

Содержание

| | |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ..... | 3 |
| ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ В 5-6 КЛАССАХ..... | 5 |
| 1.1 Сущность понятия «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ»..... | 5 |
| 1.2 ОСНОВНЫЕ ПОДХОДЫ И ПРИНЦИПЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ | 8 |
| 1.3 МОНИТОРИНГ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ | 15 |
| Выводы по 1 главе..... | 20 |
| ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА ЗАДАНИЙ ПО ФОРМИРОВАНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ В 5-6 КЛАССАХ..... | 21 |
| 2.1 МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ В 5-6 КЛАССАХ..... | 21 |
| 2.2 СБОРНИК ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ «ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ» для 5-6 КЛАССОВ | 30 |
| Выводы по 2 главе:..... | 61 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ | 63 |
| СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ | 64 |

ВВЕДЕНИЕ

В современном мире возникает острая необходимость в быстром реагировании на изменения в жизни, а также в умении самостоятельно находить, анализировать и применять информацию. Функциональная грамотность становится ключевой в различных сферах жизни, так как она позволяет человеку решать стандартные жизненные задачи.

Математическая грамотность является одним из видов функциональной грамотности и представляет собой способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в различных практических ситуациях.

Математическая грамотность включает в себя понятия, факты и процедуры, а также инструменты для описания и объяснения явлений. Развитие математической грамотности важно для того, чтобы люди могли понимать роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане в 21 веке. На практике, это означает, что люди должны уметь использовать математические инструменты, чтобы понимать и решать сложные проблемы, которые возникают в различных сферах жизни, таких как финансы, экономика, наука и технологии, медицина, социальная сфера и т.д.

Поэтому, развитие математической грамотности становится важной задачей образования. Обучение математике должно быть не просто скоплением знаний, а основано на развитии творческого и аналитического мышления, чтобы люди могли использовать математические инструменты для решения сложных проблем. Кроме того, важно вовлекать людей в практическое применение математических знаний, чтобы они могли находить связь между теоретическими знаниями и их применением в реальной жизни.

В Федеральном государственном образовательном стандарте обозначена необходимость привести современное школьное образование в соответствие с потребностями времени, современного общества, которое отличается изменчивостью, широким и неотъемлемым внедрением информационных технологий.

Сформировать математическую грамотность обучающихся на уроках математики можно через решение нестандартных, практико-ориентированных задач, а также через решение задач практического жизненного контекста.

Цель работы: разработать систему заданий для обучающихся 5-6 классов, способствующую формированию математической грамотности.

Объект исследования: процесс обучения математике в 5-6 классах обучающихся.

Предмет исследования: формирование математической грамотности обучающихся в 5-6 классах на уроках математики.

Гипотеза: система практико-ориентированных заданий, построенная на принципах: от простого к сложному, дифференциации, индивидуализации и наглядности будет способствовать формированию математической грамотности обучающихся.

Задачи исследования:

1. Изучить литературу по формированию математической грамотности при обучении математики.
2. Проанализировать мониторинг формирования математической грамотности.
3. Изучить основные подходы и принципы формирования математической грамотности.
4. Разработать задания, направленные на формирование математической грамотности.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ В 5-6 КЛАССАХ

1.1 Сущность понятия «математическая грамотность»

В Концепции развития поликультурного образования в Российской Федерации подчеркивается, что только функциональная грамотность позволяет современному человеку осваивать социальную и природную среду, активно работать в условиях интенсивной экономики и постиндустриальной цивилизации, стать гражданином мира в широком смысле.

Международная программа Programme for International Student Assessment (далее – PISA), которую проводит организация экономического сотрудничества и развития направлена на оценку функциональной грамотности пятнадцатилетних учащихся в области математики, чтения и естествознания. Одним из компонентов модели оценки функциональной грамотности является математическая грамотность, которая помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать рациональные решения [8].

В современной научной литературе отсутствует устоявшееся понимание понятия «математическая грамотность». Однако, начиная с первоначальной программы PISA в 1999 году, были предприняты попытки дать данному понятию четкое определение. С тех пор оно несколько раз изменялось и дополнялось для последующих циклов PISA.

На данный момент большинство исследователей, как отечественных, так и зарубежных, определяют математическую грамотность, как способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику в решении задач в различных практических контекстах.

При обучении математике надо особое внимание обратить формированию навыков использования знаний и умений для решения широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, также в межличностном общении и социальных отношениях. Поэтому необходимо проводить интегрированные, практико-ориентированные уроки [4].

Ряд российских исследователей рассматривают математическую грамотность обучающихся в контексте формирования их функциональной грамотности.

Так, И. И. Валеев определяет функционально грамотного школьника в отношении математической компетенции как способного выполнить цепочку действий, указанных в модели математической грамотности PISA. Понятие «функциональная математическая грамотность» вводится для того, чтобы подчеркнуть включенность математической грамотности в процесс формирования функциональной грамотности [1].

Е. Яблонка предлагает свое понимание понятия «математическая грамотность», сосредотачиваясь на математике как инструменте решения нематематических задач. В отличие от этого, понятия математической компетентности и математического мастерства фокусируются на овладении математикой в целом, включая способность решать как математические, так и нематематические задачи.

Нельзя не отметить, что во всех подходах к определению понятия «математическая грамотность» исследователи подчеркивают ее интегрированный и деятельностный характер.

«Математическая грамотность» характеризуется как способность индивидуума формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах [8].

Математическая грамотность является важным инструментом для описания, объяснения и предсказания различных явления с использованием математических понятий, методов и фактов. Она в основном проявляется в

способности решать проблемные задачи, выходящие за рамки учебных ситуаций и требующие применения математики.

Обучающиеся, овладевшие математической грамотностью, способны:

- распознавать проблемы, которые возникают в окружающей действительности и могут быть решены средствами математики;
- формулировать эти проблемы на языке математики;
- решать проблемы, используя математические факты и методы;
- анализировать использованные методы решения;
- интерпретировать полученные результаты с учетом поставленной проблемы;
- формулировать и записывать результаты решения.

Математическая грамотность состоит из двух основных компонентов:

- фундаментальные математические идеи: «изменение и зависимость», «пространство и форма», «неопределенность», «количественные рассуждения»;
- математическая компетентность.

Математическая компетентность состоит из сочетания математических знаний, умений, опыта и способностей, обеспечивающих человеку возможность решения различных задач, требующих применение математики.

В процессе обучения математики, обучающиеся должны получить навыки решения любых поставленных перед ними задач. Для этого выделяются три уровня математической компетентности: уровень воспроизведения, уровень установления связей, уровень рассуждений. Они позволяют оценивать сложность задач и подход к их решению [6].

Полученные знания и умения на уроках математики могут быть успешно применены в повседневной жизни для решения различных проблем с использованием математических знаний и навыков.

Освоение математической компетентности является важным инструментом развития критического мышления, и позволяет успешно применять математические рассуждения на практике.

Одним из основных путей обеспечения математической грамотности высокого уровня компетентности есть реализация прикладной направленности обучения математике.

1.2 Основные подходы и принципы формирования математической грамотности

Математика – одно из важнейших средств интеллектуального развития человека. С развитием познавательных способностей человека это влияет на содержание и преподавание других дисциплин. Качественное математическое образование для учащихся необходимо для их успешной жизни в современном обществе. Математическая грамотность формируется в первую очередь за счет реализации компетентностного подхода к обучению [9].

Для реализации компетентностного подхода в обучении математике необходимо:

- 1) регулярное обращение детей к вопросам о возможности применения математических знаний на практике и в обычной жизни;
- 2) периодическое включение в ход урока конкретных задач на практическое применение математических знаний;
- 3) на уроках обобщающего типа использовать различные интегрированные задачи;
- 4) включение в процесс обучения проектной работы.

Важной роль в формировании математической грамотности занимают современные технологии обучения.

Технология критического мышления. В настоящее время актуальной является технология критического мышления, которая имеет высокую

эффективность при осуществлении учебного процесса в математике. Применение данной технологии способствует развитию умения обрабатывать и анализировать информацию, логически мыслить, решать проблемы, осовременить и аргументировать свои взгляды, умению самообучаться, а также работать в команде. В рамках данной технологии учитель и ученик меняются ролями. Основную роль играет ученик, в то время как учитель выступает в качестве помощника. Важно создавать подходящую учебную атмосферу, в которой учитель и ученик наравне работают, проанализируют процесс учения, расширяют свои знания об окружающем мире.

Применение технологии критического мышления в обучении математике может значительно улучшить процесс обучения и подготовить учеников, таким образом, что они станут гораздо успешнее достигать поставленных целей в будущем.

Технология проблемного обучения. Проблемное обучение имеет важную роль в процессе активной работы учеников и учителя. Данная технология представляет собой метод, основанный на активной познавательной деятельности обучающихся, которые должны решать проблемную ситуацию, имеющую форму познавательной задачи. Такие задачи должны быть доступны для выполнения учениками, соответствовать их познавательным возможностям, а также быть связанными с тематикой изучаемого предмета.

Преподаватель должен быть руководителем, создавая проблемную ситуацию, которую должны решить обучающиеся в процессе самостоятельной деятельности. Важно, чтобы в процессе проблемного обучения ученики не только перерабатывали полученную информацию, но и активно включались в процесс поиска новых знаний. Поэтому основной целью учителя является не только передать информацию, но и приобщить обучающихся к противоречиям развития научного знания и способам их решения [7].

Например, при изучении темы «Перпендикулярные прямые» в 6-м классе. Преподаватель может начать урок с задания для учеников, где необходимо найти пересечения различных частей того или иного предмета. Такой подход способствует активному участию обучающихся и созданию познавательной среды для эффективного освоения нового материала.

Пример задания: Учитель предлагает рассмотреть стул и найти его пересекающиеся части. У него пересекаются спинка и каркас, ножки с сиденьем, важно, чтобы ученики смогли определить не только пересечение частей, но и что эти части образуют прямой угол.

Технология проектной деятельности. Это совместная учебно-познавательная, творческая или игровая деятельность, имеющая общую цель, согласованные методы и способы деятельности, направленные на достижение результата – создание проекта. Роль учителя – это роль куратора, советника, наставника, но не исполнителя. В этой технологии учитель является организатором проектной деятельности, помогает обучающимся в поиске информации или сам является источником информации. А обучающейся, в ходе выполнения проекта, активно включается в этот творческий процесс, приобретая новые знания и умения для себя. Данная технология развивает у школьников умения самостоятельно конструировать свои знания и ориентироваться в информационном пространстве, проявлять компетенцию в вопросах, связанных с темой проекта, развивать критическое мышление [7].

Технология проектной деятельности может использоваться в учебном процессе для решения различных небольших проблемных задач. Таким образом, можно организовывать мини-проекты (краткосрочные, в рамках урока).

Примеры краткосрочных проектов:

1. «Положительные и отрицательные числа».
2. «Геометрические тела вокруг нас».
3. «Пропорции и их применение при решении старинных задач».

Игровая технология. Данная технология позволяет не только достигать единства эмоционального и рационального в обучении, но и затрагивать эмоциональный интеллект учеников. Применение игровой технологии способствует активному получению и обмену информацией, формированию навыков общения и взаимодействия с окружающим миром. Также включение игровых моментов в учебный процесс делает его более интересным и захватывающим, вызывает положительные эмоции и повышает мотивацию учеников.

Игра – это неотъемлемая часть детской жизни, и использование игровой технологии на уроках позволяет естественным образом вовлечь обучающихся в процесс обучения. В игре ребенок действует не по принуждению, а по внутреннему побуждению, что способствует более эффективному освоению учебного материала. Использование игровых элементов на уроках математики позволяет увеличить умственную нагрузку на учеников и поддерживать их интерес к изучаемому материалу.

Информационно-коммуникационная технология. Эта технология позволяет работать с разными источниками информации, включая компьютерные технологии, и тем самым расширять возможности предъявления учебного материала. Использование информационно-коммуникационной технологии способствует повышению качества образования, усиливает мотивацию учеников и активно вовлекает их в учебный процесс. Однако, важно не забывать, что использование технологии должно быть осмысленным и соответствующим целям образования.

Личностно-ориентированная технология. Во главе данной технологии стоит личность ученика и целью технологии является создание необходимых условий, которые содействуют развитию мотивации этой личности к изучению математики, где раскрывается их индивидуальный потенциал. Здесь важно создать эмоционально положительный настрой учащихся на работу. Учитель продумывает моменты урока, прогнозирует

ситуацию успеха, корректирует качества эмоционального интеллекта, вводит в структуру урока приемы вариативных заданий, уровневых домашних заданий [7].

На начальном этапе преподавания самое главное - улучшить способность каждого ученика мыслить логически, методами анализа, синтеза, сравнения, обобщения, систематизации, обобщения, классификации.

Кроме того, необходимо формировать следующие метапредметные умения:

- принимать задачу, представленную в форме, отличной от формы, типичной для российских учебников;
- работать с информацией, представленной в различных формах: текстовой, табличной, графической, а также переходить от одной формы к другой;
- привлекать информацию, которая не содержится непосредственно в условии задачи, особенно в тех случаях, когда для этого требуется использовать бытовые сведения, личный жизненный опыт;
- отбирать информацию, необходимую для решения, в частности, если условие задачи содержит избыточную информацию, удерживать в процессе решения все условия, необходимые для решения проблемы;
- владеть навыками самоконтроля за выполнением условий (ограничений) при нахождении решения и интерпретации полученного результата в рамках ситуации;
- определять самостоятельно точность данных, требуемых для решения задачи;
- использовать здравый смысл, метод перебора возможных вариантов, метод проб и ошибок;

– представлять в свободной словесной форме обоснованный ответ, который определяется особенностями ситуации [2].

Предметные умения, которые необходимо формировать или развивать при обучении в 5-6 классах.

5-6 класс:

– выполнять действия с натуральными числами, с обыкновенными дробями: упорядочение долей, сложение и вычитание несложных дробей;

– выполнять действия с числовыми выражениями; составлять числовое выражение;

– выполнять деление с остатком, иметь представление о делителях и кратных;

– выполнять приближенные вычисления, округлять до указанной разрядной единицы, а также с учетом условий описанной ситуации по недостатку или по избытку;

– распознавать и делать выводы о зависимости между двумя величинами (прямая / обратная);

– переводить единицы измерения длины и времени из более крупных в более мелкие и обратно;

– читать, заполнять и интерпретировать данные таблиц, столбчатой и круговой диаграмм, иметь представление о шкалах; ориентироваться на числовой прямой;

– устанавливать соответствие между реальным размером объекта и представленным на изображении;

– распознавать геометрические формы и описывать объекты окружающего мира с помощью языка геометрии;

– складывать фигуры из квадратов, прямоугольников, треугольников, отрезков, разбивать на указанные формы;

- использовать для решения задач простейшие свойства квадрата и прямоугольника;
- иметь представление о площади и периметре, применять формулы нахождения периметра и площади квадрата и прямоугольника;
- проверять истинность утверждений, обосновывать вывод, утверждение, полученный результат [2].

Лучше выполнять задания в парах или группах (это будет зависеть от объема задания), тогда у учащихся также будет возможность обсудить сюжет, используя «коллективный» опыт, прояснить свое понимание ситуации и, возможно, задать вопросы учителю. Это поможет определить математическую природу задачи и, таким образом, сформулировав ее на языке математики, будет найдено решение.

Обсуждение полезно и в процессе решения задачи, и в процессе интерпретации полученных результатов для того, чтобы понять, были ли учтены все необходимые условия, независимо от того, можно ли решить задание по-другому, проще, рациональнее, соответствует ли математическое решение контексту ситуации и т.п.

Обговаривая с классом результаты выполнения задания, учитель должен акцентировать внимание на трех моментах: как ситуация была переделана в математическую задачу; какие знания, данные были использованы, какие методы и способы решения были предложены и обсудить их достоинства; насколько можно оценить полученное решение с позиции исходной ситуации [4].

При определенной системности работы по формированию математической грамотности можно включать измененные задачи и в контрольную работу как дополнительное задания, не связанного с основной темой. В этом случае можно реализовывать мониторинг выполнения такого рода заданий.

В интересах развития и повышения качества российского образования и учитывая результаты учащихся в исследовании PISA, необходимо при обучении делать акцент на формирование функциональной грамотности обучающихся.

1.3 Мониторинг формирования математической грамотности

Россия занимает в рейтинге PISA традиционные срединные места: 30-37 из 74, однако этого недостаточно, чтобы сделать научно-технологический прорыв. А для этого нужно не только изменить подход к обучению, но и подходы к самим ученикам [3].

Недостатки российских школьников:

- более половины выпускников основной школы имеют только базовый уровень функциональной грамотности, т. е. они могут использовать приобретенные в школе знания в простых знакомых ситуациях;

- около пятой части выпускников основной школы не достигают этого уровня;

- высокий уровень способности решать сложные задачи демонстрируют в среднем около 5 % учащихся.

Что не умеют (по видам деятельности) 15-летние российские школьники?

1. Распознавать математику в реальных ситуациях.

2. Переводить реальную ситуацию на язык математики (моделировать), находить адекватный ситуации математический инструментарий.

3. Работать с текстом: анализировать, отбирать, понимать информацию. Работать с объемными текстами (с несколькими источниками, противоречивой информацией).

4. Работать с реальными данными, величинами, выполнять реальные вычисления.

5. Делать оценку, прикидку и проверку полученного результата, интерпретировать его с позиций адекватности и реалистичности ситуации.

6. Проявлять самостоятельность, использовать жизненный опыт.

Невысокие результаты российских учащихся связаны с недостаточным овладением некоторым обязательным предметным материалом: курса математики 5-6 классов, который не актуализируется в 7-9 классах (например, действия с обыкновенными и десятичными дробями, проценты, пропорции, отношения) [3].

Кроме того, проявились недостатки в овладении следующими *метапредметными умениями*:

- принимать задачу, представленную в форме, отличной от формы, типичной для российских учебников;

- работать с информацией, представленной в различных формах: текстовой, табличной, графической, а также переходить от одной формы к другой;

- привлекать информацию, которая не содержится непосредственно в условии задачи, особенно в тех случаях, когда для этого требуется использовать бытовые сведения, личный жизненный опыт;

- отбирать информацию, необходимую для решения, в частности, если условие задачи содержит избыточную информацию; удерживать в процессе решения все условия, необходимые для решения проблемы;

- владеть навыками самоконтроля за выполнением условий (ограничений) при нахождении решения и интерпретации полученного результата в рамках ситуации;

- определять самостоятельно точность данных, требуемых для решения задачи;

- использовать здравый смысл, метод перебора возможных вариантов, метод проб и ошибок;

- представлять в свободной словесной форме обоснованный ответ, который определяется особенностями ситуации.

Необходим мониторинг, обладающий свойством регулярности для помощи учителю в повседневной работе по формированию математической грамотности, применимый к различным учебным комплексам.

Целью мониторинга является предоставление учителю возможности отслеживать процесс формирования математической грамотности на регулярной основе [3].

Концептуальные положения мониторинга:

- мониторинг формирования математической грамотности должен охватывать весь курс математики;

- средства мониторинга должны стимулировать учителя к формированию математической грамотности школьников;

- учитель должен быть максимально обеспечен средствами мониторинга (диагностическими заданиями и средствами обработки информации);

- обучающий характер предполагает проведение коррекционной работы на основе результатов обработки диагностических данных;

- при разработке заданий для диагностики математической грамотности исходным пунктом являются в первую очередь возможности математического материала;

- в качестве целевых ориентиров формирования математической грамотности необходимо использовать Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования;

- задания могут составляться за счет модификации традиционных задач, в том числе из учебников математики.

Требования к заданиям для осуществления мониторинга:

1. Обучающимся необходимо предлагать не учебные задачи, характерные для традиционных систем обучения и мониторинговых исследований математической подготовки, а практические, близкие к реальным проблемным ситуациям.

2. Для выполнения задания требуется целостное, а не фрагментарное, применение математики: важно осуществить весь процесс работы над проблемой от понимания, включая формулирование проблемы на языке математики, через поиск и осуществление ее решения до сообщения и оценки результата, а не только часть этого процесса.

3. Мыслительная деятельность, осуществляемая при выполнении заданий, описывается в соответствии концепции PISA – 2021 (формулировать ситуацию на языке математики; применять математические понятия, факты, процедуры; интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты; каждый из этих мыслительных процессов опирается на *математические рассуждения*).

4. Для выполнения заданий требуются знания и умения из разных разделов курса математики основной школы, соответствующие темам, выделенным в PISA, и планируемым результатам в объеме ФГОС ООО и Примерной основной образовательной программы.

5. Структура задания: дается описание ситуации (введение в проблему), к которой предлагаются связанные с ней вопросы. Введение в проблему – это небольшой вводный текст мотивирующего характера, который не содержит лишней информации, не связанной с заданием или не принципиальной для ответа на поставленные далее вопросы. Введение не должно содержать информацию, которая носит отвлекающий характер. Если введение содержит слова, которые могут быть неизвестны учащимся, то в нем можно дать краткое пояснение, определение и/или иллюстрацию к ним.

б. В большинстве заданий не должно содержаться прямых указаний на способ, правило или алгоритм выполнения (решения), что позволяет проверить, насколько осознанно учащиеся применяют полученные знания.

Информация, сообщаемая в задании, даётся в различных формах: числовой, текстовой, графической (график, диаграмма, схема, изображение), она может быть структурирована и представлена в виде таблицы [5].

Наличие визуализации обязательно. Оказать помощь учащимся в части мысленной визуализации и погружения в сюжет должны фото и рисунки. Графические средства визуализации математического содержания проблемы окажут учащимся помощь на этапе её моделирования, послужат опорой для проведения рассуждений.

Если введение содержит слова, которые могут быть не известны учащимся, то в нём можно дать краткое пояснение, определение и/или иллюстрацию к ним.

Вопрос позволяет раскрыть приведённую ситуацию с определённой стороны. Каждый самостоятельный содержательный шаг фиксируются; все основные элементы выделяются для оценивания.

Мониторинг должен стимулировать как учителя, так и обучающихся к освоению математической грамотности.

Во-первых, происходит постепенное освоение школьниками способов решения практико-ориентированных заданий средствами математики.

Во-вторых, представление информации в мониторинге позволяет учителю наглядно увидеть пробелы и недочеты в подготовке учащихся и выработать стратегию преодоления несоответствий в освоении математической грамотности для каждого ученика и для класса в целом.

Выводы по 1 главе

В современном образовании компетентностный подход фокусируется на способности учеников использовать свои знания и умения в жизни. Под ключевыми компетентностями с точки зрения образования понимается способность школьника самостоятельно действовать в сложной ситуации при решении актуальных для них проблем. Системно-деятельностный подход, он способствует формированию этих ключевых компетенций. Для того, чтобы сформировать математическую грамотность необходимо: для каждого урока разработать конкретные задачи проблемного характера. Так же важно способствовать формированию ключевых компетенций школьников.

ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА ЗАДАНИЙ ПО ФОРМИРОВАНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ В 5-6 КЛАССАХ

2.1 Методика формирования математической грамотности в 5-6 классах

В примерной рабочей программе по математике на уровне основного общего образования (одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол 3/21 от 27.09.2021) определена приоритетная цель обучения математики – формирование функциональной математической грамотности: умения распознавать проявления математических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты [10].

Необходимо реализовать ряд условий, для того чтобы цель обучения математики была выполнена:

- системность формирования математических знаний;
- формирование взаимодействия с математической стороной окружающего мира;
- создание опыта поиска путей решения жизненных задач;
- научить использовать разные способы решения задачи.

При разработке сборника практико-ориентированного содержания по формированию математической грамотности мы руководствовались следующими принципами:

1. Принцип дифференциации: все модули содержат задания, которые обучающиеся могут выполнить независимо от уровня их способностей, а

также усложнённые задания, предназначенные для обучающихся с высоким уровнем.

2. Принцип индивидуализации: в каждом модуле содержатся задания, в которых выбор приемов, способов и темпа обучения учитывают индивидуальные особенности обучающихся.

3. Принцип от простого к сложному: каждый модуль содержит задачи, в которых трудность определяется новизной и необычностью математической ситуации, а не математическим содержанием.

4. Принцип наглядности: каждый модуль должен быть преподнесен доступным для учеников языком, содержать максимальную визуализацию, облегчающую понимание и запоминание учебного материала [6].

В методике обучения математике процесс решения задачи разбивают на этапы. У разных авторов в зависимости от детализации этапов выделяется их разное количество. Так, Л.М. Фридман выделяет восемь этапов, Ю.М. Колягин – шесть, а Д. Пойа – четыре.

Мы предлагаем выделить четыре этапа:

1. *Разбор условия задачи.* Цель первого этапа: осмысление условия задачи, на основании которого будет проводиться следующий этап.

Последовательность действий на данном этапе:

- выделить ключевые слова;
- составить систему вопросов, способствующих осмыслению задачи;
- составить краткую запись условия задачи.

2. *Поиск решения задачи.* Цель второго этапа: поиск, составление плана решения задачи.

Последовательность действий на данном этапе:

- свести задачу к ранее решенным (отбросить излишнюю информацию);

– разбить задачу на серию вспомогательных задач, решение которых составит решение данной задачи.

3. *Решение задачи – осуществление найденного плана.* На данном этапе план решения, полученный в результате деятельности на первых двух этапах, излагается полностью и оформляется доступным способом.

4. *Проверка решения задачи, формулирование ответа.* Закончив решение задачи, следует осуществить его проверку, установить соответствие между данными и искомыми.

Рассмотрим подробнее каждый этап решения задачи.

Первый этап решения проблемы является анализ задачи.

В процессе анализа задач должно быть достигнуто однозначное понимание условий и требований различных субъектов: составителем, преподавателем и обучающимся.

Второй этап – поиск решения задачи, постепенное подведение к решению. Как правило, этот этап вызывает у обучающихся больше всего проблем. Это связано с тем, что поиск решения произвольной задачи не является алгоритмическим и требует от школьников творческого подхода.

Для того, чтобы организовать процесс решения задачи, необходимо иметь программу конкретной деятельности обучающихся, а также систему методов поиска решения задачи. Поэтому "ускорители" необходимы для получения навыков решения: иллюстрации, диаграммы, таблицы, дополнительные изображения, символы и стрелки, которые, как считается, способствуют ряду конкретных визуальных представлений отношений между частями задачи. Это позволяет обучающимся стимулировать развитие наглядно-действенного мышления, а также и на основе его в дальнейшем – образного мышления.

Третий этап решения задачи – запись решения. На этапе записи решения школьникам стоит придерживаться оформления решения в краткой и ясной форме [10].

Четвертый этап – проверка решения задачи, формулирование ответа.

На данном этапе выполняются следующие шаги:

- 1) проверка;
- 2) исследование задачи;
- 3) формулирование ответа.

Рассмотрим пример из темы «Количество».

Задача 1

Настя на днях получила водительское удостоверение и теперь ей надо купить машину.

В приведённой ниже Таблице 1 указаны сведения о четырёх машинах, которые она нашла у местного продавца машин.

Таблица 1 – Сведения о машинах

| Модель: | Альфа | Бета | Гамма | Дельта |
|----------------------------|----------|----------|----------|----------|
| <i>1</i> | <i>2</i> | <i>3</i> | <i>4</i> | <i>5</i> |
| Год выпуска | 2005 | 1995 | 2001 | 2000 |
| Объявленная цена (рублей) | 480000 | 450000 | 425000 | 389000 |
| Пройденное расстояние (км) | 95000 | 125000 | 118000 | 99000 |
| Объём двигателя (л) | 1,89 | 1896 | 1,92 | 1,883 |

Вопрос 1. Настя хочет машину, которая отвечает всем следующим условиям:

1. Пройденное расстояние не больше, чем 120 000 километров.
2. Машина сделана в 2000 году или позже.
3. Объявленная цена не выше, чем 450000 рублей.

Какая машина отвечает условиям Насти?

- A. Альфа.
- B. Бета.
- C. Гамма.
- D. Дельта

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Что записывается в вертикальных столбцах?
2. Что записывается в горизонтальных столбцах?
3. Что записывается на пересечении строки и столбца?
4. Может ли быть два правильных ответа?
5. Может ли быть ни одного правильного ответа?

Второй этап – поиск решения представлен в Таблице 2.

Таблица 2 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|--|--|
| 1 | 2 |
| Какой главный вопрос задачи | Выбрать машину, отвечающую трем условиям. |
| Что необходимо знать, чтобы ответить на первый вопрос? | Пройденное расстояние должно быть меньше или равно 120000 км |
| Что необходимо знать, чтобы ответить на второй вопрос? | Машина сделана в 2000,2001 или 2005 |
| Что необходимо знать, чтобы ответить на третий вопрос? | Стоимость машины меньше или равна 450000 рублей |

Третий этап – запись решения.

1. Читаем условие.
2. Выбираем правильный(ые) вариант(ы) ответа, подходящие для первого, второго, третьего условий.

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: машины С и D отвечают условиям Насти.

Умение: выбрать вариант ответа, который отвечает всем условиям.

Вопрос 2. У какой машины наименьший объём двигателя?

- A. Альфа.
- B. Бета.
- C. Гамма.
- D. Дельта.

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Что записывается в вертикальных столбцах?
2. Что записывается в горизонтальных столбцах?

3. Что записывается на пересечении строки и столбца?
4. Нужны ли все столбцы для ответа на вопрос?
5. Может ли быть два правильных ответа?
6. Может ли быть ни одного правильного ответа?

Второй этап – поиск решения представлен в Таблице 3.

Таблица 3 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|--|--|
| <i>1</i> | <i>2</i> |
| Какой главный вопрос задания? | Найти машину с наименьшим объемом двигателя. |
| Что нужно знать, чтобы ответить на вопрос? | Свойство сравнения десятичных дробей. |
| Как сравнить десятичные дроби? | Сравнить целую часть и дробную. |
| Как сравнить целую часть? | Найти наибольшее значение в данном случае оно равно единице. |
| Как сравнивать дробную часть? | Сравнить первую цифру после запятой, сравнить вторую цифру после запятой и найти наименьшую. |

Третий этап – запись решения.

1. 1,89; 1,896; 1,92; 1,883.
2. 1,89; 1,896; 1,92; 1,883.
3. 1,89; 1,896; 1,92; 1,883.
4. 1,89; 1,896; 1,883.

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: наименьший объем двигателя у машины D.

При выполнении данного задания формируются следующие умения: выбрать вариант ответа, который отвечает всем условиям, определить минимальную десятичную часть между четырьмя с учетом этой позиции.

Организация работы по формированию математической грамотности в рамках разработки сборника задач «Основы математической грамотности» для 5-6 классов.

Содержание сборника задач практико-ориентированного содержания «Основы математической грамотности» соответствует возрастным особенностям обучающихся пятого и шестого классов.

Цель: Формирование математической грамотности обучающихся 5-6 классов, при решении практико-ориентированных задач является важным показателем качества и эффективности образования, в том числе в контексте интеграции с другими предметами. Это также способствует развитию интеллектуального уровня обучающихся на основе общечеловеческих ценностей и лучших традиций национальной культуры.

Задачи:

1. Развивать логическое мышление и повышать познавательный интерес.
2. Повышать уровень математической подготовки обучающихся.
3. Познакомить с различными типами задач.
4. Сформировать у обучающихся качества мышления, характерные для математической деятельности, а также необходимые для продуктивной жизни в обществе.
5. Интерпретировать полученные результаты с учетом поставленной проблемы.

Планируемые результаты представлены в Таблице 4.

Таблица 4 – Планируемые результаты

| Результаты | 5 класс | 6 класс |
|----------------|--|---|
| 1 | 2 | 3 |
| Личностные | Объясняет гражданскую позицию в конкретных ситуациях общественной жизни на основе естественно-научных знаний с позиции норм морали и общечеловеческих ценностей. | |
| Метапредметные | Находит и извлекает математическую информацию в различном контексте. | Применяет математические знания для решения разного рода проблем. |
| Предметные | Имеет практические навыки выполнения устных, письменных, инструментальных вычислений. | Умеет логически обосновывать суждения, проводить несложные систематизации, приводить примеры. |

В 5-м классе обучающиеся изучают методы поиска и извлечения информации из различных источников, таких как тексты, схемы, рисунки, таблицы, диаграммы. Информация может быть представлена в разных

контекстах, таких как семья, дом, друзья, природа, образование, работа, производство, общество.

В 6-м классе формируется способность применять полученные знания для решения практических задач. Это может включать использование математических расчетов проектирования, анализ естественных процессов или социальных явлений для выработки оптимальных решений. Так же формируется умение принимать взвешенные решения, основанные на знаниях и опыте, чтобы успешно справляться с жизненными вызовами.

Основные формы действий учеников:

- самостоятельное чтение и обсуждение информации, полученной с помощью вопросов (беседа, дискуссия, дебаты, обсуждение);
- выполнение фактических заданий;
- решение ситуационных и практико-ориентированных задач.

Метапредметными результатами является формирование регулятивных, коммуникативных и познавательных универсальных учебных действий.

Регулятивные УУД:

- 1) самостоятельно контролировать своё время и планировать управление им;
- 2) выдвигать способы решения в проблемной ситуации на основе переговоров;
- 3) определять цели, включая постановку новых идей, преобразование практической задачи в познавательную;
- 4) высказывать своё предположение, предлагать свой способ проверки той или иной задачи;
- 5) работать по инструкции, по предложенному учителем плану;
- 6) оценивать правильность выполнения действия и вносить необходимые коррективы в исполнение как в конце действия;

7) самостоятельно анализировать условия достижения цели на основе выделенных учителем ориентиров действия;

8) проводить пошаговый, пооперационный взаимоконтроль и самоконтроль действий, состоящих из нескольких операций.

Коммуникативные УУД:

1) ориентироваться в своей системе знаний: отличать неизвестное от уже известного в способе действия с помощью учителя и одноклассников;

2) выделять в тексте ключевые слова для решения задачи;

3) договариваться с одноклассниками и отвечать на их обращения в ходе дискуссии или групповой работы;

4) добывать новые знания: задавать вопросы, находить на них ответы, используя учебник, свой жизненный опыт и информацию, полученную на уроке;

5) перерабатывать полученную информацию: делать выводы в результате совместной работы всего класса, сравнивать и группировать предметы и их образы.

Познавательные УУД:

1) владеть смысловым чтением текстов различных жанров: извлечение информации; в соответствии с целью чтения;

2) выбирать наиболее эффективные способы решения задач в зависимости от условий;

3) устанавливать причинно-следственные связи;

4) преобразовывать информацию из одной формы в другую: составлять математические рассказы и задачи на основе простейших математических моделей, находить и формулировать решение задачи с помощью простейших моделей;

5) работать в паре по операциям, чередуя роли исполнителя и контролера, выполнять различные роли в группе.

Сборник задач рассчитан на 5-6 классы, может быть реализован во внеурочной деятельности, включающаяся в себя модуль «Математическая грамотность».

При составлении тематического планирования мы опирались на школьные учебники по математике 5-6 классов.

Учебники:

– математика: 5 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир;

– математика: 6 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир.

Данные учебники входят в федеральный перечень учебников, соответствующих ФГОС.

Каждая задача, из модуля «Математическая грамотность», имеет условие и один или несколько вопросов, которые имеют свой уровень сложности.

Сборник содержит следующие материалы:

- учебно-тематическое планирование;
- дидактические материалы (задания).

2.2 Сборник практико-ориентированных задач «Основы математической грамотности» для 5-6 классов

Тематическое планирование сборника для 5 класса представлено в Таблице 5.

Таблица 5 – Тематическое планирование

| <i>5 класс</i> | | |
|----------------|--|---------------|
| <i>1</i> | <i>2</i> | <i>3</i> |
| № | Название темы | Номера задач |
| 1. | Сюжетные задачи, решаемы с конца. | 2. |
| 2. | Задачи на переливание (задача Пуассона). | 3, 4, 5, 6, 7 |
| 3. | Логические задачи: задачи о «мудрецах», о «лжецах и тех, кто всегда говорит правду | 8, 9. |

Продолжение таблицы 5

| <i>1</i> | <i>2</i> | <i>3</i> |
|----------|---|----------|
| 4. | Первые шаги в геометрии. Простейшие геометрические фигуры. Наглядная геометрия. Задачи на разрезание и перекраивание. | 10. |
| 5. | Размеры объектов окружающего мира. | 11, 12. |
| 6. | Комбинаторные задачи. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. | 13. |

Тематическое планирование сборника для 6 класса представлено в Таблице 6.

Таблица 6 – Тематическое планирование курса (6 класс)

| <i>6 класс</i> | | |
|----------------|---|--------------|
| <i>1</i> | <i>2</i> | <i>3</i> |
| № | Название темы | Номера задач |
| 1. | Числа и единицы измерения: время, деньги, масса, температура, расстояние. | 14. |
| 2. | Вычисление величины, применение пропорций. | 15, 16. |
| 3. | Текстовые задачи, решаемые арифметическим способом: части, проценты, пропорции, движение, работа. | 17. |
| 4. | Логические задачи, решаемые с помощью таблиц. | 18, 19. |
| 5. | Геометрические задачи на изучение свойств фигур, возникающих в ситуациях повседневной жизни, задач практического содержания | 20. |

Рассмотрим некоторые задачи из сборника задач практико-ориентированного содержания «Основы математической грамотности» 5 класс.

Из тематического планирования курса для 5 класса рассмотрим тему: «Сюжетные задачи, решаемые с конца».

Задача 2

Три девочки имеют по некоторому количеству апельсинов. Первая девочка даёт другим столько апельсинов, сколько каждая из них имеет. Затем вторая девочка даёт двум другим столько апельсинов, сколько каждая из них теперь имеет; в свою очередь и третья девочка даёт каждой из двух других столько, сколько есть у каждой в тот момент. После этого у каждой из девочек оказывается по 8 апельсинов. Сколько апельсинов было у каждой из девочек в самом начале?

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Сколько апельсинов передаёт первая девочка?
2. Сколько апельсинов передаёт вторая девочка?
3. Сколько апельсинов передаёт третья девочка?
4. Сколько в конце апельсинов оказалось у каждой из девочек?

Второй этап – поиск решения представлен в Таблице 7.

Таблица 7 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|--|--|
| <i>1</i> | <i>2</i> |
| Какой главный вопрос задачи? | Сколько апельсинов было у каждой из девочек в самом начале. |
| Кто последний раздавал апельсины? | Третья девочка. |
| Как узнать сколько апельсинов было у девочек до раздачи третьей девочкой апельсинов? | Так как третья девочка даёт каждой из двух других столько, сколько есть у каждой в тот момент, значит до этого у них было в два раза меньше апельсинов. Надо 8 апельсинов поделить на 2. |
| Как найти сколько апельсинов было у третьей девочки до того, как она их раздала? | Так как третья девочка раздала двум другим по 4 апельсина и у нее осталось 8, надо выполнить сложение: $8+4+4$. |
| Сколько апельсинов имеют первая и третья девочка после раздачи второй девочкой апельсинов? | Первая имеет 4, а третья 16. |
| Как узнать сколько апельсинов было у девочек до раздачи второй девочкой апельсинов? | Вторая девочка даёт двум другим столько апельсинов, сколько каждая из теперь имеет. Надо 4 и 16 поделить пополам. |
| Как найти сколько апельсинов было у второй девочки до того, как она их раздала? | Так как вторая девочка дала первой девочке 2 апельсина, а третьей 8, а у нее осталось 4 апельсина надо выполнить сложение: $4+2+8$. |

Третий этап – запись решения представлена в Таблице 8.

Таблица 8 – Запись решения

| | Первая девочка | Вторая девочка | Третья девочка |
|--|------------------|------------------|------------------|
| Число апельсинов в конце | 8 | 8 | 8 |
| Число апельсинов до передачи их третьей девочкой | $8 : 2 = 4$ | $8 : 2 = 4$ | $8 + 4 + 4 = 16$ |
| Число апельсинов до передачи их второй девочкой | $4 : 2 = 2$ | $4 + 2 + 8 = 14$ | $16 : 2 = 8$ |
| Число апельсинов первоначально | $2 + 4 + 7 = 13$ | $14 : 2 = 7$ | $8 : 2 = 4$ |

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: 13, 7, 4 апельсинов было у первой, второй и третьей девочек.

Из тематического планирования курса для 5 класса рассмотрим тему: «Задачи на переливание (задача Пуассона)».

Задача 3

Егор имеет 12 литров яблочного сока и хочет подарить из него половину другу. Но у него нет сосуда на 6 литров. У Егора есть 2 сосуда: на 8 и 5 литров. Вопрос: каким образом налить 6 литров в сосуд на 8 литров? Сколько переливаний необходимо сделать?

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Сколько литров сока имеет Егор?
2. Сколько литров сока Егор хочет подарить другу?
3. Сколько сосудов есть у Егора?
4. На сколько литров сосуды?

Второй этап – поиск решения представлен в Таблице 9.

Таблица 9 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|---|---|
| 1 | 2 |
| Какой главный вопрос задачи? | Каким образом налить 6 литров в сосуд на 8 литров. |
| В какой сосуд начать переливать сок? Почему? | В сосуд на 8 литров, потому что потребуется меньше переливаний. |
| Сколько литров останется у Егора после переливания? | 6 литров останется |
| Как налить 6 литров в 8-ми литровый сосуд? | Из сосуда на 8л наполним сосуд объемом 5л, потом эти 5л из меньшего сосуда выльем в сосуд, содержащий 12л. Затем 3л сока из сосуда объемом 8л перельем в сосуд емкостью 5л и т.д. |

Третий этап – запись решения представлена в Таблице 10.

Таблица 10 – запись решения

| № Переливания | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---------------|----|---|---|---|---|---|---|----------|
| 12л | 12 | 4 | 4 | 9 | 9 | 1 | 1 | 6 |
| 5л | 0 | 0 | 5 | 0 | 3 | 3 | 5 | 0 |
| 8л | 0 | 8 | 3 | 3 | 0 | 8 | 6 | 6 |

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: потребовалось 7 переливаний.

Задача 4

Однажды Копатыч захотел полакомиться мёдом. Он напрямик отправился в гости к пчёлкам. Копатыч пошёл не с пустыми лапами, а по пути нарвал букет цветов, чтобы отблагодарить пчёл. Пчелки обрадовались, увидев Копатыча с букетом и сказали: «Мы дадим тебе меда если ты сможешь с помощью двух сосудов на 3 и 5 литров налить себе 4 литра!» Копатыч думал долго, но всё-таки смог налить себе мёд! Как он это сделал? Сколько переливаний ему потребовалось?

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Какое количество сосудов есть у пчёлки?

2. На сколько литров эти сосуды?
3. Сколько литров Копатычу необходимо налить мёду?

Второй этап – поиск решения представлен в Таблице 11.

Таблица 11 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|-------------------------------------|---|
| 1 | 2 |
| Какой главный вопрос задачи? | Как Копатыч налил себе 4 литра меда, имея два сосуда на 3 и 5 литров. |
| Как в результате можно получить 4л? | Нужно из 5-литрового сосуда отлить 1л. |
| Как это сделать? | Нужно в 3-литровом сосуде иметь ровно 2л. |
| Как получить эти 2л? | Из 5-литрового сосуда отлить 3л. |

Третий этап – запись решения представлена в таблице 12.

Таблица 12 – Запись решения

| № Переливания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---------------|---|---|---|---|---|---|----------|
| 5л | 5 | 2 | 2 | 0 | 5 | 4 | 4 |
| 3л | 0 | 3 | 0 | 2 | 2 | 3 | 0 |

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: потребовалось 8 переливаний.

Задача 5

У Золушки есть 8-литровая кастрюля киселя. Как ей отлить 4л с помощью пустой 3-литровой банки и пустой 5-литровой кастрюлькой?

Сколько переливаний нужно сделать Золушке?

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Сколько литров киселя у Золушки?
2. С помощью чего Золушке необходимо отлить литры?
3. На сколько литров данная посуда?
4. Сколько литров необходимо отлить Золушке?

Второй этап – поиск решения представлен в Таблице 13.

Таблица 13 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|-------------------------------------|--|
| 1 | 2 |
| Какой главный вопрос задачи? | Как Золушке отлить 4л с помощью пустой 3-литровой банки и пустой 5-литровой кастрюлькой? |
| Как в результате можно получить 4л? | Нужно из 8-литровой кастрюли отлить 4 литра. |
| Как это сделать? | Для это необходимо иметь полную 3-литровую банку и 1л в 5-литровой кастрюльке. |

Третий этап – запись решения представлена в Таблице 14.

Таблица 14 – Запись решения

| № Переливания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---------------|---|---|---|---|---|---|---|---|----------|
| 8л | 8 | 5 | 5 | 2 | 2 | 7 | 7 | 4 | 4 |
| 3л | 0 | 3 | 0 | 3 | 1 | 1 | 0 | 3 | 0 |
| 5л | 0 | 0 | 3 | 3 | 5 | 0 | 1 | 1 | 4 |

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: потребовалось 9 переливаний.

Задача б

У Совуньи есть 7-литровое ведро клубничного варенья. Ей на стол к чаю надо поставить всего лишь литр варенья. Помогите Совунье отлить варенье с помощью 4-литрового и 3-литрового ведерок. Необходимо литр варенья перелить в меньшее ведёрко, при этом оставив 6 литров в большом ведре (7-литровом). Сколько переливаний вам потребовалось?

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

1. На сколько литров самое большое ведро?
2. Сколько варенья Совунье надо к чаю?
3. Какими ведёрками надо воспользоваться для переливания?
4. В какое ведро необходимо перелить варенье?
5. Сколько литров надо оставить в большом ведре?

Второй этап – поиск решения представлен в Таблице 15.

Таблица 15 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|---------------------------------------|---|
| 1 | 2 |
| Какой главный вопрос задачи? | Помочь Совунье отлить литр варенья с помощью 4-литрового и 3-литрового ведерок. |
| Как в результате можно получить литр? | Необходимо в 7-литровом ведре оставить 6л варенья и в 3-литровое ведро налить 1л варенья. |
| Как это сделать? | Из 7-литрового ведра перелить 4 л в 4-литровое ведро. Затем из 4-литрового перелить в 3-литровое и т.д. |

Третий этап – запись решения представлена в Таблице 16.

Таблица 16 – Запись решения

| № Переливания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---------------|---|---|---|---|---|
| 7л | 7 | 3 | 3 | 6 | 6 |
| 4л | 0 | 4 | 1 | 1 | 0 |
| 3л | 0 | 0 | 3 | 0 | 1 |

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: потребовалось 5 переливаний.

Задача 7

Летом Винни-Пух сделал запас меда на зиму и решил разделить его пополам, чтобы съесть половину до Нового Года, а другую половину - после Нового года. Весь мед находится в ведре, которое вмещает 6 литров, у него есть 2 пустые банки – 5–литровая и 1–литровая. Может ли он разделить мед так, как задумал?

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Сколько литров меда у Винни-Пуха?
2. Сколько пустых банок у него есть?
3. На сколько литров они?

Второй этап – поиск решения представлен в Таблице 17.

Таблица 17 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|--|---|
| 1 | 2 |
| Какой главный вопрос задачи? | Может ли Винни-Пух разделить мед так, как задумал? |
| Сколько литров Винни-Пух съест до нового года? | 3 литра |
| Как необходимо распределить мед по банкам? | Оставить 3л в 6–литровом ведре и 3л в 5–литровой банке. |

Третий этап – запись решения представлена в таблице 18.

Таблица 18 – Запись решения

| № Переливания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---------------|---|---|---|---|---|---|
| 6л | 6 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 |
| 5л | 0 | 5 | 4 | 4 | 3 | 3 |
| 1л | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: да, Винни-пух может разлить мёд так, как он задумал, для этого ему потребовалось 6 переливаний.

Данный вид задач формирует следующее умение: *решать задачи на переливание, а также участвовать в коллективном поиске решения задач, вступать в диалог.*

Рассмотрим некоторые задачи из темы «Логические задачи: задачи о «мудрецах», о «лжецах и тех, кто всегда говорит правду»

Задача 8

Четверо одноклассников – Саша, Петя, Семён и Паша соревновались в беге. После соревнования у каждого из ребят спросили, какое место он занял. Мальчишки ответили:

Саша: «Я не был ни первым, ни последним».

Петя: «Я не был первым».

Семён: «Я был первым».

Паша: «Я был последним».

Трое ответили правду, а один солгал. Выясните кто сказал неправду.

Кто был первым?

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Сколько одноклассников участвовало в соревнованиях?
2. Сколько ребят сказали правду? Ложь?

Второй этап – поиск решения представлен в Таблице 19.

Таблица 19 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|--|--|
| 1 | 2 |
| Какой главный вопрос задачи? | Выяснить кто сказал неправду, и кто был первым? |
| Сколько нужно рассмотреть вариантов решения задачи? | 4 варианта |
| Как будем рассуждать? | Предположим, что неправду сказал Саша, а все остальные сказали правду. |
| Предположите, что, неправду сказал Петя, а все остальные сказали правду. Постройте цепочку логических рассуждений. Что получится? | Получим, что Петя и Семён на первом месте, чего не может быть. Значит, Петя не соврал. |
| Предположите, что, неправду сказал Семён, а все остальные сказали правду. Постройте цепочку логических рассуждений. Что получится? | Тогда получим, что среди участников соревнований нет такого человека, который занял бы первое место, а такого быть не может. Следовательно Семён не мог соврать. |
| Предположите, что, неправду сказал Паша, а все остальные сказали правду. Постройте цепочку логических рассуждений. Что получится? | Если Паша соврет, то у каждого участника будет своё призовое место. Следовательно, по итогам опроса неправду сказал Паша. |

Третий этап – запись решения представлена в Таблицах 20-23.

Таблица 20 – Запись решения

| 1 случай | Правда | Ложь | Призовое место |
|----------|--------|------|----------------|
| Саша | 0 | 1 | 1 или 4 |
| Петя | 1 | 0 | 2 или 3 или 4 |
| Семён | 1 | 0 | 1 |
| Паша | 1 | 0 | 4 |

Таблица 21 – Запись решения

| 2 случай | Правда | Ложь | Призовое место |
|----------|--------|------|----------------|
| Саша | 1 | 0 | 2 или 3 |
| Петя | 0 | 1 | 1 |
| Семён | 1 | 0 | 1 |
| Паша | 1 | 0 | 4 |

Таблица 22 – Запись решения

| 3 случай | Правда | Ложь | Призовое место |
|----------|--------|------|----------------|
| Саша | 1 | 0 | 2 или 3 |
| Петя | 1 | 0 | 2 или 3 или 4 |
| Семён | 0 | 1 | 2 или 3 или 4 |
| Паша | 1 | 0 | 4 |

Таблица 23 – Запись решения

| 4 случай | Правда | Ложь | Призовое место |
|----------|--------|------|----------------|
| Саша | 1 | 0 | 2 или 3 |
| Петя | 1 | 0 | 2 или 3 |
| Семён | 1 | 0 | 1 |
| Паша | 0 | 1 | 4 |

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: неправду сказал Паша, первое место занял Семён.

Задача 9

Анастасия, Варвара и Наталья изучают иностранные языки: английский, японский, французский. У девушек спросили, какой язык изучает каждая из них, одна ответила: «Анастасия изучает английский, Варвара не изучает английский, а Наталья не изучает французский». Позже выяснилось, что в данном ответе только одно утверждение верно, а два других ложно. Какой язык изучает каждая из девушек?

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Какие иностранные языки изучают девушки?
2. Сколько утверждений верных?
3. Сколько ложных утверждений?

Второй этап – поиск решения представлен в Таблице 24.

Таблица 24 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|--|---|
| 1 | 2 |
| Какой главный вопрос задачи? | Какой язык изучает каждая из девушек. |
| Сколько имеется утверждений? | Три утверждения: 1. Анастасия изучает английский. 2. Варвара не изучает английский. 3. Наталья не изучает французский. |
| Если верно первое утверждение, то что получим? | Будет верно второе и третье утверждение. А это противоречит условию задачи. |
| Если верно второе утверждение, то что получится в итоге? | Тогда первое и третье утверждения должны быть ложны. При этом получается, что никто не изучает английский. Это противоречит условию. Поэтому второе утверждение ложно |

Третий этап – запись решения задачи представлена в Таблице 25.

Таблица 25 – Третий этап

| | Английский | Японский | Французский |
|-----------|------------|----------|-------------|
| Анастасия | 0 | 0 | 1 |
| Варвара | 1 | 0 | 0 |
| Наталья | 0 | 1 | 0 |

Четвертый этап – формулирование ответа

Ответ: Анастасия изучает французский, Варвара – английский, Наталья – японский.

Из тематического планирования сборника задач для 5 класса рассмотрим тему: «Первые шаги в геометрии. Простейшие геометрические фигуры. Наглядная геометрия. Задачи на разрезание и перекраивание».

Задача 10

Бабушка Лида решила покрасить пол в бане. На 1 квадратный метр расходуется 200 грамм краски. Пол имеет форму как на рисунке 1.

Определите сколько надо купить краски, чтобы покрасить пол данной формы?

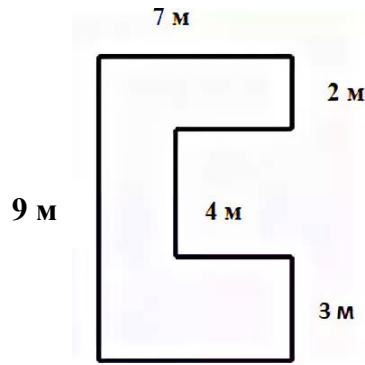


Рисунок 1 – форма пола в бане

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Сколько грамм краски расходуется на 1 квадратный метр?
2. Какую форму имеет пол?

Второй этап – разбор условия задачи представлен в Таблице 26.

Таблица 26 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|---|---|
| 1 | 2 |
| Какой главный вопрос задачи? | Сколько надо купить краски, чтобы покрасить пол. |
| Что надо знать, чтобы ответить на вопрос? | Площадь всей фигуры. |
| Как найти площадь пола, который надо покрасить? | Надо найти площадь всего пола и площадь вырезанной фигуры. Затем найти разницу. |
| Какую фигуру имеет весь пол? | Прямоугольник. |
| Как найти площадь прямоугольника? | Надо ширину умножить на длину. |
| Какую фигуру имеет вырезанная часть? | Квадрат. |
| Как найти площадь квадрата? | Надо ширину умножить на длину. |

Третий этап – запись решения задачи.

- 1) $7 \cdot 9 = 63$ (квадратных метра) – площадь всего пола;
- 2) $4 \cdot 4 = 16$ (квадратных метра) – площадь вырезанной фигуры;
- 3) $63 - 16 = 47$ (квадратных метра) – площадь пола, который нужно покрасить;
- 4) $47 \cdot 200 = 9400$ (грамм) – потребуется краски.

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: 9400 грамм надо купить краски, чтобы покрасить пол.

Из тематического планирования сборника задач для 5 класса рассмотрим тему: «Размеры объектов окружающего мира».

Задача 11

Катя, изучив карту, рассказала Полине следующее: «Сызрань находится в Самарской области, расположенной на берегу реки Волги. Город раскинулся по берегам рек – Волги, Кубры, Крымзы, Сызранки и Кашпира. Площадь населенного пункта составляет 117 квадратных километров, протяженность вдоль реки Волги – 17 километров, а ширина с запада на восток – 10 километров. Расстояние от Сызрани до областного города Самара по трассе 200 километров. Площадь г. Самара составляет 541 квадратных километров (рисунок 2)».



Рисунок 2 – Задача 11

Вопрос 1. Помогите Полине выбрать верные утверждения:

1. Площадь областного города больше Сызрани на 424 квадратных километров.
2. Расстояние от города Самары до города Сызрани составляет 200 километров.
3. Площадь населённого пункта города Сызрани составляет 170 километров.

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

1. О каком населенном пункте говорится в задаче?
2. В какой области находится данный населённый пункт?

3. По каким берегам рек раскинулся населённый пункт Сызрань?
4. Какова протяженность города вдоль реки Волги?

Второй этап – поиск решения представлен в Таблице 27.

Таблица 27 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|--|---|
| 1 | 2 |
| Какой главный вопрос задачи? | Найти верное утверждение |
| О каких объектах говорится в задаче? | Город Сызрань, город Самара и река Волга. |
| Какова величина города Сызрань? | 117 квадратных километров |
| Какова величина города Самара? | 541 квадратных километров |
| Сколько километров составляет расстояние от города Самара до города Сызрань? | 200 километров. |

Третий этап – запись решения.

- 1) первое утверждение верно так как $541 - 117 = 424$ километра;
- 2) из текста следует, что расстояние между городом Самара и городом Сызрань расстояние 200 километров, значит второе утверждение тоже верное;
- 3) третье утверждение не верное, потому что в тексте задачи сказано, что площадь города Сызрань равна 117 квадратных километра.

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: 1 и 2 утверждения верные.

Умение: определяет расстояния и площади населенных пунктов, извлекая информацию из сплошного текста.

Вопрос 2. Площадь города Сызрань больше площади столицы Франции на 12 квадратных километра. Сколько составляет площадь города Париж?

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

На сколько площадь города Сызрань больше площади столицы Франции?

Второй этап – поиск решения представлен в Таблице 28.

Таблица 28 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|--|--|
| 1 | 2 |
| Какой главный вопрос задачи? | Сколько составляет площадь города Париж? |
| Что необходимо знать про эти объекты, чтобы ответить на вопрос задачи? | Необходимо знать их площадь |
| Какова площадь города Сызрань? | 117 квадратных километра. |
| Что нужно сделать, чтобы ответить на главный вопрос задачи? | Надо к площади города Сызрань прибавить 12 квадратных километров |

Третий этап – запись решения.

$$117 + 12 = 129 \text{ (квадратных километра)}$$

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: площадь города Париж составляет 129 квадратных километра.

Умение: определяет площади населенных пунктов, извлекая информацию из сплошного текста.

Задача 12

На плане (рисунок 3) изображено домохозяйство по адресу: село Заря, улица Челюскинцев дом 38 (сторона каждой клетки на плане равна 2 метра).

Данный участок имеет прямоугольную форму. Через ворота осуществляется выезд и въезд.

Беседка находится при входе на участок справа от ворот, а гараж – слева, он отмечен цифрой 7 на плане.

Гараж занимает 32 квадратным метров. Сам жилой дом находится в глубине территории. Так же на участке имеются баня и теплица. Баня расположена рядом с гаражом, а теплица построена на территории огорода (огород на плане отмечен цифрой 2).

Перед домом посажены Яблони. Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 метр и выложены тротуарной плиткой размером 1 метр на 1 метр. Между беседкой и гаражом находится площадка площадью 64 квадратных метра. К участку подведено электричество.

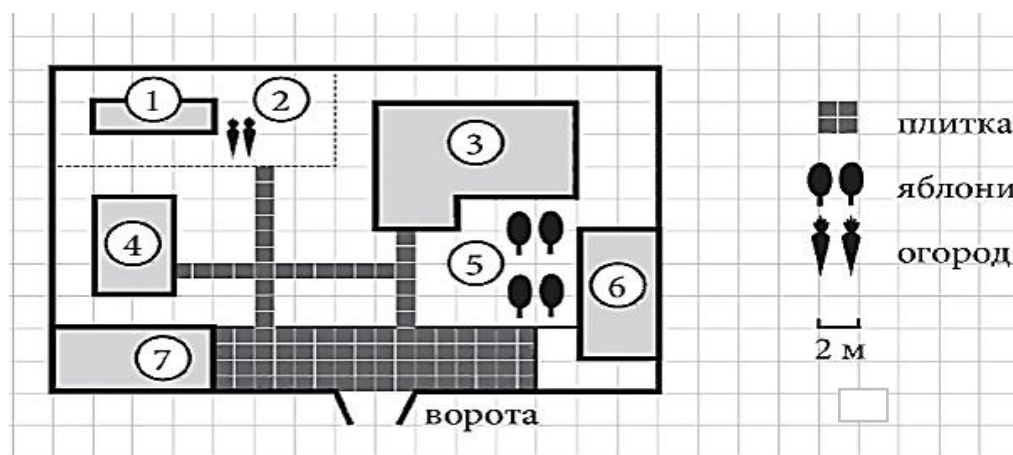


Рисунок 3 – план домохозяйства

Вопрос 1. Изучите информацию о домохозяйстве. Определите какими цифрами на плане обозначены следующие объекты: дом, беседка, баня и теплица.

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Что изображено на плане?
2. Какую форму имеет данный участок?
3. Где находится гараж и какой цифрой отмечен на плане?
4. Какие постройки находятся на этом участке?
5. Где они расположены?

Второй этап – поиск решения задачи представлен в Таблице 29.

Таблица 29 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|--|--|
| 1 | 2 |
| Какой главный вопрос задачи? | Определить какими цифрами на плане обозначены следующие объекты: дом, беседка, баня и теплица. |
| Что необходимо знать про эти объекты, чтобы ответить на вопрос задачи? | Необходимо знать их расположение. |
| Где находится беседка? | Беседка находится при входе на участок справа от ворот. |
| Где находится дом? | Жилой дом находится в глубине территории. |
| Что еще известно из текста про дом? | Перед домом посажены Яблони. |
| Как на плане располагаются теплица и баня? | Баня расположена рядом с гаражом, а теплица построена на территории огорода. |

Третий этап – запись решения.

- 1) читаем текст;
- 2) выбираем на плане правильное расположение объектов.

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: Дом – 3, беседка – 6, баня – 4, теплица – 1.

Умение: распознает зависимость по описанию план-схемы, заданным характеристикам

Вопрос 2. Тротуарная плитка продается в упаковках по 8 штук. Сколько упаковок плитки понадобится, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом?

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Какую ширину имеют дорожки внутри участка?
2. Какой размер у тротуарной плитки?
3. Сколько плиток в одной упаковке?

Второй этап – поиск решения представлен в Таблице 30.

Таблица 30 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|--|---|
| 1 | 2 |
| Какой главный вопрос задачи? | Сколько упаковок плитки понадобится, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом. |
| Какую площадь имеет площадка, которая находится между беседкой и гаражом? | Между беседкой и гаражом находится площадка площадью 64 квадратных метра. |
| Сколько дорожек на участке? | Три дорожки. |
| Какую форму имеют дорожки? | Прямоугольную форму. |
| Можем ли посчитать площадь каждой дорожки? Как это сделать? | Да, можем. Надо ширину умножить на длину. |
| Что необходимо сделать, чтобы узнать сколько тротуарной плитки необходимо положить на участок? | Надо сложить площади трёх дорожек и площадь площадки перед гаражом. |
| Как узнать, сколько упаковок плитки понадобится? | Сумму площадей разделить на количество плиток в одной упаковке. |

Третий этап – запись решения.

- 1) $1 \cdot 6 = 6$ (квадратных метров) – площадь первой дорожки;

- 2) $1 \cdot 9 = 9$ (квадратных метров) – площадь второй дорожки;
- 3) $1 \cdot 10 = 10$ (квадратных метров) – площадь третьей дорожки;
- 4) $6 + 9 + 10 + 64 = 89$ (квадратных метра)– требуется тротуарной дорожки;
- 5) $89 : 8 = 11,125$ (штук) – количество упаковок.
- 6) Так как 11,125 не целое число, то берем 12 упаковок тротуарной плитки, чтобы хватило уложить на участок.

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: 12 упаковок плитки понадобится, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом.

Умение: находит площади фигур с учетом масштаба, совершает расчет количества с избытком.

Из тематического планирования сборника задач для 5 класса рассмотрим тему: «Комбинаторные задачи. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков».

Задача 13

В 5 «А» классе в понедельник 5 уроков: русский язык, математика, география, история и физкультура. Сколько можно составить вариантов расписания в день, зная, что география стоит первым уроком?

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Сколько уроков в понедельник в 5 «А» классе?
2. Какой урок стоит первым?

Второй этап – поиск решения задачи представлен в Таблице 31.

Таблица 31 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|---|---|
| <i>1</i> | <i>2</i> |
| Какой главный вопрос задачи? | Сколько можно составить вариантов расписания в день, зная, что география стоит первым уроком. |
| С какого урока мы начинаем составлять расписание? | Географии. |

Продолжение таблицы 31

| <i>1</i> | <i>2</i> |
|--|--------------------------------|
| Какие способы решения этой задачи вы знаете? | Перебор, произведение. |
| Сколько предметов может стоять вторым уроком? | Четыре. |
| Сколько предметов может стоять третьим уроком? | Три. |
| Сколько предметов может стоять четвертым уроком? | Два. |
| А последним уроком? | Один. |
| Зная эту информацию, как мы решим задачу? | Надо все значения перемножить. |

Третий этап – запись решения задачи.

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 = 24 \text{ – варианты.}$$

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: можно составить 24 варианта расписания в день.

Умение: применяет математическую теорию в конкретных ситуациях.

Рассмотрим некоторые задачи из сборника задач практико-ориентированного содержания «Основы математической грамотности» 6 класс.

Из тематического планирования для 6 класса рассмотрим тему: «Числа и единицы измерения: время, деньги, масса, температура, расстояние.»

Задача 14

Семья Гусевых в пятницу вылетела из города Кыштым в город Сочи на самолете компании «Победа». В семье: мама, папа, сын – ученик 2 класса Илья, дочь Алиса – 4 года и бабушка.

Вопрос 1. Сколько денег семья Гусевых потратит на билеты в город Сочи, если цена билета 2650 рублей? У бабушки пенсия и ей полагается скидка на 20 %, у Алисы бесплатный билет без места, потому что она будет сидеть с мамой, у Ильи билет со скидкой 30 %, так как он летит по детскому билету.

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Сколько стоит один билет?
2. Какая скидка на билет у бабушки?
3. Какая скидка на билет у Ильи?
4. Сколько стоит билет у Алисы?

Второй этап – поиск решения представлен в Таблице 32.

Таблица 32 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|--|--|
| 1 | 2 |
| Какой главный вопрос задачи? | Сколько денег семья Гусевых потратит на билеты в город Сочи. |
| Что нужно знать, чтобы вычислить стоимость билета бабушки? | Надо знать стоимость одного билета и скидку на билет. |
| Как найти стоимость билета Ильи? | Надо стоимость одного билета умножить на скидку Ильи за детский билет. |
| Как узнать сколько составила скидка? | Надо проценты перевести в число. Затем полученное число умножить на стоимость одного билета. |
| Сколько стоили билеты папы и мамы | $2650+2650 = 5300$. |
| Как найти сколько семья Гусевых потратила на полёт? | Надо сложить стоимость билетов всей семьи. |

Третий этап – запись решения.

1) $20\% = \frac{20}{100} = 0,2$;

2) $30\% = \frac{30}{100} = 0,3$;

3) $0,2 \cdot 2650 = 530$ (рублей) – скидка на билет бабушки;

4) $0,3 \cdot 2650 = 795$ (рублей)- скидка на билет Ильи;

5) $2650 - 530 = 2120$ (рублей)- стоит билет бабушки;

6) $2650 - 795 = 1855$ (рублей)- стоит билет Ильи;

7) $5300 + 2120 + 1855 = 9275$ (рублей)- семья Гусевых потратила на полёт.

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: 9275 рублей семья Гусевых потратила на билеты в город Сочи.

Вопрос 2. Возвращаясь обратно, семья Гусевых купила билеты на авиаперелет у другой компании. Все кроме Алисы и Ильи прилетели в город Кыштым по полноценному билету, стоимость которого была равна 3150 рублей, Илья же прилетел детским авиабилетом за 2250 рублей, а Алиса получила свой билет без места. Насколько дороже обошлась поездка обратно из города Сочи в город Кыштым?

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Сколько стоит полноценный билет?
2. Сколько стоит билет у Ильи?
3. Сколько стоит билет у Алисы?

Второй этап – поиск решения представлен в Таблице 33.

Таблица 33 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|--|---|
| <i>1</i> | <i>2</i> |
| Какой главный вопрос задачи? | Насколько дороже обошлась поездка обратно из города Сочи в город Кыштым? |
| Сколько человек полетело по полноценному билету? | Трое: мама, папа и бабушка. |
| Как найти сколько семья Гусевых потратила на полёт? | Надо сложить стоимость билетов всей семьи. |
| Чтобы сравнить стоимость двух поездок, что необходимо знать? | Сколько составила стоимость перелета в компании «Победа» и другой компании. |

Третий этап – запись решения.

- 1) $3150 \cdot 3 + 2250 = 11700$ (рублей) – семья Гусевых потратила на полёт в другой компании;
- 2) $11700 - 9275 = 2425$ (рублей) – обратная поездка обошлась дороже.

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: поездка обратно («Сочи» – «Кыштым») обошлась дороже на 2425 рублей.

Из тематического планирования для 6 класса рассмотрим тему: «Вычисление величины, применение пропорций».

Задача 15

Наталья, Виталий и Никита ездят на велосипедах разных размеров. В Таблице 34 указаны расстояния, которые проезжают их велосипеды при разном числе полных оборотов колес.

Таблица 34 – Условие задачи «Велосипеды»

| | Пройденное расстояние (в см) | | | | | |
|---------|------------------------------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|
| | 1 оборот | 2 оборота | 3 оборота | 4 оборота | 5 оборотов | 6 оборотов |
| Никита | 98 | 196 | 294 | 392 | 490 | ... |
| Виталий | 167 | 334 | 501 | 668 | 835 | ... |
| Наталья | 195 | 390 | 585 | 780 | 975 | ... |

Вопрос 1. Никита проехал на велосипеде так, что колеса сделали три полных оборота. Если Наташа проедет также на своём велосипеде, то насколько дальше она уедет, чем Никита? Ответ укажите в сантиметрах.

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Что записывается в вертикальных столбцах?
2. Что записывается в горизонтальных столбцах?
3. Что записывается на пересечении строки и столбца?
4. В чем измеряется пройденное расстояние?
5. Верно ли, что за один оборот, пройденное расстояние у велосипедов одинаковое?
6. Как зависит пройденное расстояние и количества оборотов?

Второй этап – поиск решения представлен в Таблице 35.

Таблица 35 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|--|---|
| 1 | 2 |
| Какой главный вопрос задачи? | На сколько дальше уедет Наташа на велосипеде, чем Никита. |
| Какое расстояние проезжает Никита, сделав три оборота? | 294см. |

Продолжение таблицы 36

| <i>1</i> | <i>2</i> |
|---|--|
| Какое расстояние проезжает Наташа, сделав три оборота? | 585см. |
| Как найти разницу пройденным расстоянием Наташи и Никиты? | Из большего расстояния вычесть меньшее расстояние. |

Третий этап – запись решения.

$585 - 294 = 291$ (сантиметров) – разница между пройденным расстоянием Натальи и Никиты.

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: разница между пройденным расстоянием Натальи и Никиты составляет 291 см.

Умение: извлекать нужные данные для ответа на вопрос.

Вопрос 2. Длина окружности покрышки колеса велосипеда Никиты равна 98 сантиметров или 0,98 метров. У велосипеда Никиты три скорости, она устанавливаются с помощью верхней, средней и нижней передач. У этого велосипеда следующие передаточные соотношения: верхнее равно $1 : 2$, среднее равно $6 : 5$, нижнее равно $3 : 1$.

Сколько раз надо Никите повернуть педали, чтобы проехать 980м на верхней передаче?

Замечание: Передаточное соотношение $6:5$ означает, что при шести полных оборотах педалей колесо велосипеда делает 5 полных оборотов.

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Как переводятся сантиметры в метры?
2. Что значит отношение $3 : 1$?
3. Что значит отношение $1 : 2$?
4. Что значит отношение $6 : 5$?

Второй этап – поиск решения представлен в Таблице 36.

Таблица 36 – Второй этап.

| Вопросы | Ответы |
|---|---|
| 1 | 2 |
| Какой главный вопрос задачи? | Сколько раз надо Никите повернуть педали, чтобы проехать 980 метров. |
| Сколько метров проезжает велосипедист за 1 полный оборот? | 0,98 метров. |
| Сколько полных оборотов колес должен сделать велосипедист, чтобы проехать 960 метров? | 1000 полных оборотов |
| На какой передаче он должен проехать? | На верхней. |
| При скольких полных оборотах педалей колесо велосипеда делает 2 полных оборотов? | При одном полном повороте колесо велосипеда делает 2 полных оборотов. |

Третий этап – запись решения.

1) $98 : 100 = 0,98$ (метров) – проезжает велосипедист за один полный оборот;

2) $980 : 0,98 = 1000$ – полные обороты колес;

3) $1000 \cdot 1 : 2 = 500$ – повороты педалей;

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: 500 раз надо Никите повернуть педали, чтобы проехать 980 метров.

Умение: применить прямую пропорциональность.

Задача 16

На школьный концерт 6 «Б» класс готовит танец. Для выступления ребятам необходимо заказать костюмы. Администрация школы в ателье сделала заказ на пошив 11 рубашек для мальчиков, но ткань нужно купить самим.

Вопрос. Сколько администрации надо купить ткани, если в прошлом году они покупали 18,9 метров такой же ткани для 9 таких же рубашек?

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Какое количество рубашек заказала администрация школы в ателье?
2. Какое количество рубашек администрация заказала в прошлом году?
3. Сколько метров ткани было куплено в прошлом году?

Второй этап – поиск решения представлен в Таблице 37.

Таблица 37 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|--|--|
| <i>1</i> | <i>2</i> |
| Какой главный вопрос задачи? | Сколько администрации надо купить ткани на 11 рубашек. |
| Как связаны между собой количество рубашек и количество ткани? | Чем больше ткани, тем больше рубашек. |
| Как можно оформить соотношение величин, о которых идёт в задаче, если неизвестное количество ткани обозначить через X? | 18,9 метров – 9 рубашек x метров – 11 рубашек |
| Что можем сделать с величинами, которые связаны между собой? | Составить пропорцию. |

Третий этап – запись решения.

18,9 метров – 9 рубашек;
 x метров – 11 рубашек;
 $x = \frac{18,9 \cdot 11}{9} = 23,1$ метров.

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: Администрации надо купить 23,1 метр ткани на 11 рубашек.

Умение: составлять и решать пропорцию.

Рассмотрим некоторые задачи из темы «Текстовые задачи, решаемые арифметическим способом»

Задача 17

Маша купила платье, шляпу и туфли. За все вещи она заплатила 3140 рублей. Платье стоило на 200 рублей больше, чем шляпа, а шляпа и платье вместе на 300 рублей больше, чем туфли.

Вопрос 1. Сколько стоят платье, туфли и шляпа по отдельности?

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Сколько Маша заплатила за вещи?
2. На сколько платье дороже, чем шляпа?
3. На сколько больше шляпа и платье вместе, чем туфли?

Второй этап – поиск решения представлен в Таблице 38.

Таблица 38 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|--|--|
| <i>1</i> | <i>2</i> |
| Какой главный вопрос задачи? | Сколько стоят туфли, платье и шляпа по отдельности. |
| Как связаны между собой платье и шляпа? | Платье больше на 200 рублей, чем шляпа. |
| Как связаны между собой шляпа, платье и туфли? | Шляпа и платье на 300 рублей больше, чем туфли. |
| Как вычислить стоимость туфель? | Из общей сумму вычесть 300 руб. и результат поделить на 2. |
| Как вычислить стоимость шляпы? | Из общей суммы вычесть стоимость туфель, затем из получившегося результата вычесть 200 руб. Это мы узнаем стоимость платья и шляпы вместе. Затем необходимо стоимость шляпы + платья разделить на 2 и узнаем стоимость шляпы. |
| Как вычислить стоимость платья? | К стоимости шляпы прибавить 200 руб. |

Третий этап – запись решения.

- 1) $3140 - 300 = 2840$ (рублей);
- 2) $2840 : 2 = 1420$ (рублей) – стоимость туфель;
- 3) $3140 - 1420 = 1720$ (рублей);
- 4) $1720 - 200 = 1520$ (рублей) – стоимость платья и шляпы поровну;
- 5) $1520 : 2 = 760$ (рублей) – стоимость шляпы;
- 6) $760 + 200 = 960$ (рублей) – стоимость платья;

Четвертый этап – формулирование ответа

Ответ: 960 рублей, 1420 рублей, 760 рублей стоят платье, туфли и шляпа по отдельности.

Рассмотрим некоторые задачи из темы «Логические задачи, решаемые с помощью таблиц».

Задача 18

Саша, Андрей, Антон и Вадим встретились на соревнованиях. Мальчики приехали из разных городов: из Самары, Омска, Челябинска и Екатеринбурга. Известно, что Саша жил в одной комнате с мальчиком из Екатеринбурга и ни один из них никогда не был в Самаре и Челябинске. Антон играл в одной команде с мальчиком из Самары, а против них боролся приятель из Екатеринбурга. Вадим и мальчик из Самары увлекались игрой в футбол. Выясните кто из какого города приехал?

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Сколько мальчиков приехали на соревнования?
2. Из каких городов приехали ребята?
3. С кем Саша жил в одной комнате?
4. Кто был в одной команде с Антоном?
5. Кто из ребят увлекался футболом?

Второй этап – поиск решения задачи представлен в Таблице 39.

Таблица 39 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|--|---|
| 1 | 2 |
| Какой главный вопрос задачи? | Кто из какого города приехал. |
| Что из задачи известно про Сашу? | Он никогда не был в Самаре и Челябинске, и он жил с мальчиком из Екатеринбурга. |
| Какой вывод можно сделать про Сашу? | Он приехал из Омска. |
| Что из задачи известно про Антона? | Антон играл в одной команде с мальчиком из Самары. |
| Антон мог приехать из Екатеринбурга? Почему? | Нет, потому что против Антона и мальчика из Самары играл приятель из Екатеринбурга. |
| Какой вывод можно сделать про Антона? | Антон приехал из Челябинска. |
| Что из задачи известно про Вадима? | Вадим и мальчик из Самары увлекались игрой в футбол. |
| Какой вывод можно сделать про Вадима? | Вадим приехал не из Самары, а значит он из Екатеринбурга. |

Третий этап – запись решения задачи представлена в Таблице 40.

Таблица 40 – Третий этап

| | Саша | Андрей | Антон | Вадим |
|--------------|------|--------|-------|-------|
| Самара | – | + | – | – |
| Омск | + | – | – | – |
| Челябинск | – | – | + | – |
| Екатеринбург | – | – | – | + |

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: Саша из Омска, Андрей из Самары, Антон из Челябинска, Вадим из Екатеринбурга.

Умение: решает логические задачи табличным методом.

Задача 19

Три подруги – Настя, Оля и Анжелика преподают различные предметы: математику, физику и информатику. Девушки работают в школах Анапы, Барнаула и Новгорода. Известно, что Настя работает не в Анапе, а Оля не в Барнауле. Жительница Анапы не преподаёт физику. Та, которая в Барнауле преподаёт математику, а Оля не преподаёт информатику. Какой предмет и в каком городе преподаёт каждая из подруг?

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Какие предметы преподают подруги?
2. В каких городах работают девушки?
3. Что известно про Настю?
4. Что можно сказать про жительницу Анапы?
5. В каком городе одна из подруг преподаёт математику?
6. Что известно про Олю?

Второй этап – поиск решения представлен в Таблице 41.

Таблица 41 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|------------------------------|--|
| <i>1</i> | <i>2</i> |
| Какой главный вопрос задачи? | Какой предмет и в каком городе преподаёт каждая из подруг. |

Продолжение таблицы 41

| <i>1</i> | <i>2</i> |
|--|--|
| Что известно про Настю и Олю? | Настя работает не в Анапе, а Оля не в Барнауле. |
| Какой предмет не преподает Оля? | Информатику. |
| Известно, что кто работает в Барнауле преподает математику. Какой вывод исходя из этого можно сделать? | Так как Оля живет не в Барнауле, значит она не преподает математику. |
| Какой предмет преподает Оля? | Так как Оля не преподает математику и информатику, значит Оля преподает физику. |
| Из какого города Оля, если известно, что жительница Анапы не преподает физику, а также известно, что Оля не работает в Барнауле? | Оля из Новгорода. |
| В каком городе преподает Анжелика? | Известно, что Оля и Настя не преподают в Анапе, а это значит, что Анжелика жительница Анапы. |
| Кто работает в городе Барнаул? | Так как Оля из Новгорода и Анжелика из Анапа, значит Настя работает в городе Барнаул и преподает математику. |
| Кто преподает информатику? | Анжелика. |

Третий этап – запись решения задачи представлена в Таблице 42.

Таблица 42 – Третий этап

| | Математика | Физика | Информатика | Анапа | Барнаул | Новгород |
|----------|------------|--------|-------------|-------|---------|----------|
| Настя | + | – | – | – | + | – |
| Оля | – | + | – | – | – | + |
| Анжелика | – | – | + | + | – | – |

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: Настя преподает математику в Барнауле, Оля преподает физику в Новгороде, а Анжелика преподает информатику в Анапе.

Умение: использует таблицы для фиксации взаимно однозначного соответствия между объектами двух и более множеств.

Рассмотрим некоторые задачи из темы «Геометрические задачи на построение и на изучение свойств фигур, возникающих в ситуациях повседневной жизни, задач практического содержания».

Задача 20

Василий хозяин квартиры площадью 70 квадратных метров (Далее – м^2). Он решил сделать ремонт и заказал натяжной потолок. Стоимость работ по установке натяжных потолков приведена в Таблице 43.

Таблица 43 – Стоимость работ

| Цвет потолка | Цена в рублях за 1 м^2 (в зависимости от площади помещения.) | | | |
|--------------|--|---------------------------|---------------------------|------------------------|
| | до 10 м^2 | от 11 до 30 м^2 | От 31 до 60 м^2 | Свыше 60 м^2 |
| белый | 1100 | 1050 | 850 | 600 |
| цветной | 1200 | 1250 | 1150 | 950 |

Вопрос 1. Определите, какой потолок (белый или цветной) выгоднее заказать?

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Какой площадью квартира у Василия?
2. Что записывается в вертикальных столбцах?
3. Что записывается в горизонтальных строках?
4. Что записывается на пересечении строки и столбца?

Второй этап – поиск решения задачи представлен в Таблице 44.

Таблица 44 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|---|--|
| 1 | 2 |
| Какой главный вопрос задачи? | Какой потолок выгоднее заказать. |
| Что нужно знать, чтобы ответить на вопрос? | Стоимость белого и цветного потолка за 70 м^2 . |
| Какова стоимость белого потолка за 70 м^2 ? | 700 рублей |
| Какова стоимость цветного потолка за 70 м^2 ? | 950 рублей |
| Как определить какой потолок выгоднее заказать? | Надо сравнить их стоимости. Тот, что будет дешевле – выгоднее брать. |

Третий этап – запись решения задачи.

$700 < 950$, значит выгоднее заказать белый потолок.

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: выгоднее заказать белый потолок.

Умение: выбирать минимальную стоимость, основываясь на данные в таблице.

Вопрос 2. Сколько будет стоить заказ белого потолка, если действует сезонная скидка в 5 %?

Решение:

Первый этап – разбор условия задачи.

1. Какой площадью квартира у Василия?
2. Сколько будет стоить белый потолок за 1 м²?
3. Какая действует сезонная скидка?

Второй этап – поиск решения задачи представлен в Таблице 45.

Таблица 46 – Второй этап

| Вопросы | Ответы |
|--|---|
| <i>1</i> | <i>2</i> |
| Какой главный вопрос задачи? | Сколько будет стоить заказ белого потолка, если действует сезонная скидка в 5 % |
| Что нужно знать, чтобы ответить на вопрос? | Стоимость белого потолка за 70 м ² . |
| Какова стоимость белого потолка до скидки? | 42000 рублей. |
| Сколько рублей составила сезонная скидка? | 2100 рублей. |

Третий этап – запись решения задачи.

- 1) $70 \cdot 600 = 42000$ (рублей) – стоимость белого потолка до скидки;
- 2) $0,05 \cdot 42000 = 2100$ (рублей) – составила скидка;
- 3) $42000 - 2100 = 39900$ (рублей) – стоимость со скидкой.

Четвертый этап – формулирование ответа.

Ответ: 39900 рублей.

Выводы по 2 главе:

Во второй главе рассмотрена методика формирования математической грамотности. Традиционно в методике преподавания математике процесс решения задачи можно разделить на этапы. В процессе

решения поставленной задачи мы выделяем четыре основных этапа: разбор условия задачи, поиск решения задачи, запись решения, формулирование ответа.

Разработан сборник практико-ориентированных задач «Основы математической грамотности». При разработке системы практико-ориентированных заданий по формированию математической грамотности мы руководствовались следующими принципами: от простого к сложному, дифференциации, индивидуализации и наглядности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В выпускной квалификационной работе нами были рассмотрены сущность понятия «математическая грамотность», основные подходы и принципы формирования математической грамотности, а также мониторинг формирования математической грамотности.

В процессе выполнения выпускной квалификационной работы была обоснована актуальность проведенного исследования, заключающаяся в формировании математической грамотности через решение нестандартных, практико-ориентированных задач, а также через решение задач практического жизненного контекста.

Все поставленные перед нами задачи были достигнуты.

В современном образовании компетентностный подход фокусируется на способности учеников использовать свои знания и умения в жизни.

Математическая грамотность формируется в первую очередь за счет реализации компетентностного подхода к обучению.

Разработана система заданий, способствующей формированию математической грамотности.

Был разработан сборник практико-ориентированных задач «Основы математической грамотности». Данный сборник основан на принципах: от простого к сложному, дифференциации, индивидуализации и наглядности.

Таким образом, вопрос формирования математической грамотности остается сегодня особенно важным. Для формирования математической грамотности нужно создать специальную учебную систему, которая будет использоваться не только на уроках, но и во время внеурочной деятельности, а также во время дополнительных занятий, секций и кружков.

Только в результате активной систематической работы по данному вопросу математическая грамотность обучающихся будет расти.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. **Азимов, Э. Г.** Новый словарь методических терминов и понятий (теория и практика обучения языкам) / Э. Г. Азимов, А. Н. Щукин. 5-е издание. – Москва : Икар, 2010. – 448 с. – ISBN 978-5-7974-0207-7. – Текст : непосредственный.
2. **Формирование универсальных действий в основной школе: от действия к мысли: пособие для учителя / А. Г. Асмолов, Г. В. Бурменская, И. А. Володарская, О. А. Карабанова, Н. Г. Салмина, С. В. Молчанов.** – Москва : Просвещение, 2010. – 208 с. – ISBN 978-5-09-020588-7. – Текст : непосредственный.
3. **Басюк, В. С.** Инновационный проект Министерства просвещения «Мониторинг формирования функциональной грамотности» : основные направления и первые результаты [Электронный ресурс] / В. С. Басюк, Г. С. Ковалева. Отечественная и зарубежная педагогика. – 2019. – № 4 (61). – С. 13–33. URL: [innovatsionnyy-proekt-minprosv-monitoring-form-FG.pdf - \(yandex.ru\)](http://innovatsionnyy-proekt-minprosv-monitoring-form-FG.pdf-yandex.ru) (дата обращения: 29.03.2023). – Текст : электронный.
4. **Виноградова, Л. В.** Методика преподавания математики в средней школе : учебное пособие / Л. В. Виноградова. – Ростов-на-Дону : Феникс, 2005. – 252 с. – ISBN 5-222-073-75-0. – Текст : непосредственный.
5. **Волкова, В. Ф.** Реализация практико-ориентированного образования на уроках математики / В. Ф. Волкова // Молодой ученый, 2014. – 33 с. – Текст : непосредственный.
6. **Методика работы с задачей на уроке математики в контексте ФГОС ООО нового поколения / Т. А. Иванова, В. И. Ульянова, Н. В. Кузнецова, Е. В. Белоглазова // Подготовка будущего учителя к проектированию современного урока : монография / Мордовский государственный педагогический институт имени М. Е. Евсевьева.** – Саранск, 2016. – 207 – 225 с. – Текст : непосредственный.

7. **Иванова, Т. А.** Структура математической грамотности школьников в контексте формирования их функциональной грамотности / Т. А. Иванова, О. В. Симонова // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. – Киров, 2009. – 125–129 с. – Текст : непосредственный.

8. Концепция направления «математическая грамотность» исследования PISA – 2021 [Электронный ресурс] // Федеральный институт оценки образования. – URL : <https://fioco.ru/Contents/Item/Display/2201978> (дата обращения: 30.04.2023). – Текст : электронный.

9. **Лукичева, Е. Ю.** Математическая грамотность: обзор понятия и методики формирования [Электронный ресурс] / Е. Ю. Лукичева. Непрерывное образование. – 2020. – 53 с. – URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_44164311_69687020.pdf (дата обращения: 29.03.2021). – Текст : электронный.

10. **Пожарова, Г. А.** Практико-ориентированные задачи как один из важнейших элементов формирования математической грамотности учащихся / Г. А. Пожарова // Молодой ученый. – 2021. – 64 с. – Текст : непосредственный.