



South Ural State Humanitarian Pedagogical University  
South Ural Scientific Center

E. N. Erentraut

THE BASICS OF CREATING  
AN ADAPTIVE METHODOLOGICAL SYSTEM  
FOR LEARNING TO SOLVE PROBLEMS OF AN APPLIED  
NATURE FOR A PHYSICO-MATHEMATICAL PROFILE

Monograph

Chelyabinsk  
2025

Южно-Уральский государственный  
гуманитарно-педагогический университет

Е. Н. Эрентраут

ОСНОВЫ СОЗДАНИЯ  
АДАПТИВНОЙ МЕТОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОБУЧЕНИЯ  
РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПРИКЛАДНОГО ХАРАКТЕРА  
ДЛЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Монография

Челябинск  
2025

УДК 372.851

ББК 74.00

Э 76

Рецензенты:

д-р пед. наук, доцент Е. В. Гнатышина;  
к-т пед. наук, доцент Н. А. Пахомова

**Эрентраут, Елена Николаевна**

Э 76      Основы создания адаптивной методической системы обучения решению задач прикладного характера для физико-математического профиля : монография / Е. Н. Эрентраут; Изд-во «Абрис» – [Челябинск], 2025. – 185 с. : ил.

ISBN 978-5-91744-203-7

В монографии рассматриваются основы создания адаптивной методической системы обучения, направленной на решение задач прикладного характера для студентов физико-математического профиля. В ходе исследования разработана модель адаптивного обучения, учитывающая индивидуальные особенности учащихся и специфику профильного образования. Особое внимание уделено внедрению практико-ориентированных задач, способствующих развитию аналитических и критических навыков у студентов. Монография предназначена преподавателям вузов и учителям школ, аспирантам, магистрантам, студентам педагогических вузов.

УДК 372.851

ББК 74.00

ISBN 978-5-91744-203-7

© Е.Н. Эрентраут, 2025

# Оглавление

ВВЕДЕНИЕ .....	7
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РЕАЛИЗАЦИИ ПРИКЛАДНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СТАРШЕКЛАССНИКОВ .....	13
1.1 Развитие идеи прикладного аспекта математического образования старшеклассников в России в период XX - начала XXI века (историко-предметный подход) .....	13
1.2 Сущность прикладной направленности школьного курса математики в современной системе профильного обучения.....	25
1.3 Использование практико-ориентированных задач как средства реализации прикладной направленности школьного курса математики в условиях профилизации .....	49
<i>Выводы по главе 1.....</i>	67
ГЛАВА 2. ТЕХНОЛОГИЯ ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ РЕШЕНИЮ ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ КАК СРЕДСТВО РЕАЛИЗАЦИИ ПРИКЛАДНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ В СИСТЕМЕ ПРОФИЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ .....	70
2.1 Технология деятельностного подхода для формирования умения старшеклассников решать и формулировать практико-ориентированные задачи в курсе математики профильной школы .....	70

2.2 Технология обучения учащихся физико-математического профиля решению практико-ориентированных задач как средство реализации прикладной направленности школьного курса математики ....	81
2.3 Диагностика уровней сформированности у учащихся умений решать и формулировать практико-ориентированные задачи в системе профильного обучения .....	106
<i>Выводы по главе 2</i> .....	116
<b>ГЛАВА 3. РАЗРАБОТКА АДАПТИВНОЙ МЕТОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПРИКЛАДНОГО ХАРАКТЕРА ДЛЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ .....</b>	
3.1 Адаптивная методическая система обучения решению задач прикладного характера как педагогическая проблема.....	118
3.2 История развития адаптивных систем обучения .....	123
3.3 Особенности разработки адаптивных систем обучения .....	148
3.4 Модель адаптивного обучения, учитывающая индивидуальные особенности учащихся и специфику профильного образования .....	154
3.5 Персонализация в адаптивной системе .....	163
<i>Вывод по главе 3</i> .....	165
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b> .....	168
<b>ЛИТЕРАТУРА</b> .....	172

## ВВЕДЕНИЕ

Современная система образования предъявляет высокие требования к подготовке учащихся, акцентируя внимание на необходимости формирования у них не только теоретических знаний, но и практических навыков, важных для профессиональной деятельности. В условиях профильного обучения старшеклассников особую роль играет предмет математики, являющийся основой для многих научных и технических дисциплин. Реализация прикладной направленности курса математики становится важным условием для успешного усвоения учебного материала и подготовки к будущей профессиональной деятельности.

Актуальность данной работы объясняется несколькими ключевыми факторами. В первую очередь, мир стремительно меняется под влиянием научно-технического прогресса. Это приводит к тому, что требования к выпускникам образовательных учреждений становятся все более жесткими. На современном рынке труда работодатели ожидают от соискателей не только глубоких теоретических знаний, но и практических компетенций, позволяющих эффективно решать реальные задачи. В этой связи важность прикладного аспекта в математическом образовании становится очевидной: старшеклассники должны учиться применять математические принципы и методы в различных областях, от физики до экономики и инженерии.

В последние десятилетия в российском образовании наблюдается рост интереса к развитию прикладного аспекта математического образования. Это связано как с изменениями в образовательной политике, так и с требованиями современного рынка труда, где от выпускников ожидается умение применять математические знания для решения реальных про-

блем. В контексте профильного обучения, которое предоставляет учащимся возможность углубленного изучения отдельных предметов, особенно важным становится использование практико-ориентированных задач, способствующих формированию умений, необходимых для успешного будущего.

Более того, образовательные стандарты последнего поколения, такие как ФГОС, акцентируют внимание на необходимости интеграции знаний и умений через практические задания и проекты. Это создает новую образовательную реальность, в которой практико-ориентированные задачи занимают центральное место в обучении математике. Применение таких задач в учебном процессе не только способствует более глубокому усвоению материала, но и повышает мотивацию учащихся, что делает обучение более увлекательным и значимым.

Данные задачи также способствуют развитию критического мышления, аналитических и творческих способностей учащихся, что является важным аспектом их общей подготовки к жизни в современном обществе. Студенты, умеющие видеть связи между учебным материалом и реальными проблемами, легче адаптируются к требованиям рынка труда и становятся более конкурентоспособными.

Настоящая работа направлена на исследование проблемы формирования у учащихся умения решать практико-ориентированные задачи как средства реализации прикладной направленности курса математики в профильных школах.

В первой главе рассматриваются теоретические аспекты, касающиеся развития идеи прикладного аспекта в математическом образовании, его сущности и методов использования практико-ориентированных задач в условиях профилизации. Данная глава анализирует эволюцию подходов к обучению математике и выясняет, как внедрение практико-ориентированных задач может способствовать более глубокому усвоению материала и повышению мотивации учащихся.

В первой главе рассматриваются теоретические аспекты, касающиеся развития идеи прикладного аспекта в математическом образовании, его сущности и методов использования практико-ориентированных задач в условиях профилизации. Эта глава представляет собой глубокий анализ исторического контекста и современной практики, формирующих основу для более осознанного подхода к преподаванию математики. Важным моментом является исследование эволюции подходов к обучению, начиная от традиционного накопления знаний до современного активного обучения, в котором акцент делается на практике и применении теории.

В рамках анализа сущности прикладной направленности будут рассмотрены ключевые концепции и методы, влияющие на ее внедрение в школьное образование. Это включает в себя классификацию практико-ориентированных задач, их целевые установки и роль в формировании интегративных умений. Также было исследовано, каким образом эти задачи могут быть адаптированы к различным профилям обучения, что делает их универсальным инструментом для педагогов.

Выделив характерные особенности внедрения практико-ориентированных задач в учебный процесс, эта глава акцентировала, в чем заключаются их преимущества по сравнению с традиционными методами обучения. Практико-ориентированные задачи не только способствуют более глубокому усвоению материала, но и формируют положительную мотивацию у учащихся, ведь они видят реальную связь между изучаемыми концепциями и их практическим применением.

Данная глава подчеркивает значимость использования таких задач не только для усвоения математических понятий, но и для формирования важных навыков, таких как критическое мышление, работа в команде и умение принимать обоснованные решения. Эти факторы создают основу для дальнейшего анализа в следующих главах, где будут исследованы практичес-

ские методы и технологии, направленные на реализацию прикладной направленности курсов математики в профильных школах.

Во второй главе представлены технологии обучения, направленные на формирование умений старшеклассников решать и формулировать практико-ориентированные задачи. Здесь рассматриваются деятельностный подход, который активно применяется в современном образовании, и его влияние на развитие гибких навыков у учащихся, таких как критическое мышление, способность работать в команде и находить нестандартные решения. Деятельностный подход основывается на идее, что учащиеся лучше усваивают информацию, когда они активно вовлечены в процесс обучения и могут применять свои знания в решении практических задач.

Также в данной главе уделяется внимание вопросам диагностики уровня знаний и умений старшеклассников в контексте профильного обучения. Эффективная диагностика позволяет выявлять сильные и слабые стороны учащихся, что является основой для последующей коррекции образовательного процесса и создания индивидуализированных программ обучения. Использование разнообразных методов оценки, включая тестирование, проектное обучение и практические работы, позволяет более точно оценить навыки и компетенции студентов.

Таким образом, во второй главе поднимается важный вопрос о том, как внедрение современных технологий и методик обучения может способствовать более глубокому пониманию материала и развитию необходимых навыков у учащихся, что делает их готовыми к вызовам современного мира. Настоящие методы обучения не только повышают уровень математической грамотности, но и формируют у учащихся уверенность в собственных силах, что является ключевым фактором в подготовке к будущей профессиональной деятельности.

В третьей главе обсуждается разработка адаптивной методической системы обучения, ориентированной на решение задач прикладного характера для учащихся физико-математического профиля. Это направление является особенно актуальным в контексте современных образовательных требований и изменяющихся условий на рынке труда. В этой части работы осуществляется анализ особенностей адаптивного обучения, что позволяет понять, как такие системы могут создавать более гибкий и надежный образовательный процесс.

История адаптивного обучения показала, что индивидуальный подход к каждому ученику, основанный на его потребностях и уровне подготовки, значительно повышает эффективность образовательного процесса. Адаптивные методические системы учитывают разнообразие стилей обучения, темпов усвоения материала и жизненных обстоятельств учащихся, позволяя каждому из них находить наиболее подходящие пути к обучению. Таким образом, интеграция адаптивных методик в учебный процесс особенно важна для старшеклассников, которые часто сталкиваются с дополнительными стрессами, связанными с экзаменами и выбором будущей профессии.

Важным аспектом, поднимаемым в данной главе, является вопрос персонализации учебного процесса. Персонализированное обучение позволяет создавать более динамичные и откликные образовательные среды, где акцент ставится не только на усвоение знаний, но и на развитие ключевых компетенций, необходимых в реальной жизни. Применение адаптивных методов особенно эффективно в профильных школах, где учащиеся изучают специализированные предметы и готовятся к будущей профессиональной деятельности.

Таким образом, третья глава подчеркивает актуальность внедрения новых методик обучения, ориентированных на решение задач прикладного характера, что, в свою очередь, способствует повышению качества образования и лучшей подго-

товке учащихся к вызовам современного мира [65; 66; 67; 68]. Реализация адаптивной методической системы создаст условия для более глубокого понимания и практического применения математических концепций, что значительно улучшит шансы учащихся на успех в будущем.

В целом, цель настоящего исследования заключается в разработке эффективных подходов к внедрению практико-ориентированных задач в учебный процесс профильных школ, что способствует формированию у учащихся необходимых навыков для успешного реагирования на запросы современного общества и подготовки к будущей профессиональной деятельности.

# **ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РЕАЛИЗАЦИИ ПРИКЛАДНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СТАРШЕКЛАССНИКОВ**

## **1.1 Развитие идеи прикладного аспекта математического образования старшеклассников в России в период XX - начала XXI века (историко-предметный подход)**

В начале XX в. движение за реформу сложившегося математического образования развернулось в большинстве европейских стран и в США. На Международном математическом конгрессе в Риме (1908 г.) принимается решение о создании Международной комиссии по преподаванию математики (МКМО). Вскоре комиссией были разработаны программы и учебные пособия, однако эта работа была прервана первой мировой войной.

Активное участие в борьбе за реформу математического образования приняли и передовые русские преподаватели математики. В 1906-1908 гг. разрабатываются новые программы по математике для реальных училищ. В конце 1911 г. в Петербурге созывается Первый Всероссийский съезд преподавателей математики, в решениях которого говорилось: «Съезд признает своевременным опустить из курса математики некоторые вопросы второстепенного значения, провести через весь курс и ярко осветить идею функциональной зависимости, а также – в целях сближения преподавания в средней школе с требованиями современной науки и жизни – ознакомить учащихся с простейшими и несомненно доступными им идеями аналитической геометрии и анализа» [56, с. 79].

Дальнейшее развитие эти идеи получили в решениях Второго Всероссийского съезда преподавателей математики (Москва, 1913 г.). На этом съезде был выделен вопрос о включении элементов математического анализа в содержание общего среднего образования. Ставилась задача приблизить школьное математическое образование к современному состоянию математической науки, уделяя, в частности, значение прикладному аспекту математики.

В 1914 году Второй Всероссийский съезд преподавателей математики признал необходимым введение начал анализа в курс средней школы всех типов, подчеркнув методологическую роль математического анализа и значимость вооружения учащихся новым аппаратом решения прикладных и практических задач [69]. Отстаивал идею изучения «новой» математики в средней школе выдающийся педагог - математик Я. С. Дубнов, утверждавший, что «реформа преподавания математики ... должна рассматриваться не с точки зрения интересов будущих математиков, а с точки зрения общей культуры... Ведь далеко не все окончившие среднюю школу будут изучать математику в высшей школе. Если признать знакомство с новой математикой необходимым элементом общего образования, то становится очевидным, что мы не имеем права урезывать это образование в интересах одной группы учащихся» [6].

Однако практическая реализация идей реформы тормозилась из-за равнодушного отношения к ним руководящих деятелей математического образования царской России. Возражали против идей реформы и некоторые представители академической науки, опасавшиеся, что она может привести к снижению уровня преподавания.

Новый этап развития русской школы начался после 1917 года. В первые послереволюционные программы по математике, отражавшие дух стремления к всеобщему реформированию, были включены вопросы математического анализа вплоть

до дифференциальных уравнений и аналитической геометрии вплоть до конических сечений. Однако они оказались перегруженными и оторванными от решения практико-ориентированных задач, поэтому не вошли в последующие годы в программу для школ - десятилеток.

В 40-х гг. прошлого столетия характер движения за реформу преподавания математики в средней школе существенно изменился. На первый план выступили предложения о перестройке всей школьной математики на теоретико-множественной основе. Они основывались на обширной программе построения всей математики на базе теории множеств, предпринятой группой французских ученых, писавших под псевдонимом Николя Бурбаки.

Н. Бурбаки выпустил серию книг, в которых реализовалась теоретико-множественная программа построения математики. Однако «бурбакистский» подход к математике наряду со значительными достоинствами имел и ряд отрицательных черт. В частности, он зачастую приводил к ложным представлениям о связи математики с реальным миром, к потере прикладного характера математической теории.

Другим истоком нового движения были идеи Ж. Пиаже, полагавшего, что ему удалось вскрыть в человеческом мышлении структуры, аналогичные выявленным в трактатах Бурбаки структурам порядка, топологии и алгебры.

Вопрос о новых основах школьной математики был обсужден рядом крупнейших французских математиков (Ж. Адамаром, А. Картаном, М. Фреше и др.) в 1955 г. Многие из них высказались против противопоставления классической и современной математики, устранения от вопросов практики, возникающих в связи с новыми естественнонаучными сведениями. Они указали, что если аксиоматический метод великолепен для профессиональных математиков, то с педагогической точки зрения он никуда не годится. Если же его употреблять, то надо

все время подчеркивать индуктивную эволюцию, которая дает жизнь этому методу, и конкретную интерпретацию употребляемых терминов, позволяющую прилагать его к реальной действительности. Почти все участники обсуждения признали, что стремление привести умы учащихся в контакт с современной математической мыслью является слишком честолюбивой программой. Разумной целью, относительно которой ни у кого не возникало сомнений, было научить рассуждать о самых простых вещах, считать, а в редких случаях, когда речь идет об особенно выдающихся учениках, – серьезно размышлять [3].

Несмотря на такую оценку движения за приближение стиля школьного преподавания к так называемой современной математике, основанной на теории множеств, алгебраических структурах, топологии и т. д., многие французские методисты и ученые-математики продолжали настаивать на этом приближении.

Аналогичные движения возникли в других странах, в частности в США. В 1959 г. в г. Ройомоне (Франция) состоялось международное совещание, на котором было провозглашено свержение всех обычных курсов, включая евклидову геометрию, усиление внимания к абстрактной математике как базису важных разделов современной науки. В центре внимания оказалась математическая логика, структуры и объединение всей школьной математики на базе теории множеств.

Этот период развития движения за переход школьной математики на теоретико-множественные основы и внедрение в школу «современной математики» характеризуется созданием различных программ. В новых программах нашли место элементы теории чисел и абстрактная алгебра, линейная алгебра и многомерная геометрия, топология, математический анализ и т.д.

Гораздо более умеренными были предложения по изменению содержания математического образования в СССР. В июне 1949 г. на сессии АПН РСФСР выступил А. И. Маркуше-

вич с докладом «О повышении идейно-теоретического уровня преподавания математики в средней школе». Внесенные им предложения по сути дела сводились к реализации идей начала XX в. и были связаны с введением в школьный курс математики элементов математического анализа, аналитической геометрии и теории вероятностей при усилении прикладной направленности школьного курса.

Важную роль в развитии идей реформы сыграли работы В. Л. Гончарова, который настаивал, чтобы формальная техника алгебраических преобразований развивалась постепенно, с тщательным выяснением логики операций, с иллюстрацией на практических примерах. Особую роль в его работах придавалась изучению элементов математического анализа.

После оживленного обсуждения, в котором приняли участие многие математики и методисты, в СССР была разработана государственная программа по математике для школ с 11-летним сроком обучения, содержавшая элементы дифференциального исчисления, и тригонометрию как составную часть новой дисциплины «Алгебра и элементарные функции». Эта программа содержала потенциально значимый теоретический материал для решения межпредметных задач, однако не предусматривала условий для реализации профилизации и прикладной направленности школьного курса математики.

В начале 60-х гг. стало ясно, что частичные изменения программы не могут удовлетворить требованиям времени, устраниТЬ диспропорцию между содержанием математики – учебного предмета общеобразовательной школы и содержанием математики – науки, приблизить содержание обучения к требованиям современной жизни, к запросам практики. После длительного обсуждения различных вариантов в 1968 г. была принята новая программа по математике.

Основными достоинствами этой программы, выработанной комиссией под руководством академика А. Н. Колмогорова, были:

- а) устранение из школьного курса математики многих архаических вопросов и частностей, не имевших ни научного, ни прикладного, ни общеобразовательного значения;
- б) введение в школьный курс таких глубоко идейных и имеющих большое прикладное значение понятий, как производная и интеграл, дифференциальное уравнение, вектор, геометрическое преобразование;
- в) усиление функциональной направленности школьного курса математики;
- г) ранее введение буквенной символики и уравнений как главного способа решения задач;
- д) усиление роли десятичных дробей по сравнению с обыкновенными;
- е) введение тригонометрических функций числового аргумента, способствующее усилению прикладной направленности изучения тригонометрии [70; 71; 72; 73].

Изучение производной в новой программе школьного курса математики, вооружив учащихся весьма эффективным методом исследования функций, позволило раскрыть перед ними математическую сущность таких физических понятий, как «скорость» и «ускорение», дало возможность читать техническую литературу и заниматься техническим творчеством тем из учащихся, кто после окончания школы хотел идти на производство.

Тоже самое можно сказать и о понятии интеграла, с помощью которого при меньшей затрате времени появилась возможность решать некоторые вопросы геометрии, например, связанные с вычислением площадей и объемов.

Однако реализация реформы не смогла преодолеть многие трудности. В частности, сами идеи реформы несли в себе

некоторые недостатки. Реформаторы как в нашей стране, так и за рубежом (их представителем можно считать Дьёдонне) подчеркивали, что курс реформированной математики должен сделать ее изучение в школе более легким и быстрым. Но ни быстроты, ни легкости в реальности не получилось. Одна из причин того, почему «не получилось», вскрыта французским математиком Р. Томом. Проанализировав два основных положения модернистской педагогики:

а) необходимость полного изменения методики преподавания и перехода к «творческому» эвристическому методу;

б) замена программ – исключение евклидовой геометрии и введение новых дисциплин, он показал, что стандартные математические структуры не исчерпывают математику, а наоборот – эти структуры представляют собой лишь наиболее поверхностные аспекты науки. Истинная проблема, по мнению Р. Тома, с которой столкнулось преподавание математики, «это не проблема строгости, а проблема построения смысла, проблема «онтологического оправдания» математических объектов» [5].

Кроме того, учебники, написанные по этой программе, обладали рядом существенных недостатков. Так, например, изложение многих вопросов оказалось в них слишком усложненным; произошло уклонение в сторону излишней абстрактности; не был решен важнейший вопрос об усилении практической направленности школьного курса математики. Многие пособия содержали вопросы, не предусмотренные первоначальными вариантами программы, что вело к перегрузке учащихся.

Оказались нарушенными требования наглядности и доступности обучения, ставшие в этот период особенно важными потому, что во время проведения реформы был совершен переход ко всеобщему среднему образованию. Строгость же из средства превратилась в самоцель, что существенно сказалось как на содержании, так и на стиле изложения курса. В частности,

стремление к излишней научности привело к тому, что в большинстве учебных пособий, написанных по новой программе, было преувеличено значение теоретико-множественных понятий. Это привело к введению громоздких определений, лишенных необходимой наглядности, к попыткам излагать многие вопросы в слишком общей форме, в отрыве от практических задач.

Как показали впоследствии экспериментальные исследования, определение функции как одного из бинарных отношений оказалось методически неудачным. Школьники усваивали его формально, в результате чего важное в прикладном плане понятие оказалось связано в их сознании со стрелочными диаграммами, которые, как известно, применимы лишь для иллюстрации отображений конечных множеств.

Весьма усложнены были изложены вопросы математического анализа, где давалось, например, определение предела.

Критика сложившегося в 60-е годы положения в школьном преподавании математики прозвучала и в СССР. Основное направление критики касалось вопросов, связанных с необходимостью усиления профильной дифференциации, прикладной и практической направленности школьного курса математики. Несмотря на организованные в 1963-64 учебном году (в соответствии с постановлением Совета Министров СССР) специализированные школы-интернаты физико-математического и химико-биологического профилей, формирование учебных планов и программ, которые разрабатывали по поручению Министерства высшего и среднего специального образования соответствующие государственные университеты, в сложившихся системах обучения (Московской, Новосибирской, Ленинградской) не было представлено единого мнения по реализации прикладной направленности.

В анализе программ сложившегося содержания школьного курса математики приняли участие многие из виднейших советских математиков, в частности, академики А. Д. Алексан-

дров, И. М. Виноградов, В. С. Владимиров, Л. В. Канторович, С. М. Никольский, А. В. Погорелов, Л. С. Понтрягин, С. Л. Соболев, А. Н. Тихонов и другие.

После длительных обсуждений была разработана программа по математике, в которой осуществлен отказ от обязательного единого теоретико-множественного подхода к построению курса. Большинство понятий формулировалось на содержательном уровне и потому естественным образом включалось в соответствующие теории. Такой подход позволил усилить прикладное содержание школьного курса математики, а время, высвободившееся за счет отказа от изучения формальных конструкций и понятий, направить на формирование и развитие практических умений и навыков.

В принятой программе не было характерного для предыдущего этапа стремления к необоснованной общности и чрезмерной строгости в изложении материала, тем самым был полностью учтен уровень развития логического мышления школьников. В то же время в ней были сохранены многие достижения реформы 60-х гг. - введение понятий производной и интеграла, вектора, устранение архаичных понятий и т.д.

В 1985 г. была принята новая программа, не включающая понятия предела и непрерывности. Разумеется, изучение этих понятий на уровне  $(\varepsilon - \delta)$  - определений невозможно в средней школе. Но в тоже время без понятия предела нельзя сколько-нибудь полно ввести в школе длину окружности и площадь круга, не говоря уже о производной и интеграле. Здесь, на наш взгляд, следует согласиться с точкой зрения, высказанной А. Н. Колмогоровым, который считал целесообразным «гибкое, неформальное употребление термина «предел», приобретающего большую четкость и определенность лишь при решении частных задач» [55, с. 210].

Так, с начала 80-х гг., наблюдается тенденция к разгрузке школьного курса математики и в то же время в постановлениях

отмечается, что следует значительно повысить уровень требований к умениям старшеклассников. В качестве основных умений в дидактических материалах выделяются умения, необходимые для развития научных технологий - умения строить математические модели различных явлений и исследовать эти модели.

Новый этап развития школьного математического образования старшеклассников в нашей стране связан со сменой политического устройства государства, приведшей в системе образования к новой образовательной парадигме, отражающей возможность реализации свободы личности. Социальный заказ школе содержит уже не только требования формирования у учащихся знаний и умений, но и целенаправленный личностный рост и развитие школьников. Выделение целей современного математического образования и содержания школьного курса математики в России, как и в странах Западной Европы, а также США, обосновано на идеях, сформулированных в начале 60-х годов в связи с критикой «бурбакистских» тенденций в преподавании математики. В 1962 г. был опубликован меморандум, подписанный виднейшими американскими математиками, в котором отмечалось, что необходимость изучать школьную математику в большем объеме, чем раньше, может заставить искать педагогов сокращенные пути, которые, однако, способны принести больше вреда, чем пользы. Авторы меморандума подчеркивали, что программа средней школы по математике должна служить потребностям всех учеников, способствовать культурному росту среднего ученика и давать профессиональную подготовку будущим потребителям математики. Преподавание же всем ученикам вопросов, которые интересуют лишь незначительное меньшинство будущих математиков, - это растрата времени, свидетельствующая об отсутствии учета потребностей общества.

В меморандуме также отмечалось, что преждевременная формализация знаний может привести к бесплодности образования, кроме того, преждевременное введение абстракций может вызвать сопротивление у учащихся, которые до того, как принять понятие, хотят знать, почему оно вводится и как оно может быть использовано. В математике знания имеют значения, если они представляют собой не простое владение информацией, а умения. Поэтому введение новых понятий без достаточного запаса конкретных понятий, когда еще нет опыта, более чем бесполезно.

Концепция Национальной Доктрины образования, одобренная Правительством Российской Федерации от 04.10.2000 г., отражая тенденции развития политического и экономического уклада страны и стремление к повышению конкурентоспособности школьников за счет повышения качества предметной и жизненно-адаптивационной подготовки, призывает систему образования обеспечить:

- формирование у учащихся целостного миропонимания и современного научного мировоззрения;
- обновление всех аспектов образования, отражающего изменения в сфере науки;
- подготовку высокообразованных людей.

Концепция Национальной Доктрины образования нашла отражение в Концепции Модернизации Российского образования на период до 2010 года (утвержденной Распоряжением Правительства РФ от 29.12.2001) и Концепции профильного обучения на старшей ступени общего образования (утвержденной Приказом Министерства образования от 18.02.2002). Значимость последнего документа диктуется острой необходимостью в подготовке высокопрофессиональных кадров, способных решить необходимые задачи для обеспечения экономического роста страны. Поэтому, переход к профильному обучению преследует следующие основные цели:

- углубленное изучение отдельных предметов программы полного общего образования;
- создание условий для существенной дифференциации содержания обучения старшеклассников с широкими и гибкими возможностями построения школьниками индивидуальных образовательных программ;
- способствование установлению равного доступа к полноценному образованию разным категориям обучающихся в соответствии с их способностями, индивидуальными склонностями и потребностями;
- расширение возможности социализации учащихся, обеспечение преемственности между общим и профессиональным образованием, более эффективно подготовить выпускников школ к освоению программ высшего профессионального образования.

Основной текст Концепции профильного обучения дополнен Приложением, содержащим учебные планы для некоторых профилей, среди которых на первом месте – естественно-математический.

В разработанном на основе указанных документов стандарте среднего (полного) образования (Приказ Министерства образования Российской Федерации от 5.03.2004 г., № 1089) [45] в качестве целей изучения математики формулируется необходимость формирования у учащихся «представлений о математике как универсальном языке науки», формирования «математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни и для изучения естественнонаучных дисциплин».

В требованиях к уровню подготовки выпускников базового и профильного математического уровней, в первую очередь, указывается, что в результате изучения математики ученик должен знать и понимать «значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических ме-

тодов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе». В перечне зафиксированных стандартом умений содержится требование к формированию умений использования приобретенных знаний и умений в практической деятельности и повседневной жизни для решения прикладных задач, в том числе геометрических (для профильного уровня), социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

Таким образом, в контексте современных нормативных документов выделяется ориентация на прикладную направленность школьного курса математики, которая должна способствовать «созданию условий образования старшеклассников в соответствии с их профессиональными интересами и намерениями в отношении продолжения образования» [Там же].

## **1.2 Сущность прикладной направленности школьного курса математики в современной системе профильного обучения**

Достижение целей профилизации образования, поддерживаемых прикладным аспектом школьного курса математики, определяет необходимость разработки не только предметного содержания, о котором активно поднимается вопрос в работах А. А. Кузнецова, И. А. Полякова [44], А. А. Пинского [39] и др., но и содержания прикладной образовательной деятельности школьников, понимаемой как деятельность по усвоению «социального опыта и формирование на этой основе индивидуального опыта ... по решению познавательных и личностных проблем» [11, с. 77-78].

Согласно указанному определению образовательная деятельность прикладного характера, включая в себя учебную деятельность как «деятельность по усвоению накопленных обществом знаний о предмете изучения и общих приемов решения,

связанных с ним задач» [14, с. 210], предполагает общекультурную, социальную и личностную направленность школьника как субъекта деятельности. Поэтому методологическими основами для исследования особенностей содержания и структуры образовательной деятельности старшеклассников прикладного характера в нашей работе являются:

- теория учебной деятельности (Л. С. Выготский, П. Я. Гальперин, Е. Н. Кабанова-Меллер, С. Л. Рубинштейн и др.),
- культурологические, социологические и педагогические идеи о роли и функциях общего образования и его влиянии на становление человека (М. С. Каган, О. Е. Лебедев, Е. Г. Плотникова, Е. С. Полат, А. В. Усова и др.),
- концепция человека как субъекта деятельности, личности, индивидуальности (В. В. Давыдов, А. Н. Леонтьев, М. А. Холодная, И. С. Якиманская и др.),
- исследования по проблемам дифференциации и индивидуализации обучения (В. А. Гусев, Г. В. Дорофеев, О. Б. Епишева, И. Э. Унт и др.),
- результаты работ по теории и методологии конструирования содержания школьного образования (Ю. К. Бабанский, Х. Ж. Ганеев, И. Я. Лернер, М. С. Скаткин и др.).

Согласно теории учебной деятельности знания и способы деятельности формируются только в процессе осуществления учеником полного цикла учебно-познавательной деятельности (УПД): восприятия, осмысления, запоминания, применения, обобщения и систематизации информации. При этом в процессе реализации личностно-ориентированного подхода при переводе учащегося из объекта обучения в самообразующийся субъект для выстраивания индивидуального маршрута (тактики) образовательной деятельности прикладного характера следует учитывать разные уровни сформированности компонент этой деятельности. Качество и состав каждой компоненты –

познавательной, учебной, предметной, мыслительной и рефлексивной, а также профессиональная направленность ученика, определяют (согласно [50, с. 48]) индивидуальный профиль учащегося в современной образовательной парадигме. Кроме того, особенность индивидуального маршрута определяется планированием содержания послешкольной деятельности каждого учащегося. При этом полный цикл УПД при обучении математики в контексте профилизации школьного образования (согласно Н. И. Алпатову и А. В. Усовой) следует рассматривать в социально-педагогической системе профессионального воспитания индивида (рис.1):

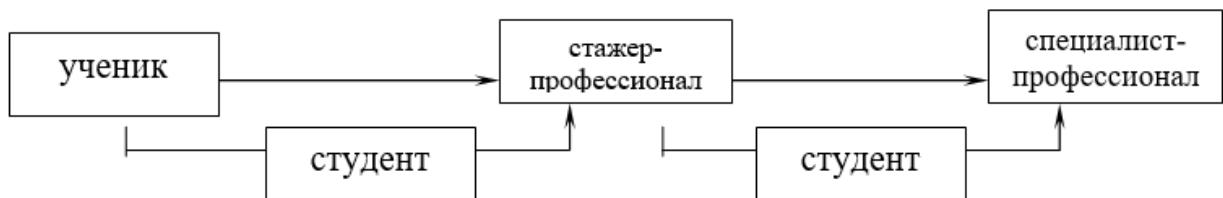


Рис. 1. Схема социально-педагогической системы профессионального воспитания индивида

Приведенная схема демонстрирует принятый в исследовании подход к соотнесению понятий «профессиональная подготовка» и «профильное обучение». «Профессиональная подготовка», как более широкое понятие-система, наряду с понятием «профильное обучение» включает в себя и другие элементы (например, профессиональная практика, профессиональное самообразование).

Согласно приведенной схеме возрастает значимость перевода индивида в системе профессионального становления из объекта образования в самообразующийся субъект уже на стадии школьного ученичества. Указанное условие определяет необходимость:

- формирования у учащихся знаний о будущей профессии и свойствах ее предметных объектов;
- вооружение школьников приемами умственных действий, способствующих овладению профессиональной грамотностью;
- развитие у учащихся общеучебных и познавательных умений для успешного обучения в средних и высших профессиональных учебных заведениях.

С целью обеспечения выделенных компетенций в процессе профильной подготовки школьников проанализируем Образовательные стандарты высшего образования по специальностям 03200.00 - «Физика», 030500.18 «Экономика и управление», 032400 «Биология», 032500 «География», 132300 «Химия» и перечень компетенций студентов (И. А. Зимняя, Д. В. Чернелевский), обеспечивающих их конкурентоспособность в системе получения средне-специального и высшего образования. С учетом этого анализа и положений Э. Г. Брейтигам [5], выделим ведущие теоретические понятия школьного курса математики с общеобразовательной функцией прикладного значения: аддитивность, аксиоматизация, бесконечность, линеаризация и скорость изменения величины, моделирование (в том числе символика, адекватность), непрерывность (дискретность), ограниченность, погрешность, предельный переход, соответствие (зависимость), системность, суммирование бесконечно малых.

Сопоставление выделенных понятий, общих учебных умений, навыков, способов деятельности, сформулированных в Стандарте основного общего образования, целей изучения математики [45] и целей Концепции профильного обучения [28] позволяет определить значение прикладного аспекта школьного курса математики в сфере личностного роста, адаптации к самостоятельной, бытовой и профессиональной деятельности и общекультурной компетенции старшеклассников. Для этого в контексте определения образования [43] рассмотрим аспекты пред-

метной деятельности, практическая реализация которых основана на прикладном материале. Выделяемые аспекты школьного курса математики распределим по трем уровням, определяющим методологическую функциональность математических знаний и умений (Е. М. Вечтомов, А. Л. Жохов, Х. Ж. Ганеев).

*Уровень познания:*

- изучение моделирования как метода познания окружающего мира;
- исследование структуры, функций и особенностей объекта познания;
- определение способов описания процессов реальной действительности в заданных рамках строгости;
- сравнение и сопоставление объектов по заданных характеристикам;
- понимание необходимости использования определенного математического аппарата для исследования теоретических проблем и решения практических задач.

*Уровень учения:*

- использование адекватных способов решения учебных задач на основе известных алгоритмов;
- выбор и использование выразительных средств языка и знаковых систем (текст, таблица, схема, рисунок, чертеж и др.);
- использование для решения задач различных источников информации (в том числе справочников, энциклопедий).

*Личностный уровень:*

- осознанное определение сферы своих интересов и возможностей;
- оценивание своих учебных достижений;
- самостоятельная ориентация учебной деятельности (постановка цели, планирование, определение оптимального соотношения цели и средств и др.);

– интеллектуальное развитие (в том числе развитие логического и критического мышления и формирование умения оперировать объектами плоскости и пространства).

Полученный результат показывает, что прикладной аспект школьного курса математики в силу многогранности следует рассматривать как самостоятельную отрасль научного знания с опорой на общую педагогику, теорию образования школьников и студентов, методологию математики.

Вопросами организации педагогического воздействия при обучении математике, главной целью которого является формирование личности, включающее развитие нравственных качеств, интеллекта, творческих способностей обучаемого, его профессиональной направленности, становление его мировоззрения, посвящены работы Н. Я. Виленкина, Б. В. Гнеденко, А. А. Столяра, В. В. Фирсова, А. Фуше. В исследованиях Е. Г. Плотниковой, Ю. Ф. Фоминых и др. рассматриваются аспекты приложения математики в системе подготовки специалистов в различных профессиональных сферах. В частности, согласно Е. Г. Плотниковой [40], особенности назначения математики в процессе подготовки специалистов разных профилей раскрываются в учебном процессе через систему методологических принципов, главными из которых для нас являются:

- принцип единства фундаментального и прикладного математического образования;
- принцип единства математического и профессионального мышления;
- принцип профессионально-прикладной направленности математического образования;
- принцип универсальности математического образования, который следует из универсальности математики как науки; всеобщности ее методов, применяемых в разных областях человеческой деятельности.

*Принцип единства фундаментального и прикладного математического образования* обусловлен характером математического образования, связанным с его содержанием. Математика как в системе профильной подготовки в школе, так и в ВУЗе изучается учащимися разных специальностей, при этом проникновение в ее сущность, освоение различных фрагментов ее содержания, уровень математической строгости не может быть одинаковым. Так, для некоторых она является специальной дисциплиной, и цель ее преподавания - приблизить учащихся к современному состоянию науки, к творческому научному мышлению. Для других - изучение математики не является самоцелью, оно расширяет научный кругозор и способствует формированию методологических представлений на примере оперирования с готовыми отстоявшимися формами.

В частности, студентам технических специальностей и будущим военным обучение математике, с одной стороны, должно обеспечить владение соответствующим, вполне ограниченным математическим аппаратом для изучения специальных дисциплин, с другой – способствовать развитию их научного мировоззрения, формированию личности будущего специалиста. В этом случае речь идет о прикладной значимости науки, о возможностях ее проникновения в существо технических проблем.

*Принцип единства математического и профессионального мышления* заключается в том, что математическое мышление, формируемое в общеобразовательной школе как часть общей культуры, в дальнейшем становится базой для развития профессионального мышления будущих специалистов. Наряду с профессиональными требованиями к специалисту очень важны его общий интеллект, способность охватить суть проблемы и увидеть пути и способы ее оптимального решения. Главные приемы, операции и действия мышления в основном идентичны, хотя и имеются индивидуальные особенности, зависящие

от врожденных личных качеств, способностей людей. Поэтому в процессе обучения математики должна происходить целенаправленная отработка общих мыслительных приемов и операций с учетом специфики предстоящей профессиональной деятельности. Сравнение, анализ и синтез, абстракция, обобщение и конкретизация неизбежно используются при изучении математической теории, в учебных упражнениях, особенно они актуализируются при решении прикладных, профессионально ориентированных задач. Таким образом, в процессе развития математического мышления формируется профессиональное мышление.

*Принцип профессионально-прикладной направленности математического образования* наряду с принципом гуманизма является ведущим методологическим принципом педагогики математики. Он означает, что математическое образование рассматривается с двух сторон. Во-первых, оно должно быть ориентировано на профиль (то есть планируемую специальность, а значит учитывать потребности как общенациональных, так и профильных дисциплин). Во-вторых, математическое образование должно быть направлено на формирование такого важнейшего свойства личности, как ее социальная и психологическая направленность на профессиональную деятельность.

Универсальность математических методов проявляется в интенсивной математизации всех областей знаний. Можно рассматривать три уровня применения математики в других науках. Во-первых, это обработка данных математическими методами: практически во всех исследованиях присутствует количественное описание изучаемых явлений, процессов и их связей. Во-вторых, математическое моделирование различных объектов изучения, которое требует от любой науки четких определений, логической строгости, количественно выраженных законов. В-третьих, это интеграция конкретной науки с математикой, ко-

гда она формулируется языком последней (например, теоретическая механика, математическая физика и др.).

Анализ выделенных принципов с точки зрения исследования возможности их перенесения в учебный процесс для построения содержания прикладной образовательной деятельности старшеклассников требует:

- четкого разделения и соотнесения терминов «прикладная направленность» и «практическая направленность» (где под направленностью согласно С. А. Рубинштейну будем понимать доминирование одних мотивов над другими, их устойчивую иерархию),
- современного определения понятия «прикладная направленность школьного курса математики» в системе развивающего обучения в рамках профилизации школьного образования.

Сопоставление имеющихся в методической литературе трактовок понятия «практическая направленность» (работы Н. Я. Виленкина, Б. В. Гнеденко, Ю. М. Колягина, В. В. Фирсова и др.) позволяет сделать вывод о том, что доминирующим положением при изучении и описании рассматриваемого объекта является *направленность на изучение математической теории и решение математических задач, формирующих у школьников навыки практического характера*. Таким образом, «практическая направленность математики» обладает предметной специфичностью на уровне содержания и учебных действий. При этом она является необходимым базовым ядром для осуществления «прикладной направленности». Прикладная направленность, наряду с определением «прикладной математики» как «науки об оптимальном решении математических задач, возникающих вне математики» [54, с. 7], в настоящее время в литературе по теории и методике обучения математике определяется с двух позиций (отличающихся по уровню конкретизации).

Первое определение относится к понятию «прикладная направленность математики» и трактует его как «содержательную и методологическую связь школьного курса с практикой, что предполагает формирование у учащихся умений, необходимых для решения средствами математики практических задач» [Там же, с.6].

Второе определение (Ю. М. Колягин, В. В. Пикан, И. М. Шапиро) раскрывает смысл понятия «прикладная направленность обучения математики», подчеркивая, что это ориентация содержания и методов обучения на применение математики в технике и смежных науках, в жизни, в предстоящей профессиональной деятельности, на широкое применение в процессе обучения современной электронно-вычислительной техники.

Сопоставление указанных определений и соотнесение этого сопоставления со схемой (рис.1) позволяет сформулировать следующие выводы:

1) прикладная направленность, как предмет теории и методики обучения математики, должна рассматриваться не только на предметно-содержательном уровне, который совпадает с прикладным аспектом математики как науки, но и на процессуальном уровне с позиции возможности организации учебной и познавательной деятельности учащихся в процессе обучения и работы,

2) перенос сформулированных в рассмотренных определениях положений о роли прикладной направленности в формировании необходимых умений для решения профессиональных задач в контекст методологических принципов педагогики математики с позиции задач профильного обучения дает возможность:

- выделить значимость педагогического аспекта прикладной направленности, как фактора образования и личностного изменения школьников,

– конкретизировать прикладную направленность при обучении математики на профессионально деятельностином уровне.

Для содержательного раскрытия сформулированных выводов рассмотрим сущность прикладной направленности школьного курса математики в аспектах образовательной деятельности, определенных Б. С. Гершунским и Е. С. Полат [43] к трактовке «образования», как *ценности, системы, процесса и результата* и проанализируем значимость содержательной и процессуальной роли прикладной направленности в инвариантном и вариативном блоках школьного курса математики. Полученные сущностные элементы (контенты) прикладной направленности базисного учебного плана перенесем на выделенные аспекты образования. Результат контентной проекции прикладной направленности школьного курса математики на образовательную деятельность учащихся старших классов в системе профильной подготовки представим в таблицах 1, 2 и 3:

Таблица 1 – Проекция содержательных контент прикладной направленности школьного курса математики уровня познания на образовательную деятельность в системе профильной подготовки учащихся

Содержательные и процес-суальные контенты при-кладной направленности школьного курса математики на уровне познания	Аспекты образования			
	Ценность	Система	Процесс	Результат
1	2	3	4	5
Изучение моделирования как метода познания окружающего мира	Осознание позна-ваемости окружя-ющего мира	Знания и пони-мания	Формирование предметных дей-ствий моделиро-вания процессов реальной дей-ствительности (на этапе мотивации)	Готовность на мотивационном уровне к деятель-ности моделиро-вания
Исследование структуры, функций и особенностей объекта познания	Формирование ис-следовательских умений, развитие мышления	Понимания, знания, умения	Мыслительные действия и учеб-ные действия в предметной обла-сти	Понимание и зна-ния об объектах предметной обла-сти

*Продолжение таблицы 1*

1	2	3	4	5
Определение способов описания процессов реальной действительности в заданных рамках строгости	Осмысление применимости математических методов	Понимания, знания, умения	Специальные предметные действия	Развитие критического мышления, рационализма
Сравнение и сопоставление объектов по заданным характеристикам	Формирование исследовательских умений, развитие мышления	Понимания, знания, предметные умения, мыслительные умения	Систематизация и обобщение	Методологические знания и умения в предметной области
Понимание необходимости использования определенного математического аппарата для исследования теоретических проблем и решения практических задач	Познавательная самоорганизация, осмысление математики как части общечеловеческой культуры	Предметные знания	Определение значимости и направления саморазвития	Функциональная грамотность

Таблица 2 – Проекция контент прикладной направленности школьного курса математики уровня учения на образовательную деятельность в системе профильной подготовки учащихся

Содержательные и процессуальные контенты прикладной направленности школьного курса математики на уровне учения	Аспекты образования			
	Ценность	Система	Процесс	Результат
Использование адекватных способов решения учебных задач на основе известных алгоритмов	Осознание применения математических методов к исследованию действительности	Предметные действия	Развитие диалектического мышления	Знания о конкретном объекте или процессе
Выбор и использование выразительных средств языка и знаковых систем (текст, таблица, схема и др.)	Культура мышления, развитие воображения, культура общения	Знак-значение	Перевод, кодирование, интерпретация	Образ-понимание
Использование для решения задач различных источников информа-	Работа с предметной информацией	Носитель и характер предметной информа-	Выбор и использование информации в предметной области	Предметные знания и умения, развитие

ции		мации		кругозора
-----	--	-------	--	-----------

Таблица 3 – Проекция контент прикладной направленности школьного курса математики личностного уровня в системе профильной подготовки учащихся

Содержательные и процессуальные контенты прикладной направленности школьного курса математики на личностном уровне	Аспекты образования			
	Ценность	Система	Процесс	Результат
Осознанное определение сферы своих интересов и возможностей; оценивание своих учебных достижений	Рефлексия	Мониторинг	Диагностика	Самоопределение к саморазвитию
Самостоятельная ориентация учебной деятельности (постановка цели, планирование, определение оптимального соотношения цели и средств и др.)	Формирование методологической компетентности	Мотивы самоорганизации	Целеполагание	Самоопределение в учении
Интеллектуальное развитие (в том числе развитие логического и критического мышления и формирование умения оперировать объектами плоскости и пространства)	Изменение личности	Психофизиологические особенности индивида	Диалектическое мышление	Общее развитие личности по индивидуальному маршруту

Поэлементный анализ представленной в таблицах 1, 2 и 3 контентной проекции прикладной направленности школьного курса математики на образовательную деятельность учащихся позволяет конкретизировать эту направленность, сформулированную на методическом уровне, за счет раскрытия сущности педагогического содержания. Обусловленное современными требованиями к процессу обучения педагогическое содержание характеризует прикладную направленность на процессуально-деятельностном и личностном уровнях. При этом на указанных уровнях выделяются следующие виды образовательной деятельности: познавательная деятельность, общеучебная деятельность, предметная деятельность и мыслительная деятельность, «базирующаяся на оформлении первоначальных процессов оперирования со знаниями и знаковыми средствами» управляемого (то есть техничного, операционного) характера [1, с. 30].

Рассматриваемые виды деятельности обеспечивают деятельностный характер образования, являясь, таким образом, базовым основанием построения образовательного стандарта.

Познавательная деятельность в контексте проводимого исследования трактуется согласно М. С. Кагану и Х. Ж. Ганееву как «активность субъекта, направленная на объект или другие субъекты» [23, с. 43] и выражается в том или ином способе воздействия. В принятом подходе результат познавательной деятельности фиксируется при возвращении к субъекту активности «в виде информации о качествах объекта, о связях, отношениях, законах реального мира» [10, с. 35], то есть в виде знаний и пониманий.

Общеучебная деятельность и предметная деятельность рассматриваются нами как деятельности в узком смысле (согласно А. Н. Леонтьеву), которые подчинены определенной потребности и направлены на предмет, способный удовлетворить эту потребность. Для общеучебной деятельности в качестве предмета, выступающего мотивом и целью деятельности,

является учение. Для предметной деятельности – предметом являются знания и умения.

Мыслительная деятельность трактуется нами как «мыслетехника» и в принимаемом толковании не совпадает с понятием «система (или совокупность) мыслительных операций (аналогии, сравнения, классификации, обобщения, абстрагирования и др.)», формируемых в процессе изучения математики. Мыслетехника, наряду с владением определенными мыслительными операциями, означает рефлексию, то есть осознание учащимися собственной деятельности, выражаяющуюся в актуализации и разрешении внутренних противоречий. Согласно Д. Мезирову, рефлексия является основным родовым понятием той интеллектуальной и эмоциональной деятельности, «в которой индивидуум осмысливает свой опыт с целью прийти к новому пониманию и ценностным отношениям». В. В. Давыдов рассматривает рефлексию как компонент мышления, который состоит в раскрытии субъектом оснований собственных действий и их соответствия условиям задачи. Таким образом, при рефлексии происходит понимание учащимися сферы применения проводимых операций, достигается сформированность умения выстраивать мыслительные действия для выполнения конкретной мыслительной операции и проводить самодиагностику успешности осуществления мыслительной деятельности [9; 15; 16; 17]. С точки зрения В. П. Зинченко [21, с. 255-256], главное свойство рефлексии в процессе профессионального образования заключается в объединительной целостности цели, средства и результата. Указанное свойство способствует в процессе выполнения прикладных заданий возникновению новых качеств личности, придавая ей, в частности, большее число степеней свободы. По мнению Е. В. Бондаревской и С. В. Кульневич [4] именно рефлексивный слой является содержанием прикладного образования и требует к себе педагогического отношения не только на привычном операциональ-

но-техническом уровне, но на уровне смысловых ценностей. Поэтому прикладная учебная задача (учебное задание), включаемая в содержание школьного предмета для влияния на сознание и регулировки процессов формирования профессиональных умений и мышления школьников, должна «не только задавать ориентацию на правильное решение, но еще и содержать основания для возникновения умений размышлять, критично оценивать, мотивировать и т.д.» [Там же, с. 28].

Результат мыслетехники, включающей рефлексию, может быть зафиксирован в результатах деятельности учащихся. Таким образом, мыслетехника выделяется как значимая компетенция качества личности самообразующегося (в том числе и профессионально), конкурентоспособного в системе общего, среднеспециального и высшего образования субъекта, а проявление и результат мыслетехники может диагностироваться на предметном уровне [18; 19; 20]. В частности, в концепции рефлексивной природы сознания и мышления человека (Ю. Н. Кулюткин, И. Г. Фихте, Г. П. Щедровицкий) мыслительные операции на уровне мыслетехники обладают свойством «обратимости» (Ж. Пиаже), определяя, тем самым, расширение диапазона выполняемых учащимся прикладных учебных заданий и задач.

Сформулированные положения дают основание для определения прикладной направленности школьного курса математики в условиях реализации профильной подготовки старшеклассников как *ориентации содержания и образовательной деятельности на подготовку учащихся к использованию математических знаний и умений, специфических мыслительных действий и индивидуальных качеств личности в дальнейшей профессиональной деятельности, при продолжении образования и самообразования, в жизни.*

Предложенное определение «прикладной направленности школьного курса математики» задает и конкретизирует целевую ориентировку методов обучения в условиях реализации

профильной подготовки старшеклассников, определяет основание дифференциации обучения, задает деятельностный характер образования и основу для выделения дидактических единиц реализации прикладной направленности на основе следующих целевых категорий:

- формирование умений применения математических знаний и умений для решения прикладных задач, задач из смежных наук и жизни;
- формирование мыслительных действий (анализа, синтеза, обобщения, систематизации, классификации, конкретизации, сравнения, абстрагирования);
- формирование познавательных умений (углубление знаний, расширение знаний, развитие знаний);
- формирование учебных умений (формулировка целей и организация деятельности по достижению поставленных целей, работа с предметной литературой, установление межпредметных связей и согласований, выделение требований к изложению и оформлению результатов);
- формирование способности к самоорганизации и самоконтролю, как профессионально значимых качеств личности [26; 31; 34].

Сформулированное определение прикладной направленности школьного курса математики в условиях профильного обучения, не смотря на свое видовое отличие, является более широким по отношению к определению «прикладной направленности обучения» [27]. Указанный факт обусловлен тем, что прикладная направленность рассматривается нами не на методическом или дидактическом уровнях, а на педагогическом уровне современной образовательной парадигмы, а учащийся контингента профильного обучения – в системе, представленной схемой (рис. 1).

Учитывая сказанное, построим модель проекции реализации прикладной направленности школьного курса математики на структуру содержания базисного учебного плана в системе профильной подготовки учащихся (рис.2).

В построенной модели в логико-формирующий блок входят логические и методологические знания (совокупность знаний формальной логики и методологические знания, которые необходимы в педагогическом процессе для полноценного усвоения знаний и логического мышления), философские и оценочные знания (представления о материи, времени, познаваемости мира, неисчерпаемости знаний, знания, характеризуемые проявлением личностного отношения субъекта к собственной познавательной деятельности).

Языковой блок включает в себя математический язык описания объектов окружающей действительности, который появился в результате интеллектуальной деятельности как продукт рефлексии или модели реальности. Значимость языка математики выделена еще Галилеем: «Философия написана в грандиозной книге – Вселенной, которая открыта нашему пристальному взгляду. Но понять эту книгу может лишь тот, кто научился понимать ее языки и знаки, которыми она изложена, написана же она на языке математики» [11, с. 10].

В блок инварианта содержания и вариативной части содержания входят узко-предметные знания, а также исторические, краеведческие, эстетические и межпредметные знания, обладающие, по образному определению Г. И. Щукиной, эмоционально-ценностной ориентацией.

Построенная модель фиксирует:

- наличие в вариативном и инвариантном содержании кроме узко-предметных вопросов эмоционально-ценностного материала;
- единство содержания вариативной части школьного курса математики для учащихся физико-математического профиля и учащихся, выбравших профиль с вариативным блоком математики;
- возможность включения в элективные курсы для учащихся различных профилей избранных вопросов узко-предметного содержания вариативного блока (например, мето-

дов и приемов решения задач, возникающих в жизненных ситуациях);

– включение в содержание элективных курсов, адресованных учащимся разных профилей (в том числе и тем, кто обучается на основе инвариантного математического блока) эмоционально-ценостного математического материала вариативного блока;

– специальное выделение в содержании математического материала логико-формирующего блока и блока средств;

– включение логико-формирующего блока и блока средств в состав материала школьного курса математики для всех учащихся (в программы базовых, профильных и элективных курсов).

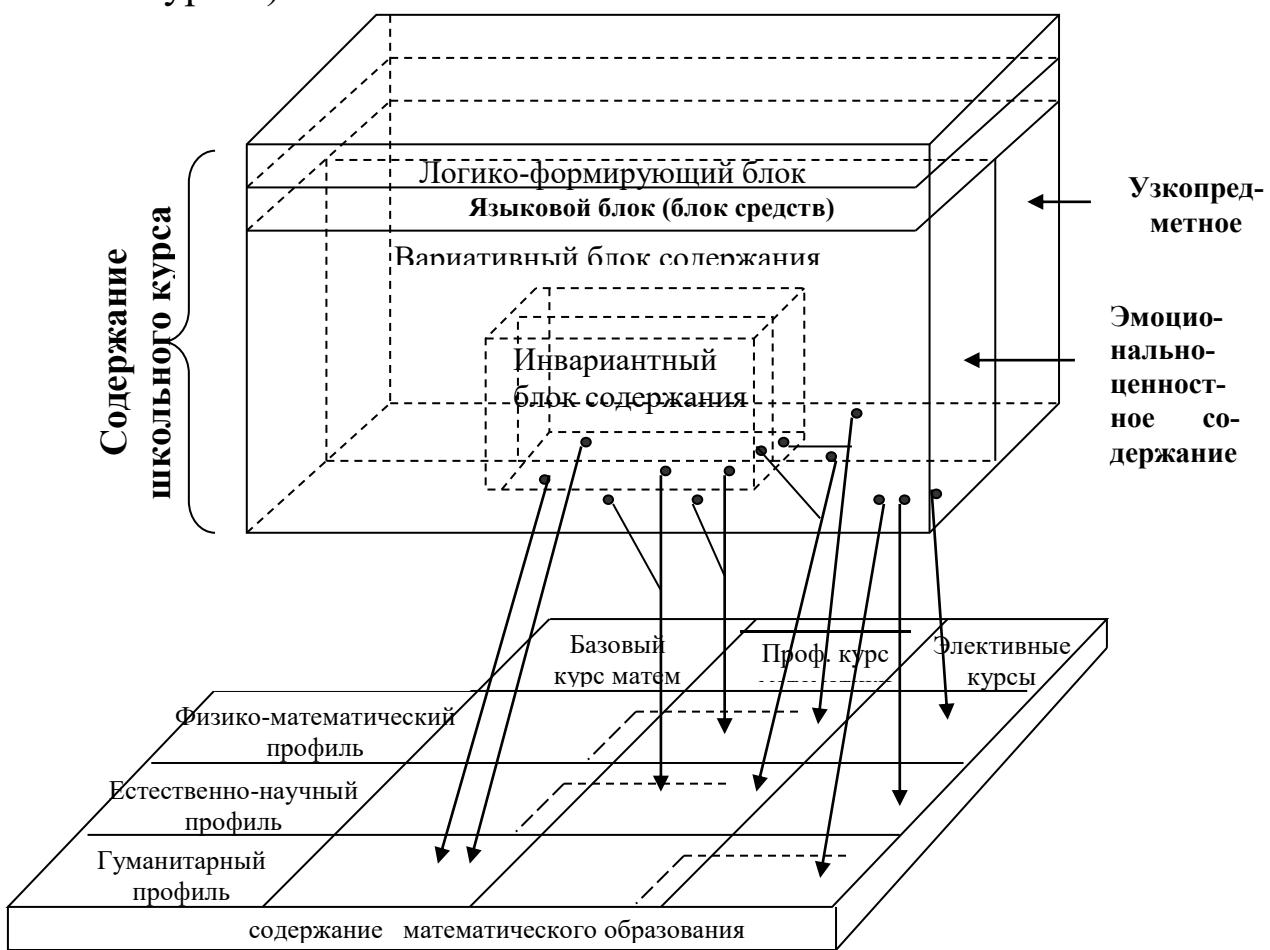


Рис. 2. Модель проекции прикладной направленности школьного курса математики на структуру содержания базисного учебного плана

Для сохранения целостности и непрерывности образования и обеспечения возможности управления системой образования индивида согласно представленной модели, процесс реализации прикладной направленности школьного курса математики должен строиться с учетом выполнения следующего комплекса дидактических принципов (КДП): принципа методологической преемственности, принципа содержательной преемственности, принципа методической преемственности и принципа дифференциации и индивидуализации.

*Принцип методологической преемственности* состоит в формировании у учащегося языка миропонимания, то есть системы определенных способов и приемов, применяемых в научной сфере деятельности, а также знаний об этой системе и демонстрации теории в действии [29, с. 167]. Дидактическое содержание выделенного принципа, по мнению Г. И. Саранцева [48, с. 30], обеспечивается предметом, методами, ведущими идеями, понятиями и языком математики, сущностью и способами познания в математике, спецификой творческой математической деятельности, культурой мышления. Особое место в реализации выделенного принципа играют историко-научные, эстетические и межпредметные знания.

Историко-научные знания, согласно Х. Ж. Ганееву [11, с. 93], показывают эволюцию математических идей, теорий, представлений, понятий, методов, пути конкретных открытий, значимость вклада и уникальность выдающихся личностей в эволюционном развитии науки. Эти знания, помогая сознательно усваивать результаты познания, выполняют важную развивающую и воспитывающую функцию в обучении, способствуют решению проблемы гуманитаризации и гуманизации математи-

ческого образования [14].

Эстетика математики исследует форму, выраженную на абстрактном символическом логико-математическом языке с точки зрения красоты и совершенства. Принцип красоты в науке – это «принцип эстетического отбора, заключающийся в зарождении, выживании и развитии наиболее целесообразных, эффективных, совершенных понятий и теорий» [8, с. 140].

Межпредметные знания – это знания из различных учебных предметов, целесообразность которых очевидна, когда созданным математическим теориям ставятся в соответствие конкретные модели из различных наук и сфер практической деятельности.

Рассматриваемый принцип проявляется в результате деятельности индивида как продукт рефлексии при моделировании процессов реальной действительности, в том числе, при решении задач профессиональной деятельности.

*Принцип преемственности содержания* означает построение прикладных задач на материале, который отвечает потребностям учащихся в их дальнейшей профессиональной деятельности и жизни.

Проявление принципа фиксируется в отборе содержания (фактов, формул, правил, свойств) и средств (в первую очередь знаковых), которые способствуют осуществлению различных видов деятельности (учебной, предметной, профессиональной). Значимость содержания, согласно выделенному принципу, определяется его практической ценностью в аспекте бытового и профессионального общения. При этом процесс эмпирического и теоретического познания, понимаемого как интериоризация индивидуумом культуры (согласно П. Жане, А. Н. Леонтьеву, В. П. Зинченко и др.) при «переводе видимого, выступающего в явлении, к выяснению внутренних связей и отношений» [10, с. 32] требует не только владения математическим содержанием на уровне репродукции. Согласно сформулиро-

ванному принципу необходимо содержание, которое дает возможность в процессе выполнения учебных заданий воспитывать исследовательскую грамотность учащихся, а именно: проведение рационального целеполагания и прогнозирования (при понимании связей надструктуры и подструктуры изучаемого объекта (терминология Г. С. Альтшуллера) или явления, видение единичности во множестве и множественности в единичном и др.).

*Принцип методической преемственности* заключается в том, что в процесс обучения школьников на старшей ступени необходимо включать способы деятельности, приближенные к тем, которые затребованы в ситуациях реальной действительности, при продолжении профессионального образования и самообразования. Проявление указанного принципа может быть зафиксировано в интеграции методов, используемых в практике школьного и вузовского обучения, а также в создании условий для решения задач самообразования. При этом сущностный подход, как системный, синергетический подход, означающий однонаправленность действий всех преподавателей на развитие способностей обучающихся посредством формирования у них сущностных системных знаний с установлением межпредметных связей и целостных представлений, должен быть заменен акмеологическим подходом. В отличие от сущностного подхода, с которым он тесно связан, акмеологический подход в качестве объекта изучения рассматривает человека в динамике его саморазвития, самосовершенствования, самоопределения в различных жизненных сферах самореализации.

*Принцип дифференциации и индивидуализации* состоит в адаптации прикладной направленности школьного курса математики к уровню знаний, умений, навыков, мыслительных действий каждого учащегося, к характерным для него особенностям процесса усвоения, к устойчивым характеристикам его личности. Сущность дифференциации в выделенном принципе

определяется с позиции В. А. Гусева как учебно-воспитательный процесс, протекающий с учетом доминирующих особенностей группы учащихся. Основанием дифференциации является интерес и способности старшеклассников, определившие выбор профиля. Индивидуализация трактуется с позиции И. Э. Унт как учет в процессе обучения индивидуальных особенностей учащихся во всех его формах и методах, независимо от того, какие особенности и в какой мере учитываются.

Согласно принятым определениям, реализации принципа дифференциации и индивидуализации состоит в создании условий для продвижения каждого ученика профильного класса по индивидуальному маршруту из зоны актуального развития (ЗАР) в зону ближайшего развития (ЗБР), существенно различающихся как по объему, уровню и прочности знаний и умений, так и по установлению путей перехода между ЗАР и ЗБР.

### **1.3 Использование практико-ориентированных задач как средства реализации прикладной направленности школьного курса математики в условиях профориентации**

В исследованиях, посвященных реализации прикладной направленности в практике обучения школьников, А. Азевич, В. А. Далингер и др. выделяют следующие пути и направления реализации прикладной направленности при обучении математике:

- использование в процессе обучения прикладных задач (задач, поставленных вне математики и решаемых математическими средствами);
- привлечение к содержанию учебного материала практических задач (задач из окружающей действительности, связанных с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни), в том числе с использованием материалов краеведения, элементов производственных процессов;

- сближение методов решения учебных задач с методами, применяющимися на практике;
- обучение учащихся построению математических моделей;
- реализация в процессе обучения межпредметных связей, в том числе согласование трактовок одноименных понятий;
- использование новых информационных технологий.

Анализ предложенных путей с точки зрения выделения цели прикладной направленности школьного курса математики в системе профессионального образования школьника позволяет сделать вывод о том, что главным результатом ее реализации должно стать познание сущности и самой сути миропонимания из множества дисциплин и обилия информации в каждой учебной дисциплине на основе синтеза естественных, гуманитарных и технических наук. Однако, как отмечает, в частности, Л. Г. Петерсон, прикладная направленность курса математики даже в своем внутреннем аспекте, явно недостаточна. Вследствие этого, по ее мнению, учащиеся не видят связей изучаемого с задачами, возникающими в их личной практике, практике общества. В контексте сказанного встает вопрос о средствах реализации прикладной направленности, примерами которых исследователями предлагаются «интересные и практически важные задачи» (Л. Г. Петерсон), «задачи с практическим содержанием» (И. М. Шapiro), «задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков» (А. Азевич).

В исследованиях Ю. М. Колягина, А. А. Столяра, В. В. Фирсова, Л. М. Фридмана, Н. А. Терешина, И. Н. Семеновой и др. было установлено, что для прочного и сознательного усвоения знаний, формирования адекватного отражения изучаемых фактов в сознании, создания условий для перехода знаний в действия, развития мышления школьников эффективной дидактической единицей являются сюжетные задачи. Сопоставление

функций сюжетных задач с целью прикладной направленности школьного курса математики и примерами задач, имеющимися в литературе для усиления прикладной роли школьной математики, позволяет сформулировать положение о том, что эффективными «носителями» прикладного аспекта в процессе обучения математики являются практико-ориентированные (прикладные и практические) задачи, как особые сюжетные задачи.

Характер требуемой особенности в силу сформулированного в 1.2. *принципа преемственности содержания* раскрыт в определении «прикладной задачи», данном М. В. Крутихиной: «прикладная задача – это сюжетная задача, сформулированная, как правило, в виде задачи-проблемы и удовлетворяющая следующим требованиям:

1) вопрос должен быть поставлен в таком виде, в каком он обычно ставится на практике,

2) искомые и данные величины (если они указаны) должны быть реальными, взятыми из практики» [54, с. 7].

Уточняя это определение с позиции предметной специфики прикладной направленности школьного курса математики, вслед за Ц. Д. Дашинимаевой и Е. С. Янушпольской и др., укажем еще одно требование – задача должна показывать применение математической теории в практических ситуациях. При этом, в отличие от мнения Н. А. Терешина, определяющего прикладную задачу, как «задачу, поставленную вне математики и решаемую математическими средствами» [Там же, С.7], в совокупность практико-ориентированных задач включим задачи с «математической» сюжетной линией (по классификации Е. И. Лященко), то есть, возникающие в самой математике.

Обогащение сюжетов практико-ориентированных задач в процессе реализации прикладной направленности школьного курса математики в соответствии с *принципом методологической преемственности* может быть достигнуто (согласно М. И. Шапиро [60] за счет введения:

- задач на вычисление значения величин, встречающихся в практической деятельности (например, вычислить по данной формуле некоторую величину – «чистоту семян», пробу металла и др.);
- задач на построение простейших номограмм, построение графика одной и той же функции при различных значениях параметра (например, составить номограмму перевода различных видов механизированных работ в условную пахоту, которая представляет собой пучок прямых, заданный формулой  $y = kx$  на множестве неотрицательных чисел при определенных значениях  $k$ );
- задач на обоснование и применение эмпирических формул (например, обоснование формулы для вычисления площади зеркала испарения горючего);
- задач на составление расчетных таблиц (например, составить таблицу для вычисления массы горючего в цилиндрическом резервуаре, расположенном горизонтально, на 1 м его длины в зависимости от высоты столба горючего);
- задач на вывод формул зависимостей, встречающихся на практике и в профессионально деятельности (например, вывести формулу зависимости длины пути, пройденного комбайном до наполнения бункера зерном, от урожайности убираемой культуры).

Практико-ориентированные задачи как особый вид сюжетных задач во многих отношениях отличаются от математических задач школьного курса. Однако в силу сформулированного *принципа методической преемственности* схема их решения и этапы мыслительных действий могут в процессе обучения математики в школе быть приведены в соответствие с сюжетными задачами. Так, решение практико-ориентированной задачи в силу ее роли в процессе реализации прикладной направленности школьного курса математики можно представить следующим образом (рис. 3):



Рис. 3. Схема решения практико-ориентированной задачи

Эта схема естественно соотносится со схемой решения сюжетной задачи, выделенной Д. Пойа [42] (рис. 4):

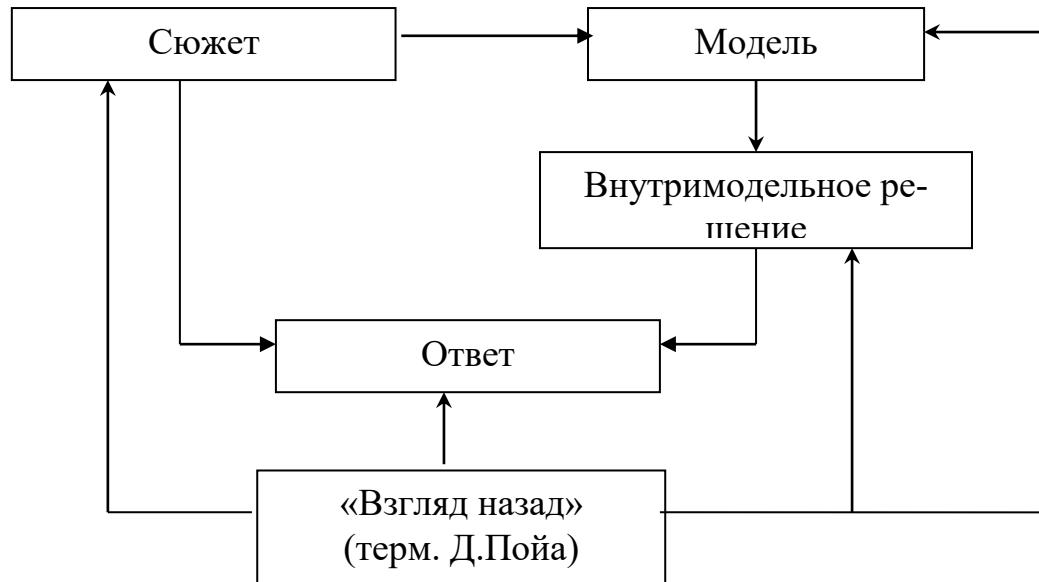


Рис. 4. Схема решения сюжетной задачи

Отличая общие черты и связи, существующие между сюжетными и практико-ориентированными задачами, укажем, что:

1) по сравнению с сюжетными задачами в практико-ориентированной задаче неизвестные данные и условия составляют более сложный комплекс и менее четко очерчены;

2) чтобы решить сюжетную задачу, необходим определенный предметный запас знаний, в практико-ориентированной же задаче понятия и знания, необходимые для ее решения, имеют межпредметный интегративный характер и менее четко определены;

3) в практико-ориентированной задаче должны быть представлены (доступны) данные, имеющие отношение к условию;

4) практико-ориентированная задача может пренебрегать второстепенными данными и условиями, в результате чего решение задачи упрощается.

Рассматривая этапы мыслительных действий при решении практико-ориентированной задачи из профессиональной деятельности или практики бытового общения, согласно схеме (рис. 3), укажем, что эти этапы воспроизводимы при изучении школьного курса математики в процессе организации деятельности учащихся по поиску решения сюжетных задач. Для этого в учебные задания, сформулированные сюжетным задачам школьного курса математики, следует включать условия, имитирующие ситуации практической значимости на познавательном, учебном, предметном и мыслительном уровнях.

При конкретизации элементов «появление ассоциаций» и «достижения конечной цели» (принятых в схемах решения прикладных и практических задач), схема этапов мыслительных действий при решении практико-ориентированных задач может быть представлена рис. 5.

Выделенный нами *принцип дифференциации и индивидуализации* при организации деятельности учащихся в процессе работы над практико-ориентированной задачей должен проявляться в возможности установления разницы в предъявляемых задачах:

- по содержанию;
- по уровню сложности и трудности;

- по набору учебных, познавательных, предметных умений и действий;
- по совокупности мыслительных действий и умений.



Рис. 5. Схема выделения этапов мыслительных действий при решении практико-ориентированных задач

Функционирование системы сформулированных принципов определяет проявление двуединой (термин Е. И. Лященко) роли практико-ориентированных задач в процессе реализации прикладной направленности школьного курса математики. С одной стороны, эти задачи являются средством осуществления прикладной направленности (включая развитие жизненных, профессиональных умений и мышления), с другой – они являются целью обучения, как элементы системы основных дидактических единиц школьного курса математики.

Организации деятельности учащихся профильных классов с практико-ориентированными задачами школьного курса математики как средства реализации прикладной направленности на основе указанных принципов позволяет построить процесс познания учащихся на основе индивидуально осознанной мотивации собственной деятельности. При этом личностные изменения старшеклассников происходят как за счет развития математической культуры и мышления, так и за счет формирования приемов самоконтроля, самоопределения и умений целеполагания.

На основе сформулированных положений с учетом проекций ролевых позиций прикладной направленности школьного курса математики на уровень познания, уровень учения и личностный уровень (таблицы 1, 2 и 3) выделим функции прикладных задач школьного курса математики в условиях профилизации старшеклассников:

- формирование мировоззрения;
- формирование методологической грамотности;
- формирование умения решений задач, связанных с определенными профессиональными ситуациями, бытом;
- формирование и развитие исследовательских и творческих умений;
- развитие психофизиологических качеств и помочь в решении психофизиологических проблем учащихся;

- формирование предметных представлений и узкоматематических умений, требуемых для осуществления определенной деятельности в рамках осознанной необходимости (то есть при условии, что у учащихся формируется понимание, в каких случаях им понадобятся умения выполнения приобретаемых действий);
  - формирование приемов мыслительной деятельности;
  - развитие познавательных умений;
  - развитие коммуникативных умений;
  - развитие рефлексивных умений (в том числе умений самодиагностики).

Сформулированные функции в различных комбинациях могут быть присущи как одной задаче, так и разным совокупностям практико-ориентированных задач (по единству математической модели, по сюжету и др.). Но на наш взгляд указанные функции будут проявляться намного эффективнее в композициях прикладных задач с другими дидактическими единицами школьного курса математики (понятиями, законами, теоремами и др.) в интегрированных курсах, обладающих эмоционально-ценностной ориентацией.

Обобщая сказанное, в таблице 4 представим связь практико-ориентированных задач школьного курса математики со сформулированными принципами (КДП), выделяя при этом средства реализации комплекса дидактических принципов в процессе организации деятельности учащихся с практико-ориентированными задачами.

Таблица 4 – Цель использования практико-ориентированных задач школьного курса математики в условиях профильного обучения при реализации комплекса дидактических принципов

Принципы реализации прикладной направленности	Цель использования практико-ориентированных задач школьного курса математики	Средства реализации принципов в процессе организации деятельности учащихся с практико-ориентированными задачами
Принцип методологической преемственности	Формирование мировоззрения, понимания познаваемости окружающего мира средствами математики	Дидактическая система задач, формулировка выводов и практико-ориентированных задач
Принцип содержательной преемственности	Формирование умения выделять, формулировать и решать значимые для учащихся практико-ориентированные задачи	Содержание (сюжетное и математическое) прикладных и практических задач, выделение и осуществление этапов решения практико-ориентированных задач
Принцип методической преемственности	Формирование действий, составляющих умение формулировать и решать практико-ориентированные задачи	Система задач, обладающая свойством структурной полноты, учебные задания к прикладным задачам, выделение и осуществление этапов решения и приемов формулировки прикладных задач
Принцип дифференциации и индивидуализации	Развитие знаний, умений и мышления учащихся, формирование приемов творческой и исследовательской деятельности с учетом личностно-ориентированного подхода	Дидактическая система задач, содержание (сюжетное и математическое) прикладных и практических задач, учебные задания к практико-ориентированным задачам, в том числе задание на индивидуальное составление (выбор, подбор) совокупности практико-ориентированных задач

Проиллюстрируем использование практико-ориентированных задач школьного курса математики в условиях профильного обучения при реализации прикладной направленности (согласно построенной модели (рис. 2)) аннотированными программами профильного курса «Производная в физике и технике». Задачи на экстремум», адресованного учащимся физико-математического профиля и элективного курса «Избранные математические заметки Д. И. Менделеева», адресованного старшеклассникам различных профилей (в том числе, социально-гуманитарного и химико-технологического).

Профильный курс «Производная в физике и технике. Задачи на экстремум» для учащихся физико-математического профиля.

Цели: *образовательная* – формирование межпредметных знаний и умений, закрепление знаний и умений по теме «Производная»;

*развивающая* – развитие мыслительных действий обобщения, анализа и систематизации, развитие воображения и творческих умений;

*воспитывающая* - воспитание познавательной культуры.

Задачи:

1)решение прикладных задач из физики и техники;

2)на основе анализа решения и обобщения результатов формулировка выводов практического характера;

3)составление ситуаций, исследуемых с помощью результатов решенных задач.

Аннотированный план содержания:

1. Занятия-практикумы по решению практико-ориентированных задач на экстремум.

2. Работа по анализу решения выбранных задач для формулировки практических выводов.

3. Семинар по обсуждению предложенных (подобранных и составленных) учащимися задач.

Примерная совокупность практико-ориентированных задач для практических занятий.

Задача 1.

Материальная точка совершает прямолинейное движение по закону  $S(t) = 5t + 2t^2 - \frac{2}{3}t^3$ ,  $S$  – путь в метрах,  $t$  – время в секундах. В какой момент времени  $t$  скорость движения будет наибольшей, и каково числовое значение этой наибольшей скорости?

Задача 2.

Установлено, что энергия, выделяемая электрическим элементом, определяется по формуле  $W = \frac{E^2 R}{(r + R)^2}$ , где  $E$  – электродвижущая сила элемента,  $r$  – внутреннее сопротивление,  $R$  – внешнее сопротивление. Каким должно быть сопротивление цепи, чтобы выделяемая элементом энергия  $W$  была наибольшей?

Задача 3.

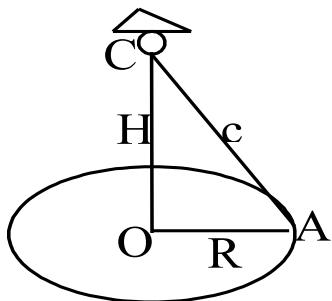
Составляется электрическая цепь из двух параллельно соединённых сопротивлений. При каком соотношении между этими сопротивлениями сопротивление всей цепи максимально, если при последовательном соединении этих сопротивлений оно равно  $R$ ?

Задача 4.

Электронагревательный прибор потребляет мощность от источника тока, э.д.с. которого равна  $E$ , а внутреннее сопротивление и сопротивление подводящих проводов в сумме рав-

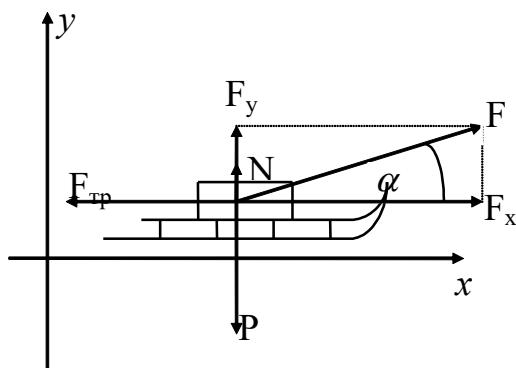
ны  $r$ . Какое сопротивление  $R$  должен иметь прибор, чтобы в нем выделялась максимальная мощность?

Задача 5.



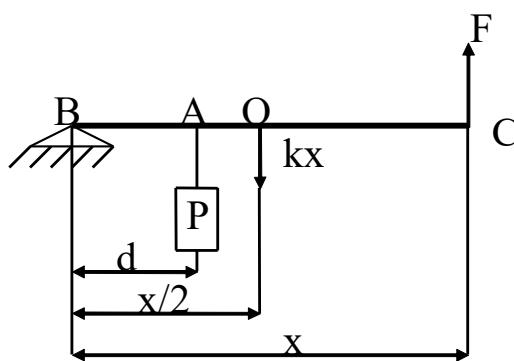
Лампа висит над центром круглого стола радиуса  $R$ . При какой высоте лампы над столом освещённость предмета, лежащего на краю стола, будет наилучшей (освещённость прямо пропорциональна косинусу угла падения лучей света и обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника света)?

Задача 6.



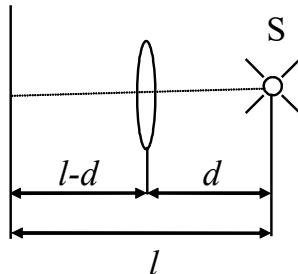
Нагруженные сани движутся по горизонтальной поверхности под действием силы  $F$ , приложенной к центру тяжести. Какой угол  $\alpha$  должна составлять линия действия силы  $F$  с горизонтом, чтобы равномерное движение саней происходило под действием наименьшей силы? Коэффициент трения саней о снег равен  $k$ .

Задача 7.



В точке  $A$  прямолинейного рычага второго рода, находящейся на расстоянии  $d$  сантиметров от его точки опоры, подвешен груз  $P$  килограммов. Собственный вес рычага составляет  $k$  килограммов на каждый сантиметр его длины. Какой длины должен быть этот рычаг, чтобы сила  $F$ , приложенная к его другому концу и уравновешивающая груз и собственный вес рычага, имела наименьшую величину?

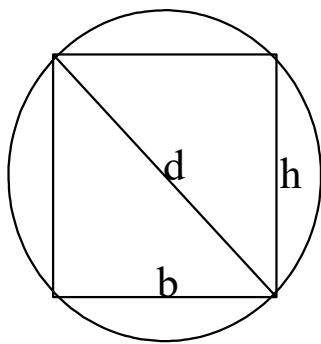
Задача 8.



Между экраном и расположенной на расстоянии  $l$  от него светящейся точкой требуется поместить собирающую линзу, чтобы получить на экране изображение этой точки. Определите наибольшее допустимое для этой цели фокусное расстояние линзы и соответствующее расстояние линзы от светящейся точки.

### Задача 9.

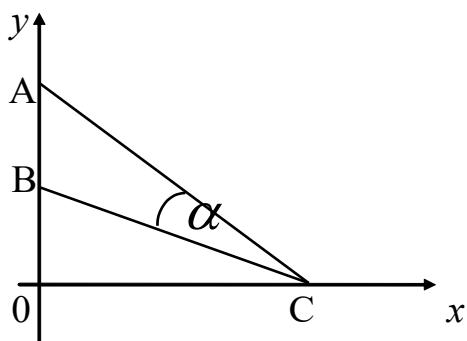
Известно, что прочность балки  $T$  с прямоугольным сечением вычисляется по формуле  $T = k \cdot b \cdot h^2$ , где  $b$  - ширина и  $h$  - высота балки.



а) Каковы должны быть размеры сечения балки наибольшей прочности, если балка выпилена из круглого бревна данного диаметра  $d = 60$  см. Как выбрать  $b$  и  $h$ ? Вычислите отношение  $h:b$ .

б) Для прогиба  $d$  балки длины  $l$ , ширины  $b$  и высоты  $h$  с нагрузкой  $L$  имеем  $d = c \cdot L \cdot \frac{l^3}{h^3 b}$ . Как изменится прогиб, когда  $l, h$  и  $b$  удвоются?

### Задача 10.



На стене висит картина. Нижний конец её на 75 см, а верхний на 3 м выше глаз наблюдателя. На каком расстоянии от стены должен встать наблюдатель, чтобы рассмотреть картину под наибольшим углом?

Учебные задания для решения образовательной задачи 2:

а) провести анализ решения задачи 8 с целью формулировки выводов и обобщений.

б) провести анализ решения задач 5 и 6 с целью формулировок практических выводов (например, для задачи 6: когда необходимо везти груз на санях по дороги с большим коэффициентом трения, нужно тянуть сани за короткую веревку, если коэффициент трения мал, веревка должна быть длинной).

Элективный курс «Избранные математические заметки Д. И. Менделеева» для учащихся естественно-научного профиля (физико-математического, химико-биологического), а также учащихся, выбравших профиль без вариативного математического блока (например, исторического).

Цели элективного курса:

*образовательная* – формирование понимания применения аппарата математического анализа для решения задач и умений вычислять площадь криволинейной трапеции и площадей фигур, ограниченных линиями;

*развивающая* – развитие мыслительных действий сравнения, аналогии, развитие комбинаторного мышления;

*воспитывающая* – воспитание общей культуры, интереса к познанию.

Задачи курса:

1) представление материалов о личности Д. И. Менделеева, его научной, государственной деятельности и личной жизни, прикладном значении исследований Д. И. Менделеева для метрологии и промышленности, создании и практической значимости периодической таблицы химических элементов;

2) работа с леммой о квадратуре параболы второго порядка;

3) работа с прикладными задачами (нахождение площадей криволинейных трапеций, нахождение площадей фигур, ограниченных линиями);

4) постановка и выполнение индивидуальных заданий.

Аннотированный план содержания:

1. Организационное занятие (ознакомление учащихся с учебным содержанием, учебными задачами; выбор докладчиков для проведения следующего занятия, консультация по подбору литературы и подготовке докладов).

2. Биографические данные о жизни и научном творчестве Д. И. Менделеева. Создание периодической таблицы химических элементов. Работа Д. И. Менделеева на посту ученого хранителя Главной палаты мер и весов (с 1892 г.). Д. И. Менделеев – представитель русской интеллигенции 2-й половины XIX века в России (сообщения учащихся).

Учебные задания:

- а) конспектирование материала,
- б) составление плана конспекта с разбиением его на части и самостоятельное озаглавливание полученных частей,
- в) дополнение представленного материала.

3. Работа с теоремой «О площади (квадратуре) параболы второго порядка» (publ. 1895 г.).

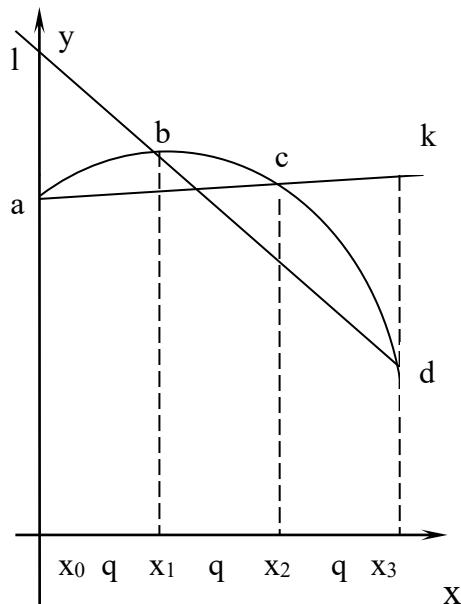
Учебные задания: а) разбор и доказательство «Леммы, относящейся к площади (квадратуре) параболы второго порядка  $y = A + Bx + Cx^2$ »:

Плоскость  $x_0abcdx_3$ , ограниченная осью абсцисс, двумя ординатами и частью параболы  $y = A + Bx + Cx^2$ , равняется плоскости трапеции  $x_0bdx_3$ , ограниченной, вместо параболы, прямую, проходящую через одну из крайних точек части параболы (через  $d$ ), и через другую точку параболы (через  $b$ ), ордината которой отстоит на  $2/3$  расстояния ординат крайних точек взятой параболы.

В формулировке леммы под «плоскостью» понимается площадь. Для доказательства начало координат переносится в точку  $x_0$ , а расстояние от  $x_0$  до  $x_3$  разбивается на три равные части, длины которых обозначены  $q$ .

В формулировке леммы под «плоскостью» понимается площадь. Для доказательства начало координат переносится в

точку  $x_0$ , а расстояние от  $x_0$  до  $x_3$  разбивается на три равные части, длины которых обозначены  $q$ .



Искомая величина вычисляется аналитически по формуле Ньютона-Лейбница  $S = \int_0^{3q} y dx$ .

С использованием этой же формулы вычисляется площадь трапеции  $x_0ackx_3$ . Далее эта площадь вычисляется геометрически на основании теоремы: площадь трапеции равна полусумме параллельных сторон ( $ax_0, kx_3$ ), умноженной на их расстояние по перпендикуляру ( $x_3 - x_0 = 3q$ ).

Проведенные вычисления показывают, что площадь трапеции  $x_0ackx_3$  равна площади, ограниченной параболою  $x_0bcdx_3$ . (1)

Аналогично показывается, что площадь трапеции  $x_0lbdx_3$  равна площади трапеции, ограниченной параболою  $x_0bcdx_3$ . (2)

Учебные задания:

а) доказать лемму (совместная деятельность учителя и учащихся в случае (1) и самостоятельная деятельность учащихся, при необходимости на основе образца (1) для случая (2)),

6) сформулировать теорему в обобщенном виде с выделением предмета обобщения и сравнить с формулировкой, приведенной Д. И. Менделеевым.

4. Составление и решение практико-ориентированных задач (практикум).

Учебные задания:

а) сформулировать всевозможные задачи, в том числе задачи на нахождение площадей фигур, ограниченных линиями;

б) решить (по выбору) несколько из сформулированных задач;

в) составить проект собственного домашнего задания.

5. Презентация результатов индивидуальных домашних заданий.

Учебные задания:

а) представить материалы индивидуального домашнего задания;

б) определить сферу профессионального применения представленных материалов.

## **Выводы по главе 1**

1. Анализ нормативных документов Правительства Российской Федерации, психолого-педагогической и методической литературы по теме исследования позволил уточнить определение прикладной направленности школьного курса математики в процессе реализации профильной подготовки учащихся. Согласно современным целям образования в исследовании на педагогическом уровне принимается следующее определение прикладной направленности школьного курса математики: ориентация содержания и образовательной деятельности на подготовку учащихся к использованию математических знаний и умений, специфических мыслительных действий и индивидуальных качеств личности в дальнейшей профессиональной деятельности, при продолжении образования и самообразования, в жизни.

2. Перевод индивида в системе профильного становления из объекта образования в самообразующийся субъект определяет значимость прикладной направленности школьного курса математики в следующих компонентах профессиональной подготовки:

- познавательная деятельность (на основе методологической составляющей, предметного содержания, языковых средств математики, мыслетехники);
- учебная деятельность (на основе саморегуляции деятельности и мыслетехники);
- предметная деятельность (на основе содержания, языковых средств математики, мыслетехники);
- профессиональная деятельность (на основе предметного содержания, языковых средств математики, мыслетехники).

3. Реализацию прикладной направленности школьного курса математики в условиях профилизации обучения как этапа профессионального становления индивида следует строить с опорой на следующие принципы:

- принцип методологической преемственности,
- принцип методической преемственности,
- принцип содержательной преемственности,
- принцип дифференциации и индивидуализации.

4. В соответствии с целями профильного обучения, реализация прикладной направленности должна строиться с учетом структуры содержания курса математики базисного учебного плана (БУП), которое включает логико-формирующий блок, языковой блок, блок узко-предметных знаний и блок предметного содержания, обладающего «эмоционально-ценостной ориентацией».

5. В качестве основного средства реализации прикладной направленности школьного курса математики выступает практико-ориентированная задача. Эта задача имеет широкий спектр познавательных, учебных и развивающих функций, которые наиболее эффективно проявляются на совокупности

этих задач или в комбинации практико-ориентированной задачи (практико-ориентированных задач) с другими дидактическими единицами школьного курса математики.

# **ГЛАВА II. ТЕХНОЛОГИЯ ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ РЕШЕНИЮ ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ КАК СРЕДСТВО РЕАЛИЗАЦИИ ПРИКЛАДНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ В СИСТЕМЕ ПРОФИЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ**

На основе сопоставления принципов технологии деятельностного подхода (ТДП) с существенными контентами и принципами реализации «прикладной направленности школьного курса математики» в системе профильного обучения, а также учете функций практико-ориентированных задач доказана возможность разработки приемов учебных действий для формирования умений учащихся решать и формулировать практико-ориентированные задачи в ТДП, разработана технология деятельностного подхода для уровневого формирования умений решать и формулировать практико-ориентированные задачи для учащихся физико-математического профиля (на примере тем «Производная» и «Первообразная и интеграл»), представлена совокупность заданий для диагностики уровней умения решать и умения формулировать практико-ориентированные задачи.

## **2.1 Технология деятельностного подхода для формирования умения старшеклассников решать и формулировать практико-ориентированные задачи в курсе математики профильной школы**

Построение процесса обучения учащихся решению практико-ориентированных задач школьного курса математики на основе разработанной в 1.3 модели проекции реализации прикладной направленности школьного курса математики на

структуре содержания БУП обуславливает необходимость разработки и включения специальных приемов и методов, способствующих формированию затребованных *пониманий, знаний и умений*. При этом наполнение содержания выделенных «целевых категорий» (в терминологии О. Б. Епишевой) определяется необходимостью постановки учебных заданий к практико-ориентированным задачам школьного курса математики для обеспечения возможности индивидуального развития каждого учащегося в процессе профессионально ориентированной *деятельности*.

Современный этап развития методической науки в качестве основного требования к отбору и конструированию совокупности приемов и методов выделяет значимость определенной ее «целостности и последовательности» [33, с. 6], обеспечивающей достижение необходимого результата, который имеет вероятностный прогнозируемый характер (В. П. Беспалько, Н. В. Кларин, В. Г. Селевко и др.). В указанном смысле образовательная *технология* как «система методов, обеспечивающая гарантированное достижение целей для выбранного контингента учащихся» [22, с. 86] наделена следующими чертами [33]:

- разработанность под конкретный замысел, имеющий формулу конкретного ожидаемого результата;
- функционирование при учете взаимной деятельности учителя и учащихся, с учетом принципа индивидуализации;
- выстраивание цепочки действий в строгом соответствии с поставленной целью при гарантии всем школьникам достижения Государственного Стандарта образования;
- воспроизводимость любым учителем с учетом его авторского почерка;
- наличие диагностирующих процедур, содержащих инструменты, критерии, показатели измерения результатов функционирования отвечает сформулированному требованию.

Сказанное определяет значимость построения технологии для обеспечения эффективного формирования у учащихся умения решать и формулировать практико-ориентированные задачи школьного курса математики как средства реализации прикладной направленности и концептуальный выбор *деятельностного подхода* для построения этой технологии.

При этом возможность «погружения» разрабатываемой технологии в рамки деятельностного подхода может быть выделена на основе соотнесения определения и функций прикладных задач школьного курса математики с принципами технологии деятельностного подхода.

Рассмотрим это соотнесение с каждым принципом системы ТДП, сформулированным О. Б. Епишевой [14, с. 55-56]:

1. Принцип человеческих приоритетов.

Сущность принципа состоит в том, чтобы подчинить систему обучения реальным потребностям, интересам и возможностям обучающихся.

Введение в процесс обучения математики практико-ориентированных задач с различной предметной линией сюжета при постановке разноуровневых учебных заданий как во внутрипрофильной подготовке, так и в системе разнопрофильной подготовки учащихся позволяет сделать обучение личностно-ориентированным, объединяя фактически два принципа – гуманизации и природосообразности.

2. Принцип целостности (системности).

Сущность принципа состоит в том, что процесс обучения должен обладать единством и взаимосвязанностью входящих в него сложных компонентов - условий, обеспечивающих его эффективность.

В контексте нашего исследования практико-ориентированные задачи выполняют роль основного средства реализации прикладной направленности школьного курса математики, которая рассматривается в системе профессионального становления

индивидуа (рис.1) и проявляется в ней через принципы методологической, содержательной и методической преемственности.

3. Принцип личностно деятельностного подхода к обучению.

Сущность принципа – ученик должен учиться сам, а учитель – включать ученика в деятельность, соответствующую зоне его ближайшего развития.

Возможность варьирования сюжетов и учебных заданий к практико-ориентированным задачам школьного курса математики для организации познавательной, учебной, предметной деятельности и развития мышления позволяет организовать деятельность учащихся по самообразованию и саморазвитию.

4. Принцип дидактического кольца, образующегося в результате стремления соединить в процессе обучения два мира – «внешний» и «внутренний». Сущность принципа раскрывается на разных уровнях:

- на содержательном уровне – как совмещение системы содержания образования и структуры личности;
- на уровне целеполагания – как совмещение целей усвоения содержания и развития ученика, целей ученика и учителя;
- на процессуальном уровне – как совмещение различных взаимодействующих видов самостоятельной учебной деятельности учащихся и формирование этой деятельности учителем;
- на технологическом уровне – как совмещение «поля» учебной деятельности ученика и «поля» управляющей деятельности учителя для проектирования учебного процесса.

Основная цель введения практико-ориентированных задач заключается в стремлении сблизить в процессе обучения потребности общества в высококвалифицированных кадрах и желание каждого учащегося реализовать себя во взрослой жизни как личность, то есть соединить два мира, существующих по своим законам и нормам – «мир, окружающий нас, и внутренний мир каждого учащегося» (Д. Г. Левитес).

## 5. Принцип открытости и саморазвития системы.

Сущность принципа - технология должна быть динамичной, открытой и гибкой.

Именно этот принцип позволяет «принимать» в рассматриваемую технологию видовые отличия, диктуемые изменением образовательного заказа, в частности, профилизацию образования.

Практико-ориентированные задачи как средство реализации прикладной направленности школьного курса математики, выполняющие функцию «воссоединения» содержания предметного образования с профессиональной деятельностью и жизнью, устанавливают диалектическую связь педагогической системы с практикой. Развитие новых направлений в науке и производстве естественным образом может быть отражено в сюжетной и предметной коллизии практико-ориентированной задачи.

## 6. Принцип непрерывности.

Сущность – построенная технология должна реализовываться на всех ступенях обучения, в классах разных профилей.

Построенная модель (рис. 2), рассматривает реализацию прикладной направленности школьного курса математики для учащихся всех профилей БУПа и определяет, тем самым, значимость средств реализации прикладной направленности (в том числе – практико-ориентированную задачу) как необходимое условие и свойство протекания процесса образования человека в целом. Сформулированные принципы методологической, содержательной и методической преемственности определяют возможность кооперации образования старшей ступени школы, средне-специальных учебных заведений, вузов в социально-педагогической системе профессионального становления индивида (рис.1).

## 7. Принцип технологичности обучения.

Сущность принципа – спроектировать обучение в виде последовательности процедур, направленных на гарантирован-

ванное достижение диагностично поставленных целей и обеспечивающих его оптимизацию.

Выделение схемы решения практико-ориентированной задачи (рис. 3) и этапов мыслительных действий, используемых для ее решения (рис. 5), позволяют представить обучение учащихся решению и формулировке практико-ориентированных задач в виде технологического процесса.

Проведенное сопоставление, обосновывая совместимость и возможность «погружения» процесса решения практико-ориентированных задач как средства реализации прикладной направленности школьного курса математики в системе профильного обучения старшеклассников в ТДП, определяет их двуединую роль (термин Е. И. Лященко). С одной стороны – практико-ориентированные задачи выступают как средство реализации прикладной направленности школьного курса математики, с другой – являются целью обучения. При этом, учет использования практико-ориентированных задач школьного курса математики в условиях профильного обучения при реализации комплекса дидактических принципов (таб.4) выделяет важнейшее необходимое условие функционирования технологии обучения решению этих задач – специальную разработку методов обучения, понимаемых как способы деятельности ученика и учителя, направленных на одновременное формирование у учащихся умения формулировать и решать практико-ориентированные задачи.

Этап формулировки задач как этап решения рассмотрен в работах П. М. Эрдниева [64] в контексте теории укрупнения дидактических единиц. В качестве основной формы упражнения для обучения учащихся формулировать обратные задачи П. М. Эрдниев предлагает многокомпонентные упражнения:

- 1) решение готовой задачи;
- 2) составление обратной задачи и ее решение;
- 3) составление аналогичной задачи и ее решение;

4) составление задачи по некоторым элементам общим с исходной;

5) составление и решение задачи, обобщенной по тем или иным параметрам с исходной.

Выделенные учебные задания дополняют и конкретизируют цели обучения учащихся решению практико-ориентированных задач, при включении в решение этапа формулировки (составления) задачи.

В концепции деятельностного подхода («от ученика») проектирование траектории деятельности обучающегося проводится с помощью *перевода* целей образования, содержания обучения, методов овладения самостоятельной учебной деятельностью и процессами саморазвития «на язык действий учащихся» [14, с. 6]. Указанный перевод, составляя ядро технологии деятельностного подхода, определяет особенность выбора, конструирования и выстраивания совокупности методов обучения и формулировки учебных заданий для организации индивидуальной образовательной деятельности учащихся разных профильных траекторий. Согласно приведенному в работе определению, мыслетехника как категория, обладающая свойством индивидуальной рефлексии, способствует переводу процессуально-деятельностной составляющей профильного образования в предмет осмыслиения и исследования учащегося. Указанный фактор позволяет выделить связь между уровнями сформированности мыслетехники и уровнями «готовности» к формулировке и решению прикладных задач как совокупности *способностей к деятельности*, определяющих профессиональную компетенцию качества личности учащегося (Б. Г. Ананьев, К. К. Платонов, В. И. Ширинский).

Таким образом, в контексте нашего исследования содержанием образования в процессе решения практико-ориентированных задач становятся «не только специфические

знания и умения, но и различные виды учебной деятельности, ...рациональные способы усвоения знаний» [Там же, с.4].

В рамках приведенных принципов реализации прикладной направленности школьного курса математики рассмотрим перевод умения формулировать практико-ориентированные задачи «на язык действий учащихся». Выбор совокупности способностей для формирования умения формулировать практико-ориентированные задачи опирается в нашем исследовании на следующие основания:

1. Способности должны обеспечивать

– реализацию познавательной деятельности, то есть составлять ядро для выполнения интеллектуальных действий (А. В. Усова),

– процедуру совершенствования учащимся знаний и умений на уровне «внутрисистемных» и «межсистемных ассоциаций» (Ю. А. Самарин);

2. Элементы совокупности способностей, определяющих умение формулировать и решать практико-ориентированные задачи, должны быть затребованы процессом развития индивида в системе профессионального становления (рис.1).

Сформулированные основания определяют совокупность способностей, характеризующих умение формулировать практико-ориентированные задачи, состоящую из следующих элементов:

– *анализ* как мыслительное действие мыслетехники по расчленению объекта на составляющие его части;

– *синтез* как мыслительное действие по соединению в единое целое частей или свойств объекта;

– *систематизация* как мыслительное действие, в процессе которого между изучаемыми объектами (компонентами знаний, умений) устанавливаются отношения и связи (например, иерархическая последовательность) на основе выбранного принципа. К систематизации приводить не только установлен-

ние причинно-следственных связей между изучаемыми фактами, но и выделение основных единиц материала, что позволяет рассматривать каждый конкретный объект как часть целой системы. Наиболее распространенными видами систематизации в школьном курсе являются классификация и типизация, когда в сознании ученика в рамках предметного материала происходит распределение объектов по группам при установлении сходства и (или) различия между ними по указанному принципу.

– *обобщение* как мыслительное действие, связанное с выделением определенного общего (существенного) в единичном, а также интегрированием общего для образования нового. В психологической литературе выделяют несколько видов обобщений, основными из которых являются: обобщения от частного к общему и от общего к частному (по направлению мыслительной деятельности), формально-эмпирическое и теоретическое (по типу мышления), на уровнях понятий, системы понятий и на уровне теории (по уровню обобщения);

– *конкретизация* – как мыслительное действие, связанное с построением или рассмотрением изучаемых объектов в конкретных, особых, частных единичных случаях;

– *ограничение* – как мыслительное действие, связанное с выделением специфического, особого, единичного, присущего данному объекту.

– *расширение* – как познавательное умение, связанное с добавлением (принятием) к имеющемуся запасу знаний и умений новых знаний и умений;

– *развитие* – как познавательное умение, в процессе которого происходит наделение мыслительных операций «свойством обратимости» (Ж. Пиаже). Обратимость мыслительного действия означает его круговое замыкание, то есть сформированность умения выполнять обратное мыслительное действия к выделенному прямому мыслительному действию;

– *углубление* – как познавательное умение, входящее в состав мыслетехники, в процессе которого известные компоненты в новые связи (редкие, сложные, специфические).

На языке «действий учащихся» (в концепции технологии деятельностного подхода) выделенные элементы мыслительных действий и познавательных умений формулируются нами через результаты обучения и представляются в следующем *переводе*:

- анализ
- выделение (объявление) сущности (цели) разбиения;
- выделение всех составляющих частей (элементов) целого;
- синтез
- выделение (объявление) цели соединения;
- выделение элементов соединения;
- установление связи между элементами как составляющими целое;
- соединение элементов в единое целое;
- комбинация элементов в другое (видоизмененное) целое при объявлении (формулировке) новой цели соединения;
- систематизация
- выделение совокупности элементов для систематизации;
- установление (объявление) принципа систематизации;
- установление систематизирующей связи между элементами совокупности;
- достраивание (при необходимости) недостающих элементов совокупности;
- структурирование совокупности на основе системообразующего принципа;
- обобщение
- выделение совокупности элементов для обобщения;
- установление (объявление) общего;

- выявление установленного общего в каждом элементе совокупности (рассмотрение каждого элемента совокупности с точки зрения выделенного общего);
- дополнение (при необходимости) элементов совокупности новыми, обладающими выделенным общим;
  - расширение
  - выделение основного материала;
  - выделение (указание) целей (направления) дополнения;
  - выделение (подбор) дополнительного материала;
  - конкретизация
  - выделение возможных частных (единичных, особых) случаев;
  - построение или рассмотрение объектов, подводимых (соответствующих) под выделенные случаи;
  - ограничение
  - формулировка (указание) распространяемой сущности (свойства);
    - выделение специфического, особого, присущего рассматриваемому объекту;
    - соотнесение распространяемой сущности с выделенной особенностью, специфичностью объекта;
  - развитие
  - выделение состава знания или умения;
  - выделение (указание) существа «обратимости» в составе знания или умения;
  - наделение состава знания или умения свойством обратимости согласно выделенному (указанному) существу;
  - углубление
  - выделение основных знаний или умений;
  - выделение (формирование) дополнительных знаний или умений;
  - установление сущности (направления) сочетания основных и дополнительных знаний или умений;

– включение основных знаний или умений в новые связи с использованием дополнительного материала в направлении выделенной сущности.

Представленный перевод составляет способ проектирования целей обучения и дает возможность учителю и учащемуся выстраивать индивидуальную траекторию обучения и развития, при четкой диагностике и самодиагностике успешности личного продвижения.

Сформированность описанных действий и умений, входящих в совокупность способностей, определяющей умение учащихся формулировать практико-ориентированные задачи, дает возможность каждому индивиду в системе профильного обучения переходить от образования к самообразованию, от развития к саморазвитию, от воспитания к самовоспитанию. Указанная возможность способствует наделению ученика умением определять смысл своей профессиональной деятельности и оценивать свои возможности в ее овладении, определяя, таким образом, решение проблемы, связанной с совершенствованием профессиональных умений и социальной защищенностью специалистов на современном рынке труда.

## **2.2 Технология обучения учащихся физико-математического профиля решению практико-ориентированных задач как средство реализации прикладной направленности школьного курса математики**

Исходя из принятого в концепции ТДП определения «умения» как «выполнения действий, составляющих прием учебной деятельности, под активным контролем внимания» [14, с. 93] и описания элементов совокупности способностей, составляющих умение учащегося формулировать практико-ориентированные задачи, для формулировки методов обучения учащихся решению практико-ориентированных задач в техно-

логии деятельностного подхода выделим уровни сформированности умения формулировать практико-ориентированные задачи, соответствующие этапам становления рефлексии учебно-познавательных действий.

Первый уровень – *операционный*, характеризуется сформированностью у учащихся умения выполнять на предметном материале конкретный вид или отдельное действие как компонент конкретного вида прикладной деятельности.

На операционном уровне ученик выполняет конкретную мыслительную деятельность или предметный прием на основе сформированного образца. При этом он осознает (а, значит, контролирует) только правильность выполнения операции, без соотнесения выполненных действий с их значимостью для собственного развития в предметном, профессиональном и личностном планах.

Второй уровень – *технический* (технологичный), характеризуется тем, что сформированность деятельности на предметной области обладает свойством «обратимости».

На втором уровне учащийся самостоятельно, без образца может составить рациональную (в том числе и измененную) последовательность действий для осуществления конкретной операции (действия) при выполнении на каждом шаге последовательности обратного хода и провести самоконтроль правильности выполняемых действий (приемов).

Третий уровень – *функциональный*, характеризуется пониманием необходимости применения и сферы переноса предметных и мыслительных действий.

На третьем уровне учащийся самостоятельно отвечает на вопросы «Зачем, почему мне нужна такая деятельность?», диагностирует успешность осуществления профессиональной образовательной деятельности, осмысливает результаты собственного продвижения.

При этом иерархия действий, составляющих каждый уровень, выстраивается на основе теории поэтапного формирования умственных действий П. Я. Гальперина [64], согласно результатам, представлены в таб. 5.

Таблица 5 – Соответствие уровней умений учащихся формулировать практико-ориентированные задачи и этапов формирования умственных действий (по П. Я. Гальперину)

Этапы формирования умственных действий (психологическая система П. Я. Гальперина)	Уровни умения решать и формулировать практико-ориентированные задачи в школьном курсе математики
1) мотивационная основа действия	внешняя мотивация – операционный, внутренняя мотивация – обобщенный
2) ориентировочная основа действий	Операциональный
3) формирование действия в материальной (материализованной) форме	Операциональный
4) громкая социализированная речь	Операциональный
5) формирование действия во «внешней» речи про себя	Технологичный
6) «скрытая» речь (перевод действия в «чистую» мысль)	Обобщенный

Для учащихся физико-математического профиля, согласно основным позициям Концепции профильного обучения, значимо формирование умения формулировать практико-ориентированные задачи на функциональном уровне. Этот уровень является высшим уровнем приведенной иерархии. Сформулированное положение определяет выделение значи-

мых функций практико-ориентированных задач для указанного профиля:

- формирование умений решать задачи профессионального и жизненного плана;
- формирование и развитие исследовательских и творческих умений;
- формирование приемов мыслительной деятельности;
- развитие рефлексивных умений;
- формирование предметных умений.

Сформированность умения формулировать практико-ориентированные задачи на функциональном уровне определяется поэтапным проведением учащихся через операционный и технологичный уровни.

Таким образом, организация деятельности учащихся по решению задач, включающая этап формулировки практико-ориентированной задачи, предполагает, с нашей точки зрения, уровневое формирование у учащихся как умений решать прикладные задачи (в соответствии с теорией усвоения учебного материала В. П. Беспалько, выделившего для формирования умения решить задачи алгоритмический, эвристический и творческий уровни), так и формирование умения формулировать эти задачи на операционном, технологичном и функциональном уровнях.

Соотнесение выделенных уровней умения учащихся формулировать практико-ориентированные задачи с умениями решать эти задачи представим в виде таб. 6:

Таблица 6 – Соотнесение уровней умения решать практико-ориентированные задачи и уровней умения формулировать эти задачи для учащихся физико-математического профиля

Уровни умения решать практико-ориентированные задачи (по В.П.Беспалько)	Уровни умения формулировать практико-ориентированные задачи		
	Операционный	Технологичный	Функциональный
Алгоритмический	+		
Эвристический		+	
Творческий			+

Для обеспечения формирования умений учащихся физико-математического уровня решать и формулировать практико-ориентированные задачи в школьном курсе математики в технологии деятельностного подхода (согласно О. Б. Епишевой) необходимо описать каждый уровень в переводе на язык деятельности учащихся по указанным в 2.1 действиям.

При выстраивании состава операциональных действий учащихся для формулировки заданий к практико-ориентированным задачам школьного курса математики в технологии деятельностного подхода будем опираться на уровень локальных ассоциаций стадии формирования знаний (согласно Ю. А. Самарину [47]), технологических – на уровень внутрисистемных ассоциаций, функциональных – на уровень внутрисистемных и межсистемных ассоциаций.

Результат перевода уровней умения решать практико-ориентированные задачи на язык предметных действий ученика, как составляющей части «метода обучения» [58, с. 318], представим в таб. 7.

Таблица 7 – Перевод уровней умения решать практико-ориентированные задачи на «язык действий учащихся» в технологии деятельностного подхода

Действия учащихся	Уровни сформированности умений (включающие умение формулировать) решать практико-ориентированные задачи		
	Алгоритмический	Эвристический	Творческий
1	2	3	4
Обобщение	1) формулирует (выделяет) сущность общего, 2) учащийся с помощью учителя или по образцу отличает общие и существенные свойства объектов от несущественных, 3) объединяет объекты с общими существенными свойствами в одно множество, используя конкретные свойства, 4) определяет словом, символом новый обобщенный объект или его свойство	1) учащийся знает и понимает составляющие действия деятельности, 2) понимает необходимость проведения каждого составляющего действия, 3) по указанию учителя применяет самостоятельно деятельность для выполнения учебной задачи,	1) учащийся понимает необходимость деятельности для решения конкретной учебной задачи, 2) применяет самостоятельно деятельность для достижения учебной цели, 3) осуществляет самодиагностику успешности выполненной деятельности,
Систематизация	1) формулирует основания систематизации, сущность связи между элементами системы, 2) учащийся имеет представление о системе изучаемого материала, 3) составляет группы объектов (понятий, их свойств, задач, правил), 4) разделяет весь изучаемый материал темы (раздела) на составные части	4) осуществляет под руководством учителя самоконтроль правильности выполненных действий	

*Продолжение таблицы 8*

1	2	3	4
Анализ	<p>1) учащийся с помощью учителя или по образцу разделяет изучаемый материал на составляющие части, объект на элементы,</p> <p>2) осознает структуру изучаемого материала, использует анализ для изучения учебного материала, решения практических задач</p>	осознает принципы организации учебного материала, его разделов из отдельных частей	<p>4) добывает новые знания, используя деятельность,</p> <p>5) понимает возможности данного вида деятельности</p>
Синтез	<p>1) учащийся с помощью учителя или по образцу комбинирует, соединяет элементы в единое целое (формулировки утверждений, план действий, свойства объекта и т.д.), выделяет (устанавливает) связи между ними,</p> <p>2) составляет план решения учебной задачи (план ответа, доклада, доказательства и т.д.)</p>	самостоятельно использует межпредметные и внутрипредметные знания и умения для решения новых проблем	<p>1) учащийся понимает необходимость деятельности для решения конкретной учебной задачи,</p> <p>2) применяет самостоятельно деятельность для достижения учебной цели,</p>
Конкретизация	<p>1) учащийся выделяет возможные частные (единичные, особые) случаи,</p> <p>2) рассматривает (простраивает) изучаемые объекты в конкретных (частных, особых, единичных) случаях,</p> <p>3) приводит примеры изучаемых абстрактных объектов и их свойств,</p>	самостоятельно интерпретирует абстрактные математические модели и операции	

*Продолжение таблицы 9*

1	2	3	4
Конкети- зация	4) находит способ конструирования объектов, иллюстрирующих данное понятие или свойство		
Классифи- кация	1) учащийся распределяет объекты по группам и подгруппам, 2) воспроизводит изученную классификацию объектов и их свойств, 3) под руководством учителя или по образцу относит единичные объекты и их свойства к соответствующему классу, используя свойства объектов	самостоятельно распределяет объекты и их свойства по группам и подгруппам	3) осуществляет самодиагностику успешности выполненной деятельности, 4) добывает новые знания, ис-
Сравнение	1) учащийся формулирует основания сравнения, 2) выделяет общие и различные, существенные и несущественные свойства объектов, 3) осознает структуру сравнения, устанавливает сходство и различие объектов по данному основанию	1) самостоятельно находит различные основания для сравнения, 2) выделяет адекватные основания для использования их в новых учебных заданиях	пользуя дея- тельность, 5) понимает возможности данного вида де- ятельности

*Продолжение таблицы 10*

1	2	3	4
Абстрагирование	<p>1) учащийся выделяет одни признаки (существенные) объекта и отвлекается от других (несущественных),</p> <p>2) понимает смысл понятий числа и фигуры,</p> <p>3) отвлекается от конкретных чисел и величин,</p> <p>4) понимает смысл буквенной и знаковой символики</p>	<p>1) отвлекается от конкретных зависимостей,</p> <p>2) понимает смысл понятий «модель», «операция»</p>	
Углубление	<p>1) учащийся выделяет основные знания (умения),</p> <p>2) выделяет дополнительные знания (умения),</p> <p>3) под руководством учителя устанавливает сущность (направления) сочетания основных и дополнительных знаний или умений,</p> <p>4) включает основные знания или умения в новые связи с использованием дополнительного материала в направлении выделенной сущности</p>	<p>1) самостоятельно устанавливает последовательность (иерархию) при описании, оперировании, выполнении действий с углубленным материалом,</p> <p>2) выделяет сочетание материала, относящегося к разным локальным ассоциациям (темам, разделам)</p>	

*Продолжение таблицы 11*

1	2	3	4
Развитие	1) учащийся выделяет состав знания или умения, 2) выделяет (указывает) под руководством учителя или по образцу существо «обратимости» в составе знания или умения, 3) под руководством учителя выполняет действия по наделению состава знания или умения свойством обратимости согласно выделенному (указанному) существу	самостоятельно выделяет существо (свойство) обратимости и наделяет этим свойством состав новых знаний, умений	

На основании результатов, представленных в таблицах 6 и 7 в таблице 8 приведем примеры учебных заданий, направленных на формирование уровней умений формулировать и решать практико-ориентированные задачи школьного курса математики для учащихся, обучающихся на физико-математическом профиле.

Таблица 12 – Примеры учебных заданий для уровневого формирования умений решать и формулировать практико-ориентированные задачи в технологии деятельностного подхода

Действия учащегося	Уровни сформированности умений решать (включающие умение формулировать) практико-ориентированные задачи в школьном курсе математики		
	Алгоритмический	Эвристический	Творческий
1	2	3	4
Обобщение	<ul style="list-style-type: none"> <li>– на основе анализа и сравнения сформулировать общие и существенные свойства данных объектов;</li> <li>– объединить объекты с общими существенными свойствами в одно множество,</li> <li>- дать название полученному множеству,</li> <li>- сформулировать характеристическое свойство полученного множества объектов (определение нового понятия).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– раскрыть (сформулировать) последовательность действий для осуществления деятельности;</li> <li>– раскрыть сущность конкретного действия при осуществлении деятельности;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обосновать, почему в данной учебной ситуации деятельность может привести к достижению учебной цели;</li> <li>– охарактеризовать учебные ситуации, в которых применяется данная деятельность (ситуации, в которых применение этой</li> </ul>
Систематизация	<ul style="list-style-type: none"> <li>- выполнить классификацию объектов (понятий, свойств),</li> <li>- выделенные классы объединить в группы по сходству их характеристических признаков,</li> <li>- установить связи между классами,</li> <li>- изобразить полученную систему в виде схемы, таблицы.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– аргументировать, почему мы должны осуществлять определенную последовательность</li> </ul>	

*Продолжение таблицы 8*

1	2	3	4
Анализ	<ul style="list-style-type: none"> <li>- расчленить изучаемый объект на составные элементы (свойства, признаки, частные случаи),</li> <li>- исследовать отдельно каждый элемент,</li> <li>- включить изучаемый объект в связи и отношения с другими</li> </ul>		<p>деятельности не приведет к достижению поставленной учебной цели),</p>
Синтез	<ul style="list-style-type: none"> <li>- объединить свойства, полученные при анализе в единое целое,</li> <li>- составить план решения учебной задачи (план ответа, доклада, доказательства и т.д.)</li> </ul>	<p>действий в этом виде деятельности;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– обосновать, почему без какого-либо конкретного действия не осуществляется деятельность;</li> <li>– проверить правильность выполненного действия и деятельности в целом</li> </ul>	<p>– проверить правильность выполненной деятельности и, в случае необходимости, скорректировать свои действия при выполнении деятельности, убедиться в необходимости проведения самодиагностики;</p>
Конкретизация	<ul style="list-style-type: none"> <li>– выделить возможные частные (единичные, особые) случаи рассматриваемой ситуации (свойства объекта),</li> <li>– привести пример, иллюстрирующий абстрактное понятие (суждение, свойство), устно, с помощью схемы, рисунка, чертежа, модели</li> </ul>		
Классификация	<ul style="list-style-type: none"> <li>– изучить данные объекты, установить их существенные признаки;</li> <li>– сформулировать общие и различные свойства (признаки) объектов;</li> </ul>		

*Продолжение таблицы 8*

1	2	3	4
Классификация	<ul style="list-style-type: none"> <li>– выбрать основание классификации – признак, по которому она будет проводиться;</li> <li>– разделить по этому основанию все множество объектов на непересекающиеся классы;</li> <li>– назвать (описать) каждый класс объектов;</li> <li>– построить иерархическую классификационную схему, изобразить ее наглядно;</li> <li>– проверить правомерность классификации</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>– используя данную деятельность, получить новое (конкретное) знание по другой (аналогичной) теме</li> </ul>
Абстрагирование	<ul style="list-style-type: none"> <li>– разделить существенные и несущественные свойства данных объектов,</li> <li>– выделить их общие и различные свойства,</li> <li>– отделить существенные общие свойства,</li> <li>– отбросить несущественные различные свойства,</li> <li>– сформулировать полученное суждение об объектах с полученными свойствами</li> </ul>		
Сравнение	<ul style="list-style-type: none"> <li>– установить общие и существенные свойства объектов (отличительные признаки);</li> <li>– установить различные и несущественные свойства объектов (отличительные признаки);</li> <li>– сформулировать основание для сравнения</li> </ul>		

*Продолжение таблицы 8*

1	2	3	4
Сравнение	<p>(за данное или найденное среди существенных признаков объектов);</p> <ul style="list-style-type: none"><li>– сопоставить объекты по этому основанию, установить зависимости между ними;</li><li>– сформулировать вывод сравнения</li></ul>		

Создание условий для организации описанной деятельности учащихся в процессе работы с практико-ориентированной задачей, при выделении в решении этапа самостоятельной формулировки практико-ориентированной задачи, требует введения специальных дидактических единиц.

Для формирования умений учащихся формулировать практико-ориентированные задачи на операционном уровне нами предлагаются «алгоритмические задачи», на технологическом уровне – «оптимизационные задачи», а на функциональном уровне – «задачи прогноза» и «задачи-рецензии».

При решении алгоритмических задач необходимо выделение шагов предметных действий (преобразований) на основе известной (заданной) схемы.

Практико-ориентированные «оптимизационные задачи», как особый вид прикладных задач, содержат в условии необходимость выбора рационального пути достижения результата, определяя, в частности, необходимость применения знаний математических основ компьютерного моделирования.

Практико-ориентированные «задачи прогноза» – это особый вид практико-ориентированных задач, которые требуют от учащихся на основе интеграции выполнения определенных предметных и мыслительных действий формулировки прогноза некоторого события, приближенного к практической деятельности. Согласно М. И. Рагулиной, для постановки и решения таких задач необходимо использование численных методов решения и вероятностно-статистического подхода к компьютерной обработке экспериментальных данных.

Практико-ориентированные «задачи-рецензии» – это задачи, требующие оценки представленных или формулируемых суждений. В процессе решения таких задач (на этапе самостоятельной формулировки) возникает необходимость применения вероятностно-статистический подхода к обработке экспериментальных данных на компьютере.

С учетом сформулированных положений представим содержание этапов технологии формирования умений учащихся физико-математического профиля решать и формулировать практико-ориентированные задачи школьного курса математики.

*Первый этап.*

Цель: формирование умения решать практико-ориентированные задачи на алгоритмическом уровне и умения формулировать практико-ориентированные задачи на операционном уровне.

Дидактические средства – практико-ориентированные задачи на формирование действий, составляющих умение решения (алгоритмические задачи).

Уровень математических ассоциаций – локальный.

Опорные мыслительные действия и учебно-познавательные умения: анализ, синтез, сравнение, конкретизация, систематизация.

*Второй этап.*

Цель: формирование умения решать практико-ориентированные задачи на эвристическом уровне и умения формулировать эти задачи на технологичном уровне.

Дидактические средства – «оптимизационные задачи».

Уровень математических ассоциаций – внутрипредметный.

Опорные мыслительные действия и учебно-познавательные умения: анализ, синтез, сравнение, конкретизация, обобщение, систематизация, развитие, углубление, прогнозирование, выбор рационального приема (способа) деятельности.

*Третий этап.*

Цель: формирование умения решать практико-ориентированные задачи на творческом уровне и умения формулировать эти задачи на обобщенном уровне.

Уровень математических ассоциаций – межсистемный.

Дидактические средства – «задачи-прогноза» и «задачи-рецензии».

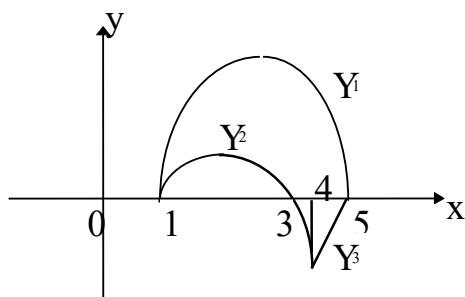
Опорные мыслительные действия и учебно-познавательные умения: анализ, синтез, сравнение, конкретизация, обобщение, развитие, углубление, расширение, систематизация, прогнозирование, выбор рационального приема (спосо-ба) деятельности, умение выдвигать гипотезы, умение проводить оценочные суждения.

В соответствии с приведенными результатами опишем организацию работы с задачным материалом, при изучении темы «Производная и интеграл» для формирования умения учащихся физико-математического профиля формулировать и решать прикладные задачи в школьном курсе математики на различных уровнях.

### Задача 1.1.

На рисунке изображена фигура, ограниченная линиями  $y_1 = -x^2 + 6x - 5$ ,  $y_2 = -x^2 + 4x - 3$  и  $y_3 = 3x - 15$ .

Найти площадь этой фигуры.



### Решение.

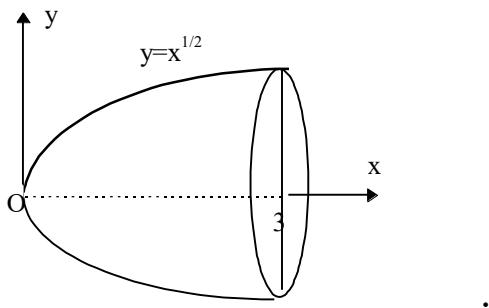
Найдем абсциссы точек пересечения данных парабол с осью  $0x$ . Для этого решим два уравнения  $-x^2 + 6x - 5 = 0$  и  $-x^2 + 4x - 3 = 0$ . Корнями первого уравнения являются числа  $x = 1, x = 5$ , а корнями второго уравнения являются числа  $x = 1, x = 3$ .

Для определения абсциссы точки пересечения  $y_2$  и  $y_3$  решим уравнение  $-x^2 + 4x - 3 = 3x - 15$ . Находим, что  $x_1 = -3, x_2 = 4$ , то есть  $x = 4$ . Вычислим площадь:

$$\begin{aligned} S &= \int_1^3 (-x^2 + 6x - 5) dx - \int_1^3 (-x^2 + 4x - 3) dx + \int_3^4 (x^2 - 4x + 3) dx + \int_4^3 (-3x + 15) dx = \\ &= \frac{28}{3} + \frac{4}{3} + \frac{3}{2} = \frac{73}{6}. \end{aligned}$$

Задача 1.2.

Найти объём тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями:  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 3$ .



Решение.

Вычислим объём полученного тела по формуле:

$$V = \pi \cdot \int_a^b [f(x)]^2 dx, \text{ где } S(x) = \pi \cdot f^2(x).$$

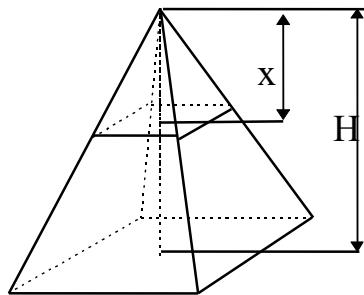
$$\text{Имеем } V = \pi \cdot \int_0^3 x dx = \pi \left[ \frac{1}{2} x^2 \right]_0^3 = \pi \left[ \frac{9}{2} - 0 \right] = \frac{9}{2} \pi,$$

то есть тело имеет объём около 14,14 кубических единиц.

Задача 1.3.

Вычислить объём пирамиды, площадь основания которой равна  $S$ , а высота  $H$ .

Решение.



Вычислим объём пирамиды по формуле:  $V = \int_a^b S(x)dx$ ,

где  $S(x)$  - площадь поперечного сечения.

$$\text{Так как } \frac{S(x)}{S} = \frac{x^2}{H^2} \Rightarrow S(x) = \frac{S}{H^2} x^2.$$

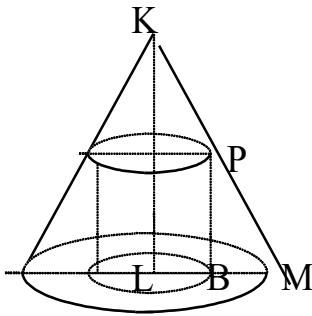
$$\text{Следовательно, } V = \int_0^H \frac{S}{H^2} x^2 dx = \frac{S}{H^2} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^H = \frac{1}{3} SH.$$

Учебные задания к задачам 1.1 – 1.3 для организации деятельности на операциональном уровне:

- 1) решить задачу,
- 2) сопоставить полученное решение с образцом (для этого выделить этапы в собственном решении и образце, сравнить их последовательности и результаты каждого этапа),
- 3) выделить (если есть) ошибки в собственном решении и исправить их.
- 4) составить аналогичную задачу с конкретными числовыми данными.

Задача 2.1.

Найти наибольший объем цилиндра, вписанного в конус.



Решение.

Пусть задан конус с высотой  $H$  и радиусом  $R$ . Обозначим через  $h$  высоту цилиндра и через  $r$  радиус основания цилиндра, вписанного в данный конус. Обозначим  $BM = x$ . Тогда

$$h = PB = x \cdot \operatorname{tg} KML = x \cdot \frac{H}{R} \quad \text{и}$$

$r = R - x$ . Объём цилиндра  $V$  равен  $\pi r^2 h$ . В нашем случае  $V(x) = \pi(R - x)^2 \frac{xH}{R}$ . Определим, при каком значении  $x$  объём цилиндра будет принимать наибольшее значение. Найдём производную  $V'(x)$ :

$$V'(x) = \frac{\pi H}{R} (R - x)^2 + \frac{\pi H}{R} x \cdot 2 \cdot (R - x)(-1) = \frac{\pi H}{R} (R - x)(R - x - 2x) =$$

$$= \frac{\pi H}{R} (R - x)(R - 3x). \text{ Следовательно, } V'(x) = 0 \text{ при } x = \frac{R}{3}$$

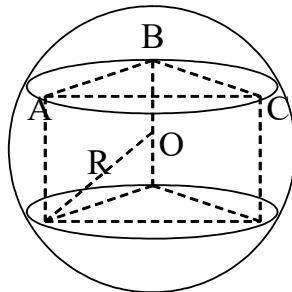
. При  $x < \frac{R}{3}$  производная  $V'(x) > 0$  и  $V'(x) < 0$  при  $x > \frac{R}{3}$ .

Следовательно, в точке  $x = \frac{R}{3}$  функция  $V(x)$  имеет максимум.

Так как  $x$  может меняться от нуля до  $R$ , причём  $V(0) = V(R) = 0$ , то число  $V\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{4}{27}\pi HR^2$  является наибольшим значением объёма вписанных цилинров.

## Задача 2.2.

В шар вписана правильная треугольная призма, в основании которой лежит правильный треугольник. Какой наибольший объем может иметь призма?



Решение.

Радиус шара обозначим  $R$ , длину стороны равностороннего треугольника —  $a$ , расстояние от центра шара до плоскости, содержащей основание призмы —  $h$ . Так как в основании призмы лежит правильный треугольник  $ABC$ , то его площадь

равна:  $S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ . Треугольник вписан в круг, тогда круг

имеет радиус, равный  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ . Если  $M$  — центр круга, то из тре-

угольника  $OAM$  выразим  $a$ . Имеем:  $\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + h^2 = R^2$ . Следо-

вательно,  $a = \sqrt{3 \cdot (R^2 - h^2)}$ . Находим объем призмы как функцию переменной  $h$ :

$$V_{\text{приз}}(h) = S_{ABC} \cdot 2h = 3(R^2 - h^2) \cdot 2h = 6R^2h - 6h^3, \text{ где } 0 < h < R.$$

Ищем критическую точку найденной функции:

$$V'_{\text{приз}}(h) = 6R^2 - 18h^2. \text{ Следовательно, } V'_{\text{приз}}(h) = 0 \text{ при } h_0 = \frac{R}{\sqrt{3}}. V''(h) = -36h, V''\left(\frac{R}{\sqrt{3}}\right) < 0. \text{ Очевидно, что при } h = h_0$$

функция имеет наибольшее значение. Получаем, что наиболь-

ший возможный объём рассматриваемых треугольных призм равен  $\frac{4R^3}{\sqrt{3}}$ .

Учебные задания для организации деятельности учащихся с задачами 2.1- 2.2 на технологическом уровне.

- 1) решить задачи,
- 2) самостоятельно составить и заполнить таблицу необходимых величин для нахождения отношения объемов пространственных фигур по образцу:

	Тела, содержащие в себе другие тела			
Тела, содержащиеся в других телах	Шар	Конус	Цилиндр	...
Шар				
Конус				
цилиндр				
...				

3) среди представленных в таблице ситуаций указать те, которые вы не встречали при решении задач,

4) составить аналогичную таблицу для решения задач на нахождение отношений площадей объемных фигур.

Задача 3.1.

Определите, при каких значениях  $a$  уравнение  $2x^3 - 3x^2 - 36x + a - 3 = 0$  имеет ровно два корня.

Решение.

Для решения представим данное уравнение в виде равенства двух функций  $2x^3 - 3x^2 - 36x - 3 = -a$ :

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x - 3 \text{ и } \varphi(x) = -a.$$

Представим данное уравнение в виде равенства двух функций  $2x^3 - 3x^2 - 36x - 3 = -a$ .  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x - 3$  и  $\varphi(x) = -a$ .

Исследуем функцию  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x - 3$  при помощи производной и построим схематически её график.

Функция дифференцируема при любом  $x \in \mathbb{R}$  как целая рациональная функция.

Функция не является периодической.

Функция не является чётной и не является нечётной, так как

$$f(-x) = 2(-x)^3 - 3(-x)^2 - 36(-x) - 3 = -2x^3 - 3x^2 + 36x - 3,$$

$$f(-x) \neq f(x), f(-x) \neq -f(x).$$

Найдём точки пересечения графика с осями координат  $x = 0, y = -3$ .

Вертикальных асимптот график функции не имеет, так как она всюду непрерывна. Невертикальных асимптот график функции также не имеет, так как при  $x \rightarrow \infty$  угловой коэффициент

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 \left( 2 - \frac{3}{x} - \frac{36}{x^2} - \frac{3}{x^3} \right) = \infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty.$$

Найдём критические точки функции, её промежутки возрастания и убывания, экстремумы.

$f'(x) = 6x^2 - 6x - 36 : f'(x) = 0$  в точках  $x = -2, x = 3$ , которые являются критическими. Найдём вторую производную:  $f''(x) = 12x - 6$ . Определим знаки второй производной в стационарных точках. Имеем  $f''(-2) < 0$ , следовательно,  $x = -2$  есть точка максимума;

$f''(3) > 0$ , следовательно,  $x = 3$  есть точка минимума.

$$f(-2) = 41, f(3) = -84.$$

Исследуем функцию на выпуклость. Заметим, что

$$f''(x) = 0 \text{ лишь при } x = \frac{1}{2}.$$

Так как в интервале  $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$  имеем  $f''(x) < 0$ , то на этом интервале функция выпукла вверх; так как на промежутке  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$  имеем  $f''(x) > 0$ , то на этом промежутке функция выпукла вниз, а  $x = \frac{1}{2}$  – точка перегиба. Воспользовавшись полученными результатами, построим график функции  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x - 3$ .

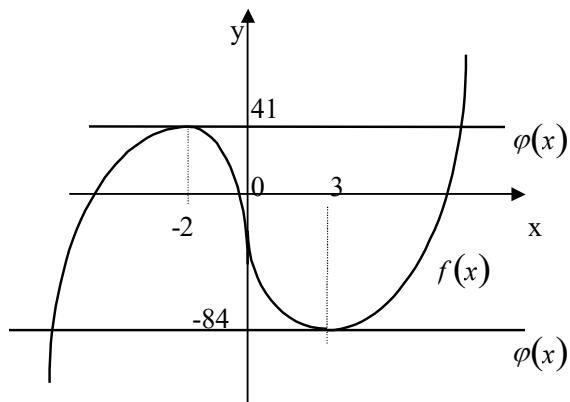


График функции  $\varphi(x) = -a$  есть прямая, параллельная оси абсцисс и проходящая через точку с координатами  $(0; -a)$ . График имеет две общие точки при  $-a = 41$ , то есть  $a = -41$  и  $-a = -84$ , то есть  $a = 84$ .

Таким образом, данное уравнение имеет ровно два различных корня при  $a = -41$  и  $a = 84$ .

Учебные задания для организации деятельности учащихся с данной задачей 3.1 на функциональном уровне:

- 1) рассмотрите приведенное решение задачи,
- 2) дайте название способу решения,
- 3) выделите алгоритм решения,
- 4) сформулируйте рекомендации по применению рассмотренного способа решения для уравнений с параметром.
- 5) составьте уравнение, чтобы оно имело три различных корня.

### Задача 3.2.

Сила тока в цепи с конденсатором меняется по закону  $I = 10 \cos t$ , где амплитуда тока  $I_{\max} = 10$  А. Найдите заряд, накапливающийся на пластинках конденсатора с начального момента  $t_0 = 0$  до момента времени

$$\text{а) } t = \frac{\pi}{2} \text{ (с); } \text{ б) } t = \pi \text{ (с).}$$

Решение.

По определению сила тока есть производная заряда по времени. Чтобы найти заряд, нужно найти интеграл  $q = \int_0^t Idt$ . В результате заряд на пластинах конденсатора.

$$\text{а) } q = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 10 \cos t dt = 10 \sin t \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 10 \text{ К; } \text{ б) } q = \int_0^{\pi} 10 \cos t dt = 10 \sin t \Big|_0^{\pi} = 0.$$

Конденсатор первую четверть периода заряжается, вторую четверть периода разряжается, и к концу полупериода заряд равен нулю.

Сила тока в цепи с конденсатором меняются по закону, где амплитуда тока. Найдите заряд, накапливающийся на пластинках конденсатора с начального момента до момента времени.

Учебные задания для организации деятельности учащихся с данной прикладной задачей 3.2 на функциональном уровне:

- 1) решить задачу,
- 2) указать часть периода времени, когда конденсатор заряжается, и часть периода времени, когда конденсатор разряжается,

3) найти наибольший заряд, который накапливается на пластинах конденсатора с момента времени  $t_0 = 0$  до момента времени  $t = \pi$  (сек).

### **2.3 Диагностика уровней сформированности у учащихся умений решать и формулировать практико-ориентированные задачи в системе профильного обучения**

Для организации диагностической работы в контексте проводимого исследования выделим сущность понятия педагогической диагностики, которое в современных исследованиях толкуется с различных точек зрения.

В психолого-педагогической и методической литературе [12; 22; 36; 51 и др.] трактовка определения диагностики (от греческого *diagnosis* – распознавание) дается с двух основных позиций:

1) с позиции общей методологии: диагностика - специализированная область познания, включающая в себя теорию и методы организации процессов распознавания, а также принципы организации и построения средств диагноза.

2) с точки зрения технологии: диагностика - логический процесс, охватывающий комплекс средств и методов по определению возможностей и выработки решения о наиболее рациональном виде воздействия на состояние объекта, обеспечивающего достижение поставленной цели.

На сегодняшний день данное понятие употребляется в трех взаимосвязанных значениях. В первом значении педдиагностика означает самостоятельный вид педагогической деятельности, нацеленный на аналитико-информационное обеспечение учебно-воспитательного процесса, то есть представляет собой практическую систему разнообразных способов, приемов и форм сбора и интерпретации данных об актуальном со-

стоянии элементов и параметров педагогических систем, процессов, отношений и их субъектов.

Во втором значении педдиагностика обозначает акт познавательной деятельности педагога по распознаванию актуального состояния единичного объекта в его соотношении с нормой, то есть конкретный психологический механизм, при помощи которого осуществляется сбор эмпирической информации.

В третьем значении педдиагностика – это область педагогической науки, анализирующая и обобщающая указанные выше диагностические процессы. Как научная дисциплина педдиагностика представляет собой самостоятельную теоретико-прикладную отрасль педагогики, которая изучает закономерности вынесения диагностических суждений о разнообразных элементах и параметрах педагогических систем, отношений и их субъектов, правила проведения диагностической процедуры; принципы, методы и формы диагностики в педагогической сфере [24].

Для выделения структуры диагностической деятельности воспользуемся определением, данным А. В. Хоторским [58], который рассматривает диагностическую деятельность как процесс определения результатов образовательной деятельности учащихся с целью выявления, анализа, оценивания и корректировки обучения.

На основе сформулированных подходов и выделенного определения сущность педагогической диагностики заключается в изучении актуального состояния элементов и параметров педагогической системы с целью оптимального (для данных конкретных условий) решения педагогических задач.

Выбранный подход к педагогической диагностике позволяет в результате диагностической деятельности ответить на вопросы: что и зачем следует изучать, по каким показателям это делать, какими методами при этом пользоваться, где и как использовать ре-

зультаты информации о качестве педагогической деятельности, при каких условиях диагностика органически включается в целостный учебно-воспитательный процесс, каким образом научить учителей самоконтролю, а учащихся – самопознанию.

Специфика диагностической деятельности в рамках технологий деятельностного подхода обусловлена необходимостью проверки и выявления уровня сформированности каждого приема и действия, входящего в состав деятельности учащихся.

В рамках организации профильного обучения, когда встает вопрос о наполнении содержания обучения всеми необходимыми видами учебной деятельности и развитием мыслительных операций у учащихся всех профилей, возникает проблема диагностики не только предметной и познавательной деятельности, но и общеучебных умений, мыслетехники и личностных изменений.

При осуществлении диагностики предметных умений, мыслительных операций и мыслетехники, необходимо решить задачу выбора методов диагностики.

Разделяя позицию многих исследователей (например, В. С. Аванесова, Л. И. Долинера и др.) о том, что тестирование является одним из ведущих методов диагностики, используемом не только для фиксирования уровня обученности учащихся, но и для оценки развития их психофизиологических качеств и личностных характеристик, примем, что данный метод возможно использовать для диагностики мыслительных операций и мыслетехники только лишь наряду с другими методами диагностики, беседой, наблюдением.

Приведем примеры формулировок тестовых заданий и вопросов для диагностики уровня сформированности формулировать и умений решать практико-ориентированные задачи школьного курса математики. Формулировки представленных заданий сконструированы на основе выделенных в таблице 8 учебных заданий для формирования умения формулировать и

умений решать практико-ориентированные задачи, которые, в свою очередь, получены в результате перевода на язык действий учащихся учебной, познавательной и мыслительной деятельности в предметной сфере.

Таблица 9 – Примеры тестовых заданий и вопросов беседы для диагностики уровней сформированности умения формулировать и умения решать практико-ориентированные задачи школьного курса математики

Образовательные операции	Уровни умений формулировать и умений решать практико-ориентированные задачи		
	Операциональный	Технологический	Обобщенный
1	2	3	4
Обобщение	<ul style="list-style-type: none"> <li>– на основе анализа и сравнения сформулируй общие и существенные свойства данных объектов;</li> <li>– объедини объекты с общими существенными свойствами в одно множество;</li> <li>– дай название полученному множеству;</li> <li>– сформулируй характеристическое свойство полученного множества объектов (определение нового понятия).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– раскрой (сформулируй) последовательность действий для осуществления деятельности;</li> <li>– раскрой сущность конкретного действия при осуществлении деятельности;</li> <li>– аргументируй, почему мы должны осуществлять определенную последовательность действий в этом виде деятельности,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обоснуй, почему в данной учебной ситуации деятельность может привести к достижению учебной цели;</li> <li>– охарактеризуй учебные ситуации, в которых применяется данная деятельность (ситуации, в которых применение этой</li> </ul>

*Продолжение таблицы 9*

1	2	3	4
Систематизация	<ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнни классификацию объектов (понятий, свойств),</li> <li>– выделенные классы объедини в группы по сходству их характеристических признаков,</li> <li>– установи связи между классами,</li> <li>– изобрази полученную систему в виде схемы, таблицы.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– обоснуй, почему без какого-либо конкретного действия не осуществляется деятельность,</li> <li>– проверь правильность выполненного действия и деятельности в целом.</li> <li>– рассмотри учебные ситуации и выбери те, в которых рациональнее применять данный вид деятельности,</li> <li>– составь пример учебной ситуации, когда целесообразно применять данный вид деятельности.</li> </ul>	<p>деятельности не приведет к достижению поставленной учебной цели),</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– проверь правильность выполненной деятельности и, в случае необходимости, исправь свои действия при выполнении деятельности.</li> </ul>

Конкретизируем приведенные примеры тестовых заданий и вопросов для беседы на примере учебной темы «Производная и интеграл. Применение производной и интеграла» (вариант 2 совокупности тестовых заданий приведен в приложении).

1. Заполните (в соответствии с полученными знаниями) таблицу следующего вида и прочитайте, комментируя, строки таблицы слева направо (если столбик «первообразная» переименовать в столбик «функция») и справа налево (если столбик «первая производная» переименовать в столбик «функция»):

Первообразная	Функция	Первая производная
	$ax + b$	
		$\cos x$
$e^x$		
	$ax^2 + bx + c$	
...	...	...

Используя данные строки со значением «первая производная функции» равна  $\cos x$ , постройте график функции  $y = -\cos x$ , с исследованием на возрастание (убывание) и вогнутость (выпуклость) функции на промежутках.

Как использовать данные таблицы для построения графика функции с помощью производной?

Приведите конкретный пример, иллюстрирующий ответ на предыдущий вопрос.

2. Прочитайте условие задачи:

*Материальная точка совершает прямолинейное движение по закону  $S(t) = 5t + 2t^2 - t^3$ , где  $S$  - путь в метрах,  $t$  - время в секундах. В какой момент времени скорость движения будет наибольшей, и какова величина этой наибольшей скорости?*

Выделите величины, участвующие в условии. Среди выделенных величин выберите те, которые можно связать равенством  $A = B'$ , и составьте из них выражение, выраженное данное в инструкции.

3. Из приведенных ниже величин

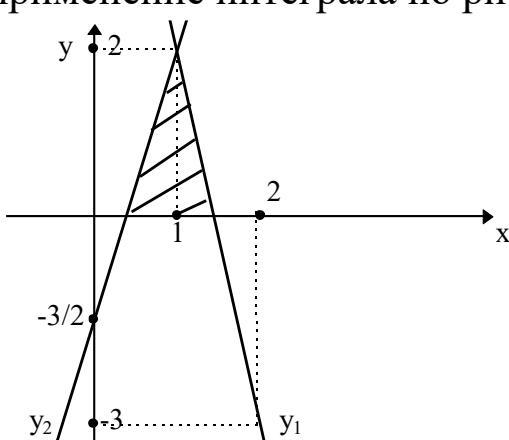
*$A$  - работа,  $F$  - сила,  $N$  - мощность,  $x$  - перемещение,  $t$  - время,  $q$  - электрический заряд,  $I$  - сила тока* выберите те, ко-

торые взаимосвязаны равенством  $A = B'$ , и составьте соответствующее(ие) выражение(ия):

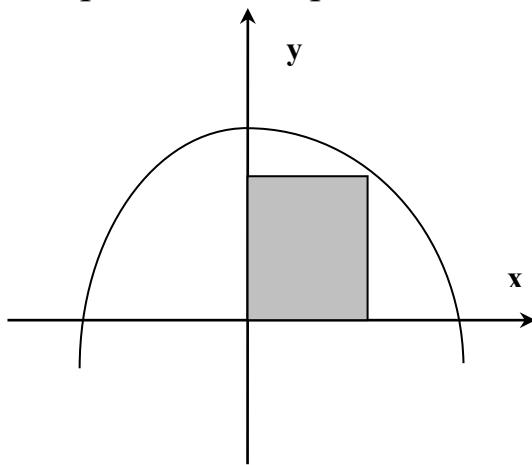
4. Из приведенных ниже величин

$S$  – *перемещение*,  $v$  – *скорость*,  $t$  – *время*,  $Q$  – *количество теплоты*,  $c$  – *теплоемкость* выберите те, которые взаимосвязаны равенством  $A = \int_{C_1}^{C_2} B dC$ , и составьте необходимые формулы(ы)

5. Приведите пример формулировки задачи, иллюстрирующей применение интеграла по рисунку:



6. Приведите пример формулировки задачи, иллюстрирующей применение производной по рисунку:



7. Приведите пример условия задачи на экстремум (нахождение наибольшего значения).

8. Проанализируйте условия следующих задач и выделите в группы задачи с одинаковым методом решения.

Сформулируйте характеристическое свойство полученных групп.

1) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x) = x^{\frac{2}{3}}(x-2) \text{ на отрезках: а) } [-8; -1], \text{ б) } [-1; 1].$$

2) Найти объём тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями:  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 3$ .

3) При извержении вулкана камни горной породы выбрасываются перпендикулярно вверх с начальной скоростью  $v_0 = 120$  м/с. Какой наибольшей высоты достигнут камни, если сопротивлением ветра пренебречь?

4) Найдите наибольшую площадь прямоугольника, вершины которого находятся в начале декартовой системы координат, на положительной полуоси  $0x$ , на положительной полуоси  $0y$  и на параболе  $y = 4 - x^2$ .

5) Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y_1 = -x^2 + 6x - 5$ ,  $y_2 = -x^2 + 4x - 3$  и  $y_3 = 3x - 15$ .

6) Для каких двух положительных чисел, произведение которых равно восьми, сумма наименьшая.

7) Найдите наибольший объём цилиндра, вписанного в данный конус.

8) Материальная точка совершает прямолинейное движение по закону  $S(t) = 5t + 2t^2 - \frac{2}{3}t^3$ ,  $S$  – путь в метрах,  $t$  –

время в секундах. В какой момент времени  $t$  скорость движения будет наибольшей и какова величина этой наибольшей скорости?

9) Тело движется прямолинейно со скоростью  $v(t) = 3 + 3t^2$  м/с. Найти путь, пройденный телом за первые 5 секунд.

10) В шар вписана правильная треугольная призма, в основании которой лежит правильный равносторонний треугольник. Какой наибольший объём может иметь призма?

11) Камень подброшен вертикально вверх с крыши здания высотой 20 м. Какова начальная скорость камня, если через 1 с он находился на высоте 30 м?

9. Заполните (и продолжите) таблицу:

Формулировка условия задачи	Фрагменты условия, определяющие модель решения задачи	Математическая модель решения задачи (на аналитическом языке)	Формулировка модели решения задачи на сюжетном языке
1	2	3	4
Замедляющее действие трения на диск, вращающийся в жидкости, пропорционально угловой скорости вращения. Найти зависимость угловой скорости от времени			
Сила сопротивления воздуха при падении тела с парашютом пропорциональна квадрату скорости движения. Найти предельную скорость падения.			

*Продолжение таблицы*

1	2	3	4
Количество света, поглощаемое слоем воды малой толщины, пропорционально количеству падающего на него света и толщине слоя. Слой воды в 3 м поглощает половину первоначального количества света. Какая часть количества света дойдет до глубины 60 м?			
		$T^o_t' = k(T^o - T^o_{окр.ср.})$	скорость остывания прямо пропорциональна разнице температур тела и окружающей среды
...			

10. Рассмотрев приведенные задачные ситуации, распределите их в две группы: задачные ситуации, связанные с применением производной, и задачные ситуации, связанные с применением интеграла (указав буквы вариантов ситуаций в соответствующем поле строки ввода).

*Задачные ситуации:*

- а) нахождение наибольшей площади фигуры,*
- б) нахождение наибольшего расстояния,*
- в) нахождение объема тела,*
- г) нахождение ускорения,*

- д) вычисление длины дуги кривой,*
- е) сравнение минимальных расходов.*

*Строки ввода:*

*Задачные ситуации, связанные с применением производной.*

*Задачные ситуации, связанные с применением интеграла.*

## **Выводы по главе 2**

1. Результат соотнесения сущностных контент, принципов реализации прикладной направленности школьного курса математики и функций прикладных задач в системе профильной подготовки учащихся с принципами ТДП определяет возможность разработки технологии формирования у учащихся умения формулировать и умения решать практико-ориентированные задачи в школьном курсе математики на основе деятельностного подхода.

2. Важная с точки зрения профильной школы цель технологии обучения учащихся решению практико-ориентированных задач, разработанная на основе комплекса дидактических принципов реализации прикладной направленности школьного курса математики, состоит в одновременном формировании умения формулировать и умения решать практико-ориентированные задачи. Функционирование технологии обучения учащихся решению практико-ориентированных задач направлено на перевод школьников с алгоритмического уровня решения и операционного уровня формулирования на эвристический уровень решения и технологичный уровень формулирования и далее – на творческий уровень решения и обобщенный уровень формулирования практико-ориентированных задач.

Операционный уровень характеризуется сформированностью у индивида конкретного вида предметной и мыслитель-

ной деятельности или отдельного действия как компоненты конкретного вида деятельности.

Техничный (технологичный) уровень характеризуется тем, что сформированность действий обладает свойством «обратимости».

Обобщенный уровень характеризуется сформированностью у учащегося понимания необходимости применения и сферы переноса сформированных действий.

3. Для уровневого формирования умения учащихся физико-математического профиля формулировать практико-ориентированные задачи выделены (в соответствии с каждым этапом) следующие типы задач: алгоритмические задачи, оптимизационные задачи, «задачи-прогноза» и «задачи-рецензии».

4. Диагностика сформированности уровней умения формулировать и умения решать практико-ориентированные задачи в школьном курсе математики может быть проведена на каждом уровне с помощью совокупности учебных заданий.

# **ГЛАВА 3. РАЗРАБОТКА АДАПТИВНОЙ МЕТОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПРИКЛАДНОГО ХАРАКТЕРА ДЛЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ**

## **3.1 Адаптивная методическая система обучения решению задач прикладного характера как педагогическая проблема**

Мы находимся в эпохе искусственного интеллекта, который основан на концепции, согласно которой системы могут обучаться на основе данных, выявлять закономерности и принимать решения с минимальным вмешательством человека. Благодаря достижениям в области анализа данных автоматизация учебного процесса становится все более активной.

Решение задач прикладного характера занимает центральное место в физико-математическом образовании, так как именно через практические задачи учащиеся учатся применять теоретические знания в реальных ситуациях. В современном мире, где технологии стремительно развиваются, а требования к специалистам становятся всё более высокими, навыки решения практических задач становятся особенно актуальными. Это относится не только к традиционным направлениям, таким как инженерия и физика, но и к новым областям, таким как информационные технологии, экология и даже экономика. Умение видеть взаимосвязи, находить решения и эффективно использовать ресурсы — важные компетенции, которые востребованы на рынке труда.

С учетом возрастных и профессиональных требований к учащимся, становится очевидным, что они должны не просто накапливать знания, но и уметь их применять. На начальных этапах образования учащиеся развивают базовые навыки, необходимые для анализа и синтеза информации. С возрастом и

углублением образования они сталкиваются с более сложными задачами, требующими от них интеграции знаний из различных областей науки. Это требует от учащихся развития критического мышления, творческого подхода к решению задач и способности адаптироваться к меняющимся условиям.

В условиях современного образовательного процесса особую значимость приобретает подход, основанный на адаптивном обучении. Индивидуализация обучения с учётом способностей, интересов и темпа усвоения каждого ученика позволяет создать наиболее благоприятные условия для достижения высоких результатов. Адаптивные методики также способствуют повышению мотивации учащихся, позволяя им выбирать наиболее удобные и эффективные способы освоения материала [37; 49]. Такой подход становится особенно актуальным в условиях растущей информатизации и разнообразия образовательных ресурсов.

Одной из технологий автоматизации в образовании является адаптивное обучение, представляющее собой решения, которые автоматически настраивают процесс обучения, его содержание, уровень сложности и формат в соответствии с индивидуальными особенностями студентов. Адаптивное обучение способствует повышению результатов обучаемых, например, количества высоких оценок, мотивации к обучению и вовлеченности в процесс учебы, а также снижает уровень отсева студентов.

Термин «адаптивное обучение» был введен английским исследователем Г. Паском в 60-х годах XX века. Он понимал его как процесс обучения, который оперативно и непрерывно адаптируется к индивидуальным особенностям усвоения информации.

В 1950-1960-х годах применялись различные алгоритмы программированного обучения, предложенные учеными, такими как Б.Ф. Скиннер, Г. Паск и Н. Краудер. Растущая популяр-

ность адаптивного обучения в 70-е годы связана с появлением компьютерной системы SCHOLAR.

В мировой практике можно выделить две школы адаптивного обучения: зарубежную и отечественную. Зарубежная школа рассматривает адаптивное обучение с позиций бихевиоризма, тогда как отечественная подходит с точки зрения теории поэтапного формирования умственных действий. Западный подход разбивает процесс обучения на небольшие шаги и предполагает, что, когда обучающийся усваивает материал, он получает подкрепление в виде оценки или вознаграждения, что создает стимул для дальнейшего обучения. Отечественный подход, в отличие от западного, включает управление внутренними (умственными) процессами наряду с внешними, акцентируя внимание на логических и рациональных способах мышления.

В современных исследованиях ученые рассматривают адаптивное обучение как как технологию, так и процесс. П. Керр описал его как образовательную технологию, целью которой является создание «автоматизированного, динамического и интерактивного» контента. Дж.М. Ловендалль и его коллеги определили адаптивное обучение как процесс, который «... динамически корректирует способ представления учебного контента учащимся на основе их ответов на встроенные задания или предпочтений (например, визуального представления материалов)».

Независимо от того, рассматривается ли адаптивное обучение как технология или процесс, оно способствует созданию уникального опыта обучения, учитывающего индивидуальные различия для улучшения учебного процесса и формирования навыков студентов в самых разных ситуациях. Адаптивное обучение может быть достигнуто через разработку веб-приложений и систем, которые обеспечивают обратную связь, адаптируясь к различным стилям обучения.

Существует множество направлений исследований в области адаптивного обучения. Ученые рекомендуют учитывать различные характеристики студентов при разработке адаптивных систем. К таким характеристикам относятся:

- 1) базовые знания, т.е. минимальные знания по предмету;
- 2) когнитивные стили — устойчивые способы познавательной деятельности;
- 3) стили обучения — привычки, основанные на индивидуальных особенностях;
- 4) метакогнитивные знания — осознание собственных когнитивных процессов по сравнению с возможностями других;
- 5) предпочтения студентов;
- 6) поведение студентов (например, просмотры материалов, ответы на тесты);
- 7) профиль студента — персональные данные (возраст, пол и т.д.);
- 8) способности студента — психологические характеристики, определяющие успех в обучении;
- 9) интересы студента — стремление узнать новое о предмете интереса. Таким образом, исследователи стремятся создать новые адаптивные образовательные технологии для обучения в различных дисциплинах.

В процессе обучения решению задач прикладного характера учащиеся сталкиваются с рядом значительных проблем, которые требуют системного подхода к их решению. Основные из этих проблем включают:

— недостаток практических навыков. Многие учащиеся имеют хорошие теоретические знания, но не могут применить их на практике. Это может быть связано с отсутствием адекватных практических заданий в учебном процессе или с недостаточной акцентуацией на практических аспектах при обучении. Учащиеся зачастую сталкиваются с трудностями в том, чтобы перенести теоретические концепции в реальные ситуа-

ции, что приводит к низкой уверенности в своих способностях и результатах;

– неумение применять теоретические знания в реальных ситуациях. При решении задач прикладного характера необходимо учитывать множество факторов и условий, которые могут не отражаться явно в учебниках. Учащиеся испытывают затруднения в интерпретации реальных проблем через призму учебного материала, что еще больше усложняет процесс применения знаний. Часто им не хватает навыков анализа и синтеза информации, чтобы абстрактные теории превратить в практические решения;

– сложности в понимании и интерпретации условий задач. Учащиеся часто не могут правильно понять и интерпретировать условия задач, особенно если они содержат сложные технические или математические термины. Это может вести к неверным выводам и, как следствие, к ошибкам в решении. Понимание вопроса требует не только знания самой теории, но и критического подхода к анализу условий задачи.

Существуют также и методические недостатки в обучении, которые усиливают указанные проблемы. Традиционные подходы к обучению зачастую не учитывают индивидуальные особенности учащихся, такие как их уровень подготовленности, стиль обучения и интересы. Это приводит к недостаточной дифференциации в учебном процессе и отсутствию возможностей для персонализированного подхода. Учащиеся могут испытывать трудности в прогрессе, если не получают достаточной поддержки и адаптации материалов под свои потребности.

Данные недостатки в методах обучения также выражаются в недостаточной интеграции современных образовательных технологий, таких как использование интерактивных платформ, онлайн-ресурсов и программного обеспечения, которые могут значительно облегчить процесс обучения и сделать его более увлекательным [52; 53; 60; 61; 62]. Отсутствие таких

возможностей приводит к застою в обучении и снижению интереса со стороны учащихся.

Таким образом, проблематика в обучении решению задач прикладного характера заключается не только в индивидуальных трудностях самих школьников, но и в недостатках существующих методических подходов, требующих кардинального пересмотра и модернизации для повышения эффективности образовательного процесса в физико-математическом профиле.

### 3.2 История развития адаптивных систем обучения

Адаптивные системы обучения — это продукты и методики, направленные на индивидуализацию образовательного процесса. Их история насчитывает несколько десятилетий и включает в себя множество этапов, от первых концепций до современных технологий.

Все созданные концепции разработки адаптивных систем обучения можно представить в виде ленты времени (рис. 7).

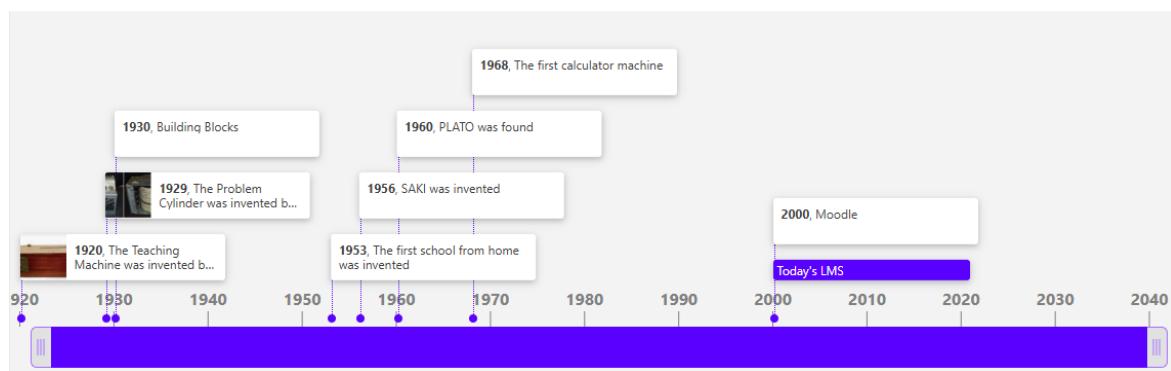


Рис. 7. Лента времени разработок адаптивных систем обучения

#### 1. Ранние концепции (1950-е — 1970-е годы)

— Кибернетика и ранние вычислительные системы. Первые идеи адаптивного обучения связаны с развитием кибернетики. Исследователи, такие как Норберт Винер, разрабатывали концепции, связанные с обратной связью и управлением си-

стемами. Эти идеи позже были перенесены на образовательные системы, где индивидуальные подходы касались не только содержания, но и процесса обучения.

– Программированное обучение. В 1950-х и 1960-х годах начали развиваться так называемые «программированные учебные материалы». Это были статические учебники, наполненные вопросами и ответами, которые позволяли учащимся проходить материал в том темпе, который им подходил.

Среди ученых, которые занималась разработкой адаптивных систем, можно отметить Б. Ф. Скиннера, А. К. Краудера, Г. Паска. Эти ученые предложили различные алгоритмы программного обучения. Они впервые выделили несколько принципов адаптивного обучения:

- образовательный контент подавался небольшими порциями;
- проверка усвоенного материала осуществлялась с помощью оптимально подобранных заданий;
- давалась мгновенная развернутая обратная связь.

Професор Б.Ф. Скиннер разработал линейный алгоритм обучения, который был дополнен ранее изложенными принципами. Он ввел индивидуализированный темп обучения для каждого студента, что позволяло учащимся тратить различное количество времени на усвоение материала. Также материал был разбит на минимальные блоки с низкой степенью сложности (рис. 8).



Рис. 8. Машина Б. Ф. Скиннера

Основными принципами,ложенными в основу машины Б. Ф. Скиннера являлись:

- малые шаги — учебный материал делится на малые части (порции), чтобы ученикам не нужно было затрачивать много усилий для их овладения;
- низкий уровень трудности порций — уровень трудности каждой порции учебного материала должен быть достаточно низким, чтобы обеспечить правильность ответов учащегося на большинство вопросов. Благодаря этому учащийся постоянно получает положительное подкрепление при работе с обучающей программой. По Скиннеру доля ошибочных ответов учащегося не должна превышать 5 %;
- открытые вопросы — Скиннер рекомендовал использовать для проверки усвоения порций вопросы открытого типа (ввод текста), а не выбор из множества готовых вариантов ответа, утверждая при этом, что «даже энергичное исправление ошибочного ответа и подкрепление правильного не предотвращают возникновение словесных и предметных ассоциаций, рождающихся при чтении ошибочных ответов»;
- немедленное подтверждение правильности ответа — после ответа на поставленный вопрос учащийся имеет воз-

можность проверить правильность ответа; если ответ все же окажется неверным, учащийся принимает этот факт к сведению и переходит к следующей порции, как и в случае верного ответа;

– индивидуализация темпа учения — учащийся работает в оптимальном для себя темпе;

– дифференцированное закрепление знаний — каждое обобщение повторяется в различных контекстах несколько раз и иллюстрируется тщательно подобранными примерами;

– единообразный ход инструментального учения — не делается никаких попыток дифференцированного подхода в зависимости от способностей и наклонностей учащихся. Вся разница между учениками будет выражаться лишь продолжительностью прохождения программ. К концу программы они придут одним и тем же путём.

Основные принципы, заложенные в основу образовательной машины Б. Ф. Скиннера, подчеркивают важность структурированного и адаптивного подхода к обучению. Важно отметить, что подход Скиннера не подразумевает разного отношения к ученикам в зависимости от их способностей; различия проявляются лишь в продолжительности обучения, а в целом все студенты следуют одному и тому же образовательному маршруту. Таким образом, система обучения, предложенная Скиннером, ориентирована на создание мотивационной и поддерживающей образовательной среды, способствующей успешному освоению знаний.

Вслед за профессором Скиннером, А. К. Клаудер предложил свой алгоритм, который стал известен как разветвленный. В этом подходе начальный этап обучения состоял из объемных модулей с более сложными вопросами. На следующем этапе проводилось тестирование, включавшее аналогичные сложные задачи. Если обучаемый неправлялся с тестом, ему предлага-

лось повторить материал через небольшие модули с более простым и подробным изложением.

А. К. Клаудер заложил следующие принципы в свою концепцию:

– сложность порций поверхностного уровня и их упрощение при углублении — учебный материал выдается обучаемому сравнительно большими порциями и ставятся достаточно трудные вопросы. Если учащийся неспособен справиться с такой подачей материала (что определяется по неправильному ответу), то учащийся переходит к порции более глубокого уровня, которая проще;

– использование закрытых вопросов — в каждой порции учащемуся предлагается ответить на вопрос, выбрав один из вариантов ответа. Только один вариант ответа является правильным и ведёт к следующей порции того же уровня. Неправильные ответы пересылают ученика в порции более глубокого уровня, в которых подробнее объясняется («разжёвывается») тот же материал;

– наличие разъяснений по каждому варианту ответа — если учащийся выбирает неправильный ответ, программа объясняет ему, в чём он ошибся, перед тем, как перейти к следующей порции. Если ученик выбрал правильный ответ, программа поясняет правильность этого ответа, перед тем, как перейти к следующей порции;

– дифференцированный ход инструментального учения — разные учащиеся пройдут обучение различными путями.

Таким образом, впервые были разработаны дифференцированные траектории обучения, позволяющие каждому студенту двигаться к завершению программы в своем собственном темпе.

Гордон Паск предложил адаптивный образовательный алгоритм, который поддерживает индивидуальный уровень сложности для каждого ученика на всех этапах обучения. К се-

редине 1970-х годов сформировалось понятие персонализации образования, где учащийся стал активным субъектом образовательного процесса. В этом контексте обучающийся имеет возможность самостоятельно проектировать и реализовывать своё образование, используя индивидуальные образовательные траектории и маршруты. Это означает, что обучающиеся может выбирать наиболее подходящие для себя цели, контролировать темп своего обучения, подбирать задания, соответствующие его целям, а также определять методы их проверки [32].

В 1956 г. Г. Паском и Р. Маккиннон-Вудом был изобретен прибор SAKI (Self-adaptive Keyboard Instructor) — первая система адаптивного обучения, которая была запущена в коммерческое производство (рис. 9). В отличие от предшествующих обучающих машин, SAKI предоставляет не только оценку правильности или неправильности выполненного задания, но также измеряет параметры ответа студента, например, время, затраченное на ответ, на основании чего определяется и корректируется следующее задание [30].

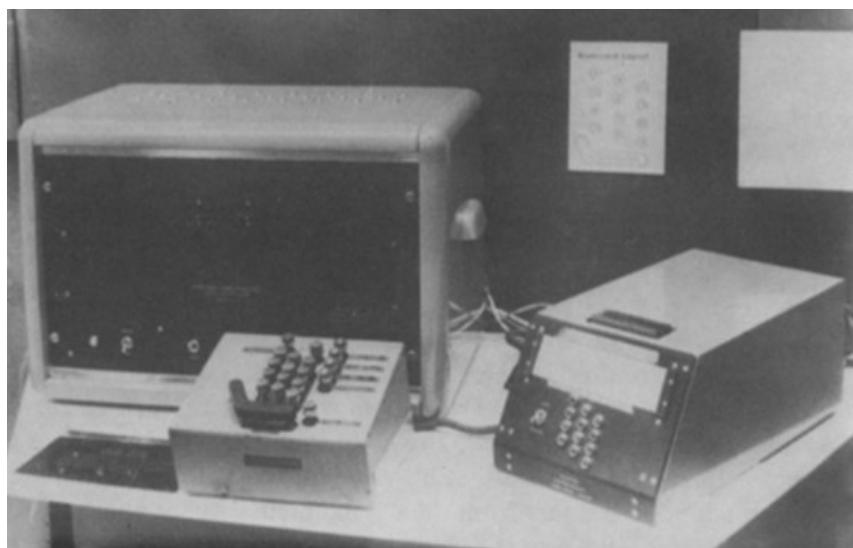


Рис. 9. Машина SAKI

Как и многие обучающие машины (тогда и сейчас), SAKI претендовала на роль человека-наставника. Но, в отличие от

более ранних обучающих машин, адаптивный компонент устройств Паска предлагает больше, чем просто оценку правильности или неправильности: они определяют и измеряют ответы учащегося – точность, время ответа – и соответствующим образом корректируют следующий вопрос. То есть, сложность вопросов не запрограммирована и не предопределена заранее. Как пишет Паск в статье 1958 года «Обучающие машины с электронной клавиатурой»: «...Единственное значение, которое можно придать «сложности», – это то, что данный конкретный обучающийся считает сложным. Было бы мало смысла встраивать наше собственное представление о сложности в обучающую машину, и тем более в усредненную шкалу сложности, например, шкалу, полученную путём усреднения результатов ряда тестов с использованием этого учебного материала, предъявленного разным испытуемым. Эта усреднённая мера сложности может быть совершенно верной в среднем, но она почти наверняка никогда не будет применима к конкретному человеку. Фактически, даже для одного и того же человека то, что в один момент считалось сложным, в следующий покажется лёгким».

Однако методы, которые использовались в структуре адаптивной системы, были предельно просты и не обеспечивали настоящей адаптивности.

## 2. Появление первой технологии (1980-е годы)

– Интерактивные программы. В конце 1970-х и начале 1980-х годов с появлением персональных компьютеров началось внедрение интерактивных программ, которые могли адаптироваться к уровню знаний учащихся. Такие программы использовали простейшие алгоритмы на основе ответов учащихся, чтобы автоматически подбирать уровень сложности последующих заданий.

– Модели адаптивного обучения. Некоторые образовательные учреждения начали разрабатывать модели адаптивно-

го обучения, основанные на теорию «разумного обучения», утверждающей, что каждый студент должен обучаться в своем собственном темпе и с помощью индивидуально подобранных материалов.

В 60-70-х годах XX века программируированное обучение начало развиваться благодаря работам Л. Н. Ланды, который стал автором отечественной теории программируированного обучения. Л. Н. Ланда ввел в психологию понятие алгоритма умственных действий и продемонстрировал, как концепция алгоритмизации может быть использована для решения учебных задач. Ключевым аспектом алгоритмически-эвристической теории Ланды является то, что алгоритмически-эвристические принципы могут передаваться через алгоритмы — наборы правил, предписывающих последовательность действий или конкретные инструкции для решения проблем.

Другими отечественными исследователями этой темы были П. Я. Гальперин, разработавший теорию поэтапного формирования умственных действий. Основная идея его теории заключается в том, что формирование умственной деятельности представляет собой поэтапный процесс, состоящий из шести этапов:

- 1) мотивационная основа действия;
- 2) объяснение преподавателя;
- 3) внешнее действие (выполнение действия студентами);
- 4) речевое действие (отработка действия в речи);
- 5) умственное действие (проговаривание действия про себя);
- 6) выполнение действия в уме.

Теория П. Я. Гальперина стала основой для разработки принципов программируированного обучения Н. Ф. Талызиной, которая предложила систему программируемого обучения, включающую измеримые цели обучения; учебный материал, разбитый на небольшие части для поэтапного освоения; само-

проверку после каждого этапа изучения; и использование технических средств, таких как обучающие машины.

В 70-80-х годах наблюдался значительный рост когнитивных теорий, описывающих процесс обучения человеческого мозга, а также развитие компьютерных технологий и искусственного интеллекта, что способствовало созданию автоматизированных систем адаптивного обучения.

В 1984 году Б. Блум опубликовал исследование, посвященное «проблеме двух сигм», в котором рассматривался эксперимент с тремя группами студентов:

- 1) контрольная группа, обучавшаяся традиционным образом;
- 2) группа, получавшая обучение с использованием методов формирующего оценивания и корректирующих процедур;
- 3) группа, обучавшаяся индивидуально (или в небольших группах) с аналогичными методами.

В результате исследования Б. Блум обнаружил, что средний студент, обучавшийся индивидуально, показал результаты на два стандартных отклонения (или 98%) выше среднего уровня студентов контрольной группы, в то время как средний студент второй группы показал результат на одно стандартное отклонение выше контроля.

С развитием искусственного интеллекта начали возникать и развиваться различные системы адаптивного обучения.

### 3. Развитие технологий (1990-е годы)

– Электронные обучающие системы. С развитием интернета и мультимедийных технологий в 1990-х годах появились первые электронные обучающие системы, которые интегрировали мультимедийные элементы и помогали адаптировать учебный материал под нужды различных категорий учащихся. Эти системы использовали данные о прогрессе учащихся для динамической корректировки контента и подходов.

– Теория множественного интеллекта (Гарвардский профессор Говард Гарднер). В 1983 году Гарднер предложил теорию множественного интеллекта, которая акцентировала внимание на различиях в способностях и предпочтениях учащихся. Это сподвигло педагогов разрабатывать более индивидуализированные подходы в обучении.

В начале 1990-х годов появились адаптивные гипермедиа системы, в которых адаптивные интерфейсы и интерфейсы, основанные на моделях пользователей, были интегрированы в гипермедиа платформы. Одним из первых отечественных исследователей в этой области стал П. Брусиловский, который вместе с исследовательской группой разработал адаптивные гипермедиа системы с целью обеспечения навигационной поддержки пользователей на веб-страницах. Эти системы используют пользовательские модели для адаптации информации и ссылок, учитывая потребности каждого индивидуального пользователя.

Хотя попытки разработать теории и системы адаптивного обучения начались довольно давно, исследователи столкнулись с рядом препятствий. Среди них — ограниченный диапазон и уровень адаптивности созданных инструментов по сравнению со стратегиями, которые разрабатывают преподаватели-эксперты, а также сложность интеграции ценных принципов обучения. Современные модели адаптивного обучения частично решают эти проблемы.

В целом ученые выделяют три основные модели адаптивного обучения: модель студента, модель контента и модель обучения. Модель студента предоставляет информацию об отдельном учащемся, необходимую для адаптации системы. Эта модель включает данные, которые студенты предоставляют о себе (например, личные данные), информацию об их успеваемости, пройденных темах и тестах, взаимодействии с учебными видео и дополнительными материалами, а также оценками.

Система использует эту информацию для прогнозирования поведения студента и адаптации к его индивидуальным потребностям. Методы адаптации учебного материала на основе модели студента популярны, поскольку существует мнение, что адаптивные системы эффективны только если они могут подстраиваться под студентов с различными личностными характеристиками. Модель обучения, или педагогическая модель, помогает адаптировать учебный процесс на основе модели студента и служит основой для принятия решений о том, какой контент необходимо предоставить студентам (например, скорость, формат и последовательность подачи материалов). Модель контента ориентирована на его характеристики и находит подходящие учебные ресурсы, соответствующие потребностям и предпочтениям пользователей.

Эти модели основаны на различных алгоритмах и методах анализа данных. Современные исследования сосредоточены на нескольких подходах к реализации адаптивного обучения. Один из таких подходов включает проектирование образовательного процесса с учетом различных характеристик студентов. Например, Т. Ян и его коллеги в своем исследовании предложили разрабатывать адаптивные системы с учетом стилей обучения студентов, таких как активный/рефлексивный, сенситивный/интуитивный, визуальный/верbalный, последовательный/глобальный. Исследование показало, что студенты с визуальным стилем обучения лучше запоминают информацию, представленную в виде изображений, тогда как те, кто предпочитает верbalный стиль, предпочитают текстовые описания и объяснения. Студенты, обладающие сенситивным стилем, эффективно запоминают факты и решают проблемы традиционными методами, а интуитивные учащиеся тяготеют к новаторским идеям и часто избегают повторения. Те, кто придерживается последовательного стиля, склонны следовать логическому процессу, а глобальные учителя быстрее достигают решения,

видя общую картину и стремясь к «большим скачкам» в обучении. В экспериментальной группе студентам предоставили учебные блоки, адаптированные к их стилю обучения, что значительно улучшило результаты по сравнению с традиционным обучением.

4. Современные адаптивные системы (2000-е годы — наст. время)

— *Интерактивные платформы и MOOCs*. Появление массовых открытых онлайн-курсов (MOOCs), таких как Coursera и edX, представило новые возможности для адаптивного обучения, предлагая курсы, которые могут подстраиваться под интересы и успеваемость пользователей.

Популяризация современного адаптивного обучения связана с развитием цифровых технологий, которые являются одним из важных инструментов, обеспечивающих студентам доступ к различным образовательным ресурсам, необходимостью и актуальностью индивидуализации обучения [64]. Массовизация адаптивного обучения требует разработки современных сред для адаптивного обучения. Сегодня такой средой является адаптивная платформа — цифровая система, которая в своей основе использует адаптивные алгоритмы с элементами искусственного интеллекта и машинного обучения для персонализации обучения. Одной из первой адаптивных платформ была платформа Lexia Learning, которая основана в 1984 г. История создания платформы связана с заболеванием дислексией в развитии сына Б. Лемира — одного из основателей платформы. С индивидуальным, персонализированным обучением ребенок смог достичь больших успехов в чтении. Поэтому осознавая, что многие семьи с подобными проблемами могут не обладать соответствующими ресурсами для организации индивидуального обучения, Б. Лемир со своим другом врачом-неврологом и руководителем клиники чтения инициировали создание платформы персонализированного обучения совместно с экс-

пертом в области технологий. С дальнейшей популяризацией персонализированного, индивидуального обучения и развитием информационных технологий, число адаптивных платформ, включающих одну или несколько систем, методов и алгоритмов адаптивности, стало расти и сегодня насчитывает десятки адаптивных платформ. Одним из преимуществ адаптивных платформ, которое обуславливает рост их популярности, выступает повышение вовлеченности в процесс обучения [79].

Мировыми лидерами (самыми крупными и востребованными) адаптивными платформами являются:

<https://www.smartsparrow.com>, <https://www.knewton.com>,  
<https://www.oefenweb.nl>, <https://www.dreambox.com>,  
<https://mathspace.co/us>, <https://www.cogbooks.com>,  
<https://www.aleks.com>, <http://www.i-ready.com>,  
<https://www.pearsonmylabandmastering.com>, <https://www.fishtree.com>,  
<https://www.mheducation.com>, <https://www.lexialearning.com>,  
<https://www.datacamp.com>.

Перечисленные платформы реализуют адаптивность через:

- 1) обратную связь (Smart Sparrow, Knewton, DataCamp, oefenweb, Pearson My Lab&Mastering);
- 2) адаптацию контента (все перечисленные платформы);
- 3) аналитические дашборды и отчеты о прохождении курса для преподавателей и студентов (ALEKS, Fishtree, i-ready, Learn Smart от компании McGraw-Hill Education, lexialearning);
- 4) формат игры (oefenweb, dreambox);
- 5) формирующее оценивание (dreambox, cogbooks).

– *Искусственный интеллект и машинное обучение*. С развитием технологий искусственного интеллекта (ИИ) и машинного обучения (МО) образовательные учреждения начали активно использовать адаптивные системы обучения. В последние годы адаптивные системы обучения стали более умными и сложными. Они способны анализировать данные о студенте, определять его сильные и слабые стороны, а затем предлагать

персонализированные учебные пути, оценивать прогресс и адаптировать материал в реальном времени. Иначе говоря, эти технологии способны значительно изменить подход к обучению, сделав его более персонализированным и эффективным.

Преимуществами таких систем обучения являются:

1. Адаптивные системы используют алгоритмы ИИ для анализа данных о обучающихся, таких как результаты тестов, поведение на платформе, активность и предпочтения. На основе этих данных система может предложить индивидуальные пути обучения, которые соответствуют уникальным потребностям ученика. Например, если у ученика наблюдаются затруднения в решении задач по математике, система может предложить дополнительные материалы, упражнения и даже альтернативные способы объяснения материала.

2. Адаптивные системы мониторят прогресс учащегося в режиме реального времени, отслеживая как улучшения, так и отклонения. Это позволяет немедленно корректировать учебный план в зависимости от изменений в понимании и усвоении материала. Если обучающийся демонстрирует сильные навыки в определённой области, система может предложить более сложные задачи, чтобы стимулировать дальнейшее развитие.

3. Благодаря интерактивным элементам и геймификации обучения, такие системы делают процесс более увлекательным и интересным для обучающихся. Это способствует повышению мотивации и вовлеченности учащихся. Например, обучение может включать элементы игр, конкурсные задачи или сотрудничество в режиме онлайн, что помогает удерживать внимание обучающихся.

4. Адаптивные системы обеспечивают мгновенную обратную связь по выполненным заданиям, что позволяет обучающимся быстро видеть свои ошибки и недочеты, а также получать рекомендации по их исправлению. Учителя также могут использовать отчеты, предоставляемые системой, для

определения общего уровня успеваемости класса и выявления учеников, нуждающихся в дополнительной поддержке.

5. Адаптивное обучение помогает оптимизировать время, затрачиваемое на изучение темы. Учащиеся могут изучать только те разделы, в которых у них есть пробелы, что позволяет сэкономить время и сконцентрироваться на самом важном. Это становится особенно актуальным в контексте подготовки к Всероссийским проверочным работам (ВПР) и другим оценочным мероприятиям, где требуется уверенное владение ключевыми концепциями.

В общем виде можно встретить у многих авторов структурно-функциональную модель управления образовательным процессом на основе адаптивной системы (рис. 10).

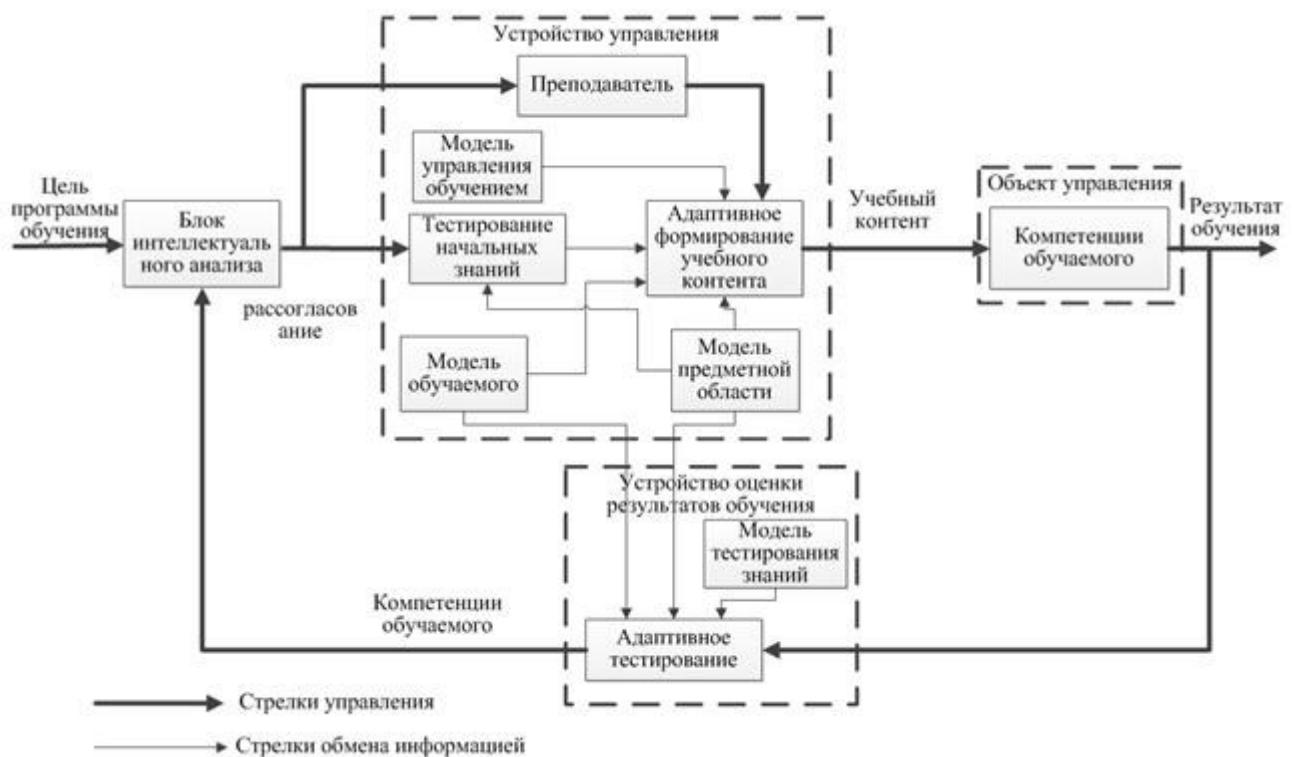


Рис. 10. Структурно-функциональная модель управления учебным процессом на основе адаптивной системы

Рассмотрим некоторые примеры использования ИИ в образовании. К ним мы можем отнести:

– платформы онлайн-обучения. Многие современные образовательные платформы, такие как Coursera, Khan Academy, и другие, применяют алгоритмы ИИ для персонализации курсов и адаптации учебных материалов под каждого пользователя;

– адаптивные тесты. Использование компьютерных тестов, которые изменяют уровень сложности заданий на основе ответов пользователя. Такие системы предоставляют более точные и информативные результаты о знаниях и умениях учащихся;

– виртуальные репетиторы. Применение ИИ для создания виртуальных ассистентов, которые могут помочь обучающимся в решении проблем, отвечать на вопросы и объяснять темы в удобной для учащегося форме.

Подводя итого вышесказанному, можно отметить, что системы, основанные на искусственном интеллекте и машинном обучении, представляют собой мощный инструмент для создания персонализированного опыта обучения. Они могут повысить качество образования, учитывая индивидуальные потребности учащихся и предоставляя целенаправленные рекомендации. Это позволяет не только улучшить учебные результаты, но и сделать процесс обучения более увлекательным и интерактивным. В условиях современных вызовов, таких как переход на дистанционные форматы или подготовка к ВПР, эти технологии становятся особенно ценными для учащихся и педагогов.

– *Большие данные и аналитика*. Использование больших данных в образовании стало неотъемлемой частью современного образовательного процесса. Обширные объемы данных, собранные из различных источников, помогают образовательным учреждениям принимать более обоснованные решения и разрабатывать стратегии для улучшения качества обучения.

Преимущества использования больших данных:

1. Большие данные позволяют детально отслеживать взаимодействие учащихся с учебным контентом, включая время, проведенное на платформе, прогресс в выполнении заданий, частоту посещения занятий и др. Например, школы могут анализировать данные для выявления учащихся, которые нуждаются в дополнительной поддержке или вмешательстве, прежде чем они столкнутся с серьезными проблемами в учёбе.
2. На основе собранных данных о предпочтениях и способностях учащихся, образовательные учреждения могут разрабатывать персонализированные учебные планы, что повышает мотивацию и вовлеченность учащихся. Анализ данных может помочь в выявлении наиболее эффективных методов обучения для конкретных групп учеников, а также в адаптации материалов в зависимости от их потребностей.
3. Используя большие данные, школы и университеты могут оценивать эффективность учебных программ и курсов, используя метрики успеваемости, удовлетворенности обучающихся и других показателей. Это позволяет принимать обоснованные решения о внедрении новых курсов, изменении существующих учебных программ или коррекции методов преподавания.
4. Аналитика больших данных может использоваться для предсказания успешности учеников, что позволяет заранее выявить тех, кто может столкнуться с трудностями. На основе исторических данных о прогрессе и успеваемости обучающихся можно создавать модели, которые предсказывают вероятный исход обучения и позволяют принимать меры заранее для улучшения результатов.
5. На основе анализа больших данных образовательные учреждения могут разрабатывать целенаправленные стратегии вмешательства для определения методов поддержки для учащихся, которым это необходимо. Это может включать дополнительные занятия, консультации с учителями или программы

менторства, которые нацелены на работу с конкретными группами учащихся.

Примеры применения больших данных в образовании:

- системы управления обучением (LMS). Платформы, такие как Moodle или Blackboard, собирают и анализируют данные о активности учащихся, что помогает педагогам лучше понимать потребности учащихся и адаптировать свои подходы;
- аналитика посещаемости. Учебные заведения используют данные о посещаемости для выявления учащихся с высоким уровнем прогулов и разработки стратегий для повышения их вовлеченности;
- рекомендательные системы. Использование алгоритмов для предоставления студентам рекомендованных ресурсов и материалов на основе их предыдущего опыта и успешности в обучении.

Таким образом, использование больших данных и аналитики в образовании открывает новые возможности для улучшения качества обучения. Способность собирать и анализировать широкий спектр данных о поведении и успеваемости учащихся позволяет создавать более адаптивные и эффективные образовательные процессы. В конечном счете, это способствует достижению лучших учебных результатов, делает процесс обучения более персонализированным и направленным на нужды каждого учащегося.

– *Интерактивные обучающие приложения*. Интерактивные обучающие приложения представляют собой новый уровень взаимодействия с учащимися, используя мобильные технологии и игровые элементы для создания увлекательного и интенсивного образовательного опыта. Эти приложения применяют адаптивные алгоритмы, которые позволяют настраивать содержание и уровень сложности в соответствии с потребностями каждого отдельного пользователя.

Например, приложения, такие как Duolingo (рис. 11), предлагают ученикам изучение языков через игровые компоненты. Платформа адаптируется к уровню владения языка пользователя, предлагая задания, которые соответствуют его текущим навыкам, а также поддерживает мотивацию через систему наград и достижений.

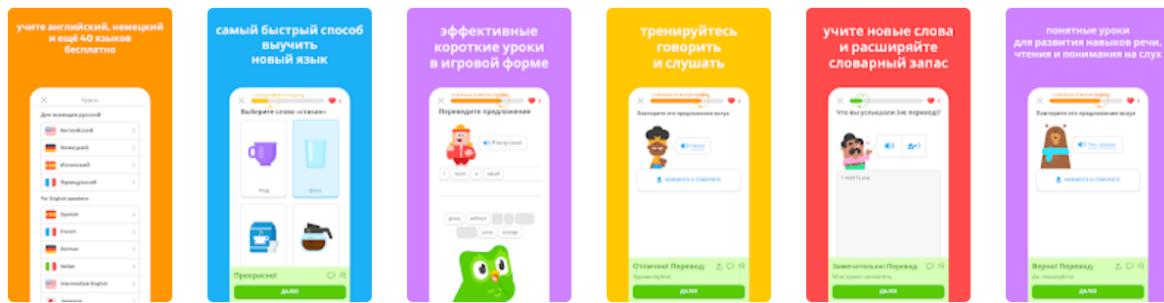


Рис. 11. Примеры заданий в системе Duolingo

Еще одним примером является приложение Khan Academy (рис. 12), которое включает в себя обширный набор видеолекций и интерактивных заданий. Система отслеживает прогресс ученика и предоставляет рекомендации по темам, которые ему стоит изучить дальше, что позволяет каждому пользователю адаптивно продвигаться по курсу.

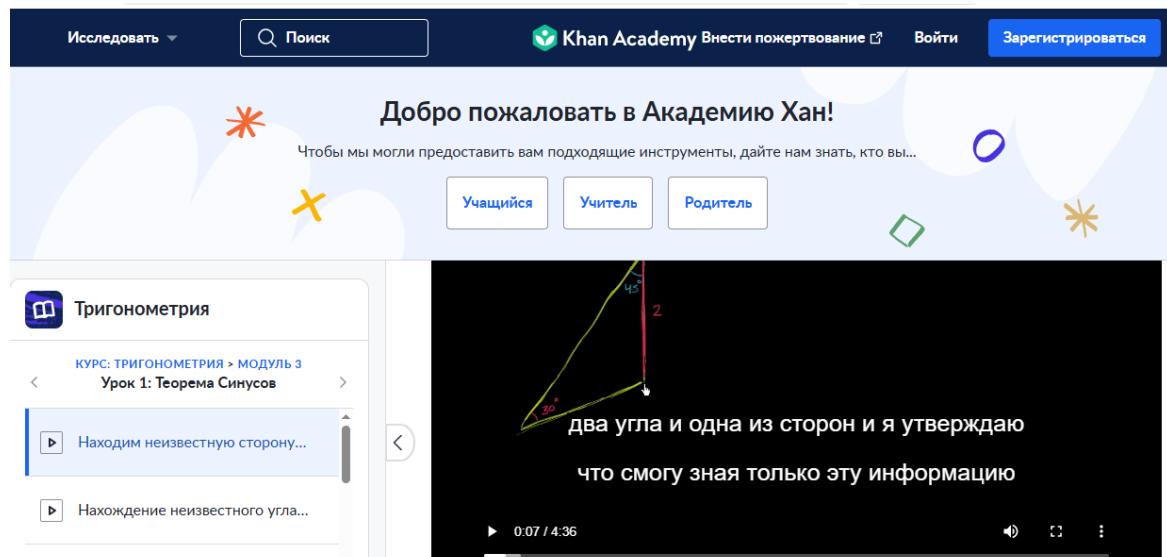


Рис. 12. Тригонометрия в Khan Academy

Игры, такие как Prodigy Math (рис. 13), используют элементы геймификации для обучения математике. Ученики участвуют в приключениях, решая математические задачи, которые адаптируются в зависимости от их успехов. Это создает контекст для обучения, который не только развлекает, но и эффективно усваивает материал.

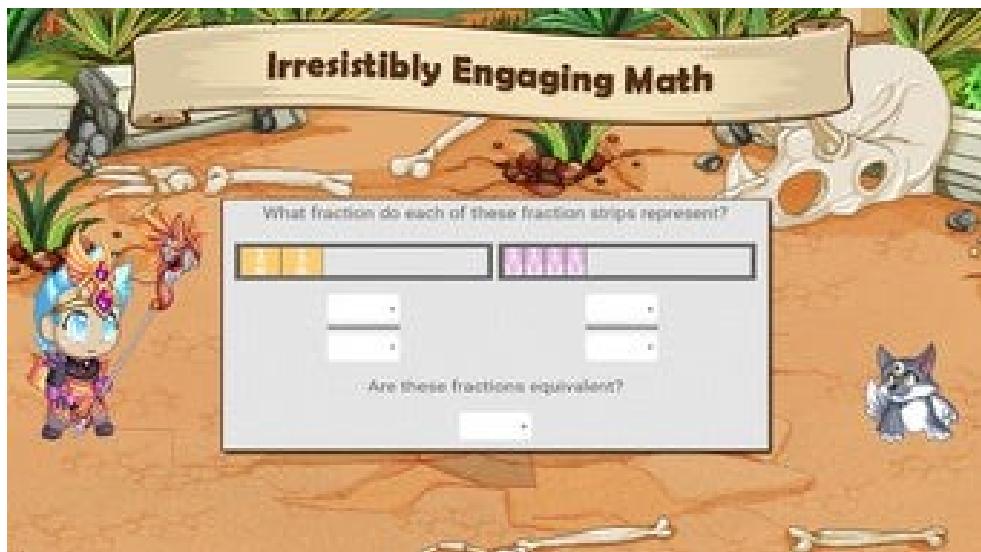


Рис. 13. Пример задания в программе Prodigy Math

Кроме того, платформа Quizlet позволяет создавать интерактивные карты памяти, тесты и игры на основе материалов, которые студенты изучают. Алгоритмы системы адаптируют содержание в зависимости от успехов и запросов пользователя, обеспечивая оптимальное обучение.

Весьма интересным является онлайн приложение Plario – «Цифровой репетитор Plario» (<https://plario.ru/>). Данная система представляет собой выравнивающий курс по математике для студентов, школьников.

Занятия в Plario предоставляют учащимся уникальную возможность восполнить пробелы в школьном курсе математики, создавая комфортную и поддерживающую образовательную среду. Платформа предлагает разнообразные интерактивные материалы и задания, которые позволяют ученикам изу-

чать и закреплять фундаментальные математические понятия в удобном для них темпе.

Благодаря адаптивному подходу, Plario учитывает индивидуальные потребности каждого студента, помогая им справляться с материалом, который может вызывать трудности. Учащиеся могут постепенно наращивать свои знания, что позволяет снизить уровень стресса и уверенно переходить к освоению более сложных вузовских дисциплин.

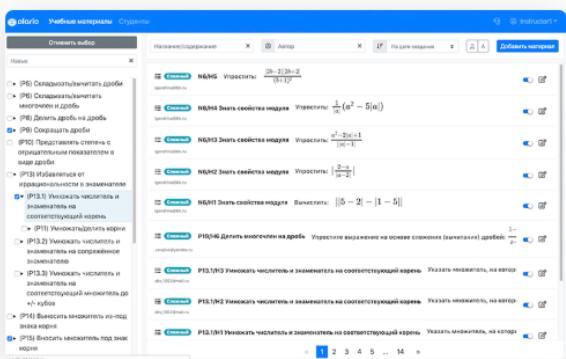
В результате, учащиеся не только улучшают свои математические навыки, но и развиваются уверенность в своих силах, что способствует успешному обучению в университете и дальнейшей профессиональной деятельности.

Основные возможности системы отображены на рисунке 14.

**Адаптивный подбор упражнений**  
Система индивидуально подбирает траекторию обучения в зависимости от уровня подготовки и прогресса студента

**Контроль знаний в режиме реального времени**  
В процессе выполнения заданий система оценивает прогресс обучающегося и корректирует траекторию обучения

**Высокая вовлеченность и мотивация**  
Элемент геймификации подтвердил свою эффективность для освоения учебного материала



The screenshot shows a list of math exercises with their properties. For example, the first exercise is 'Найди значение выражения' (Find the value of the expression) with the formula  $(3-2) \cdot 2n - 2$  and the answer  $(n-1)^2$ . Other exercises include 'Найди значение выражения' with the formula  $\frac{1}{3}(a^2 - 5|a|)$  and the answer  $\frac{1}{3}(a^2 - 5a)$ , and 'Найди значение выражения' with the formula  $\frac{1}{2}(a^2 - 1)$  and the answer  $\frac{1}{2}(a^2 - 1)$ . The interface also shows a navigation bar with tabs like 'Начните с заданий', 'Автор', 'Добавить задание', and 'Добавить материал'.

Рис. 14. Возможности системы Plario

В системе Plario при выборе задания пользователи могут ознакомиться с перечнем тренируемых навыков, необходимых для успешного выполнения конкретного задания. Это может включать базовые математические операции, решение уравнений, работу с графиками и другие важные аспекты, соответствующие заданию. Отображение списка ключевых навыков, которые будут развиваться в процессе выполнения, позволяет

учащимся не только понимать, какие именно компетенции они будут развивать, но и видеть, как эти навыки соотносятся с их образовательными целями.

Plario предоставляет детализированное описание каждого навыка, показывающее, какие конкретные умения или знания необходимо применить для успешного выполнения задания. Например, если задание связано с решением линейных уравнений, могут быть указаны такие поднавыки, как преобразование уравнений, работа с коэффициентами и т.д. Важно, что указанные навыки могут быть связаны с образовательными стандартами и требованиями, что позволяет учащимся видеть связь между заданиями и их долгосрочными учебными целями.

Платформа включает интерактивные примеры и советы по каждому навыку, что помогает учащимся лучше понять, как применять эти умения на практике.

Кроме того, как утверждают разработчики, учащиеся могут адаптировать обучение в зависимости от собственных потребностей, выбирая задания, которые развивают навыки, требующие дополнительного внимания, или повторяя задания с навыками, которые они уже освоили.

Таким образом, система Plario не только делает процесс обучения более структурированным, но и поддерживает индивидуальные потребности учащихся, обеспечивая их необходимыми инструментами для успешного освоения учебного материала (рис. 15, 16).

Plario My Task Theoretical materials My results

Trained these skills: Переходить от корня к степени с дробным показателем

**Задача**

При каких значениях  $x$  и  $y$  возможен переход от корня к степени с дробным показателем:

$$\sqrt[3]{(x-y)^2}$$

Выберите правильный вариант ответа из предложенных ниже

$x < y$   
  $x = y$   
 При любых значениях  $x, y$   
  $x > y$   
 Переход к степени с дробным показателем невозможен

Ответить

**Мастерство**

42%  
Всего навыков: 53  
Освоено: 14  
Не начато: 38

**Прогресс**

Навык	Процент
Переходить от корня к степени с дробным показателем и обратно	85%
Находить дискриминант	79%
Вносить множитель под знак корня	77%
Применять формулу для нахождения корней квадратного трёхчлена	48%
Возводить произведение/частное в степень	36%
Умножать числитель и знаменатель на сопряжённое знаменателю	18%

Рис. 15. Инструменты успешного усвоения материала

Plario Учебные материалы Студенты

Фильтр

- (P5) Складывать/вычитать дроби
- (P6) Складывать/вычитать многочлен и дробь
- (P8) Делить дробь на дробь
- (P9) Сокращать дроби
- (P10) Представлять степень с отрицательным показателем в виде дроби
- (P13) Избавляться от иррациональности в знаменателе
- (P14) Выносить множитель из-под знака корня
- (P15) Вносить множитель под знак корня
- (P16) Возводить корень в степень
- (P17) Извлекать корень из корня
- (P18) Сокращать показатели корня и подкоренного выражения (случай четного показателя корня)
- (P19) Делить многочлен на дробь
- (P20) Делить дробь на многочлен
- (P23) Складывать/вычитать иррациональные выражения
- (P24) Делить многочлен на многочлен

Задача Решение

Source |  $\mathbb{I}$   $\mathbb{U}$   $\mathbb{S}$   $x$   $x^2$   $T_x$   $\mathbb{E}$   $\mathbb{D}$   $\mathbb{A}$   $\mathbb{B}$   $\mathbb{C}$   $\mathbb{D}$   $\mathbb{E}$   $\mathbb{F}$   $\mathbb{G}$   $\mathbb{H}$   $\mathbb{I}$   $\mathbb{J}$   $\mathbb{K}$   $\mathbb{L}$   $\mathbb{M}$   $\mathbb{N}$   $\mathbb{O}$

Styles | Normal |

Вычислить следующее выражение

$$90\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\right)$$

body\_p

Тип Уровень сложности Упражнение Адаптивный Средний Диагностический

**Связанные навыки**

Навык	Вероятность случайной ошибки	Вероятность овладения навыком
P15 Вносить множитель под знак корня	0	0
P13.1 Умножать числитель и знаменатель на соответствующий корень	0	0
P5 Складывать/вычитать дроби	0	0

Назад Сохранить

Рис. 16. Статистика по связанным навыкам

Система Plario предлагает мощные инструменты для отслеживания динамики обучения, что является ключевым ком-

понентом эффективного образовательного процесса. Платформа предоставляет преподавателям и учащимся доступ к аналитическим данным, позволяющим наблюдать прогресс и выявлять как достижения, так и области, требующие дополнительного внимания (рис. 17).

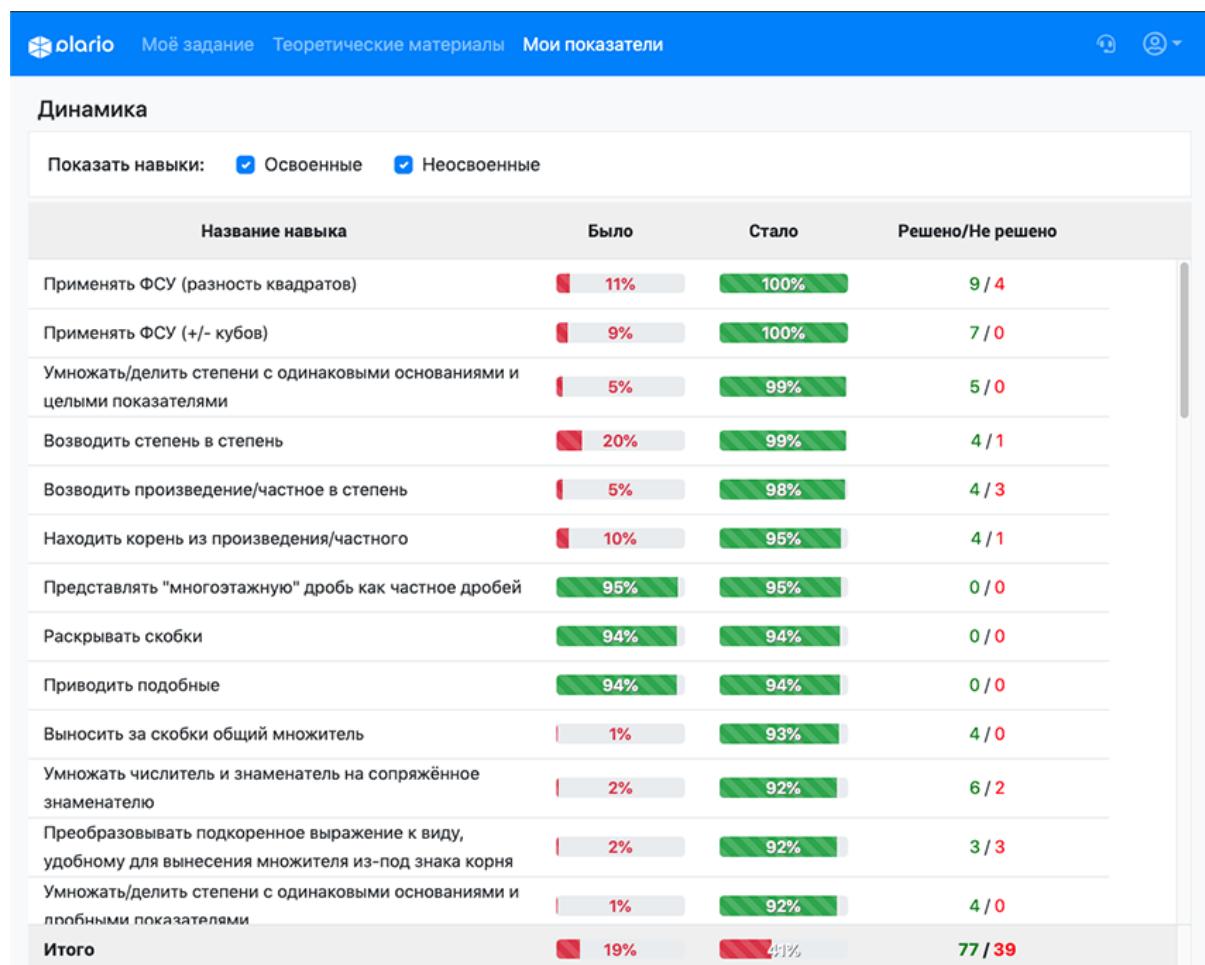


Рис. 17. Отслеживание динамики обучения в системе Plario

Основные возможности системы Plario по отслеживанию динамики обучения:

1. Мониторинг успеваемости. Plario позволяет пользователям отслеживать результаты выполнения заданий и тестов, что помогает оценить уровень осознания материала. Учащиеся могут видеть свои оценки и прогресс в режиме реального времени.

2. Анализ поведения учащихся. Платформа фиксирует время, затраченное на изучение материалов, а также частоту их посещения. Это дает возможность выявить активность студента и понять, какие темы требуют большего внимания.

3. Отчетность. Plario генерирует отчетные данные, в которых представлена динамика обучения за различные периоды. Преподаватели могут использовать эти отчеты для анализа общего уровня успеваемости класса и индивидуальных достижений каждого студента.

4. Персонализированные рекомендации. На основе собранных данных система предлагает индивидуальные рекомендации по доработке конкретных тем или заданий. Это помогает учащимся фокусироваться на слабых местах, что способствует более глубокому пониманию предмета.

5. Обратная связь. Учащиеся получают возможность получать обратную связь по выполненным заданиям, что помогает им осознать свои ошибки и улучшить стратегии обучения.

6. Постоянное обновление информации. Платформа обеспечивает непрерывное обновление данных, что позволяет как учащимся, так и преподавателям видеть актуальные изменения в успеваемости и вносить необходимые корректизы в образовательный процесс.

Таким образом, система Plario не только способствует более эффективному усвоению материала, но и предоставляет полезные инструменты для анализа и совершенствования процесса обучения, что делает её ценным ресурсом как для студентов, так и для преподавателей.

В целом, интерактивные обучающие приложения не только делают процесс обучения более увлекательным и интерактивным, но и благодаря своей адаптивности, значительно повышают его эффективность, позволяя каждому пользователю учиться в своем собственном темпе и соответствии с личными предпочтениями.

### **3.3 Особенности разработки адаптивных систем обучения**

С точки зрения технической (программной) разработки в основе моделей адаптивного обучения лежат различные методы анализа данных. Например, метод машинного обучения (ML) является одним из наиболее часто используемых при разработке адаптивных систем. Машинное обучение (англ. Machine learning, ML) — класс методов искусственного интеллекта, основной характеристикой которых является не прямое решение задачи, а обучение в процессе применения решений множества сходных задач. Алгоритмы машинного обучения позволяют анализировать учебный контент по множеству заданных параметров, предлагать оптимальный формат учебных материалов (видео, материалы для чтения, кейсы, тесты и т. п.) и уровень их сложности. Одновременно алгоритмы машинного обучения могут анализировать знания студента (данные пре-теста, выполнение оцениваемых и неоцениваемых заданий в курсе), ритм его работы (потраченное время на обучение, на выполнение задания, частота обучения и т. п.). Эти данные могут инициировать и реализовать возможность автоматизировано предлагать студенту подходящие ему элементы контента: интерактивное упражнение, тест, игру, обучающее видео и т. п. [74].

Одной из наиболее важных проблем, с которыми сталкиваются при построении модели поведения обучающегося с помощью алгоритмов машинного обучения, является неопределенность. Обучение и диагностика ученика зависят от разных факторов, которые являются, как правило, неизмеряемыми. Наиболее распространенными методами для решения проблемы такого рода считаются метод нечетких множеств (fuzzy logic — нечеткая логика) и байесовские методы.

Метод нечетких множеств позволяет уйти от категоричности в обычной логической системе; состояниями нечеткой

логики могут быть не только 1 или 0, но и значения между ними, т. е. 0,15, 0,8 и т. д. Именно благодаря своей способности решать проблему неопределенности, метод нечетких множеств используется в сочетании с другими алгоритмами машинного обучения для создания моделей поведения, которые способны управлять неопределенностью поведения ученика.

Также не так давно стали использовать байесовские методы анализа данных (Bayesian Knowledge Tracing (BKT)). Байесовская сеть — это графическая модель, которая кодирует вероятностные отношения между интересующими переменными. Такие модели помогают управлять неопределенностью при моделировании поведения студента, что необходимо, поскольку мы делаем выводы о будущих действиях студента. Чаще всего байесовские сети используют для точного прогнозирования уровня знаний студентов в конкретные периоды времени на основе их предыдущего опыта обучения, однако их использование требует существенных вычислительных ресурсов.

Для моделирования поведения ученика в адаптивных системах используют также методы, основанные на онтологии. Онтология — это точная спецификация некоторой предметной области. С помощью онтологии в адаптивном обучении предпринимаются попытки формализовать некоторые области знаний с использованием концептуальной схемы.

Одним из распространённых языков для работы с онтологиями является язык веб-онтологии (OWL — Web Ontology Language). Этот язык позволяет описывать классы и отношения между ними, присущие веб-документам и веб-приложениям.

Методы, основанные на онтологиях, могут использоваться для моделирования поведения учащихся, поиска решений для описания их предпочтений в обучении и индексации различных образовательных ресурсов.

Для реализации адаптивного обучения используют и психометрические математические модели. Например, модель современной теории тестирования (Item Response Theory). Самой известной моделью является модель Раша, суть которой заключается в следующем: вероятность, что студент решит задание, выражается как некоторая функция от подготовленности студента и трудности задания. То есть вероятность правильного ответа на задание увеличивается, когда подготовленность обучающегося растет. Современная теория тестирования используется в адаптивном обучении [91], чтобы выбрать подходящий по уровню элемент контента для конкретного ученика.

С точки зрения пользователя адаптивное обучение может быть реализовано с помощью адаптивных рекомендаций или адаптации контента. Адаптивные рекомендации являются наиболее популярной технологией адаптивного обучения. Это важно, так как актуальной проблемой для адаптивного обучения является эффективная рекомендация учебных материалов. Адаптивные рекомендации позволяют ученику спланировать эффективный персональный учебный путь — так система учитывает особенности каждого ученика с помощью оценки его слабых и сильных сторон.

В адаптивном обучении используется несколько методов для создания рекомендаций обучающимся или пользователям. Первый из них — коллаборативная фильтрация (collaborative filtering), которая направлена на выявление студентов с похожими схемами обучения и использование этих данных для создания рекомендаций другим студентам. Второй метод основан на контенте (content-based). Процесс предоставления рекомендаций на основе контента заключается в сопоставлении признаков профиля студента/пользователя, в котором сохраняются предпочтения и интересы, с признаками элементов контента [75].

Также адаптивное обучение может быть реализовано с помощью использования адаптивного тестирования. Это форма компьютерного тестирования, в которой следующее задание или набор заданий, выбранных для предъявления студенту, зависит от правильности его ответов на последние выполненные задания [84]. Так как целью нашего исследования является представление обзора литературы об адаптивном обучении, мы не будем детально останавливаться на компьютерном адаптивном тестировании.

Рассмотрим научные работы, которые фокусируются на исследовании эффектов адаптивности на примере обучения на адаптивных платформах. Все работы можно объединить в три группы:

- 1) исследования эффективности обучения на адаптивных платформах;
- 2) исследования пользовательского опыта обучения обучающихся на адаптивных платформах;
- 3) разработка новых технических решений на основе работы с адаптивными платформами.

Исследователи в первой группе фокусируются на эффективности использования адаптивных платформ. При этом эффективность может пониматься как пользовательская оценка эффективности или как повышение успеваемости по сравнению с традиционным обучением. Для пользовательской оценки эффективности авторы применяют методы опросов, интервью и фокус-групп со студентами. К. Линден, Л. Пембертон и Л. Вебстер в своем исследовании по эффективности изучения химии на платформе Smart Sparrow выяснили, что студенты во время обучения отмечают повышение мотивации к изучению химии и позитивно воспринимают гибкость в обучении [77].

Другие авторы делают вывод об эффективности адаптивного обучения на основе сравнения итоговых оценок при обучении онлайн и с использованием адаптивных платформ. Так,

Дж. Ф. Эйхлер и Дж. Пиплс в своем исследовании сравнивали итоговые оценки за экзамен по химии трех групп обучающихся — одна группа обучающихся выполняла домашние задания онлайн, вторая — на адаптивной платформе ALEKS, третья группа не выполняла домашних заданий. Исследование показало, что на итоговом экзамене успеваемость обучающихся, которые выполняли домашние задания на адаптивной платформе ALEKS, повысилась на 13 баллов по сравнению с теми, кто не выполнял домашних заданий. Авторы еще двух исследований подтверждают улучшение оценок с использованием адаптивных платформ [76]. Однако похожее исследование с использованием адаптивного курса Pearson Mastering Engineering показало противоположные результаты — выполнение домашних заданий на адаптивной платформе не повышает итоговую оценку по курсу инженерной механики [38; 82].

Нам представляется наиболее предпочтительным метод оценки эффективности обучения с помощью адаптивных платформ, который объединяет в себе как пользовательскую оценку, так и сравнение успеваемости. Результаты таких исследований показали повышение эффективности обучения на адаптивных платформах по сравнению с традиционным обучением. Например, Дж. Чжун на основе опросов и оценок итогового теста показал, что у студентов появляется больше возможностей практиковаться с помощью адаптивных учебных модулей Smart Sparrow, что, в свою очередь, повышает их мотивацию к обучению и успеваемость [92].

Ряд авторов сообщают, что эффективность обучения на платформе ALEKS выше, как с точки зрения обратной связи от студентов, так и баллов за тестирование по сравнению с традиционным обучением в курсах по математике [87], по общей химии [81] и по изучению цитологии шейки матки на платформе Smart Sparrow [90]. В то же время существуют исследования, которые не подтверждают эффективность использова-

ния адаптивных платформ с точки зрения повышения баллов за тестирование по сравнению с традиционным или онлайн-обучением [78].

Вторая группа статей сосредоточена на индивидуальных особенностях студентов и их пользовательском опыте обучения с помощью адаптивной платформы. Одни авторы фокусируются на оценке удовлетворенности студентов обучением на адаптивной платформе и делают вывод, что использование интерактивных учебных пособий на платформе Learn Smart от McGraw- Hill повышает удовлетворенность студентов обучением [89]; а на платформе Smart Sparrow обучающиеся оказались более удовлетворены выполнением домашних заданий, чем в традиционном формате [80].

Другие авторы на основе данных о прохождении обучающихся курса выделяют 4 модели, которые обучающиеся используют во время обучения: неустойчивое обучение или *suspicious learning* (наблюдаются короткие всплески аномально быстрого прогресса, когда материал проходит за обучающегося кто-то другой), прокрастинация или *cramming* (обучающиеся увеличивают скорость обучения, например, перед важным экзаменом), плато обучения или *plateaued learning* (обучение значительно замедлилось или полностью прекратилось) и нормальная модель или *normal* (остальные обучающиеся).

В одном из исследований этой группы авторы сосредоточились на исследовании «настойчивости» в обучении – завершаемости курса, несмотря на трудности и преграды. Авторы выделили 3 модели поведения обучающихся на платформе ALEKS, связанного с постоянством обучения:

- 1) высокая настойчивость и редкая смена тем;
- 2) переключение и частая смена тем;
- 3) умеренная настойчивость и умеренная смена тем [85].

Третья группа исследований предлагают новые технические решения на основе работы с адаптивными платформами.

Ряд авторов предлагают новые алгоритмы прогнозирования оценок. Дж. Се и коллеги разработали модель для прогнозирования успеваемости обучающихся на основе стратегий поведения обучающихся в адаптивной онлайн-среде ALEKS [88]. Вероятностная модель была предложена С. Редди и его коллегами, эта модель предназначена для рекомендации персонализированных последовательностей тем с целью помочь обучающимся подготовиться к получению желаемых оценок [86].

Еще одна модель призвана усовершенствовать работу платформы ALEKS и представляет собой алгоритм, который предсказывает, когда тестирование обучающегося может быть прекращено [83].

Таким образом, став неотъемлемой частью современного образовательного процесса, адаптивные системы продолжают развиваться, обеспечивая ученикам более качественные, персонализированные и доступные варианты обучения.

### **3.4 Модель адаптивного обучения, учитывающая индивидуальные особенности учащихся и специфику профильного образования**

Адаптивное обучение представляет собой подход, который нацелен на индивидуализацию образовательного процесса с учетом уникальных потребностей, интересов и уровней подготовки каждого учащегося. В контексте профильного образования, особенно в области физико-математического профиля, такая модель становится особенно актуальной: обучающиеся должны не только усваивать теоретические знания, но и уметь применять их к решению практических задач.

Перечислим основные компоненты модели адаптивного обучения:

1. Диагностика и оценка

– Начальный этап включает в себя диагностику уровня знаний и навыков студентов. Это может быть реализовано через тестирование, анкетирование, выполнение пробных заданий.

– Результаты оценки помогают определить стартовый уровень подготовки учащихся и их индивидуальные потребности.

## 2. Индивидуальные образовательные пути

– На основе полученных данных разрабатываются индивидуальные образовательные маршруты, которые учитывают темп усвоения материала, стили обучения и предпочтения обучающихся.

– Обучающиеся могут выбирать темы и задания, соответствующие их интересам, что способствует повышению мотивации и вовлеченности в учебный процесс.

## 3. Адаптация методических подходов

– Используются различные методические стратегии, включая проектное обучение, проблемное обучение и игровые технологии, что позволяет обеспечить разнообразие образовательных практик.

– Предоставление материалов и задания в различных форматах (текстовые, визуальные, аудио и интерактивные) для учета различных стилей обучения.

## 4. Обратная связь и поддержка

– Важным аспектом адаптивного обучения является регулярная обратная связь. Преподаватели должны предоставлять конструктивное мнение о выполненных заданиях и достигнутом прогрессе.

– Включение методов менторства и групповых обсуждений, что способствует созданию поддерживающей образовательной среды.

## 5. Использование технологий

– Внедрение цифровых платформ и образовательных технологий (например, Learning Management Systems), которые позволяют осуществлять мониторинг учебной активности сту-

дентов и корректировать образовательные маршруты в реальном времени.

– Применение сервисов для самообучения и дополнительных ресурсов, что дает возможность учащимся работать в собственном темпе и углубляться в интересующие их темы.

## 6. Оценка результатов обучения

– Оценка успехов учащихся должна быть многоуровневой. Включает как формирующее, так и итоговое оценивание, направленное на выявление реальных достижений в решении практико-ориентированных задач.

– Важно учитывать не только конечные результаты, но и динамику прогресса каждого обучающегося.

На основании выше изложенного, созданная адаптивная система обучения основана на интеграции средств информационно-коммуникационных технологий, алгоритмов адаптации и интерактивных методов обучения по освоению практического опыта решения физико-математических задач. Интеграция позволяет создать для каждого обучающегося оптимальный учебный путь для достижения планируемых результатов обучения и получить удовлетворенность от учебного процесса.

Структура адаптивной системы обучения по освоению практического опыта решения физико-математических задач включает несколько взаимосвязанных модулей (рис. 18). Аналитический модуль отвечает за сбор и анализ данных об обучающихся, включая их предыдущие достижения, уровень подготовки, предпочтения в обучении и стили восприятия информации. На основании этих данных модуль создает индивидуальный образовательный маршрут для каждого обучающегося.



Рис. 18. Структура адаптивной системы обучения

Учебный модуль – контент адаптивной системы, включающий разнообразные учебные материалы: лекции, видеоролики, интерактивные симуляции, тесты и типовые физико-математические задачи. Этот контент группируется по темам и уровням сложности, что позволяет обучающимся выбирать задания, соответствующие по уровню сложности их индивидуальным запросам.

Модуль «Алгоритмы адаптации» используется для персонализации учебного процесса. На основе данных аналитического модуля и предпочтений обучающегося, система может предлагать задания различной сложности, изменять порядок изучения материала и предлагать альтернативные методы обучения по освоению практического опыта решения физико-математических задач.

Модуль «Оценка и поддержка» осуществляет регулярный контроль успеваемости обучающихся и предоставляет своевременную обратную связь. Педагог имеет возможность получать отчеты о достижениях обучающихся, в то же время сами обучающиеся получают рекомендации по повышению резуль-

татов освоения практического опыта решения физико-математических задач.

Данная система разработана в формате базы данных, содержащей банк заданий, упорядоченных в соответствии с заранее определенными характеристиками заданий, такими как: сложность, тематическая направленность и тип физико-математических задач.

На начальном этапе обучающиеся знакомятся с вводными материалами по дисциплине, затем проходят диагностику, выполняют типовые задания, позволяющие установить стартовый уровень знаний и умений, а также подготовить их к дальнейшему обучению по освоению практического опыта решения физико-математических задач.

Представленные задания – практико-ориентированы, охватывают широкий спектр тем, связанных с экономическими аспектами, вопросами охраны окружающей среды, а также задач, извлеченных из смежных с математикой школьных предметов – «Физика», «Химия», «Биология», «География». Эти задания представлены обучающимся в формате квестов.

В зависимости от выбранного уровня физико-математических задач (обобщенного, технологического, алгоритмического) на экране предложены различные шаги процесса решения задачи на оптимизацию прокладки трубы между двумя домами в зависимости от входных данных на изображении (рис. 19, 20, 21).

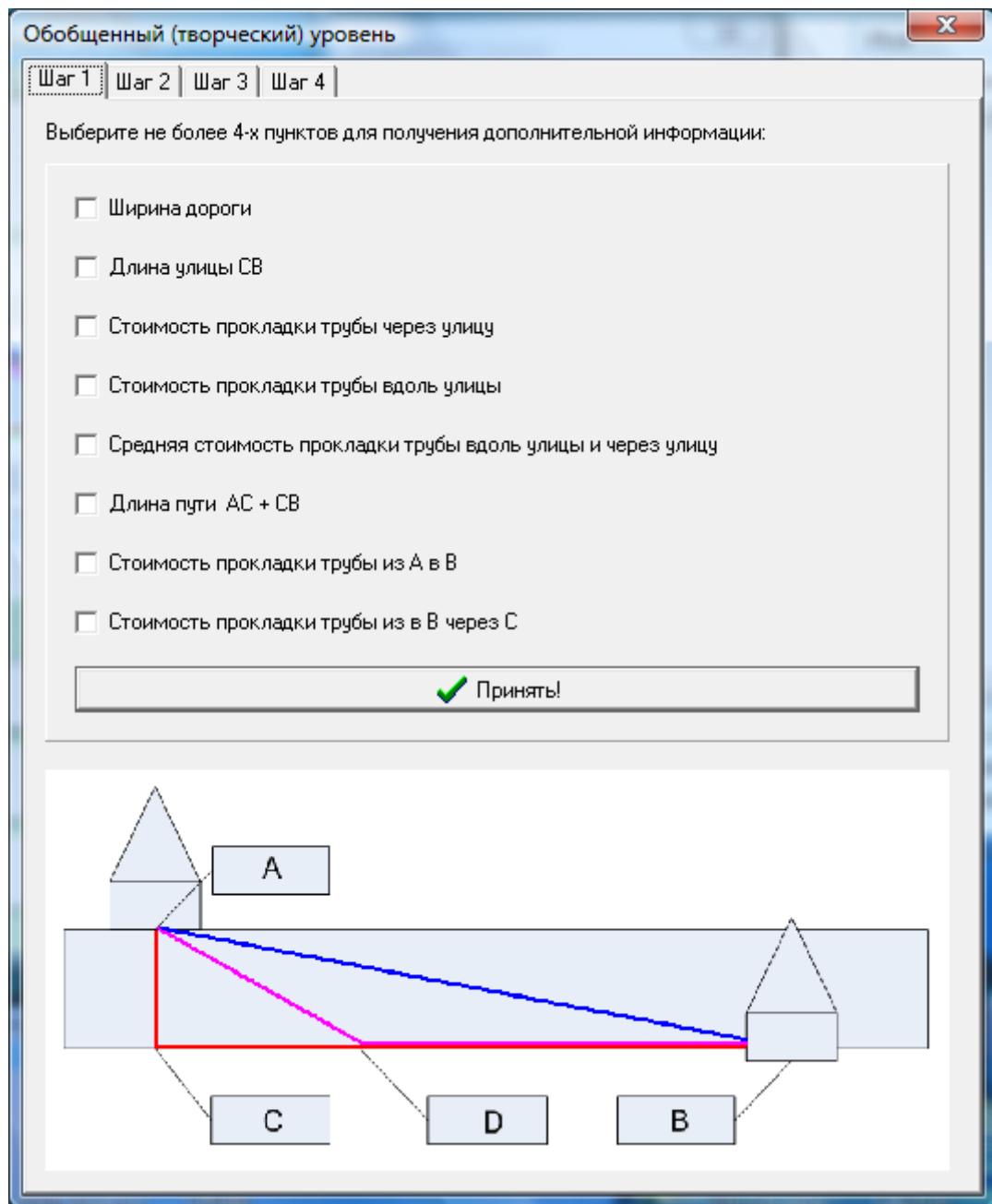


Рис. 19. Пример решения задачи на обобщенном (творческом) уровне

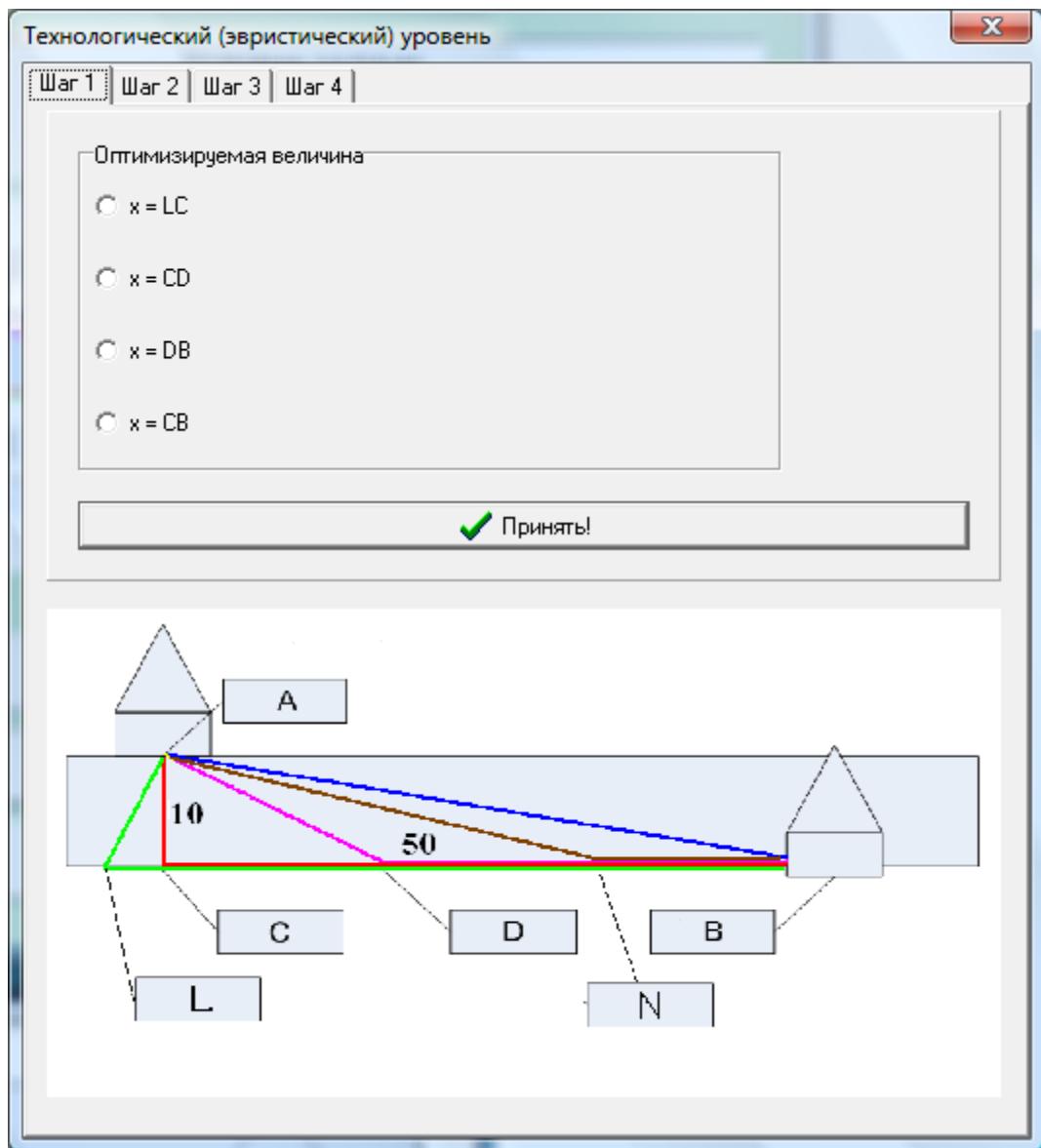


Рис. 20. Пример решения задачи на технологическом (эвристическом) уровне

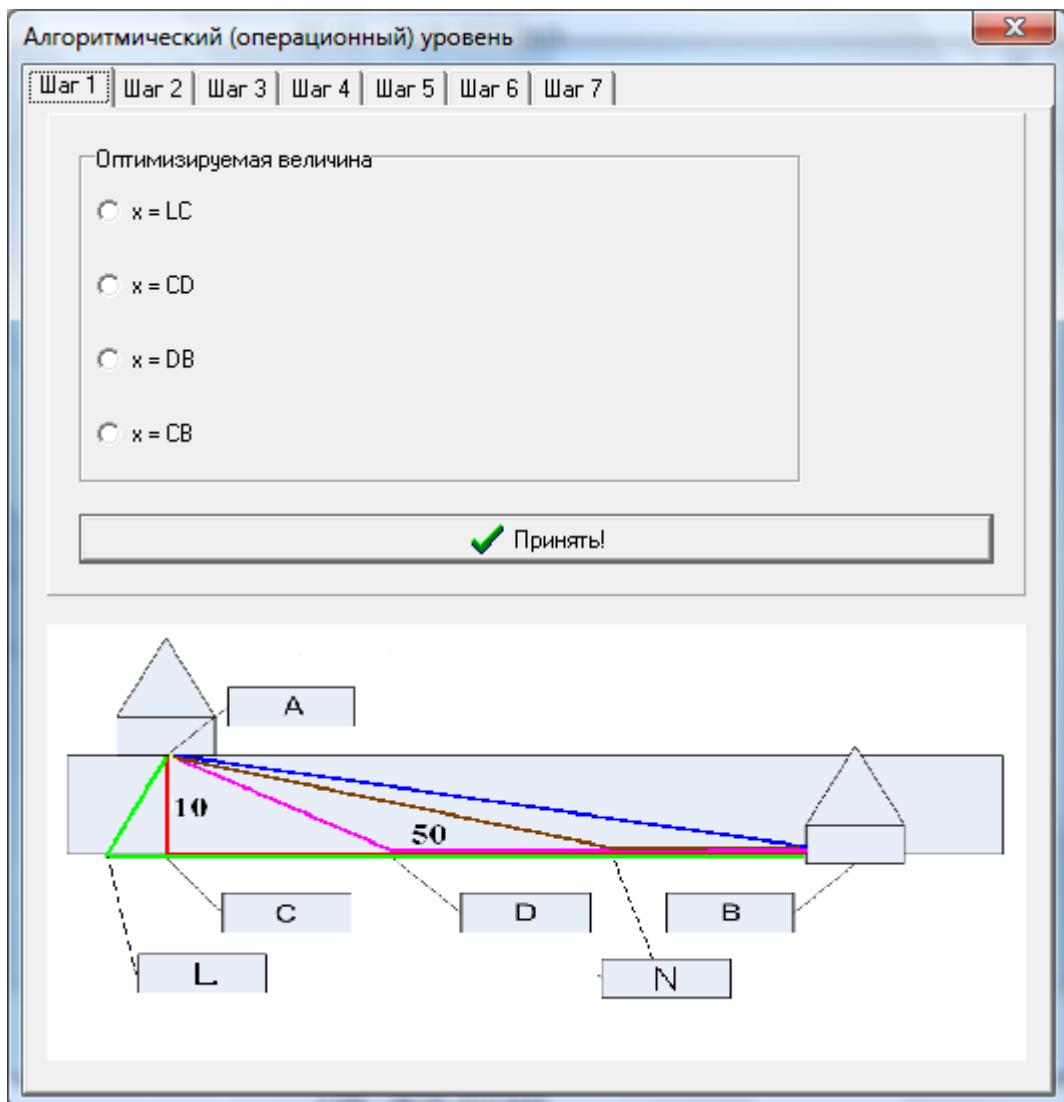


Рис. 21. Пример решения задачи на алгоритмическом (операционном) уровне

При обобщении темы обучающимся предлагаются задания открытого типа, выполнение которых представляет собой творческий процесс, требующий гибкости мышления, выдвижения гипотезы и разработки процедуры ее доказательства, описанной в решении.

На технологическом уровне в адаптивной системе обучения по освоению практического опыта решения физико-математических задач предусмотрены:

– эвристики, направляющие при описании решений задач на использование определенных стратегий и приемов, способ-

ствующие развитию у обучающихся аналитических навыков и способности к критическому мышлению. Например, рассматривается задача следующего содержания: «Ракета длиной 10 метров запускается вертикально вверх с начальной скоростью 50 м/с. Через 3 секунды после старта ракета отделяет от себя парашют, который начинает замедлять ее вертикальное движение. Ускорение парашюта можно считать постоянным и равным  $-9,8 \text{ м/с}^2$ . Определите: 1. Высоту, на которую поднимется ракета до определения парашюта. 2. Время, через которое ракета достигнет максимальной высоты после отделения парашюта. 3. Максимальную высоту ракеты над землей»;

– алгоритмы, четко структурирующие на основе инструкций последовательность решения задачи, способствующие формированию у обучающихся навыков использования общих и частных алгоритмов. В частности, в системе реализована задача: «На мосту стоит фонарный столб, имеющий высоту 5 метра. На земле от столба отходить тень, длина которой составляет 3 метра. Какова длина тени, отбрасываемая другим фонарным столбом, который находится на расстоянии 10 метров от первого и имеет высоту 3 метра?». Предлагается сначала выбрать алгоритм решения данной задачи из предложенных, а затем следуя ему представить процесс решения.

Предложенная модель адаптивного обучения создает гибкую и динамичную образовательную среду, в которой студенты физико-математического профиля могут развивать свои навыки и компетенции, соответствующие современным требованиям. Она способствует не только формированию теоретических знаний, но и развитию практических умений, что является ключевым для успешной реализации учащимися профессиональных задач в будущем. Данная модель отвечает вызовам современного образования и позволяет подготовить квалифицированных специалистов, обладающих не только знаниями,

но и способностями к критическому мышлению и адаптации в быстро меняющемся мире.

### **3.5 Персонализация в адаптивной системе**

На современном этапе адаптивное образование представляется более проработанным понятием и включает в себя ряд ключевых структурных элементов:

1. Персонализация, которая является основополагающим условием для современного образовательного процесса.
2. Вариативность содержания образовательных программ, настраиваемых в соответствии с индивидуальными образовательными целями учащихся.
3. Цикличность обучения, отражающаяся в логично и обоснованно организованных учебных циклах.
4. Мотивационно-ценостный компонент, анализирующий образовательный процесс с точки зрения достигнутых результатов и усилий, потраченных на их достижение.
5. Целостность образовательного процесса, которая означает единство и гармоничное взаимодействие всех его составляющих.
6. Релевантность, обозначающая степень соответствия содержания образовательной программы информационным потребностям обучающихся.
7. Наставничество как метод поддержки адаптации и профессионального роста учащихся.

Адаптивное образование теперь реализуется через адаптивные технологии, которые позволяют создавать модели обучения с использованием сложных алгоритмов. Для этого требуется пересмотреть существующие образовательные модели. Результаты обучения делятся на множество отдельных навыков, организуемых иерархически, где один навык следует за другим. Также важно включить в адаптивную модель тесты,

которые должны обнаруживать как пробелы в знаниях, так и сильные стороны обучающегося, на которые он может опираться в процессе обучения. Существенным аспектом является распределение заданий по времени, частота тренировок, периодичность повторений и тестирование по окончании учебного модуля. Адаптивная образовательная система должна самостоятельно определять последовательность модулей и предлагать отработку конкретного навыка на следующем этапе обучения. При этом критически важным является учет метакогнитивного компонента, позволяющего обучающемуся самостоятельно оценивать свои знания и усвоение материала. Важно, чтобы система не игнорировала психологическую готовность ученика переходить к следующему модулю; он сам должен быть уверен в своей подготовленности к новым знаниям.

Эти образовательные механизмы основаны на персонализированном подходе к обучению и включают следующие ключевые элементы:

- Персонализированный учебный план, составляемый обучаемым с учетом его текущих и долгосрочных целей.
- «Умная» диагностика для выявления пробелов в знаниях.
- Индивидуальный профиль, определяющий подходящий стиль обучения.
- Образовательные стратегии, помогающие сознательно реализовывать образовательные цели.
- Широкий выбор заданий различных уровней сложности, из которых учащийся выбирает необходимые для достижения своих целей.

Персонализация образования проявляется через такие концепции, как индивидуальный образовательный маршрут и индивидуальная образовательная траектория. Как же они различаются? Индивидуальный образовательный маршрут – это образовательная программа, разработанная учащимся с учетом его потребностей и мотивации. Этот маршрут реализуется с

поддержкой преподавателя, который помогает ученику в самоопределении. Индивидуальная образовательная траектория, в свою очередь, рассматривается как более обширное понятие. Она включает в себя индивидуальный образовательный маршрут как содержательный аспект персонализированного образования, а также представляет собой определенную технологию организации учебного процесса [2; 7; 25; 35; 57].

В рамках персонализированного подхода учащиеся также развивают универсальные компетенции, такие как эмоциональный интеллект, аналитическое мышление, стрессоустойчивость, коммуникабельность и инициативность. Это позволяет утверждать, что персонализированное образование не только предоставляет возможности для приобретения профессиональных навыков, но в большей степени способствует развитию личности ученика.

Таким образом, адаптивное образование представляет собой современный подход, который нацелен на учет индивидуальных способностей и потребностей учащегося. Электронные образовательные среды все активнее внедряются в учебный процесс, что делает адаптивное образование практически осуществимым. В этом контексте информационные и педагогические технологии играют ключевую роль в обеспечении успешного взаимодействия между участниками образовательного процесса и проведения учебной деятельности с использованием новых технологий, что создает адаптивность образовательного процесса.

### **Вывод по главе 3**

Актуальность темы разработки адаптивной методической системы обучения решению задач прикладного характера для физико-математического профиля обусловлена несколько

ключевыми факторами. В современном мире учащиеся сталкиваются с множеством реальных вызовов, и подготовка их к этим сложным ситуациям становится важнейшей задачей образования. Способность применять теоретические знания на практике, решать нестандартные задачи и адаптироваться к изменяющимся условиям — это те навыки, которые критически востребованы на рынке труда.

Внедрение индивидуализированных подходов в обучение непосредственно отвечает на требования современного образования, которое стремится учитывать уникальные особенности каждого ученика. Адаптивные методические системы позволяют настраивать образовательный процесс в зависимости от темпа усвоения, предпочтений и уровня подготовки каждого обучающегося. Это не только повышает мотивацию учащихся, но и способствует более глубокому и осознанному усвоению материала.

Кроме того, сфера физико-математического профиля требует развития специфических компетенций, таких как критическое мышление, аналитические навыки и способность к исследовательской деятельности. Адаптивные учебные программы могут включать в себя разнообразные форматы взаимодействия — от традиционных лекций до интерактивных заданий и проектной работы. Они дают учащимся возможность учиться в контексте реальных задач и применять знания для решения практических проблем, что значительно увеличивает эффективность обучения.

Еще одним аспектом является быстрое развитие технологий и наук, которое создает новые требования к образовательным программам. Адаптивные методические системы должны быть гибкими и оперативно реагировать на изменения в содержании науки и техники. Это позволяет учащимся оставаться на переднем крае современных достижений и адаптировать-

ся к новым инструментам и технологиям, которые будут актуальны в их профессиональной деятельности.

Таким образом, разработка адаптивной методической системы обучения для решения прикладных задач в области физики и математики является не только актуальным, но и необходимым шагом в подготовке учащихся к реальным вызовам, обеспечивая формирование важных компетенций и навыков, которые будут востребованы в будущем.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренная в данной работе тема разработки адаптивной методической системы обучения решению задач прикладного характера для физико-математического профиля является крайне актуальной и необходимой в условиях современного образовательного процесса. С учетом стремительного развития технологий, изменяющихся запросов рынка труда и растущей потребности в высококвалифицированных специалистах, печатное образование должно быть не только теоретическим, но и практическим, прежде всего ориентированным на реальные задачи и ситуации.

Ключевой концепцией работы является адаптивное обучение, которое позволяет индивидуализировать учебный процесс в зависимости от потребностей и особенностей каждого студента. Актуальность этого подхода подтверждается многочисленными исследованиями, показывающими, что персонализированное обучение повышает мотивацию студентов и способствует более глубокому усвоению материала. Таким образом, адаптивная методическая система, рассматриваемая в данной работе, имеет потенциал значительно улучшить результаты обучения, а также подготовить студентов к реальным профессиональным вызовам.

Важным аспектом является также интеграция прикладных задач в образовательный процесс. Решение реальных задач позволяет студентам не только применять теоретические знания на практике, но и развивать критическое мышление и навыки решения проблем. Проектно-ориентированные методы обучения, основанные на реальных примерах и кейсах, служат отличной основой для формирования у студентов практических умений и готовности к будущей профессиональной деятельности.

Кросс-дисциплинарность, которая пронизывает предлагаемый подход, служит дополнительным катализатором для формирования комплексного мышления у студентов. Интеграция знаний из разных областей позволяет им видеть взаимосвязи и применять междисциплинарные принципы для решения сложных задач. Это важно не только с образовательной точки зрения, но и с точки зрения подготовки студентов к быстро меняющимся условиям современного мира.

Использование современных информационно-коммуникационных технологий является неотъемлемой частью адаптивной методической системы. Технологии, такие как онлайн-платформы, виртуальные симуляции и интерактивные задания, значительно увеличивают вовлеченность студентов в учебный процесс и делают его более эффективным и доступным. Эти инструменты играют важную роль в реализации адаптивного подхода, позволяя оперативно модифицировать содержание обучения в соответствии с успехами студентов.

Тем не менее, для успешной реализации данной методической системы необходимо учитывать не только технологические и методические аспекты, но и организационные и институциональные факторы. Это включает в себя подготовку преподавателей, которые должны быть готовы применять адаптивные и проектно-ориентированные методы, а также создание инфраструктуры, поддерживающей инновационные подходы в обучении.

Сопоставление результатов работы с поставленными задачами позволяет заключить следующее:

1. Анализ нормативных документов, положений и выводов, представленных в психолого-педагогических, историко-методических и методических исследованиях, позволил уточнить определение прикладной направленности школьного курса математики с точки зрения обеспечения достижения целей Концепции профильного обучения и выделить комплекс ди-

дактических принципов реализации этой направленности (методологическая, содержательная, методическая преемственность, дифференциация и индивидуализация).

2. Исследование построенной модели проекции реализации прикладной направленности школьного курса математики на структуру содержания базисного учебного плана в условиях осуществления личностно-ориентированного подхода определило значимость и функции практико-ориентированных задач на старшей ступени профильного обучения. Необходимыми компонентами дидактической системы прикладных задач являются алгоритмические задачи, оптимизационные задачи, «задачи прогноза» и «задачи рецензии».

3. Технология обучения учащихся решению практико-ориентированных задач, созданная на основе деятельностного подхода, позволяет развивать умение решать задачи и эффективно формировать важное для профильного обучения умение – самостоятельную формулировку прикладных и практических задач на различных уровнях (операционном, технологичном и обобщенном).

4. Эффективность адаптивной учебной системы обеспечивается через использование активных методов обучения, применяющих проектную деятельность, групповую и индивидуальную работу над задачами, что способствует развитию критического мышления и аналитических навыков у учащихся.

5. Разработанная методическая система включает последовательность этапов от введения в проблему до самостоятельного решения задач, что позволяет учащимся глубже осваивать материал и применять его в различных контекстах.

6. Методическая система позволяет адаптировать учебный процесс под индивидуальные потребности и уровень подготовленности учащихся, учитывая их интересы и мотивацию.

7. Внедрение практико-ориентированных задач в учебный процесс ведет к улучшению понимания учащимися математи-

ческих концепций и повышению их способности к решению комплексных задач, связанных с реальными жизненными ситуациями.

В дальнейшем будет продолжена разработка и внедрение аналогичных методических систем в других профильных направлениях, а также проведен мониторинг их эффективности для дальнейшего улучшения образовательного процесса. Также развитие адаптивных методических систем должно в будущем включать интеграцию современных технологий, таких как ИИ и аналитика данных, для более точной персонализации обучения и повышения его качества.

Таким образом, разработка адаптивной методической системы обучения решению задач прикладного характера для физико-математического профиля представляет собой важный шаг вперед в современных образовательных практиках. Она отвечает на вызовы времени и потребности студентов, позволяя им не только получать знания, но и развивать навыки, необходимые для успешной профессиональной деятельности. Эта работа не только вносит вклад в развитие теории и практики образования, но и открывает новые горизонты для дальнейших исследований и инноваций в сфере обучения и подготовки специалистов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Анисимов, О. С. Методологическая культура педагогической деятельности и мышления / О. С. Анисимов; ИНОАН СССР. Всесоюзный методологический центр. — Москва: Экономика, 1991. — 416 с. — Текст: непосредственный.
2. Артемова, Л. К. Образовательно-профессиональный маршрут старшеклассников: проблемы, пути реализации / Л. К. Артемова — Текст: непосредственный // Профильная школа. — 2008. — № 6. — С. 47-54.
3. Белоусов, А. О. Конвергентное естественнонаучное образование: опыт реализации проекта «Лицейский коворкинг» : Учебно-методическое пособие / А. О. Белоусов, О. Р. Шефер, Т. Н. Лебедева. — Челябинск : Абрис, 2025. — 114 с. — Текст: непосредственный.
4. Бондаревская, Е. В. Парадигмальный подход к разработке содержания ключевых педагогических компетенций / Е. В. Бондаревская, С. В. Кульневич — Текст: непосредственный // Педагогика. — 2004. — № 10. — С.23-31.
5. Брейтигам, Э. К. Деятельностно-смысловой подход в контексте развивающего обучения старшеклассников началам математического анализа. Автореф. дис. на соиск. уч. ст. д-ра пед. наук. — Омск, 2004. — 38 с. — Текст: непосредственный.
6. Брейтигам, Э. К. обучение математике в личностно-ориентированной модели образования / Э. К. Брейтигам — Текст: непосредственный // Педагогика. — 2000. — №10. — С. 45-48.
7. Будинкова, В. С. Индивидуальные учебные планы профильного обучения учащихся общеобразовательных учреждений / В. С. Будинкова. — Текст: непосредственный // Муниципальное образование: инновации и эксперимент. — 2008. — № 4. — С.63-68.
8. Вечтомов, Е. М. Философия математики / Е. М. Вечтомов. — Киров: Изд-во ВятГГУ, 2004. — 192 с. — Текст: непосредственный.
9. Вятченникова, И. А. Примеры заданий на формирование познавательных универсальных учебных действий у обучающихся при работе с задачей / И. А. Вятченникова, И. Н. Семенова,

Е. Н. Эрентраут — Текст: непосредственный // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. — 2019. — № 4. — С. 190-193.

10. Галицкий, М. Л. Углубленное изучение курса алгебры и математического анализа : Метод. рекомендации и дидакт. материалы : Пособие для учителя / М. Л. Галицкий, М. М. Мошкович, С. И. Шварцбурд. — 2-е изд., дораб. — Москва : Просвещение, 1990. — 349 с. — Текст: непосредственный.

11. Ганеев, Х. Ж. Теоретические основы развивающего обучения математике / Х. Ж. Ганеев. — Екатеринбург: УрГПУ, 1997. — 160 с. — Текст: непосредственный.

12. Гузеев, В. В. Дидактические и психологические основания образовательной технологии / В. В. Гузеев, М. Е. Бершадский. — Москва: Центр «Педагогический поиск», 2003. — 256 с. — Текст: непосредственный.

13. Дубнов, Я. С. Содержание и методы преподавания элементов математического анализа и аналитической геометрии в средней школе / Я. С. Дубнов // Беседы о преподавании математики. — Москва, 1965. — 236 с. — Текст: непосредственный.

14. Епишева, О. Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода: Книга для учителя / О. Б. Епишева. — Москва: Просвещение, 2003. — 223 с. — Текст: непосредственный.

15. Звягин, К. А. Готовность будущих учителей к реализации смешанного обучения в начальной школе / К. А. Звягин, И. Г. Козлова, Л. Г. Махмутова — Текст: непосредственный // Вестник Южно-Уральского государственного гуманитарно-педагогического университета. — 2022. — № 5(171). — С. 100-117. — DOI 10.25588/CSPU.2022.171.5.005.

16. Звягин, К. А. К вопросу о реализации организационных форм обучения в начальной школе в условиях смешанного обучения / К. А. Звягин, И. Г. Козлова, Л. А. Махмутова — Текст: непосредственный // Ученые записки университета им. П.Ф. Лесгафта. — 2022. — № 8(210). — С. 108-111. — DOI 10.34835/issn.2308-1961.2022.8.p108-111.

17. Звягин, К. А. Конструирование методической системы реализации образовательных программ начального общего образования с применением форматов смешанного обучения / К. А. Звягин, И. Г. Козлова, Л. Г. Махмутова — Текст: непосредственный // Образовательное пространство в информационную эпоху : Сборник научных трудов Международной научно-практической конференции, Москва, 06–07 июня 2023 года. — Москва: Институт стратегии развития образования, 2023. — С. 73-77.

18. Звягин, К. А. Методическое сопровождение формирования функциональной грамотности младших школьников в условиях смешанного обучения : монография / К. А. Звягин, С. В. Крайнева, Л. Г. Махмутова [и др.]. — Челябинск : Южно-Уральский научный центр РАО, 2025. — 317 с. — ISBN 978-5-907821-50-7. — Текст: непосредственный.

19. Звягин, К. А. Организация обучения математике в начальной школе с применением форматов смешанного обучения : Учебное пособие для студентов-бакалавров / К. А. Звягин, И. Г. Козлова, С. В. Крайнева, Л. Г. Махмутова. — Челябинск : Южно-Уральский научный центр РАО, 2022. — 175 с. — ISBN 978-5-907538-70-2. — Текст: непосредственный.

20. Звягин, К. А. Подготовка студентов к реализации смешанного обучения в вариативных моделях начального общего образования / К. А. Звягин, И. Г. Козлова, Л. Г. Махмутова — Текст: непосредственный // Ученые записки университета им. П.Ф. Лесгафта. — 2023. — № 8(222). — С. 144-148. — DOI 10.34835/issn.2308-1961.2023.08.p144-148.

21. Зинченко, В. П. Человек развивающийся : очерки российской психологии / В. П. Зинченко, Е. Б. Моргунов. — 2-е изд., уточн. и доп. — Москва : ТОО «Тривола», 1994. — 333 с. — Текст: непосредственный.

22. Избранные вопросы теории и методики обучения математике (аспект организации деятельности учителя): Учеб. пособие/ Науч. ред. И. Н. Семенова, А. В. Слепухин. Урал. гос. пед. ун-т. — Екатеринбург, 2004. — 93 с. — Текст: непосредственный.

23. Каган, М. С. Человеческая деятельность / М. С. Каган. — Москва: Политиздат, 1974. — 328 с. — Текст: непосредственный.
24. Карпова, Г. А. Методы педагогической диагностики: Метод. разработка / Г. А. Карпова. Урал. гос. пед. ун-т. — Екатеринбург, 2000. 38 с. — Текст: непосредственный.
25. Квашнин, Е. Г. Формирование у педагогов компетентности в сфере информационно-коммуникационных технологий на основе построения индивидуальной образовательной траектории / Е. Г. Квашнин — Текст: непосредственный //Стандарты и мониторинг в образовании. — 2009. — № 2. — С. 8-11.
26. Козлова, И. Г. Методическое сопровождение формирования функциональной математической грамотности младших школьников : Учебное пособие для студентов-бакалавров / И. Г. Козлова, Л. Г. Махмутова. — Челябинск : Абрис, 2024. — 60 с. — Текст: непосредственный.
27. Колягин, Ю. М. О прикладной и практической направленности обучения математике / Ю. М. Колягин, В. В. Пикан — Текст: непосредственный // Математика в школе. — 1985. — №6. — С. 26–32.
28. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования — Текст: электронный // Официальные документы в образовании. — 2002. — №27. — С. 13-33.
29. Кохановский, В. П. Философия и методология науки : Учеб. для студентов вузов / В. П. Кохановский. — Москва : АСТ ; Ростов н/Д. : Феникс, 1999. — 574 с. — Текст: непосредственный.
30. Кравченко, Д.А. (2020). Персонализация в образовании: от программируемого к адаптивному обучению / Д. А. Кравченко, И. А. Блескина, Е. Н. Каляева, Е. А. Землякова, Д. Ф. Аббакумов — Текст: непосредственный // Современная зарубежная психология. — 2020. № 9(3). — С. 34–46. — <https://doi.org/10.17759/jmfp.2020090303>.
31. Крайнева, С. В. Конвергенция законов физики и спорта / С. В. Крайнева, О. Р. Шефер, Т. Н. Лебедева, Е. Н. Эрентраут, Ю. А. Ахкамова, О. Е. Акулич — Текст: непосредственный // Ученые записки университета им. П.Ф. Лесгафта. — 2022. — № 8(210). — С. 144-149. — DOI 10.34835/issn.2308-1961.2022.8.p144-150.

32. Кручинин, В. В. Разработка компьютерных учебных программ / В. В. Кручинин. — Томск: ТГУ, 1998. — 218 с. — Текст: непосредственный.

33. Ксензова, Г. Ю. Перспективные школьные технологии: Учеб.-методич. пособие / Г. Ю. Ксензова. — Москва.: Педагогическое общество России, 2001. — 224 с. — Текст: непосредственный.

34. Лебедева, Т. Н. Цифровые инструменты и ресурсы для педагога : Учебное пособие для студентов высших учебных заведений / Т. Н. Лебедева. — Челябинск : Южно-Уральский научный центр РАО, 2024. — 202 с. — ISBN 978-5-907821-00-2. — Текст: непосредственный.

35. Лежнина, Л. В. Индивидуальный образовательный маршрут как инновация в профессиональной подготовке / Л. В. Лежнина — Текст: непосредственный // Стандарты и мониторинг в образовании. — 2009. — №2. — С. 21-25.

36. Максимов, В. Г. Педагогическая диагностика в школе: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений. — Москва: Изд. центр «Академия», 2002. — 272 с. — Текст: непосредственный.

37. Мецлер, Е. В. Адаптивные образовательные технологии как средство обучения персонала / Е. В. Мецлер, Т. Н. Лебедева — Текст: непосредственный // Научное пространство современной молодёжи: приоритетные задачи и инновационные решения : Сборник статей участников V Всероссийской молодежной научно-практической конференции VIII Уральского вернисажа науки и бизнеса, Челябинск, 10–11 апреля 2024 года. — Челябинск: Челябинский государственный университет, 2024. — С. 212-214.

38. Нечаев, Н. Н. Роль теории поэтапного формирования в развитии методологии деятельностного подхода. / Н. Н. Нечаев — Текст: непосредственный // Вестник Московского университета. Серия 14. Психология. — 2012. — № (4). — С. 23-42.

39. Пинский, А. А. Профилирование никого не застигнет врасплох / А. А. Пинский — Текст: непосредственный // Народное образование. — 2003. — №4. — С. 79-83.

40. Плотникова, Е. Г. Педагогика математики: предмет, содержание, принципы / Е. Г. Плотникова — Текст: непосредственный // Педагогика, 2003. — №4. — С.32-35.

41. Подольский, А. И. Психологическая система П. Я. Гальперина / А. И. Подольский — Текст: непосредственный // Вопросы психологии. — 2002. — №5. — С. 15-28.

42. Пойа, Д. Усвоение математики, ее преподавание и обучение / Д. Пойа — Текст: непосредственный // Математика в школе. — 1964. — №6. — С. 80-89.

43. Полат, Е. С. Дистанционное обучение / Е. С. Полат — Текст: непосредственный // Народное образование. — 2003. — №4. — С. 115-117.

44. Поляков, В. А. Научно-методическое обеспечение развития российского образования / В. А. Поляков, А. А. Кузнецов — Текст: непосредственный // Педагогика. — 2004. — №5. — С.3-11.

45. Приказ Минобразования РФ от 05.03.2004 №1089 «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования». — Текст: электронный // URL: <https://normativ.kontur.ru/document?moduleId=1&documentId=151776> (дата обращения: 13.08.2025).

46. Приказ Минобразования РФ от 09.03.2004 №1312 «Об утверждении федерального базисного учебного плана и примерных учебных планов для образовательных учреждений Российской Федерации, реализующих программы общего образования» — Текст: электронный // URL: <https://normativ.kontur.ru/document?moduleId=1&documentId=206121> (дата обращения: 15.09.2025).

47. Самарин, Ю. А. Очерки психологии ума. Особенности умственной деятельности школьников / Ю. А. Самарин. — Москва: Изд-во АПН РСФСР, 1960. — 504 с. — Текст: непосредственный.

48. Саранцев, Г. И. Методика обучения математики в средней школе: Учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ун-тов / Г. И. Саранцев. — Москва: Просвещение, 2002. — 224с. — Текст: непосредственный.

49. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024669911 Российской Федерации. Программная система оценки профессиональных компетенций будущих педагогов : № 2024668234 : заявл. 02.08.2024 : опубл. 22.08.2024 / Т. Н. Лебедева, О. Р. Шефер, С. В. Крайнева, Е. В. Мецлер ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет».

50. Сериков, В. В. Личностно-ориентированное образование / В. В. Сериков — Текст: непосредственный // Педагогика. — 2002. — №5. — С. 16-21.

51. Слепухин, А. В. Новые информационные технологии в педагогической диагностике: Учеб. пособие / А. В. Слепухин; Урал. гос. пед. ун-т. — Екатеринбург, 2003. — 104 с. — Текст: непосредственный.

52. Слепухин, А. В. Специфика проектирования содержания открытых онлайн-курсов для самоподготовки учителей в информационно-коммуникационном пространстве / А. В. Слепухин, И. Н. Семенова, Е. Н. Эрентраут — Текст: непосредственный // Вестник Южно-Уральского государственного гуманитарно-педагогического университета. — 2019. — № 6. — С. 205-217. — DOI 10.25588/CSPU.2020.43.31.013.

53. Слепухин, А. В. Учет когнитивных стилей в процессе обучения с использованием когнитивных информационно-коммуникационных технологий / А. В. Слепухин, И. Н. Семенова, Е. Н. Эрентраут — Текст: непосредственный // Когнитивные исследования в образовании : Сборник научных статей VII Международной научно-практической конференции, Екатеринбург, 27 марта 2019 года / Под научной редакцией С.Л. Фоменко. Под общей редакцией Н.Е. Поповой. — Екатеринбург: [б. и.], 2019. — С. 275-279.

54. Терешин, Н. А. Прикладная направленность школьного курса математики: Кн. для учителя / Н. А. Терешин. — Москва, 1990. — 96 с. — Текст: непосредственный.

55. Тихонов, А. Н. Рассказы о прикладной математике. / А. Н. Тихонов, Д. П. Костомаров. — Москва: Наука, 1979. — 210 с. — Текст: непосредственный.

56. Труды Первого Всероссийского съезда преподавателей математики. Т. I-III. СПб., 1912. – Текст: электронный // URL: [https://www.mathedu.ru/text/trudy\\_I\\_vserossiyskogo\\_syezda\\_prepodavateley\\_matematiki\\_t1\\_1913/p0/](https://www.mathedu.ru/text/trudy_I_vserossiyskogo_syezda_prepodavateley_matematiki_t1_1913/p0/) (дата обращения: 7.07.2025).

57. Туринова, Н. П. Алгоритм построения личностной траектории обучения / Н. П. Туринова // Образование в современной школе. – 2006. – №4. – С. 48-54.

58. Хуторской, А. В. Современная дидактика: Учебник для вузов / А. В. Хуторской. — Санкт-Петербург: Питер, 2001. — 544 с. — Текст: непосредственный.

59. Шапиро, И. М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики : книга для учителя / И. М. Шапиро. — Москва : Просвещение, 1990. — 95 с. — Текст: непосредственный.

60. Шефер, О. Р. Диагностика знаний обучающихся в смешанном обучении / О. Р. Шефер, С. В. Крайнева, Т. Н. Лебедева — Текст: непосредственный // Современные технологии в науке и образовании - СТНО-2024 : Сборник трудов VII Международного научно-технического форума. В 10-ти томах, Рязань, 04–06 марта 2024 года. – Рязань: Рязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина, 2024. – С. 20-24.

61. Шефер, О. Р. Поддержка учащихся с рисками учебной неуспешности в освоении школьного курса физики / О. Р. Шефер, С. В. Крайнева, Т. Н. Лебедева — Текст: непосредственный // Современные технологии в науке и образовании - СТНО-2025 : Сборник трудов VIII Международного научно-технического форума. В 10 томах, Рязань, 04–06 марта 2025 года. – Рязань: Рязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина, 2025. – С. 19-25.

62. Шефер, О. Р. Формирование инженерного мышления школьников посредством решения квазипрофессиональных задач физического содержания / О. Р. Шефер, С. В. Крайнева, Т. Н. Лебедева, Е. Н. Эрентраут — Текст: непосредственный // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. – 2024. – Т. 30, № 4. – С. 50-57. – DOI 10.34216/2073-1426-2024-30-4-50-57.

63. Эрдниев, П. М. Укрепление дидактических единиц в обучении математике : Кн. для учителя / П. М. Эрдниев, Б. П. Эрдниев. — Москва : Просвещение, 1986. — 254 с. — Текст: непосредственный.

64. Эрентраут, Е. Н. Использование компьютерных технологий в процессе обучения / Е. Н. Эрентраут — Текст: непосредственный // Трансформация образования в цифровом обществе : Сборник материалов Международной научно-практической конференции в 2-х частях, Челябинск, 29 марта – 05 2023 года / Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет. Том Часть 1. – Челябинск: Общество с ограниченной ответственностью «Край Ра», 2023. – С. 395-400.

65. Эрентраут, Е. Н. Использование практико-ориентированных задач как средства реализации прикладной направленности школьного курса математики / Е. Н. Эрентраут — Текст: непосредственный // Актуальные проблемы развития общего и высшего образования: XIX межвузовский сборник научных трудов. – Челябинск : ООО «Край Ра», 2024. – С. 142-146.

66. Эрентраут, Е. Н. О прикладном аспекте начал анализа в школе / Е. Н. Эрентраут — Текст: непосредственный // Технологии развивающего обучения математике в вузе и школе: Материалы региональной научно-практической конференции (Курган, 27 ноября 2001 г.). — Курган: Изд. Курганского гос. ун-та, 2002. — С. 71 - 72.

67. Эрентраут, Е. Н. О прикладном аспекте начал анализа в школе / Е. Н. Эрентраут — Текст: непосредственный // Материалы конференции по итогам научно-исследовательских работ аспирантов и соискателей ЧГПУ. — Челябинск: Изд. ЧГПУ, 2002. Ч.1. — С. 90-96.

68. Эрентраут, Е. Н. О совершенствовании математического образования в школе / Е. Н. Эрентраут — Текст: непосредственный // Модернизация системы профессионального образования на основе регулируемого эволюционирования: Материалы Всероссийской научно-практической конференции: В 2 ч. Ч.1/ Отв. ред. Д.Ф. Ильясов. — Челябинск: Изд-во ИИУМЦ «Образование», 2002. — С. 158-161.

69. Эрентраут, Е. Н. Обучение учащихся решению практико-ориентированных задач на старшей ступени профильной школы / Е. Н. Эрентраут — Текст: непосредственный // Актуальные проблемы развития общего и высшего образования : XVII Межвузовский сборник научных трудов. Том Выпуск VII. — Челябинск : Общество с ограниченной ответственностью «Край Ра», 2021. — С. 150-154.

70. Эрентраут, Е. Н. Прикладные аспекты математического анализа в современном среднем образовании / Е. Н. Эрентраут — Текст: непосредственный // Проблемы математического образования в педагогических вузах на современном этапе: Тезисы докладов научно-практической конференции вузов Уральской зоны, 26-29 марта 2001 г. — Челябинск: Изд. Челяб. гос. пед. ун-та, 2001. — С.84.

71. Эрентраут, Е. Н. Прикладные задачи математического анализа для школьников: Учебно-методическое пособие. — Челябинск: Издательство ЧГПУ, 2002. — 92 с. — Текст: непосредственный.

72. Эрентраут, Е. Н. Приложения начал анализа в школьном курсе математики / Е. Н. Эрентраут — Текст: непосредственный // Интеграция методической работы и системы повышения квалификации кадров: Материалы межрегиональной научно-практической конференции 21 февраля 2002 года. Часть I / Под ред. С.Г. Молчанова, Д.Ф. Ильясова. — Челябинск: Изд-во ИИУМЦ «Образование», 2002. — С. 114-115.

73. Эрентраут, Е. Н. Усиление прикладной направленности в подготовке учителей математики / Е. Н. Эрентраут — Текст: непосредственный // Методика вузовского образования: Материалы 5-й межвузовской научно-методической конференции, 30-31 октября 2001 г. — Челябинск: Изд. ЧГПУ, Часть II. 2001. — С. 265 - 267.

74. A tutorial on machine learning in educational science / L. Kidzinski [et al.] // State-of-the-Art and Future Directions of Smart Learning (Lecture Notes in Educational Technology) / Eds. Y. Li [et al.]. Singapore: Springer, 2015. P. 453–459.

75. Adaptive Social Learning Management System to Develop University Students Achievement / A.H. Nabih [et al.] // Egyptian Computer Science Journal. 2020. Vol. 44. № 1. P. 35–47.

76. Bloom B.S. (1984). The 2 sigma problem: The search for methods of group instruction as effective as one-to-one tutoring. *Educational researcher*. Vol. 13. № 6. P. 4–16. DOI:10.2307/1175554
77. Brusilovsky P. (2001). Adaptive Educational Hypermedia. *Proceedings of Tenth International PEG conference*: Tampere, Finland, 23–26 June 2001. Tampere, 2001. P. 8–12. URL: <https://pitt.edu/~peterb/papers/PEG01.pdf> (accessed: 20.07.2025).
78. Chrysafiadi K., Troussas C., Virvou M. A (2018). Framework for Creating Automated Online Adaptive Tests Using Multiple-Criteria Decision Analysis // *Proceedings of 2018 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*: Miyazaki, Japan, 7–10 October 2018. Miyazaki: IEEE. P. 226–231. DOI:10.1109/SMC.2018.00049
79. Crowder N.A. (1959). Automatic tutoring by means of intrinsic programming. *Automatic teaching: The state of the art* / E. Galanter (Ed.). New York: Wiley, P. 109–116.
80. Digital identity and e-reputation: Showcasing an adaptive eLearning module to develop students' digital literacies / R. Al-Mahmood [et al.] // *Proceedings of 35th International Conference of Innovation, Practice and Research in the use of Educational Technologies in Tertiary Education*: Deakin University, Geelong, Australia, 25–28 November 2018. Geelong: Deakin University, 2018. P. 25–34.
81. Farmer E.C., Catalano A.J., Halpern A.J. (2020). Exploring Student Preference between Textbook Chapters and Adaptive Learning Lessons in an Introductory Environmental Geology Course. *TechTrends*. Vol. 64. P. 150–157. DOI:10.1007/s11528-019-00435-w
82. Galperin P. I. (1992). Stage-by-stage formation as a method of psychological investigation. *Journal of Russian and East European Psychology*. 1992. Vol. 30. № 4. P. 60–80. DOI:10.2753/RPO1061-0405300460
83. Martin F., Markant D. Adaptive learning modules // *The SAGE encyclopedia of higher education* / M.E. David, M.J. Amey (Eds.). London: Sage, 2020. P. 2–4.
84. Matayoshi J., Cosyn E. (2018). Identifying Student Learning Patterns with Semi-Supervised Machine Learning Models. *Proceedings*

of the 26th International Conference on Computers in Education / Eds. J.C. Yang [et al.]. 2018. P. 11–20.

85. Natriello G. The Adaptive Learning Landscape [Электронный ресурс] // Teachers College Record. 2017. Vol. 119. № 3. 46 p. URL: [https://cdn.tc-library.org/Rhizr/Files/sHzT6ngX98NEDhAP8/files/38\\_21830.pdf](https://cdn.tc-library.org/Rhizr/Files/sHzT6ngX98NEDhAP8/files/38_21830.pdf) (дата обращения: 20.07.2025).

86. Pask G. Electronic keyboard teaching machines // Education and Commerce. 1958. Vol. 24. P. 16–26.

87. Skinner B.F. (1958). Teaching Machines. Science. Vol. 128. № 3330. P. 969–977. DOI:10.1126/science.128.3330.969

88. SKOPE-IT (Shareable Knowledge Objects as Portable Intelligent Tutors): overlaying natural language tutoring on an adaptive learning system for mathematics / B.D. Nye [et al.] // International journal of STEM education. 2018. Vol. 5. № 12. P. 1–20. DOI:10.1186/s40594-018-0109-4

89. Student learning strategies and behaviors to predict success in an online adaptive mathematics tutoring system / J. Xie [et al.] // Proceedings of the 10th International Conference on Educational Data Mining. 2017. P. 460–465.

90. Sun Q., Norman T.J., Abdourazakou Y. (2018). Perceived value of interactive digital textbook and adaptive learning: Implications on student learning effectiveness. Journal of Education for Business. Vol. 93. № 7. P. 323–331. DOI:10.1080/08832323.2018.1493422

91. Wang Y., Liao H.C. (2011). Adaptive learning for ESL based on computation // British Journal of Educational Technology. Vol. 42. № 1. P. 66–87. DOI:10.1111/j.1467-8535.2009.00981.x

92. Yudelson M., Koedinger K.R., Gordon G.J. (2013). Individualized bayesian knowledge tracing models. In Proceedings of 16th International Conference on Artificial Intelligence in Education (AIED 2013). Springer, 2013. P. 171–180. DOI:10.1007/978-3-642-39112-5\_18

*Научное издание*

**Елена Николаевна Эрентраут**

**ОСНОВЫ СОЗДАНИЯ АДАПТИВНОЙ МЕТОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПРИКЛАДНОГО ХАРАКТЕРА ДЛЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ**

Монография

Компьютерная вёрстка В. М. Жанко

Издательство «Абрис»  
454007, г. Челябинск пр. Ленина, 15

Подписано в печать 20.09.2025 г.  
Формат 60x84/16. Бумага офсетная.  
Печать на ризографе. Гарнитура Times New Roman.  
Усл. печ. л. 10,7  
Тираж 200 экземпляров.  
Заказ № 441.

Телефон: (351) 216-56-65.  
Отпечатано в типографии