

Южно-Уральский государственный  
гуманитарно-педагогический университет

Южно-Уральский научный центр  
Российской академии образования (РАО)

Л. Г. Махмутова

МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ НУМЕРАЦИИ  
ЦЕЛЫХ НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ  
В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Учебное пособие для студентов-бакалавров

Челябинск

2023

УДК 51 (07) (021)

ББК 74.262.21я73

М36

Рецензенты:

канд. пед. наук, доцент Е. Н. Эрентраут;

канд. пед. наук, доцент А. А. Севрюкова

**Махмутова, Лариса Гаптульхаевна**

М36 Методика изучения нумерации целых неотрицательных чисел в начальной школе : учебное пособие для студентов-бакалавров / Л. Г. Махмутова ; Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет. – [Челябинск] : Южно-Уральский научный центр РАО, 2023. – 110 с.  
ISBN 978-5-907610-82-8

Издание предназначено для студентов-бакалавров, обучающихся по направлениям 44.03.05 — «Педагогическое образование (профили «Начальное образование. Управление начальным образованием», «Начальное образование. Английский язык», «Начальное образование. Дошкольное образование») и 44.03.02 — Психолого-педагогическое образование (профиль «Психология и педагогика начального образования»). Данное пособие может быть использовано в рамках преподавания дисциплины «Методика обучения математике в начальной школе» Издание включает в себя теоретический материал, вопросы для самопроверки, задания для практической и самостоятельной работы и список литературы по различным направлениям методики изучения нумерации целых неотрицательных чисел на уроках математики в начальной школе.

УДК 51 (07) (021)

ББК 74.262.21я73

ISBN 978-5-907610-82-8

© Махмутова Л. Г., 2023

© Оформление. Южно-Уральский научный центр РАО, 2023

# Содержание

<i>Пояснительная записка</i> .....	6
.....	
<b>1 Различные подходы к пониманию числа</b> как основного понятия математики. Дочисловой период в обучении младших школьников математике .....	8
.....	
1.1 Теоретический материал .....	8
.....	
1.2 Вопросы для самопроверки .....	35
.....	
1.3 Задания для практической и самостоятельной работы .....	36
.....	
<b>2 Формирование понятий</b> натурального числа и нуля у младших школьников. Методика изучения целых неотрицательных чисел в центре «Десяток».....	39
.....	
2.1 Теоретический материал .....	39
.....	
2.2 Вопросы для самопроверки .....	52
.....	
2.3 Задания для практической и самостоятельной работы .....	53
.....	

<b>3 Методика изучения целых неотрицательных чисел в центре «Сотня»</b> .....	60
.....	
3.1 Теоретический материал .....	60
.....	
3.2 Вопросы для самопроверки .....	72
.....	
3.3 Задания для практической и самостоятельной работы .....	73
.....	
<b>4 Методика изучения целых неотрицательных чисел в центре «Тысяча»</b> .....	78
.....	
4.1 Теоретический материал .....	78
.....	
4.2 Вопросы для самопроверки .....	85
.....	
4.3 Задания для практической и самостоятельной работы .....	86
.....	
<b>5 Методика изучения целых неотрицательных чисел в центре «Многозначные числа»</b> .....	89
.....	
5.1 Теоретический материал .....	89
.....	
5.2 Вопросы для самопроверки .....	97
.....	

5.3 Задания для практической и самостоятельной работы .....	99
.....	
<i>Список использованной литературы</i> .....	102
.....	

## Пояснительная записка

Учебное пособие предназначено для студентов-бакалавров, обучающихся по направлениям 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (профили «Начальное образование. Управление начальным образованием»; «Начальное образование. Английский язык»; «Начальное образование. Дошкольное образование») и 44.03.02 Психолого-педагогическое образование (профиль «Психология и педагогика начального образования»)).

Данное пособие составлено с целью оказания методической поддержки студентам в процессе освоения одного из разделов дисциплины «Методика обучения математике в начальной школе», а именно раздела «Методика изучения нумерации целых неотрицательных чисел в начальной школе». Пособие посвящено различным направлениям организации процесса изучения младшими школьниками нумерации целых неотрицательных чисел: различным подходам к пониманию числа как основного понятия математики, дочисловому периоду в обучении младших школьников математике; формированию понятий натурального числа и нуля у младших школьников; специфике изучения целых неотрицательных чисел в концентриках «Десяток», «Сотня», «Тысяча», «Многочисленные числа». Затрагиваются вопросы касательно подготовительной работы к введению понятия «число»; особенностей формирования у младших школьников одного из основных понятий математики — понятия «число» с учетом различных подходов; специфики

изучения нумерации чисел по концентрам, в частности линии работы с числами (образование, сравнение, состав, место в натуральном ряду чисел), введение понятий «разряд» и «класс», связи изучаемой темы с величинами и единицами их измерения и т. п.

Структура пособия включает теоретический материал, вопросы для самопроверки, задания для практической и самостоятельной работы и список литературы. Типы заданий разнообразны: анализ конкретных ситуаций, подбор методического материала, разработка конспектов и технологических карт уроков, связанных с темой «Методика изучения нумерации целых неотрицательных чисел в начальной школе», систематизация методических приемов и др. Задания по различным аспектам рассматриваемой темы нацеливают студентов на постоянное обращение к актуальным документам, к учебным пособиям по дисциплине, электронным информационным источникам, периодическим изданиям, дополнительным источникам информации.

В процессе выполнения заданий должны формироваться профессиональные компетенции студентов, развиваться их аналитические способности и творческая активность, в частности при разработке конспектов и технологических карт уроков, а также анализе конкретных ситуаций.

# **1 Различные подходы к пониманию числа как основного понятия математики.**

## **Дочисловой период в обучении младших школьников математике**

### **1.1 Теоретический материал**

В соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом начального общего образования, утвержденным приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 31 мая 2021 г. № 286, предметные результаты по учебному предмету «Математика» предметной области «Математика и информатика» должны обеспечивать, в ряду прочего, сформированность системы знаний о числе как результате счета и измерения, о десятичном принципе записи чисел [56].

Понятие числа является одним из основных понятий математики. Важнейшим этапом в развитии понятия числа является отвлечение от конкретных предметных множеств, в логическом обосновании понятия натурального числа и систематизации знаний о нём.

В основе формирования понятия натурального числа в начальной школе лежит счёт предметов. Счёт служит для определения количества. Число выступает как результат счёта, а также как результат измерения величины.



Когнитивные и речевые предпосылки успешного овладения счетными операциями были систематизированы в работе Р. И. Лалаевой и А. Гермаковски «Нарушения в овладении математикой (дискалькулии) у младших школьников. Диагностика, профилактика и коррекция» [18].

Так, авторы подчеркивают, что процесс овладения элементарными счетными операциями рассматривается в различных аспектах: методическом (М. А. Бантова, Г. В. Бельтюкова, З. И. Слепкань, М. И. Моро, А. М. Пышкало и др.); психологическом (Д. Н. Богоявленский, П. Я. Гальперин, Л. Е. Георгиев, В. В. Давыдов, Н. А. Менчинская, Ж. Пиаже, Л. М. Фридман и др.); нейропсихологическом (А. Р. Лурия, Л. С. Цветкова и др.).

Овладение даже элементарными счетными операциями возможно лишь при условии достаточно высокого уровня сформированности многих психических функций (мышления, восприятия, памяти, представлений и др.).

К базовым умениям в начальной школе, обеспечивающим дальнейшее усвоение математики, можно отнести следующие: определение количества, порядковый (прямой и обратный) счет, элементарные математические действия (сложение, вычитание, умножение и деление), анализ условия задачи, решение примеров и простых задач с натуральными числами и др. Каждое из этих умений требует сформированности многих психических функций.

Прежде всего, само понятие числа имеет сложную психологическую структуру. Это понятие определяется авторами по-разному. Одни из них (Н. А. Менчинская и др.) характеризуют число как множество связей, которое предполагает возмож-

ность замещать одно число другим. По мнению других авторов (Д. Д. Галанин, П. Я. Гальперин), число — это отношение между объектом и меркой, число является отражением количественных отношений между множеством и принятой меркой. При этом величина мерки не является постоянной, но благодаря мерке число получает свое количественное значение.

Ж. Пиаже рассматривает число как синтез логических операций классификации и сериации. Числовые единицы являются одновременно и элементами класса, и элементами отношения. Число позволяет сгруппировать предметы в классы (определяя количество предметов класса) и одновременно с этим устанавливает определенные отношения между элементами класса, т. е. порядок и место каждого элемента в классе.

В усвоении понятия числа большая роль принадлежит зрительно-пространственному восприятию и представлению о пространственных отношениях. Пространственные представления рассматриваются как важнейшее условие формирования структуры числа (А. Р. Лурия, Ж. Пиаже, Л. С. Цветкова). Л. С. Цветкова выделяет четыре фактора, которые обуславливают понятие числа: 1) непосредственное представление о количестве; 2) понимание места числа в общей системе числовых знаков, в разрядной сетке (место в ряду цифр, обозначающих число, место в классе); 3) осознание связи числа с другими числами; 4) понимание связи цифрового обозначения числа с его вербальным обозначением.

Все арифметические действия (сложение, вычитание, умножение и деление) предполагают знание разрядного строения числа, умение разложить число на его составные части,

правильно обозначить число на письме, определить программу и последовательность звеньев действия, требуют учета последовательности расположения чисел, умения удерживать в памяти промежуточные результаты.

На основе анализа психологической структуры элементарных математических понятий и действий можно выделить те когнитивные и речевые предпосылки, которые обуславливают правильное овладение счетными операциями.

Успешное овладение математическими понятиями во многом зависит от уровня сенсорного развития детей, от сформированности математических представлений, от умения выделять свойства предметов, сопоставлять и систематизировать эти предметы на основе выделенных свойств.

Опираясь на представления о величине, цвете, форме и количестве, дети должны уметь систематизировать, сравнивать и упорядочивать предметы.

Овладение числом и счетом во многом зависит от уровня сформированности умения различать направления «вверх», «вниз», «направо», «налево», определять расположение предметов по отношению друг к другу, оценивать величину предметов, находящихся на расстоянии (перспективное восприятие), умения различать форму.

Зрительное восприятие и ориентировка в пространстве обеспечивают усвоение графических изображений букв и цифр, овладение буквенной и цифровой символикой в процессе письма.

Развитие пространственных функций является необходимым фактором для усвоения таблицы сложения и вычитания.

Например, сложение чисел 15 и 3 требует умения разложить двузначное число на десятки и единицы, удержать их в сознании как самостоятельные разряды, выполнить сложение и вновь соединить части в одно число. С ориентировкой в пространстве тесно связаны понятия измерения (большой — маленький, равный — неравный, длинный — короткий и др.).

На уроках математики применяются разнообразные схемы, фигуры, таблицы, рисунки, которые составляются самим ребенком. Это требует высокого развития мелкой моторики рук.

В основе формирования понятий, в том числе и математических, лежит выполнение целого ряда мыслительных действий. Чтобы сформировалось понятие, ребенок должен иметь базис в виде определенного уровня развития как всех форм мыслительного акта (анализа, синтеза, обобщения, классификации и др.), так и других психических процессов. Сложный путь развития мышления ребенка находится в теснейшей зависимости от уровня перцептивных действий, временных и пространственных представлений и др.

Умственная форма действия является заключительным этапом на пути преобразования внешнего действия во внутреннее (П. Я. Гальперин, Н. Ф. Талызина и др.).

Математические понятия и действия, которые дети усваивают уже на начальных этапах школьного обучения, носят абстрактный характер. Но эти понятия и действия отражают признаки, связи и отношения, существующие в объективной действительности

При изучении начального курса математики значимым является принцип взаимодействия конкретного и абстрактного мышления. Мыслительные процессы проявляются в умении сравнивать, сопоставлять и противопоставлять, определять сходство и устанавливать различие. Сопоставление может быть двух видов: одновременное (симультанное) и последовательное (сукцессивное). Так, школьник должен уметь одновременно представить операцию умножения как операцию сложения, а операцию деления — как операцию вычитания. Оперирование последовательными данными арифметической задачи представляет собой пример последовательного сопоставления того, что было, с тем, что получилось.

При формировании математических понятий важное значение имеет владение как процессом индукции, так и процессом дедукции. На начальном этапе овладения счетными операциями доминирующим является процесс индукции, когда на основе анализа конкретной ситуации, конкретных действий ребенок переходит к обобщению. В дальнейшем, когда ребенок применяет усвоенную операцию к решению различных задач, большую роль приобретает и процесс дедукции, т. е. возможность применения общего к частным, конкретным случаям.

Согласно исследованиям Ж. Пиаже, число является синтезом трех логических операций: сохранения, классификации, сериации (упорядочивания). Ученый считал, что ребенок не готов к усвоению понятия числа, если у него не сформированы данные операции, а также понятие о сохранении.

В процессе классификации выделяется какой-то общий признак в ряду объектов, и на основании этого признака пред-

меты объединяются в класс или группу. Таким образом, процесс классификации тесно связан с развитием у ребенка симультанного анализа (умения выделять признак, свойство из целостного образа предмета), сравнения и обобщения (умения выделять общее из ряда предметов), симультанного синтеза (умения объединять предметы в одну группу на основании общего признака).

Классификация — это осмысленный порядок вещей, явлений, разделение их на разновидности согласно каким-либо важным признакам; система распределения предметов или понятий какой-нибудь области на классы, отделы, разряды и т. п.; разделение множества на группы по какому-либо признаку, который называют основанием классификации.

Классификацию можно проводить либо по заданному основанию, либо с заданием поиска самого основания (этот вариант чаще используется с детьми шести-семи лет, так как требует определенного уровня сформированности операций анализа, сравнения и обобщения).

Перечислим правила классификации:

- в одной и той же классификации необходимо применять одно основание;
- объём членов классификации должен равняться объёму классифицируемого класса;
- члены классификации должны взаимно исключать друг друга;
- подразделение на подклассы должно быть непрерывным.

При классификационном разделении множества полученные подмножества не должны попарно пересекаться и объединение всех подмножеств должно составлять данное множество, т. е. каждый объект должен входить только в одно множество и при правильно определенном основании для классификации ни один предмет не останется вне определенных данным основанием групп.

Процесс сериации — это установление последовательных взаимосвязей. Сериация основывается на выявлении и упорядочении различий (длинный — длиннее — самый длинный). При этом усваивается относительность признака того или иного предмета, двойная зависимость объекта, находящегося между предыдущим и последующим элементами ряда. Двойственность отношений двух чисел ( $6 > 5$ ,  $5 < 6$ ) формируется лишь на основе овладения сериацией на материале ряда предметов и становится доступной ребенку гораздо позднее. Формирование процесса сериации связано с развитием сукцессивного анализа (определения различия соседних элементов), сукцессивного синтеза (объединения элементов в один ряд по мере убывания или возрастания степени проявления признака).

Сериация (упорядочивание) (от лат. *series* — ряд; *operetio* — действие, дело) — выстраивание объектов в порядке возрастания или убывания какого-либо признака.

Перечислим виды сериации:

- сериация по времени;
- сериация по форме;
- сериация по цвету;
- сериация по величине;

– сериация по количеству.

Приведем пример сериации по величине (рисунок 1).



Рисунок 1 — Сериация по величине

Одной из важнейших предпосылок успешного овладения математическими знаниями, умениями и навыками является сформированность понятия о сохранении, представления о постоянстве признака количества независимо от изменяющихся условий восприятия (Д. Альтхауз, Э. Дум, Ж. Пиаже). Так, трехлетний ребенок, сравнивая количество предметов, основывается на восприятии величины и расположения предметов. Он считает, что пальцев больше, когда они растопырены, и меньше, когда они соединены. В другом случае он воспринимает одно и то же количество больших и маленьких предметов как различное (больших предметов больше, а маленьких — меньше). Ребенок не может отвлечься от перцептивных особенностей ряда предметов и выделить в качестве общего признака группы предметов — их количество.



Сохранение — это понимание того, что физические характеристики (такие как вес, объем и т. д.) объектов остаются неизменными, несмотря на изменение их внешнего облика.

Представим задачи на сохранение на рисунке 2.







Задача на сохранение	Первая презентация	Трансформация
Число	 <p>Одинаковое ли количество монет в каждом ряду?</p>	 <p>Осталось ли монет в каждом ряду поровну или в каком-то стало больше?</p>
Длина	 <p>Одинаковой ли длины палочки?</p>	 <p>Остались ли палочки одинаковыми или одна стала длиннее?</p>
Жидкость	 <p>Одинаковое ли количество воды в каждом стакане?</p>	 <p>Осталось ли воды в стаканах поровну или в одном стало больше?</p>
Масса	 <p>Одинаковое ли количество глины в каждом шарике?</p>	 <p>Осталось ли глины в шариках поровну или в каком-то стало больше?</p>
Вес	 <p>Одинаково ли весят эти глиняные шарики?</p>	 <p>(Не кладем шарики обратно на весы, чтобы не подсказывать правильный ответ.) Одинаково ли теперь весят глиняные шарики или один весит больше?</p>

Рисунок 2 — Задачи на сохранение

Операции классификации, сериации, представления о сохранении количества помогают ребенку перейти от наглядно-действенного и наглядно-образного мышления к понятийному, абстрактному мышлению.

При этом сопоставление, классификация, сериация должны осуществляться детьми на различных уровнях: на уровне действий, на уровне представлений и в дальнейшем на вербально-логическом уровне.

Одним из условий успешного овладения элементарными математическими знаниями, умениями и навыками является возможность интериоризации внешних практических действий во внутренние умственные действия (П. Я. Гальперин, Л. С. Георгиев, Ж. Пиаже).

Формирование начальных математических понятий и действий проходит те же этапы, что и всякое умственное действие. Согласно теории П. Я. Гальперина, формирование понятий осуществляется поэтапно от перцептивных к интериоризованным действиям. Речь выступает как необходимый фактор завершения этого процесса. Особенно важна роль речи на внешнеречевой стадии действия.

На уроках математики при описании свойств предметов и отношений, существующих между ними, требуется подбор точных слов (терминов), которые на других уроках и в обычной жизни нечасто употребляются. Используемые на уроках математики обороты отличаются строго заданным порядком сочетаний слов. Необходимо, чтобы ребенок правильно употреблял обозначения количества и порядка, условные термины, обозначающие те операции, которые он осуществляет. Таким образом, для успешного усвоения счетных операций прежде всего необходимо овладеть определенным лингвистическим уровнем.

Математические определения и правила основываются на значении слов, а также на отношениях, которые существуют между их грамматическими формами. Чтобы воспринять содержание определения, ребенок должен овладеть необходимым запасом слов, понять их значение, точно определить характер логико-грамматических связей между словами и предложениями.

Итак, овладение счетом и счетными операциями представляет собой сложный психологический процесс. Необходимым условием успешного овладения математикой является сформированность многих психических функций и процессов. Речь служит одной из важнейших предпосылок овладения счетными операциями.

Рассмотрим различные подходы к пониманию числа как основного понятия математики, которые применяются при объяснении чисел в начальной школе.

С точки зрения аксиоматического подхода, натуральное число рассматривается как элемент некоторого непустого множества, на котором задано отношение «непосредственно следовать за», обладающее наперед заданными свойствами, описанными аксиомами.

Как и все математические понятия, натуральные числа возникли из потребностей практики. Со временем люди научились не только называть числа, но и обозначать их, а также выполнять над ними действия. Многие трудности в решении этих проблем были преодолены с созданием в Древней Индии десятичной системы записи чисел и понятия нуля. Наука, которая

изучает числа и действия над ними, получила название «арифметика» — от греческого *arithmos* — «число».

Во второй половине XIX века натуральные числа оказались фундаментом всей математической науки, от состояния которого зависела и прочность всего здания математики. Внимание ученых было обращено на построение и логическое обоснование математических теорий числа.

Аксиоматическая теория натурального числа была построена Джузеппе Пеано (1858–1932). В качестве основного (неопределяемого) отношения во множестве  $\mathbb{N}$  взято отношение «непосредственно следовать за». Известными также считаются понятия множества и другие теоретико-множественные понятия, а также правила логики. Известными также считаются понятия множества и другие теоретико-множественные понятия, а также правила логики.

Отношение «непосредственно следовать за» удовлетворяет следующим аксиомам:

1. Во множестве  $\mathbb{N}$  существует элемент, непосредственно не следующий ни за каким элементом этого множества. Называют его единицей.

2. Для каждого элемента  $a$  из множества  $\mathbb{N}$  существует единственный элемент  $a'$ , непосредственно следующий за  $a$ .

3. Для каждого элемента  $a$  из множества  $\mathbb{N}$  существует не более одного элемента, за которым непосредственно следует  $a$ .

4. Если множество  $M$  есть подмножество множества  $\mathbb{N}$ , и единица содержится в  $M$  ( $1 \in M$ ), и из того, что  $a$  содержится в  $M$ , следует, что и  $a'$  содержится в  $M$  ( $a \in M \Rightarrow a' \in M$ ), то множество  $M$  совпадает с множеством  $\mathbb{N}$  ( $M = \mathbb{N}$ ).

Множество  $N$ , для элементов которого установлено отношение «непосредственно следовать за», удовлетворяющее аксиомам 1–4, называется множеством натуральных чисел, а его элементы — натуральными числами.

Отношение «непосредственно предшествовать» трактуется следующим образом: если натуральное число  $b$  непосредственно следует за натуральным числом  $a$ , то число  $a$  называется непосредственно предшествующим (или просто предшествующим) числу  $b$ .

Перечислим свойства отношения «непосредственно предшествовать»:

1. Единица не имеет предшествующего натурального числа.

2. Каждое натуральное число  $a \neq 1$  имеет предшествующее число  $b$ , такое, что  $b' = a$ .

Множество целых неотрицательных чисел обозначают  $Z_0$ .

$$Z_0 = N \cup \{0\}$$

Множество  $Z_0$  удовлетворяет всем аксиомам Пеано.

Те свойства отношения «непосредственно следовать за», которые отражены в аксиомах 1–4, изучаются в начальных классах и используются при решении задач.

Уже в 1 классе при рассмотрении чисел первого десятка выясняется, как может быть получено каждое число. При этом широко используются понятия «следует», «предшествует», «прибавление 1» и «вычитание 1». Каждое новое число с самого начала выступает как продолжение ранее изученного отрезка натурального ряда чисел. Любое натуральное число может быть получено прибавлением 1 к тому числу, которое встреча-

ется при счете перед ним, или вычитанием 1 из числа, которое идет при счете сразу после него. Любое число на 1 больше предшествующего.

Таким образом, уже в начальных классах обучающиеся убеждаются в том, что за каждым числом идет следующее и притом только одно, что натуральный ряд чисел бесконечен.

С точки зрения теоретико-множественного подхода натуральное число рассматривается как количественная характеристика класса непустых конечных равномоощных множеств. Общим свойством такого класса множеств является их равночисленность. Природа объектов, входящих в множество, для математики не существенна. Количественную характеристику множества получают путем пересчета его элементов. Произвольный элемент множества называют «первым», далее, используя правила пересчета, называют «вторым» следующий элемент и т. д.

Пересчет элементов конкретных множеств ведет к образованию отрезков натурального ряда  $N_a$ . Последнее порядковое число  $a$ , полученное при пересчете, и есть количественная характеристика множества, т. е. число элементов. Если обозначить буквой  $A$  некоторое конкретное непустое конечное множество, то натуральное число как количественную характеристику этого множества записывают как  $a = n(A)$ . При таком подходе становится существенным вопрос о конечности рассматриваемых множеств. Непустое множество называют конечным, если оно допускает взаимно-однозначное отображение на отрезок натурального ряда чисел. Отрезок  $N_a$  рассматривается как множество натуральных чисел, не превосходящих число  $a$ .

Теоретико-множественный подход введения понятия «натуральное число» является, по сути, использованием конкретных моделей системы аксиом рассмотренного выше подхода. Однако для младших школьников он широко используется как наиболее доступный для понимания.

Число ноль трактуется в начальном курсе математики как количественная характеристика класса пустых множеств. Включение в начальный курс математики числа и цифры ноль позволяет расширить числовую область и создать надлежащие условия для овладения обучающимися областью целых неотрицательных чисел.

Сущность счета заключается в установлении взаимно однозначного соответствия между множествами, подлежащими счету, и некоторым отрезком натурального ряда. Процесс счета закончится тогда и только тогда, если считаемое множество конечно.

Перечислим требования, соблюдаемые при счете:

– первому отмеченному предмету ставится в соответствие число 1;

– каждый раз отмечается предмет, еще не отмеченный ранее, и ему ставится в соответствие число, следующее за последним из уже названных.

Таким образом, каждому из сосчитанных предметов поставлено в соответствие одно число, двум разным предметам соответствуют различные числа.

Натуральное число также может рассматриваться как мера измерения величины. При этом подходе натуральное число рассматривается как мера некоторой величины при выбранной

единице ее измерения. В качестве конкретной величины можно рассматривать длину отрезков, т. е. натуральное число — это мера длины какого-либо отрезка при выбранной единице измерения. Выбранная единица измерения — это мерка. Обозначения  $a, b, c, \dots$  — натуральные числа,  $E, e$  — единицы измерения,  $m$  — обозначение меры. Выбранный единичный отрезок  $PQ$  выступает в роли мерки  $E$ . Натуральное число  $a$ , полученное в результате измерения отрезка  $AB$  меркой  $E$ , записывают следующим образом:  $a = m_E(AB), 1 = m_E(PQ)$ .

Представим три рассмотренных выше подхода в таблице 1.

Таблица 1 — Различные подходы к пониманию числа

Аксиоматический подход	Теоретико- множественный подход	Число как мера величины
Натуральное число — это элемент множества $\mathbb{N}$ , на котором задано отношение «непосредственно следовать за», удовлетворяющее четырем аксиомам Пеано	Натуральное число — количество элементов конечного множества	Натуральное число — количество единичных отрезков, укладываемых в измеряемом отрезке

В настоящее время принято концентрическое построение начального курса математики. В отличие от линейного расположения материала, когда изучение математики начинается с нумерации, затем изучаются арифметические действия сложения



ния, вычитания, умножения и деления, концентрическое расположение материала подразумевает расположение его по спирали, где на новом витке изучается тот же вопрос, что и ранее, но на более глубоком уровне.

Концентр — это принцип организации учебного материала по относительно замкнутым циклам, а также сам учебный материал, организованный по замкнутым циклам.

Концентрическое построение материала предложил Петр Семенович Гурьев (1807–1887) в своей работе «Практическая арифметика» в 1861 г. В основу такого построения кладется изучение по расширяющимся кругам. Ученик возвращается к одному и тому же понятию неоднократно и овладевает им сознательно и прочно.

Преимуществами данного принципа считается то, что соблюдается переход от простого к сложному; в каждом концентре идет повторение изученного, предыдущего и дополняется новым; есть возможность вносить в работу необходимое разнообразие; есть возможность совместного изучения взаимобратных действий. Это и есть методическое обоснование концентрического расположения материала.

Вопрос о числе концентров в разное время решался по-разному. В конце XIX века выделялось 3 концентра: десяток, сотня, многозначные числа. До 1969 г. было 6 концентров: десяток; второй десяток; сотня; тысяча; миллион; многозначные числа. Современное представление о концентрах представлено на рисунке 3.



Рисунок 3 — Современное представление о концентрех в начальном курсе математики

Первый десяток выделен в особый концентр, так как:

- 1) каждое число представляет собой совокупность единиц, имеет особое название и изображается особой цифрой;
- 2) в пределах первого десятка заключается часть таблицы сложения, которую ребенок должен знать на память.

Сотня выделяется, так как:

- 1) впервые дети знакомятся с десятичной группой единиц и с вычислительными приемами;
- 2) в этом концентре заключается вся таблица сложения;
- 3) раскрывается сущность десятичной системы счисления;
- 4) полностью заключена таблица умножения и деления;
- 5) впервые ученик встречается с внетабличным умножением.

Тысяча выделяется, так как:

- 1) в десятичной системе счисления единицы группируются в разряды и классы, все классы построены по образцу класса

единиц, нумерация чисел любой величины аналогична нумерации чисел одной тысячи;

2) на трехзначных числах легче знакомить обучающихся с приемами письменных вычислений.

Многочисленные числа выделяются, так как выделяются и расширяются знания о нумерации и четырех арифметических действиях.

Переход от одного концентра в другой связан с образованием новых счетных единиц. Изучение по концентрикам дает возможность осуществлять перенос приобретенных знаний на новую область чисел. В основе всякой системы счисления лежит принцип: некоторое определенное число единиц составляет единицу следующего высшего разряда — это число называется основанием системы. Например, основанием десятичной системы счисления является десять единиц.

Система счисления (иначе называемая нумерацией) — это способ именования и записи чисел с помощью определённого набора символов, называемых цифрами.

Основание системы счисления — это количество цифр, которые используются в данной системе счисления для записи чисел.

Рассуждая об идее чисел, французский энциклопедист и член французской академии Этьенн Бонно де Кондильяк (1715–1780) приводит следующий пример. Французский геодезист и путешественник, член Парижской Академии наук Шарль Мари де ла Кондамин в своей книге «Краткое повествование о путешествии вглубь Южной Америки от берега Южного моря до берегов Бразилии и Гвианы, вниз по реке

Амазонке», опубликованной в 1745 году, сообщает, что у племени Ямео (Южная Америка) число 3 произносится как Пелларрароринкурак (roellarrarorincourac). По мнению Кондильяка, столь неудачное наименование числа три послужило препятствием для осуществления простейших арифметических действий и, как следствие, невозможность для племени создать идею чисел, превышающих количество пальцев.

Системы счисления делятся на позиционные и непозиционные. Позиционными называются те системы счисления, в которых значение цифры зависит от её расположения в записи числа. В качестве примера позиционной системы счисления можно привести привычную для нас десятичную систему счисления. Например, в записи числа 2222 одна и та же цифра «2» означает (последовательно справа налево) количество единиц, десятков, сотен, тысяч.

Непозиционными называются те системы счисления, в которых значение цифры не зависит от её расположения в записи числа. В качестве примера непозиционной системы счисления можно привести достаточно широко применяющуюся в настоящее время, римскую нумерацию. Например, в записи числа ССС (триста) символ С в любом месте означает число сто.

Рекомендуем запомнить римские цифры и их значение. Для этого можно воспользоваться следующей таблицей (таблица 2). Таблица содержит симбиоз латинской и русской буквенной символики, поэтому ее не следует рекомендовать младшим школьникам.

Таблица 2 — Таблица на запоминание римских цифр

Число в соответствии с арабской нумерацией	Символ римской нумерации	Слово для запоминания
1000	M	Мы
500	D	Дарим
100	C	Сочные
50	L	Лимоны
10	X	Хватит
5	V	Всем
1	I	Их

Вопросы нумерации в начальной школе изучаются с целью достижения следующих задач:

1. Сформировать понятия натурального числа, числа ноль, счетной единицы, разряда, разрядного числа, разрядных слагаемых, класса, закона поместного значения цифр.

2. Сформировать умения читать и записывать числа, опираясь на теоретические знания.

3. Использовать уроки по нумерации в воспитательных целях, так как числовой материал берется из жизни.

Трудности изучения младшими школьниками темы «Нумерация целых неотрицательных чисел» вызваны следующими причинами:

1. Трудность в записи чисел с нулями в конце и в середине числа обусловлена тем, что обучающиеся плохо усвоили, что количество цифр в числе определяется местом высшего разряда, а пропущенные в названии разряды обозначаются нулем.

2. Трудность в записи чисел с указанием классных единиц и указанием разряда вызвана непрочным усвоением разрядного и классного состава чисел.

3. Ошибки в чтении многозначных чисел детерминированы тем, что ученики не усвоили устную нумерацию.

4. Путаница в понятиях «число» и «цифра» обусловлена непрочным знанием последовательности чисел в натуральном ряду, закона поместного значения цифр и др.

Изучение нумерации приводит детей к пониманию основных вопросов арифметики, к пониманию аспектов десятичной системы, знанию состава и структуры натуральных чисел.

Приведем трактовки основных понятий темы.

Нумерация натуральных чисел — система способов образования, наименования и обозначения чисел. Различают устную и письменную нумерацию.

Устная нумерация — способ названия каждого из натуральных чисел с помощью немногих слов.

Письменная нумерация — способ обозначения каждого из многих натуральных чисел с помощью немногих знаков (десяти) и закона поместного значения цифр.

Закон поместного значения цифр заключается в том, что значение любой цифры зависит от места, которое она занимает в записи числа. Поэтому одни и те же знаки могут употребляться для обозначения единиц разных разрядов, таким образом, цифрам придается поместное значение. Например, в числах 5, 50, 500, 5000, 50000 употребляется цифра 5, но означают эти числа разное: 5 единиц, 5 десятков, 5 сотен, 5 тысяч, 5 десятков тысяч.

Изучение устной и письменной нумерации может быть совместным и отдельным. Например, в центре «Десяток» оно совместное, в центре «Сотня» — отдельное, в центре «Тысяча» — отдельное и, наконец, в центре «Многочисленные числа» — совместное.

В работе И. В. Шадриной раскрыты основные аспекты доцифрового периода в обучении младших школьников математике [53]. Принято считать, что два практических действия приводят к понятию числа: счет и измерение. Как правило, непосредственно со счета начинается и обучение математике. Но процесс подсчета предметов некоторой совокупности совсем не является элементарным действием. Каждому предмету рассматриваемой совокупности в процессе подсчета ставится в соответствие взаимно однозначным образом некоторое слово — числительное. Для того чтобы подсчет имел смысл, числительные должны образовать последовательность, отрезок которой надо помнить наизусть. Кроме того, сама исследуемая совокупность в процессе подсчета должна быть линейно упорядочена. Известно, что для преодоления трудностей их нужно разделить. В методике это принято называть подготовкой к овладению тем или иным знанием или формированию некоторого умения. В данном случае требуется, чтобы ребенок овладел умением упорядочить подсчитываемое множество предметов, имел представление о последовательности и взаимно однозначном соответствии. Но общим для таких представлений является понятие бинарного отношения. Наиболее простыми бинарными отношениями являются порядковые («далее — ближе», «выше — ниже»).

В то же время следует отметить, что, заканчивая пересчет предметной совокупности на слове «пять», мы только узнали то, что при проведенном упорядочении последний из перечисляемых предметов оказался пятым, но не дали ответ на вопрос «сколько?». Ответ на этот вопрос связан с пониманием того, что каждое числительное или соответствующий знак является одновременно и обозначением того общего, что есть у всех совокупностей, между которыми можно установить взаимно однозначное соответствие, т. е. перечисление всегда закончится на одном и том же месте независимо от того, как именно была упорядочена исследуемая совокупность. Это значит, что представления о количественном числе существенным образом опираются на возможность классификации предметных совокупностей по признаку их равночисленности, а значит, на представления об отношении эквивалентности.

Установление взаимно однозначного соответствия, необходимого в процессе счета, требует ознакомления с еще одним видом бинарных отношений — функциональными отношениями. Отношение называется функциональным, если любой элемент его области отправления связан не более чем с одним элементом области прибытия. Например, отношение  $x\text{Fu}$ , означающее «у есть мать x» является функциональным, так как у каждого человека только одна мать.

Итак, в процессе подготовительной работы перед изучением младшим школьниками нумерации в центре «Десяток» проводится следующая работа:

1. Уточняются представления детей о количественном и порядковом числе. Количественное число — это число, кото-



рое выступает как результат счета и характеризует количество предметов данного множества. Количественная характеристика предметных групп осознается ребенком в процессе установления взаимно однозначного соответствия между предметными множествами.

Взаимно однозначным соответствием между двумя множествами является такое соответствие, при котором каждому элементу одного множества ставится в соответствие один и только один элемент другого множества. В этом случае количественная характеристика числа находит выражение в понятиях «столько же», «больше», «меньше».

Для установления взаимно однозначного соответствия между предметными множествами можно использовать приемы: наложение предмета одного множества на предметы другого; приложение; расположение под; составление пар.

Порядковое число — это число, которое называется в процессе счета и ставится в соответствие одному из пересчитываемых предметов, характеризуя его порядок при счете.

2. Выясняется знание порядка слов в числителе в натуральном ряду чисел и умение последовательно называть их в прямом и обратном порядке, начиная с любого. Усвоение детей последовательности слов-числительных позволяет учителю перейти к формированию операций счета и знакомству обучающегося с символическим обозначением каждого числа.

3. Формируется умение считать предметы. Операция счета сводится к нумерации данных объектов в определенной последовательности, что является устной нумерацией.

Счет — это установление взаимно однозначного соответствия между каждым объектом данной совокупности и словами-числительными, которые называются в определенном порядке; это установление соответствия, когда каждому элементу множества ставится в соответствие только одно число натурального ряда.

С помощью установления взаимно однозначного соответствия между предметами сравниваемых совокупностей разъясняются понятия «больше», «меньше», «столько же».

Таким образом, понятие числа является многоуровневым и многоаспектным. Чем полнее и глубже будет раскрыт его смысл в начальном обучении, тем успешнее будет проходить овладение математическим знанием не только в начальной школе, но и в дальнейшем обучении. В параграфе выделено то содержание, которое должно быть предметом изучения на самых первых уроках математики.

## 1.2 Вопросы для самопроверки

1. Каковы когнитивные предпосылки успешного овладения счетными операциями?

2. Каковы речевые предпосылки успешного овладения счетными операциями?

3. Какие операции необходимы для успешного овладения числом и счетом с точки зрения Ж. Пиаже? Приведите примеры этих операций.

4. Опишите разные подходы к формированию понятия натурального числа и нуля, зная, что суть числа как характеристики порядка была обобщена в аксиоматической теории, а количественное натуральное число получило теоретико-множественную трактовку.

5. В чем заключается концентрический подход к построению начального курса математики? Что такое концентр?

6. Почему изучение устной и письменной нумерации в концентрах «Десяток» и «Многозначные числа» совместное?

7. Каковы основные направления дочислового периода в обучении младших школьников математике?

8. В чем разница между числом и цифрой?

9. Что такое счет? Перечислите правила счета.

10. Как трактуется число ноль в начальном курсе математики?

### 1.3 Задания для практической и самостоятельной работы

**Задание 1.** Найдите в учебниках математики для начальной школы иллюстрации, задания, упражнения, отражающие различные подходы к определению натурального числа (аксиоматический, теоретико-множественный, понимание числа как меры величины).

**Задание 2.** С опорой на дополнительные источники информации подготовьте доклады по темам: «Пальцевой счет», «Возникновение чисел», «История развития счета в пределах 10», «Внешний облик цифр», «Арабская нумерация», «Римская нумерация», «Славянская нумерация», «Нумерация народов майя», «Китайская нумерация», «Греческая нумерация», «Египетская нумерация» и др. Что объединяет нумерации различных народов?

**Задание 3.** Учитель предложил задание: «Положите столько же палочек, сколько на столе лежит яблок. Положите столько же квадратов, сколько на столе лежит палочек. Положите столько же треугольников, сколько квадратов. Чем похожи между собой группы предметов?» С какой целью предложено задание?

**Задание 4.** На ознакомление обучающихся с какими свойствами целого неотрицательного ряда чисел направлены следующие упражнения?

1. Найдите пропущенное число: 1, 2, 4, 5, 6, 7...; ...22, 23, 24, 26, 27...

2. Назовите соседей чисел 2, 8, 10, 19.

3. Назовите число, у которого только одно соседнее число.

4. Назовите числа, предыдущие для чисел 2, 13, 18, 1, 0, 8.

Для всех ли данных чисел можно назвать предыдущие?

5. Назовите числа в порядке возрастания: 5, 15, 7, 17, 8, 18, 10, 11, 9, 19.

**Задание 5.** Определите, какие особенности младших школьников учитывал педагог, организовав их деятельность следующим образом:

– Положите на парту два квадрата. Под каждым квадратом положите круг. Сколько кругов вы положили? (Два.)

– Как еще можно сказать? (Столько же.)

– Добавьте еще один круг. Каких фигур стало больше? (Кругов.)

– Почему? (Один круг добавили, значит, стало больше.)

– Сколько стало кругов? (Три.)

– Как получили три круга? (Добавили к двум кругам один, получили три.)

– Теперь отодвиньте один круг. Сколько осталось? (Осталось два круга.)

– Как получили число 2? (От трех кругов отодвинули один, осталось два круга.)

– Какое число больше: 3 или 2? (3.)

– Какое число меньше: 3 или 2? (2.)

**Задание 6.** Подберите из учебников по математике для 1 класса иллюстрации, которые можно использовать для формирования понятий «больше», «меньше», «столько же». Составьте фрагмент фронтальной беседы с классом.

**Задание 7.** Найдите в учебниках по математике для 1 класса задания, способствующие формированию количественного счета.

**Задание 8.** Найдите в учебниках по математике для 1 класса задания, способствующие формированию порядкового счета.

**Задание 9.** Найдите стихотворения (не менее 10) детских поэтов о счете, числах и т. д., например, как эти стихотворения Валентина Берестова:

Счёты

То считаю втихомолку я,  
То опять на счётах щёлкаю.

Если правильно считать,  
То всегда получишь пять!

Устный счёт

Ну-ка в сторону карандаши.

Ни костяшек. Ни ручек. Ни мела.

Устный счет! Мы творим это дело

Только силой ума и души.

Числа сходятся где-то во тьме,

И глаза начинают светиться,

И кругом только умные лица,

Потому что считаем в уме [9].

*Список использованной литературы: 4, 5, 10, 11, 12, 14, 18, 20, 21, 24, 25, 26, 29, 35, 44, 45, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57.*

## **2 Формирование понятий натурального числа и нуля у младших школьников. Методика изучения целых неотрицательных чисел в центре «Десяток»**

### **2.1 Теоретический материал**

Уже на первых уроках математики, когда проверяются и систематизируются знания, приобретенные детьми до школы, делаются первые шаги по внесению в сознание первоклассников элементов научных основ о числе.

Прежде всего, доступно, на практической основе, четко раскрывается цель счета. В процессе счета дети осваивают последовательность числительных, отрабатывают технику счета. На конкретных множествах, состоящих из однородных и неоднородных элементов, первоклассники учатся правильно соотносить числительные с элементами множества; узнают, что результат счета не зависит от порядка, в котором пересчитывались предметы.

Счет — основной источник получения натурального числа в начальной школе. Считая, ученик действительно выделяет из окружающего мира множества определенной численности. Процесс счета, таким образом, определяет числовые представления о множествах.

Цель работы учителя на уроках математики, связанных с освоением целых неотрицательных чисел в центре «Деся-

ток», заключается в том, чтобы помочь открыть обучающимся способ образования натурального ряда чисел в пределах 10 и научить использовать начальные математические знания о числе для описания окружающих предметов, процессов, явлений, оценки количественных и пространственных отношений.

Перечислим задачи изучения темы:

- добиться усвоения последовательности чисел натурального ряда в пределах 10, умения находить место, которое занимает любое из 10 чисел в этой последовательности;

- научить считать различные объекты, уточнить представления обучающихся о количественном и порядковом числе;

- разъяснить принцип образования натурального ряда чисел в пределах 10;

- научить читать печатные цифры и правильно и аккуратно писать цифры в тетради, соотносить понятия «цифра» и «число»;

- работать по усвоению обучающимися состава чисел в пределах 10.

Средствами обучения выступают программы по математике для начальной школы, учебники математики, дополнительный материал к учебникам, счётный материал, наборное полотно, набор подвижных цифр и знаков, индивидуальные доски, монетные кассы с набором, таблицы правильного написания цифр, слайды и др. (перечислить сайты).

Методика изучения концентра «Десяток» проходит в три этапа:

- подготовительный этап, или дочисловой период;

- ознакомление с натуральным рядом чисел в пределах 10;



– закрепление.

Рассмотрим подробнее работу на каждом этапе.

Целью подготовительного этапа является выявить, пополнить, систематизировать математические знания и умения обучающихся, поступивших в школу, и подготовить к восприятию понятий «число» и «цифра».

Для того чтобы выяснить уровень математической подготовки, с которым пришёл ребенок в первый класс, и определить содержание и формы работы на подготовительном этапе, обучающимся можно предложить лист бумаги, на котором изображен квадрат, разделённый на четыре равные части и несколько заданий.

1. Посчитай, сколько мячей изображено на слайде? (7)
2. Изобрази в верхнем правом квадрате столько же кругов, сколько мячей.
3. На слайде появляются 6 треугольников. Изобрази столько же треугольников в нижнем правом квадрате. Как узнать, каких геометрических фигур больше, а каких меньше: кругов или треугольников, и на сколько? Изобрази в верхнем левом квадрате буквы, которые ты знаешь.

Учитель наблюдает, как выполняются соответствующие задания, справляются ли обучающиеся с ними и отвечает на вопросы. Выполненные работы учитель анализирует, и результаты отмечает в своём дневнике. Это поможет учителю более грамотно продумать выбор способствующих реализации поставленной цели приёмов, методов и средств с учётом индивидуально-типологических особенностей обучающихся класса.

Школьники считают предметы окружающей обстановки, предметные картинки, сами пытаются задать вопросы: «Сколько...?» Упражняясь в счёте, обучающиеся с помощью учителя знакомятся с правилами счёта:

1. Начинать считать можно с любого предмета, если счет количественный, и с определенного, если счет порядковый.

2. В процессе счета следует каждому предмету ставить в соответствие слово-числительное, т. е. нельзя пропускать предмет при счете.

3. Нельзя один и тот же предмет просчитывать дважды.

4. Слово-числительное (число), называемое при счете последним, является ответом на вопрос «сколько?», т. е. характеризует количество предметов данной совокупности или ответом на вопрос «который по счету?», т. е. характеризует порядковый номер данного предмета.

Следует научить детей пользоваться при счёте как количественными, так и порядковыми числительными. Они должны усвоить, что если последний предмет оказался четвёртым при счёте, то всего предметов четыре, и, наоборот: если предметов четыре, то последний предмет четвёртый, но вместе с тем «четвёртый» — это только один предмет.

Задания на сравнение множеств даются так, чтобы ученики выполняли их не только с помощью счёта предметов, но и путём соотнесения элементов, используя для этой цели приёмы, помогающие установлению взаимно однозначного соответствия между элементами множеств:

– расположение элементов второго множества под элементами первого множества (это даёт возможность устанавли-

вать не только, где элементов больше или меньше, но и на сколько больше или меньше);

– наложение предметов одного множества на предметы другого множества (например: положите на парту семь треугольников, на каждый треугольник положите по одному кругу. Кто, не считая, скажет, сколько кругов положили? Как догадались?);

– приложение предметов одного множества справа или слева от предметов другого;

– образование пар (задания вида «Подбери шарф и шапку одинаковой расцветки» или «Найди среди множества ботинок/перчаток парные»).

Рекомендуется давать упражнения на преобразование равночисленных множеств в неравночисленные множества и обратно с использованием приемов:

- присоединение предмета;
- удаление предмета.

Целесообразно предлагать задания на уточнение пространственных и временных представлений детей: выше, ниже, вправо, влево, сегодня, завтра и т. д.

Следует давать задания на осмысление выражений, отражающих порядковые отношения: «следовать за», «стоять за», «идти перед», «находиться между».

Можно также давать упражнения на формирование универсальных учебных действий у обучающихся: работа с книгой, тетрадью, дидактическими материалами и др.

Целью этапа ознакомления обучающихся с натуральным рядом чисел в пределах 10 является открыть способ образования натурального ряда чисел в пределах от 1 до 10.

Ученики должны усвоить:

– как образуется каждое число при счёте из предыдущего числа и единицы, а также из следующего за ним числа и единицы;

– на сколько каждое число больше непосредственно предшествующего ему и меньше непосредственно следующего за ним при счёте числа;

– какое место занимает каждое число в ряду чисел от 1 до 10, после какого числа и перед каким числом называют его при счёте.

В связи с этим в первом классе дети знакомятся не только с отдельными числами, но и с отрезками натурального ряда от единицы до того числа, которое введено последним, например, число и цифра 2 (1, 2); число и цифра 3 (1, 2, 3); число и цифра 4 (1, 2, 3, 4) и т. д.

Усвоение этих знаний продвигает ученика на новую ступень в осознании понятия числа, потому что число выступает не обособленно, а во взаимосвязи с другими числами. У школьников начинает формироваться представление о натуральном ряде чисел. Поэтому при ознакомлении обучающихся с отрезком натурального ряда чисел от 1 до 10 в методике преподавания математики предлагается следующий способ работы, при котором изучение устной и письменной нумерации рассматривается учителем на одном уроке:

- образование нового числа натурального ряда с использованием демонстрационного материала и других традиционных и современных средств обучения (присчитыванием к предыдущему или отсчитыванием от последующего единицы);
- отыскание единичных предметов и групп, которые характеризуются данным числом;
- счёт в заданных числовых пределах с целью закрепления количественных и порядковых отношений чисел в натуральном ряду;
- сравнение нового числа с предыдущими числами;
- состав нового числа;
- знакомство с цифрой, обозначающей данное число, и её написание;
- закрепление.

В процессе сравнения двух чисел в начальной школе на уроках математики рекомендуется использовать различные модели:

- предметную (предметы, раздаточный материал, картинки, геометрические фигуры);
- графическую (числовая прямая/числовой луч);
- символическую (натуральный ряд чисел/числовой ряд).

Например, сравни числа 2 и 5, используя знаки «>», «<» или «=»:

а) Предметы сравниваются установлением взаимно однозначного соответствия между элементами двух множеств (приёмы приложения, наложения, расположения под, установления пар).

б) Число 2 находится ближе к числу 1 (начало натурального ряда чисел), чем число 5 в натуральном ряду, значит,  $2 < 5$ , а  $5 > 2$  (графическая модель).

в) Число 2 при счете называется раньше 5, значит,  $2 < 5$  (символическая модель).

Чтобы у детей не сложилось впечатления, что числа образуются только с помощью прибавления или вычитания 1, важно показать различные способы получения чисел.

Состав числа — представление числа в виде суммы двух или более слагаемых. В начальной школе рассматривается состав числа преимущественно из двух слагаемых, поскольку знание такого состава числа подготавливает обучающихся к формированию вычислительных навыков в последующем и не перегружает их. Состав числа рассматривается в начальной школе с использованием различных традиционных и современных средств обучения: карточек, абака, предметных картинок, геометрических фигур, презентации (рисунок 4). Состав числа предьявляется также через действие сложения.

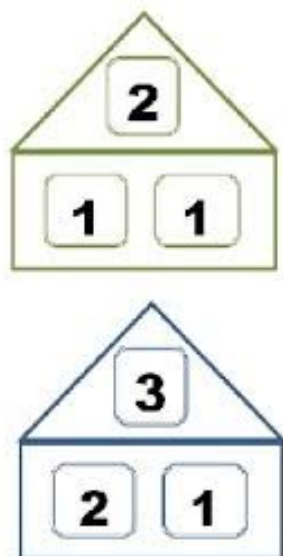


Рисунок 4 — Иллюстрация для обозначения состава чисел 2 и 3

Приведем примеры заданий, которые предлагаются детям при изучении натуральной последовательности чисел:

- Запишите числа в прямой последовательности от 1 до 5.
- Запишите числа в обратной последовательности.
- Запишите числа от 1 до 10 через один.
- Запишите числа от 1 до 10 через два.
- Запишите соседей числа 8.
- Запишите число, которое следует за числом 4.
- Запишите число, которое предшествует числу 7.
- Запишите самое маленькое число.
- Запишите самое большое число.
- Найдите число, которое заключено между 5 и 7.

Завершает знакомство с числом показ цифры — знака для записи чисел; символа, обозначающего число на письме. Написание цифр может иметь разные варианты. Представим один из них.

Цифра 1 состоит из двух элементов — палочек маленькой и большой. Начинаем писать меньшую палочку немного выше середины клетки и ведем ее к вершине верхнего правого угла. Затем, не отрывая, проводим большую палочку от вершины верхнего правого угла, ведем до нижней стороны клетки, чуть правее ее середины.

Цифра 2 состоит из трех элементов: головки, волнистой линии (горизонтальной палочки) и наклонной палочки. Головку цифры начинаем писать ниже середины верхней части клетки, ведем ручку вверх, закругляя и касаясь верхней и правой сторон клетки. Затем пишем наклонную палочку, ведем ее до середины нижней стороны клетки. Не отрывая ручки от листа бумаги, ведем вправо волнистую линию (горизонтальную палочку) до вершины нижнего правого угла клетки.

Цифра 3 состоит из двух элементов: верхнего и нижнего полуовалов. Начинаем писать цифру немного ниже середины верхней стороны клетки. Ведем линию вверх, закругляя и касаясь верхней и правой сторон клетки, доводим полуовал до середины клетки. Нижний полуовал пишем, закругляя и поднимая чуть вверх, ведем линию вниз, не касаясь правой стороны клетки, на середину нижней стороны клетки, закругляя ее.

Цифра 4 состоит из 3 элементов: двух наклонных палочек и одной горизонтальной. Начинаем писать меньшую наклонную палочку от верхней стороны клетки, немного правее ее середины. Ведем ее наклонно вниз, чуть ниже середины клетки. Затем без отрыва пишем горизонтальную палочку, ведя ее вправо, чуть не доводя линию до правой стороны клетки. Длинную



палочку начинаем писать чуть ниже вершины угла правой стороны клетки и ведем ее к нижней стороне клетки.

Цифра 5 состоит из 3 элементов: наклонной и волнистой (горизонтальной) палочек и правого полуовала. Начинаем писать наклонную палочку немного правее середины верхней стороны клетки. Ведем ее чуть наклонно, не доводя до середины клетки. Затем пишем правый полуовал. Сверху от палочки пишем волнистую (горизонтальную) линию и ведем ее вправо до вершины верхнего правого угла.

Цифра 6 состоит из двух элементов: головки и правого нижнего овала. Головку начинаем писать чуть ниже верхнего правого угла клетки, ведем линию вверх, закругляя и касаясь верхней стороны клетки. Ведем ее, чуть наклонно закругляя, не касаясь левой стороны клетки. Доводим до середины нижней стороны клетки, закругляем вправо, пишем овал до соединения с наклонной линией.

Цифра 7 состоит из 3 элементов: волнистой линии, наклонной и горизонтальной палочек. Начинаем писать волнистую линию чуть левее середины верхней стороны клетки. Ведем ее вправо до вершины правого верхнего угла. Затем без отрыва пишем большую наклонную палочку, доведя ее до середины нижней стороны клетки. Перечеркиваем ее маленькой палочкой посередине.

Цифра 8 состоит из двух элементов: верхнего и нижнего овалов. Верхний овал пишем чуть меньше, чем нижний. Начинаем писать немного выше и правее середины клетки. Ведем ручку вверх, закругляем, касаясь верхней и правой сторон клетки (или правой и верхней сторон), и ведем вниз к началу овала. Продол-

жаем линию, закругляем, не касаясь правой стороны клетки, и ведем до середины нижней стороны клетки, затем доводим вверх к началу овала.

Цифра 9 состоит из двух элементов: верхнего левого овала и полуовалов. Начинаем писать овал немного ниже вершины верхнего правого угла клетки. Доводим до середины верхней стороны клетки, закругляем, не доводя до левой стороны, пишем овал до середины. Ведем линию к началу овала. Не отрывая, проводим наклонную линию до середины нижней стороны клетки, закругляем ее.

Цифра 0 состоит из одного элемента — большого овала. Начинаем писать немного ниже верхнего правого угла, закругляем линию, доводим до середины верхней стороны строки, ведем наклонную линию к нижней стороне строки, затем ведем к началу написания овала.

Третий этап — закрепление. Понятия «число» и «цифра» формируются у обучающихся в процессе выполнения разнообразных видов заданий (тренировочные, частично-поисковые, творческие):

1. Сравните числа, используя знаки сравнения: «>», «<», «=».

$$1 \square 8 \quad 8 \square 7 \quad 7 \square 8 \quad 8 \square 2.$$

2. Какое число следует за числом 5, 7, 9?

3. Какое число предшествует числу 4, 6, 8, 10?

4. Назовите соседей числа 1, 3, 7, 9.

5. Какое число больше 8 на 2?

6. Назовите числа, которые находятся между 5 и 9.

7. Назовите числа от 2 до 7.

8. Запишите числа в ряду в порядке убывания (возрастания): 6, 3, 8, 7, 10, 4, 9, 5.

9. Из чисел 7, 4, 5, 3, 6 выберите числа, которые можно вставить в «окошко», чтобы получилось верное неравенство:  $? > 5$ .

10. Прочитайте предложения и постарайся самостоятельно сформулировать вывод:

Если  $a$  – любое число, то  $a - a = 0$ ;  $a + 0 = a$ ;  $a - 0 = a$ .

Если  $a$  – любое число, то  $0 + a = a$ ;  $0 + 0 = 0$ ;  $0 - 0 = 0$ .

11. Превратите записи в верные равенства. Поставь вместо знака «\*» знак «+» или «-».

$$6 * 4 * 0 = 2 \quad 0 * 0 * 8 = 8 \quad 3 * 0 * 2 = 1$$

Изучая числа первого десятка, дети знакомятся с числом ноль. Понятие об этом числе дети получают, выполняя ряд упражнений в отсчитывании предметов по одному до тех пор, пока не останется ни одного. Затем вводится обозначение числа ноль цифрой. Обучающиеся решают, например, такие задачи: «На ветке висело одно яблоко, затем оно упало. Сколько яблок осталось?» Далее число ноль сравнивают с числом 1. Опираясь на решение задачи, выясняют, сколько яблок было, сколько упало, больше или меньше яблок стало, после того, как одно яблоко упало. Результат сравнения записывают:  $0 < 1$ . На основе таких упражнений устанавливают, что в ряду чисел ноль должен стоять перед числом 1.

Сначала ноль рассматривается как цифра, обозначающая на линейке начало отмеривания, затем вводится число ноль при вычитании вида  $2 - 2 = 0$ . В дальнейшем ноль будет выступать как компонент действий первой ступени:  $5 + 0 = 5$ ,  $0 + 9 = 9$ , а при изучении действий умножения и деления — как компонент

этих действий. Здесь же рассматривается невозможность деления на ноль. Цифра ноль используется для обозначения отсутствия единиц какого-либо разряда или класса в записи числа (70, 204).

Итак, при изучении нумерации чисел первого десятка младшие школьники должны усвоить: во-первых, как образуется каждое число при счете из предыдущего числа и единицы, а также из следующего за ним числа и единицы; во-вторых, как называется каждое число и как оно обозначается печатной и письменной цифрой; в-третьих, на сколько каждое число больше непосредственно предшествующего ему и меньше непосредственно следующего за ним при счете числа; в-четвертых, какое место занимает каждое число в ряду чисел от 1 до 10, после какого числа и перед каким числом называют его при счете.

## **2.2 Вопросы для самопроверки**

1. Почему счет выступает основным источником получения натурального числа для младших школьников?

2. Почему изучению центра «Десятки» предшествует подготовительный этап? Какие учебные задачи должны решаться на данном этапе?

3. Раскройте содержание методических приёмов, которые способствуют формированию у обучающихся понятия нату-

рального числа от 1 до 10 на уроках математики. Используйте для этого разные подходы к пониманию числа.

4. Что понимают под термином «цифра»?

5. Какие наглядные пособия используют при изучении нумерации целых неотрицательных чисел в концентре «Десятки»?

6. Какие модели используются при сравнении однозначных чисел?

7. Какие планируемые результаты должны достигнуть обучающиеся после изучения концентра «Десятки»? Конкретизируйте свой ответ с опорой на Федеральную рабочую программу начального общего образования по математике.

8. Что такое состав числа? Почему в начальной школе предлагается опираться на сумму двух, а не более слагаемых при изучении состава числа?

9. Приведите примеры упражнений на нахождение числа в натуральном ряду чисел (в концентре «Десятки»).

10. Каким образом младших школьников знакомят с числом и цифрой ноль? Ответ на вопрос сопровождайте опорой на конкретную программу по математике.

### **2.3 Задания для практической и самостоятельной работы**

**Задание 1.** Проведите методический анализ темы «Целые неотрицательные числа» в курсе математики начальной школы по следующей схеме:

1. Содержание темы.
2. Роль темы в школьном курсе, ее внутрипредметные и межпредметные связи.
3. Формируемые при объяснении темы умения и навыки, необходимые ученикам в учебной деятельности.
4. Возможности использования средств наглядности, электронных образовательных ресурсов, программированного контроля при объяснении темы.
5. Анализ наиболее распространенных ошибок учеников при изучении темы с целью предупреждения и преодоления неуспеваемости.

**Задание 2.** Выберите задания, при выполнении которых дети используют операцию:

- а) счета;
- б) присчитывания;
- в) отсчитывания.

1. Сколько всего бусинок на нитке?
2. Сколько горошин в стручке?
3. Дорисуй круги, чтобы их стало 9.
4. Сколько всего грибов на картинке?
5. Чем похожи все рисунки?

**Задание 3.** Для усвоения последовательности слов-числительных, используемых при счете предметов (так называемый «механический счет»), полезны различные считалки. Найдите или придумайте 5 считалок, которыми можно воспользоваться с этой целью.

**Задание 4.** Подберите дидактические игры (не менее 10) с целью: а) формирования навыков счета; б) усвоения принципа

образования натурального ряда чисел от 1 до 10; в) формирования умения сравнивать числа.

**Задание 5.** Разработайте презентацию о цифрах. Методика написания цифр приведена в приложении 5. Помимо изображения цифры в квадрате можно разместить на слайдах числовую модель (например, цифра 1 – один кружок) и стихотворение об этой цифре. В качестве примера приводим стихи С.Я. Маршака «Веселый счёт. От одного до десяти»:

Вот один, иль единица,  
Очень тонкая, как спица.

А вот это цифра два.

Полюбуйся, какова:

Выгибает двойка шею,

Волочится хвост за нею.

А за двойкой — посмотри —  
Выступает цифра три.  
Тройка — третий из значков —  
Состоит из двух крючков.

За тремя идут четыре,

Острый локоть оттопыря.

А потом пошла плясать  
По бумаге цифра пять.  
Руку вправо протянула,  
Ножку круто изогнула.

Цифра шесть — дверной замочек:

Сверху крюк, внизу кружочек.

Вот семерка — кочерга.

У нее одна нога.

У восьмерки два кольца

Без начала и конца.

Цифра девять, иль девятка, —

Цирковая акробатка:

Если на голову встанет,

Цифрой шесть девятка станет.

Цифра вроде буквы О —

Это ноль иль ничего.

Круглый ноль такой хорошенький,

Но не значит ничегошеньки!

Если ж слева, рядом с ним

Единицу примостим,

Он побольше станет весить,

Потому что это — десять [19].

**Задание 6.** Познакомившись с методикой написания цифр, пропишите цифры на клетчатой бумаге (по две строчки на каждую цифру). Подчеркните наиболее удачные цифры.

**Задание 7.** Установите правильную последовательность, в которой происходит использование наглядных пособий при изучении темы «Нумерация в центре «Десяток»:

1. Предметные картинки.
2. Структурные пособия (абаки, счеты и др.).
3. Счетные палочки, геометрические фигуры.
4. Конкретные предметы.

**Задание 8.** Составьте технологическую карту урока открытия новых знаний о числе и соответствующей цифре в центре «Десяток» с применением дистанционных образовательных технологий. Укажите класс, учебно-методический



комплект, тему, планируемые образовательные результаты, средства, методы и приемы. Проверьте наличие на уроке всех линий работы с числами: образование, состав, сравнение, место в натуральном ряду чисел. Продемонстрируйте фрагменты уроков и обсудите свои мысли в группе на практическом занятии.

### **Шаблон технологической карты урока по математике**

Учебник (название УМК, авторы учебника):

Класс:

Тема урока:

Тип урока: открытия новых знаний

Цель урока (сопоставима с темой и типом урока):

Планируемые результаты (желательно не более 3 по каждому направлению):

Личностные:

—  
—

Метапредметные:

Познавательные УУД:

—  
—

Коммуникативные УУД:

—  
—

Регулятивные УУД:

—  
—

Совместная деятельность:

—  
—

Предметные:

—  
—

### Ход урока

Деятельность учителя	Деятельность ученика	Формируемые УУД (указывать вид и конкретизировать УУД)
Этап урока		
Этап урока		
Этап урока		

Примечание: должно быть соответствие между планируемыми результатами, указанными в начале технологической карты урока (не считая предметных), и формируемыми УУД, отмеченными в последнем столбце таблицы. Кроме того, проверьте соответствие деятельности учителя и детей (формулировки заданий) и формируемых УУД, указанных в таблице.

Критерии оценки:

1. Правильность определения этапов урока.
2. Соответствие этапов содержанию урока, программе и возрастным возможностям учеников.
3. Аргументированность и обоснованность.

4. Адекватность применения дистанционных образовательных технологий.

**Задание 9.** Составьте проверочную работу по теме «Нумерация чисел в пределах 10». Объясните, что вы будете проверять при выполнении обучающимся каждого задания.

**Задание 10.** Изготовьте наглядные пособия по темам «Нумерация», «Геометрический материал»: 1) 5 вариантов одинаковых карточек размером 10 х 10 см с изображением фруктов, овощей, животных (яблок, огурцов, бабочек, зайцев и т. д.) по 10 штук; 2) 3 варианта одинаковых карточек с изображением геометрических фигур (треугольников, кругов, квадратов) такого же размера по 10 штук.

**Задание 11.** Подготовьте темы математических проектов для обучающихся начальной школы, которые можно выполнить с целью расширения представлений о целых неотрицательных числах в центре «Десяток».

**Задание 12.** Подготовьте список электронных образовательных ресурсов, которые можно использовать в начальной школе в рамках учебной деятельности по математике при изучении центра «Десяток».

*Список использованной литературы: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 29, 30, 31, 33, 35, 37, 38, 39, 41, 42, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58.*

### **3 Методика изучения целых неотрицательных чисел в центре «Сотня»**

#### **3.1 Теоретический материал**

Ознакомление обучающихся с двузначными числами происходит в первом классе. Целью является познакомить со способом образования новой счётной единицы «десяток» и двузначных чисел в пределах от 11 до 100 и научиться их писать:

В задачи изучения нумерации целых неотрицательных чисел в центре «Сотня» входит:

- познакомить обучающихся с новой счётной единицей — десятком;

- научить образовывать числа из десятков и единиц; ввести понятие «разряд», разъяснить, что двузначные числа имеют два разряда: единицы и десятки;

- показать способ записи двузначных чисел на основе закона поместного значения цифр и научиться их читать;

- довести до осознания обучающихся понятия «однозначные» и «двузначные числа»;

- научить считать в пределах 100 по одному и десятками и равными числовыми группами, научить складывать и вычитать числа с опорой на знание разрядного состава числа, сравнивать их;

– познакомить обучающихся с единицами длины: сантиметром, дециметром, метром, миллиметром и соотношениями между ними.

Средствами обучения выступают счётные палочки, счёты, лента ста (метр), набор цифр и знаков, 2 полоски, разделённые на 10 равных квадратов каждая, таблица разрядов (единиц и десятков), таблица Шульте, рулетка, складной метр, электронные образовательные ресурсы и др.

В начальной школе изучение чисел от 11 до 100 происходит в два этапа:

- а) числа от 11 до 20 выделяется в особый концентр (этап);
- б) числа от 21 до 100.

Выделение чисел второго десятка в особый концентр (этап) и отдельное их изучение связано с особенностями устной и письменной нумерации: в названии каждого числа второго десятка наблюдается одна закономерность, а в записи числа — другая. Называя число, мы произносим сначала количество единиц, затем десятков, например, «две-на-дцать», а записывая число, мы пишем сначала цифру 1, обозначающую десяток, а затем цифру 2, обозначающую единицы. Это вызывает трудности у обучающихся данного возраста. Учёт этих особенностей при ознакомлении школьников с устной и письменной нумерацией делает необходимым выделение чисел второго десятка в особый этап.

Методика преподавания математики рекомендует провести работу по ознакомлению обучающихся с нумерацией натуральных чисел в пределах 20 в следующей последовательности:

- образование десятка — новой счётной единицы;
- получение чисел второго десятка путём присчитывания и отсчитывания по единице; введение и разъяснение понятия разряда;
- чтение и запись чисел в пределах 20;
- состав числа (числа от 11 до 20);
- знакомство обучающихся с единицей длины — дециметром.

В учебниках по математике начальной школы предлагаются разнообразные способы образования чисел второго десятка. Однако выбор средств и приёмов, способствующих качественному освоению способа работы над данной темой, зависит от учителя.

Подготовка к этому идет, когда ведется работа над приемами сложения и вычитания в пределах десяти:

а) упражнения в счете с выходом за десяток, присчитывая по единице.

б) включение упражнений в счете одинаковых групп предметов (парами, тройками и т. д.).

Во время устной нумерации целесообразно включить упражнения на освоение натуральной последовательности, а именно счет в реальных ситуациях и условиях; перечисление чисел, которые идут после числа, например, 12; указание места любого числа в натуральном ряду.

Далее обучающиеся знакомятся с письменной нумерацией чисел в пределах от 11 до 20 с целью усвоить способ записи чисел второго десятка на основе закона поместного значения цифр.

Для того чтобы обучающиеся качественно усвоили устную и письменную нумерацию чисел от 11 до 20, необходимо использовать комплекс разнообразных заданий.

При ознакомлении с письменной нумерацией чисел второго десятка школьники учатся записывать однозначные и двузначные числа в таблицу, помня при этом, что на первом месте, считая справа налево, цифра обозначает единицы, а на втором месте в таблице — десятки (таблица 3).

Таблица 3 – Таблица для записи десятков и единиц

Десятки	Единицы
1	9
2	0

Также обучающиеся выясняют десятичный состав числа и, опираясь на него, записывают числа с помощью цифр.

Н. Б. Истомина в учебном пособии «Методика обучения математике в начальных классах» отмечает, что рассмотрение математических объектов с точки зрения различных понятий — основа для составления вариативных заданий. Она предлагает использовать эти математические объекты: понятия «однозначные» и «двузначные числа» — с точки зрения других понятий, например, «чётные» и «нечётные числа»; «увеличить на...»; «уменьшить на...», «предыдущее и последующее число» и др.

Рассмотрим некоторые задания:

Задание 1. На доске изображена таблица (таблица 4).

Таблица 4 — Таблица к заданию 1

	2	3	4	5	6	7	8	9	

Обучающимся предлагается заполнить её в процессе выполнения комплекса заданий:

- запиши самое маленькое однозначное число;
- запиши в таблицу самое маленькое двузначное число;
- увеличь все оставшиеся числа первой строки на 10 и результаты запиши под каждым числом во второй строке;
- сравни записи и чтение чисел первого и второго ряда.

Задание 2. Запиши в один ряд все чётные числа от 2 до 20, во второй ряд — все нечётные числа от 1 до 19.

– Какие числа нужно вычеркнуть в первом ряду, чтобы каждое следующее было на 4 больше предыдущего?

– Можно ли выполнить это же задание для второго ряда?

– Подбери из первого ряда пары чисел, сумма которых равна 10.

– Подбери из первого ряда пары чисел, разность которых равна 10.

– Подбери из второго ряда пары чисел, чтобы каждое следующее значение разности было на 4 больше предыдущего. Какая пара лишняя?

– Найди в первом ряду сумму первого и последнего числа, сумму вторых чисел от начала и от конца ряда, сумму третьих чисел от начала и от конца ряда. Чем похожи между собой эти суммы?



– Выполни самостоятельно это же задание для чисел второго ряда.

– Придумай свое задание к данным числовым рядам.

Термины «однозначные» и «двузначные» числа школьники учатся грамотно использовать в своей речи также в процессе работы:

– с вычислительными приёмами, теоретическая основа которых вопросы нумерации:  $12 + 1$ ,  $12 - 1$ ,  $10 + 6$ ,  $16 - 6$ ,  $16 - 10$ ;

– над составом двузначных чисел («открывают» для себя, что состав чисел от 11 до 20 может быть

а) как разрядным ( $13 = 10 + 3$ ,  $17 = 10 + 7$ ),

б) так и не разрядным ( $13 = 7 + 6$ ,  $17 = 9 + 8$ ));

– с простыми и составными текстовыми задачами.

Для усвоения письменной нумерации используются нумерационная таблица и абак. В этот период решаются примеры вида:  $10 + 4$ ,  $14 - 4$ ,  $14 - 10$ . Вводятся понятия однозначного и двузначного числа.

Далее обучающиеся приступают к изучению нумерации чисел от 21 до 100. Целью является познакомить со способом образования, чтения и записи чисел от 21 до 100.

Перечислим задачи изучения темы:

– научить считать до 100 единицами, по 2, по 3, по 4, по 5, по 10;

– научить находить место каждого числа в натуральном ряду чисел в пределах 100;

– научить заменять число суммой разрядных слагаемых и наоборот;

- научить сравнивать двузначные числа, используя для этого различные модели;
- научить записывать различные двузначные числа, опираясь на позиционный принцип записи цифры в числе;
- познакомить с единицей длины — метром.

Средствами обучения являются счёты, метр, монеты, квадрат (10 см х 10 см), таблицы, карточки с круглыми числами (10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100), абак и др.

Под абакон может пониматься таблица разрядов с двумя рядами карманов для палочек и для карточек с цифрами.

Приведем на рисунке 5 пример абакон с десятками и единицами.

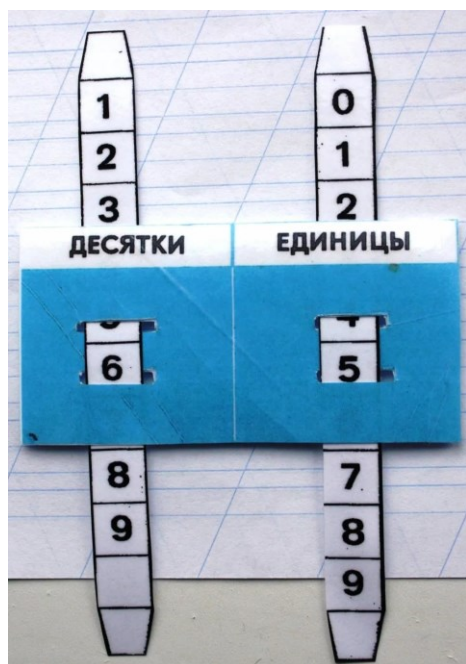


Рисунок 5 — Абак с десятками и единицами

Процесс изучения устной и письменной нумерации чисел в пределах 100 (от 21 до 100) проходит в следующей последовательности:

– образование десятка — новой счётной единицы; усвоение принципа построения десятичной системы счисления: 10 единиц первого разряда составляют одну единицу второго разряда;

– счёт десятками и называние круглых десятков с использованием слов-числительных: десять, двадцать, тридцать, сорок и т. д.;

– образование и усвоение разрядного состава чисел от 21 до 100, используя традиционные и современные средства обучения;

– чтение и запись чисел в пределах 100;

– закрепление учебного материала по данной теме в процессе выполнения тренировочных, частично-поисковых и творческих заданий;

– знакомство обучающихся с единицей длины — метром.

Изучение устной нумерации чисел от 21 до 100 начинается с формирования понятия «десяток» как новой счётной единицы. Учитель в совместной деятельности должен помочь обучающимся осмыслить пользу группировки для быстроты счёта большого количества предметов, так как уже в процессе работы с натуральным рядом чисел от 1 до 10 школьники считали группами предметы: по 2, по 3, по 4 и т. д. После, сгруппировав их по 10 (10 палочек связываются в пучок, 1 десяток равен 10 единицам, а 10 единиц – это 1 десяток), обучающиеся считают десятками и делают вывод, что считать десятками можно как простыми единицами: один десяток, два десятка, три десятка, четыре десятка, пять десятков, шесть десятков и т. п. Приводят примеры счёта десятками в различных жизненных

ситуациях: в магазине, на рынке, дома. После этого обучающиеся называют круглые десятки соответствующими словами-числительными: десять, двадцать, тридцать, сорок, пятьдесят и т. д. Чтобы у детей не сложилось представление, что между круглыми десятками нет чисел, учитель в совместной деятельности с младшими школьниками открывает способ образования чисел второго десятка, учит их читать. Вводит и разъясняет понятие разряда как определенного места в записи числа в позиционной системе счисления; позицию цифры в записи числа.

Главная задача при освоении устной нумерации чисел от 21 до 100 — сформировать умение у детей называть любое двузначное число и находить его место в нумерационном ряду. Для этого рекомендуется повторить счет группами и по одному. Для счета десятками полезно использовать наглядные пособия (полоски, бруски, палочки, пуговицы, грохотки, счеты, абак).

Младшие школьники усваивают способ образования чисел от 21 до 100 присчитыванием и отсчитыванием по единице и определяют его место в натуральном ряду чисел. Для этого можно предложить ученикам работу с квадратом, стороны которого разделены линиями на 10 равных частей. Получили 100 маленьких квадратов. Продолжаем счёт квадратов до 20 и получаем 2 десятка. Таким же образом получили три десятка, четыре десятка или сорок, пять десятков, шесть десятков, семь десятков, восемь десятков, девять десятков или девяносто, десять десятков или сто.

Далее, путешествуя по квадрату, обучающиеся выполняют комплекс упражнений, используя понятия «десяток» и «единицы», а также «единицы первого и второго разряда»: найди число, которое содержит 5 десятков и 6 единиц; покажи и прочитай число, в котором 7 единиц первого разряда и 3 второго разряда, и т. п.

Необходимо обратить внимание на образование и чтение чисел сорок и девяносто, являющихся исключением из общего принципа.

Есть возможность использовать различные стихотворения, позволяющие запомнить названия круглых десятков, как, например, стихотворение О. Емельяновой «Фантастическая считалочка десятками до ста и обратно»:

Из небесного окна  
Смотрит полная луна,  
В прятки с тучками играет  
И десятками считает.  
Десять, двадцать, тридцать, сорок!  
А рассвет еще нескоро.  
Пятьдесят и шестьдесят!  
В небе звездочки висят.  
Семьдесят! Нам повезло —  
Прилетело НЛО.  
Восемьдесят! Из тарелки  
Вышли ежики и белки.  
Девяносто! С ними Ваня!  
Где же инопланетяне?

Сосчитали неспроста  
Мы десятками до ста!

Чтобы стало все понятно,  
Будем мы считать обратно.  
Сто! Спросили мы у белки:  
«Есть ли кто еще в тарелке?»  
Разобраться здесь не просто.  
Скажем хором: «Девяносто!»  
Если выйдет кто из тьмы,  
«Восемьдесят!» — скажем мы.  
Семьдесят и шестьдесят!  
Вышли двое поросят.  
Пятьдесят! — Они сказали:  
«Вместе с Ваней мы летали  
На далекую планету.  
Там везде растут конфеты!»  
Сорок, тридцать, двадцать, десять!  
Надо срочно Ваню взвесить.  
Может, принял облик Ванин  
Злобный инопланетянин?  
Ведь про них мы знаем, что  
Тяжелей они раз в сто!»  
Ваню ежики и белки  
Вместе взвесили с тарелкой  
Оказалось, весит он  
Целых сто двенадцать тонн! [43]

Освоение младшими школьниками письменной нумерации чисел от 21 до 100 происходит в процессе выполнения различных заданий:

- с анализом десятичного состава чисел: при этом используются понятия «десяток» и «единица», а также «единицы первого и второго разрядов», повторяется, что справа налево единицы пишутся на первом месте, а десятки на втором;

- на сравнение двузначных чисел;

- на сложение и вычитание чисел, основой вычислений служит разрядный состав числа и принцип образования чисел в натуральном ряду (+1 или – 1);

- при решении комбинаторных задач и др.

На этом отрезке чисел вводится термин «разряд». Разъясняется, что такое единицы первого и второго разрядов.

Например, на абаке показывается одно из разрядных чисел (36). Организуется беседа:

- Сколько в этом числе десятков? (3.)

- Сколько единиц? (6.)

- Что обозначает каждая цифра? (Учим говорить, что 3 — это количество десятков, а 6 — это количество единиц.)

Можно сказать, что 6 — это 6 единиц I разряда, а 3 — это 3 единицы II разряда, или 3 десятка 6 единиц.

В обязательном порядке организуется работа по усвоению десятичного состава числа и натуральной последовательности. Для этого используются упражнения на осознание детьми позиционной записи:

- Используя цифры 5 и 7 и запиши различные двузначные числа.

– Используя цифры 5, 7, 9, запиши различные двузначные числа.

– Чем интересны числа 5, 6, 55, 65, 56, 66?

– Что обозначает каждая цифра в этих числах?

Рассматриваются случаи сложения и вычитания вида:

$$20 + 4, 24 - 4, 24 - 20.$$

Предварительно вводится понятие «сумма разрядных слагаемых». Ведется сравнение с неразрядными слагаемыми. Всё это является подготовкой к сложению и вычитанию в пределах 100. Часто используется математический диктант. Так как понятие «число» является основным понятием математики в начальной школе, целесообразно, чтобы учитель не забывал, что его качественная работа подготовит обучающихся к освоению понятий «устные и письменные вычислительные приёмы», «длина», «площадь», с которыми они познакомятся во 2–4 классах.

Таким образом, методически грамотная работа учителя на уроке позволит обучающимся перенести умения читать и записывать двузначные числа на трёхзначные, а затем на числа в пределах миллиона.

### 3.2 Вопросы для самопроверки

1. В чём состоит особенность методики изучения двузначных чисел (концентр «Сотня»)? Конкретизируйте свой ответ.

2. Почему при изучении нумерации чисел в концентре «Сотня» целесообразно выделить этап «Числа от 11 до 20»?



3. Какую роль играет знакомство с дециметром для усвоения нумерации двузначных чисел?

4. Что такое «разряд»?

5. Какими наглядными пособиями можно воспользоваться для знакомства обучающихся с разрядными числами? Почему?

6. Покажите на конкретном примере возможность применения приёма сравнения при изучении двузначных чисел.

7. Какие планируемые результаты должны достигнуть обучающиеся после изучения центра «Сотня»? Конкретизируйте свой ответ с опорой на Федеральную рабочую программу начального общего образования по математике.

8. В чем разница между понятиями «разрядный состав числа», «десятичный состав числа», «сумма удобных слагаемых», «сумма разрядных слагаемых»?

9. Приведите примеры упражнений на нахождение числа в натуральном ряду чисел (в центре «Сотня»).

10. Какой принцип не используется в современной системе счисления и нумерации – десятично-разрядный, позиционный, аддитивный или моделирующий?

### **3.3 Задания для практической и самостоятельной работы**

**Задание 1.** Какие наглядные пособия использует учитель для закрепления понятия разрядного состава двузначного числа? Опишите применение этих пособий при изучении данного вопроса. Обсудите со студентами Вашей группы, какие сред-

ства обучения вызовут у обучающихся наибольший интерес и будут способствовать более качественному усвоению десятичного состава двузначных чисел. Опишите подробнее ситуацию по использованию выбранных вами демонстрационных и индивидуальных средств обучения в процессе закрепления разрядного состава числа на уроках математики.

**Задание 2.** Учитель предложил задания: 1) увеличьте на 1 числа: 10, 13, 15, 17, 19; 2) уменьшите на 1 числа: 19, 18, 16, 14, 11. Какой из приведенных ниже способов выполнения задания вы используете? Почему?

1. Ученики записывают только ответы.

2. Ученики записывают в одном ряду данные числа, а под ними ответы.

3. Ученики записывают примеры:

$$10 + 1 = 11 \dots; 19 - 1 = 18 \dots$$

4. Ученики устно называют числа.

**Задание 3.** Приведите рассуждения младших школьников при выполнении следующих заданий:

1. Сравните числа: 10 и 12; 10 и 15; 12 и 14; 18 и 17.

2. Сравните величины: 15 см и 12 см; 1 дм и 1 см; 1 дм и 16 см.

Какие дополнительные вопросы для закрепления понятия разрядного состава числа можно предложить обучающимся после выполнения данных заданий?

**Задание 4.** Перед рассмотрением случаев сложения и вычитания чисел в пределах 20, например,  $10 + 5$ ,  $17 - 10$ ,  $17 - 7$ ,  $12 + 1$ , следует повторить следующие вопросы: 1) представление числа в виде суммы десятков и единиц; 2) взаимосвязь

суммы и слагаемых; 3) образование чисел в натуральном ряду. Составьте или подберите упражнения для повторения этих вопросов.

**Задание 5.** Выберите из данных примеров те, способ вычисления которых строится на знании нумерации двузначных чисел:

$17 + 3$

$34 + 5$

$50 + 8$

$65 - 60$

$40 + 6$

$68 - 4$

Составьте свои примеры с этой же целью.

**Задание 6.** В чем может быть причина ошибок обучающихся:  $57 > 75$ ,  $38 = 83$ ? Подберите соответствующие упражнения для предупреждения подобных ошибок.

**Задание 7.** Какую подготовительную работу необходимо провести для решения примеров: 5 дес. + 1 дес., 6 дес. + 3 дес., 4 дес. – 2 дес., 8 дес. – 5 дес.? Составьте соответствующие упражнения.

**Задание 8.** С какой целью учитель может использовать следующие задания? В какой последовательности их лучше предложить обучающимся?

1. Запишите числа 21, 24, 26 в виде суммы разрядных слагаемых.

2. Запишите все двузначные числа, в которых 2 десятка. Увеличьте каждое из них на 3 десятка. Уменьшите каждое из них на 2 десятка.

3. Сколько в числах 23, 27, 29 единиц первого и единиц второго разряда?

4. Запишите числа, в которых 2 десятка 8 единиц, 2 десятка 5 единиц.

**Задание 9.** Подберите из учебников по математике для 1 класса упражнения, способствующие усвоению понятия последовательности натурального ряда чисел (в пределах 21–100). Составьте самостоятельно упражнения, которые можно использовать с той же целью.

**Задание 10.** Найдите в учебниках по математике и составьте сами упражнения, которые помогают младшим школьникам усвоить закон поместного значения цифр в двузначном числе.

**Задание 11.** Какие дидактические игры можно использовать на этапе изучения нумерации чисел 21–100 для усвоения последовательности чисел в натуральном ряду?

**Задание 12.** Объясните, с какой целью учитель может использовать следующие упражнения:

1. Запишите последовательность чисел от 1 до 10. Прибавьте к каждому числу 1 десяток и запишите полученные числа во втором ряду.

2. Вставьте пропущенные числа: 9, ..., 11, ..., ..., 14, ..., 16, ..., ..., 19, 20.

3. Сравните числа: 13 ... 15, 10 ... 18, 17 ... 16.

4. Запишите числа в порядке возрастания: 17, 18, 11, 13, 12, 14, 15, 19, 16, 20, 10.

5. Запишите числа, которые состоят из 5 десятков 2 единиц, 1 десятка 6 единиц, 8 десятков 8 единиц.

6. Запишите в виде суммы разрядных слагаемых числа:

$$14 = 10 + 4 \quad 76 = \dots \quad 67 = \dots \quad 30 = \dots$$

7. Запишите все возможные двузначные числа, используя цифры:

а) 3, 5, 9; б) 4, 0, 7.

**Задание 13.** Подготовьте темы математических проектов для обучающихся начальной школы, которые можно выполнить с целью расширения представлений о целых неотрицательных числах в концентре «Сотня».

**Задание 14.** Составьте проверочную работу по теме «Нумерация в концентре «Сотня»». Объясните, что вы будете проверять каждым заданием.

**Задание 15.** Составьте технологическую карту урока открытия новых знаний по теме «Числа от 11 до 20» или «Числа от 21 до 100» с применением дистанционных образовательных технологий. Требования к оформлению и критерии оценивания приведены в предыдущем параграфе.

**Задание 16.** Подготовьте список электронных образовательных ресурсов, которые можно использовать в начальной школе в рамках учебной деятельности по математике при изучении концентра «Сотня».

*Список использованной литературы: 3, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 23, 24, 28, 29, 30, 32, 36, 38, 39, 40, 42, 43, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58.*

## 4 Методика изучения целых неотрицательных чисел в концентре «Тысяча»

### 4.1 Теоретический материал

Концентр «Тысяча» был установлен в конце XIX века. До этого времени после изучения сотни сразу переходили к числам любой величины.

Цель изучения нумерации целых неотрицательных чисел в концентре «Тысяча» заключается в том, чтобы открыть с обучающимися новую счётную единицу — сотню; научиться образовывать числа из сотен, десятков и единиц, читать и записывать их.

В задачи изучения нумерации целых неотрицательных чисел в концентре «Тысяча» входит:

1) познакомить учеников с новой счётной единицей — сотней и разрядом «сотня», научить считать предметы в пределах тысячи;

2) дать представление об образовании чисел из сотен, десятков, единиц; закрепить усвоение позиционного построения десятичной системы счисления (поместного значения цифр);

3) разъяснить соотношения разрядных единиц в трёхзначном числе (10 единиц равны 1 десятку, 10 десятков равны 1 сотне, 10 сотен равны 1 тысяче. В связи с тем, что у детей специфические особенности, дается другое объяснение: 1 десяток равен 10 единицам, 1 сотня равна 10 десяткам, 1 тысяча

равна 10 сотням, или 100 десяткам, или 1000 единицам);  
научить находить общее число единиц любого разряда;

4) добиться усвоения названий разрядных единиц;  
научиться определять количество сотен, десятков, единиц в  
трехзначном числе и представлять число как сумму разрядных  
слагаемых;

5) сформировать умения, а затем навыки чтения и записи  
трехзначных чисел;

6) закреплять знания о натуральной последовательности  
чисел;

7) сформировать умения складывать и вычитать числа на  
основе разрядного состава трехзначного числа;

8) в связи с изучением трехзначных чисел рассмотреть  
соотношение единиц длины: сантиметр — дециметр — метр —  
километр.

Ключевыми понятиями являются следующие: сотня, еди-  
ницы третьего разряда — сотни, трёхзначные числа.

Средствами обучения выступают нумерационная таблица  
разрядов и классов, квадраты (10 x 10), счёты, рулетка, цифры  
0, 1, 2, 3... 9, круглые десятки, сотни и тысяча: 10, 20, 30...,  
100, 200, 300 ..., 1000, таблица мер длины (соотношения между  
единицами длины), электронные образовательные ресурсы.

Устная и письменная нумерация в центре «Тысяча»  
изучаются отдельно.

В основе устной нумерации чисел в пределах 1000, т. е.  
чтения трёхзначных чисел, лежит усвоение принципа построе-  
ния десятичной системы счисления, которая связана с поняти-  
ем разряда.

Изучение трёхзначных чисел (концентр «Тысяча») проходит в следующей последовательности:

1) образование сотни — новой счётной единицы; усвоение принципа построения десятичной системы счисления (1 сотня = 10 десяткам = 100 единицам);

2) счёт сотнями как простыми единицами;

3) называние круглых сотен с использованием слов-числительных: сто, двести и т. д.;

4) получение трёхзначных чисел путём присчитывания и отсчитывания по единице или десятку и их чтение;

5) представление трёхзначных чисел в виде суммы разрядных слагаемых;

6) закрепление.

В процессе формирования умения читать трёхзначные числа обучающимся предлагаются разнообразные задания, способствующие не только усвоению знаний, но и формированию универсальных учебных действий. Например: прочитай числа 407, 640, 999. Объясни, что означает каждая цифра в записи этих чисел. Расположи эти числа в порядке убывания, возрастания и др.

При ознакомлении с новой счётной единицей сотней рекомендуется использовать счетные палочки: посчитать, завязать по 10 и т. д. Дети учатся считать сотнями. Нужно, чтобы дети усвоили новые числительные (200, 300 и т. д.) и поняли, что 10 сотен образуют 1000.

Происходит работа по образованию трехзначных чисел из сотен, десятков, единиц и разложение их на сотни, десятки и единицы. На этом этапе хорошо использовать квадраты и по-



лоски, а затем упражнения без наглядных пособий, например: назови число, состоящее из 5 сотен, 2 десятков и 4 единиц. На первых порах следует брать числа, в которых имеют место единицы всех разрядов. Кроме того, можно давать упражнения на разложение на сотни, десятки, единицы, т. е. осуществлять обратную операцию.

Учитель также осуществляет работу по усвоению обучающимися разрядного состава числа и осознанию того, что каждая разрядная единица в числе, за исключением первого разряда единиц, содержит 10 единиц низшего разряда, т. е. 1 десяток равен 10 единицам, 1 сотня равна 10 десяткам и т. д. Здесь же необходимо научить находить общее число единиц любого разряда (например, число 654 содержит 654 единицы, так как в разряде единиц — 4 единицы, в разряде десятков — 50 единиц, в разряде сотен — 600 единиц).

Используется прием закрывания цифры:

– чтобы определить количество десятков в числе, нужно закрыть цифру справа, обозначив единицу до десятков;

– чтобы определить число сотен, нужно закрыть единицы и десятки.

Также осуществляется работа по усвоению детьми натуральной последовательности, в частности предлагается выполнить упражнения следующего типа:

а) Какое число называют раньше — 345 или 543?

б) Сколько чисел находится между числами 548 и 561?

в) Какие числа стоят между числами 298 и 302?

г) Расположите числа в порядке убывания или возрастания (предлагается ряд чисел).

д) Какие числа пропущены? (Предлагается ряд чисел с пропущенными числами.)

На этом этапе важно, чтобы дети запомнили натуральный ряд чисел и умели определить место любого трехзначного числа в натуральном ряду.

Трудным моментом является переход через круглые сотни. Для его отработки рекомендуются следующие упражнения:

1. Посчитай от 497 до 505.
2. Назови 5 чисел, следующих за числом 897.
3. Назови числа в обратном порядке — от 803 до 785.

Переходным моментом от устной к письменной нумерации является формирование следующих умений обучающихся:

- 1) образовать число на счетах, на абаке, на нумерационной таблице;
- 2) прочитать число;
- 3) обозначить число цифрами.

Затем сообщаются сведения о разрядных счетных единицах: что единицы являются единицами первого разряда, десятки считаются единицами второго разряда. Вводится понятие «трехзначные числа» — числа, в записи которых используются 3 цифры. Закрепляется понимание закона поместного значения цифр. Уточняются понятия числа и цифры. Особое внимание уделяется использованию нуля в записи чисел, раскрытию его значения (он обозначает отсутствие каких-либо разрядов). Параллельно с использованием нуля в отвлеченных числах полезно показать использование этого нуля в именованных числах ( $7 \text{ м } 2 \text{ см} = 702 \text{ см}$ ).

В основе письменной нумерации чисел, а именно записи трёхзначных чисел, лежит принцип поместного значения цифр в записи чисел и построения десятичной системы счисления.

В процессе формирования умения записывать трёхзначные числа обучающимся предлагаются разнообразные задания, также способствующие формированию универсальных учебных действий:

1) на знание десятичного состава чисел, принципа поместного значения цифр в записи чисел (Что записано на доске? 365 — это число или цифра? Докажи. В чём отличие и сходство чисел 365 и 653?);

2) работа с устными и письменными вычислительными приёмами;

3) решение текстовых арифметических задач;

4) решение уравнений;

5) задания на применение знаний нумерации трёхзначных чисел при переводе величин, выраженных единицами одних наименований, в другие, в процессе выполнения арифметических действий сложения, вычитания, умножения величины на число, деления величины на число.

Изучение нумерации трёхзначных чисел связано с изучением арифметических действий сложения, вычитания, умножения, деления соответствующих чисел. В процессе формирования умения читать и записывать трёхзначные числа учитель готовит обучающихся к изучению приёмов устных вычислений. В основе письменных приёмов сложения, вычитания, умножения, деления трёхзначных чисел также лежит знание о

структуре многозначного числа, которая связана с понятием разряда.

В работе над нумерацией можно использовать следующие упражнения:

1) записать числа из одних и тех же цифр: 4, 6, 7 и сравнить эти числа (с обязательным выводом: от порядка записи цифр меняется само число);

2) записать одно-, дву- и трехзначные числа, используя одну цифру;

3) записать числа: 700, 507, 374. Проанализировать, какая цифра повторяется в числах. Что она обозначает?

4) записать всевозможные трехзначные числа, используя цифры 1, 5, 8;

5) даны числа: 257, 713, 752, 478, 987, 670; выписать числа, где цифра 7 обозначает: а) единицы, б) десятки, с) сотни;

б) даны числа: 200, 330, 506; отсутствующие единицы какого разряда обозначает цифра «ноль»;

7) записать числа в виде суммы разрядных слагаемых 431, 250, 804, 300 и т. д.;

8) сравнить числа:

– 647 и 875 — по высшему разряду: 6 сотен или 8 сотен;

– 234 и 235 — по разряду единиц, на основе знания натурального ряда;

– 460 и 406 — на основе знания поместного значения цифр;

9) объяснить, как записать числа — 510 и 501;

10) объяснить, сколько всего десятков в числе 260, 503, 840; сколько всего единиц и сотен в каждом из этих чисел;

11) записать число, которое состоит из 4 сотен, 5 десятков и 8 единиц; из 9 сотен и 3 единиц; из 6 сотен и 8 десятков.

Итак, младшие школьники на трехзначных числах вновь отрабатывают характеристику числа. Любое число можно охарактеризовать по следующему плану:

1. Как получить это число из предыдущего.
2. Как получить это число из последующего.
3. С помощью каких цифр записывается это число.
4. Что обозначает каждая цифра в записи числа.
5. Как представить это число в виде суммы разрядных слагаемых.

## 4.2 Вопросы для самопроверки

1. Сравните задачи изучения нумерации в концентриках «Сотня» и «Тысяча». Какова преемственность нумерации чисел в данных концентриках?

2. Какие планируемые результаты должны достигнуть обучающиеся после изучения концентрика «Тысяча»? Конкретизируйте свой ответ с опорой на Федеральную рабочую программу начального общего образования по математике.

3. Какие знания лежат в основе умения читать и записывать трёхзначные числа?

4. Какими наглядными пособиями можно воспользоваться для знакомства обучающихся с трехзначными числами?

5. Перечислите способы сравнения трехзначных чисел.

6. Составьте различные задания на классификацию, которые Вы предложите обучающимся при изучении трёхзначных чисел.

7. Какие способы решения комбинаторных задач Вы используете на уроках математики при изучении трёхзначных чисел?

8. Чем вызвана сложность записи трехзначных чисел с отсутствующими разрядами? Как нивелировать эту сложность?

9. В чем заключается прием закрывания цифры и для чего его можно использовать?

10. Какую роль играет знакомство с километром для усвоения нумерации трехзначных чисел?

#### **4.3 Задания для практической и самостоятельной работы**

**Задание 1.** С какой целью учитель предлагает обучающимся следующие вопросы: Сколько единиц в сотне, в двух сотнях? Сколько десятков в одной сотне, в двух, пяти сотнях? Сколько сотен в тысяче? Как должен поступить учитель в том случае, если младшие школьники затрудняются ответить на вопрос?

**Задание 2.** Найдите в учебниках по математике в теме «Нумерация в центре «Тысяча» задания, цель которых — усвоение закона поместного значения цифр в трехзначном числе. Какие из этих заданий можно выполнить различными способами?

**Задание 3.** В какой последовательности целесообразнее предлагать младшим школьникам приведенные ниже задания? Ответ обоснуйте.

1. Сколько сантиметров в 3 м 09 см? в 8 м 30 см?
2.  $100 + 30$ ,  $400 + 90$ ,  $600 + 7$ ,  $900 + 60$ .
3. В одном пучке 100 палочек. Сколько палочек в 2 пучках? В 4 пучках? В 8 пучках? В 9 пучках?
4. Посчитайте сотнями: 100, 200, ... .

**Задание 4.** Какие знания лежат в основе выполнения задания: «Известно, что  $1 \text{ м} = 100 \text{ см}$ . Сколько метров составляют 200 см? 500 см? 1000 см? Известно, что  $1 \text{ руб.} = 100 \text{ коп.}$  Сколько рублей в 300 коп.? В 500 коп.? В 700 коп.? В 1000 коп.?» Какие подготовительные упражнения должны предшествовать выполнению данных заданий?

**Задание 5.** Как практически применяется умение обучающихся определять общее количество сотен или десятков в числе? Найдите соответствующие упражнения в учебниках по математике для начальной школы или придумайте их самостоятельно.

**Задание 6.** Какие из приведенных примеров ученики могут решить на основе знания нумерации чисел? Ответ обоснуйте.

$400 + 7$	$640 + 163$	$200 + 40$	$360 - 50$
$980 - 80$	$500 - 60$	$610 + 300$	$356 - 295$

**Задание 7.** Какую роль играют упражнения на перевод величин, выраженных в единицах одних наименований, в величины, выраженные в единицах других наименований, в теме «Нумерация в концентре «Тысяча»? Приведите примеры соответ-

ствующих упражнений. Объясните последовательность их выполнения младшими школьниками.

**Задание 8.** Подготовьте темы математических проектов для обучающихся начальной школы, которые можно выполнить с целью расширения представлений о целых неотрицательных числах в концентре «Тысяча».

**Задание 9.** Составьте проверочную работу по теме «Нумерация в концентре «Тысяча». Объясните, что вы будете проверять каждым заданием.

**Задание 10.** Составьте технологическую карту урока по ознакомлению с новой темой «Тысяча» с применением дистанционных образовательных технологий. Требования к оформлению и критерии оценивания приведены в параграфе 2.

**Задание 11.** Подготовьте список электронных образовательных ресурсов, которые можно использовать в начальной школе в рамках учебной деятельности по математике при изучении концентра «Тысяча».

*Список использованной литературы: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 17, 20, 23, 24, 28, 29, 30, 32, 34, 36, 38, 39, 40, 42, 43, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58.*



## **5 Методика изучения целых неотрицательных чисел в центре «Многозначные числа»**

### **5.1 Теоретический материал**

Натуральных чисел бесконечное множество. Названия их в пределах практической необходимости требуют немногих слов, а для записи их достаточно только 10 цифр. В основе понимания детьми образования, чтения и записи чисел многозначных лежит усвоение структуры многозначного числа, которое связано с понятиями класса и разряда.

Цель изучения нумерации целых неотрицательных чисел в центре «Многозначные числа» заключается в том, чтобы познакомить обучающихся с новым понятием «класс»; научиться образовывать числа из сотен, десятков и единиц класса единиц и класса тысяч и класса миллионов, миллиардов, читать и записывать их.

В задачи изучения нумерации целых неотрицательных чисел в центре «Многозначные числа» входит:

- 1) закрепить знания, умения и навыки, сформированные при изучении нумерации в центре «Тысяча»;
- 2) усвоить понятие «класс», рассмотреть классы единиц и тысяч;
- 3) усвоить десятичный состав многозначных чисел, сформировать умение определять количество десятков, сотен, тысяч в многозначном числе;

4) научить читать, записывать и сравнивать многозначные числа;

5) сформировать навык умножения на 10, 100, 1000 и деления на 10, 100, 1000;

6) закрепить знание принципа поместного значения цифр на области многозначных чисел;

7) закрепить понимание принципа образования натурального ряда чисел на области многозначных чисел;

8) сформировать умения переводить величины, выраженные в единицах одних наименований, в другие.

Ключевые понятия: класс, четырёхзначные, пятизначные, шестизначные числа и т. д.

Средствами обучения выступают нумерационная таблица разрядов и классов (рисунки 6, 7), квадраты (10 x 10), счёты, лента «метр», цифры 0, 1, 2, 3... 9, круглые десятки, сотни и тысячи: 10, 20, 30..., 100, 200, 300 ..., 1000, 2000, 3000..., таблица мер длины (соотношения между единицами длины), электронные образовательные ресурсы.

**ТАБЛИЦА КЛАССОВ И РАЗРЯДОВ**

<b>КЛАСС МИЛЛИАРДОВ</b>			<b>КЛАСС МИЛЛИОНОВ</b>			<b>КЛАСС ТЫСЯЧ</b>			<b>КЛАСС ЕДИНИЦ</b>		
<b>9</b>	<b>6</b>	<b>1</b>	<b>5</b>	<b>2</b>	<b>7</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>8</b>	<b>1</b>	<b>5</b>	<b>9</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>6</b>	<b>3</b>	<b>8</b>	<b>2</b>	<b>9</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>7</b>	<b>6</b>	<b>4</b>
<b>РАЗРЯД СОТЕН</b>	<b>РАЗРЯД ДЕСЯТКОВ</b>	<b>РАЗРЯД ЕДИНИЦ</b>	<b>РАЗРЯД СОТЕН</b>	<b>РАЗРЯД ДЕСЯТКОВ</b>	<b>РАЗРЯД ЕДИНИЦ</b>	<b>РАЗРЯД СОТЕН</b>	<b>РАЗРЯД ДЕСЯТКОВ</b>	<b>РАЗРЯД ЕДИНИЦ</b>	<b>РАЗРЯД СОТЕН</b>	<b>РАЗРЯД ДЕСЯТКОВ</b>	<b>РАЗРЯД ЕДИНИЦ</b>
<b>КЛАСС МИЛЛИАРДОВ</b>			<b>КЛАСС МИЛЛИОНОВ</b>			<b>КЛАСС ТЫСЯЧ</b>			<b>КЛАСС ЕДИНИЦ</b>		

stendzakaz.ru  
ЛЮБЫЕ СТЕНЫ НА ЗАКАЗ

Рисунок 6 — Таблица классов и разрядов

**ТАБЛИЦА РАЗРЯДОВ И КЛАССОВ**

<b>III класс – КЛАСС МИЛЛИОНОВ</b>			<b>II класс – КЛАСС ТЫСЯЧ</b>			<b>I класс – КЛАСС ЕДИНИЦ</b>		
<b>РАЗРЯДЫ</b>			<b>РАЗРЯДЫ</b>			<b>РАЗРЯДЫ</b>		
<b>СОТНИ</b>	<b>ДЕСЯТКИ</b>	<b>ЕДИНИЦЫ</b>	<b>СОТНИ</b>	<b>ДЕСЯТКИ</b>	<b>ЕДИНИЦЫ</b>	<b>СОТНИ</b>	<b>ДЕСЯТКИ</b>	<b>ЕДИНИЦЫ</b>
<b>МИЛЛИОНОВ</b>			<b>ТЫСЯЧ</b>					
<b>9</b>	<b>8</b>	<b>7</b>	<b>6</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>

Рисунок 7 — Таблица разрядов и классов

В основе устной нумерации многозначных чисел, т. е. их чтения, лежит усвоение принципа построения десятичной системы счисления, которая связана с понятиями разряда и класса.

Изучение многозначных чисел (концентр «Многозначные числа») проходит в следующей последовательности:

- 1) ознакомление с новым понятием «класс»: класс единиц, класс тысяч, класс миллионов;
- 2) определение количества десятков, сотен, тысяч в многозначном числе;
- 3) чтение, сравнение многозначных чисел;
- 4) представление многозначных чисел в виде суммы разрядных слагаемых.

Если к наибольшему числу первого класса 999 прибавить 1, то получим 1000 – единицу чисел второго класса и в то же время единицу первого разряда второго класса, 10 единиц которых составляют 1 десяток тысяч — вторую разрядную единицу второго класса. 10 десятков тысяч составляют 1 сотню тысяч, 10 сотен тысяч — 1 миллион, единицу третьего класса.

Все классы чисел строят также один класс:

- от 1 до 999 образуют первый класс – класс единиц;
- от 1 тысячи до 999 тысяч образуют второй класс — класс тысяч;
- от 1 миллиона до 999 миллионов образуют третий класс — класс миллионов и т. д.

Чтобы дети лучше поняли, можно предложить им следующую таблицу (таблица 5).

Таблица 5 — Числа разных классов

числа I класса	1, 2, 3, ... 997, 998, 999
числа II класса	1000, 2000, 3000, ... 997000, 998000, 999000
числа III класса	1000000, 2000000, 3000000, ... 997000000, 998000000, 999000000

В каждой строке дети видят знакомые одно-, дву-, трехзначные и т. д. числа, но разных классов. Школьники переносят знания о числах I класса на числа всех последующих классов. Названия чисел каждого класса образуют из тех же простых и сложных числительных по тем же грамматическим правилам, что и числа I класса с добавлением для II класса слова «тысяча», для III класса — «миллион» и т. д.

Дети должны усвоить, что каждый класс имеет три разряда:

- единицы;
- десятки;
- сотни.

Важно показать различие между одноименными разрядами классов единиц и тысяч. Для этого на абаке откладываются, например, числа 178000 и 178, 50000 и 50, 120000 и 120. Обсуждается сходство и различия в изображении этих чисел. Сходство состоит в том, что на абаке откладываются соответствующих разрядов класса единиц и тысяч одинаковые количества косточек, но 8 косточек для числа 178 означает «единиц» в разряде единиц, а для числа 178000 — «количество тысяч» в разряде тысяч.

Необходимо показать аналогию между нумерацией и действиями над числами I и II класса, а потом эту аналогию распространить на любые многозначные числа.

Работа по усвоению состава многозначных чисел ведется посредством следующих упражнений:

- 1) назвать число единиц каждого разряда и класса;
- 2) разложить на сумму разрядных слагаемых и записать число, например, 6835472;
- 3) назвать, сколько единиц каждого разряда в числе 6595406;
- 4) записать восьмизначное число (например, 45619845); вычеркнуть некоторые разряды, чтобы получить наименьшее (1845) или наибольшее (9845) четырехзначное число.

Сравнение чисел осуществляется с наибольшего разряда, что можно продемонстрировать детям с помощью позиционной таблицы. Школьники усваивают, что многозначные натуральные числа с одинаковым количеством цифр сравниваются поразрядно. При этом переходят от самого старшего разряда к младшим:  $4322 < 5307$  (четыре тысячи меньше пяти тысяч, поэтому число 4322 меньше числа 5307). Многозначные числа с разным количеством разрядов можно сравнить по количеству разрядов:  $271 < 14785$  (в числе 271 только 3 разряда, а в числе 14785 — 5 разрядов, поэтому 14785 больше 271).

Верному сравнению будут способствовать следующие упражнения:

- Чем похожи и чем отличаются эти числа? Например, 707000 и 707;
- Чем похожи и чем отличаются эти числа? 5, 50, 500, 5000, 50000;

– Чем похожи и чем отличаются эти числа? Даются два многозначных числа: 8605342 и 7930543. Сравнение начинают с высшего разряда.

Работа по усвоению натуральной последовательности чисел напоминает аналогичную при изучении предыдущих концентров. Приведем примеры упражнений:

- 1) продолжить счет 6435600, ... ;
- 2) присчитывать по единице к 5459899;
- 3) отсчитывать по единице от 5459899;
- 4) назвать число на 2 меньше, чем 50000.

Нельзя допускать смешения терминов «число» и «цифра».

Нужно четко различать задания:

– Назови, сколько единиц каждого разряда и класса в числе.

– Назови, сколько всего единиц, десятков, сотен и т. д. в этом числе.

В процессе формирования умения читать многозначные числа обучающимся предлагаются разнообразные задания, способствующие не только усвоению знаний, но и формированию универсальных учебных действий. Например: прочитай число 102300. Определи, сколько сотен тысяч, десятков тысяч в этом числе; представь число в виде суммы разрядных слагаемых и др.

В основе письменной нумерации многозначных чисел, т. е. их записи, лежит принцип поместного значения цифр в записи чисел и построения десятичной системы счисления.

Далее обучающиеся учатся записывать многозначные числа, для этого необходимо вспомнить некоторые свойства позиционной системы счисления:

– значение цифры в числе определяется ее местом в этом числе;

– названия чисел, обозначаемых одной, двумя и тремя цифрами, образуются по определенным правилам;

– прибавление к 9 единицам еще одной единицы данного разряда дает единицу следующего, более старшего разряда.

При записи чисел важно обратить внимание на то, что отсутствующий разряд записывается нулем.

В процессе формирования умения записывать многозначные числа обучающимся предлагаются разнообразные задания:

1) задания на усвоение структуры многозначного числа, которая связана с понятиями класса и разряда (запиши число, в котором 8 единиц третьего класса, 35 единиц второго класса, 8 единиц первого класса и др.);

2) работа с устными и письменными вычислительными приёмами на множестве многозначных чисел;

3) решение текстовых арифметических задач;

4) составление и решение уравнений;

5) задания на применение знаний нумерации многозначных чисел при переводе величин, выраженных в единицах одного наименования, в другие, в процессе выполнения действий сложения величин, вычитания величин, умножения величины на число, деления величины на число.

Приведем общую схему разбора числа:

1. Прочитайте число.



2. Назовите число единиц каждого разряда и каждого класса.
3. Назовите общее число единиц каждого разряда.
4. Замените число суммой разрядных слагаемых.
5. Назовите число, предшествующее при счете данному, и число, следующее при счете за данным.
6. Назовите наименьшее и наибольшее числа, которые имеют столько же разрядов, что и данное число.
7. Укажите, сколько всего цифр понадобилось для записи данного числа и сколько среди них различных.
8. Используя все цифры данного числа, запишите наименьшее и наибольшее числа.

Изучение нумерации многозначных чисел связано с изучением арифметических действий сложения, вычитания, умножения, деления соответствующих чисел. В процессе формирования умения читать и записать многозначные числа учитель готовит обучающихся к изучению приёмов устных вычислений. В основе письменных приёмов сложения, вычитания, умножения, деления многозначных чисел также лежит знание о структуре многозначного числа, которая связана с понятиями разряда и класса.

## **5.2 Вопросы для самопроверки**

1. Что понимают под термином «класс» в математике?
2. Какие наглядные пособия можно использовать при знакомстве обучающихся с понятием «класс»?

3. Какие планируемые результаты должны достигнуть обучающиеся после изучения концентра «Многочисленные числа»? Конкретизируйте свой ответ с опорой на Федеральную рабочую программу начального общего образования по математике.

4. Какие знания лежат в основе умения читать и записывать многочисленные числа?

5. Составьте различные задания на классификацию, которые Вы предложите обучающимся при изучении трёхзначных чисел.

6. Какие новые знания о позиционной системе счисления «открывают» обучающиеся в концентре «Многочисленные числа» (от 1 до 1000000)?

7. Какие знания о трёхзначных числах необходимо актуализировать, приступая к изучению нумерации многочисленных чисел?

8. Какие трудности встречаются обучающимся при работе с пятизначными и шестизначными числами? Предложите пути их преодоления.

9. Составьте алгоритмические предписания, которыми могут пользоваться младшие школьники при сравнении многочисленных чисел.

10. Опишите учебную ситуацию по использованию приёма «кластер» с целью систематизации информации по итогам изучения понятия «Многочисленные числа» на уроках математики какой-либо образовательной системы.

### 5.3 Задания для практической и самостоятельной работы

**Задание 1.** Какую роль играют упражнения на перевод величин, выраженных в единицах одних наименований, в величины, выраженные в единицах других наименований, в теме «Нумерация в концентре «Многочисленные числа»? Приведите примеры соответствующих упражнений. Объясните последовательность их выполнения младшими школьниками.

**Задание 2.** Найдите в учебниках по математике упражнения с таблицей разрядов и классов. Как отражается на чтении и записи многозначных чисел отсутствие единиц какого-либо класса?

**Задание 3.** Учитель предложил задание: «Запишите пять различных чисел, в которых 854 тысячи». Какую беседу необходимо провести после того, как ученики выполняют задание?

**Задание 4.** Найдите в учебниках по математике примеры на сложение и вычитание, в основе решения которых лежит применение знания разрядного состава многозначных чисел.

**Задание 5.** Как должны рассуждать обучающиеся при сравнении многозначных чисел:

70 004 ... 700 004,

8003 ... 3080,

8003 ... 8030,

53120 ... 35120,

80004 ... 8004?

**Задание 6.** Учитель предложил для самостоятельной работы решение примеров:  $237452 + 56397$ ;  $238453 + 56397$ ;  $385408 - 3649$ ;  $168243 - 8157$ . В результате выполнения работы

ученики допустили ошибки, которые были связаны: 1) с ошибочной записью одного числа под другим; 2) с переносом разрядной единицы в следующий разряд; 3) с забыванием того, что была занята единица в данном разряде; 4) с неверным списыванием числа или знака действия с доски; 5) с ошибками на табличное сложение и вычитание в пределах 20. Какие упражнения можно порекомендовать при работе над ошибками?

**Задание 7.** Какие приемы может использовать учитель для разъяснения способа нахождения результата в следующих примерах:

$$999999 + 1; 100000 - 1; 198999 + 1; 1000000 - 1?$$

**Задание 8.** Подготовьте темы математических проектов для обучающихся начальной школы, которые можно выполнить с целью расширения представлений о целых неотрицательных числах в центре «Многозначные числа».

**Задание 9.** Составьте проверочную работу по теме «Нумерация в центре «Многозначные числа»». Объясните, что вы будете проверять каждым заданием.

**Задание 10.** Составьте технологическую карту урока по ознакомлению с новой темой «Многозначные числа» с применением дистанционных образовательных технологий. Требования к оформлению и критерии оценивания приведены в параграфе 2.

**Задание 11.** Подготовьте список электронных образовательных ресурсов, которые можно использовать в начальной школе в рамках учебной деятельности по математике при изучении центра «Многозначные числа».

**Задание 12.** Подготовьтесь к самостоятельной работе по теме. Проверьте себя, ответив на следующие вопросы:

– Что понимают под терминами «число», «цифра», «разряд», «класс»?

– Когда вводятся понятия «цифра», «разряд», «класс»?

– Когда младших школьников знакомят с числом и цифрой «ноль»? (Ответ на вопрос сопровождайте указанием конкретных программ по математике.) Когда, на ваш взгляд, целесообразнее вводить это число?

– Какие наглядные пособия используют при работе над темой?

– Какие модели используются при сравнении однозначных чисел?

– Почему при изучении нумерации чисел в концентре «Сотня» целесообразно выделить этап «Числа от 11 до 20»?

– Какую роль играет знакомство с дециметром для усвоения нумерации двузначных чисел?

– Какими наглядными пособиями можно воспользоваться для знакомства обучающихся с разрядными числами? Почему?

– Сравните задачи изучения нумерации в концентрах «Сотня», «Тысяча», «Многочисленные числа». Какова преемственность нумерации чисел в данных концентрах?

– Какие наглядные пособия можно использовать при знакомстве обучающихся с понятием «класс»?

*Список использованной литературы: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 17, 20, 23, 24, 28, 29, 30, 32, 34, 36, 38, 39, 40, 42, 43, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58.*

## Список использованной литературы

1. **Алексеева, О. В.** Общие вопросы методики обучения математике в начальных классах : учебно-методическое пособие / О. В. Алексеева. – Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2019. – 123 с. – ISBN 978-5-85-094-336-0, 978-5-4497-0137-4. – Текст : непосредственный.

2. **Аммосова, Н. В.** Подготовка студентов к обучению младших школьников методу перебора / Н. В. Аммосова, А. М. Черкасова. – Текст : непосредственный // Начальная школа. – 2018. – № 5. – С. 68–73.

3. **Байрамукова, П. У.** Методика обучения математике в начальных классах : курс лекций / П. У. Байрамукова, А. У. Уртенова. – Ростов-на-Дону : Феникс, 2009. – 299 с. – ISBN 978-5-222-14153-3. – Текст : непосредственный.

4. **Бантова, М. А.** Методика преподавания математики в начальных классах : учебное пособие ; под ред. М. А. Бантовой / М. А. Бантова, Г. В. Бельтюкова. – Изд. 3. – М : Просвещение, 1984. – 335 с. – Текст : непосредственный.

5. **Белошистая, А. В.** Методика обучения математике в начальной школе : курс лекций / А. В. Белошистая. – М : Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2007. – 455 с. – ISBN 978-5-691-01422-2. – Текст : непосредственный.

6. **Бормотова, М. М.** Идущему на практику : методические рекомендации студентам пед. колледжей и вузов по подготовке и проведению занятий по математике в начальной школе / М. М. Бормотова, Л. Г. Махмутова. – Челябинск : Изд-во «Цицеро», 2016. – 174 с. – ISBN 978-5-91283-728-9. – Текст : непосредственный.

7. **Быкова, Т. П.** Домашняя работа по математике / Т. П. Быкова. – Текст : непосредственный // Начальная школа. – 2021. – № 4. – С. 50–53.

8. **Вергелес, Г. И.** Дистанционное обучение в начальной школе: за и против / Г. И. Вергелес, О. А. Граничина. – Текст : непосредственный // Начальная школа. – 2021. – № 2. – С. 3–6.

9. **Весь Берестов** : [сайт]. – URL: [http://berestov.org/?page\\_id=1378](http://berestov.org/?page_id=1378) (дата обращения: 01.11.2023). – Текст : электронный.

10. **Гороховцева, Л. А.** К вопросу обучения математическим понятиям в начальной школе / Л. А. Гороховцева. – Текст : непосредственный // Начальная школа. – 2019. – № 11. – С. 45–46.

11. **Истомина-Кастровская, Н. Б.** Дифференцированное обучение математике: традиции и инновации / Н. Б. Истомина-Кастровская, И. Ю. Иванова. – Текст : непосредственный // Начальная школа. – 2018. – № 8. – С. 15–20.

12. **Истомина, Н. Б.** Методика обучения математике в начальных классах : учеб. пособие / Н. Б. Истомина. – М : Академия, 2002. – 288 с. – ISBN 5-7695-1200-8. – Текст : непосредственный.

13. **Истомина, Н. Б.** Практикум по методике обучения математике в начальной школе : Развивающее обучение / Н. Б. Истомина, Ю. С. Заяц. – Смоленск : Ассоциация XXI век, 2009. – 144 с. – ISBN 978-5-89308-731-4. – Текст : непосредственный.

14. **Истомина, Н. Б.** Преемственность при изучении чисел в начальной и основной школе / Н. Б. Истомина, Г. В. Воителева. – М : Московский психолого-социальный институт, 2003. – 144 с. – ISBN 5-89502-358-4. – Текст : непосредственный.

15. **Кипяткова, О. С.** Интерактивные математические среды при обучении младших школьников / О. С. Кипяткова. – Текст : непосредственный // Начальная школа. – 2022. – № 12. – С. 42–43.

16. Корпорация Российский учебник [сайт]. – URL: <https://rosuchebnik.ru> (дата обращения: 01.11.2023). – Текст : электронный.

17. **Кочурова, Е. Э.** Становление математической грамотности во внеурочной деятельности / Е. Э. Кочурова. – Текст : непосредственный // Начальная школа. – 2018. – № 8. – С. 23–26.

18. **Лалаева Р. И.** Нарушения в овладении математикой (дискалькулии) у младших школьников. Диагностика, профилактика и коррекция : учеб.-метод. пособие / Р. И. Лалаева, А. Гермаковска. – Санкт-Петербург : Изд-во «Союз», 2005. – 176 с. – ISBN 5-94033-145-9. – Текст : непосредственный.

19. **Маршак, С. Я.** Любимые стихи / С. Я. Маршак. – М : АСТ-ПРЕСС, 1997. – 400 с. – ISBN-5-7805-0052-5. – Текст : непосредственный.

20. Математика в исторических событиях. 1-4 классы : материалы к занятиям / авт.-сост. О. В. Воронина. – Волгоград : Учитель, 2009. – 118 с. – ISBN 978-5-7057-2007-1. – Текст : непосредственный.

21. Математический энциклопедический словарь / гл. ред. Ю. В. Прохоров. – Москва : Сов. энциклопедия, 1988. – 847 с. – Текст : непосредственный.

22. **Махмутова, Л. Г.** Общие вопросы методики обучения математике в начальной школе : методические рекомендации для студентов-бакалавров / Л. Г. Махмутова ; Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет. – Челябинск : Южно-Уральский научный центр РАО, 2022. – 116 с. – ISBN 978-5-907538-48-1. – Текст : непосредственный.

23. **Махмутова, Л. Г.** Практикум по методике обучения математике в начальной школе : учебное пособие / Л. Г. Махмутова. –



Челябинск : Изд-во Южно-Урал. гос. гуман.-пед. ун-та, 2020. – 194 с. – ISBN 978-5-907284-28-9. – Текст : непосредственный.

24. Методика начального обучения математике : учеб. пособие для пед. ин-тов / В. Л. Дрозд, А. Т. Катасонова, Л. А. Латотин и др. ; под общ. ред. А. А. Столяра, В. Л. Дрозда. – Минск : Выш. шк., 1988. – 254 с. – ISBN 5-339-00008-7. – Текст : непосредственный.

25. **Муртазина, Н. А.** Обучение моделированию как математическому способу познания мира / Н. А. Муртазина. – Текст : непосредственный // Начальная школа. – 2022. – № 3. – С. 4–8.

26. Новейший полный справочник школьника : 1–4 классы. – М : Эксмо, 2018. – 576 с. – ISBN 978-5-699-58494-9. – Текст : непосредственный.

27. **Носова, Т. А.** Математика после... : книга для учителя / Т. А. Носова. – Челябинск : Цицеро, 2015. – 154 с. – ISBN 978-5-91283-106-5. – Текст : непосредственный.

28. **Носова, Т. А.** Универсальный инструмент (занимательные математические задачи как средство формирования УУД и не только) : методическое пособие / Т. А. Носова. – Челябинск : Цицеро, 2014. – 91 с. – ISBN 978-5-91283-151-5. – Текст : непосредственный.

29. Основы методики начального образования : [сайт]. – URL: <https://kaknauchit.ru/pervaya-tysyacha/> (дата обращения: 01.11.2023). – Текст : электронный.

30. Оценка достижения планируемых результатов в начальной школе. Система заданий. В 2 ч. Ч. 1 / М. Ю. Демидова, С. В. Иванов, О. А. Карабанова и др. ; под ред. Г. С. Ковалевой, О. Б. Логиновой. – М : Просвещение, 2009. – 215 с. – ISBN 978-5-09-021464-3. – Текст : непосредственный.

31. **Пестерева, В. Л.** Методика обучения и воспитания (математика) : учебное пособие / В. Л. Пестерева, И. Н. Власова. – Пермь :

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. – 163 с. – ISSN 2227-8397. – Текст : непосредственный.

32. **Пичугин, С. С.** Младший школьник в новом формате образования: дистанционное обучение / С. С. Пичугин. – Текст : непосредственный // Начальная школа. – 2021. – № 2. – С. 7–15.

33. **Пичугин, С. С.** О результатах выполнения всероссийских проверочных работ. Выводы и рекомендации по итогам мониторинга качества подготовки выпускников начальной школы в 2021 г. / С. С. Пичугин. – Текст : непосредственный // Начальная школа. – 2022. – № 4. – С. 3–15.

34. **Пичугин, С. С.** Формирование функциональной грамотности на уроках математики. Современные дидактические инструменты учителя начальных классов / С. С. Пичугин. – Текст : непосредственный // Начальная школа. – 2022. – № 1. – С. 38–46.

35. **Попова, А. А.** Система развивающего обучения Л. В. Занкова: математика (начальная ступень) : учеб. пособие / А. А. Попова. – Самара : Изд-во «Учебная литература» ; Изд. дом «ФЕДОРОВ», 2011. – 128 с. – ISBN 978-5-9507-1378-1 (Изд-во «Учебная литература»); 978-5-393-00606-8 (Издательский дом «Федоров»). – Текст : непосредственный.

36. Проектные задачи в начальной школе : пособие для учителя / под ред. А. Б. Воронцова. – М : Просвещение, 2010. – 176 с. – ISBN 978-5-09-019234-7. – Текст : непосредственный.

37. **Редько, З. Б.** Непроизвольное запоминание на уроках математики / З. Б. Редько. – Текст : непосредственный // Начальная школа. – 2022. – № 4. – С. 48–54.

38. **Романова, М. А.** Методика преподавания математики по системе Л. В. Занкова : метод. указания к самост. работе студентов пед. вузов и колледжей / М. А. Романова, Т. В. Архипова, Ю. С. Козлова. – Самара : Изд-во «Учебная литература» ; Изд. дом

«ФЕДОРОВ», 2007. – 96 с. – ISBN 978-5-9507-03-54-6.-978-5-902614-96-8. – Текст : непосредственный.

39. Российское образование. Федеральный портал : [сайт]. – URL: <http://www.edu.ru> (дата обращения: 01.11.2023). – Текст : электронный.

40. **Смолеусова, Т. В.** Методика формирования математической грамотности / Т. В. Смолеусова. – Текст : непосредственный // Начальная школа. – 2022. – № 4. – С. 60–63.

41. **Смолеусова, Т. В.** Уроки-экскурсии по математике в начальной школе : метод. пособие / Т. В. Смолеусова. – М : ТЦ Сфера, 2005. – 112 с. – ISBN 5-89144-584-0. – Текст : непосредственный.

42. Социальная сеть работников образования : [сайт]. – URL: <http://www.nsportal.ru> (дата обращения: 01.11.2023). – Текст : электронный.

43. Стихи и потешки Олеси Емельяновой для детей : [сайт]. – URL: <https://www.olesya-emelyanova.ru/index-stihi-schitalochki.html> (дата обращения: 01.11.2023). – Текст : электронный.

44. **Стойлова Л. П.** Теоретические основы начального курса математики : учеб. пособие / Л. П. Стойлова. – М. : Издательский центр «Академия», 2014. – 272 с. – ISBN 978-5-4468-0768-0. – Текст : непосредственный.

45. **Сычёва Г. Н.** Математика в таблицах : 1–4 классы / Г. Н. Сычёва. – Изд. 3-е, стер. – Ростов-на-Дону : Феникс, 2013. – 218 с. – ISBN 978-5-222-20228-9. – Текст : непосредственный.

46. **Тарасова, А. П.** Развитие математической речи младших школьников / А. П. Тарасова, Е. В. Шаталова. – Текст : непосредственный // Начальная школа. – 2018. – № 1. – С. 29–31.

47. **Усачёв, А.** Считарь: числа, счёт, сложение / А. Усачёв. – М : РООССА, 2009. – 144 с. – ISBN 978-5-91926-037-0. – Текст : непосредственный.

48. Учительская газета : [сайт]. – URL: <http://www.ug.ru> (дата обращения: 01.11.2023). – Текст : электронный.

49. Учительский портал : [сайт]. – URL: <http://www.uchportal.ru> (дата обращения: 01.11.2023). – Текст : электронный.

50. **Худякова, М. А.** Практикум по методике преподавания математики : для студентов факультетов подготовки учителей начальных классов / М. А. Худякова, Т. Е. Демидова, Л. В. Селькина. – Пермь : Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2014. – 146 с. – ISSN 2227-8397. – Текст : непосредственный.

51. **Чекин, А. Л.** Формирование математических понятий у младших школьников / А. Л. Чекин. – Текст : непосредственный // Начальная школа. – 2018. – № 2. – С. 40–41.

52. **Чиркова, Н. И.** Развитие у младших школьников приема сравнения при изучении математики / Н. И. Чиркова, О. А. Павлова. – Текст : непосредственный // Начальная школа. – 2018. – № 6. – С. 49–53.

53. **Шадрина, И. В.** Обучение математике в начальных классах : пособие для учителей, родителей, студентов педвузов / И. В. Шадрина. – М : Школьная Пресса, 2003. – 144 с. – ISBN 5-9219-0171-7. – Текст : непосредственный.

54. Энциклопедия для детей. Т. 11. Математика / гл. ред. М. Д. Аксёнова. – Москва : Аванта+, 2007. – 685 с. – ISBN 978-5-98986-015-9.

55. **Эрдниев, П. М.** Теория и методика обучения математике в начальной школе / П. М. Эрдниев, Б. П. Эрдниев. – М : Педагоги-

ка, 1988. – 208 с. – ISBN 5-7155-0121-0. – Текст : непосредственный.

### **Нормативно-правовые материалы**

**56. Российская Федерация. ФГОС НОО.** Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования : утвержден приказом Министра просвещения Российской Федерации от 31 мая 2021 года № 286. – URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/400807193/> (дата обращения: 01.11.2023). – Текст : электронный.

**57. Российская Федерация. ФРП НОО.** Федеральная рабочая программа начального общего образования «Математика» (для 1-4 классов образовательных организаций). – М : Институт стратегии развития образования, 2023. – [https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/08\\_1\\_ФРП\\_Математика-1-4\\_классы.pdf](https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/08_1_ФРП_Математика-1-4_классы.pdf) (дата обращения: 01.11.2023). – Текст : электронный.

**58. Российская Федерация. СанПиН.** Об утверждении санитарных правил и норм СанПиН 1.2.3685-21 «Гигиенические нормативы и требования к обеспечению безопасности и (или) безвредности для человека факторов среды обитания» : постановление Главного санитарного врача Российской Федерации № 2 от 28 января 2021 г. (с изменениями на 30 декабря 2022 г.) – URL: <https://docs.cntd.ru/document/573500115> (дата обращения: 01.11.2023). – Текст : электронный.

*Учебное издание*

**Махмутова** Лариса Гаптульхаевна

**МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ НУМЕРАЦИИ  
ЦЕЛЫХ НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ  
В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ**

Ответственный редактор

Е. Ю. Никитина

Компьютерная верстка

В. М. Жанко

Подписано в печать 12.11.2023. Формат 60x84 1/16. Усл. печ. л. 6,4.  
Тираж 500 экз. Заказ 452.

Южно-Уральский научный центр Российской академии образования.  
454080, Челябинск, проспект Ленина, 69, к. 454.

Учебная типография Федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего образования «Южно-Уральский  
государственный гуманитарно-педагогический университет. 454080,  
Челябинск, проспект Ленина, 69.