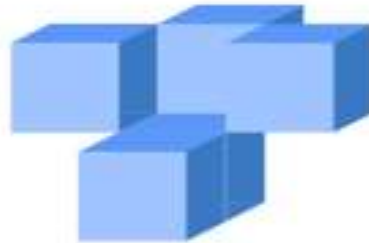
Два замка будут одинаковыми по высоте.

Нет, замок Кирилла все равно будет выше.

Да, новый замок будет выше замка Кирилла.

№5

С какой стороны можно увидеть конструкцию так, как показано на рисунке справа?



Задача от www.logiclike.com

логиклайк

Вид спереди

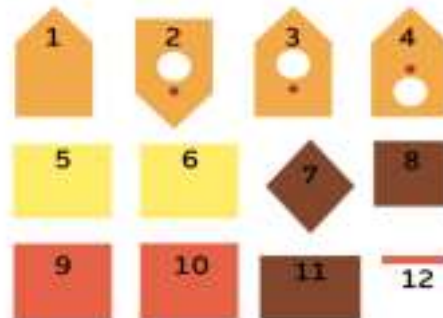
Ни с одной из четырёх сторон такого вида нет

Вид слева

Вид сзади

№6

Юра смастерил скворечник.
Какой набор деталей он использовал?



Задача от www.logiclike.com

логиклайк

5, 6, 1, 4, 8, 9, 10, 12

2, 1, 5, 6, 7, 9, 10, 12

5, 6, 1, 3, 11, 9, 10, 12

5, 6, 1, 3, 8, 9, 10, 12

№7

На столе лежат кубики. Хватит ли их, чтобы сделать постройку, которую представляет Алёнка?



Да, 1 кубик даже останется.

Да, кубиков одинаковое количество.

Нет, не хватит двух кубиков.

Нет, одного не хватит.

№8

Справа изображен один и тот же кубик, повернутый по-разному. Посмотри на его развертку и определи, какие фрукты спрятаны за знаком вопроса (сверху вниз).



Клубника, апельсин, персик

Персик, киви, клубника

Апельсин, яблоко, киви

Киви, яблоко, апельсин

№9

Алиса собирает кубик-головоломку. 5 деталей она уже соединила. Выбери шестой элемент.

