



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

Физико-математический факультет
Кафедра математики и методики обучения математике

Методика работы над исследовательскими проектами по
математике

Выпускная квалификационная работа
по направлению 44.04.01 Педагогическое образование

Направленность программы магистратуры
«Математическое образование в системе профильной подготовки»

Проверка на объем заимствований:
25 % авторского текста

Работа рекомендована к защите
«26» марта 2019 г.

И.о. зав. кафедрой МиМОМ
Шумакова Е.О. Шумакова Е.О.

Выполнил:
Студент группы ОФ-213/131-2-1
Якушева Юлия Шамильевна

Научный руководитель:
д-р пед. наук, профессор
кафедры МиМОМ
Суховиенко Елена Альбертовна

Челябинск
2019

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ.....	8
1.1. ФГОС ООО и проектная деятельность	8
1.2. Содержание и структура проектной деятельности	12
1.3. Исследовательские проекты по математике.....	22
ГЛАВА II. РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДИКИ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ	29
2.1. Разработка тематики исследовательских проектов по математике.	29
2.2. Организация работы над исследовательскими проектами	39
2.3. Описание опытно-поисковой работы над исследовательскими проектами по математике в 7 классах.....	51
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	67
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	68
ПРИЛОЖЕНИЕ	75

ВВЕДЕНИЕ

Главное изменение в обществе, влияющее на ситуацию в сфере образования – ускорение темпов развития общества. Школа должна готовить обучающихся к жизни, к переменам, развивать у них такие качества, как мобильность, динамизм, конструктивность. Такая подготовка не может быть обеспечена только за счёт усвоения определённого количества знаний. Задачи, наметившиеся в развитии современного Российского образования, масштабны, ответственны и требуют от каждого учителя профессионального мастерства и самоотдачи. Основные целевые ориентации ФГОС основного общего образования предполагают развитие качеств личности, отвечающих требованиям информационного общества. Одним из методов, который соответствует требованиям стандарта, является метод проектов. В последние годы, в рамках модернизации российского образования, одной из главных задач является вооружение обучающихся умениями и навыками самостоятельно добывать знания, развитие их познавательной самостоятельности и активности.

Главной задачей учителя является развитие интеллектуальных способностей у учеников, формирование его творческих умений и навыков. Поэтому необходимо привлекать обучающихся к исследовательской деятельности.

Для успешного решения задач модернизации образования необходимы новые подходы к конструированию содержания школьных предметов, совершенствование технологий и методик обучения [2].

Одним из вариантов комплексного решения задач современного школьного образования являются учебные проекты, позволяющие формировать у обучающихся способность к осуществлению практической деятельности – способность определять цель деятельности и планировать пути ее достижения, анализировать и оценивать результаты.

Этот метод способствует формированию у обучающихся следующих умений: составлять план работы по выполнению проекта, разбиваться на группы, распределять роли внутри группы, определять сроки выполнения проекта, определять необходимые для реализации проекта материалы, данные и выяснять места, откуда они будут браться, обобщать полученную информацию, представлять результат проделанной работы.

Вовлеченность обучающихся в исследовательский проект способствует развитию удовлетворенности собой и своим результатом, обеспечивает переживание осмысленности, значимости происходящего, является основой для его дальнейшего самосовершенствования и самореализации [7].

Исследовательская работа естественно-научного направления позволяет учителю выявить способности школьника к тому или иному предмету, а иногда к нескольким. Зачастую происходит самооткрытие учеником собственных способностей и возможностей, что является первой ступенью к самореализации личности.

Обучающиеся начинают анализировать научно-популярные издания, учебную литературу, формулируют цели и задачи, решают конкретные проблемы, проводят небольшие исследования.

Исследовательский проект обучающихся в современных условиях является приоритетным, социально и личностно значимым видом активной самостоятельной познавательной деятельности, позволяет реализовать в школьной практике различные направления модернизации образования, способствует достижению личностных, метапредметных, предметных результатов обучения, определяемых Федеральными государственными образовательными стандартами [1]. Однако реализация исследовательской деятельности, в частности, при изучении математики, в силу специфики самой деятельности, особенностей предметного содержания, различных способностей обучающихся, отсутствия соответствующего методического обеспечения является сложной, не до конца решенной проблемой.

Методикой проектной деятельности занимались еще в начале XX века Джон Дьюи и В. Х. Килпатрик. В 1905 году С. Т. Шацкий стал использовать метод проектов в преподавании.

Развитие сети Интернет и СМИ приводит к тому, что школа перестает быть единственным источником знаний и информации для школьника. В общественном сознании происходит переход от понимания социального предназначения школы как задачи простой передачи знаний, умений и навыков от учителя к ученику к новому пониманию функции школы. Приоритетной целью школьного образования становится развитие у обучающихся способности самостоятельно ставить учебные цели, проектировать пути их реализации, контролировать и оценивать свои достижения. Иначе говоря, формирование умения учиться.

Поэтому необходимо привлекать обучающихся к исследовательской деятельности. Исследовательский проект характеризуется рядом особенностей: школьники учатся самостоятельно формулировать задачи исследовательской деятельности, самостоятельно намечать пути решения задач и сопоставлять результаты своей работы с научными данными.

Проведение опроса среди учителей математики показывает, что при работе над проектной деятельностью обучающиеся не знают, как организовать свою работу над проектом, в том числе не владеют умениями:

- постановки цели и задач исследования;
- поиска и подбора необходимой информации;
- анализировать текст и делать итоги, выводы;
- проблема формулировки выводов, заключения;
- оформления продукта по окончании работы.

Учителя отмечают, что они сами не обладают достаточными знаниями и умениями для организации проектной деятельности обучающихся.

Все это свидетельствует о необходимости проведения детального исследования данной проблемы.

Актуальность выбранного нами направления подтверждается **противоречиями**, выявленными в сфере школьного образования. Это противоречия между необходимостью формирования у школьников умений, которые развиваются в процессе осуществления проектной деятельности, и недостаточным уровнем освещенности этого материала в методической и педагогической литературе.

Проблема, поставленная в данной работе, заключается в необходимости формирования умений, необходимых для осуществления проектной деятельности школьников в обучении математике.

Объект исследования – процесс организации учебной проектной деятельности школьников.

Предметом данного исследования является методика работы над исследовательскими проектами по математике с обучающимися.

Цель исследования: теоретически обосновать и экспериментально проверить методику организации исследовательских проектов по математике с обучающимися основной школы, способствующую развитию проектных умений.

Гипотеза исследования:

Формирование проектных умений школьников при работе над исследовательскими проектами более эффективна, если:

- разработана тематика проектной деятельности и образцы проектов;
- продумана организация работы над исследовательскими проектами;
- подготовлены диагностические материалы для оценки сформированности проектных умений.

Для достижения цели и проверки гипотезы исследования были поставлены следующие **задачи**:

1. Изучить учебно-методическую литературу по проектной деятельности.

2. Выявить перечень проектных умений.
3. Структурировать организацию работы над исследовательскими проектами.
4. Разработать диагностические материалы для оценки сформированности проектных умений.
5. Разработать тематику проектной деятельности и образцы проектов.

Для решения поставленных задач использовались следующие **методы исследования**: анализ педагогической и методической литературы; теоретические методы для разработки методики организации проектной деятельности и непосредственной реализации этой разработки; математические методы для обработки данных, полученных в ходе внедрения методики.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы и приложения.

По материалам работы изданы следующие статьи:

1. Якушева Ю. Ш. Проблемы организации работы школьников над исследовательскими проектами по математике// Вопросы математики, ее истории и методики преподавания в учебно-исследовательских работах: матер. всерос. науч.-практ. конф. студентов матем. фак-тов / ред. кол.: И.В. Косолапова; А.Ю. Скорнякова, под общ. ред. А.Ю. Скорняковой; Перм. гос. гуманитар.-пед. ун-т. – Пермь, 2018. – С. 41-42.
2. Якушева Ю. Ш. Проектная деятельность на уроке математики с обучающимися 6 класса// Модернизация системы профессионального образования, на основе регулируемого эволюционирования: материалы XVII Межд. научно-практ. конф. / Межд. академия наук пед. образования; Челяб. институт перепод. и пов. квал. работ. образ.; отв. ред. Д. Ф. Ильясов. – М.; Челябинск: ЧИППКРО, 2018. – С. 392-395.

ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ

1.1. ФГОС ООО и проектная деятельность

Сегодня в школе есть все возможности для развития и формирования умения самостоятельно добывать новые знания, собирать необходимую информацию, умения выдвигать гипотезы, делать выводы и умозаключения с помощью особого вида деятельности обучающихся – проектной деятельности. Метод проектов даёт возможность обучающимся активно проявить себя в системе общественных отношений, способствует формированию у них новой социальной позиции, позволяет приобрести навыки планирования и организации своей деятельности, открыть и реализовать творческие способности, развить индивидуальность личности [12].

В России метод проектов получил широкое распространение в 1925 году. В основе этой образовательной технологии лежат идеи американских философов Дьюи, Лая, Торндайка о том, что образование есть процесс накопления и реконструкции имеющегося опыта с целью углубления его содержания. По мнению Д. Дьюи, опыт и знания ребёнок должен приобретать в ходе исследования проблемной обучающей среды, изготовления различных макетов, схем, проведения экспериментов и опытов. Метод проектов опирается на собственный путь преодоления затруднений и исканий ученика: в процессе учебной деятельности школьники самостоятельно планируют и решают конкретные практические задачи [6].

Проектный метод получил в настоящее время очень широкое распространение в обучении. Его можно использовать в любой школьной дисциплине, где решаются большие по объёму задачи, желательно для обучающихся средней и старшей школы.

Сегодня необходима переориентировка обучения, о чём говорится в ФГОС ООО. Вместо усвоения готовых знаний, умений и навыков требует-

ся развитие личности ученика, его творческих способностей, самостоятельности мышления и чувства личной ответственности.

Проект – это специально организованный учителем и самостоятельно выполняемый обучающимися комплекс действий, завершающихся созданием творческого продукта. В основе метода проектов лежит развитие познавательных творческих навыков обучающихся, умения самостоятельно конструировать свои знания и ориентироваться в информационном пространстве, развитие критического мышления [8].

Предполагается, что, выполняя проектную работу, школьники станут более инициативными и ответственными, повысят эффективность учебной деятельности, приобретут дополнительную мотивацию. Поэтому обретение опыта проектной деятельности является одним из требований ФГОС ООО. Прежде чем перейти к рассмотрению сути проектной деятельности, необходимо определить, какое место занимает проектная деятельность в реализации ФГОС ООО. Основное отличие стандарта заключается в изменении результатов, которые мы должны получить на выходе, т.е. планируемые личностные, предметные и метапредметные результаты. Средством достижения данных результатов являются универсальные учебные действия. Основным подходом формирования УУД, согласно стандартам, является системно-деятельностный подход [30].

Метод проектов — один из методов в обучении детей, стимулирующий интерес обучающихся к проблеме. В методологическом аспекте метода проектов важен деятельностный подход; потребность в самоактуализации, самореализации личности. Проектная деятельность развивает критическое мышление ребенка. Как сказал Н. А. Умов, «всякое знание остается мертвым, если у обучающихся не развивается инициатива и самостоятельность: обучающегося нужно приучать не только к мышлению, но и к хотению» [10].

Проектная деятельность позволяет обучающимся приобретать знания, которые не достигались бы при традиционных методах обучения, по-

могает связать то новое, что узнают ребята, с чем-то знакомым и понятным из реальной жизни. Метод проектов часто используется педагогами, позволяя им решать ряд важных профессиональных задач – это и повышение интереса к предмету, и углубление знаний по заданной теме, и развитие учебной мотивации.

Проектная деятельность способствует формированию главных компетентностей обучающихся, подготовки их к действительным условиям жизнедеятельности, выводит процесс обучения и воспитания из стен школы в реальный мир.

Проектная деятельность направлена на сотрудничество учителя и обучающегося, развитие творческих способностей, является формой оценки в процессе непрерывного образования, дает возможность раннего формирования профессионально-значимых умений обучающихся.

Реализация метода проектов на практике ведет к изменению роли и функции педагога. Учитель при таком подходе выступает организатором, партнером, консультантом познавательной деятельности своих учеников. В процессе работы над проектом у обучающихся появляется потребность в приобретении новых знаний, умений и навыков.

Важнейшей педагогической задачей является формирование у обучающихся умений ориентироваться в расширяющемся информационном пространстве, добывать и применять знания, пользоваться приобретенными знаниями для решения познавательных и практических задач. Важной задачей обучения школьников является сотрудничество и продуктивное общение с другими школьниками, умение планировать свои действия, тщательно взвешивать принимаемые решения, выделять важную информацию, ставить цели, критически мыслить, планировать деятельность, распределять функции и ответственность и достигать значимых результатов. Введение в учебный процесс методов и технологий проектной деятельности должно помочь ученикам приобрести выше перечисленные навыки.

Результатом обучения оказывается не усвоение знаний, умений и навыков, а формирование ключевых компетентностей, обеспечивающих успех практической деятельности [9].

И.В. Косолапова и А.Ю. Скорнякова утверждали, что исследовательский проект обучающихся в современных условиях является приоритетным, социально и личностно значимым видом активной самостоятельной познавательной деятельности, позволяет реализовать в школьной практике различные направления модернизации образования, способствует достижению личностных, метапредметных, предметных результатов обучения, определяемых Федеральными государственными образовательными стандартами [13].

В результате научно-исследовательской работы обучающиеся сами выдвигают гипотезы и в ходе работы над проектом доказывают либо их правомерность, либо ошибочность, подтверждая свои высказывания фактами, расчетами и опытами, четко аргументируя свои высказывания. Результатом выполненного проекта должно стать решение поставленной задачи с осознанием её практической направленности.

Участники проекта сами выстраивают процесс познания, учитель выступает в роли наставника-консультанта, развивая активность, инициативу и самостоятельность обучающихся. Применение метода проектов весьма перспективно при изучении математики. Работа над проектом стимулирует обучающихся к научно-исследовательской и творческой деятельности. В ходе работы над проектом у обучающихся формируются новые учебные умения по самостоятельному добыванию и осмыслению знаний широкого круга и новых личностных качеств [14].

Таким образом, исследование – это в большей степени научная деятельность, а проект – это в большей степени творческая деятельность. Причем, проект может быть формой оформления результатов исследования.

Таким образом, проектная деятельность обучающихся очень логично вписывается в структуру ФГОС ООО и полностью соответствует заложенному в нем основному подходу. Метод проектов должен быть составной частью деятельности учителей, работающих в условиях реализации ФГОС ООО. Несмотря на то, что проектная деятельность обозначена в ФГОС основного общего образования, неясно какие конкретно проектные умения должны быть сформированы и как их формировать, т.е. как сделать эффективной работой над проектом.

1.2. Содержание и структура проектной деятельности

Для эффективного использования метода проектов в педагогической практике необходимо знать типологию проектов. В методической литературе рассматривается множество классификаций проектов, которые основываются на различных подходах и принципах. Но в соответствии с требованиями ФГОС ООО предусмотрено несколько индивидуальных проектов. Особый интерес представляет собой классификация проектов по ведущему виду деятельности:

1. Исследовательские проекты полностью подчинены логике исследования, и имеют структуру, приближенную или полностью совпадающую с подлинным научным исследованием.

Результат исследовательской деятельности:

- совместное развитие ученика и учителя;
- развитие коммуникативной культуры;
- навыки самостоятельного проектирования собственной деятельности;
- способность сопоставлять полученную информацию.

2. Творческие проекты предполагают соответствующее оформление результатов. Такие проекты, как правило, не имеют детально проработанной структуры совместной деятельности участников.

Результат творческой деятельности:

- формирование навыков по содержанию, оформлению и выполнению проекта;
- воспитание аккуратности, эстетичности вкуса;
- навыки по планированию своей работы;
- появление новых творческих замыслов.

3. Познавательные проекты. Этот тип проектов изначально направлен на сбор информации о каком-то объекте, явлении, ознакомление участников проекта с этой информацией, ее анализ и обобщение фактов, предназначенных для широкой аудитории. Такие проекты требуют хорошо продуманной структуры, возможности систематической коррекции по ходу работы над проектом.

Результат информационной деятельности:

- развитие умений планирования (уметь чётко определить цель, описать шаги по её достижению, концентрироваться на достижении цели на протяжении всей работы);
- формирование навыков сбора и обработки информации, материалов (уметь выбрать подходящую информацию из различных источников, определить критерии отбора и правильно её использовать);
- развитие умений анализировать, творчески и критически мыслить;
- формирование и развитие навыков публичного выступления;
- формирование позитивного отношения к деятельности (проявлять инициативу, выполнять работу в срок в соответствии с установленным планом).

4. Социальные проекты. Модель предлагаемых изменений в ближайшем социальном окружении в виде:

- словесного описания предполагаемых действий по осуществлению указанных изменений;
- графического изображения (чертежей, схем и т.д.);

— числовых показателей и расчетов, необходимых для осуществления планируемых действий.

Результат социальной деятельности:

- повышение общего уровня культуры за счёт получения дополнительной информации;
- формирование навыков поведения в сообществе;
- закрепление навыков командной работы;
- совершенствование полезных социальных навыков и умений (планирование предстоящей деятельности, расчет необходимых ресурсов, анализ результатов и окончательных итогов и т.п.) [5].

Из всех перечисленных видов мы сосредоточимся на исследовательских проектах, потому что он предполагает организацию самостоятельной исследовательской деятельностью учеников, в которой реализуются универсальные учебные действия.

Исследовательские проекты полностью подчинены логике, пусть небольшого, но исследования, и имеют структуру, приближенную или полностью совпадающую с подлинным научным исследованием.

Е.Г. Лепёшкина предложила структуру проектной деятельности (см. табл. 1), выделила этапы работы над проектом, при этом отмечено содержание каждого этапа и деятельность ученика и учителя на каждом этапе [15].

Таблица 1. Этапы работы над проектом

Содержание работы на этапе	Деятельность ученика	Деятельность учителя
1 Этап: подготовка		
Проведение вводной беседы с целью: -формирования первичного представления об изучаемом объекте; -формирования интереса к данной теме; -создания условий и возможностей для дальнейшей творческой деятельности		
2 Этап: организация исследовательской деятельности		
Актуализация знаний		
1. Выбор темы и целей проекта через проблемную ситуацию, беседу, анкетирование и т.п. 2. Определение количества	Обсуждение темы с учителем, получение при необходимости дополнительной информации, постановка цели	Предъявление заранее подготовленных карточек, памяток и т.п. для каждого уче-

участников проекта, состава исследовательской группы		ника-исследователя. Помощь в постановке целей
Плановые работы		
1.Определение источников информации. 2.Планирование способов сбора и анализа информации. 3.Планирование итогового продукта (формы представления результата) Продукт: -отчет (устный, письменный, с демонстрацией материалов) -фильм, макет, сборник и т.д. -конференция, праздник и т.д. 4.Выработка критериев оценки результатов работы. 5.Распределение обязанностей среди членов команды	Выработка плана действий (как можно это сделать?). Определение основных методов: -прочитать в книге; -понаблюдать; -посмотреть в компьютере; -задать вопросы родителям, специалистам; -подумать самостоятельно; -посмотреть в книгах; -посмотреть по телевизору и т.д. Формулировка задач (для чего?)	Выдвижение идей, высказывание предположений, определение сроков работы, ее этапов
Исследовательская деятельность		
Сбор информации, решение промежуточных задач. Основные формы работы: интервью, опросы, наблюдения, опыты, изучение научных и литературных источников и т.д. Организация экскурсий, проведение экспериментов и т.д.	Проведение исследований, решение промежуточных задач. Фиксирование информации различными способами: запись, рисунок, коллаж, схема, символы, закладки и т.д.	Наблюдение, советы, косвенное руководство деятельностью, организация и координирование отдельных этапов проекта
Результаты и выводы		
Анализ информации. Формулировка выводов. Оформление результатов	Анализ информации. Оформление результатов	Наблюдение, советы
3 Этап: представление готового продукта (презентация)		
Представление результата работы в разнообразных формах	Отчет, ответы на вопросы слушателей, отстаивание своей точки зрения, формулировка окончательных выводов	Знакомство с готовой работой, формулировка вопросов
4 Этап: оценка процессов и результатов работы		
	Участие в оценке путем коллективного обсуждения и самооценок	Оценивание усилий обучающихся, мышления, качества использования источников информации

Н.И. Нагибин и Л.А. Плеханова составили модель работы с исследовательскими проектами, в целом она отражает структуру проектной деятельности. С помощью этой модели можно сделать анализ степени самостоятельной деятельности ученика на различных этапах работы исследовательского проекта (рис. 1) [17].



Рисунок 1. Структура проектной деятельности по Нагибину Н. И. и Плехановой Л. А.

Структура модели состоит из деятельности учителя, ученика и этапов работы над проектом с их содержанием. На этапе определения темы ученик обсуждает предмет с учителем и получает при необходимости информацию, в то же время учитель знакомит со смыслом проектного подхода и мотивирует обучающихся, помогает в постановке целей. Следующий этап – планирование, разделен на несколько частей: 1) определение источника информации; 2) определение способов сбора и анализа информации; 3) определение способа представления результатов; 4) установление процедур и критериев оценки результатов и процесса; 5) разделение задач между членами команды. Ученик предлагает идеи, высказывает предположения, а учитель вырабатывает план действий, формирует задачи. Следующий этап, самый важный – исследование. Происходит сбор информации, решение промежуточных задач. Учитель на этом этапе только наблюдает, советует, косвенно руководит деятельностью. Предпоследний этап – результаты исследования: анализ информации, формулирование выводов. Ученик анализирует полученную информацию. Учитель только наблюдает. И последний этап – представление полученных результатов: возможно несколько форм представления результатов: устный отчёт с демонстрацией материалов, письменный отчёт. Ученик отчитывается, обсуждает результаты. Учитель слушает, задаёт целенаправленные вопросы. После всех этапов происходит оценка результатов и процесса в целом. Ученики участвуют в оценке, путём коллективного обсуждения проектов и самооценок. Учитель оценивает усилия обучающихся, креативность, качество использования источников, потенциал продолжения, качество отчёта.

Мы выделим следующие критерии сформированности проектных умений школьников в результате исследовательских проектов:

1. Практическое использование предметных и общешкольных ЗУН.
2. Количество новой информации, использованной для выполнения проекта.

3. Степень осмысления использованной информации.

4. Оригинальность идеи, способа решения проблемы

5. Осмысление проблемы проекта и формулирование цели проекта или исследования.

6. Уровень организации и творческий подход при проведении презентации: устного сообщения, письменного отчёта, обеспечения объектами наглядности

7. Владение рефлексией.

8. Социальное и прикладное значение полученных результатов.

На основе выше указанных работ мы распределили действия учеников по этапам работы над проектом и оформили в виде таблицы (см. табл. 2).

Таблица 2. Структура проектной деятельности

№ п/п	Этапы	Содержание этапа
1.	Проблематизация	Что делать? Зачем делать? Как делать? Из чего делать? Сколько делать?
2.	Планирование	- Выявление проблемы - Обоснование актуальности проблемы - Постановка цели и задач проектирования - Моделирование проектного продукта - Подбор и расчет ресурсов для реализации проекта - Прогнозирование предполагаемых результатов проектной деятельности и выявление рисков - Определение механизма реализации проекта - Планирование работы - Поиск информации - Составление проектной документации - Организация рабочего места - Создание проектного продукта - Презентация проектного продукта - Анализ проектной деятельности и подготовка отчетной документации - Подведение итогов
3.	Постановка проблем	- Сформулировать проблему, которая имеет личную или социальную значимость - Обозначить обстоятельства, которые побудили выделить данную проблему - Определить предполагаемые способы решения проблемы

		<ul style="list-style-type: none"> - Выяснить, какие необходимы ресурсы (информационные, материальные, временные, финансовые) для решения данной проблемы - Определить предполагаемый механизм решения проблемы - Принять решение о реальности решения проблемы и определить уровень личной готовности к проектной деятельности
4.	Цель	<ul style="list-style-type: none"> - Осознанное представление итогового результата деятельности. - Формулировка цели должна соответствовать заявленной проблеме. - Цель должна быть реалистичной, ранжируемой, диагностируемой (т.е. иметь определенные измерители)
5.	Задачи проекта	<ol style="list-style-type: none"> 1. Действия, которые вы планируете предпринять, чтобы достичь цель проекта 2. Пути достижения цели <ul style="list-style-type: none"> - Выделяют познавательные (обучающие, воспитательные, развивающие), методические и организационные задачи
6.	План проектирования	<ul style="list-style-type: none"> - сбор данных и анализ состояния (предварительное обследование); - выявление потребности в изменениях и формулирование проблем; - определение предполагаемых результатов и способов деятельности; сравнительная характеристика альтернативных вариантов; - утверждение концепции и получение одобрения для следующего шага
7.	Завершение проекта	<ul style="list-style-type: none"> - экспериментальная проверка и презентация конечного продукта; - оформление проектной и отчетной документации - сопоставление целей и планируемых результатов с полученными; - итоговая оценка и подведение итогов

Таким образом мы выявили проектные умения, которые будем проверять:

- постановка цели и задач проектирования;
- планирование работы;
- поиск информации;
- сбор данных и анализ состояния;
- презентация конечного продукта.

Выбранные нами умения соотносятся с тем, что предлагает региональный центр оценки качества и информатизации образования:

- постановка цели и задач проекта;

- выполнение плана работы над индивидуальным учебным проектом;
- сбор и изучение информации;
- поиск и анализ проблемы;
- презентация проекта.

РЦОКИО разработал комплект контрольных измерительных материалов для диагностики уровня индивидуальных достижений обучающихся 7-х классов, осваивающих образовательные программы в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом (ФГОС) основного общего образования, при выполнении исследовательских проектов. Мы выбрали контрольные точки из контрольных измерительных материалов для нашего анализа (см. табл. 3) [40].

Таблица 3. Кодификатор результатов освоения умений проектной деятельности

Код	Планируемые результаты
1.2. Умение создавать, применять преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных познавательных задач	<ul style="list-style-type: none"> - определять логические связи между предметами и/или явлениями, обозначать данные логические связи с помощью знаков в схеме; - переводить сложную по составу информацию из графического или символического представления в текстовое, и наоборот
1.3. Умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение и делать выводы	<ul style="list-style-type: none"> - осуществлять анализ на основе самостоятельного выделения существенных и несущественных признаков; - строить рассуждение от общих закономерностей к частным явлениям и от частных явлений к общим закономерностям; - излагать полученную информацию, интерпретируя ее в контексте решаемой задачи; - объяснять явления, процессы, связи и отношения, выявляемые в ходе познавательной и исследовательской деятельности (приводить объяснение с изменением формы представления; объяснять, детализируя или обобщая; объяснять с заданной точки зрения)
1.5. Развитие мотивации к овладению культурой активного использования словарей и других поисковых систем	<ul style="list-style-type: none"> - осуществлять взаимодействие с электронными поисковыми системами, словарями; - формировать множественную выборку из

	поисковых источников для объективизации результатов поиска
2.1 Умение самостоятельно определять цели обучения, ставить и формулировать новые задачи в учебной и познавательной деятельности, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности	<ul style="list-style-type: none"> - выдвигать версии решения проблемы, формулировать гипотезы, предвосхищать конечный результат; - ставить цель деятельности на основе определенной проблемы и существующих возможностей; - формулировать учебные задачи как шаги достижения поставленной цели деятельности
2.2. Умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач	<ul style="list-style-type: none"> - обосновывать и осуществлять выбор наиболее эффективных способов решения учебных и познавательных задач
2.3. Умение соотносить свои действия планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий требований, корректировать свои действия соответствии изменяющейся ситуацией	<ul style="list-style-type: none"> - оценивать свою деятельность, аргументируя причины достижения или отсутствия планируемого результата; - работая по своему плану, вносить коррективы в текущую деятельность на основе анализа изменений ситуации для получения запланированных характеристик продукта/результата; - сверять свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки самостоятельно
3.1. Умение организовывать учебное сотрудничество совместную деятельность с наставником; работать индивидуально, находить решение; формулировать, аргументировать и отстаивать мнение	<ul style="list-style-type: none"> - строить позитивные отношения в процессе учебной и познавательной деятельности; - корректно и аргументировано отстаивать свою точку зрения, в дискуссии уметь выдвигать контраргументы, перефразировать свою мысль; - критически относиться к собственному мнению, с достоинством признавать ошибочность своего мнения (если оно таково) и корректировать его
3.2. Умение осознанно использовать речевые средства в соответствии с задачей коммуникации для выражения своих чувств, мыслей и потребностей для планирования и регуляции своей деятельности; владение устной и письменной речью, монологической контекстной речью	<ul style="list-style-type: none"> - определять задачу коммуникации и в соответствии с ней отбирать речевые средства; - соблюдать нормы публичной речи, регламент в монологе и дискуссии в соответствии с коммуникативной задачей; - использовать вербальные средства (средства логической связи) для выделения смысловых блоков своего выступления; - использовать невербальные средства или наглядные материалы, подготовленные/отобранные под руководством наставника; - делать оценочный вывод о достижении

	цели коммуникации непосредственно после завершения коммуникативного контакта и обосновывать его
3.3. Формирование и развитие компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий	- выбирать, строить и использовать адекватную информационную модель для передачи своих мыслей средствами естественных и формальных языков в соответствии с условиями коммуникации; - использовать информацию с учетом этических и правовых норм

Таблица конкретизирует и связывает проектные умения на каждом этапе работы с универсальными учебными действиями, представлены во ФГОС ООО. Также таблица подтверждает, что проектная деятельность является средством реализации федерального государственного образовательного стандарта [16].

1.3. Исследовательские проекты по математике

Исследовательской деятельностью называют один из видов творческой деятельности обучающихся, которая характеризуется рядом особенностей:

1. Исследовательская деятельность связана с решением обучающихся творческой задачи с заранее неизвестным решением. Этим она отличается от проектной деятельности, которая предполагает четкое прогнозирование результата и ясное представление о итоговом продукте деятельности.

2. Несмотря на то, что исследовательская деятельность является самостоятельным творческим процессом усвоения новых знаний, она обязательно должна проходить под руководством эксперта, т.к. её целью является понимание сущности явления, достижение истины.

Исследовательские проекты имеют четкую продуманную структуру, которая практически совпадает со структурой реального научного исследования: актуальность темы; проблема, предмет и объект исследования; цель, гипотеза и следующие из них задачи исследования; методы исследования: наблюдение, опыты, эксперименты; обсуждение результатов, выво-

ды и рекомендации. Исследовательские проекты – одна из наиболее распространенных форм данного вида деятельности. Это практические и лабораторные работы, доклады, выступления, дневники наблюдения и т.д.

Исследовательский метод обучения предполагает организацию процесса усвоения новых знаний. Основное отличие исследования от проекта состоит в том, что исследование не предполагает создания какого-либо заранее планируемого объекта. Исследование, по сути, процесс поиска неизвестного, новых знаний, один из видов познавательной деятельности. Метод направлен на самостоятельную деятельность (индивидуальную, групповую), которую они выполняют в отведенное для этой работы время (от нескольких минут урока до нескольких недель, месяцев).

Исследовательская работа естественно-научного направления позволяет учителю выявить способности школьника к тому или иному предмету, а иногда к нескольким. Зачастую происходит самооткрытие учеником собственных способностей и возможностей, что является первой ступенью к самореализации личности. Учителя, таким образом, берут на себя ещё одну новую функцию – руководителя исследовательской деятельностью ученика. Учитель формирует бережное и уважительное отношение, эмоциональное восприятие, ученики вырабатывают умения выделять объекты и явления, устанавливать причинно-следственные связи [8].

Обучающиеся 7-х классов начинают анализировать научно-популярные издания, учебную литературу, формулируют цели и задачи, решают конкретные проблемы, проводят небольшие исследования.

Проект состоит из текстовой части и наглядного материала (продукта).

Основные структурные элементы исследовательского проекта:

- аргументация актуальности принятой для исследования темы,
- определение проблемы исследования, его предмета и объекта,
- обозначение задач исследования в последовательности приня-

той логики,

- определение методов исследования, источников информации,
- выдвижение гипотез решения обозначенной проблемы, определение путей ее решения,
- обсуждение полученных результатов, постановка выводов, оформление результатов исследования, обозначение новых проблем на дальнейший ход исследования.

Продуктом исследовательской деятельности является:

- реферат – этот вид творческой работы рассматривается как составная часть исследовательской работы, т.к. предполагает представление максимально полной информации по выбранной теме, автор должен выработать и представить собственную точку зрения на эту проблему;
- экспериментальная часть – эта часть работы, написанная на основе эксперимента, где обучающиеся самостоятельно трактуют особенности результата в зависимости от изменения исходных условий;
- сопоставление данных разных источников с собственными результатами;
- доклад;
- презентация.

Доклад и презентация способствуют формированию культуры публичных выступлений.

Для формирования исследовательских умений школьников могут использоваться следующие способы:

- поиск научной информации по проблеме исследования;
- применение интерактивных форм и методов работы (интерактивная лекция, работа в малых группах, тренинг, мозговой штурм, учебная дискуссия и другие);
- привлечение к научным исследованиям в рамках научных семинаров, секций, научных школ и т. п., сопровождающееся публикацией результатов, выступлениями на тематических секциях конференций, участием в дискуссиях по актуальным вопросам науки.

Перечисленные направления научно-педагогической деятельности по развитию исследовательских умений должны реализовываться в системе, по возможности охватывая все учебные дисциплины общеобразовательной школы, по крайней мере, с 7-го класса [3].

Я.А. Хмарская и Н.В. Суханова сгруппировали умения по компонентам исследовательской деятельности.

Поисковый. Выявлять математические проблемы, прогнозировать актуальность исследования и значимость его проведения, выдвигать гипотезы и планировать ход исследования, ставить цель, находить способы ее реализации, анализировать результат деятельности и давать ему оценку.

Методологический. Определять объект и предмет исследования, выявлять структуру, методы и средства деятельности, обосновывать использование в ходе нее соответствующих концепций, теорий, подходов и пр.

Организационно-деятельностный. Работать с различными источниками информации, проводить наблюдения и ставить мысленные эксперименты, проверять правильность полученных данных, владеть способами доказательства и опровержения теорем, различать содержание и объем понятий, обобщать математические факты, проводить эксперимент с последующей обработкой и интерпретацией его результатов.

Результативный. Оформлять и публично представлять результаты исследования, делать доклад, вести диалог по теме исследования оформлять научный текст, включая грамотное цитирование литературных источников, представлять тезисы, оформлять список библиографических источников [28].

Заметим, что каждое из вышеперечисленных умений способствуют формированию познавательного интереса школьников к математике, за счёт варьирования методов и форм работы с обучающимися.

Таким образом, овладение обучающимися комплексом соответствующих умений наряду с усвоением системы знаний является одной из важ-

нейших задач обучения и неотъемлемым компонентом формирования исследовательской компетентности в рамках реализации компетентностного подхода.

Организация исследовательской деятельности в процессе обучения математике ведет к повышению качества образования, т. к. работает на развитие личности ученика, на овладение им ключевыми компетенциями, что позволяет ему показывать высокие результаты на итоговой аттестации и быть востребованным социумом.

Интерес к проблемам математического образования усиливается в связи с возрастающим значением математики в образовании. Подготовка конкурентоспособного выпускника школы при условии сохранения фундаментальной математической подготовки потребовала гармоничного сочетания его теоретической и прикладной составляющих и обусловила актуальность поиска новых методико-педагогических подходов к выстраиванию всей системы математического образования.

Каждый проект способствует расширению и углублению знаний по математике, но также демонстрирует широкий спектр применения этих знаний. Разнообразные виды проектов позволяют охватить широкий круг обучающихся: умеющих делать точные и кропотливые расчёты, размышлять и нестандартно мыслить, философов и исследователей, художников и увлекающихся прикладным творчеством, поэтов и любителей выступать на сцене. Межпредметные связи помогут увлечь математикой, повысить мотивацию к обучению у тех обучающихся, которым ранее предмет казался скучным. Проектная деятельность всё больше входит в жизнь школы. В основе организации проектной деятельности лежит личностно-ориентированный подход, с учётом возрастных и индивидуальных особенностей обучающихся. Чтобы согласно ФГОС выпускник мог бы в 9-ом классе успешно выполнить проект, в школе должна быть организована целая система работы над проектами. В том числе и по такому важному направлению, как математика. Изучение математики в настоящее время

сопряжено с целым рядом особенностей, если не сказать трудностей развития школьного образования в нашей стране:

— роль математики чрезвычайно велика в качестве учебного предмета в плане формирования мировоззрения и творческого мышления обучающихся не только в области естествознания, но и в самом общем смысле;

— при изучении математики в школе формируются знания, которые должны быть максимально приближены к реальной жизни и повседневной практике;

— изучение математики должно осуществляться так, чтобы обучающиеся видели науку в постоянном историческом развитии и, желая изучать ее, испытывали удовлетворение и радость от процесса познания;

— обучение математике в школе должны осуществлять учителя, желающие и умеющие проводить педагогические исследования, тактично и незаметно для обучающихся организующие и реализующие процесс познания и воспитания [31].

С точки зрения обучающихся исследовательская деятельность – это возможность самостоятельно создать интеллектуальный продукт, максимально используя свои возможности; деятельность, позволяющая проявить себя, попробовать свои силы, приложить свои знания, принести пользу и публично показать результат, самоутвердиться.

Исследовательская деятельность – это средство, позволяющее создать наилучшую мотивацию самостоятельной познавательной деятельности, это удовлетворение от поиска новых форм работы, их реализации.

Исследовательская работа прививает интерес к научной работе, позволяет выявить творческие способности обучающихся, их деловые качества, развивает познавательные умения и навыки обучающихся, умение ориентироваться в информационном пространстве, самостоятельно конструировать свои знания, а также интегрировать знания из различных областей наук и критически мыслить.

Исследовательская деятельность, органично сочетаясь с другими технологиями и методиками, приводит к определенным результатам. Можно сказать, что научно-исследовательская деятельность стала неотъемлемой частью образовательного процесса [20].

Выводы по первой главе

1. В настоящее время в системе образования происходят изменения, направленные на создание среды, которая бы мотивировала обучающихся самостоятельно добывать, обрабатывать информацию, обмениваться ею, а также быстро и свободно ориентироваться в окружающем информационном пространстве. Метод проектов позволяет решить поставленные задачи.

2. В современной педагогике метод проектов рассматривают как одну из личностно ориентированных технологий обучения, интегрирующую в себе проблемный подход, групповые методы, рефлексивные, исследовательские, поисковые и прочие методики. Он используется не вместо систематического предметного обучения, а наряду с ним как компонент системы образования.

3. Сущностью метода проектов является развитие интеллектуальных способностей у учеников, формирование его творческих умений и навыков. Проект включает 4 этапа: подготовка, организация исследовательской деятельности, которая состоит из актуализации знаний, плановой работы и исследовательской деятельности, представление готового продукта (презентация) и оценка процессов и результатов работы. Критерии оценки проектной деятельности основано на том, какие знания, умения и навыки формируются у обучающихся при выполнении проектов в соответствии с требованиями ФГОС.

ГЛАВА II. РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДИКИ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

2.1. Разработка тематики исследовательских проектов по математике

Выбор темы для многих является весьма трудным этапом. Обучающиеся часто выбирают слишком масштабные или сложные темы. Такие темы могут оказаться непосильными для их раскрытия в рамках учебного исследования.

Тема – ракурс, в котором рассматривается проблема. Она представляет объект изучения в определенном аспекте, характерном для данной работы. Тема должна быть реализуема в имеющихся условиях. Это значит, что по выбранной теме должны быть доступны оборудование и литература.

Например, «Свойства НОД и НОК в задачах о покрытии прямоугольника плитками маленьких размеров».

Заявленная тема не требует труднодоступных приборов или сложных условий.

Важно с самого начала правильно сформулировать тему. Ведь тема – это своего рода визитная карточка исследования. Целесообразно вспомнить о некоторых традиционных требованиях: тему лучше всего сформулировать по возможности лаконично, а используемые при ее формулировке понятия должны быть логически взаимосвязаны.

Тема должна быть:

- актуальной, понятной и конкретной,
- заключать в себе вопрос, на который ученик будет отвечать, или идею, которую ученик будет доказывать,
- интересной и важной для ученика.

К типичным ошибкам при формулировке тем можно отнести:

1. Слишком общая, выходящая за рамки конкретной работы, создает впечатление, что работа реферативная: «Необычные геометрические

фигуры»; «Виды задач на логическое мышление»; «Галерея замечательных чисел»; «Живая математика»; «Задача о четырех красках» и т. п.

2. Слишком узкая, не отражающая полностью содержание работы.

3. Не соответствующая содержанию работы.

4. Слишком «бойкая», журналистская: «В мире времени»; «Бесконечный мир чисел»; «Божественное число»; «Жар холодных чисел» и т. п. [39].

В перечисленном списке работ отражены корректно названные темы исследовательских работ:

1. Влияние скорости падения дождевых капель на скорость движения человека во время дождя

Актуальность исследования вызвана тем, что сейчас весна, а впереди лето, осень. Дождь в эти времена года может быть частым явлением. И вопрос «Как убежать от дождя» встанет перед многими оказавшимися в дождливую погоду на улице без зонта. Результат исследования этого природного явления с математической точки зрения поможет принять правильное решение. Задачи исследования: 1) рассмотреть случаи движения человека в условиях попутного дождя и встречного; 2) определить зависимость скорости движения человека от скорости падающих дождевых капель; 3) выработать рекомендации для людей, оказавшихся под дождем без зонта [4].

2. Генетический код и квадрат Пифагора

Цель работы: выявить данные качества человека при рождении, чтобы направить его на тот путь, где бы он их деятельно мог раскрыть свои таланты, при этом уменьшить воздействие слабых сторон или компенсировав их, реализовать сильные стороны в профессиональной деятельности. Задачи: 1) изучить литературу по данному вопросу; 2) познакомиться с построением квадрата Пифагора; 3) изучить трактовку чисел по Пифагору; 4) практически рассчитать психоматрицу на своем примере и примере других

людей; 5) найти связь между магическим свойством чисел и характером человека [3].

3. Обобщение некоторых задач, сводящихся к раскраске графов

Цель данного исследования: постановка и решение обобщённых вариантов прикладных задач с помощью раскраски графов. Исходя из поставленной цели определены следующие задачи: 1) Рассмотреть типы прикладных задач, их постановку в терминах теории графов. 2) Сформулировать некоторые обобщения задачи о составлении расписания рейсов машин с вывозом товаров. 3) Найти решение сформулированных задач с помощью раскраски графов.

4. Нетранзитивные кости

Набор игральных костей нетранзитивен, если он состоит из трёх игральных костей А, В и С, для которых результат бросания кости А с вероятностью свыше 50% больше результата бросания кости В, результат бросания кости В с вероятностью свыше 50% больше результата бросания кости С, однако утверждение о том, что результат бросания кости А с вероятностью свыше 50% больше результата бросания кости С, является ошибочным. То есть набор игральных костей нетранзитивен, если для него бинарное отношение «выпадения большего числа с вероятностью более 50%» не является транзитивным.

Примером нетранзитивных костей является следующий набор:

- Кость А с числами на гранях 2, 2, 4, 4, 9, 9.
- Кость В с числами на гранях 1, 1, 6, 6, 8, 8.
- Кость С с числами на гранях 3, 3, 5, 5, 7, 7.

Для этого набора вероятность того, что при бросании А будет получено число, большее чем при бросании В; вероятность того, что при бросании В будет получено число, большее чем при бросании С; а также вероятность того, что при бросании С будет получено число, большее чем при

бросании А, одинаковы и составляют $5/9$, то есть этот набор является не-транзитивным.

При использовании транзитивных костей преимущество в игре имеет первый игрок, который может выбрать кость, результат броска которой с вероятностью минимум 50 % будет больше результата броска любой другой кости из набора [38].

Провести исследование и проверить в случае использования набора нетранзитивных костей, получит ли преимущество второй игрок, который, независимо от выбора первого игрока, может выбрать из оставшихся костей такую, бросание которой с вероятностью $5/9$ превысит результат первого игрока?

5. Как измерить расстояние между родственниками?

Обычное расстояние между предметами измеряют единицами длины. А нельзя ли как-то измерять расстояние между родственниками, чтобы точно определять, какой родственник ближе, а какой дальше? Конечно, единицы длины тут неприменимы: близкие родственники могут находиться за много тысяч километров друг от друга, а дальние – жить в одном доме. Данный вопрос можно разрешить с помощью теории графов. Найти длины пути между вершинами графов, построить граф родственных отношений, элементами которого являются люди [35].

6. Математика в жизни: расчёт ремонтных работ помещения

Цель исследования: выявить, выполнение каких расчётов будет являться целесообразным при проведении ремонтных работ. Гипотеза исследования: знания из области математики, при проведении ремонтных работ, необходимы для расчёта требуемого количества строительных материалов, составления наиболее выгодного варианта сметы, а также для поиска максимально приемлемой цены [33]. Задачи проекта: 1) Провести анкетирование, с целью выявления актуальности поставленной проблемы, проанализировать результаты; 2) Сравнить подходы к измерениям и расчётам в

древности и в современном мире; 3) Показать необходимость математических знаний при расчёте ремонта помещения.

7. Сравнительный анализ устойчивости некоторых известных шифров

Цель работы: изучить стойкость широко известных подстановочных и перестановочных шифров. Гипотеза: стойкость шифра можно оценивать путем всевозможных попыток его вскрытия и зависит от подготовленности атакующего шифр [29]. Задачи: 1) изучение основных методов шифрования текста, а также методов дешифрования; 2) проведение серии опытов по дешифрованию текста в различных условиях; 3) сравнение устойчивости известных шифров.

8. Субъективное восприятие теории вероятностей. Парадокс галстуков

Суть парадокса: двое мужчин дарят друг другу на Рождество галстуки, купленные их жёнами. За напитками они начинают спорить, у кого галстук дешевле. Они приходят к тому, чтобы заключить пари — они будут консультироваться со своими жёнами и выяснят, какой галстук дороже. Условия пари в том, что человек с более дорогим галстуком должен отдать его проигравшему как утешительный приз.

Первый человек рассуждает следующим образом: *«Победа и поражение одинаково вероятны. Если я выиграю, я потеряю стоимость моего галстука. Но если я проиграю, то я выиграю больше, чем стоимость моего галстука. Поэтому шансы в мою пользу»*.

Второй человек считает условия пари точно такими же, и, как ни парадоксально, кажется, оба мужчины имеют преимущество в этом пари. Это, очевидно, не представляется возможным. Поскольку вероятность 50:50, а каждый думает, что свой галстук дешевле, то сделка выгодна: можно проиграть дешёвый, но выиграть дорогой. Парадокс в том, что в этой игре каждый считает, что игра однозначно выгодна именно для него [37].

9. Парадокс спящей красавицы

Испытуемой («Спящей красавице») делается укол снотворного. Бросается симметричная монета. В случае выпадения орла её будят, и эксперимент на этом заканчивается. В случае выпадения решки её будят, делают второй укол (после чего она забывает о пробуждении) и будят на следующий день, не бросая монеты (в таком случае эксперимент идёт два дня подряд). Вся эта процедура Красавице известна, однако у неё нет информации, в какой день её разбудили [36].

Представьте себя на месте Спящей красавицы. Вас разбудили. Какова вероятность того, что монета упала решкой?

10. Признаки делимости натуральных чисел, не изученные в школе

Цель: Дополнить известные признаки делимости натуральных чисел, изучаемые в школе и дополнить свои знания о признаках делимости чисел.

Задачи: 1) Изучить историографию вопроса. 2) Исследовать признаки делимости натуральных чисел на 4, 6, 8, 15, 25, 50, 100, 1000. 3) Изучить дополнительную литературу, подтверждающую правильность гипотезы о существовании других признаков делимости натуральных чисел и правильность выявленных нами признаков делимости. 4) Выписать и исследовать найденные из дополнительной литературы признаки делимости натуральных чисел на 7, 11, 12, 13, 14, 19, 37.

Объект исследования: Делимость натуральных чисел.

Предмет исследования: Признаки делимости натуральных чисел.

Гипотеза: Если можно определить делимость натуральных чисел на 2, 3, 5, 9, 10, то должны быть признаки, по которым можно определить делимость натуральных чисел на другие числа [22].

11. Комбинаторика и ее практическое применение в лотереях

Каждая числовая лотерея с любой числовой формулой имеет свое математическое обоснование. Оно необходимо для того, чтобы знать, сколько классов выигрышей должно быть в лотерее, и какова вероятность

выигрыша каждого класса. Математическое обоснование числовой лотереи рассчитывается с применением теории вероятностей и теории чисел. Интуитивно вероятность некоторого события воспринимается как характеристика возможности его появления. Оказывается, что при многократном повторении опыта частота события принимает значения, близкие к некоторому постоянному числу. Рассчитав вероятное число выигрышей каждого класса, можно узнать, какой процент от общей суммы доходов должен пойти на выигрыши каждого класса и какова должна быть сумма каждого выигрыша [18].

12. Свойства НОД и НОК в задачах о покрытии прямоугольника плитками маленьких размеров

Цель: Исследовать задачу о покрытии заданного прямоугольника со сторонами $m \times n$ маленькими плитками размером 2×3 .

Задачи: 1) Изучить тему НОК и НОД чисел. 2) Провести вычислительные эксперименты для установления связи между количеством плитками 2×3 и размерами прямоугольника $m \times n$ используя НОК и НОД. 3) Выявить закономерность между количеством плиток размером 2×3 и сторонами прямоугольника $m \times n$ используя НОК и НОД

Проблема: используя НОК и НОД получится ли выявить закономерность между количеством плиток размером 2×3 и сторонами прямоугольника $m \times n$? Если $2 < n < 20, m = n - 1$. Рассмотреть все случаи и «увидеть» закономерность.

Тема исследования опирается на объект и предмет исследования и выбирается с учетом ее актуальности в современной науке. Освещение актуальности, как и формулировка темы, не должно быть многословным. Обосновывая актуальность избранной темы, следует указать, почему именно она и именно на данный момент является актуальной. Здесь желательно кратко осветить причины, по которым изучение этой темы стало необходимым и что мешало ее раскрытию раньше, в предыдущих исследованиях (см. табл.4).

Таблица 4. Актуальность проекта (значимость на уровне школы, социума)

Составляющие	Значимость на уровне школы	Значимость на уровне социума
Предметная	Важность изучения темы в школе, связь с другими разделами школьного курса математики, важность темы в математике в целом	Возможна для некоторых тем
Практическая	Формирование подходящих УУД (логическое мышление, пространственное воображение, действия с фигурами, с материалом для изготовления фигур и т.п.).	Прикладная направленность, приложения в различных сферах деятельности
Историческая	Например, «задачи такого типа решались всегда, им уделяли внимание известные математики»	Например, «благодаря решению таких задач были решены такие-то проблемы»

Несомненным показателем актуальности является наличие проблемы в данной области исследования. Как правило, появление проблемы связано с тем, что существующее научное знание не позволяет решать новые задачи, познавать новые явления, объяснять ранее неизвестные факты или выявлять несовершенство прежних способов объяснения, признанных фактов и эмпирических закономерностей.

Таким образом, можно представить проблему как некую противоречивую ситуацию, требующую своего разрешения. Разрешение этого противоречия самым непосредственным образом связано с практической необходимостью. Это значит, что, обращаясь к той или иной проблеме, исследователю нужно четко представить, на какие вопросы практики могут дать ответ результаты его работы. Правильная постановка и ясная формулировка новых проблем в исследовании очень важны. Она определяет стратегию исследования, направление научного поиска.

На данном этапе работы не всегда можно точно определить тему исследования, пути и способы ее разработки и осуществления. Для этого необходимо изучить научную литературу по вопросу. После чего тема обычно уточняется, изменяется.

В некотором смысле темы исследовательских работ в процессе работы приходят сами. Бывает, что тема вырастает из внеурочной или олимпиадной задачи, бывает, что она неожиданно возникает при подготовке к уроку или на самом уроке. Тема работы — это задача с перспективой, с продолжением, иными словами — это серия таких задач, которые естественно получаются из некоторой задачи обобщением, увеличением параметра и т. д. Обычно первые задачи из серии решаются сравнительно легко. Затем разные ученики доходят до разных степеней общности, каждый останавливается там, куда смог добраться сам. В этом движении постоянно приходится выбирать направление следующего шага, т. е. развивать важнейшее для математика умение.

При таком движении активно используется индукция и аналогия: рассматриваем несколько частных случаев, угадываем закономерность, ставим аналогичную задачу. Здесь оказывается плодотворным взгляд на математику как науку экспериментальную, который практически игнорируется школьной традицией. Часто бывает, что школьник смог вывести из наблюдений некую закономерность, но не может ее доказать (не хватает знаний, техники) [21].

Как оценивать такой результат? В исследовательских задачах, если гипотеза разумна и выдерживает проверки, это неплохой результат. Часто ученики способны экспериментально открывать закономерности в тех областях математики, которые еще недоступны их теоретическому обоснованию.

На наш взгляд, это полезно, поскольку помогает понять структуры и стимулирует к дальнейшему изучению этих областей. Но если на уроках увлекаться таким экспериментированием не стоит, то в исследовательских задачах оно вполне уместно.

В книге А.И. Сгибнева есть описание нескольких конкретных историй о работе над исследовательскими задачами. Например, ученик, 6 класс, на факультативе долго не мог решить задачу о разрезании на полос-

ки 1×3 квадрата 8×8 без угловой клетки. Дома он взялся за дело всерьез и полностью исследовал разрезание квадрата $2n \times 2n$ без угловой клетки на такие полоски. Оказалось, что результат зависит от остатка при делении n на 3. Задача несложная, но при решении понадобились разнообразные методы — площадь, раскраска, перебор, и получились результаты, априори неочевидные. В итоге на защите работа смотрелась очень неплохо. К тому же задачу ученик поставил сам.

Другая тема появилась в ходе прочтения энциклопедии тома «Математика», что до сих пор неизвестно, существует ли «пифагоров кирпич», т.е. прямоугольный параллелепипед с целыми ребрами, диагональю и диагоналями граней. Пример параллелепипеда, у которого нецелые только две диагонали боковых граней, легко найти (ребра 3; 4; 12): $13^2 = 3^2 + 4^2 + 12^2$, при этом $3^2 + 4^2 = 5^2$. Было бы интересно поработать с такими параллелепипедами, а также попытаться найти те параллелепипеды, у которых диагональ только одной грани нецелая (их назвали «слабыми по одной грани»). В таком виде и была вывешена тема для исследовательской работы в начале года. Ее выбрал пятиклассник и сумел за год существенно продвинуться.

Во-первых, используя формулы для пифагоровых троек, ученик вывел общую формулу для «пифагорова кирпича, слабого по двум граням». О пифагоровых тройках ученик сам прочитал в одной из популярных книг, а потом применил их на деле. Сделать это не сложно, но очень важна самостоятельность. Во-вторых, он написал программу, которая нашла несколько примеров «пифагорова кирпича, слабого по одной грани». Всматриваясь в эти примеры, особых закономерностей не обнаружили. Тогда ученик снова использовал формулы для пифагоровых троек, получил некоторое уравнение 4 степени в целых числах, решение которого и дают ответ. Как решить такое уравнение, не знали, и, казалось, это был тупик. Тогда ученик сам предложил попробовать поработать с делимостью. Известно, что во взаимно простых пифагоровых тройках одно число четное, а два других

– нечетные. Пятиклассник исследовал, какими могут быть взаимно простые целые числа, задающие ребра «пифагорова кирпича», с точки зрения делимости на степени двойки. Результат оказался довольно интересным: одно число должно быть нечетным, второе – делиться на 4, но не делиться на 8, третье делиться на 8. На этом закончился первый год исследований, при этом бывали длительные периоды (до месяца), когда исследование заходило в тупик. Во время работы над темой инициатива того или иного хода решения почти всегда исходила от ученика, учитель, как правило, выступал только как наставник. Ученик смог получить полное удовольствие от собственных открытий. Работа пятиклассника была принята к докладу на Колмогоровских чтениях, и он был отмечен как самый молодой участник [25].

Правильный и удачный выбор темы в большой степени определяет саму возможность выполнения грамотного исследования, получение достоверных результатов и высокую оценку работы. Выбор темы работы зависит от интересов, возраста и уровня подготовки исполнителя. Тема должна быть оригинальной, в ней необходим элемент неожиданности, необычности, она должна быть такой, чтобы работа могла быть выполнена относительно быстро и заключать в себе вопрос, на который ученик будет отвечать.

2.2. Организация работы над исследовательскими проектами

Исследовательская работа – это вид самостоятельной аналитической деятельности обучающихся в области систематического изучения какого-либо вопроса или актуальной проблемы.

Исследовательская деятельность способствует выработке исследовательских навыков, формированию универсальных учебных действий: регулятивных, коммуникативных, познавательных.

Исследовательская деятельность включает следующие этапы:

1. Определение общей темы исследования, выявление и формулирование общей проблемы либо выявление и формулирование общей проблемы, после чего определение темы исследования.
2. Определение предмета и объекта исследования.
3. Формулировка цели и задач исследования, гипотезы исследования.
4. Определение методов исследования.
5. Сбор информации и экспериментальных данных по проблеме исследования.
6. Обсуждение полученных экспериментальных данных, проверка гипотезы, формулировка понятий, обобщений, выводов.

Если в науке главной целью является производство новых знаний, то в образовании цель исследовательской деятельности – в приобретении обучающимся функционального навыка исследования как универсального способа освоения действительности, развитии способности к исследовательскому типу мышления, самостоятельному получению знаний, являющихся новыми и лично значимыми для конкретного обучающегося.

В проектной деятельности принципиально отличается и характер взаимодействия ученика и учителя в сравнении с традиционным обучением. Ученик должен определять цель деятельности, открывать новые знания и способы деятельности, экспериментировать, выбирать пути решения и быть активным. Учитель же в свою очередь должен помогать определять цель деятельности, рекомендовать источники получения информации, предлагать возможные формы работы, содействовать прогнозированию результатов и создавать условия для активности школьника [26].

Рассмотрим более подробно каждый из этапов исследовательской деятельности.

На **первом** этапе необходимо определить тему исследования. Тема исследовательской работы должна отражать проблему, заявленную в работе, и соответствовать содержанию работы. Правильный и удачный выбор

темы в большой степени определяет саму возможность выполнения грамотного исследования, получение достоверных результатов и высокую оценку работы [24]. Выбор темы работы зависит от интересов, возраста и уровня подготовки исполнителя. Тема должна быть оригинальной, в ней необходим элемент неожиданности, необычности, она должна быть такой, чтобы работа могла быть выполнена относительно быстро.

При формулировке проблемы исследования необходимо помнить, что проблема – это некая противоречивая ситуация, возникшая в результате работы, определившая тему исследования и требующая своего разрешения в итоге исследовательской работы. Проблема определяет тактику и стратегию работы.

Под проблемой понимается противоречие между желаемым будущим и реальной ситуацией, которое чаще всего выражается в отсутствии, недостатке чего-то, несоответствии одной части реальности другой.

На **втором** этапе работы над исследованием необходимо обязательно определить объект и предмет исследования.

Объектом исследования принято называть явление, процесс, которые порождают проблематику, затронутую в конкретно взятой работе. Это та часть научных знаний, с которой необходимо работать ученику.

Предметом исследования называется конкретно взятая составляющая выбранного объекта исследования. Это определенный вопрос, который затрагивается при рассмотрении затронутой проблематики. Это более узкое значение. Чаще всего при постановке темы работы предмет изучения участвует в ее формулировке.

Пример 1.

Тема работы «Математика в жизни: расчёт ремонтных работ помещения».

Объект исследования – ремонтные работы.

Предметом исследования является математические вычисления при ремонтных работах.

На **третьем** этапе происходит *формулировка цели и задач исследования*. Цель представляет собой конечный результат исследования, то, ради чего оно выполняется. Цель работы конкретизируется в поставленных задачах, которые являются шагами, приближающими к ее реализации [27]. Цель и задачи должны быть конкретными и ясными. Для формулировки цели рекомендуется использовать такие глагольные существительные, как «изучение», «рассмотрение», «установление», «проведение анализа», «создание модели», «выявление связи», «оценка уровня» и другие. Цель исследовательской работы должна быть одна.

Задачи исследования определяют логику и этапы работы, поэтому описание задач должно представлять собой определенную последовательность.

При формулировке задач рекомендуется использовать такие глагольные формы и речевые обороты, как «изучить», «рассмотреть», «установить», «провести анализ», «создать модель», «выявить связь», «оценить уровень» и др. Заголовки глав в дальнейшем должны следовать из формулировок задач исследования. В сумме задачи должны «укладываться» в цель, не выходить за ее пределы, не превышать ее. Оптимальное число задач для работы – от 3 до 5.

Формулирование гипотезы. Гипотеза – предположение о том, как разрешить противоречие проблемной ситуации. Гипотеза представляет собой форму творческого поиска. Как прием познавательной деятельности гипотеза – совокупность догадок о способе достижения цели. Она может относиться к цели задачи, к условию ее получения или (и) принципу получения (достижения).

В исследовании выдвигаемая гипотеза как бы определяет тот путь, по которому ученик намерен идти к достижению поставленной цели.

Поскольку гипотеза – это утверждение, подлежащее доказательству или опровержению, то наиболее типичный способ ее формулировки – логическая импликация: «Если..., то...», «...будет, если...».

На **четвертом** этапе необходимо определить методы исследования, которые должны соответствовать поставленным задачам. Это означает, что именно выбранная методика позволяет получить ожидаемый результат, тогда как любые другие приемы могут привести к ошибочным результатам. Выбранные методы работы (наблюдение, эксперимент, работа с литературными источниками и др.) должны быть простыми и доступными. При проведении эксперимента необходимо методически работу организовать таким образом, чтобы число наблюдений было достаточно велико для определения достоверности полученных результатов. Предполагается использование основных приемов исследования: интервью, опросы, обработка статистических и опытных данных [11].

На **пятом** этапе происходит сбор научных фактов при проведении эксперимента или исследования. Основным методом получения научных выводов по результатам эксперимента – сравнение результатов наблюдений, опытов и экспериментов [32].

При обработке собранных материалов (проб, наблюдений, опытов и т. д.) необходимо как можно более полно сравнивать полученные данные. Сведение их в таблицы или представление в графиках и диаграммах – самый наглядный и экономный способ обработки первичных данных. Все результаты, подлежащие обсуждению, должны отражать только собственные наблюдения и опыты. Сравнить их можно (а иногда и необходимо) с данными, содержащимися в литературе, с обязательной ссылкой на используемые источники.

После того, как собранные материалы обработаны, проведено обсуждение полученных результатов, полезно вернуться к поставленным задачам и посмотреть, решены ли они.

Краткое изложение результатов работы, отвечающее на вопросы задач, – это выводы, к которым исследователь пришел в результате проведенных исследований. Формулируя выводы, необходимо помнить, что от-

рицательный результат – тоже результат, и его также следует отметить в выводах.

На последнем **шестом** этапе происходит обсуждение полученных результатов. Качество проекта зависит не только от того, какие результаты получены, но и как они обработаны и представлены. Если уметь использовать методы математической статистики, то из полученных данных можно «вытащить» намного больше информации для анализа и обсуждения, обнаружить закономерности, взаимосвязи, которые не видны в первичных результатах.

Ниже представлено несколько примеров, исследовательских работ, для которых определены цель, задачи, объект и предмет исследования, методы исследования, практическая значимость работы, а также сформулирована гипотеза.

Пример 2.

1) Автор: Кошелев Данил,

Ученик 7 «Б» класс, МАОУ "Гимназия №76 г. Челябинска" (филиал).

Тема исследования: «Признаки делимости, не изученные в школе»

Цель: Дополнить свои знания о признаках делимости натуральных чисел, помимо известных признаков делимости, изучаемых в школе.

Задачи:

1. Изучить историю возникновения признаков делимости.
2. Повторить признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10, изучаемые в школе ранее.
3. Исследовать самостоятельно признаки делимости натуральных чисел на 4, 6, 8, 11, 15, 25, 50, 100, 1000 из дополнительных источников.
4. Определить признаки делимости натуральных чисел на другие натуральные числа (помимо вышеуказанных).

Объект исследования: Натуральные числа.

Предмет исследования: Признаки делимости натуральных чисел.

Гипотеза: Если можно определить делимость натуральных чисел на 2, 3, 5, 9, 10, то должны быть признаки, по которым можно определить делимость натуральных чисел на другие числа.

Методы исследования: изучение литературных и других информационных источников, обработка данных, наблюдение, сравнение, анализ информации и результатов.

Практическая значимость исследования применение признаков делимости для решения школьных и олимпиадных задач.

2) Выполнила: ученица 7В класса, Молоканцева Елена.

Тема исследования: «Комбинаторика и ее практическое применение»

Цель: Исследовать комбинаторику как один из важных разделов математики и ее практическое применение.

Задачи:

1. Изучить историю развития комбинаторики.
2. Показать практическое применение комбинаторики
3. Исследовать решение комбинаторных задач.

Объект исследования: комбинаторные задачи.

Предмет исследования: практическое применение комбинаторики.

Гипотеза исследования стало следующее предположение: знание комбинаторного подхода к играм позволяет получить всегда 100% выигрыш.

Методы исследования: изучение и анализ источников информации по комбинаторике; моделирование приемов использования комбинаторики в играх; анализ проведенных игр и нахождение процента успешности.

Практическая значимость исследования. Знание основных правил комбинаторики и умение их применять позволяет играть с умом и выигрывать.

3) Выполнил: ученик 7В класса, Кузьмин Георгий.

Тема исследования: «Различные способы доказательства теоремы Пифагора»

Цель исследования: выяснить различные способы доказательства теоремы Пифагора и изучить ее практическое применение.

Задачи:

1. Изучить биографию Пифагора
2. Изучить историю открытия теоремы Пифагора;
3. Исследовать различные способы доказательства данной теоремы, не рассматриваемые в школе;
4. Изучить практическое применение теоремы Пифагора.
5. Исследовать пифагоровы тройки.

Основной метод, который я использовал в своей работе – это метод исследования, систематизации и обработки данных

Гипотеза: Если теорема Пифагора так популярна и сегодня, то этот материал можно использовать в широком диапазоне.

Объект исследования: множество различных доказательств теоремы.

Предмет исследования: теорема Пифагора.

Все перечисленные выше элементы – объект и предмет исследования, цели и задачи исследования, гипотеза, методы исследования. Кроме того, во введении раскрыли актуальность темы, ее значимость, современность, новизну, нужность результатов проводимого исследования.

Помимо введения в содержании работы присутствует самое важное – основная часть исследовательской работы, которая состоит из двух разделов. В первом разделе представлена теоретическая информация по проблеме исследования, во втором разделе – результаты исследования [34].

Язык и стиль изложения научный: сухой и сдержанный, с использованием особой лексики и речевых конструкций, должен отражать логику и последовательность выполнения исследования, подводить к пониманию сути работы. Недопустимы проявления личных чувств и эмоций ученика,

не принято писать текст от первого лица «я сделал, я получил, моя работа». Использовали выражения «в наших экспериментах, нами установлено». Весь текст написан в едином стиле. Наиболее часто применяют безличные выражения:

- Предметом дальнейшего рассмотрения являются...
- С другой стороны, следует подчеркнуть, что...
- Ясно, что...
- Логика рассуждений приводит к следующему...
- Как хорошо известно из...
- Проанализируем этот факт с точки зрения...
- Следует отметить, что...

В завершение основной части исследовательской работы обобщали результаты исследования, сделали выводы. Выводы соответствуют целям, задачам и гипотезе исследований, являются ответом на вопросы, поставленные в них.

Количество выводов соответствует количеству задач, но это абсолютно не обязательно. Большое число выводов или их чрезмерно подробное описание говорит о незнании правил научной работы или о неумении ученика выделить главное.

В выводах нет общеизвестных фактов из учебников, упоминаний о методах, особенностях исследованных групп, обсуждения результатов, собственных соображений и рекомендаций, общих фраз, беспредметных рассуждений, не имеющих прямого отношения к результатам работы.

Пример 3.

Заключение

Выполняя работу, мы познакомились с историей развития признаков делимости, сформулировали признаки делимости натуральных чисел на 4, 6, 8, 15, 25, 50 и нашли подтверждение этого из дополнительной литературы. А также убедились в том, что существуют другие признаки делимости натуральных чисел на 7, 11, 12, 13, 14, 19, 37, что подтвердило правиль-

ность гипотезы о существовании других признаков делимости натуральных чисел.

Пример 4.

Заключение

Работая по теме: «Различные способы доказательства теоремы Пифагора», я разрешил поставленные перед собой задачи. Важность теоремы состоит, прежде всего, в том, что из нее или с ее помощью можно вывести большинство теорем геометрии. Считаю, что о результатах моей работы будет интересно послушать и моим одноклассникам, так как эта интересная информация расширяет кругозор, ещё раз демонстрирует красоту математики и логики.

По результатам проведённого мною исследования и полученного материала можно сделать следующие выводы:

1. Теорема Пифагора является одним из самых великих открытий человечества;
2. Из теоремы Пифагора или с ее помощью можно вывести большинство теорем геометрии;
3. Способы доказательства теоремы Пифагора позволяют неочевидное сделать очевидным;
4. Пифагоровы тройки находят прямое применение в проектировании множества вещей, окружающих нас в повседневной жизни;
5. Теорема Пифагора имеет огромное применение в практике.

В процессе работы мы требовали, чтобы ученики представляли список литературы. Список литературы составляется по алфавиту.

После окончания исследования, оформления полученных результатов, прочтения и одобрения ее научным руководителем наступает последний этап – защита. К сожалению, важность этого этапа иногда недооценивается, и тогда даже качественно проведенное исследование выглядит при публичном представлении неубедительно. Чтобы сформировать у себя хотя бы элементарные навыки участия в научной дискуссии, целесообразно

тщательно подготовиться к процедуре публичной защиты своего доклада.

На все выступление отводится не более 5-7 мин. Защита ни в коем случае не сводится к пересказу всего содержания работы. Подготовку доклада начинали с продумывания его структуры. Четкое и ясное представление о работе у самого докладчика – залог понимания его аудиторией. Доклад разделили на 3 части, состоящие из отдельных, но связанных между собой блоков.

Первая часть по сути кратко повторяет введение исследовательской работы: обоснование актуальности выбранной темы, описание научной проблемы, формулировка задач исследования и указание его основных методов. Для того чтобы доклад вызвал интерес аудитории, правильно настраивали слушателей с самого начала выступления. Существует несколько способов привлечения внимания аудитории. Начинали выступление с приведения примера, интересной цитаты, образного сравнения предмета выступления с конкретным явлением, с истории, случая, задания проблемы или оригинального вопроса.

Во второй части, самой большой по объему, представили содержание глав. Особое внимание комиссия обращала на итоги проведенного исследования, на личный вклад в него автора. Поэтому после краткого изложения содержания глав доклада отдельно подчеркнули, в чем состоит новизна предлагаемой работы.

При изложении основных результатов использовали заранее подготовленные схемы, чертежи, графики, таблицы, видеоролики, слайды, видеофильмы. Демонстрируемые материалы оформлялись так, чтобы они не перегружали выступление и были видны всем присутствующим в аудитории.

В третьей части кратко изложили основные выводы по результатам исследования, не повторяя тех выводов, которые были сделаны в ходе изложения содержания по главам.

Особое внимание обращают на речь докладчика, она должна быть

ясной, грамматически точной, уверенной, выразительной. Если докладчик старается говорить быстро, проглатывая окончания слов, тихо, невнятно, то качество его выступления снижается. Спокойное, последовательное и хорошо аргументированное изложение материала импонирует слушателям. Но использование научного стиля отнюдь не означает пренебрежение к использованию образных сравнений, контрастов, необычных фактов, позволяющих удерживать внимание аудитории.

После того как докладчик закончил свое выступление, члены комиссии задавали вопросы. Некоторые считают, что задавание вопросов продиктовано исключительно желанием «потопить» докладчика. Это ошибочное мнение. Наоборот, это еще одна возможность продемонстрировать, насколько хорошо изучили тему, и скорей всего она заинтересовала и привлекла внимание слушателей. Вопросов не нужно бояться. Но при ответах на вопросы помним о нескольких простых правилах. Если заданный вопрос выходит за рамки вашего исследования, не стоит на ходу придумывать ответ, не подкрепленный результатом исследования. Вполне допустимо сказать, что это не было предметом исследования или что это планируется исследовать на следующем этапе. Таким образом, мы только поддержали образ вдумчивого исследователя.

Очень важным условием ответа на вопрос является правильное понимание того, что именно спрашивает оппонент. Поэтому целесообразно уточнить вопрос и, согласовав понимание вопроса, отвечать на него. В противном случае есть опасность, что мы отвечали не на вопрос, который задали, а на свою версию этого вопроса.

Поскольку устное выступление является своего рода сценическим искусством, т.е. включает в себя владение голосом, правильно выбранные жесты и позу, была проведена предварительная тренировка чтения доклада в знакомых условиях.

Чтобы доклад был интересным и убедительным, снабжали теоретические положения и выводы примерами из текстов, старались использо-

вать простые предложения, как можно более точные формулировки. Меняя темп и интонацию речи в соответствии со смыслом читаемого, избегали монотонности выступления.

Помимо выступления докладчика, была еще одна не менее важная вещь. Правильно оформленный текст исследовательской работы. Зачастую про это забывают и не считают столь важным этапом. На самом деле, это не так. Оформление результатов исследования – один из самых трудоемких этапов работы. Научно-исследовательская работа должна быть оформлена в соответствии с едиными стандартными требованиями, предъявляемыми к данному виду научных работ [19]. Ученикам выдавались требования к оформлению как проектной работы, так и к презентации (см. Приложение 1).

Кроме формальных особенностей представления материала мы подумали, каким языком будут изложены результаты его работы. Удачное изложение и грамотный литературный язык сами по себе являются немалым достоинством и способны подчеркнуть наиболее удачные ее моменты.

2.3. Описание опытно-поисковой работы над исследовательскими проектами по математике в 7 классах

Мы взяли за основу разработанный РЦОКИО комплект контрольных измерительных материалов для диагностики уровня индивидуальных достижений обучающихся 7-х классов, осваивающих образовательные программы в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования, при выполнении исследовательских проектов и выбрали необходимые нам критерии, которые соответствуют целям нашей работы. По окончании написания этого проекта, обучающийся должен уметь:

- ставить цели и задачи проекта;
- выполнять план работы над индивидуальным учебным проектом;

- производить сбор и изучать полученную информацию;
- искать и анализировать проблемы поставленной темы;
- уметь делать качественную презентацию проекта.

Обучающийся после окончания исследования должен создать презентацию этого проекта, и после всего будет выполняться оценка качества выполнения работы. Но для этого необходимо разработать диагностические материалы, по которым можно будет проводить оценку усвоения проектных умений у обучающихся (см. табл. 6).

Таблица 6. Оценочный лист обучающегося

Этапы	Критерии	Балл	Оценка
1.Организационный			
1.2.Поиск и анализ проблемы	- не выдвигает версии решения проблемы, не формулирует гипотезы,	0	
	- выдвигает версии решения проблемы, формулирует гипотезы с помощью наставника;	1	
	- выдвигает версии решения проблемы, формулирует гипотезы, предвосхищает конечный результат самостоятельно	2	
1.2.Поиск и анализ проблемы	- не умеет осуществлять анализ на основе самостоятельного выделения существенных и несущественных признаков;	0	
	- умеет осуществлять анализ на основе самостоятельного выделения существенных и несущественных признаков с помощью наставника;	1	
	- умеет осуществлять анализ на основе самостоятельного выделения существенных и несущественных признаков	2	
1.3.Постановка цели проекта	- не ставит цель деятельности на основе определенной проблемы и существующих возможностей;	0	
	- ставит цель деятельности на основе определенной проблемы и существующих возможностей с помощью наставника	1	
	- ставит цель деятельности на основе определенной проблемы и существующих возможностей самостоятельно	2	
1.3.Постановка цели проекта	- не умеет самостоятельно формулировать учебные задачи как шаги достижения поставленной цели;	0	
	- умеет самостоятельно формулировать учебные задачи как шаги достижения поставленной цели с помощью наставника;	1	
	- умеет самостоятельно формулировать учебные задачи как шаги достижения поставленной цели	2	
	- не обосновывает и не осуществляет выбор	0	

	<p>наиболее эффективных способов решения учебных и познавательных задач;</p> <p>- обосновывает и осуществляет выбор наиболее эффективных способов решения учебных и познавательных задач с помощью наставника;</p> <p>- обосновывает и осуществляет выбор наиболее эффективных способов решения учебных и познавательных задач самостоятельно</p>	1	
	<p>- не строит позитивные отношения в процессе учебной и познавательной деятельности;</p> <p>- строит позитивные отношения в процессе учебной и познавательной деятельности с помощью наставника;</p> <p>- строит позитивные отношения в процессе учебной и познавательной деятельности самостоятельно</p>	0	
	<p>- не умеет критически относиться к собственному мнению, с достоинством признавать ошибочность своего мнения и корректировать его;</p> <p>- критически относится к собственному мнению, с достоинством признает ошибочность своего мнения и корректирует его</p>	1	
2.Выполнение проекта			
2.2. Сбор и изучение информации	<p>- не определяет логические связи между предметами и/или явлениями, не обозначает данные логические связи с помощью знаков в схеме;</p> <p>- определяет логические связи между предметами и/или явлениями, обозначает данные логические связи с помощью знаков в схеме с помощью наставника;</p> <p>- определяет логические связи между предметами и/или явлениями, обозначает данные логические связи с помощью знаков в схеме самостоятельно</p>	0	
	<p>- не переводит сложную по составу информацию из графического или символического представления в текстовое, и наоборот;</p> <p>- переводит сложную по составу информацию из графического или символического представления в текстовое, и наоборот с помощью наставника;</p> <p>- переводит сложную по составу информацию из графического или символического представления в текстовое, и наоборот самостоятельно</p>	1	
	<p>- не осуществляет взаимодействие с электронными поисковыми системами, словарями;</p> <p>- осуществляет взаимодействие с электронными поисковыми системами, словарями с помощью наставника;</p> <p>- осуществляет взаимодействие с электронными поисковыми системами, словарями самостоятельно.</p>	2	
	<p>- не формирует множественную выборку из поисковых источников для объективизации результа-</p>	0	
		0	
		1	

	<p>тов поиска;</p> <ul style="list-style-type: none"> - формирует множественную выборку из поисковых источников для объективизации результатов поиска с помощью наставника; - формирует множественную выборку из поисковых источников для объективизации результатов поиска самостоятельно 	1	
		2	
2.4. Выполнение плана работы над индивидуальным учебным проектом.	- не оценивает свою деятельность, аргументируя причины достижения или отсутствия планируемого результата;	0	
	- оценивает свою деятельность, аргументируя причины достижения или отсутствия планируемого результата	1	
	- работает по своему плану, вносит коррективы в текущую деятельность на основе анализа изменений ситуации для получения запланированных характеристик продукта/результата с помощью наставника;	1	
	- работает по своему плану, вносит коррективы в текущую деятельность на основе анализа изменений ситуации для получения запланированных характеристик продукта/результата самостоятельно	2	
	- сверяет свои действия с целью и, при необходимости, исправляет ошибки с помощью наставника	1	
	- сверяет свои действия с целью и, при необходимости, исправляет ошибки самостоятельно	2	
3.Защита проекта			
3.1.Подготовка презентационных материалов	- не излагает полученную информацию в контексте решаемой задачи;	0	
	- излагает полученную информацию, интерпретируя ее в контексте решаемой задачи	1	
3.2.Презентация проекта	- не излагает полученную информацию, интерпретируя ее в контексте решаемой задачи;	0	
	- излагает полученную информацию, интерпретируя ее в контексте решаемой задачи	1	
	- не умеет строить рассуждение от общих закономерностей к частным явлениям и от частных явлений к общим закономерностям;	0	
	- умеет строить рассуждение от общих закономерностей к частным явлениям и от частных явлений к общим закономерностям	1	
	- не объясняет явления, процессы, связи и отношения, выявляемые в ходе познавательной и исследовательской деятельности;	0	
	- объясняет явления, процессы, связи и отношения, выявляемые в ходе познавательной и исследовательской деятельности (приводит объяснение с изменением формы представления; объясняет, детализируя или обобщая; объясняет с заданной точки зрения)	1	
	- не определяет задачу коммуникации и в соответствии с ней отбирать речевые средства;	0	

	- определяет задачу коммуникации и в соответствии с ней отбирать речевые средства	1	
	- не соблюдает нормы публичной речи, регламент в монологе и дискуссии в соответствии с коммуникативной задачей;	0	
	- соблюдает нормы публичной речи, регламент в монологе и дискуссии в соответствии с коммуникативной задачей	1	
	- не использует вербальные средства (средства логической связи) для выделения смысловых блоков своего выступления;	0	
	- использует вербальные средства (средства логической связи) для выделения смысловых	1	
	- не использует невербальные средства или наглядные материалы, подготовленные/отобранные под руководством наставника;	0	
	- использует невербальные средства или наглядные материалы, подготовленные/отобранные под руководством наставника	1	
	- не делает оценочный вывод о достижении цели коммуникации непосредственно после завершения коммуникативного контакта и обосновывает его	0	
	- делает оценочный вывод о достижении цели коммуникации непосредственно после завершения коммуникативного контакта и обосновывает его	1	
	- не умеет корректно и аргументировано отстаивать свою точку зрения, в дискуссии не умеет выдвигать контраргументы, не перефразирует свою мысль;	0	
	- умеет корректно и аргументировано отстаивать свою точку зрения, в дискуссии умеет выдвигать контраргументы, перефразирует свою мысль	1	
	- не выбирает адекватную информационную модель для передачи своих мыслей средствами естественных и формальных языков в соответствии с условиями коммуникации;	0	
	- выбирает, строит и использует адекватную информационную модель для передачи своих мыслей средствами естественных и формальных языков в соответствии с условиями коммуникации	1	
	- использует информацию без учета этических и правовых норм;	0	
	- использует информацию с учетом этических и правовых норм	1	
4. Оценивание проекта			
4.2. Оценка качества выполнения проекта	- не делает оценочного вывода о цели коммуникации непосредственно после завершения коммуникативного контакта и не обосновывает его;	0	
	- делает оценочный вывод о достижении цели коммуникации непосредственно после завершения коммуникативного контакта и обосновывает его	1	
ИТОГО			

Максимальный балл по оценочному листу – 39.

Количество баллов	% выполнения от максимального балла	Оценка усвоенных проектных умений
31 – 39	81 – 100%	Повышенный
20 – 30	50 – 80%	Базовый
0 – 19	0 – 49%	Недостаточный

Баллы могут быть набраны за счет того, что обучающийся все делает на низком уровне, либо на базовом уровне, либо на повышенном, либо работа неровная и какие-то вещи сделаны очень хорошо, а какие-то плохо.

Чтобы апробировать диагностический материал оценки усвоения проектных умений у обучающихся мы взяли конкретный проект и оценили его. Проект «Свойства НОД и НОК в задачах о покрытии прямоугольника плитками маленьких размеров» выполнила ученица 7Б класса гимназии 76 (филиал) Хорошевская Вероника (см. Приложение 2). Она рассмотрела тему НОК и НОД чисел, провела вычислительный эксперимент для установления связи между количеством плитками 2×3 и размерами прямоугольника $m \times n$, используя НОК и НОД, и выявила закономерность между количеством плиток размером 2×3 и сторонами прямоугольника $m \times n$, используя НОК и НОД.

Тема проекта. Свойства НОД и НОК в задачах о покрытии прямоугольника плитками маленьких размеров.

Тип проекта. Исследовательский

Цель проекта. Исследовать задачу о покрытии заданного прямоугольника со сторонами $m \times n$ маленькими плитками размером 2×3 .

Задачи проекта:

1. Изучить тему НОК и НОД чисел.
2. Провести вычислительные эксперименты для установления связи между количеством плитками 2×3 и размерами прямоугольника $m \times n$ используя НОК и НОД.
3. Выявить закономерность между количеством плиток размером 2×3 и сторонами прямоугольника $m \times n$ используя НОК и НОД.

Актуальность проекта (значимость на уровне школы, социума)

Составляющие	значимость на уровне школы	значимость на уровне социума
Предметная	<ul style="list-style-type: none"> - формирование вычислительных умений и навыков; - развивает навыки конструирования; - позволяет находить красивые способы решения нестандартных текстовых задач. 	<ul style="list-style-type: none"> - умеет выявлять закономерности, свойства, использовать факты.
Практическая	<ul style="list-style-type: none"> - развивает любознательность обучающихся, расширяет их кругозор; - создает предпосылки для воспитания разносторонней творческой личности. 	<ul style="list-style-type: none"> - позволяет экономить время в сфере продаж; - навыки нахождения оптимальных решений при работе с реальными объектами.

Проблема: используя НОК и НОД получится ли выявить закономерность между количеством плиток размером 2×3 и сторонами прямоугольника $m \times n$? Если $2 < n < 20, m = n - 1$. Рассмотреть все случаи и «увидеть» закономерность.

Противоречие: есть свойства НОД и НОК, но это недостаточно для решения нашей проблемы. Поэтому необходимо выявить самим закономерность.

Таблица 7. Оценочный лист обучающегося. Организационный этап

Этапы	Критерии	Балл	Оценка
1.Организационный			
1.2.Поиск и анализ проблемы	<ul style="list-style-type: none"> - не выдвигает версии решения проблемы, не формулирует гипотезы, - выдвигает версии решения проблемы, формулирует гипотезы с помощью наставника; - выдвигает версии решения проблемы, формулирует гипотезы, предвосхищает конечный результат самостоятельно 	0 1 2	1
	<ul style="list-style-type: none"> - не умеет осуществлять анализ на основе самостоятельного выделения существенных и несущественных признаков; - умеет осуществлять анализ на основе самостоятельного выделения существенных и несущественных признаков с помощью наставника; - умеет осуществлять анализ на основе самостоятельного выделения существенных и несущественных признаков 	0 1 2	2

1.3.Постановка цели проекта	- не ставит цель деятельности на основе определенной проблемы и существующих возможностей; - ставит цель деятельности на основе определенной проблемы и существующих возможностей с помощью наставника - ставит цель деятельности на основе определенной проблемы и существующих возможностей самостоятельно	0 1 2	2
	- не умеет самостоятельно формулировать учебные задачи как шаги достижения поставленной цели; - умеет самостоятельно формулировать учебные задачи как шаги достижения поставленной цели с помощью наставника; - умеет самостоятельно формулировать учебные задачи как шаги достижения поставленной цели	0 1 2	2
	- не обосновывает и не осуществляет выбор наиболее эффективных способов решения учебных и познавательных задач; - обосновывает и осуществляет выбор наиболее эффективных способов решения учебных и познавательных задач с помощью наставника; - обосновывает и осуществляет выбор наиболее эффективных способов решения учебных и познавательных задач самостоятельно	0 1 2	2
	- не строит позитивные отношения в процессе учебной и познавательной деятельности; - строит позитивные отношения в процессе учебной и познавательной деятельности с помощью наставника; - строит позитивные отношения в процессе учебной и познавательной деятельности самостоятельно	0 1 2	2
	- не умеет критически относиться к собственному мнению, с достоинством признавать ошибочность своего мнения и корректировать его; - критически относится к собственному мнению, с достоинством признает ошибочность своего мнения и корректирует его	0 1	1

Ученица выдвигает версии решения проблемы с помощью наставника; умеет осуществлять анализ полученной информации, ставит цель деятельности на основе определенной проблемы, формулирует учебные задачи как шаги достижения поставленной цели самостоятельно; строит позитивные отношения в процессе учебной и познавательной деятельности и критически относится к собственному мнению (табл. 7).

Краткая информация о нахождении НОК и НОД двух чисел

Родоначальником наименьшего общего кратного был Евклид (3 в. до н.э.) В своей книге «Начала» он впервые вводит это понятие.

Наименьшим общим кратным (НОК) двух и более натуральных чисел называется наименьшее натуральное число, которое само делится нацело на каждое из этих чисел.

Данный способ обычно применяется для небольших чисел.

Выписываем в строчку кратные для каждого из чисел, пока не найдётся одинаковое кратное для обоих чисел.

Кратные числа a обозначим большой буквой «К».

$$K(m) = \{ \dots, \dots \}$$

Пример. Найти НОК 6 и 8.

$$K(6) = \{6, 12, 18, 24, 30, \dots\}$$

$$K(8) = \{8, 16, 24, 32, \dots\}$$

$$\text{НОК}(6, 8) = 24$$

Рассмотрим способ нахождения НОД. Наибольший общий делитель может быть найден по разложениям чисел на простые множители. Сформулируем правило: НОД двух целых положительных чисел m и n равен произведению всех общих простых множителей, находящихся в разложениях чисел a и b на простые множители.

Приведем пример для пояснения правила нахождения НОД. Пусть нам известны разложения чисел 220 и 600 на простые множители, они имеют вид $220=2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11$ и $600=2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$. Общими простыми множителями, участвующими в разложении чисел 220 и 600, являются 2, 2 и 5. Следовательно, $\text{НОД}(220, 600) = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$.

Вычислительный эксперимент с использованием свойств НОК и НОД

Используя НОК и НОД выявим закономерность между количеством плиток размером 2×3 и сторонами прямоугольника $m \times n$.

Если $2 < n < 20, m = n - 1$. Рассмотрим все случаи.

Рассмотрим прямоугольник со сторонами 10×9 . И поместим в него

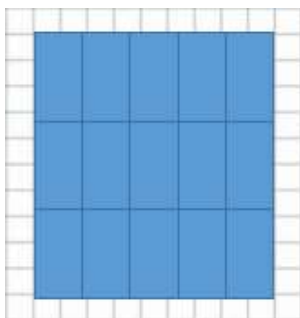


Рис. 2. Прямо-
угольник 10×9

плитки размером 2×3 (см. рис. 2). Для начала найдем НОД чисел 10 и 9. $\text{НОД}(10,9) = 1$. Далее площади плитки. $S = 2 \cdot 3 = 6$. Теперь найдем НОК чисел 10 и 9. $\text{НОК}(10,9) = 90$. С помощью площади и НОК узнаем сколько можно уложить плиток в прямоугольник 10×9 . $90 : 6 = 15$. Проверим действительно ли это так. Начертим прямоугольник со сторонами 10×9 и в нем отметим

плитки размером 2×3 . Поместилось 15 плиток 2×3 в прямоугольнике 10×9 . Аналогично находим количество плиток с другими парами чисел (см. рис. 3-7).

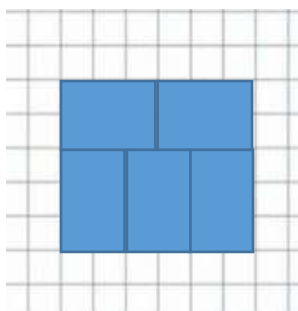


Рис. 3. Прямо-
угольник 6×5

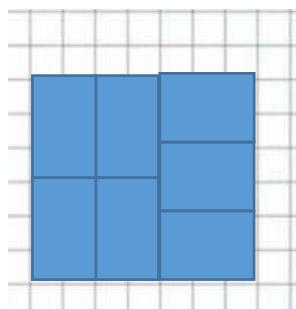


Рис. 5. Прямо-
угольник 7×6

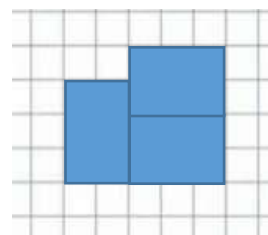


Рис. 4. Прямо-
угольник 5×4

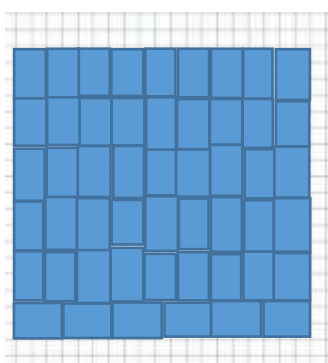


Рис. 6. Прямо-
угольник 19×18

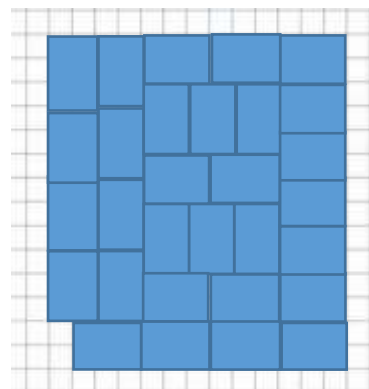


Рис. 7. Прямо-
угольник 14×13

Таблица 8. Количество плиток 2x3 в прямоугольнике mхn

	Пара чисел (m, n)	НОК (m, n)	Рисунок
1	(3,2)	1	1
2	(4,3)	2	2
3	(5,4)	3,3	3
4	(6,5)	5	5
5	(7,6)	7	7
6	(8,7)	9,3	9
7	(9,8)	12	12
8	(10,9)	15	15
9	(11,10)	18,3	18
10	(12,11)	22	22
11	(13,12)	26	26
12	(14,13)	30,3	30
13	(15,14)	35	35
14	(16,15)	40	40
15	(17,16)	45,3	45
16	(18,17)	51	51
17	(19,18)	57	57
18	(20,19)	63,3	63

Можно заметить (см. табл. 8), что НОК (m, n) и количество плиток по рисунку совпадает в том случае, когда одна из сторон в прямоугольнике кратно 3. А НОК (m, n), который получился не целым числом схож с количеством плиток на рисунке.

Алгоритм нахождения количества плиток aхb в прямоугольнике mхn:

- 1) Убедиться, что НОД (m, n) = 1
- 2) Найти площадь одной плитки $S = a \cdot b$,
- 3) Найти НОК (m, n)
- 4) НОК (m, n): S – количество плиток в прямоугольнике mхn.

Таблица 9. Оценочный лист обучающегося. Выполнение проекта

Этапы	Критерии	Балл	Оценка
2.Выполнение проекта			
2.2. Сбор и изучение информации	- не определяет логические связи между предметами и/или явлениями, не обозначает данные логические связи с помощью знаков в схеме;	0	1
	- определяет логические связи между предметами и/или явлениями, обозначает данные логические связи с помощью знаков в схеме с помощью	1	

	наставника; - определяет логические связи между предметами и/или явлениями, обозначает данные логические связи с помощью знаков в схеме самостоятельно	2	
	- не переводит сложную по составу информацию из графического или символьного представления в текстовое, и наоборот; - переводит сложную по составу информацию из графического или символьного представления в текстовое, и наоборот с помощью наставника; - переводит сложную по составу информацию из графического или символьного представления в текстовое, и наоборот самостоятельно	0 1 2	1
	- не осуществляет взаимодействие с электронными поисковыми системами, словарями; - осуществляет взаимодействие с электронными поисковыми системами, словарями с помощью наставника; - осуществляет взаимодействие с электронными поисковыми системами, словарями самостоятельно	0 1 2	2
	- не формирует множественную выборку из поисковых источников для объективизации результатов поиска; - формирует множественную выборку из поисковых источников для объективизации результатов поиска с помощью наставника; - формирует множественную выборку из поисковых источников для объективизации результатов поиска самостоятельно	0 1 2	2
2.4. Выполнение плана работы над индивидуальным учебным проектом.	- не оценивает свою деятельность, аргументируя причины достижения или отсутствия планируемого результата; - оценивает свою деятельность, аргументируя причины достижения или отсутствия планируемого результата	0 1	1
	- работает по своему плану, вносит коррективы в текущую деятельность на основе анализа изменений ситуации для получения запланированных характеристик продукта/результата с помощью наставника; - работает по своему плану, вносит коррективы в текущую деятельность на основе анализа изменений ситуации для получения запланированных характеристик продукта/результата самостоятельно	1 2	2
	- сверяет свои действия с целью и, при необходимости, исправляет ошибки с помощью наставника - сверяет свои действия с целью и, при необходимости, исправляет ошибки самостоятельно	1 2	2

Обучающийся осуществляет взаимодействие с электронными поисковыми системами, формирует множественную выборку из поисковых источников самостоятельно; определяет логические связи между предметами с помощью наставника; переводит сложную по составу информацию из символического представления в текстовое с помощью наставника; работает по своему плану, вносит коррективы в текущую деятельность на основе анализа изменений ситуации для получения запланированных характеристик результата и сверяет свои действия с целью и, при необходимости, исправляет ошибки самостоятельно (см. табл. 9).

На последнем этапе оценивались умения представления проекта.

Таблица 10. Оценочный лист обучающегося. Защита проекта

Этапы	Критерии	Балл	Оценка
3. Защита проекта			
3.1. Подготовка презентационных материалов	- не излагает полученную информацию в контексте решаемой задачи;	0	1
	- излагает полученную информацию, интерпретируя ее в контексте решаемой задачи	1	
3.2. Презентация проекта	- не излагает полученную информацию, интерпретируя ее в контексте решаемой задачи;	0	1
	- излагает полученную информацию, интерпретируя ее в контексте решаемой задачи	1	
	- не умеет строить рассуждение от общих закономерностей к частным явлениям и от частных явлений к общим закономерностям;	0	0
	- умеет строить рассуждение от общих закономерностей к частным явлениям и от частных явлений к общим закономерностям	1	
	- не объясняет явления, процессы, связи и отношения, выявляемые в ходе познавательной и исследовательской деятельности;	0	1
	- объясняет явления, процессы, связи и отношения, выявляемые в ходе познавательной и исследовательской деятельности (приводит объяснение с изменением формы представления; объясняет, детализируя или обобщая; объясняет с заданной точки зрения)	1	
- не определяет задачу коммуникации и в соответствии с ней отбирать речевые средства;	0	0	
- определяет задачу коммуникации и в соответствии с ней отбирать речевые средства.	1		
- не соблюдает нормы публичной речи, регламент в монологе и дискуссии в соответствии с комму-	0	1	

<p>никативной задачей; - соблюдает нормы публичной речи, регламент в монологе и дискуссии в соответствии с коммуникативной задачей</p>	1	
<p>- не использует вербальные средства (средства логической связи) для выделения смысловых блоков своего выступления; - использует вербальные средства (средства логической связи) для выделения смысловых</p>	0 1	1
<p>- не использует невербальные средства или наглядные материалы, подготовленные/отобранные под руководством наставника; - использует невербальные средства или наглядные материалы, подготовленные/отобранные под руководством наставника</p>	0 1	1
<p>- не делает оценочный вывод о достижении цели коммуникации непосредственно после завершения коммуникативного контакта и обосновывает его - делает оценочный вывод о достижении цели коммуникации непосредственно после завершения коммуникативного контакта и обосновывает его</p>	0 1	1
<p>- не умеет корректно и аргументировано отстаивать свою точку зрения, в дискуссии не умеет выдвигать контраргументы, не перефразирует свою мысль; - умеет корректно и аргументировано отстаивать свою точку зрения, в дискуссии умеет выдвигать контраргументы, перефразирует свою мысль</p>	0 1	1
<p>- не выбирает адекватную информационную модель для передачи своих мыслей средствами естественных и формальных языков в соответствии с условиями коммуникации; - выбирает, строит и использует адекватную информационную модель для передачи своих мыслей средствами естественных и формальных языков в соответствии с условиями коммуникации</p>	0 1	1
<p>- использует информацию без учета этических и правовых норм; - использует информацию с учетом этических и правовых норм</p>	0 1	1

На защите проекта ученица изложила полученную информацию, интерпретируя ее в контексте решаемых задач; объяснила связь между НОК и НОД выявляемые в ходе исследовательской деятельности; соблюдала регламент 5-7 минут на выступление; но тем не менее слегка запуталась в формулировке алгоритма нахождения количество плиток $a \times b$ в прямо-

угольнике $m \times n$ и справилась с этим с помощью наставника; сделала оценочный вывод о достижении цели (табл. 10).

Заключение

В данной работе исследовали задачу о покрытии заданного прямоугольника со сторонами $m \times n$ маленькими плитками размером 2×3 . В ходе вычислительного эксперимента была установлена связь между количеством плитками 2×3 и размерами прямоугольника $m \times n$ используя НОК и НОД, выявили закономерность между количеством плиток размером 2×3 и сторонами прямоугольника $m \times n$ используя НОК и НОД. А именно НОК (m, n) и количество плиток по рисунку совпадает в том случае, когда одна из сторон в прямоугольнике кратна 3.

Проведя исследование, можно сказать, что новый способ формирует у обучающихся вычислительные умения и навыки, расширяет кругозор и любознательность у них, также обучающиеся лучше умеют выявлять закономерности, свойства и использовать факты на практике.

Таблица 11. Оценочный лист обучающегося. Оценивание проекта

Этапы	Критерии	Балл	Оценка
4. Оценивание проекта			
4.2. Оценка качества выполнения проекта	- не делает оценочного вывода о цели коммуникации непосредственно после завершения коммуникативного контакта и не обосновывает его;	0	1
	- делает оценочный вывод о достижении цели коммуникации непосредственно после завершения коммуникативного контакта и обосновывает его	1	

Непосредственно после завершения своего выступления; в дискуссии сумела корректно и аргументировано отстаивать свою точку зрения, выдвигала контраргументы, перефразировала свои мысли (табл. 11).

На защите ее работу выделили как лучшую и в итоге по оценочному листу обучающегося получила 34 балла (87%). Это повышенный уровень усвоения проектных умений, тем самым подтверждается гипотеза о том, что продуманная организация работы над исследовательскими проектами, предложенная тематика проектной деятельности, способствует тому, что

формирование проектных умений школьников при работе над исследовательскими проектами более эффективна.

Выводы по второй главе

1. Рассмотрение разнообразной тематики проектов в совокупности с их целью и задачами позволило выявить требования к темам и способы преодоления ошибок, связанных с формулировкой темы исследования.

2. На примере ряда проектов раскрыты содержание и организация работы над такими этапами как: определение темы, объекта и предмета исследования, формулировка цели, задач и гипотезы исследования, определение методов исследования, сбор научных фактов и обсуждение полученных результатов.

3. На основе материалов регионального центра оценки качества и информатизации образования разработан оценочный лист обучающегося и показано применение его для диагностики проектных умений у обучающегося при выполнении проекта «Свойства НОД И НОК в задачах о покрытии прямоугольника платками маленьких размеров».

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Метод проектов – один из методов в обучении детей, стимулирующий интерес обучающихся к проблеме. В методологическом аспекте метода проектов важен деятельностный подход; потребность в самоактуализации, самореализации личности.

В данной работе теоретически обоснована и экспериментально проверена методика организации исследовательских проектов по математике с обучающимися, подготовлены диагностические материалы для оценки сформированности проектных умений, разработана тематика проектной деятельности и представлены образцы исследовательских проектов, способствующих формированию проектных умений школьников.

Для достижения цели и гипотезы исследования были решены следующие задачи: изучили учебно-методическую литературу по теме проектная деятельность, выявили перечень проектных умений, изучили связь проектных умений с УУД, продумали организацию работы над исследовательскими проектами, разработали диагностические материалы для оценки сформированности проектных умений, разработали тематику проектной деятельности и представили образцы проектов.

Таким образом, задачи решены в полном объеме, цель квалификационной работы достигнута, гипотеза обоснована.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федеральный закон от 29.12.2016 года № 273-ФЗ (ред. от 03.07.2016, с изм. и доп., вступ. в силу с 01.01.2017) «Об образовании в Российской Федерации» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/, свободный.
2. Асмолов, А. Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий [Текст]/ А. Г. Асмолов и [и др.]. – М.: Просвещение, 2010. – 159 с.
3. Ахраменко Е. В. Проектная методика [Электронный ресурс]/ Е. В. Ахраменко// Молодой ученый. — 2017. — №46. С. 274-276. — Режим доступа: <https://moluch.ru/archive/180/46562/>, свободный.
4. Балаклеец В. В. Использование проектного метода на уроках математики при обучении школьников [Электронный ресурс]/ В. В. Балаклеец// Молодой ученый. — 2017. — №4. — С. 357-359. – Режим доступа: <https://moluch.ru/archive/138/38631/>, свободный.
5. Большакова А. А. Проектная деятельность в условиях реализации ФГОС [Электронный ресурс]/ А. А. Большакова// Проектная и исследовательская деятельность в условиях реализации ФГОС: сборник материалов конференции / Агентство образоват. инициатив, приклад. исслед. и консалтинга «Перспективы»; [сост., отв. ред.: Осколкова Н. В.]. – Северодвинск, 2016. – С. 4-6. – Режим доступа: http://perspektivs.ru/assets/images/27.03/Projektnaya_i_issledovatel'skaya_deyatelnost.pdf, свободный.
6. Бояринова С. С. Проектная деятельность как средство формирования нравственных ценностей школьников [Электронный ресурс]/ С. С. Бояринова// Молодой ученый. — 2017. — №15. — С. 552-554. – Режим доступа: <https://moluch.ru/archive/149/42221/>, свободный.
7. Гусев В. А. Система исследовательских умений учащихся при решении школьных геометрических задач как основа функционирования

ЕГЭ [Электронный ресурс]/ В. А. Гусев// Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Общая топология. Проблемы математического образования: Тез. докл. IV Междунар. конф., посв. 90-летию со дня рождения члена-корр. РАН, академика Европейской академии наук Л. Д. Кудрявцева. – М.: РУДН, 2013. – С. 518-522. – Режим доступа: <https://istina.msu.ru/conferences/114743157/>, свободный.

8. Далингер В. А., Толпекина Н. В. Организация и содержание поисково-исследовательской деятельности учащихся по математике [Электронный ресурс]/ В. А. Далингер// Электронный научный журнал «Вестник Омского государственного педагогического университета» – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2014. – С. 153-160. – Режим доступа: <http://www.omsk.edu/article/vestnik-omgpu-195.pdf>, свободный.

9. Дубинин А. А. Метод учебного проекта в условиях ФГОС [Электронный ресурс]/ А. А. Дубинин// Проектная и исследовательская деятельность в условиях реализации ФГОС: сборник материалов конференции / Агентство образоват. инициатив, приклад. исслед. и консалтинга «Перспективы». – Северодвинск, 2016 – С. 52-56. – Режим доступа: https://perspektivs.ru/assets/images/27.03/Projektная_i_issledovatel'skaya_deyatelnost.pdf, свободный.

10. Заграничная Н. А. Основы проектной и исследовательской деятельности. Часть 1: учебное пособие [Текст]/ Н. А. Заграничная, Н. В. Маркелова/ учебное пособие – М.: ИНФРА-М, 2012. – 56 с.

11. Калачихина О. Д. Распространенные ошибки при выполнении учащимися исследовательских работ [Текст]/ О. Д. Калачихина // Исследовательская работа школьников: науч.-метод. и информ. -публицист. журн. – М., 2004. – № 2. – С. 77–82.

12. Козлова В. В. Фундаментальное ядро содержания общего образования [Тест]/ Под ред. В. В. Козлова, А. М. Кондакова. – М.: Просвещение, 2011. – 79 с.

13. Косолапова И. В., Скорнякова А. Ю. Проектная и исследовательская деятельность учащихся средней школы в области математических знаний [Электронный ресурс]/ И. В. Косолапова, А. Ю. Скорнякова// Вопросы математики, ее истории и методики преподавания в учебно-исследовательских работах: матер. всерос. науч.-практ. конф. студентов матем. фак-тов, Перм. гос. гуманитар. -пед. ун-т. – Пермь, 2018. – Вып. 11. – С. 25-27. – Режим доступа: http://pspu.ru/upload/pages/32880/Voprosy_matematiki_2018.pdf, свободный.

14. Краснова В. В. Проектная деятельность в реализации ФГОС ООО [Электронный ресурс]/ В. В. Краснова// Юный ученый. — 2016. — №6.1. — С. 31-33. – Режим доступа: <http://yun.moluch.ru/archive/9/635/>, свободный.

15. Лазарев Т. В. Образовательные технологии новых стандартов [Электронный ресурс]/ Т. В. Лазарев/ Ч. 3: Социальное проектирование в школе: воспитание личности, полноценная внеурочная деятельность, формирование ключевых компетентностей: настольная книга современного педагога. – Петрозаводск: Verso, 2012. – 153 с. – Режим доступа: <https://search.rsl.ru/ru/record/01005491814>, свободный.

16. Медведев П. А. Организация проектной деятельности старшеклассников [Электронный ресурс]/ П. А. Медведев// Проектная и исследовательская деятельность в условиях реализации ФГОС: сборник материалов конференции / Агентство образоват. инициатив, приклад. исслед. и консалтинга «Перспективы»; [сост., отв. ред.: Осолкова Н. В.]. – Северодвинск, 2016. – С. 26-30. – Режим доступа: http://perspektivs.ru/assets/images/27.03/Projektnaya_i_issledovatel'skaya_deyatelnost.pdf, свободный.

17. Нагибин Н. И., Плеханова Л. А. Методические рекомендации по разработке исследовательских проектов педагогов [Электронный ресурс]/ Н. И. Нагибин, Л. А. Плеханова/ Методическое пособие преподавателям различных образовательных областей. – Салехард, 2015. – 15 с. –

Режим

доступа:

http://gmnndm.my1.ru/EGE/document/document/metod_rekomendacii_po_issledov_riro.pdf, свободный.

18. Новоселова Н. Н. Опыт использования интерактивных математических сред в России и за рубежом [Электронный ресурс]/ Н. Н. Новоселова// Ярославский педагогический вестник. Теория и методика обучения и воспитания. – Ярославль, 2017 – № 4. – 62-65. – Режим доступа: http://vestnik.yspu.org/releases/2017_4/14.pdf, свободный.

19. Огурцов С. В. Методическое пособие по обработке результатов и оформлению курсовых и дипломных работ [Электронный ресурс]/ С. В. Огурцов/ – М.: Просвещение, 2014. – 28 с. – Режим доступа: http://ashipunov.info/shipunov/school/books/ogurtsov2004_metod_posob_obrab_rez.pdf, свободный.

20. Ошергина Н. В., Горев П. М. Исследовательская деятельность при обучении математике учащихся средней школы [Электронный ресурс]/ Н. В. Ошергина// Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2016. – С. 96–100. – Режим доступа: <http://ekoncept.ru/2016/46167.htm>, свободный.

21. Позняк Т. А., Рыманова Т. Е. Воспитание и развитие учащихся при обучении математике [Электронный ресурс]/ Т. А. Позняк, Т. Е. Рыманова// Вестник Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина. Серия «Педагогика» (История и теория математического образования), Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина. – Елец, 2011. – Вып. 28. – С. 30-36. – Режим доступа: <http://kniga.seluk.ru/k-iskusstvovedenie/816476-1-vestnik-eleckogo-gosudarstvennogo-universiteta-vipusk-seriya-pedagogika-istoriya-teoriya-matematicheskogo-obrazova.php>, свободный.

22. Романовская М. Б. Метод проектов в образовательном процессе (методическое пособие) [Электронный ресурс]/ М. Б. Романовская/ – М.: Центр Пед. поиск, 2016. – 160 с. – Режим доступа: <https://search.rsl.ru/ru/record/01002956214>, свободный.

23. Сабирова Э. Г. Проектная деятельность по математике в школе [Электронный ресурс] / Э. Г. Сабирова/ Краткий конспект курса, Казань, 2015. – 10 с. – Режим доступа: https://kpfu.ru/staff_files/F885934145/Kratkij_konspekt_kursa.pdf, свободный.
24. Саввина О. А. У истоков преподавания математики [Электронный ресурс]/ О. А. Саввина// Alma mater. Вестник высшей школы, Ростов-на-Дону, 2012, Вып. №10. – С.51-55. – Режим доступа: <https://almavest.ru/ru/archive/811/2316>, свободный.
25. Сгибнев А. И. Исследовательские задачи для начинающих [Текст]/ А. И. Сгибнев. — 2-е изд. М.: МЦНМО, 2015 — 136 с.
26. Уткина Т. В, Бегашева И. С. Проектная и исследовательская деятельность: сравнительный анализ [Электронный ресурс]/ Т. В. Уткина, И. С. Бегашева. – Челябинск: ЧИППКРО, 2018. – 60 с. – Режим доступа: <https://ipk74.ru/upload/iblock/2c4/2c4f99d0d0cfc552bac19339d76489dd.pdf>, свободный.
27. Уткина Т. В., Низдиминова Е. А. Достижение метапредметных результатов через учебно-исследовательскую и проектную деятельность учащихся: учебное пособие [Электронный ресурс]/ Т. В. Уткина, Е. А. Низдиминова. – Челябинск: ЧИППКРО, 2014. – 192 с. – Режим доступа: <https://ipk74.ru/upload/iblock/995/995f9fbf3ef660c9810b7d43656d0dc1.pdf>, свободный.
28. Хмарская Я. А., Суханова Н. В. Формирование исследовательских умений, обучающихся с особыми образовательными потребностями [Электронный ресурс]/ Я. А. Хмарская, Н. В. Суханова// Международный студенческий научный вестник. Студенческий международный форум-2018. – М.: ООО «Информационно-технический отдел Академии Естествознания», 2018. – С. 15-19. – Режим доступа: <https://scienceforum.ru/2018/article/2018005590>, свободный.

29. Шабанова М. В., Овчинникова Р. П. Экспериментальная математика в школе [Электронный ресурс]/ М. В. Шабанова, Р. П. Овчинникова и др./ Исследовательское обучение: коллективная монография. – М.: Издательский дом Академии Естествознания, 2016. –300с. – Режим доступа: http://www.mathedu.ru/lib/books/yastrebov_issledovatel'skoe_obuchenie_matematike_v_shkole_2018/#158, свободный.

30. Якушева Ю. Ш. Проблемы организации работы школьников над исследовательскими проектами по математике [Электронный ресурс]// Вопросы математики, ее истории и методики преподавания в учебно-исследовательских работах: матер. всерос. науч.-практ. конф. студентов матем. фак-тов / ред. кол.: И.В. Косолапова; А.Ю. Скорнякова, под общ. ред. А.Ю. Скорняковой; Перм. гос. гуманит.-пед. ун-т. – Пермь, 2018. – С. 41-42. – Режим доступа: http://pspu.ru/upload/pages/32880/Voprosy_matematiki_2018.pdf, свободный.

31. Якушева Ю. Ш. Проектная деятельность на уроке математики с обучающимися 6 класса [Текст]/ Ю. Ш. Якушева// Модернизация системы профессионального образования, на основе регулируемого эволюционирования: материалы XVII Межд. научно-практ. конф. / Межд. академия наук пед. образования; Челяб. институт перепод. и пов. квал. работ. образ.; отв. ред. Д. Ф. Ильясов. – М.; Челябинск: ЧИППКРО, 2018. – С. 392-395.

32. Ястребов А. В. Обучение математике в вузе как модель научных исследований [Электронный ресурс]/ А. В. Ястребов. –Ярославль: РИО ЯГПУ, 2017. –306 с. – Режим доступа: http://www.mathedu.ru/lib/books/yastrebov_obuchenie_matematike_v_vuze_kak_model_2017/, свободный.

33. Ястребов А. В. Исследовательское обучение математике в школе [Электронный ресурс]/ А. В. Ястребов. – Ярославль: РИО ЯГПУ, 2018. – 158 с. – Режим доступа:

http://www.mathedu.ru/lib/books/yastrebov_issledovatel'skoe_obuchenie_matematike_v_shkole_2018/, свободный.

34. Ястребов А. В., Корикина Т. М. Методика преподавания математики: теоремы и справочные материалы: учебное пособие для академического бакалавриата [Электронный ресурс]/ А. В. Ястребов., Т. М. Корикина. – М.: Издательство Юрайт, 2017. –173 с. – Режим доступа: <https://static.my-shop.ru/product/pdf/269/2683967.pdf>, свободный.

35. Ястребов А. В. Методика преподавания математики: задачи: учебное пособие для академического бакалавриата [Электронный ресурс]/ А. В. Ястребов. – М.: Издательство Юрайт, 2017. –150 с. – Режим доступа: https://urait.ru/uploads/pdf_review/6004C3D1-0F9C-47D7-9434-EFC92DBE0FAD.pdf, свободный.

36. Википедия – свободная энциклопедия [Электронный ресурс]: Парадокс спящей красавицы. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Парадокс_спящей_красавицы, свободный.

37. Википедия – свободная энциклопедия [Электронный ресурс]: Субъективное восприятие теории вероятностей. Парадокс галстуков. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Парадокс_пари, свободный.

38. Википедия – свободная энциклопедия [Электронный ресурс]: Нетранзитивные кости. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Нетранзитивные_кости, свободный.

39. «Обучонок». Обучающие программы и исследовательские работы обучающихся [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://obuchonok.ru/node/431>, свободный.

40. Официальный сайт Регионального центра оценки качества и информатизации образования [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://rcokio.ru/nauchno-metodicheskaja-deyatelnost-1/>, свободный.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приложение 1

Объем исследовательской или проектной работы не должен превышать 20-25 страниц печатного текста (без приложений), доклада – 1-5 страниц.

При написании и печати следует соблюдать следующие правила:

— размер полей:

левое — 3 см,

правое — 1 см,

верхнее — 2 см,

нижнее — 2,5 см;

— нумерация страниц — по центру вверху страницы

— текст печатается через 1,5 интервала;

— абзац — 1,25см;

— Размер шрифта — 14 пт;

— Шрифт – Times New Roman;

Все страницы нумеруются, начиная с титульного листа; цифру номера страницы ставят вверху по центру страницы; на титульном листе номер страницы не ставится. Каждый новый раздел (введение, главы, заключение, список литературы, приложения) начинается с новой страницы. Заголовок располагается посередине строки, точку в конце заголовка не ставят.

Титульный лист является первой страницей научной работы и заполняется по определенным правилам. Они предполагают указание автора работы, название темы работы, фамилии, имени, отчества и должности, научной степени и звания научного руководителя, город и год написания работы.

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
«Гимназия № 76 г. Челябинска» (филиал)

Исследовательская работа
Комбинаторика и ее практическое применение

Выполнила:

Молоканцева Елена,
Ученица 7 «В» класса

Руководитель:

Якушева Юлия Шамильевна,
учитель математики

г. Челябинск

2019

Оглавление следует за титульным листом. Оно включает в себя указание на основные элементы работы: введение, главы, параграфы, заключение, список литературы, приложения.

Введение представляет собой наиболее ответственную часть научной работы, так как содержит в сжатой форме все основные, фундаментальные положения, обоснованию и проверке которых посвящено исследование. Введение должно включать в себя: формулировку темы; актуальность исследования; проблему исследования; объект, предмет; цель, задачи; гипотезы; методы исследования.

Объем Введения по отношению ко всей работе небольшой и обычно составляет 1-1,5 страницы.

Основная (содержательная) часть работы может содержать 2-3 главы. Глава 1 обычно содержит итоги анализа специальной литературы, теоретическое обоснование темы исследования; главы 2-3 описывают практические этапы работы, интерпретацию данных, выявление определенных закономерностей в изучаемых явлениях в ходе эксперимента. Каждая глава завершается выводами. При их составлении необходимо учитывать следующие правила:

- выводы должны являться следствием данного исследования и не требовать дополнительных измерений;
- выводы должны соответствовать поставленным задачам;
- выводы должны формулироваться лаконично, не иметь большого количества цифрового материала;
- выводы не должны содержать общеизвестных истин, не требующих доказательств.

Объем основной части составляет 7-8 страниц.

Заключение – неотъемлемая часть работы. Основное требование к заключению: оно не должно дословно повторять выводы по главам. В заключении формулируются наиболее общие выводы по результатам исследования и предлагаются рекомендации. Отмечается степень достижения цели, обозначаются перспективы дальнейших исследований.

Объем заключения обычно составляет не больше 1-2 страниц.

После заключения принято помещать **список литературы**, который может включать самые разные их виды. При оформлении списка источников сначала перечисляется литература (автор, название книги, город, издательство, год, количество страниц), а затем другие источники. Список выстраивается и нумеруется по алфавиту фамилий авторов. Количество источников в списке литературе неограниченно, но не менее 3-5 книг должно быть.

Пример.

Сгибнев А.И. Исследовательские задачи для начинающих[текст]/ М.: МЦНМО, 2015. - 136 с.

Основные требования при оформлении **приложений** можно сформулировать так:

- размещаются после библиографического списка;
- в оглавлении приложение оформляется в виде самостоятельной рубрики, со сквозной нумерацией страниц всего текста;
- каждое приложение оформляется на отдельном листе и должно иметь заголовок в правом верхнем углу.

Кроме общих правил оформления исследовательских проектов есть правила оформления и для презентаций.

Общие требования:

1. На слайдах должны быть только тезисы, ключевые фразы и графическая информация (рисунки, графики и т. п.) – они сопровождают подробное изложение мыслей докладчика, но не наоборот.
2. Количество слайдов должно быть не более 10.
3. Не стоит заполнять слайд большим количеством информации. Наиболее важную информацию желательно помещать в центр слайда.
4. По желанию можно раздать слушателям бумажные копии презентации.

Примерный порядок слайдов:

- 1 **слайд** – Титульный (организация, название работы, автор, руководитель, рецензент, дата).
- 2 **слайд** – Цели и задачи работы.
- 3 **n слайд** – Основная часть.
- 4 **n+1 слайд** – Заключение (выводы).
- 5 **n+2 слайд** – Список основных использованных источников.

Правила шрифтового оформления:

1. Рекомендуется использовать шрифты с засечками (**Georgia, Palatino, Times New Roman**).
2. Размер шрифта: 24-54 пт (заголовки), 18-36 пт (обычный текст).
3. Курсив, подчеркивание, жирный шрифт, прописные буквы используются для смыслового выделения ключевой информации и заголовков.
4. Не рекомендуется использовать более 2-3 типов шрифта.
5. Основной текст должен быть отформатирован по левому краю, на схемах – по центру.

Правила выбора цветовой гаммы:

1. Цветовая гамма должна состоять не более чем из 2 цветов и быть выдержана во всей презентации. Цель – читаемость презентации.
2. Желателен одноцветный фон неярких пастельных тонов (светло-зеленый, светло-синий, бежевый, светло-оранжевый и светло-желтый).
3. Цвет шрифта черный (текст должен хорошо читаться, белый текст на темном фоне читается плохо).
4. Оформление презентации не должно отвлекать внимания от ее содержания.

Графическая информация:

1. Рисунки, фотографии, диаграммы должны быть наглядными и нести смысловую нагрузку, сопровождаться названиями.
2. Размер одного графического объекта – не более 1/2 размера слайда.
3. Соотношение текст-картинки – 2:3 (текста меньше, чем картинок).
4. Картинка не должна быть фоном слайда.

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
«Гимназия № 76 г. Челябинска» (филиал)

Исследовательская работа
Свойства НОД и НОК в задачах о покрытии прямо-
угольника плитками маленьких размеров

Автор:

Хорошевская Вероника, 7 «Б»

Руководитель:

Якушева Юлия Шамильевна,
учитель математики

г. Челябинск

2019

Паспорт проекта:

Тема проекта	Свойства НОД и НОК в задачах о покрытии прямоугольника плитками маленьких размеров
Тип проекта	Исследовательский
Автор проекта	Хорошевская Вероника
Руководитель проекта	Якушева Юлия Шамильевна, учитель математики
Учебный предмет, в рамках которого проводится работа по проекту	Математика
Учебные дисциплины, близкие к теме проекта	Экономика
Цель проекта	Исследовать задачу о покрытии заданного прямоугольника со сторонами $m \times n$ маленькими плитками размером 2×3
Задачи проекта	<ol style="list-style-type: none">1) Изучить тему НОК и НОД чисел2) Провести вычислительные эксперименты для установления связи между количеством плитками 2×3 и размерами прямоугольника $m \times n$ используя НОК и НОД3) Выявить закономерность между количеством плиток размером 2×3 и сторонами прямоугольника $m \times n$ используя НОК и НОД
Актуальность проекта (значимость на уровне школы, социума)	
Проектный продукт	Исследовательская работа

Актуальность проекта (значимость на уровне школы, социума)

Составляющие	значимость на уровне школы	значимость на уровне социума
Предметная	<ul style="list-style-type: none"> - формирование вычислительных умений и навыков; - позволяет находить красивые способы решения нестандартных текстовых задач. 	<ul style="list-style-type: none"> - умеет выявлять закономерности, свойства, использовать факты.
Практическая	<ul style="list-style-type: none"> - развивает любознательность обучающихся, расширяет их кругозор; - создает предпосылки для воспитания разносторонней творческой личности. 	<ul style="list-style-type: none"> - позволяет экономить время в сфере продажи; - навыки нахождения оптимальных решений при работе с реальными объектами.

Проблема: используя НОК и НОД получится ли выявить закономерность между количеством плиток размером 2×3 и сторонами прямоугольника $m \times n$? Если $2 < n < 20, m = n - 1$. Рассмотреть все случаи и «увидеть» закономерность.

Противоречие: есть свойства НОД и НОК, но это недостаточно для решения нашей проблемы. Поэтому необходимо выявить самим закономерность.

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. Получение новых закономерностей используя свойства НОД и НОК.....	5
1.1. Краткая информация о нахождении НОД и НОК двух чисел.....	5
1.2. Вычислительный эксперимент используя свойства НОД и НОК.....	6
Глава 2. Применение новых фактов в решении математических задач.....	12
Заключение.....	15
Список литературы.....	16

ГЛАВА 1. ПОЛУЧЕНИЕ НОВЫХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ИСПОЛЬЗУЯ СВОЙСТВА НОК И НОД

1.1. Краткая информация о нахождении НОК и НОД двух чисел

Родоначальником наименьшего общего кратного был Евклид (3 в. до н.э.) В своей книге «Начала» он впервые вводит это понятие.

Наименьшим общим кратным (НОК) двух и более натуральных чисел называется наименьшее натуральное число, которое само делится нацело на каждое из этих чисел.

Данный способ обычно применяется для небольших чисел.

Выписываем в строчку кратные для каждого из чисел, пока не найдётся одинаковое кратное для обоих чисел.

Кратное числа a обозначим большой буквой «К».

$$K(m) = \{..., \dots\}$$

Пример. Найти НОК 6 и 8.

$$K(6) = \{6, 12, 18, 24, 30, \dots\}$$

$$K(8) = \{8, 16, 24, 32, \dots\}$$

$$\text{НОК}(6, 8) = 24$$

Рассмотрим способ нахождения НОД. Наибольший общий делитель может быть найден по разложениям чисел на простые множители. Сформулируем правило: НОД двух целых положительных чисел m и n равен произведению всех общих простых множителей, находящихся в разложениях чисел a и b на простые множители.

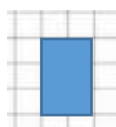
Приведем пример для пояснения правила нахождения НОД. Пусть нам известны разложения чисел 220 и 600 на простые множители, они имеют вид $220=2\cdot 2\cdot 5\cdot 11$ и $600=2\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 5\cdot 5$. Общими простыми множителями, участвующими в разложении чисел 220 и 600, являются 2, 2 и 5. Следовательно, $\text{НОД}(220, 600) = 2\cdot 2\cdot 5=20$.

1.2. Вычислительный эксперимент используя свойства НОК и НОД

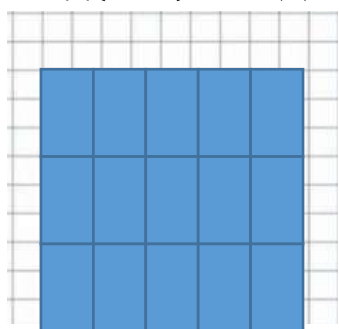
Используя НОК и НОД выявим закономерность между количеством плиток размером 2×3 и сторонами прямоугольника $m \times n$.

Если $2 < n < 20, m = n - 1$. Рассмотрим все случаи.

- 1) Возьмем прямоугольник со сторонами 2×3 . В этот прямоугольник необходимо поместить плитку размером 2×3 . Очевидно, что поместится одна плитка.



- 2) Рассмотрим другой прямоугольник со сторонами 10×9 . И поместим в него плитки размером 2×3 . Для начала найдем НОД чисел 10 и 9. $\text{НОД}(10,9) = 1$. Далее площади плитки. $S = 2 \cdot 3 = 6$. Теперь найдем НОК

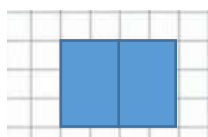


чисел 10 и 9. $\text{НОК}(10,9) = 90$. С помощью площади и НОК узнаем сколько можно уложить плиток в прямоугольник 10×9 . $90 : 6 = 15$. Проверим действительно ли это так. Начертим прямоугольник со сторонами 10×9 и в нем отметим плитки размером 2×3 .

Поместилось 15 плиток 2×3 в прямоугольнике 10×9 .

Аналогично находим количество плиток с другими парами чисел.

- 3) Рассмотрим прямоугольник со сторонами 4×3 . И поместим в него плитки размером 2×3 .

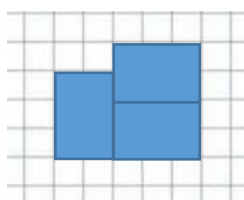


$$\text{НОД}(4,3) = 1$$

$$\text{НОК}(4,3) = 12$$

$$12 : 6 = 2$$

Начертим прямоугольник со сторонами 4×3 и в нем отметим плитки размером 2×3 . Поместилось 2 плитки 2×3 в прямоугольнике 4×3 .



- 4) Рассмотрим прямоугольник со сторонами 5×4 .

И поместим в него плитки размером 2×3 .

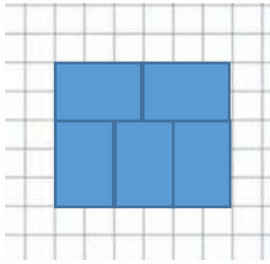
$$\text{НОД}(5,4) = 1$$

$$\text{НОК}(5,4) = 20$$

$$20 : 6 = 3,3$$

Начертим прямоугольник со сторонами 5×4 и в нем отметим плитки размером 2×3 . Поместились 3 плитки 2×3 в прямоугольнике 5×4 .

5) Рассмотрим прямоугольник со сторонами 6×5 . И поместим в него плитки размером 2×3 .



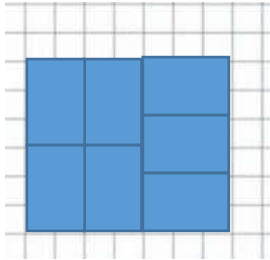
$$\text{НОД}(6,5) = 1$$

$$\text{НОК}(6,5) = 30$$

$$30 : 6 = 5$$

Начертим прямоугольник со сторонами 4×3 и в нем отметим плитки размером 2×3 . Поместилось 5 плиток 2×3 в прямоугольнике 6×5 .

6) Рассмотрим прямоугольник со сторонами 7×6 . И поместим в него плитки размером 2×3 .



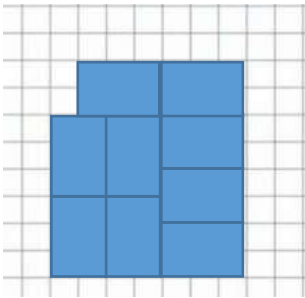
$$\text{НОД}(7,6) = 1$$

$$\text{НОК}(7,6) = 42$$

$$42 : 6 = 7$$

Начертим прямоугольник со сторонами 7×6 и в нем отметим плитки размером 2×3 .

Поместилось 7 плиток 2×3 в прямоугольнике 7×6 .



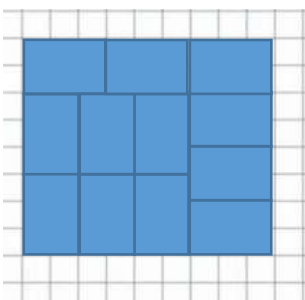
7) Рассмотрим прямоугольник со сторонами 8×7 . И поместим в него плитки размером 2×3 .

$$\text{НОД}(8,7) = 1$$

$$\text{НОК}(8,7) = 56$$

$$56 : 6 = 9,3 \approx 9$$

Начертим прямоугольник со сторонами 8×7 и в нем отметим плитки размером 2×3 . Поместилось 9 плиток 2×3 в прямоугольнике 8×7 .



8) Рассмотрим прямоугольник со сторонами 9×8 . И поместим в него плитки размером 2×3 .

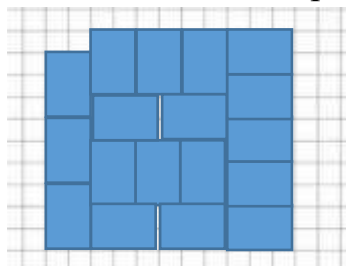
$$\text{НОД}(9,8) = 1$$

$$\text{НОК}(9,8) = 72$$

$$72 : 6 = 12$$

Начертим прямоугольник со сторонами 9×8 и в нем отметим плитки размером 2×3 . Поместилось 12 плиток 2×3 в прямоугольнике 9×8 .

9) Рассмотрим прямоугольник со сторонами 11×10 . И поместим в него плитки размером 2×3 .



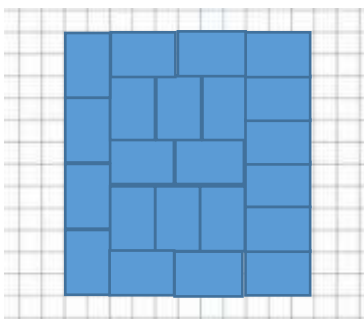
$$\text{НОД}(11,10) = 1$$

$$\text{НОК}(11,10) = 110$$

$$110 : 6 = 18,3 \approx 18$$

Начертим прямоугольник со сторонами 11×10 и в нем отметим плитки размером 2×3 . Поместилось 18 плиток 2×3 в прямоугольнике 11×10 .

10) Рассмотрим прямоугольник со сторонами 12×11 . И поместим в него плитки размером 2×3 .



$$\text{НОД}(12,11) = 1$$

$$\text{НОК}(12,11) = 132$$

$$132 : 6 = 22$$

Начертим прямоугольник со сторонами 12×11 и в нем отметим плитки размером 2×3 . Поместилось 22 плитки 2×3 в прямоугольнике 12×11 .

11) Рассмотрим прямоугольник со сторонами 13×12 . И поместим в него плитки размером 2×3 .

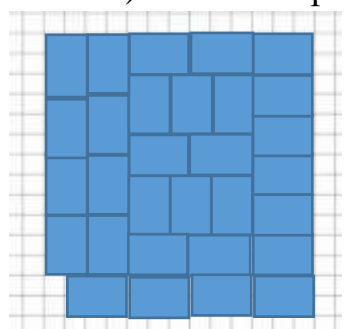
$$\text{НОД}(13,12) = 1$$

$$\text{НОК}(13,12) = 156$$

$$156 : 6 = 26$$

Начертим прямоугольник со сторонами 13×12 и в нем отметим плитки размером 2×3 . Поместилось 26 плиток 2×3 в прямоугольнике 13×12 .

12) Рассмотрим прямоугольник со сторонами 14×13 . И поместим в него плитки размером 2×3 .



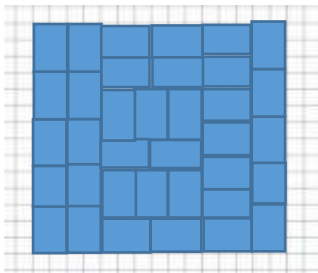
$$\text{НОД}(14,13) = 1$$

$$\text{НОК}(14,13) = 182$$

$$182 : 6 = 30,3 \approx 30$$

Начертим прямоугольник со сторонами 14×13 и в нем отметим плитки размером 2×3 . Поместилось 30 плиток 2×3 в прямоугольнике 14×13 .

13) Рассмотрим прямоугольник со сторонами 15×14 . И поместим в него плитки размером 2×3 .



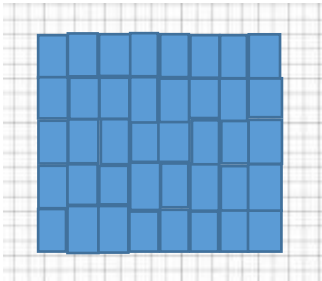
$$\text{НОД}(15,14) = 1$$

$$\text{НОК}(15,14) = 210$$

$$210 : 6 = 35$$

Начертим прямоугольник со сторонами 15×14 и в нем отметим плитки размером 2×3 . Поместилось 35 плиток 2×3 в прямоугольнике 15×14 .

14) Рассмотрим прямоугольник со сторонами 16×15 . И поместим в него плитки размером 2×3 .



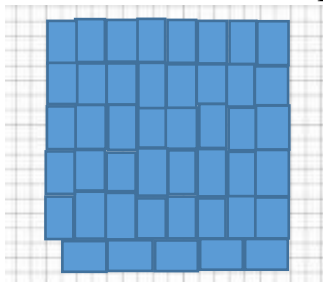
$$\text{НОД}(16,15) = 1$$

$$\text{НОК}(16,15) = 240$$

$$240 : 6 = 40$$

Начертим прямоугольник со сторонами 16×15 и в нем отметим плитки размером 2×3 . Поместилось 40 плиток 2×3 в прямоугольнике 16×15 .

15) Рассмотрим прямоугольник со сторонами 17×16 . И поместим в него плитки размером 2×3 .



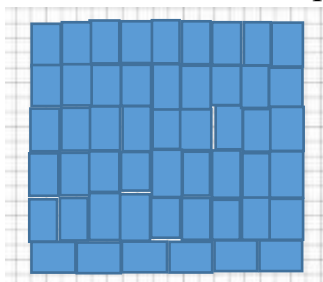
$$\text{НОД}(17,16) = 1$$

$$\text{НОК}(17,16) = 272$$

$$272 : 6 = 45,3 \approx 45$$

Начертим прямоугольник со сторонами 17×16 и в нем отметим плитки размером 2×3 . Поместилось 45 плиток 2×3 в прямоугольнике 17×16 .

16) Рассмотрим прямоугольник со сторонами 18×17 . И поместим в него плитки размером 2×3 .



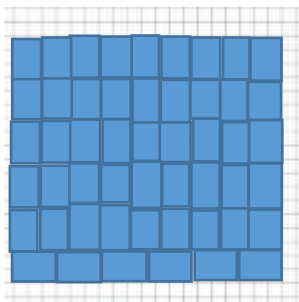
$$\text{НОД}(18,17) = 1$$

$$\text{НОК}(18,17) = 306$$

$$306 : 6 = 51$$

Начертим прямоугольник со сторонами 18×17 и в нем отметим плитки размером 2×3 . Поместилась 51 плитка 2×3 в прямоугольнике 18×17 .

17) Рассмотрим прямоугольник со сторонами 19x18. И поместим в него плитки размером 2x3.



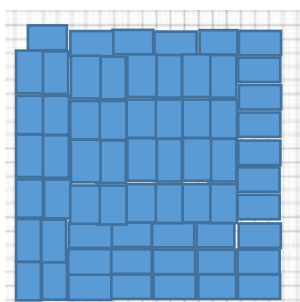
$$\text{НОД}(19,18) = 1$$

$$\text{НОК}(19,18) = 342$$

$$342:6 = 57$$

Начертим прямоугольник со сторонами 19x18 и в нем отметим плитки размером 2x3. Поместилось 57 плиток 2x3 в прямоугольнике 19x18.

18) Рассмотрим прямоугольник со сторонами 20x19. И поместим в него плитки размером 2x3.



$$\text{НОД}(20,19) = 1$$

$$\text{НОК}(20,19) = 380$$

$$380:6 = 63,3 \approx 63$$

Начертим прямоугольник со сторонами 20x19 и в нем отметим плитки размером 2x3. Поместилось 63 плитки 2x3 в прямоугольнике 20x19.

Все эти данные запишем в таблице.

Таблица 1. Количество плиток 2x3 в прямоугольнике mхn

	Пара чисел (m,n)	НОК (m,n)	Рисунок
1	(3,2)	1	1
2	(4,3)	2	2
3	(5,4)	3,3	3
4	(6,5)	5	5
5	(7,6)	7	7
6	(8,7)	9,3	9
7	(9,8)	12	12
8	(10,9)	15	15
9	(11,10)	18,3	18
10	(12,11)	22	22
11	(13,12)	26	26
12	(14,13)	30,3	30
13	(15,14)	35	35
14	(16,15)	40	40
15	(17,16)	45,3	45
16	(18,17)	51	51
17	(19,18)	57	57
18	(20,19)	63,3	63

Можно заметить по таблице, что НОК (m,n) и количество плиток по рисунку совпадает в том случае, когда одна из сторон в прямоугольнике кратно 3. А НОК (m, n), который получился не целым числом схож с количеством плиток на рисунке.

Алгоритм нахождения количество плиток $a \times b$ в прямоугольнике $m \times n$:

- 5) Убедиться, что $\text{НОД}(m,n) = 1$
- 6) Найти площадь одной плитки $S = a \cdot b$,
- 7) Найти НОК (m, n)
- 8) $\text{НОК}(m,n) : S$ – количество плиток в прямоугольнике $m \times n$.

ГЛАВА 2. ПРИМЕНЕНИЕ НОВЫХ ФАКТОВ В РЕШЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

В этой главе приводим несколько задач, решаемые с помощью новых фактов.

Задача 1. Лист картона имеет форму прямоугольника, длина которого 48 см., а ширина 35 см. Этот лист надо разрезать на равные прямоугольные плитки размером 12х7 см.

Какое наибольшее количество прямоугольных плиток можно получить из этого листа?

Решение:

Используем алгоритм нахождения количество плиток размером $a \times b$ см в прямоугольнике $m \times n$ см:

- 1) НОД (48,35) = 1
- 2) Найдем площадь одной плитки $S = 12 \cdot 7 = 84$,
- 3) НОК (48,35) = 1680
- 4) НОК (48,35): $S = 1680:84 = 20$ – количество плиток в прямоугольнике 48х35.

Ответ: 20 прямоугольных плиток.

Задача 2. Камин в комнате необходимо выложить отделочной плиткой в форме квадрата 39х39.

Сколько плиток понадобится для камина размером 385х156 см?

Решение:

- 1) НОД (385,156) = 1
- 2) $S = 39 \cdot 39 = 1521 \text{ см}^2$ – площадь одной плитки
- 3) НОК (385,156) = 60060
- 4) НОК (385,156): $S = 60060:1521 = 39,5 \approx 39$ – количество плиток в прямоугольнике 39х39.

Ответ: 39 квадратных плиток.

Задача 3. На садовом участке размером 27x50 м необходимо вырыть грядки размером 1x4 м.

Сколько грядок можно вырыть на этом участке?

Решение:

1) $\text{НОД}(27, 50) = 1$

2) $S = 1 \cdot 4 = 4$ – площадь одной грядки

3) $\text{НОК}(27, 50) = 1350$ – площадь садового участка

4) $\text{НОК}(27, 50): S = 1350:4 = 337,5 \approx 337$ – количество грядок

размером 1x4 можно вырыть в садовом участке размером 27x50.

Ответ: 337 грядок.

Задача 4. Требуется изготовить ящик с прямоугольным дном для укладки коробок размером 3x4 см.

Сколько таких коробок поместятся в ящик размером 15x16 см, чтобы уместить их в плотную?

Решение:

1) $\text{НОД}(15, 16) = 1$

2) $S = 3 \cdot 4 = 12$ – площадь одной коробки

3) $\text{НОК}(15, 16) = 240$ – площадь ящика

4) $\text{НОК}(15, 16): S = 240:12 = 20$ – количество коробок размером

3x4 поместится в ящик размером 15x16 см.

Ответ: 20 коробок.

Задача 5. Необходимо разместить 23 коробки размером 5x6 см в прямоугольный ящик. Известно, что ширина ящика кратно 5 и 3.

Какова должна быть наименьшая длина стороны прямоугольного дна ящика, чтобы уместить все коробки?

Решение:

1) Найдем площадь одной коробки: $S = 5 \cdot 6 = 30 \text{ см}^2$

2) С помощью площади и количество коробок сможем найти

$\text{НОК}(m, n)$:

$$\text{НОК}(m, n): S = 23 \Rightarrow \text{НОК}(m, n) = 23 \cdot S = 23 \cdot 30 = 690 \text{ см}$$

3) Число 690 разложим на простые множители:

$690 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 23$. Известно, что ширина ящика кратно 5 и 3. Значит, ящик может быть нескольких размеров: 1. 30x23 см, 2. 345x2 см и 3. 15x46 см. Но в условии задачи сказано, что размер коробки 5x6 см, значит длина прямоугольного дна равна 2 см.

Ответ: 2 см.

Задача 6. Лист картона имеет форму прямоугольника, длина которого 81 см., а ширина 40 см. Этот лист надо разрезать на равные прямоугольники размером 3x5.

Какое наибольшее количество прямоугольников можно получить из этого листа?

Задача 7. Сколько солдат маршируют на плацу размером 8x16 м, если они будут маршировать строем по 11 человек в шеренге и перестраиваться в колонну по 18 человек в шеренге?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе исследовали задачу о покрытии заданного прямоугольника со сторонами $m \times n$ маленькими плитками размером 2×3 . В ходе вычислительного эксперимента была установлена связь между количеством плиток 2×3 и размерами прямоугольника $m \times n$ используя НОК и НОД, выявили закономерность между количеством плиток размером 2×3 и сторонами прямоугольника $m \times n$ используя НОК и НОД. А именно НОК (m, n) и количество плиток по рисунку совпадает в том случае, когда одна из сторон в прямоугольнике кратно 3. А НОК (m, n) , который получился не целым числом схож с количеством плиток на рисунке.

Проведя исследование можно сказать, что новый способ формирует у обучающихся вычислительные умения и навыки, расширяет кругозор и любознательность у них, также обучающиеся лучше умеют выявлять закономерности, свойства и использовать факты на практике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Математика: 6 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений [текст]/ А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. — М.: Вентана-Граф, 2017.
2. Ланцинова Айса. Задачи на НОД и НОК чисел., 2013г.
3. Википедия (свободная энциклопедия), <http://ru.wikipedia.org>