МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

# Методика формирования метапредметных результатов обучения в процессе изучения функций в основной школе

**Выпускная квалификационная работа по направлению**
**44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

**Направленность программы бакалавриата**
**«Математика.Экономика»**

**Форма обучения: очная**

Проверка на объем заимствований:
___71___% авторского текста
Работа _рекоменд_ к защите
« 25 » мая 2020 г.

и.о. зав. кафедрой МиМОМ
____________ Шумакова Е.О.

Выполнила:
Студентка группы ОФ-513/086-5-1
Панасюк Дарья Александровна

Научный руководитель:
к.ф.-м.н., доцент кафедры МиМОМ
Шумакова Екатерина Олеговна

Челябинск
2020

СОДЕРЖАНИЕ

# ВВЕДЕНИЕ

ФГОС второго поколения содержит требования к результатам освоения основной образовательной программы, в частности приводит описание портрета выпускника, определяемого потребностями семьи, общества и государства. Инновационный характер ФГОС определяется разделением требований к результатам обучения. Ранее предъявлялись требования только к предметным результатам обучения, теперь же к:

– личностным, включающим готовность и способность обучающихся к саморазвитию, сформированность мотивации к обучению и познанию, ценностно-смысловые установки обучающихся, отражающие их индивидуально-личностные позиции, социальные компетенции, личностные качества; сформированность основ гражданской идентичности;

– метапредметным, включающим освоенные обучающимися универсальные учебные действия (познавательные, регулятивные и коммуникативные), обеспечивающие овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу умения учиться, и межпредметными понятиями;

– предметным, включающим освоенный обучающимися в ходе изучения учебного предмета опыт специфической для данной предметной области деятельности по получению нового знания, его преобразованию и применению, а также систему основополагающих элементов научного знания, лежащих в основе современной научной картины мира [43].

Ключевой особенностью действующего стандарта следует отметить смещение приоритетов в рамках целеполагания. До введения стандарта основной целью предмета математики была предметная составляющая, в настоящее время же во главу ставятся, прежде всего, личностные, а потом метапредметные результаты обучения.

Из анализа программ по алгебре основной школы можно сделать вывод о том, что тема «Функции» и «Графики функций» изучается на протяжении всего школьного курса математики. Материал, усвоенный при изучении данных тем, используется как опосредованно, так и для решения различных задач, таких как графический способ решения уравнений и неравенств, графический способ представления информации о зависимости величин и др. Стоит отметить, что материал, изученный в данной теме тесно связан с такими предметами, как «Физика», «Химия», «Биология» и др. [44].

Все сказанное, подтверждает метапредметность темы «Функции» в основной школе.

В настоящее время остается актуальной проблема разработки и использования метапредметных технологий преподавания, создания учителем особых условий, когда под его руководством учащиеся могут самостоятельно найти решение задачи способом построения эффективных моделей. В связи с этим необходимо наличие методики изучения темы «Функции», которая способствовала бы успешному самостоятельному усвоению учащимися новых знаний, умений и компетенций, включая умение учиться, позволяющая научиться решать разнообразные задачи, используя полученные знания.

Значимость и актуальность обозначенной проблемы определили выбор темы данной квалификационной работы «Методика формирования метапредметных результатов в процессе изучения функций в основной школе».

**Цель исследования –** разработать комплекс задач, способствующих формированию метапредметных результатов при изучении темы «Функции» в основной школе.

**Объект исследования –** процесс обучения математике в основной школе.

**Предмет исследования** – формирование метапредметных результатов при изучении темы «Функции» в основной школе.

**Гипотеза исследования –** достижение метапредметных результатов в процессе обучения теме «Функции» будет более эффективно если осуществлять подбор задач, позволяющих формировать метапредметные результаты у учащихся.

Для реализации поставленной цели необходимо выполнить следующие задачи:

1. Ознакомиться с учебно-методической литературой по данной теме.
2. Выявить педагогические условия формирования метапредметных результатов на уроках математики.
3. Подобрать задачи, способствующие достижению метапредметных результатов.
4. Разработать шаблоны для конструирования метапредметных заданий.

# ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ УМЕНИЙ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ФУНКЦИИ» В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

## 1.1 Основные понятия

На данный момент понятия «метапредмет» и «метапредметное обучение» очень популярны. Это легко объясняется тем, что в основу новых стандартов заложен метапредметный подход. Впервые о необходимости формирования метапредметных образовательных результатов обучения и требованиям к ним было сказано в новой версии ФГОС.

Введение метапредметного подхода в образовании можно считать попыткой постепенно, без глобальных изменений всей системы направить образование на реализацию новых потребностей современности.

Метапредмет выстраивается вокруг какой-то мыследеятельностной организованности. На основе мыследеятельностных организованностей, таких как знание, знак, проблема, задача, смысл и категория, выстраиваются учебные предметы нового типа. Все они имеют деятельностный, а потому универсальный метапредметный характер.

Метапредметность характеризует выход за пределы предметов, но не уходит от них.

«*Метапредмет* – это то, что стоит за предметом или за несколькими предметами, находится в их основе и одновременно в корневой связи с ними. Матапредметность не может быть оторвана от предметности» [2].

*Выпускник новой школы* – это человек, который способен самостоятельно ставить и решать задачи собственного развития, как в познавательной, так и в практической деятельности. Поэтому основной задачей школьного образования можно считать создание условий формирования субъекта учебной деятельности. Стать субъектом учебной деятельности – значит научиться ставить перед собой учебные задачи и составлять план их решение, владеть методами решения задач этой деятельности, быть мотивированным этой деятельностью. Одним из эффективных инструментов формирования данного умения является способ обучения в сотрудничестве с применением информационных технологий. Целью данной технологии является формирование у субъектов образовательного процесса умения работать сообща во временных командах и группах, добиваясь качественных образовательных результатов. Метапредметная деятельность тесно связана с предметной деятельностью, находится, как бы в её основе [23].

В любой деятельности учащегося есть:

1) предметная составляющая, то есть то, что делает ее содержательной;

2) метапредметная составляющая, которая делает ее ответственной и осознанной.

Метапредметная составляющая деятельности «обучаюсь»:

– стратегическая (мотив, цель, план, средства, организация, действия, результат, анализ и др.);

– исследовательская (факт, проблема, гипотеза, проверка, сбор новых фактов, вывод и др.);

– проектировочная (замысел, реализация, рефлексия и др.);

– моделирующая (построение посредством знаковых систем мыслительных аналогов – логических конструктов изучаемых систем и др.);

– конструирующей (выстраивание системы мыслительных операций, выполнение эскизов, рисунков, чертежей, позволяющих конкретизировать и детализировать проект и др.);

– прогнозирующей (мысленное конструирование будущего состояния объекта на основе предвидения и выстраивание вариантов сценария разворачивания событий и др.

Метапредметная компетентность основывается на следующих понятиях:

1. *Метадеятельность* – умение совершать любую деятельность с предметами, универсальный способ жизнедеятельности.

2. *Метазнания* – сведения о методах и приемах познания, структуре знаний и способах работы с ними.

3. *Метаспособы* – методы, которые помогают находить новые способы решения задач, нестандартные планы деятельности.

4. *Метаумения* – универсальные общеучебные навыки и умения.

К таким метаумениям относятся:

– основы теоретического мышления (определение понятий, систематизация, классификация, доказательство, обобщение);

– обладание навыками переработки информации (анализ, синтез, интерпретация, оценка, аргументирование);

– критическое мышление (работа с фактами: сопоставление, умение отличать недостоверную информацию, находить логическое несоответствие, определять двусмысленность и т.д.);

– задатки творческого мышления (определение проблем в стандартных ситуациях, нахождение альтернативного решения, совмещение традиционных и новых способов деятельности);

– регулятивные умения (ставить вопросы, формулировать гипотезы, определять цели, планировать, выбирать способ действий, контролировать, анализировать и корректировать свою деятельность);

– главные качества мышления (диалектичность, гибкость и т.д.).

Введение метапредметности в образование вытеснит уже прижившуюся практику разделения знаний по отдельным школьным предметам на современные технологии, которые позволят изучать мир, как целостную картину. И результатом такого вытеснения будет объединение личного, познавательного и общекультурного развития и саморазвития школьника, преемственность всех ступеней образования [19].

Чтобы рационализировать учебный процесс, повысить его эффективность, современному педагогу и ученику необходим свободный доступ к информации и умение искать информацию, сохранять, творчески ее интерпретировать в обучении и профессиональной деятельности, используя различные методы обучения.

Для того чтобы учитель и ученик владели способностью самостоятельно организовывать и планировать свою деятельность и осуществлять самопрезентацию, необходимо развитие у них критического мышления.

Учитель теперь становится творцом новых заданий, педагогических ситуаций и знаний, в которых содержатся метапредметные элементы, поэтому необходимо поменять «наполнение» образования и подходы к организации образовательного процесса. «Сегодня метапредметность – это одно из самых важных и необходимое требований к организации образовательного процесса» [49].

Возникает вопрос, а как теперь реализовать эту метапредметность в процессе обучения математике? Особенностью метапредметного урока математики состоит в том, что осуществляется комбинирование не только математических знаний, но и знаний, полученных в процессе изучения других предметов.

Целью такого урока является уход от узкой направленности и специализации и устранение изолированности различных учебных предметов.

Можно говорить о том, что метапредметный урок – это объединение нескольких учебных дисциплин, которое позволяет формировать у обучающихся целостную картину мира. В процессе метапредметного обучения математике происходит выход педагога и обучающихся к надпредметному основанию, в качестве которого выступает деятельность ученика и педагога.

*Метапредметные результаты* определяются как освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия, способность их использования в учебной, познавательной и социальной практике, самостоятельность планирования и осуществления учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, построение индивидуальной образовательной траектории [44].

### 1.2 Анализ проблемы формирования метапредметных умений в педагогической науке и образовательной практике

Введение новых образовательных стандартов вызвало существенные изменения в теории и практике обучения. Переход современного общества на принципиально новый (инновационный) путь развития определил переоценку взглядов на содержание образования и значимость развития подрастающего поколения. Заметно повышается уровень требований к личности школьника.

Обучение необходимо выстраивать таким образом, чтобы обучающиеся могли самостоятельно определять и достигать поставленные цели, принимать решения, анализировать, сравнивать, прогнозировать нежелательные события, организовывать себя и свою деятельность, правильно излагать свое мнение, своевременно и должным образом решать практические и теоретические проблемы, которые возникают на протяжении всей жизни в различных жизненных ситуациях [38]. Системно-деятельностный подход, лежащий в основе ФГОС, выделяет личностные, предметные и метапредметные результаты обучения и воспитания обучающихся.

Личностные результаты образовательной деятельности – система ценностных отношений обучающихся к себе, другим субъектам образования, самому образовательному процессу и его результатам. Предметные результаты заключаются в усвоении знаний, умений и навыков, которые изучаются в рамках отдельного учебного предмета. Метапредметные результаты – усвоенные учениками способы деятельности, могут быть использованы как в учебном процессе, так и при решении задач, возникших в реальных жизненных ситуациях. Современная стратегия обучения ориентирована на достижение школьниками метапредметных результатов, которые выражаются универсальными учебными действиями.

Таким образом, «формирование способности и готовности обучающихся реализовывать универсальные учебные действия позволит повысить эффективность образовательно-воспитательного процесса» [26].

По мнению А.Г. Асмолова УУД – это система методов деятельности, которая позволяет ему самостоятельно планировать и осуществлять свою деятельность [4].

Основными функциями универсальных учебных действий являются:

1) позволить учащимся без сторонней помощи ставить цели обучения, осуществлять поиск путей и необходимых средств для достижения поставленных целей, самостоятельно осуществлять учебную деятельность, а также проводить ее контроль и оценку;

2) в процессе постоянного образовательного процесса создать условия для развития гармоничной личности и ее реализации в обществе;

3) «обеспечение успешного усвоения знаний, формирования умений, навыков и компетентностей в любой предметной области» [4].

В трудах российских педагогов (Краевского В.В., Лебедева О.Е., Хуторского А.В. и др.) метапредметность в образовании ознаменовалась переходом к абсолютно новой модели подготовки обучающихся. Данная модель основывается на способностях обновляться, меняться, двигаться вперед, а также основывается на обучении учащихся не только знаниям, а еще и способам деятельности, к которым относятся познавательная, коммуникативная и рефлексивная деятельность [31].

Анализ педагогический литературы позволил выделить различные подходы к понятию «метапредметное обучение».

1. Ценностно-целевой подход – связан с обучением школьников основным «жизненным навыкам», которые включают в себя умения и способности, применимые в разных сферах жизни человека, и позволяющие решать задачи адаптации и развития. К таким основным навыкам относятся: умение принимать решения, навыки общения, навык постановки целей и др. Данный подход разработан в США и применяется почти в 30 странах мира и позволяет решать задачи развития и становления личности обучающихся [14].

2. Прагматический подход, предложенный Дж. Дьюи, основывается на функционализме и инструментализме. По его мнению, познание должно быть ориентированно на использовании ранее добытого опыта для дальнейшего личного применения, наполняться конкретными надпредметными способами и инструментами деятельности: нахождением закономерностей, видовых и родовых признаков, включением предметов и явлений в более крупные системы и др. Но философские положения теории Дж. Дьюи, которые подтверждают идентичность природы, опыта детей и взрослых, не смогли получить достаточного внимания в школьной практике [18].

3. Мыследеятельностный подход разработан Г.П. Щедровицким и направлен на развитие мыследеятельности школьников. По мнению автора, метапредметное обучение связано с оценкой своей способности реализовывать поставленную задачу и выбором метода действия для достижения цели и решения проблемы [15].

4. Ситуативный подход – направлен на уход от предметности, необходимость в процессе образовательной деятельности развивать

природные способности обучающихся. По мнению Хасана Б.И. выделяются содержание следующих типов:

– культурно-отчужденное, при котором учебные знания уже оформленны специальным способом (учебники, словари и др.);

– ситуативное, которое появляется как бы поверх предметного материала, при оформлении которого мы можем получить метапредметное содержание.

В образовательном процессе, который выстроен на принципах метапредметности, важной составляющей является самостоятельная деятельность учащихся, их способность следовать в соответствии с культурными нормами, руководствуясь при этом личным мотивом [47].

5. Содержательный подход – опирается на то, что создание содержательной части образования имеет свои особенности. Особую лепту в создание данного подхода внесли Краевский В.В., Хуторской А.В. и др. Этот подход дает возможность установить характеристики метапредметного содержания образования, фокусирующегося в виде «узловых точек», которые необходимы для создания целостного образа изучаемой действительности [32].

Поташник М.М. считает, что, метапредметные умения надо вводить на обычных уроках по всем предметам и выделяет альтернативный путь: дать учащимся возможность осваивать их на специальных занятиях» [29]. Анализ подходов к метапредметному обучению дает возможность оценить спектр педагогических задач, стоящих перед педагогом в условиях модернизации системы образования.

«Метапредметность» позволяет обучению осваивать обобщенные способы личностно-значимой деятельности (познавательной, коммуникативной, рефлексивной и др.). Метапредметное обучение позволяет педагогу «выйти» за рамки предметной области для поиска оптимальных путей получения нового образовательного результата.

Понятие «метапредметность» состоит из приставки «мета» и корня «предмет». Мета (греч. meta) – приставка, означает «следование за чем-либо, после чего-либо», «расположение между чем-либо», «промежуток в пространстве или во времени», «переход из одного места или состояния в другое».

Во времена Сократа, Платона и Аристотеля можно заметить, что закладывались основы метапредметности в обучении. Так, Сократ активно применял способ «совместного поиска», суть которого состоит в том, чтобы в процессе обучения помочь ученикам самим прийти к фиксированным суждениям через свои убеждения и рассуждения. В древнегреческом языке понятие «Метафизика», введенное Андроником Родосским, означала «то, что после физики» [8].

На современном этапе проблемами метапредметности занимались Асмолов А.Г., Хуторской А.В. и Громыко Ю.В., Пурышева Н.С. и Крысанова О.А.. По мнению Хуторского А.В., метапредметность представляет собой не уход от предметов вообще, а выход за их границы. В трактовке автора, метапредметность взаимосвязана с предметностью и противостоит общеучебной деятельности, так как последняя касается учения, а не предметов [7].

В своих научных трудах Громыко Ю.В. определяет метапредметность в виде деятельности, которая не принадлежит определенной дисциплине, а способна создать условия для обучения любому предмету [12]. В своих работах Хуторской А.В. в качестве средства формирования метапредметности предлагает ввести новые предметы («метапредметы»), построенные на фундаментальных образовательных объектах. В качестве метапредметов Громыко Ю.В. выделил следующие: «Знание», «Знак», «Проблема», «Задача». При усвоении метапредмета «Знак» у обучающихся формируется способность выражать свои мысли с помощью схем. Метапредмет «Знание» формирует умение работать с понятиями, с системами знаний. Метапредмет

«Проблема» развивает способность обсуждать и решать возникающие проблемы, используя техники позиционного анализа, диалога. На метапредмете «Задача» школьники получают знания о разных типах задач и способах их решения [13].

Метапредметность, с точки зрения Корчажкиной О.М., это образовательная форма, которая опирается на традиционные учебные предметы, при этом в своей основе применяет мыследеятельностный тип слияния учебного материала и рефлексивного отношения к базисным организованностям мышления [30].

Еще одна концепция метапредметности в обучении представлена в исследованиях Пурышевой Н.С. и Крысановой О.А.. Особое внимание авторы уделяют взаимосвязи понятия «универсальные учебные действия» с понятиями «общеучебные умения и навыки», «метапредметные (общекультурные) умения». Многогранность общеучебных умений и учебных действий ученые объясняют их проявлением на социальном, образовательном и личностном уровнях. Уровни сформированности данных умений определяются с учетом того, решение каких задач учащимися, требует их показа: из различных учебных предметов (общеучебные умения) или выходящих за рамки учебных предметов (метапредметные умения) [12].

На основе вышеизложенного мы можем сделать вывод, что в педагогической литературе нет однозначного определения метапредметности. Содержательной основой метапредметных умений является обобщенность способов действий или универсальных (метапредметных) учебных действий, которые позволяют самостоятельно получать новые знания, формировать умения, включая организацию данного процесса. Элементами метакомпетенции выделяют регулятивную, познавательную, коммуникативную компетенции [30].

## 1.3 Понятие метапредметности в современном образовании

Образование – это основной ресурс, который способствует эволюции общества. Данное утверждение дает возможность объяснить важное значение мировой стратегии – «образование на протяжении всей жизни человека».

Центральным условием успешного определения человека в обществе является умение учиться, а самоопределение и саморазвитие человека являются самыми эффективными жизненными стратегиями.

Хуторской А.В. считает, что если человек изучает разнообразие явлений познаваемого мира, то он обязательно поймет, что все происходящие в жизни явления сводятся к одним и тем же основаниям. Так, например, «золотое сечение» дает возможность увидеть единство музыкальных и астрономических явлений, а магическое число «семь» стало символом нот, цветов, дней недели, событий из сказок, чудеса света. Мир оказался наполнен некоторыми смысловыми символами, через которые человеку дается возможность познать его единство [14].

Понимание содержание образования, которое изначально распределенно между отдельнымы учебными предметами (предметоцентризм) не может быть основой конструируемых курсов, так как не обеспечивает свободу творческой самореализации учащихся. Поэтому метапредметное содержание должно быть предусмотрено уже на на первом уровне его формирования, то есть то, что предшествует учебному предмету, как бы находится за ним, существует до его конкретного проявления [14].

Громыко Ю.В. имеет иную точку зрения на понятие метапредмета. Он считает, что в качестве содержания образования должна находиться деятельность, которая не относится к предметной.

В нашем же случае метапредмет – это не особый, деятельностный «срез» предмета, но именно основосоздающая часть предмета. Такая основа связана с понятием «фундаментальный образовательный объект». Таким объектом являются, например, числа. Опыт изучения метапредметной роли числа накоплен в естественных науках, нумерологии, теологии, астрологии; эзотерика чисел, их особое место в мире привлекало внимание ученых со времен Пифагора. Набор фундаментальных образовательных объектов определяется для каждой области познаваемого бытия и представляет собой взаимосвязанную систему категорий, понятий, символов, явлений, проблем имеющих как реальное, так и идеальное воплощение [14].

Изучение математики в основной школе направлено на достижение следующих целей в метапредметном направлении:

– формировать представления о математике как части общечеловеческой культуры, о значимости математики в развитии современного общества и цивилизации;

– развить представление о математике как форме описания и методе познания действительности, создать условия для приобретения первоначального опыта математического моделирования;

– формировать общие способы интеллектуальной деятельности, характерные для математике и являющихся основой познавательной культуры, значимой для различных сфер человеческой деятельности.

Среди всех основных выписанных требований ФГОС к метапредметным результатам отметим следующие умения:

– регулятивные (самостоятельное определение целей, составление и реализация плана деятельности);

– коммуникативные (продуктивное взаимодействие с людьми);

– познавательные (в том числе проектно-исследовательские);

– информационно-познавательные (работа с источниками информации, включая их критический анализ);

– владение ИКТ;

– рефлексивные (оценка собственных действий, в том числе с учетом нравственных критериев и социальных последствий).

В методической литературе отмечается, что методы развития этих умений в целом-то известны, остается их последовательно применять. Однако, необходима плодотворная деятельность квалифицированных педагогов по разработке технологий проверки и оценивания сформированности указанных умений.

Использование метапредметных технологий в процессе обучения математике дает возможность развивать мышление у всех учеников. Данный подход определяется созданием учителем особых условий, в которых у учащихся имеется возможность под руководством учителя искать способы решения задачи. Педагог должен объяснить ученикам только суть задания и как построить эффективную модель. Учащиеся могут определять способы решения, часто бывает, что методом проб и ошибок.

## 1.4 Место темы «Функции» в школьном курсе математики

Изучение тем «функция» и «график функции» равномерно распределено по всему курсу математики в 5 – 11 классах. На начальном этапе происходит ознакомление обучающихся с графиками функций, описывающих какие-либо реальные ситуации (например, график изменения температуры воздуха или график изменения стоимости товара), после чего обучающиеся знакомятся с понятием «функция».

Место и структура изучения этой темы в школьном курсе математики в большинстве учебно-методических комплексах по математике для 5 – 11 классов построено так [34]:

<u>5 класс</u>

*Темы*: нет

6 класс

*Темы*: Координаты. Координатная плоскость. График.

*Основные виды деятельности обучающихся*: Объяснять и иллюстрировать понятие координатной плоскости. Строить на координатной плоскости точки с заданными координатами, определять координаты точек на плоскости. Строить отдельные графики зависимостей между величинами по точкам. Анализировать графики зависимостей между величинами (расстояние, время, температура и т. п.)

7 класс

*Темы*: Функции. Способы задания функции. График функции. Линейная функция, ее график и свойства. Линейное уравнение с двумя переменными и его график. Системы двух уравнений с двумя переменными. Графический способ решения системы двух линейных уравнений с двумя переменными.

*Основные виды деятельности обучающихся*: Приводить примеры зависимостей между величинами. Различать среди зависимостей функциональные зависимости. Описывать понятия: зависимой и независимой переменных, функции, аргумента функции; способы задания функции. Формулировать определения: области определения функции, области значений функции, графика функции, линейной функции, прямой пропорциональности. Вычислять значение функции по заданному значению аргумента. Составлять таблицы значений функции. Строить график функции, заданной таблично. По графику функции, являющейся моделью реального процесса, определять характеристики этого процесса. Строить график линейной функции и прямой пропорциональности. Описывать свойства этих функций. Описывать: свойства графика линейного уравнения в зависимости от значений коэффициентов, графический метод решения системы двух уравнений с двумя переменными, метод подстановки и метод сложения для решения системы двух линейных уравнений с двумя переменными. Строить график линейного уравнения с двумя переменными. Решать системы двух линейных уравнений с двумя переменными. Решать системы двух и более уравнений с двумя переменными.

8 класс

*Темы*: Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график. Функция $y = x^2$ и ее график. Функция $y = \sqrt{x}$ и ее график.

*Основные виды деятельности обучающихся*: Формулировать свойства функции $y = \frac{k}{x}$. Описывать графический метод решения уравнений с одной переменной. Выполнять построение и чтение графика функции $y = \frac{k}{x}$. Формулировать свойства: функции $y = x^2$, арифметического квадратного корня, функции $y = \sqrt{x}$. Строить графики функций $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$.

9 класс

*Темы*: Построение графика функции $y = f(x)$. Построение графиков функций $y = f(x) + b$ и $y = f(x + a)$. Квадратичная функция, её график и свойства.

*Основные виды деятельности обучающихся*: Формулировать правила построения графиков функций с помощью преобразований вида $f(x) \to f(x) + b$; $f(x) \to f(x + a)$; $f(x) \to kf(x)$. Строить графики функций с помощью преобразований вида $f(x) \to f(x) + b$; $f(x) \to f(x + a)$; $f(x) \to kf(x)$. Строить график квадратичной функции. По графику квадратичной функции описывать её свойства. Описывать схематичное расположение параболы относительно оси абсцисс в зависимости от знака старшего коэффициента и дискриминанта соответствующего квадратного трёхчлена. Решать квадратные неравенства, используя схему расположения параболы относительно оси абсцисс. Описывать графический метод решения системы двух уравнений с двумя переменными, одно из которых не является линейным.

10 класс

*Темы*: Построение графиков функций с помощью геометрических преобразований. Степенная функция с натуральным показателем и ее график. Степенная функция с целым показателем и ее график. Степенная функция с рациональным показателем и ее график. Свойства и графики функций $y = sin\, x$ и $y = cos\, x$. Свойства и графики функций $y = tg\ x$ и $y = ctg\ x$.

*Основные виды деятельности обучающихся*: Находить наибольшее и наименьшее значения функции на множестве по её графику. Строить графики функций, используя чётность или нечётность. Выполнять геометрические преобразования графиков функций, связанные с параллельными переносами, растяжениями, сжатиями и симметриями, относительно координатных осей. Строить графики функций на основе графика степенной функции с целым показателем. Строить графики функций на основе графика функции $y = \sqrt[n]{x}$. Строить графики четырех основных тригонометрических функций. Строить графики функций на основе графиков четырёх основных тригонометрических функций. Строить графики четырех основных обратных тригонометрических функций. Строить графики функций на основе графиков четырёх основных обратных тригонометрических функций. Решать простейшие тригонометрические уравнения графическим способом. Устанавливать существование предела функции в точке и находить его на основе графика функции. Различать графики непрерывных и разрывных функций.

Исследовать свойства функции с помощью производной и строить график функции с использованием ее свойств.

11 класс

*Темы*: Степень с произвольным действительным показателем. Показательная функция и ее график. Логарифмическая функция, её свойства и график.

*Основные виды деятельности обучающихся*: Строить график показательной функции. Строить графики функций на основе графика показательной функции. Строить график логарифмической функции. Строить графики функций на основе логарифмической функции. Решать показательные и логарифмические уравнения и неравенства графическим способом.

Таким образом, изучив учебно-методические комплексы по математике для 5 – 11 классов, можно сделать следующий вывод: тема «график функции» изучается на протяжении всего курса школьной математики (в том числе в алгебре и геометрии).

Вывод по 1 главе

Метапредметные компетенции школьников носят надпредметный характер; обеспечивают взаимосвязь всех этапов образовательного процесса; являются фундаментом организации и развития любой деятельности обучающихся независимо от ее специально-предметного содержания; обеспечивают периоды освоения учебного материала и формирование психологических способностей у младших школьников; способствуют целостностному общекультурному и познавательному развитию, саморазвитию обучающихся [38].

Старый лозунг «Учись учиться» принимает современное звучание, так как теперь школа должна дать учащимся не только (и не столько) определенный набор знаний, но, главное, научить его самому работать с информацией и применять полученные знания на практике. Эту задау способно решить формирование универсальных учебных действий (УУД) или достижение метапредметных результатов.

# ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА МЕТАПРЕДМЕТНЫХ ЗАДАНИЙ ПО ТЕМЕ «ФУНКЦИИ»

## 2.1 Анализ методической литературы

Введение ФГОС поменяло структуру и суть результатов обучения, содержание образовательных программ и технологий их реализации, методологии, содержания и процедуры оценивания результатов. С этой целью в образовательном процессе по математике возникла необходимость перехода от ее обособления как отдельного учебного предмета к обучению на основе принципов метапредметности как условия достижения высокого качества образования. В связи с этим, необходимо рассматривать математические понятия на межпредметном и практико-ориентированном уровнях. Важно, чтобы ученик понимал знания не как данные, которые надо выучить, а как важные знания, которые он понимает и может применить в жизненной ситуации, это и является метапредметным подходом [43].

Школьный курс математики меняется, теперь он направлен на освоение школьниками метапредметных умений, поэтому можно выделить принципиально новые проблемы. Так, можно обнаружить следующие противоречия:

1) между требованиями ФГОС ООО к достижению метапредметных результатов и отсутствием регламентированного перечня планируемых образовательных результатов по отдельным школьным предметам, в том числе по математике, который служил бы конкретизацией требований стандарта;

2) между потенциалом общеобразовательного курса математики в достижении школьниками метапредметных образовательных результатов в форме универсальных учебных действий и недостаточной

проработанностью методических аспектов реализации этого потенциала через процесс решения задач.

3) между необходимостью проверять и оценивать медапредметные результаты и дефицитом контрольно-измерительных материалов (КИМ) для диагностики подготовленности обучающихся [43].

Чтобы избавиться от данных противоречий, необходимо искать новые методические условия, которые способствовали бы развитию у учащихся УУД, которые являются составляющей частью метапредметных результатов обучения при решении метапредметных задач на уроках математики в основной школе.

В условиях «методического голода» учитель должен сам создавать новые педагогические ситуации, новые задания, которые направлены на использование универсальных способов деятельности и производство учащимися личных продуктов в процессе освоения знаний.

В данной работе будем опираться на методический аппарат учебника и учебно-методических пособий комплекта (авт. И.И.Зубарева, А.Г. Мордкович). Построение структуры учебника соответствует требованиям психологической теории деятельности и в его основе лежит принцип предметной деятельности учащихся. Возможность применения проблемного метода обучения определяется особенностями изложения материала в учебнике. В начале каждой темы в учебнике можно увидеть вопрос или сформулированную проблему.

В учебнике создана система учебно-познавательных заданий, которые направлены на самостоятельный, или с минимальной помощью учителя, поиск новых теоретических знаний. Работа с такими заданиями дает учащимся возможность самостоятельно сформулировать некоторое правило (например, 6 класс §13. Координаты №416), высказать гипотезу, которая далее может быть обоснована с помощью логических рассуждений или опровергнута. Организация работы по выполнению этих заданий обеспечивает:

– формирование у учащихся познавательных универсальных учебных действий (УУД), связанных с исследовательской деятельностью, таких как наблюдение, сравнение, сопоставление, эксперимент, установление аналогий, классификация, установление причинно-следственных связей;

– формирование коммуникативных УУД, таких как умение участвовать в дискуссиях, сознательно ориентироваться на позиции других людей (прежде всего, партнера по общению или деятельности), умение слушать и вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении проблем, интегрироваться в группу сверстников и строить продуктивное взаимодействие и сотрудничество со сверстниками и взрослыми.

Среди заданий такого характера имеются те, цель которых – формирование умений давать определения понятиям. Это, например, задание №421 из §14 Координатная плоскость (6 класс), или №429 из этой же темы. В процессе их решения формируется умение обобщать и делать выводы. Наличие в УМК системы разноуровневых заданий (4 уровня), способствует формированию регулятивных УУД, таких как целеполагание, самостоятельное планирование осуществления учебной деятельности.

Основным компонентов в вырабатывании метапредметных умений учащихся, которые дают им возможность использовать ранее полученные знания для решения личных жизненных задач, считаю *метапредметные задания*. Метапредметные задания являются одним из видов учебной задачи, но как особенность ее можно выделить объединение знаний и умений из различных учебных предметов и наук.

Одним из направлений применения таких умений в математике является усиление прикладной направленности, т.е. появление целого пласта задач практической направленности. Такого рода задачи (реальные задачи) появились в итоговых контрольно-измерительных материалах по математике (ЕГЭ, ГИА), это задачи на умение использовать приобретённые математические знания в повседневной жизни. Данные задания позволяют показать связь математики с жизнью, что обуславливает усиление мотивации к изучению самого предмета [3].

Чтобы определить наличие и частоту использования заданий, формирующих метапредметные результаты (познавательные и регулятивные) при изучении темы «Функции» и провести сравнительный анализ частоты использования заданий направленных на метапредметные результаты, был проведен анализ учебников алгебры для 7-9 классов.

В ходе данного исследования были проанализированы учебники, в содержание которых входит тема «Функции»:

1. Алгебра 7, 8, 9 класс А.Г. Мордкович, Л.А. Александрова, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская.
2. Алгебра 7, 8, 9 класс А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир.
3. Алгебра 7, 8, 9 класс Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова.

В ходе анализа было посчитано общее количество заданий в теме «Функции», а также количество заданий направленных на формирование метапредметных результатов. Результаты представлены в таблицах 1 – 6.

Таблица 1 – Частота использования заданий направленных на формирование регулятивных умений в учебниках для 7класса

| Метапредметные результаты | Макарычев Ю.Н. | Мерзляк А.Г. | Мордкович А.Г. |
|---|---|---|---|
| Планирование | + (0,3 %) | + (5,7 %) | +(1,6%) |
| Коррекция | + (0,8 %) | + (3,2 %) | +(1,3%) |
| Оценка | + (1,1 %) | + (3,2 %) | +(2,1%) |
| Саморегуляция | – | + (2,5%) | – |
| Всего: | 2,2% | 14,6% | 5% |

Вывод: наибольшее количество заданий на формирование регулятивных умений содержится в учебнике математики для 7 класса Мерзляка А.Г.– 14,6%. Наименьшее количество в учебнике Макарычева Ю.Н.– 2,2%.

Таблица 2 – Частота использования заданий направленных на формирование познавательных умений в учебниках для 7 класса

| Метапредметные результаты | Макарычев Ю.Н. | Мерзляк А.Г. | Мордкович А.Г. |
|---|---|---|---|
| Классификация | – | + (2,5 %) | +(1,9%) |
| Синтез | – | +(2,5 %) | – |
| Анализ | + (1,1%) | +(3,6 %) | +(1,6) |
| Поиск и выделение информации | + (0,6%) | + (4,3 %) | +(2,8) |
| Всего: | 1,7% | 12,9% | 6,3% |

Вывод: наибольшее количество заданий на формирование познавательных умений содержится в учебнике математики для 7 класса Мерзляка А.Г.– 12,9%. Наименьшее количество в учебнике Макарычева Ю.Н.– 1,7%.

Таблица 3 – Частота использования заданий направленных на формирование регулятивных умений в учебниках для 8класса

| Метапредметные результаты | Макарычев Ю.Н. | Мерзляк А.Г. | Мордкович А.Г. |
|---|---|---|---|
| Планирование | + (1,6 %) | + (8,2 %) | +(2,7%) |
| Коррекция | + (1,7 %) | + (3,4 %) | +(0,9%) |
| Оценка | + (2,6 %) | + (2,1 %) | +(1,6%) |
| Саморегуляция | +(1,3%) | + (1,4%) | +(1,9%) |
| Всего: | 7,2% | 15,1% | 7,1% |

Вывод: наибольшее количество заданий на формирование регулятивных умений содержится в учебнике математики для 8 класса Мерзляка А.Г.– 15,1%. В учебниках Макарычева Ю.Н. и Модковича А.Г.процентное содержание данных заданий примерно одинаковое, 7,2% и 7,1% соответственно.

Таблица 4 – Частота использования заданий направленных на формирование познавательных умений в учебниках для 8 класса

| Метапредметные результаты | Ю.Н.Макарычев | А.Г.Мерзляк | А.Г.Мордкович |
|---|---|---|---|
| Классификация | +(3,8%) | + (4,7 %) | +(2,6%) |
| Синтез | +(2%) | – | +(1,3%) |
| Анализ | – | +(4,2 %) | +(2,9%) |
| Поиск и выделение информации | + (3,8%) | + (3,4 %) | +(3,2%) |
| Всего: | 9,6% | 12,3% | 10% |

Вывод: наибольшее количество заданий на формирование познавательных умений содержится в учебнике математики Мерзляка А.Г. – 12,3%. В учебниках Макарычева Ю.Н. и Модковича А.Г.процентное содержание данных заданий примерно одинаковое, 9,6% и 10% соответственно.

Таблица 5 – Частота использования заданий направленных на формирование регулятивных умений в учебниках для 9класса

| Метапредметные результаты | Ю.Н.Макарычев | А.Г.Мерзляк | А.Г.Мордкович |
|---|---|---|---|
| Планирование | + (1,6 %) | + (6,2 %) | +(1,7%) |
| Коррекция | + (0,7 %) | + (1,4 %) | +(0,9%) |
| Оценка | + (2,6 %) | + (2,1 %) | +(1,8%) |
| Саморегуляция | +(1,2%) | + (1,4%) | +(1,9%) |
| Всего: | 6,1% | 11,1% | 6,3% |

Вывод: наибольшее количество заданий на формирование регулятивных умений содержится в учебнике математики для 9 класса Мерзляка А.Г. – 11,1%. Наименьшее количество в учебнике Макарычева Ю.Н. – 6,1%.

Таблица 6 – Частота использования заданий направленных на формирование познавательных умений в учебниках для 9 класса

| Метапредметные результаты | Макарычев Ю.Н. | Мерзляк А.Г. | Мордкович А.Г. |
|---|---|---|---|
| Классификация | +(0,7%) | + (1,6 %) | +(1,1%) |
| Синтез | +(1,3%) | +(1,4%) | – |
| Анализ | – | +(2,9 %) | +(1,2%) |
| Поиск и выделение информации | + (1,2%) | + (1,7 %) | +(2,9%) |
| Всего: | 3,2% | 7,6% | 5,2% |

Вывод: наибольшее количество заданий на формирование познавательных умений содержится в учебнике математики для 9 класса Мерзляка А.Г. – 7,6%. Наименьшее количество в учебнике Макарычева Ю.Н. – 3,2%.

На рисунках 1-3 представим информацию, находящуюся в таблицах 1 – 6 наглядно:

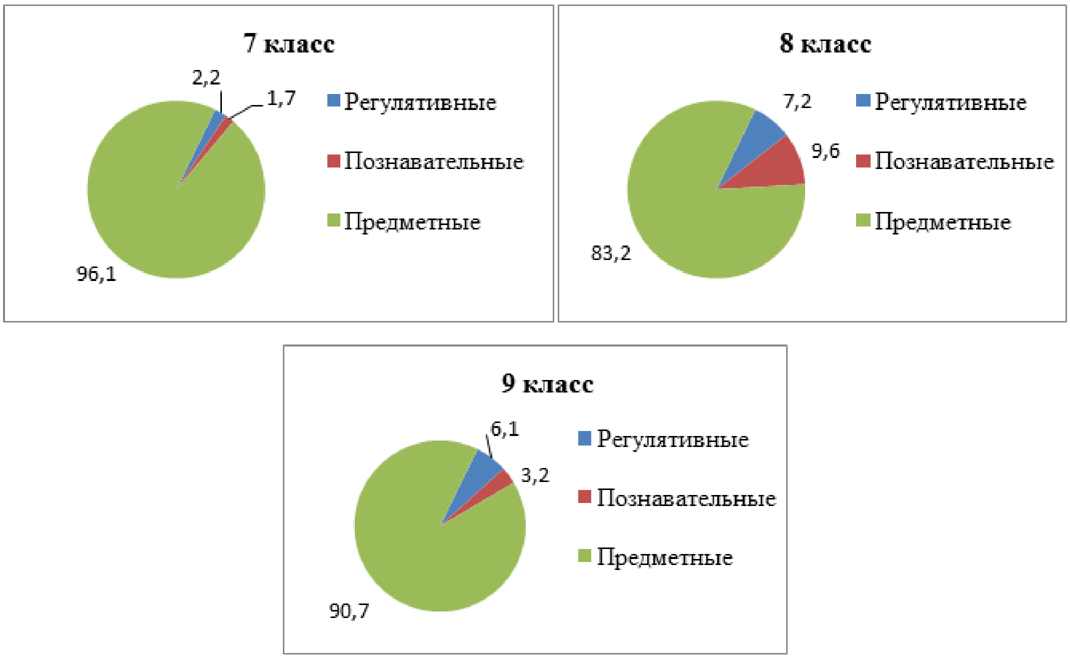



Рисунок 1 – Соотношение заданий, направленных на развитие метапредметных результатов в учебниках Ю.Н.Макарычева для 7-9 классов

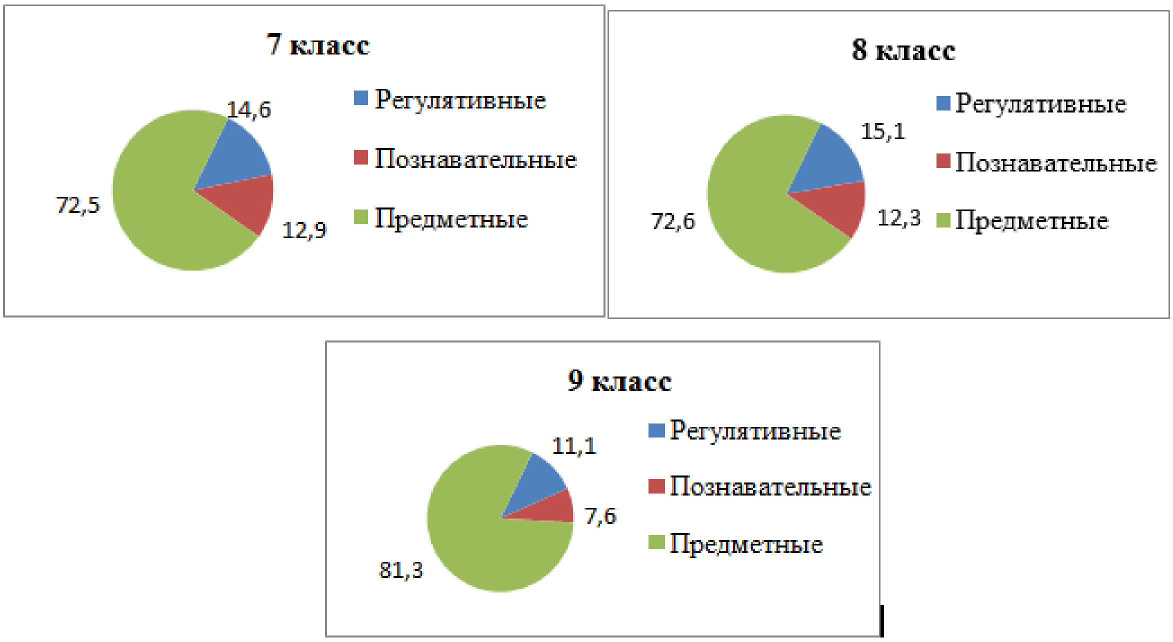



Рисунок 2 – Соотношение заданий, направленных на развитие метапредметных результатов в учебниках А.Г.Мерзляка для 7-9 классов

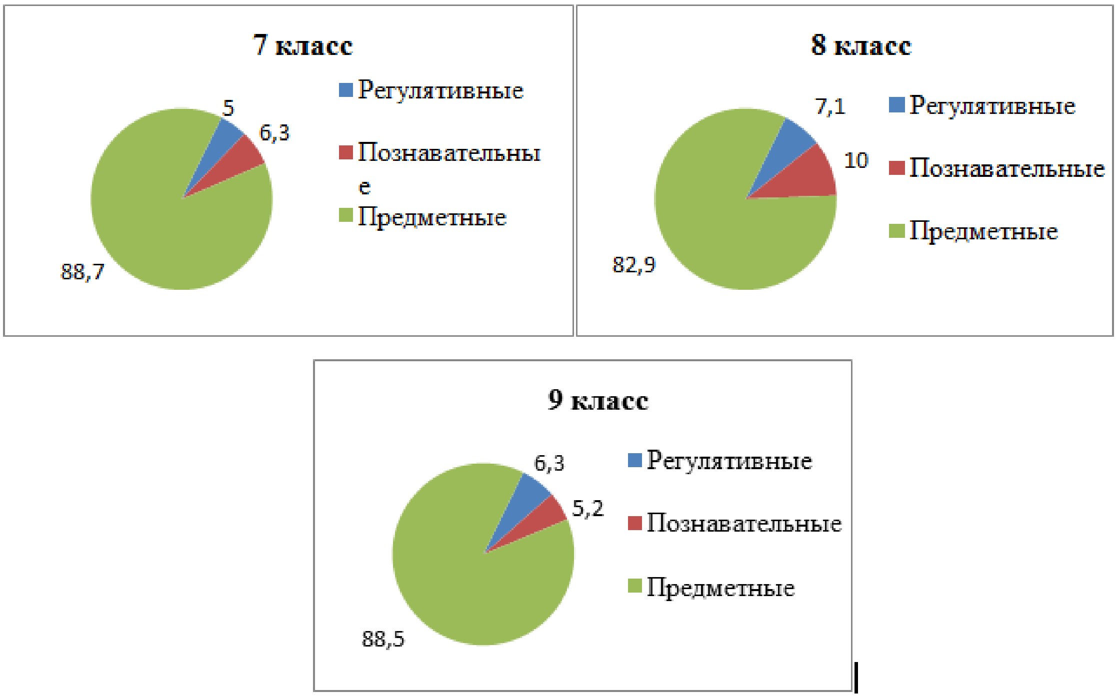



Рисунок 3 – Соотношение заданий, направленных на развитие метапредметных результатов в учебниках А.Г.Мордковича для 7 – 9 классов

Из анализа результатов, которые были получены при изучении учебников, на диаграммах отчетливо видно, что учебник математики под редакцией А.Г.Мерзляка выделяется среди учебников остальных УМК так как в нем содержится больше заданий, формирующих метепредметные результаты обучения, таких как познавательные и регулятивные. Также можно заметить наибольшее процентное содержание метапредметных заданий в учебниках для 8 класса всех авторов в сравнении с 7 и 9 классами.

## 2.2 Подборка заданий, формирующих метапредметные результаты

Опираясь на учебно-методический комплекс А. Г. Мордковича по математике для 5 – 9 классов, создадим подборку метапредметных заданий.

В <u>6 классе</u> в процессе изучения темы «Координаты», «Координатная плоскость» целесообразно использовать следующие задачи, способствующие формированию метапредметных результатов.

Задания первого типа способствуют формированию регулятивных УУД: высказывать предположения на основе наблюдений, обобщать, делать выводы, сравнивать полученный результат с выводами в учебнике.

**Задача 1.** Какие из представленных точек находятся во 2 координатной четверти?

A(-1;5), B(1;-6), C(-8;-2), D(-346;89), E(53;3), F(-1;-1), G(-4;2020), H(2;87)

При решении данного задания необходимо обратить внимание учащихся на закономерности в знаке координат точки и ее положения на координатной плоскости.

Следующий тип заданий развивает устойчивость внимания, организацию учащихся, смысловое чтение, умение преобразовывать информацию. К таким заданиям относится:

**Задача 2.** Точка A находится в начале координат. Точка B имеет ординату равную ординате точки A, а абсциссу на 2 больше абсциссы точки A. Точка C имеет абсциссу на 3 меньше абсциссы точки A и ординату на 4 больше, чем ордината точки B. И точка D имеет ординату равную ординате точки B и абсциссу на 1 больше абсциссы точки A. Определить координаты точек A, B, C, D и изобразить данные точки на плоскости.

**Задача 3.** На координатной плоскости отметьте точки (-5; 4), (-7; 4), (-9; 6), (-11; 6), (-12; 5), (-14; 5), (-12; 4), (-14; 3), (-12; 3), (-11; 2), (-10; 2), (-9; 1), (-9; 0), (-8; -2), (0; -3), (3; -2), (19; -2), (4; 0), (19; 4), (4; 2), (2; 3), (6; 9), (10; 11), (3; 11), (1; 10), (-5; 4) и последовательно соедините их. Что у вас получилось?

Для формирования умения осуществлять контроль и поиск ошибок, вносить изменения в результат на основе его оценки можно использовать следующие задания:

**Задача 4.** По рисунку 4 определите, координаты какой точки записаны неверно A(2; 1), B(1; 3), C(4; 2), D(-3; 2), E(-3; -2), F(3; -2)

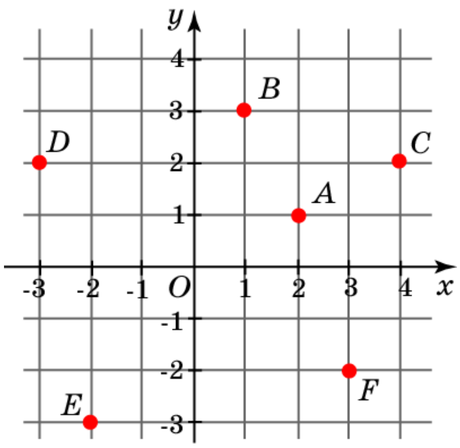



Рисунок 4 – Точки на координатной плоскости к задаче 4

Формирование способности сопоставить полученный результат и поставленный вопрос происходит, например, в процессе решения следующих задач:

**Задача 5.** Даны координаты вершин треугольника на координатной плоскости с единичным отрезком 1см: A(0; -2), B(10; -2), C(4; 5). Хватит ли листа цветной бумаги размером 5×5см, чтобы склеить из него данный треугольник?

При решении данной задачи необходимо произвести построение данного треугольника, далее найти его площадь и произвести сравнение полученного значения площади с площадью листа цветной бумаги. В ответе должно быть указано, что листа не хватит. Ответ о площади треугольника или любой другой ответ считается неверным.

Так же необходимо применять задачи на умение использовать графики зависимостей в повседневной жизни (читать графики). Обычно такие графики строятся с использованием наблюдений за погодой, статистических наблюдений за продажами на фондовом рынке, зависимости пропорциональных физических величин, а также ходе химических реакций.

Например, можно использовать задание:

**Задача 6.** Посев семян моркови рекомендуется проводить в начале мая при дневной температуре воздуха не ниже +8° С. На рисунке 5 показан прогноз дневной температуры воздуха в течение первых двух недель мая. Определите, в течение скольких дней за период с 3 по 12 мая можно производить посев моркови.

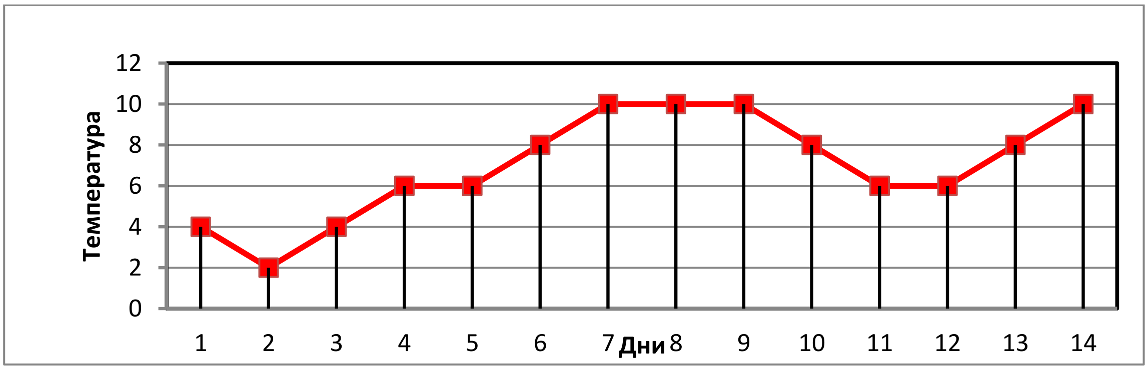



Рисунок 5 – Прогноз дневной температуры воздуха в мае

**Задача 7.** В чашку Петри высадили колонию бактерий, которые постоянно размножаются, и каждый час фиксируют количество отдельных организмов в ней. Известно, что этот процесс описывается формулой $y =$

$2x$, где $x$ – это количество бактерий час назад, а $y$ – количество бактерий в данный момент. Определите, какая из величин $x$ и $y$ является независимой, а какая зависимой [10].

При решении таких заданий формируется умение применения графиков в реальных жизненных ситуациях, переводить данные с математического языка на обыденный, анализ данных, смысловое чтение условий задачи.

На уроках в 7 классе в теме «Линейная функция» возможно использование следующих заданий:

**Задача 8.** Из списка формул выберите те, которые задают линейную функцию и прямую пропорциональность. Результат работы занесите в бланк ответов:

Таблица 7 – Бланк для учеников к задаче 8

| Линейная функция | k | b |
|---|---|---|
| | | |

Список формул: $y^2 - 6x - 10$; $y = -x$; $y = x^2$; $y = x^2 + 4$; $y = x\,(x + 12)$; $y = x^2 + 4$; $y = 8$; $y = \frac{2}{3}x$; $y = \frac{3}{5}x - \frac{1}{3}$; $y = 1{,}7x$; $y = \frac{5x}{7}$; $y = 14 - x$; $y = \frac{6}{x}$; $y = \frac{12x}{3} + 4$.

После самостоятельного решения этого задания необходимо задать учащимся вопрос: по какому признаку можно определить линейную функцию?

Данное задание способствует формированию умения самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, умение производить сравнение своих результатов.

**Задача 9.** Расставьте значения линейных функций от заданных аргументов в порядке возрастания, в ответе укажите последовательность полученных значений функций:

1. $y = 5x + 6,$ при $x = -1;$
2. $y = 7x - 8,$ при $x = 0;$
3. $y = 12x + 1,$ при $x = 3;$
4. $y = 9x - 7,$ при $x = -2.$

Задание способствует формированию умения сравнивать, анализировать текст задания и в соответствии с заданием оформлять ответ.

**Задача 10.** График какой функции лишний (рисунок 6)? Почему?

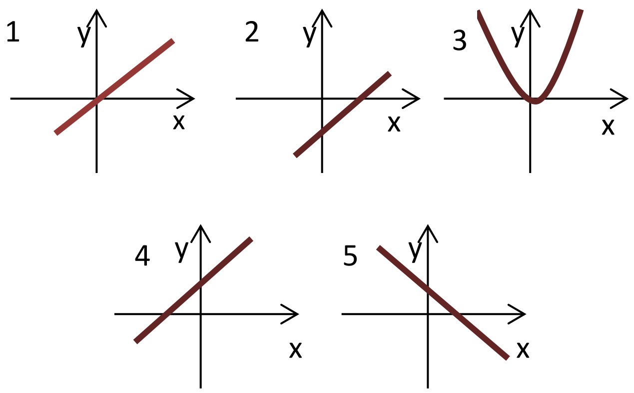



Рисунок 6 – Графики к задаче 10

Данное задание способствует формированию умения самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, выделять существенный признак, классифицировать.

**Задача 11.** На каком из рисунков коэффициент k отрицательный?

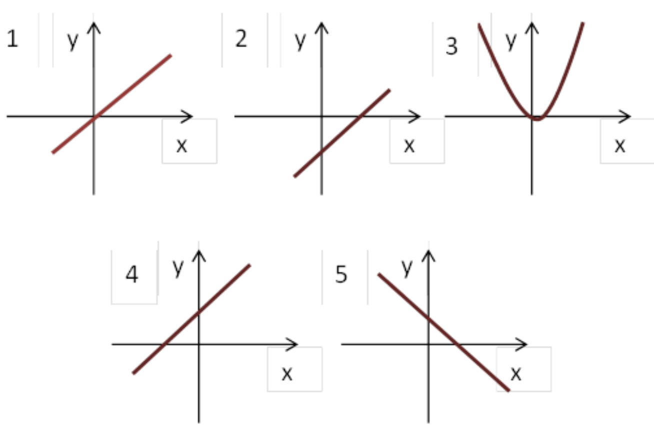



Рисунок 7 – Графики к задаче 11

Во время решения данного задания необходимо обратить внимание учащихся на закономерности в знаке коэффициента k и расположении графика на координатной плоскости.

Задание формирует умение учащихся анализировать, обобщать и делать выводы, сравнивать их с данными в учебнике.

**Задача 12.** Сформулируйте алгоритм, по которому строятся графики, на примере графика функции $y = 2x - 3$.

Способствует развитию алгоритмического мышления, формированию умения обобщать, формулировать выводы.

**Задача 13.** Постройте график, который будет соответствовать словесной модели задачи: разность двух чисел равна 2.

Задание способствует формированию умения переводить информацию из одной модели в другую, сопоставлять различные модели.

**Задача 14.** Два волшебных гномика передвигаются по координатной плоскости. Первый движется по прямой, которая описывается графиком $y = 2x + 4,$ второй – по прямой $y = x - 5$. Встретятся ли они когда-нибудь? Если да, то в какой точке?

Формируется умение анализировать, делать выводы, самостоятельно искать способы решения задачи.

**Задача 15.** 4 ученика 7 класса сделали следующие выводы:

1) прямая $y = 4x - 3$ проходит через точку А(2,6);
2) прямая $y = 2 - 3x$ не проходит через точку В(-1;4);
3) прямые $y = 7x - 3$ и $y = 14x - 5$ пересекаются;
4) прямые $y = 2x - 14$ и $y = 2x - 23$ параллельны.

Установите верные суждения и исправьте ошибки в неверных.

**Задача 16.** Ученик совершил ошибку при построении графика одной из функций (рисунок 8). Найдите и исправьте ее.

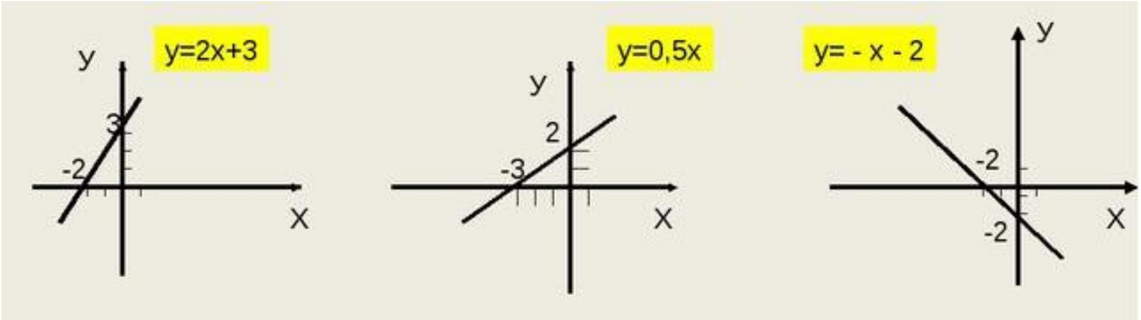



Рисунок 8 – Графики к задаче 16

Формируется умение осуществлять оценку результатов чужой деятельности, вносить необходимую коррекцию в процессе деятельности.

**Задача 17.** Площадь фигуры, ограниченная графиками функций $y = -\frac{6}{4}x + 2, y = \frac{1}{2}x + 2, y = -4$ больше 15см$^2$ , если единичный отрезок равен 1 см?

Данную задачу можно решать несколькими способами, но надо понимать, что оптимальный из них – это сведение к уже известной задаче 5.

Можно использовать для формирования способности сопоставить полученный результат и поставленный вопрос, умение искать пути решения задачи, выбирать из них оптимальный.

В <u>8 классе</u> при изучении тем «Функция $y = \sqrt{x}$», «Квадратичная функция» и «Функция $y = \frac{k}{x}$» можно использовать следующие задания:

**Задача 18.** Один из учеников 8 класса в самостоятельной работе указал следующие свойства функции $y = \sqrt{x}$. Найдите ошибки или неточности и исправьте их.

1. Область определения функции – множество неотрицательных чисел (x≥0).
2. Область значений функции – множество Z.
3. Функция возрастает.
4. y=0 при x=0, y<0 при x<0, y>0 при x>0.

5. Нет наибольшего и наименьшего значения функции.

Данное задание способствует формированию умения осуществлять контроль и поиск ошибок, вносить изменения в результат на основе его оценки.

**Задача 19.** Коробочка для конфет помещена в координатную плоскость и имеет форму фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2\sqrt{x},\ y = 2x - 12$ и осью абсцисс. У Маши есть 24 конфеты, сколько конфет ей нужно съест, чтобы оставшиеся конфеты полностью поместились в ячейки коробочки, находящиеся в точках с целочисленными координатами (в одну ячейку можно положить только 1 конфету)?

Необходимо построить как можно точнее данные графики и определить, сколько целочисленных точек входит в область, ограниченную этими графиками

Задание развивает умение осмысленного чтения условия задачи, умение понимать и использовать математические средства наглядности (рисунки, чертежи, схемы) для иллюстрации, аргументации и решения предложенных задач, сравнивать свои действия и результаты с поставленной целью.

**Задача 20.** Определите, принадлежат ли графику функции $y = -\sqrt{x}$ точки: A(-4; -2), B(144; -12), C(3; $-\sqrt{3}$), D(2,25; 1,5)?

Задание такого типа формирует умение выбирать рациональный способ решения задачи.

**Задача 21.** Разбейте указанные функции на группы:

$$y = x^2 + 8, y = -10x, y = 7 - 5x, y = \sqrt{x}, y = 2x^2, y = x - 2, y = 4\sqrt{x}.$$

Задание формирует умение определять основание для классификации и классифицировать.

**Задача 22.** Постройте графики функций:

1 группа: $y = 3\sqrt{x} + 2$.

2 группа: $y = 3\sqrt{x + 2}$.

3 группа: $y = 3\sqrt{x} - 2$.

Данное задание необходимо использовать на уроке, который проводится в форме групповой работы. В результате чего будет происходить формирование компетентности в общении, включая сознательную ориентацию на позицию других людей как партнеров в общении и совместной деятельности, умение слушать, вести диалог в соответствии с целями и задачами общения, участвовать в коллективном обсуждении проблем и принятии решений.

Следующие задачи формируют умение переводить информацию на математический язык, показывают практическое применение математики в других областях.

**Задача 23.** Построить график функции $y = \frac{1}{2}x^2$ и сделать трафарет. С помощью трафарета дорисовать построенную параболу до того, на чем остановится Ваша фантазия, используя при этом графики известных вам функций. При этом трафарет можно переворачивать, перемещать влево или вправо, вверх или вниз, использовать любую его часть и оси координат. Записать формулы парабол, прямых, которые определили Ваш рисунок.

**Задача 24.** Как построить графики следующих функций, зная, как строится график функции $y = x^2$

1. $y = x^2 + 2$
2. $y = (x - 7)^2$
3. $y = (x+3)^2 - 2$?

Следует обратить внимание учащихся на обобщение алгоритма построения таких графиков и сравнить свои выводы с правилом в учебнике.

Задание развивает умение анализировать, обобщать и делать выводы, сравнивать свои выводы с данными в учебнике.

**Задача 25.** Математический диктант: Схематически изобразите графики следующих функций:

Вариант 1: $y = -kx$ $(k = 0)$; $y = -x^2$; $y = -|x|$; $y = \frac{k}{x}$ $(k = 0)$, $y = -\sqrt{x}$.

Вариант 2: $y = kx$ $(k = 1)$; $y = -\sqrt{x}$; $y = \frac{k}{x}$ $(k = 1)$; $y = x^2$; $y = |x|$.

Задание является одной из проверенных временем форм самостоятельной деятельности учащихся, целесообразно применять метод самопроверки и взаимопроверки. В процессе выполнения формируется умение использовать математический язык, умение оценивать результаты деятельности, важно, обратить внимание учащихся на указание «контрольных» точек к каждому графику.

**Задача 26.** Придумайте рисунки, которые можно изобразить с помощью графиков квадратичной и линейной функций и записать эти функции аналитически. Проверить с помощью доступных математических пакетов.

Задание формирует умение использовать информационные технологии при решении математических задач, развивает творческое мышление и креативность.

**Задача 27.** График годового хода среднемесячной температуры воздуха в 2020г. в Челябинской области задается функцией $t = -2(n-7)^2 + 25$, где $t -$ среднемесячная температура воздуха (℃), $n -$ номер месяца в календаре. Какие из следующих утверждений являются верными?

1) 6 месяцев в году средняя температура воздуха отрицательная;
2) в марте средняя температура воздуха была равна -6℃;

3) с января по апрель средняя температура воздуха отрицательная;

4) максимальная средняя температура достигается в июле и равна 25℃;

5) ровно 5 месяцев в году температура воздуха убывает.

Задание развивает умение переводить информацию на математический язык, использовать полученные знания в практических задачах, анализировать графическую информацию.

**Задача 28.** Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя – чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. Зависимость силы тока от величины сопротивления описывается функцией $R = \frac{2}{A}$, где R – сопротивление (Ом), A – сила тока (Ампер). Ток в цепи электродвигателя уменьшился с 8 до 6 Ампер. На сколько Ом при этом увеличилось сопротивление цепи?

**Задача 29.** Решение разноуровневых заданий:

*1 уровень (на 3)*: Укажите координаты вершины параболы $y = x^2 + 4x + 1$.

*2 уровень (на 4)*: Найдите координаты точек пересечения параболы $y = x^2 - 4x + 2$ с осями координат.

*3 уровень (на 5)*: Найдите наименьшее значение функции $y = 2x^2 + 4x - 3$ при $x \in [0; 2]$.

Способствует развитию мотивации учебной деятельности и личностного смысла учения, заинтересованности в приобретении и расширения знаний и способов действий, рефлексивную самооценку, умение анализировать свои действия и управлять ими.

Следующие задачи формируют умение применять знания, полученные в данной теме, при решении практических задач.

**Задача 30.** Скорость течения в канале на различных глубинах выражается формулой $v = -62{,}5h^2 + 50h + 40$, где $h$ —глубина слоя(в метрах), $v$ —скорость(в м/мин). Исследуйте, как меняется с глубиной погружения скорость движения воды. На какой глубине скорость течения наибольшая?

Решение задачи предполагает умение использовать свойства квадратичной функции. Так, данная функция является квадратичной, график – парабола, ветви которой направлены вниз. Найдя абсциссу вершины параболы, получим искомую глубину, на которой скорость течения наибольшая. Далее необходимо сделать вывод об изменении скорости движения воды с глубиной погружения, используя свойство монотонности квадратичной функции на интервалах.

**Задача 31.** Футболист на тренировке подбросил мяч вертикально вверх. Высота $(h)$, на которой находится мяч через $t$ секунд полета вычисляется по формуле $h(t) = -\frac{gt^2}{2} + 15t,$ где $g \approx 10(\text{м}/\text{с}^2)$. Через сколько секунд мяч упадет на землю?

**Задача 32.** Производительность труда учеников 8 класса в течение дня меняется в зависимости от времени по формуле $N(t) = -\frac{1}{15}t^2 + 1{,}6t + 3$. Постройте график данной функции, при условии, что t=0 – это начало суток**,** ответьте на вопросы:

1. В какой момент времени производительность труда достигает максимума?

2. Укажите промежуток дня, во время которого производительность труда растет.

3. Укажите промежуток дня, во время которого производительность труда падает.

4. В какое время производительность выше: в 8 часов или в 17часов?

5. В какое время ученику 8 класса лучше всего заняться выполнением домашнего задания, если домой он возвращается в 14.00?

Решение:

Построим график функции $N(t) = -\frac{1}{15}t^2 + 1{,}6t + 3$ (рисунок 9).

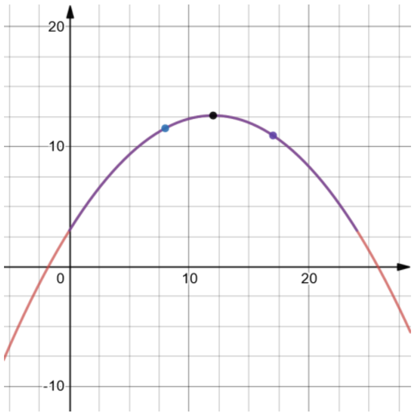



Рисунок 9 – График к задаче 32

По графику определяем, что:

– производительность труда достигает максимума в 12 часов, минимума – в 0 часов;

– производительность труда растет с 0 до 12 часов;

– производительность труда уменьшается с 12 часов до 24 часов;

– производительность труда выше в 8 часов;

– необходимо выполнять домашнее задание в 14 часов (или как можно раньше после возвращения).

Для учащихся 9 класса можно использовать следующие задачи:

**Задача 33.** Распределите следующие функции по группам, что у данных функций общего и в чём различие? Как найти область определения данных функций? Заполните таблицу и сформулируйте общее правило поиска области определения для каждой группы функций.

Таблица 8 – Бланк для учеников к задаче 33

| | | |
|---|---|---|
| $y = f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)}$ | $D\big(f(x)\big) =$ | ? |
| $y = f(x) = \sqrt{t(x)}$ | $D\big(f(x)\big) =$ | ? |
| $y = f(x) = \dfrac{p(x)}{\sqrt{d(x)}}$ | $D\big(f(x)\big) =$ | ? |

Задание способствует формированию у учащихся умения проводить классификацию, формулировать правило и сравнивать правильность формулировки с правилом в учебнике.

**Задача 34.** Дайте не менее трех определений понятия «Функция» в разных науках, и способах задания.

Данное задание целесообразно давать в качестве домашнего задания, оно развивает умение совершать поиск информации, привлекая при этом имеющиеся ресурсы.

**Задача 35.** Используя алгоритм, представленный ниже, исследуйте функцию $y = x(5 - x^2)$ на четность.

Алгоритм исследования функции на четность:

1. Установить, симметрична ли область определения функции. Если нет, то функция не является ни чётной, ни нечётной. Если да, то перейти к шагу 2 алгоритма.
2. Составить выражение для $f(-\mathrm{x})$.
3. Сравнить $f(-\mathrm{x})$ и $f(\mathrm{x})$:
   a) если $f(-\mathrm{x}) = f(\mathrm{x})$, то функция чётная;
   b) если $f(-\mathrm{x}) = -f(\mathrm{x})$, то функция нечётная;

с) если $f(-\text{x}) \neq f(\text{x})$ и $f(-\text{x}) \neq -f(\text{x})$, то функция не является ни чётной, ни нечётной.

Задание способствует пониманию сущности алгоритмических предписаний и умению действовать в соответствии с предложенным алгоритмом; также формируется умение понимать и использовать математические средства наглядности.

**Задача 36.** Запишите значения функций:

а) $f(x)$ – чётная функция; $f(6) = 65$; $f(-6) =?$

б) $f(x)$ – нечётная функция; $f(25) = -6$; тогда $f(-25) =?$

Задание способствует развитию умения применять знания в новой ситуации, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных задач.

**Задача 37.** Функция задана словесно: каждому числу ставится в соответствие четверть его квадрата. Задайте ее другими известными способами.

Задание формирует умение работать с математической информацией, переводить данную информацию из одной формы в другую.

Решение:

Так как функция задана словесно, зададим ее остальными способами:

1. Аналитический $y = \frac{1}{4}x^2, x \in N$.

2. Табличным:

Таблица 9 – Значения функции $y = \frac{1}{4}x^2, x \in N$

| x | -4 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y | 4 | 1 | $\frac{1}{4}$ | 0 | $\frac{1}{4}$ | 1 | 4 |

3. Графическим (рисунок 10):

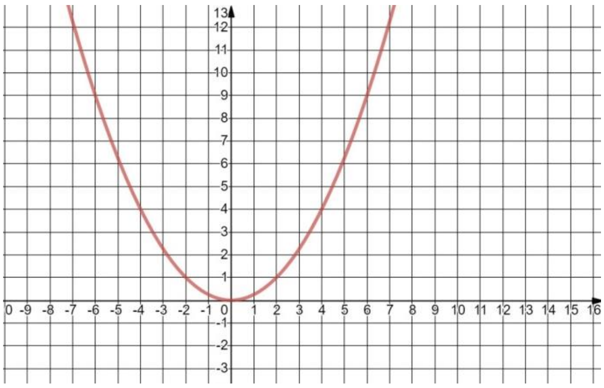



Рисунок 10 – График функции $y = \frac{1}{4}x^2, x \in N$

**Задача 38.** Постройте график квадратичной функции, если известно, что он проходит через точки (-5; 6), (0; 1), (2, 13) , (-2; -3) и одна из них – вершина.

При решении необходимо пользоваться симметричностью четных функций относительно оси параболы. Необходимо построить данные точки, определить, какая из них – вершина, далее строятся точки, симметричные оси параболы (рисунок 11).

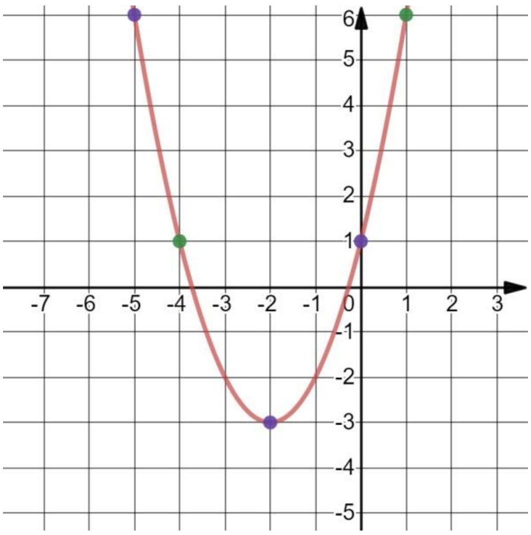



Рисунок 11 – Решение задачи 38

Задание способствует развитию умения применять знание свойств функций при решении математических задач.

**Задача 39.** С помощью графиков известных Вам функций проиллюстрируйте смысл следующих пословиц:

1. Каково жизнь проживешь – такую славу наживешь;
2. Кашу маслом не испортишь;
3. Чем дальше в лес, тем больше дров;
4. Выше меры конь не скачет.

На рисунке 12 представлен пример решения данной задачи.

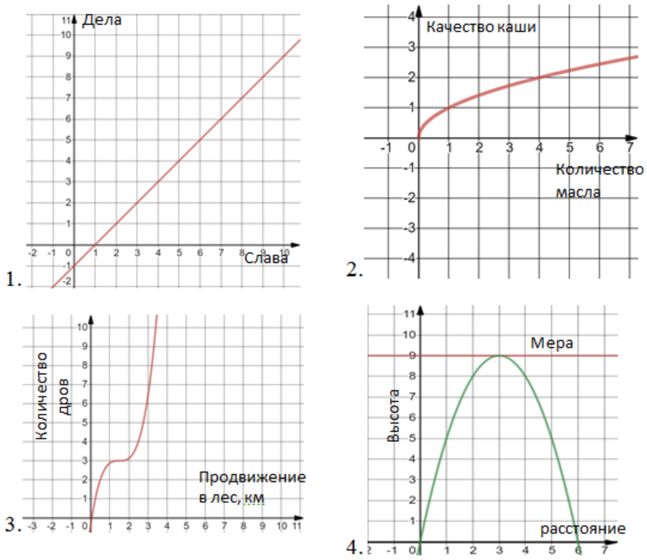



Рисунок 12 – Пример решения задачи 39

Способствует формированию восприятия единства математических моделей и процессов, происходящих в повседневной жизни.

**Задание 40.** С помощью графика кусочно-заданной функции изобразите лестницу, по которой можно подняться из точки A(1; 3) в точку B(7; 6). Запишите эту функцию.

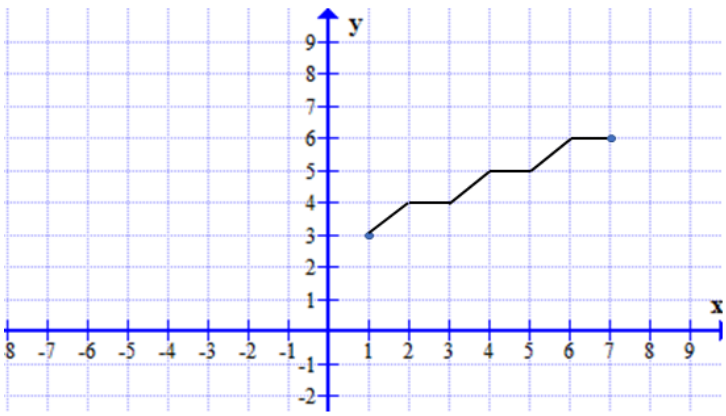



Рисунок 13 – Решение задачи 40

Опишем эту функцию:

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, \text{если } 1 \leq x \leq 2; \\ 4, \text{если } 2 < x \leq 3; \\ x + 1, \text{если } 3 < x \leq 4; \\ 5, \text{если } 4 < x \leq 5; \\ x, \text{если } 5 < x \leq 6; \\ 6, \text{если } 6 < x \leq 7. \end{cases}$$

## 2.3 Шаблоны для конструирования метапредметных заданий

Приведем некоторые шаблоны для конструирования метапредметных заданий. Для всех шаблонов приведём методические рекомендации по их применению и перечень универсальных учебных действий, на формирование которых у учащихся будет направлено задание, сконструированное по этому шаблону.

*Шаблон 1*

В таблице 10 дана задача и представлены решения двух учеников. Кто из учеников правильно решил задачу? Опишите ошибки, если они есть. Оцените работу учеников. Заполните таблицу 11.

Таблица 10 Структура шаблона 1

| Ученики решали задачу: | Задача. |
|---|---|
| Первый ученик решил так: | Решение 1. |
| Второй ученик решил так: | Решение 2. |

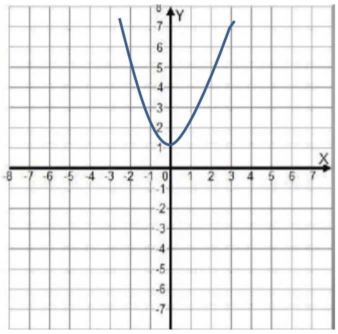
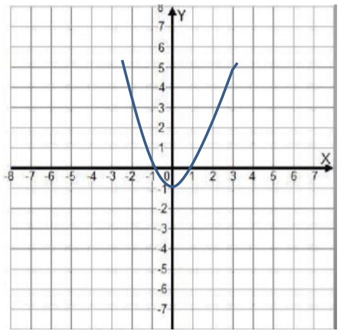
Таблица 11 – Бланк для учащихся

| Ученик | Ошибки | Оценка |
|---|---|---|
| Ученик 1 | | |
| Ученик 2 | | |

*Пример задачи к шаблону 1 по теме «Функции»:*

Два ученика выполняли задание: построить график функции $y = x^2 + 1$ и определить промежутки ее монотонности их решения предствлены в таблице 12.

Таблица 12 – Задача к шаблону 1

| 1 ученик решил так: | 2 ученик решил так: |
|---|---|
|  |  |
| Функция убывает при $x \in (-\infty; 0)$,<br>Функция возрастает при $x \in (0; -\infty)$ | Функция убывает при $x \in (-\infty; 0)$,<br>Функция возрастает при $x \in (0; -\infty)$ |

Кто из учеников правильно решил задачу? Опишите ошибки, если они есть. Оцени работу учеников. Заполните таблицу 11.

*Методические рекомендации к шаблону* 1:

Для того чтобы можно было создать задание данного типа учителю необходима одна задача и одно или несколько решений, а также система оценивания. Предложенные учителем решения могут быть такими:

1. был получен правильный ответ, ход решения приведен верный;
2. получен неверный ответ и приведен неверный ход решения.
3. был получен правильный ответ, хотя приведен неверный ход решения;
4. конечный результат неверный, но использовался верный ход решения.

Первый и второй тип решения необходимо соответственно оценить учениками на максимальный и минимальный баллы. Третий тип решения также должен быть оценен учениками на минимальный балл, так как учеником предлагается неверный ход решения, а это значит, что он не понимает учебный материал. В последнем случае работа не может быть оценена минимальным баллом, так как ход решения верный, а это означает, что учащийся разбирается в данном материале.

Применение заданий данного типа направлено на формирование следующих УУД:

– регулятивных – умение осуществлять контроль, целью которого является обнаружения отклонений от правильного результата, производить оценку уровня усвоения материала;

– общеучебных – умение проводить рефлексию своей деятельности, контроль и оценку процесса и результатов деятельности;

– коммуникативных – умение осуществлять учет мнения других людей, контроль, коррекцию, оценку действий партнера, умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли в соответствии с заданными условиями.

*Шаблон 2*

Таблица 13 – Структура шаблона 2

| На схеме представлены две классификации: | |
|---|---|
| *Классификация 1* | *Классификация 2* |
| Какие из представленных утверждений являются верными и наиболее полными, если основываться на этих двух схемах: | |
| *Утверждение 1* | *Утверждение 2* |

*Пример задачи к шаблону 2 по теме «Функции»:*

На рисунке 14 представлена классификация функций:

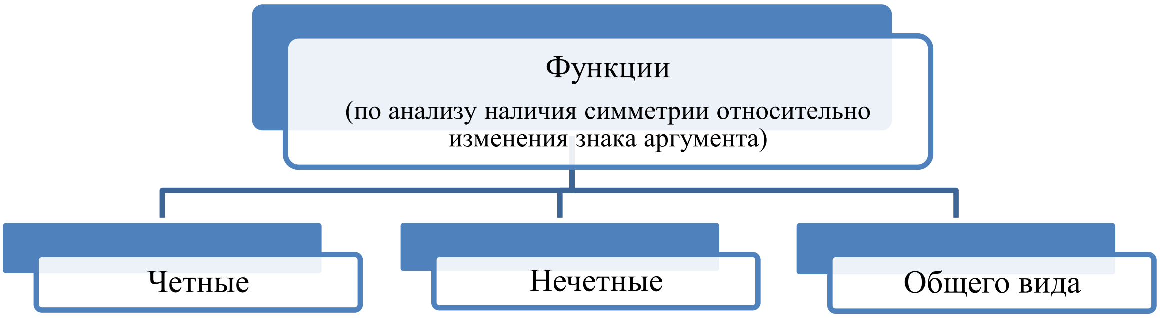



Рисунок 14 –Классификация функций

Какие из представленных утверждений являются верными и наиболее полными, если основываться на этой схеме:

1. Функции делятся на четные, нечетные и функции общего вида.
2. Функции делятся на четные и нечетные.
3. Функции в зависимости от наличия симметрии относительно изменения знака аргумента делятся на четные, нечетные и функции общего вида.

*Методические рекомендации к шаблону 2:*

Чтобы создать задание такого типа необходимо несколько классификаций одного объекта и несколько утверждений.

Утверждения могут быть следующими:

– утверждение полное и верное, которое основано на предложенных схемах;

– утверждение верное, но не основывается на предложенных схемах;

– утверждение верное, основанное на предложенных схемах, но не является верным;

– утверждение неверное, основывается на предложенных схемах.

Утверждение будет правильным и полным только в первом случае, а все остальные считаются неподходящими для условий задачи.

Задача этого типа направлена на формирование познавательной универсальных учебных действий:

– общеучебных – умение осуществлять отбор необходимой информации, структурирование знаний, определять основную и второстепенную информацию;

– логических – осуществление анализа объектов, целью которого является выбор существенных и несущественных признаков, анализ достоверности высказываний.

*Шаблон 3*

В таблице 14 представлены объекты и значения некоторых характеристик:

Таблица 14 Структура шаблона 3

| | Характеристика 1 | Характеристика 2 |
|---|---|---|
| Объект 1 | | |
| Объект 2 | | |

Какие из представленных объектов являются подходящими под заданное *условие*?

*Пример задачи к шаблону 3 по теме «Функции»:*

Какие из объектов представленных в таблице 15 являются четными функциями?

Таблица 15 – Задача к шаблону 3

| Объект | Характеристика 1 | Характеристика 2 |
|---|---|---|
| $f(x) = x^7 + 2x^3$ | Функция | $f(-x) = -x^7 - 2x^3 = -f(x)$ |
| $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ | Функция | $f(-x) = \frac{1}{x^2+1} = f(x)$ |
| $f(x) = \frac{12}{x^2+x}$ | Функция | $f(-x) = \frac{12}{x^2-x}$ |
| $f(x) = 3x^4 - x^2 + 5$ | Функция | $f(-x) = 3x^4 - x^2 + 5 = f(x)$ |
| $f(x) = x^4(2x - x^3)$ | Функция | $f(-x) = -x^4(2x - x^3) = -f(x)$ |

*Методические рекомендации к шаблону* 3:

Для таких задач требуется несколько объектов, значения нескольких признаков для данных объектов и условие, по которому ученик должен выбрать один из нескольких объектов. Условия могут быть сформированы следующим образом:

- данному условию удовлетворяет только один объект;
- данному условию удовлетворяет несколько объектов;
- исходных данных в таблице достаточно для нахождения объекта по заданному условию;
- исходных данных в таблице недостаточно для нахождения объекта по заданному условию, поэтому необходимо дополнительно рассчитать некоторые значения.

Этот тип задач направлен на формирование познавательных УУД:

- общеучебных: умение выделять необходимую информацию, структурировать знания, определять основную и второстепенную информацию;
- логических: умение проводить анализ объектов для выделения существенных и несущественных характеристик, обобщать, достраивать с добавлением пропущенных компонентов, выбор оснований и критериев сравнения, вывод следствий, анализ достоверности утверждений.

*Шаблон 4*

*Таблица 16 – Структура шаблона 4*

| | |
|---|---|
| Понятие 1 – определение | |
| Понятие 2 – определение | |
| Какие из утверждений являются следствием этих определений? | |
| Утверждение 1 | Утверждение 2 |

*Пример задачи к шаблону 4 по теме «Функции»:*

Функция $y = f(x)$ будет возрастать на промежутке, если для любых значений аргумента $x_1$ и $x_2$ из этого промежутка, таких что $x_2 > x_1$ выполняется соотношение $f(x_2) > f(x_1)$.

Функция $y = f(x)$будет убывать на промежутке, если для любых значений аргумента $x_1$ и $x_2$ из этого промежутка, таких что $x_2 > x_1$ выполняется соотношение $f(x_2) < f(x_1)$.

Какие из утверждений являются следствием этих определений?

1. Функция $y = f(x)$ называется убывающей на некотором промежутке, если большему значению аргумента из этого промежутка соответствует меньшее значение функции.
2. Если $f(x_2) > f(x_1)$, то функция возрастающая.

*Методические рекомендации к шаблону 4:*

Чтобы создать задание данного типа необходимо одно или несколько понятий с определениями и несколько утверждений. Важно, чтобы определения содержали в себе причинно-следственную связь.

Задание, составленное по этому шаблону, может иметь две различные формы. Первая форма заключается в том, что дается несколько определений и утверждения могут быть сформулированы следующим образом:

– верное и основанное на данных определениях утверждение;
– неверное, основанное на данных определениях утверждение;
– утверждение верное, но не основывается на данных определениях;
– утверждение неверное и не основанное на данных определениях.

При выполнении такого задания учащийся должен выбрать утверждения только первого типа.

При формулировке задачи во второй форме дается одно определение, а утверждения содержат в себе названия объектов. Ученику необходимо выбрать из данных объектов те, которые подходят под данное определение. Объекты в утверждениях могут полностью или частично соответствовать определению, и не подходить совсем. Задание формирует следующих познавательные УУД:

– общеучебные – умение выделять необходимую информацию, структурировать знания, определять какая информация является основной, а какая – второстепенной;

– логические – способность осуществлять анализ объектов для выделения существенных и несущественных признаков, умение строить логические цепочки рассуждений, осуществлять анализ истинности утверждений.

*Шаблон 5*

В таблице 17 представлены мнения двух учеников на одну проблему. Проанализируйте мнение каждого ученика. В чем состоит проблема данного спора. Опишите, в чем прав или нет каждый участник конфликта. Объясните свою точку зрения на данную проблему.

Таблица 17 – Структура шаблона 5

| Два ученика спорят | |
|---|---|
| Мнение 1 ученика | Мнение 2 ученика |

*Пример задачи к шаблону 5 по теме «Функции»:*

Два ученика спорят:

Первый ученик утверждает, что в жизни он никогда не использует графики и они ему не нужны.

Второй считает, что графики часто встречаются в его жизни и являются ее неотъемлемой частью.

Проанализируйте мнение каждого ученика. Определите проблему представленного спора. Опишите, в чем прав или неправ каждый участник конфликта. Объясните свою точку зрения на данную проблему.

*Методические рекомендации к шаблону* 5

Для создания задания такого типа необходима проблемная ситуация, отражающая данную предметную область, и две различные точки зрения. В качестве точек зрения могут выступать высказывания знаменитых людей, известных личностей, в том числе и фразы, которые используются в средствах массовой информации.

Задание данного типа направлено на формирование следующих УУД:

– общеучебных – способность к осознанному и произвольному построению речевого высказывания в устной и письменной форме, пониманию и адекватной оценки средств массовой информации;

– логических – умение строить логические цепочки рассуждений, анализировать истинность утверждений, доказывать; умение определить проблему и найти ее решение;

– коммуникативных – умение разрешать конфликты (выявлять, идентифицировать проблему, оценивать альтернативные способы разрешения конфликта, принимать решения).

*Шаблон* 6

Множество объектов сгруппировали по различным признакам. По каким критериям сформирована каждая группа объектов в таблице 18?

Таблица 18 – Структура шаблона 6

| | | |
|---|---|---|
| Группа 1 | Объект 1 | Объект 2 |
| Группа 2 | Объект 3 | Объект 4 |

*Пример задачи к шаблону 6 по теме «Функции»:*

Множество объектов сгруппировали по различным признакам. По каким критериям сформирована каждая группа объектов?

1 группа: $y = 5 + x, y = 8x, y = -x + 9, y = -\frac{1}{6}x - 2$;

2 группа: $y = x^2 + 2x^{10}, y = \frac{x^8}{x^4+2}, y = -2 - 8x^2, y = x^6$

3 группа: $y = 5 + x, y = x^2 + 2x^{10}, y = x, y = x^7 + 2x^4$

*Методические рекомендации к шаблону* 6

Для слздания заданий такого типа необходимо множество объектов, которые группируются по подгруппам по различным признакам. Признаки объектов могут как отражать данную предметную область, так и не отражать ее. Одни и те же объекты могут содержаться в различных подгруппах.

Задание формирует следующие познавательные УУД:

– общеучебные – умение структурировать знания, осознанно строить речевые высказывания;

– логические – умение проводить анализ объектов с целью выделения существенных и несущественных признаков, проводить синтеза, выбирать основание и критерии для сравнения, строить логические цепочки рассуждений, анализировать истинность утверждений.

При конструировании учебных заданий с использованием данных шаблонов учителю рекомендуется следовать следующему алгоритму:

1. Определить тему, при изучении которой необходимо использовать разрабатываемое задание.

2. Определить умения (универсальные учебные действия), на формирование которых будет направлено задание.

3. Выбрать соответствующий шаблон.

4. Наполнить шаблон конкретным предметным содержанием.

На основе разработанных шаблонов и рекомендаций по их применению можно составить множество метапредметных учебных заданий.

Вывод по 2 главе

На основе учебных задач, приведенных в учебной литературе, были разработаны специально сформулированные метапредметные задания и описаны умения, которые формируются при выполнении данных заданий.

Все разработки, представленные в данной работе, лежат в основе темы «Функции», которая изучается в 6 – 9-х классах. Разработаны математические задания с метапредметным компонентом для учащихся 6 – 9-х классов по основным разделам темы «Функции» и шаблоны для конструирования метапредметных заданий. К каждому шаблону приведен пример задачи, которую можно применять в теме «Функции» для формирования метапредметных результатов.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итоги проведенной работы, можно сделать следующий вывод: формирование планируемых результатов обучения школьников (предметных и метапредметных) посредством внедрения в учебную деятельность школьников математических заданий с метапредметным компонентом является очень важной и актуальной проблемой.

Рассмотрены теоретические основы реализации метапредметного подхода. Анализ педагогической и методической литературы по этой проблеме показал, что существуют различные подходы к определению метапредметности. Современные ученые, рассматривающие метапредметный подход, говоря об одном понятии, дают такие определения, каждое из которых имеет свою особую методологическую основу, связанную с различным пониманием целей и технологий обучения.

С внедрением ФГОС в обучение изменились требования к результатам освоения образовательной программы основного общего образования. Объектом формирования и оценки становятся не только действия, выполняемые учащимися с предметным содержанием, но и универсальные учебные действия (личностные, регулятивные, познавательные, коммуникативные). Следовательно, в процессе изучения математики ученики должны приобрести опыт общения с заданиями, при выполнении которых необходимо задействовать предметные и метапредметные умения в совокупности.

Анализ учебников по математике показал, что они, в основном, содержат задания, включающие учеников в репродуктивную, тренировочную деятельность по заданному алгоритму-образцу, что, безусловно, обеспечивает формирование предметных результатов. К сожалению, при таком подходе УУД не становятся объектом целенаправленного формирования. В связи с этим нами разработаны математические задания с метапредметным компонентом для учащихся основной школы по теме «Функции», и разработаны шаблоны для конструирования метапредметных заданий. К каждому шаблону приведен пример готового задания по теме «Функции», что облегчит учителю процесс создания необходимого метапредметного задания.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ


1. Алексеева Л. Л. Планируемые результаты начального общего образования. (Стандарты второго поколения) / Л. Л. Алексеева, С. В. Анащенкова. – Москва : Просвещение, 2010. – 238 с.

2. Асмолов А. Г. Программа развития универсальных учебных действий / А. Г. Асмолов. – URL: stanart.edu.ru/attachment.aspx?id=127 (дата обращения 15.02.2020)

3. Асмолов А. Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли: Система заданий / А. Г. Асмолов, Г. В. Бурменская и др. – 2-е изд. – Москва : Просвещение, 2016. – 159 с.

4. Балл Г. А. Теория учебных задач: психолого-педагогический аспект / Г.А.Балл. − М.: Педагогика, 1990.

5. Блох А. Я. Методика преподавания математики в средней школе. Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по физ.-мат. спец. /А. Я. Блох – Москва : Просвещение, 1987. – 416 с.

6. Васильева Г. Н. Проблема внедрения ФГОС в рамках работы семинара учителей математики Пермского края //Актуальные проблемы внедрения ФГОС при обучении математике в основной и начальной школе. – Пермь: ПГПУ, 2013

7. Васильева Г. Н. Методические аспекты деятельностного подхода при обучении математике в средней школе: практико-ориентированная / Г. Н. Васильева; Перм. гос. пед. ун-т. – Пермь, 2009. – 136 с.

8. Винокурова Н. Ф. Развиваем способности детей / Н. Ф. Винокурова. – Москва : Росмэн – пресс, 2002. –195 с.

9. Виленкин. Н. Я. Математика 6 класс: учебник / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд. – Москва : Мнемозина, 2013. – 63 с.

10. Власова И. Н. Формирование универсальных учебных действий средствами учебного предмета «Математика» в основной школе: учеб.- метод. пособие / И. Н. Власова, И. В. Косолапова, И. В. Магданова; Перм. гос. гуманит.-пед. ун-т. – Пермь, 2015. – 162 с.

11. Галян С. В. Метапредметный подход в обучении школьников: Методические рекомендации для педагогов общеобразовательных школ / С. В. Галян. – Сургут: РИО СурГПУ, 2014. – 73с.

12. Гареева Н. Н. Особенности метапредметных результатов в процессе обучения математике и средств их диагностики // Вестник костромского государственного университета: электрон. журн. – Кострома, 2018. – С.160-164. – Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=35681056

13. Громова В. С. О проблемах формирования УУД на уроках математики // Актуальные проблемы развития математического образования в школе и ВУЗе: сб. тр. конф. – Барнаул, 2017. С.18-20. – Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=30552864

14. Громыко Н. Метапредметный подход в образовании при реализации новых образовательных стандартов / Н. Громыко. − URL: http://www.ug.ru/archive/36681 (дата обращения 03.03.2020)

15. Громыко Ю. В. Метапредмет «Задача»: учеб. пособие для учащихся старших классов / Ю.В. Громыко. – Москва: Пушкинский институт. Москва, 2000. – 267 с.

16. Громыко Ю. В. Метапредмет «Знак»: учеб. пособие для учащихся старших классов / Ю. В. Громыко. – Москва: Пушкинский институт, 2001. – 239 с.

17. Громыко Ю. В. Метапредмет «Знание»: учеб. пособие для учащихся старших классов / Ю.В. Громыко. – Москва: Пушкинский институт, 2001. – 185 с.

18. Громыко Ю. В. Мыследеятельностная педагогика : теоретико-практическое руководство по освоению высших образцов педагогического искусства. — Минск, 2000. – 98 с.

19. Дорофеев Г. В. Для чего нам нужны графики функций. / Математика в школе. – 2007. – №7. – С. 50 – 52.

20. Дылгырова Р. Д. Идеи метапредметности в истории педагогики / Р.Д. Дылгырова // Ученые записки Забайкальского государственного университета. Серия: Педагогика и психология. – 2014. – № 5 – С. 58 –76.

21. Зубарева И. И. Математика 6 класс /И. И. Зубарева, А. Г. Мордкович − Москва: Мнемозина, 2017.

22. Зубарева И. И. Математика 7 класс /И.И. Зубарева, А. Г. Мордкович − Москва: Мнемозина, 2017.

23. Зубарева И. И. Математика 8 класс /И. И. Зубарева, А. Г. Мордкович − Москва: Мнемозина, 2017.

24. Зубарева И. И. Математика 9 класс /И. И. Зубарева, А. Г. Мордкович − Москва: Мнемозина, 2018.

25. Игнатова О. Г. Задачи при изучении темы "Линейная функция" для достижения метапредметных результатов обучения // Задачи в обучении математике, – физике и информатике: теория, опыт, инновации: сб. тр. конф. – Вологда, 2017. С.210 – 212. – Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=28901301&

26. Канин Е. С. Учебные математические задачи: Учебное пособие. / Е. С. Канин – Киров: Издательство ВятГГУ, 2003. – С.153–183.

27. Ковалева Г. С. Метапредметные результаты: Стандартизированные материалы для промежуточной аттестации/ Г. С. Ковалева. – Москва: Просвещение, 2013. – 173 с.

28. Козлова В. В. Фундаментальное ядро содержания общего образования / В. В. Козлова. – Москва: Просвещение, 2010.

29. Корчажкина О. М. Метапредметное содержание образования во ФГОС общего образования / О. М. Корчажкина // Педагогика. – Москва, 2016. – № 2. – С.17–25.

30. Кондаков А.М. Концепция Федеральных государственных образовательных стандартов общего образования: проект / Рос. акад.

образования; под ред. А. М. Кондакова, А. А. Кузнецова. − Москва: Просвещение, 2008. – 39 с.

31. Кузнецов А. А. Стандарты второго поколения : [интервью с разработчиком новых стандартов А. А. Кузнецовым / беседовала Н.И. Меркулова] // Стандарты и мониторинг в образовании. – 2009. – № 3. – С. 3–6.

32. Лавриненко Г. А. Задания развивающего характера по математике: сборник / Г. А. Лавриненко – Саратов: Лицей, 2002.

33. Ломакина Е. Н. Формирование познавательных универсальных учебных действий на уроках математики / Е. Н. Ломакина // Методист. – 2013. – № 5. – С. 59–63.

34. Математика: рабочие программы: 5 – 11 классы / А. Г. Мордкович, И. И. Зубарева – 2-е изд., перераб. – Москва: Вентана-Граф, 2017. – 164 с.

35. Науменко Ю.В. Содержание организационно-методической работы по развитию универсальных учебных действий у учащихся основной школы в соответствии с требованиями ФГОС / Ю.В. Науменко // Методист. – 2013. – № 1. – С. 2–7.

36. Науменко Ю.В. Универсальные учебные действия: алгоритм создания программы формирования для 5 – 9 классов / Ю.В. Науменко // Народное образование. – 2013. – № 2. – С. 198 – 205.

37. Савинов Е. С. Примерная основная образовательная программа образовательного учреждения. Основная школа / сост. Е. С. Савинов. – Москва : Просвещение, 2011.

38. Слепкань З. И. Психолого-педагогические и методические основы развивающего обучения математике // Дидактика математики: проблемы и исследования: электрон. журн. – Донецк, 2013 – С.45 – 50. – Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=26104690

39. Скрипкина Ю. В. Метапредметный подход в новых образовательных стандартах: вопросы реализации / Ю. В. Скрипкина.

Интернет-журнал «Эйдос». – 2011. – №4. – URL: http://www.eidos.ru/journal (дата обращения 21.01.2020)

40. Старостина О. А. Формирование универсальных учебных действий в ходе реализации новых образовательных стандартов / О. А. Старостина // Управление качеством образования. – 2013. – № 2. – С. 87 – 90.

41. Сиденко Е. А. О начале эксперимента по обучению универсальным учебным действиям при введении ФГОС / Е. А. Сиденко // Эксперимент и инновации в школе. – 2013. – № 1. – С. 40–47.

42. Тужик С. В. От формирования общеучебных умений в подготовке учителя к развитию универсальных учебных действий обучающихся / С. В. Тужик // Методист. – 2013. – № 3. – С. 50 – 53.

43. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования / М-во образования и науки Рос. Федерации. – Москва: Просвещение. – 2015. – 48 с.

44. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования: Примерная основная образовательная программа основного общего образования/ Планируемые результаты освоения основной образовательной программы основного общего образования/Математика // Официальный сайт ФГОС. − 2019. URL: http://standart.edu.ru (дата обращения 12.04.2020)

45. Формирование универсальных учебных действий средствами учебного предмета «Математика» в основной школе: учеб.-метод. пособие/ И. Н. Власова, И. В. Косолапова, И. В. Магданова; Перм. гос. гуманит.-пед. ун-т. – Пермь, 2015.

46. Хинчин А. Я. О воспитательном эффекте уроков математики// Повышение эффективности обучения математике в школе: [Сб.]/ Сост. Г. Д. Глейзер - Москва: Просвещение, 1989.

47. Хуторской А. В. Метапредметное содержание образования // Хуторской А. В. Современная дидактика. Учеб. пособие. 2-е изд., перераб. / А. В. Хуторской. — Москва: Высшая школа, 2007. — С.159 – 182.

48. Хуторской А. В. Метапредметный подход в обучении: научно-методическое пособие / А. В. Хуторской. − Москва: Эйдос; Изд-во ин-та образования человека, 2012.

49. Хуторской А. В. Метапредметный компонент нового образовательного стандарта : как с ним работать / А. В. Хуторской // Сельская школа. – 2013. – №4. – С.71–87.

50. Эверстова Т. П. Комплекс задач практического содержания как средство повышения интереса учащихся 9 класса к изучению математики (на примере темы «квадратичная функция») // Научное сообщество студентов XXI столетия. Гуманитарные науки: сб. ст. по мат. XXVII междунар. студ. науч.-практ. конф. № 12(27). URL: http://sibac.info/archive/guman/12(27).pdf. (дата обращения : 26.04.2020)