



МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

**Формирование понятия математического выражения у младших
школьников**

**Выпускная квалификационная работа по направлению
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность программы бакалавриата
«Начальное образование. Дошкольное образование»
Форма обучения заочная**

Проверка на объем заимствований:
05,33 % авторского текста

Работа рекомендована к защите
« 18 » 02 2025 г.
Директор института
Сибиркина А.Р.

Выполнила:
Студент(ка) группы ЗФ-509-072-4-1
Канунникова Екатерина Леонидовна

Научный руководитель:
к.п.н., доцент
Махмутова Л.Г.

Канунникова

Махмутова

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРОБЛЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОНЯТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ВЫРАЖЕНИЯ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ.....	7
1.1 Сущность и специфика математического выражения у младших школьников	7
1.2 Особенности формирования понятия математического выражения у младших школьников.....	12
Вывод по первой главе.....	28
ГЛАВА 2. ОПЫТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ ПО ФОРМИРОВАНИЮ ПОНЯТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ВЫРАЖЕНИЯ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ.....	31
2.1 Диагностика уровня сформированности представлений младших школьников о математическом выражении	31
2.2 Систематизированный комплекс заданий по формированию понятия математического выражения у младших школьников.....	36
2.3 Сравнительная диагностика сформированности представлений о математическом выражении у младших школьников.....	43
Выводы по второй главе	46
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	48
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	52

ВВЕДЕНИЕ

Изучение начального курса математики является важным этапом в образовательном процессе, так как оно связано с усвоением системы ключевых математических понятий. Эти понятия служат основой для дальнейшего изучения более сложных тем, таких как алгебра и геометрия. Чтобы успешно применять полученные знания на практике, ученикам необходимо не только запомнить определения, но и понять все особенности и связи между математическими концепциями, предусмотренными учебной программой.

Эффективное усвоение математических понятий в начальной школе играет решающую роль в подготовке учащихся к более сложным материалам, которые они встретят в основной школе. Важность этого этапа подчеркивается в исследованиях таких ученых, как Бантова М.А., Белошистая А.В., Истомина С.Е., Царева С.Е., которые уделяют внимание методике формирования понятия «математические выражения» в начальных классах. Их работы показывают, что успешное освоение базовых понятий возможно лишь при условии правильной подготовки учеников, что требует от учителей глубоких знаний и навыков в методике преподавания. Обучение в начальной школе не только передает знания, но и способствует умственному развитию детей. Содержание учебного материала, методы преподавания и формы организации учебного процесса влияют на то, насколько эффективно дети усваивают материал. Учитель начальных классов, как первый проводник в мир математики, играет ключевую роль. Его способность грамотно и доступно объяснить сложные концепции определяет отношение ребенка к математике в будущем. Если обучение будет организовано интересно и увлекательно, это поможет сформировать у детей положительное отношение к предмету, что, в свою очередь, способствует их дальнейшему успеху в учебе.

Кроме того, важно учитывать, что в начальной школе дети не только учатся решать математические задачи, но и развивают логическое мышление, аналитические способности и навыки критического мышления. Эти навыки будут полезны не только в математике, но и в других областях знания, а также в повседневной жизни. Поэтому задача учителя заключается не только в передаче знаний, но и в формировании у детей устойчивого интереса к математике. Таким образом, методика преподавания математики в начальных классах требует комплексного подхода, который включает в себя как теоретические, так и практические аспекты. Учителя должны использовать разнообразные методы и приемы, чтобы сделать процесс обучения максимально эффективным и увлекательным. Важно, чтобы каждый ученик чувствовал себя вовлеченным в учебный процесс и понимал, что математика – это не просто набор формул и правил, а увлекательная наука, которая открывает множество возможностей для решения реальных задач.

Математическое выражение является одним из важнейших понятий в математике. В практических и научных задачах, где какую-то величину нельзя измерить или вычислить по готовой формуле, удается составить соотношение, которым оно удовлетворяет. Математические выражения не только имеют важное теоретическое значение, но и служат чисто практическим целям.[18,с.39] Большинство задач о пространственных формах и количественных отношениях реального мира сводится к решению разных видов выражений. В начальном курсе математики учитель старается знакомить младших школьников с данным понятием наглядно, путём созерцания конкретных примеров или практического оперирования ими, опираясь при этом на жизненный опыт обучающихся.

В связи с этим необходимым является поиск эффективных путей формирования понятия математических выражений в начальной школе, что определило выбор темы исследования.

Объектом исследования является процесс изучения математических понятий у детей младшего школьного возраста.

Предмет исследования: процесс формирования понятия «математическое выражение» у младших школьников на уроках математики.

Цель работы: на основе выявленных теоретических аспектов проблемы систематизировать комплекс заданий по формированию понятия математического выражения у младших школьников.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Определить сущность понятия «Математическое выражение».
2. Дать общую характеристику алгебраического материала в курсе математики начальной школы.
3. Рассмотреть методику изучения математических выражений в начальной школе.
4. Описать методику изучения правил порядка действий, методику ознакомления младших школьников с преобразованием выражений, методику буквенных выражений в начальной школе.
5. Определить уровень сформированности понятия математического выражения.
6. Разработать и подобрать ряд упражнений для сформированности понятия математическое выражение.

При выполнении работы использовались следующие методы: теоретическое исследование проблемы на основе анализа психологического -педагогической, методической литературы, школьных программ по математике, тестирование, математические методы обработки данных.

База исследования: Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение «Новоаганская общеобразовательная средняя школа имени маршала Советского Союза Г. К. Жукова».

Структура работы: работа состоит из введения двух глав, выводов по главам, заключения, списка использованных источников, приложения.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРОБЛЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОНЯТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ВЫРАЖЕНИЯ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

1.1 Сущность и специфика математического выражения у младших школьников

Долгое время существовало распространенное мнение, что алгебра – слишком сложная область математики для младших школьников. Считалось, что абстрактное мышление, необходимое для понимания алгебраических концепций, развивается только в подростковом возрасте. Эта точка зрения основывалась на традиционных подходах к обучению, которые акцентировали внимание на механическом запоминании и выполнении арифметических операций, оставляя за скобками развитие более глубокого понимания математических взаимосвязей. В результате, алгебра традиционно изучалась лишь в старших классах. Однако, фундаментальные исследования советских психологов и педагогов, таких как П. Я. Гальперин, В. В. Давыдов, А. И. Маркушевич, А. М. Пышкало, Д. Б. Эльконин, радикально изменили это представление. Их работы показали, что когнитивные возможности детей 6-10 лет значительно недооценивались. Эти ученые доказали, что при использовании специально разработанных методик обучения, ориентированных на поэтапное формирование умственных действий и активное вовлечение детей в процесс познания, младшие школьники способны усваивать достаточно сложные алгебраические понятия. Ключевым моментом стало не простое введение буквенной символики, а построение обучения на основе принципов генетической психологии, где абстрактные понятия формируются на основе конкретных операций и манипуляций с реальными объектами.

Например, П. Я. Гальперин разработал оригинальную методику поэтапного формирования умственных действий, где каждое алгебраическое понятие вводится через ряд последовательных этапов: от

практических действий с конкретными предметами до абстрактного мыслительного процесса. Это позволяет детям не просто заучивать формулы, а понимать их суть и применять в различных ситуациях [8].

В. В. Давыдов же сосредоточился на развитии теоретического мышления у младших школьников, показывая, что они способны к обобщениям и выводу общих закономерностей [10]. Результаты этих исследований привели к тому, что в 1969 году элементы алгебры были включены в программы по математике для начальной школы. Это решение было продиктовано не только стремлением к более раннему развитию математических способностей детей, но и пониманием важных дидактических преимуществ. Включение алгебраического материала позволяет показать динамику реальных явлений, продемонстрировать взаимосвязь между разными величинами и формировать более глубокое понимание мира. Упражнения с функциональным содержанием, например, построение графиков зависимостей, развивают наглядно-образное мышление и способствуют лучшему усвоению математических закономерностей. Более того, изучение алгебры в начальной школе способствует развитию важных логических навыков, таких как анализ и синтез, индукция и дедукция, обобщение и конкретизация. Дети учатся выделять существенные признаки, строить логически выверенные рассуждения и доказывать свои утверждения. Это положительно сказывается не только на их математических способностях, но и на общем развитии когнитивных функций.

Однако, несмотря на доказанную эффективность раннего введения алгебраических элементов, в современных программах по математике для начальной школы отсутствует отдельный раздел, посвященный алгебре. Хотя алгебраический материал включен в учебники, он, как правило, носит подготовительный характер, сосредотачиваясь на предварительных навыках, необходимых для дальнейшего изучения алгебры в средней школе. Это может быть объяснено разными факторами, включая нехватку

квалифицированных педагогов, отсутствие достаточно адаптированных учебных материалов, а также необходимость балансирования между разными аспектами математического образования в начальной школе.

Современный Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования (ФГОС НОО) ориентирован на формирование универсальных учебных действий, и алгебра в этом контексте служит средством развития не только математических компетенций, но и логического мышления, критического анализа и творческого подхода к решению проблем [20]. Таким образом, хотя специальный раздел по алгебре отсутствует, его элементы интегрированы в общий курс математики, способствуя более глубокому и всестороннему развитию младших школьников. Однако для более эффективного использования алгебраического материала необходимо разработка новых методик обучения, ориентированных на возрастные особенности детей и применение инновационных технологий, например, использование интерактивных досок и образовательных платформ. Кроме того, необходимо повышение квалификации учителей начальных классов в области методики преподавания элементов алгебры. Только в этом случае можно полностью реализовать потенциал раннего введения алгебры в начальной школе и обеспечить высокое качество математического образования для всех детей.

Алгебраический материал изучается, начиная с 1 класса в тесной связи с арифметическим материалом и геометрическим. Введение элементов алгебры способствует общению понятий о числе, арифметических действиях, математических отношениях и вместе с тем готовит детей к изучению алгебры в следующих классах.

Основными алгебраическими понятиями курса являются «равенство», «неравенство», «выражение», «уравнение». Определений данных понятий в курсе математики начальных классов нет. Обучающиеся уясняют эти

понятия на уровне представлений в процессе выполнения специально подобранных упражнений [16, с. 42].

Программой по математике в 1-4 классах предусматривается научить детей читать и записывать математические выражения: ознакомить с правилами порядком выполнения действий и научить ими пользоваться при вычислениях, ознакомить обучающихся с тождественными преобразованиями выражений.[2,с.12-21]

При формировании у детей понятия математического выражения необходимо учитывать, что знак действия, поставленный между числами, имеет двойной смысл; с одной стороны, он обозначает действие, которое надо выполнить над числами (например, $6 + 4$ – прибавить 4); с другой стороны, знак действия служит для обозначения выражения ($6 + 4$ – это сумма чисел 6 и 4).

В методике работы над выражениями предусматривается два этапа. На первом из них формируется понятие о простейших выражениях (сумма, разность, произведение, частное двух чисел), а на втором – о сложных (сумма про, изведения и числа, разность двух частных и т.д.) [17,с.40].

Знакомство с первым выражением - суммой двух; чисел происходит в 1 классе при изучении сложения и вычитания в пределах 10 [4,с.136] Выполняя операции над множествами, дети, прежде всего, усваивают конкретный смысл сложения и вычитания, поэтому в записях вида $5 + 1$, $6 - 2$ знаки действий осознаются ими как краткое обозначение слов «прибавить», «вычесть». Это находит отражение в чтении (к 5 прибавить 1 равно 6, из 6 вычесть 2 равно 4). В дальнейшем понятия об этих действиях углубляются. Учащиеся узнают, что, прибавляя несколько единиц, увеличиваем число на столько же единиц, а вычитая - уменьшаем его на столько же единиц. Это также находит отражение в новой форме чтения записей (4 увеличить на 2 равно 6, 7 уменьшить на 2 равно 5), Затем дети узнают названия знаков действий: «плюс», «минус» и читают примеры, называя знаки действий ($4 + 2 = 6$, $7 - 3 = 4$),

Ознакомившись с названиями компонентов и результатом действия сложения, учащиеся используют термин «сумма» для обозначения числа, являющегося результатом сложения. Опираясь на знания детей о названиях чисел при сложении, учитель поясняет, что в примерах на сложение запись, состоящая из двух чисел, соединенных знаком «плюс», называется так же, как и число, стоящее по другую сторону от знака «равно» (9 «сумма» $6+3$ – тоже «сумма»). Наглядно изображается это так:

$$\begin{array}{ccc} 6 + 3 & = & 9 \\ \text{сумма} & & \text{сумма} \end{array}$$

Чтобы дети усвоили новое значение термина «сумма» как название выражения, даются такие упражнения: «Запишите сумму чисел 7 и 2; вычислите, чему равна сумма чисел 3 и 4; прочитайте запись $(6+3)$, скажите, чему равна сумма; замените число суммой чисел $(9 = ? + ?)$; сравните суммы чисел $(6 + 3$ и $6 + 2)$, скажите, какая из них больше, запишите со знаком «больше» и прочитайте запись». В процессе таких упражнений учащиеся постепенно осознают двоякий смысл термина «сумма»: чтобы записать сумму чисел, надо их соединить знаком «плюс»; чтобы найти значение суммы, надо сложить заданные числа [12].

Примерно в таком же плане идет работа над следующими выражениями: разностью, произведением и частным двух чисел. Однако теперь каждый из этих терминов вводится сразу и как название выражения, и как название результата действия. Умение читать и записывать выражения, находить их значение с помощью соответствующего действия вырабатывается в процессе многократных упражнений, аналогичных упражнениям с суммой [1, с. 66-69].

При изучении сложения и вычитания в пределах 10 включаются выражения, состоящие из трех и более чисел, соединенных одинаковыми или различными знаками действий вида: $3 + 1 + 1$, $4 - 1 - 1$, $2 + 2 + 2$. Вычисляя значения этих выражений, дети в выражениях овладевают

правилом о порядке выполнения действий в выражениях без скобок, хотя и не формулируют его. Несколько позднее детей учат преобразовывать выражения в процессе вычислений: например:

$7 + 5 = 7 + (3 + 2) = (7 + 3) + 2 = 12$. Такие записи являются первым шагом в выполнении тождественных преобразований [11, с. 100].

Знакомство первоклассников с выражениями вида: $10 - (6 + 2)$, $(7 - 4) + 5$ и т.п. готовит их к изучению правил прибавления числа к сумме, вычитания числа из суммы и др., к записи решения составных задач, а также способствуют более глубокому усвоению понятия выражения [14, с. 400].

1.2 Особенности формирования понятия математического выражения у младших школьников

Методика работы с определениями включает в себя:

- 1) знание определения;
- 2) обучение распознаванию объекта, соответствующего определению;
- 3) составление различных контрпримеров.

Например, работа над распознаванием понятия «правильный треугольник» и его составляющих: изучение математических определений можно разделить на три этапа:

1 этап – введение – создание в классе ситуаций, когда ученики сами «открывают» что-то новое, создают собственные определения или просто готовят их понимание.

Второй этап – обеспечение усвоения – гарантирует, что ученики

- 1) научатся применять определение,
- 2) быстро и без ошибок запомнят его
- 3) поймут все слова в определении.

Третий этап – закрепление – проходит на последующих уроках и направлен на повторение формулировок и отработку навыков, применяемых при решении задач.

Ознакомление с новыми определениями в математике используют методы:

Метод 1: подготовить учеников к самостоятельному определению.

Метод 2: подготовить учеников к осознанному распознаванию и пониманию новых математических предложений.

Метод 3: учитель создает новое определение без какой-либо подготовки и направляет усилия учеников на его усвоение и запоминание. Методы 1 и 2 являются эвристическими, а метод 3-догматическим. Оба метода следует использовать в зависимости от уровня подготовки урока и опыта учителя.

При введении понятия следует использовать один из трех выше перечисленных методов. На этом этапе необходимо учитывать следующее:

1. Во-первых, введение понятия должно быть мотивировано.
2. При построении системы заданий для введения понятия объем понятия должен быть как можно более полным.
3. Важно показать, что объем понятия не является пустым множеством.
4. Для того чтобы прояснить содержание понятия, следует обратить внимание на существенные признаки и выделить несущественные.
5. Помимо знания определения, обучающиеся должны иметь визуальное представление понятия.

6. Ассимиляция терминов и символов. Результатом этого этапа является формулировка определения, усвоение которого составляет содержание следующего этапа. Овладение определением понятия означает овладение действиями по распознаванию объекта, принадлежащего понятию, выведению следствий из объекта, принадлежащего понятию, и конструированию объекта, принадлежащего объему понятия.

За этапом овладения определением следует задача запоминания определения. Этого можно добиться с помощью таких приемов, как записывание определения в блокнот.

1. -Перескажите основные свойства, подчеркните их или пронумеруйте другим способом.

2. -Используйте контрпримеры для выполнения правила коммутативности.

3. Подбирайте пропущенные слова в определении и находите лишние слова.

4. Учитесь приводить примеры и контрпримеры.

5. Научите их применять определения в простейших, но достаточно характерных ситуациях, так как многократное объяснение определений в ситуациях, несвязанных с решением проблем, неэффективно.

6. Укажите на возможность использования различных определений и докажите их эквивалентность, но выберите для запоминания только одно.

7. Научите строить определения, для чего создайте семейное дерево и объясните его логическую структуру.

8. Сравнивайте и сопоставляйте пары схожих понятий. Таким образом, существенные характеристики понятий, используемых в определении, являются особым объектом изучения на этом этапе.

Следующий этап – закрепление. Понятие можно считать сформированным, если ученик сразу узнает его в задании, не ища его признаков, т.е. если процесс обобщения понятия интегрирован. Этого можно достичь:

- применением определения к более сложным ситуациям.
- включения нового понятия в логические связи и отношения с другими понятиями (например, сравнение родословных и классификаций).

Хочется показать, что определения даются не ради них самих, а для того, чтобы они «работали» при решении задач.

В результате ученики испытывают трудности, если не овладевают базовыми математическими понятиями, что, в свою очередь, служит важным этапом познания. Поэтому понятия являются одним из основных структурных элементов любого предмета в начальной школе, особенно

математики. Концептуальное мышление формируется в начальной школе и развивается и совершенствуется на протяжении всей жизни. Долгое время считалось, что основной целью преподавания математики в школе является углубление естественных наук. Сегодня никто не оспаривает тезис о том, что школьная математика не является наукой и что законы педагогики, психологии, физиологии и общечеловеческого историко-математического опыта зачастую важнее законов математической науки. Учителя должны вводить формальные определения математических понятий четко и продуманно. Когда и где следует давать ученикам формальные определения новых понятий? Здесь есть несколько вариантов:

- давать определение в начале изучения темы;
- давать определение примерно в середине изучения темы;
- давать определение в конце изучения темы (на повторительно-обобщающих уроках);

- не доводить определение до формального уровня. Понятия, изучаемые в школьной программе по математике, можно разделить на шесть классов:

- понятия, изучение которых начинается с формулировки определения;

- понятия, которые вообще не определяются в школьной программе по математике (числа, уравнения и т.д.);

- сами термины, объектами которых дети манипулируют до введения соответствующих терминов, а формулировка определения понятия дается позже;

- понятия, изучение которых начинается с общего представления, а формулировка определения дается через некоторое время (от нескольких уроков до нескольких лет) (такие понятия, как прямоугольник, угол, площадь);

- понятия, которые изучаются в школьной программе по математике (такие понятия, как прямоугольник, угол, площадь). В процессе

изучения каждого из этих понятий учителя сталкиваются с рядом трудностей.

Первая трудность заключается в том, как постепенно ученики знакомятся с формальными определениями математических понятий.

Существуют различные уровни ознакомления с новыми понятиями, которые А.Г. Мордкович выделяет следующим образом :

- визуальный/ интуитивный уровень (новые понятия вводятся, например, «с помощью картинок»)
- рабочий (описательный) уровень (учащимся объясняют, «что такое ...» (когда их спрашивают «как вы понимаете, что такое ...»)).

В школьном образовании многие учителя требуют от учеников заучивания определений понятий и знания основных доказываемых свойств. Однако результаты такого обучения обычно незначительны. Это связано с тем, что большинство учеников опираются на несущественные признаки при применении понятий, которые они изучают в школе. С другой стороны, только когда ученики осознают и воспроизводят существенные признаки понятия, они отвечают на вопросы, требующие от них определения понятия. Во многих случаях ученики воспроизводят понятия без ошибок, то есть знают их существенные признаки, но не могут применить эти знания на практике. Выполнив пять - восемь заданий с реальными объектами или моделями, ученики запоминают как признаки понятия, так и правила работы с ним, не заучивая их. Затем задание переводится во внешнюю языковую форму и дается в письменном виде, где ученики называют или записывают по памяти признаки, правила и формулировки понятия. На этом этапе ученики могут работать в парах, чередуя роли исполнителя и администратора.

Существенным недостатком является традиция иллюстрировать определение понятия одним-двумя конкретными примерами, а не рассматривать все существенные признаки понятия. Такая невнимательность приводит к тому, что ученики обращают внимание в

основном на несущественные признаки. Различные несущественные признаки способствуют лучшему усвоению основных признаков понятия. Закрепление и повторение понятия на последующих уроках должно осуществляться путем воспроизведения определения (или объяснения), приведения примеров, конкретизации, логического анализа определения и других творческих работ, использования понятия для суждений и умозаключений. При этом ученики должны приводить не только готовые примеры из учебников, но и примеры, которые они придумали сами. Это должно быть важнейшим педагогическим требованием и методическим правилом преподавания математики в школе. Школьники должны знать это и сами находить примеры на вновь введенные или повторяющиеся математические понятия при подготовке уроков дома. Каждый ученик должен знать определения изучаемых понятий, но не обязательно заучивать их формулировки. Успешным является такое усвоение, когда ученики полностью овладели содержанием и объемом понятия, его соотношением и связью с другими понятиями, а также способны анализировать понятие при решении учебных и практических задач [16, с. 42].

Уровни усвоения понятия математического выражения:

- 1) ученик знает о понятии;
- 2) ученик знает об объектах, входящих в данное понятие;
- 3) ученик понимает значение каждого слова, каждого элемента определения и различает существенные и несущественные свойства;
- 4) ученик может привести собственные примеры объектов, соответствующих определению;
- 5) ученик может привести примеры объектов, соответствующих определению;
- 6) ученик может привести примеры объектов, несущественных для понятия;

7) Может продемонстрировать, почему один объект подходит под определение, а другой - нет; Может использовать понятие в явных ситуациях при решении задач;

8) При решении нестандартных задач использует (применяет) понятия.

9) Особенности формирования понятия математического выражения у младших школьников:

Знак действия между числами имеет двойкий смысл. С одной стороны, он обозначает действие, которое надо выполнить с числами (например, $6 + 4$ – прибавить 4). С другой стороны, знак действия служит для обозначения выражения ($6 + 4$ – это сумма чисел 6 и 4) [9, с. 94-103].

Формирование понятия происходит в два этапа: на первом формируется понятие о простейших выражениях (сумма, разность, произведение, частное двух чисел), а на втором – о сложных (сумма произведения и числа, разность двух частных и т.д.) [9, с. 94-103].

Знакомство с первым выражением – суммой двух чисел происходит в 1 классе при изучении сложения и вычитания в пределах 10. Выполняя операции над множествами, дети усваивают конкретный смысл сложения и вычитания [9, с. 94-103].

Во втором классе вводятся термины «математическое выражение» и «значение выражения» (без определения). После записи нескольких примеров в одно действие учитель сообщает, что эти примеры иначе называются математическими выражениями. По заданию учителя дети сами составляют различные выражения. Учитель предлагает вычислить результаты и поясняет, что результаты иначе называют значениями математических выражений.

В дальнейшем, в процессе многократных упражнений в чтении, составлении и записи выражений, учащиеся постепенно овладевают умением устанавливать вид сложного выражения (в 2-3 действия) [15].

Введение понятия выражения позволяет организовать работу по развитию математической речи обучающихся.

1.3 Методические приемы формирования понятия математического выражения у детей младшего школьного возраста

Перечислим приёмы знакомства, которые используют при формировании понятия выражения в математике:

1. Запись нескольких примеров в рамках одного действия. После этого учитель объясняет, что эти примеры называются математическими выражениями.

2. Создание выражений по указанию учителя. Затем он предлагает вычислить результаты и уточняет, что эти результаты называются значениями математических выражений.

3. Упражнение с задачей. Например: «У Кати было 20 рублей. Конфета стоит 11 рублей, а жвачка – 5 рублей». Дети должны объяснить, какие выражения соответствуют данной ситуации.[7,с.112]

4. Использование схемы для интерпретации выражений. Схема создаётся совместно и применяется при чтении выражений. Она помогает определить, какое действие выполняется последним, подумать о названиях чисел, участвующих в этом действии, и понять, как эти числа представлены.

5. Задания, требующие сравнения выражений. Например: «Сравните выражения, найдите общее в полученных неравенствах и сделайте выводы»[7,с.112]

Рассмотрим методику изучения правил порядка действий. [13]

Хотя правила порядка действий в сложных выражениях изучаются во 2 классе, дети фактически используют некоторые из них уже в 1 классе. Сначала они рассматривают правила порядка действий в выражениях без скобок, когда выполняются только сложение и вычитание или только умножение и деление. Необходимость введения выражений с двумя и более арифметическими действиями одного шага возникает, когда ученики

знакомятся с приемами вычислений при сложении и вычитании в пределах 10: $6 + 26 + 36 + 36 + 46 + 1 + 16 + 2 + 16 + 2 + 2$.

Аналогично: $6 - 1 - 1$, $6 - 2 - 1$ и $6 - 2 - 2$. Чтобы найти значение этих выражений, школьники легко усваивают тот факт, что арифметические действия, выполняемые в выражениях (сложение и вычитание), производятся по порядку слева направо, так как они относятся к целевым операциям, выполняемым в определенном порядке. Первая встреча с выражениями, содержащими операции сложения и вычитания и скобки, происходит в теме «Сложение и вычитание в пределах 10».

В 1 классе встречаются такие примеры: $7 - 2 + 4$, $9 - 3 - 1$, $4 + 3 - 2$; во 2 классе: $70 - 36 + 10$, $80 - 10 - 15$, $32 + 32 + 18 - 17$, $4 \cdot 10 : 5$. Учителя показывают, как читать, записывать и находить значение таких выражений (например, $4 \cdot 10 : 5$ - это: умножить 4 на 10 и разделить результат на 5); к моменту изучения «порядка действий» во 2 классе учащиеся знают, как находить значение выражений такого типа.

Цель обучения на этом этапе – обратить внимание учащихся на порядок операций над такими выражениями и сформулировать соответствующие правила. Учащиеся самостоятельно решают примеры, подобранные учителем, и объясняют, в каком порядке они выполняли операции в каждом примере. Если выражение без скобок содержит только операции сложения и вычитания (или только умножения и деления), то операции выполняются в том порядке, в котором они записаны (т.е. слева направо): в выражениях вида $a + v + c$, $a + (c + c)$ и $(a + v) + c$ наличие скобок не влияет на порядок выполнения операций по комбинаторному правилу сложения. Несмотря на то, что это так, на данном этапе целесообразнее указать учащимся на то, что действие в скобках выполняется первым. Это связано с тем, что подобные обобщения неприемлемы для выражений вида $a - (c + c)$ или $a - (c - c)$, а ученикам на начальном этапе довольно сложно понять назначение скобок для различных числовых выражений. Использование скобок в числовых выражениях, связанных с операциями

сложения и вычитания, развивается дальше и связано с изучением таких правил, как сложение сумм с числами, сложение чисел с суммами, вычитание сумм из чисел и вычитание сумм из чисел. Однако важно, чтобы при первом знакомстве со скобками ученики осознали, что сначала происходит действие внутри скобок [3, с. 100].

Учителю следует обратить внимание учеников на то, как важно соблюдать это правило при выполнении вычислений, иначе можно получить неверные уравнения. Например, ученики объясняют, как получены значения уравнений: $70 - 36 + 10 = 24$, $60 : 10 - 3 = 2$, почему они неверны и какие значения имеют эти уравнения на самом деле. Аналогичным образом ученики изучают порядок действий для выражений со скобками, например: $65 - (26 - 14)$, $50 : (30 - 20)$. Ученики также знакомы с такими выражениями и знают, как читать, записывать и вычислять их значение. Объяснив некоторые последовательности операций в таких выражениях, дети приходят к выводу: в выражениях со скобками первая операция выполняется над числом, записанным в скобках. Исследуя такие выражения, легко заметить, что операции в выражении выполняются не в том порядке, в котором они записаны. В следующем разделе представлены правила порядка выполнения операций, когда выражение без скобок содержит первый и второй шаги операции. Правила порядка действий установлены и должны быть доведены до детей учителем или проверены учениками в учебнике.

Для закрепления изученных правил вместе с учениками следует включать в упражнения примеры решения задач с объяснением порядка действий. Эффективной может быть и практика объяснения ошибок в порядке выполнения действий. Например, предлагается из заданного набора примеров записать только те вычисления, в которых соблюдается правило порядка действий:

$$20 + 30 : 5 = 10$$

$$42 - 12 : 6 = 40$$

$$65 + 40 : 2 = 50$$

После объяснения ошибок можно дать задание: используя скобки, измените порядок операций так, чтобы выражения имели заданные значения. Например, чтобы первое выражение имело значение, равное 10, его нужно записать так: $(20 + 30) : 5 = 10$.

Практика вычисления значения выражения особенно полезна, когда нужно применить все изученные правила. Например:

– заключить выражение в скобки так, чтобы оно имело заданное значение: $72 - 24 : 6 + 2 = 66$; $(72 - 24) : 6 + 2 = 10$; $(72 - 24) : (6 + 2) = 6$; $72 - 24 : (6 + 2) = 69$.

– поставить вместо звездочки знак «+» или «-» так, чтобы выполнялось следующее равенство:

$$38*3*7=34 \qquad 38*3*7=42 \qquad 38*3*7=28 \qquad 38*3*7=48$$

При такой практике ученики убеждаются, что значение выражения меняется при изменении порядка операций [6, с. 156].

Для освоения правил порядка операций в 3 и 4 классах следует включать более сложные выражения, в которых учащиеся применяют не одно, а два или три правила порядка операций для вычисления значений: $908 - (240 + 170) + 190$. При этом следует выбирать числа, которые можно выполнять в любом порядке, создавая условия для осознанного применения изученных правил [9, с. 94-103].

Рассмотрим методику ознакомления с преобразованием выражений.

Преобразование выражений- это замена данного выражения другим выражением, значение которого равно значению данного выражения [5, с. 425]. Обучающиеся выполняют такие преобразования выражений, исходя из характера арифметических операций и их последствий. Изучая каждое правило, ученики убеждаются, что для некоторых типов выражений можно выполнить операцию по-другому, но значение выражения останется неизменным. В дальнейшем школьники будут применять свои знания о свойствах действий для преобразования

заданного выражения в равносильное. Например, следующее задание: продолжите запись так, чтобы сохранялся знак «=»: $56 - (20 + 1) = 56 - 20 \dots$

В левой части из 56 вычитается сумма 20 и 1; в правой части из 56 вычитается 20. Чтобы получить в правой части ту же сумму, что и в левой, в правой части нужно вычесть еще 1. Аналогичным образом преобразуются и другие выражения.

Другими словами, прочитав выражение, ученик вспоминает соответствующее правило и выполняет действие в соответствии с ним, чтобы получить преобразованное выражение. Чтобы проверить правильность преобразования, обучающиеся вычисляют значения заданного и преобразованного выражений и сравнивают их.

Учащиеся 2-4 классов применяют знания о характере действий для обоснования способа вычисления и выполняют преобразование выражения вида: $54 + 30 = (50 + 4) + 20 = (50 + 20) + 4 = 70 + 4 = 74$. Здесь учащиеся должны объяснить, на чем основано каждое последующее выражение, а также понять, что все эти выражения имеют одно и то же значение и поэтому связаны символом «=». Дети также должны понять, что все эти выражения имеют одно и то же значение и поэтому связаны между собой символом «=». Для этого может потребоваться попросить детей вычислить значения выражений и сравнить их. Таким образом можно устранить ошибки типа: $75 - 30 = 70 - 30 = 40 + 5 = 45$.

Учащиеся 2-4 классов должны преобразовывать выражения, опираясь на определение действия, а также на свойства действия. Например, сумма одного и того же слагаемого заменяется произведением: $6+6+6=63$ и наоборот $94=9+9+9+9$. Также, исходя из смысла действия умножения, преобразуются более сложные выражения: $84+8=85$, $76-7=75$ [13]. На основе вычисления и анализа специально подобранных выражений ученики 4-го класса приходят к выводу, что скобки в выражениях со скобками можно опускать, если скобки не влияют на порядок действий: $(30+20)+10=30+20+10$, $(10-6):4=10-6:4$ и т.д. В дальнейшем, используя

изученные свойства действий и правила порядка действий, ученики упражняются в преобразовании выражений со скобками в те же выражения, что и без скобок. Например, $(65+30)-20$, $(20+4)3$ $96 - (46+30)$, $(40+24):4$. Объясните первое решение данного выражения на основе правила вычитания чисел из суммы, а учащиеся заменяют его выражением: $65+30 - 20$, $65 - 20+30$, $30 - 20+65$ и порядок действий. Объясните следующее. Подобная практика поможет ученикам убедиться в том, что, если применить свойство действия, значение выражения не изменится при изменении порядка операций. Таким образом, знание детьми младшего школьного возраста понятия выражения тесно связано с формированием вычислительных навыков. В то же время введение понятия выражений позволяет организовать соответствующую работу по развитию математической речи детей [5, с. 425].

Буквенные символы вводятся во втором классе в соответствии с программой по математике. Здесь учащиеся знакомятся с буквой a как символом, обозначающим неизвестное или один из компонентов уравнения при решении уравнений типа: $a=8$, $a=7$ и значение суммы $a+6$. На следующих уроках познакомьтесь с буквами латинского алфавита, обозначающими один из компонентов уравнения; в четвертом семестре третьего года обучения познакомьтесь с буквой x как символом неизвестного при решении уравнений вида $a + x = v$, $x - c = v$. Введение букв в качестве символов переменных позволяет работать над формированием понятия переменных уже в начальной школе и быстрее приобщать детей к математическому языку символов. Подготовительная работа по раскрытию значения букв как символов переменных проводится в начале третьего класса. На этом начальном этапе дети знакомятся с несколькими буквами латинского алфавита (a , c , s , d , k), которые обозначают переменные, то есть один из компонентов выражения [16]. При введении буквенных символов, обозначающих числовые переменные, в системе упражнений важную роль играет умелое сочетание индуктивного и дедуктивного методов. Таким

образом, упражнения обеспечивают переход от цифрового представления к буквенному и, наоборот, от буквенного представления к цифровому. Например, на доску вывешивается плакат с тремя кармашками, на которых написаны слова «сумма одного», «сумма двух» и «сумма». Во время беседы с учащимися учитель вкладывает в кармашки плаката карточки с числами и формулами. Затем выясняется, могут ли они составить другие выражения и сколько таких выражений они могут составить. Дети составляют другие выражения и находят в них общее: одинаковые действия – сложение и разные действия – разные суммы. Учитель объясняет, что вместо того, чтобы записывать разные числа, их сумму можно обозначить буквами. Тогда сумму можно обозначить так: $a + c$ (соответствующую карточку можно положить в карман плаката). Учитель объясняет, что $a + c$ – это тоже математическое выражение. Однако в этой формуле сумма обозначена буквами, каждая из которых представляет собой произвольное число. Эти числа называются буквенными значениями [5, с. 425]. Аналогичным образом вводится разность чисел как обобщенное обозначение для числовых выражений. Отрабатывается переход от буквенных выражений к числовым, чтобы учащиеся поняли, что буквы в выражении могут обозначать множество чисел, например $a + b$, и что само буквенное выражение является обобщенной записью числового выражения.

Ученики убеждаются, что многие числовые выражения можно получить, придавая буквам личные числовые значения. Конкретизация буквенных выражений – разности чисел – осуществляется аналогичным образом. Кроме того, в связи с работой над выражениями уточняется понятие постоянных величин. Для этого рассматриваются выражения, в которых постоянная величина фиксируется числом, например $a \pm 12$ и $8 \pm c$. Здесь, как и на первом этапе, отрабатывается переход от числовых выражений к выражениям, записанным буквами и цифрами, а также повторный переход. Для этого вначале используется плакат с тремя кармашками. [...] [...] [...] Аналогично с математическими выражениями

вида $17 \pm a$, $c \pm 30$. В 4 классе есть задания типа «Найдите значение выражения $a : c$, если $a = 3, 400$, $c = 2$, $a = 2, 800$ и $c = 7$ ». Когда учащиеся поймут значение буквенных символов, они смогут использовать их как средство обобщения формируемых знаний. Конкретной основой для использования буквенных символов в качестве средства обобщения являются знания об арифметических действиях и знания, которые формируются на этой основе. К ним относятся понятие арифметических действий, их сущность, связь между компонентами и результатом действия, а также изменение результата действия при изменении одного из компонентов. Таким образом, использование буквенных обозначений способствует повышению уровня обобщения знаний, полученных детьми начальной школы, и готовит их к изучению систематического курса алгебры в последующих классах.

При работе с математическими выражениями могут возникать следующие трудности:

1. С буквенными выражениями, поскольку они содержат цифры, знаки арифметических операций и буквы.
2. Проблемы с упрощением выражений. Перед тем как начать решение, важно тщательно проанализировать выражение, особенно его степени, корни, логарифмы и функции. Во многих случаях их можно упростить или заменить на простые числовые значения еще до начала решения.
3. Игнорирование скобок. Независимо от типа выражения и выполняемых действий, всегда следует начинать с работы со скобками. Часто пренебрежение этим правилом приводит к неправильным ответам или отсутствию решения.
4. Приведение выражения к единому виду. Это особенно актуально для дробей: смешанные и десятичные дроби следует преобразовать в обыкновенные.

Для преодоления трудностей в понимании математических выражений можно применять следующие приемы:

1. Визуальные материалы. Графики, схемы и модели способствуют лучшему усвоению математических понятий. Например, при изучении дробей полезно использовать фигуры, разделённые на части, или реальные объекты для наглядного представления таких понятий, как «половина» или «четверть».

2. Игровые элементы, дидактические игры, игры на запоминания латинских букв, тренируя память у обучающихся; практические задания, работа в парах с карточками. Они помогают учащимся осознать практическую значимость математики, делают процесс обучения более интересным и стимулируют желание продолжать изучение [6, с. 156].

3. Регулярное повторение и закрепление основных навыков. Можно применять математические тренажёры или задачи с постепенно увеличивающейся сложностью.

4. Индивидуальный подход. Учитель может использовать дифференцированные задания, предлагая более сложные задачи для тех, кто быстрее осваивает материал, и более простые для тех, кто нуждается в дополнительном времени.

5. Применение информационных технологий. Интерактивные приложения и образовательные платформы позволяют учащимся визуализировать задачи, развивать навыки и решать практические задачи [6, с. 156].

6. Рефлексия. Обсуждение ошибок и успехов помогает учащимся анализировать свои действия, улучшает их способность учиться на ошибках и развивает уверенность в своих силах.

В начальных классах правила формулируются так:

1. Без скобок выражения, содержащие вычитание и сложение, или деление и умножения, выполняются действия так как они записаны: слева направо.

2. В выражения без скобок сначала выполняется по порядку слева направо умножение или деление, а затем сложение или вычитание.

3. Выражения со скобками, вначале вычисляют значения в скобках, затем слева направо выполняют умножение или деление, и только потом сложение или вычитание [3, с. 100].

Итак, изучение представленных правил позволяет выделить основные характеристики выражений, на которые учащиеся будут опираться при вычислении их значений. В частности, это выражения как без скобок, так и со скобками, содержащие только сложение и вычитание, либо умножение и деление; выражения, обладающие такими признаками, как наличие скобок и включение всех четырех арифметических операций. Чтобы подготовить учеников к восприятию правил как обобщенного подхода к вычислению значений выражений, необходимо в первую очередь обучать их анализировать различные числовые выражения с акцентом на те признаки, на которые ориентировано каждое из правил. Нужно не забывать, что лучше усваиваются правила, которые визуализируются, и преподносятся ученикам в виде игры.

Вывод по первой главе

В начальной школе алгебраические понятия закладываются как фундамент для дальнейшего математического развития, не являясь самостоятельным предметом, а интегрируясь в арифметику и геометрию, начиная, как правило, со второго класса. Эта стратегия не случайна: она опирается на психолого-педагогические принципы развития ребенка, обеспечивая плавный переход от конкретного мышления к абстрактному. Вместо формального введения сложных определений, алгебраические идеи представляются через игровые задания, житейские ситуации и наглядные примеры, способствуя формированию интуитивного понимания основных концепций. Этот подход позволяет избежать перегрузки ребенка информацией и способствует развитию его математической интуиции.

Основными алгебраическими понятиями, с которыми знакомятся младшие школьники, являются равенства и неравенства, арифметические выражения (включая числовые и буквенные), и простейшие уравнения. Понимание равенства («=») эволюционирует. Сначала знак «=» воспринимается как результат арифметического действия (например, $2 + 2 = 4$), постепенно развиваясь до понимания равенства как отношения эквивалентности между двумя выражениями (например, $2 + 2 = 4$ и $3 + 1 = 4$ являются эквивалентными). Эта концепция закладывает основу для решения уравнений в старших классах.

Арифметические выражения начинаются с простых примеров, например, $2 + 3$, затем постепенно усложняются. Дети учатся записывать и читать выражения, содержащие несколько действий, понимая порядок выполнения этих действий – приоритет операций. Это фундаментальный навык, требующий тщательной отработки. Дети знакомятся с правилами приоритета операций: сначала выполняются умножение и деление (слева направо), затем сложение и вычитание (также слева направо). Важную роль играют скобки, которые указывают на изменение порядка действий. Понимание порядка выполнения операций и использования скобок критично для успешного решения любых математических задач. Для отработки этого навыка используются многочисленные упражнения, включающие различные комбинации арифметических действий и скобок, задачи на составление выражений по условию и вычисление их значений. В начальной школе также закладываются основы работы с переменными, хотя это не всегда называется явно «переменные». Дети знакомятся с буквенными обозначениями, например, «а» может обозначать неизвестное число. Задачи типа «Найти значение выражения $2 + a$, если $a = 3$ » вводят концепцию переменной, без формального определения этого термина. Это помогает детям постепенно подготовиться к более сложной работе с алгебраическими выражениями в старших классах. Важно отметить, что использование буквенных обозначений не ограничивается только задачей

подстановки значения. Для лучшего усвоения материала используются различные дидактические игры и практические задания. Например, игры с весами, где дети должны уравновесить две стороны весов, наглядно демонстрируют принцип равенства. Использование геометрических фигур также помогает визуализировать алгебраические понятия. Например, площадь прямоугольника можно выразить через алгебраическое выражение, связывающее длину и ширину.

Все эти методы направлены на то, чтобы сделать изучение алгебры интересным, доступным и эффективным для детей младшего школьного возраста. Целью является не глубокое понимание абстрактных алгебраических понятий, а формирование прочной основы для дальнейшего изучения математики, развитие логического и абстрактного мышления, а также повышение интереса к математике в целом. Таким образом, алгебра в начальной школе – это не самостоятельная дисциплина, а интегрированная часть математического образования, закладывающая фундаментальные основы для будущего успешного изучения математики.

ГЛАВА 2. ОПЫТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ ПО ФОРМИРОВАНИЮ ПОНЯТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ВЫРАЖЕНИЯ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

2.1 Диагностика уровня сформированности представлений младших школьников о математическом выражении

Цель: Выявить уровень сформированности понятия «математическое выражение» у обучающихся второго класса на базе муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения «Новоаганская общеобразовательная средняя школа имени маршала Советского Союза Г. К. Жукова».

Для определения уровня сформированности понятия математического выражения была выбрана диагностика по определению уровня математической грамотности для 2 класса в виде письменного опроса, по методике О. А. Рыдзе и К. А. Краснянской.

Учащимся были предложены задания в соответствии с возрастным уровнем сложности, которые проверяют умения: чтение, анализ и извлечение информации о числовых данных, представленных в виде таблиц, схем, выполнять вычислительные операции; пространственное воображение (рис. 1-5).

Задание №1.

Перед самым Новым годом Маша отпросилась у родителей в кафе с Леной. Там сейчас так красиво!

Маша решила купить себе горячий шоколад и йогуртовый десерт. Лена заказала чай облепиховый и овсяное печенье. Хватит ли Маше денег для оплаты своего заказа?

У Маши было:



У Лены:



Рисунок 1 – Задание 1

Напитки	Стоимость
Горячий шоколад	155 р
Какао	135 р
Облепиховый чай	115 р
Смородиновый чай	120 р
Десерт	Стоимость
Йогуртовый десерт	55 р
Ванильный десерт	50 р
Овсяное печенье	45 р
Кокосовое печенье	60 р

Ответ: _____

Хватит ли всех денег девочек для оплаты общего заказа?

Ответ: _____

Рисунок 2 – Задание 2

Маше на уроке математики учительница выдала карточку с таким заданием. «Соедини линиями числовые выражения с их словесными формулировками». Помоги Маше справиться с этим заданием.

Разность чисел сорока и пяти уменьшить на восемь	$40-5$
Уменьшаемое сорок, вычитаемое пять	$8+(40-5)$
Сумма чисел сорока и пяти	$(40+5)-8$
К восьми прибавить сумму чисел сорока и пяти	$(40-5)-8$
Сумму чисел сорока и пяти уменьшить на восемь	$8+(40+5)$
К восьми прибавить разность чисел сорока и пяти	$40+5$

Рисунок 3 – Задание 3

Ты отлично справился с заданием! Помоги Маше выполнить вторую карточку. Составь пары «величина – то, что измеряется этой величиной». **Выбери верный вариант ответа.**

•1-Б, 2-А, 3-В	1. Килограмм	А. Объем банки компота
•1-А, 2-В, 3-Б	2. Литр	Б. Масса слона
•1-В, 2-А, 3-Б.	3. Тонна	В. Мешок картофеля

Рисунок 4 – Задание 4

Мама и папа решили начать подготовку к Новому году. Мама купила каждому члену семьи по два подарка (себе не покупала). **Сколько подарков купила мама, если их семья состоит из бабушки, дедушки, папы и дочери Маши?**

Ответ: _____ подарков купила мама.

Папа купил маме три подарка. **Сколько всего подарков на Новый год будет лежать под елкой для всей семьи?**

Ответ: _____ подарков на Новый год будет лежать под елкой

Задание №5

Маша нарезала подарочную ленту на кусочки. Все отрезки были разной длины. **Помоги Маше разложить ленточки для подарков в порядке их увеличения:**

2 см, 1 м, 3 мм, 1 см 2 мм, 1 дм, 11 см, 9 дм.

Ответ: _____.

Задание №6

В воскресенье вся Машинная семья поехала в театр на новогодний спектакль.

Маша с родителями поехали по первому пути. Они доехали до театра на трамвае за 45 минут. А бабушка с дедушкой выбрали второй путь. Они сначала доехали до метро на автобусе за 10 минут. Затем пересели на метро, где ехали на 15 минут дольше, чем на автобусе. **Какой путь до театра оказался короче?**

Ответ: _____ путь до театра оказался короче?

Рисунок 5 – Задание 5

Приведем тематический тест по теме «выражение» М. И. Башмакова (2 класс). В тесте содержатся задания для текущего контроля знаний по теме «Выражения».

Математический тест

1. Выбери правильное утверждение для понятия «выражение»:

А) Если между двумя и более числами поставить любой математический знак, то получится выражение.

Б) Если между двумя и более числами поставить знак арифметического действия, то получится выражение.

В) Если между двумя и более числами или буквами поставить знак «+», «-», «·», «:», «()», то получится выражение.

2. Выбери выражения:

А) $12 = 3 \cdot 4$

Б) $9 + 5 > 13$

В) $3 + (7 \cdot 3)$

Г) $8 - a$

3. Выбери правильный ответ:

В выражении $65 - (40 + 20)$ первым выполняют

А) вычитание

Б) сложение

4. Найди выражение, в котором первым действием должно быть сложение:

А) $30 - (17 + 3)$

Б) $60 - 30 + 8$

В) $(46 - 4) + 20$

5. Найди выражение «40 прибавить к разности чисел 20 и 7»:

А) $40 + 20 - 7$

Б) $(20 - 7) + 40$

В) $40 + (20 - 7)$

6. Найди выражение «произведение 15 и 10»:

А) $15 + 10$

Б) $15 \cdot 10$

7. Выбери решение задачи: «В коробке было 18 карандашей. Из коробки взяли несколько карандашей. Сколько карандашей взяли, если в ней осталось 3 синих и 5 красных карандашей?»:

А) $18 - (5 - 3) = 16$ (кар.)

Б) $18 - (5 + 3) = 10$ (кар.)

8. Сколько стоят три тетради по 12 рублей и 2 ручки по 7 рублей?

А) $12 \cdot 3 + 7$

Б) $3 + 12 + 7$

В) $12 \cdot 3 + 7 \cdot 2$

Данные диагностические мероприятия показали, что обследуемые (19 обучающихся) имеют следующие результаты:

Таблица 1 – Результаты общего уровня сформированности представлений о математическом выражении

№	Имя	Письменный опрос	Тест	Общий балл	Общий уровень
1	Абдулла	1	5	6	низкий
2	Артем	4	6	10	средний
3	Владимир	6	8	14	высокий
4	Данил	1	6	7	низкий
5	Константин	4	7	11	средний
6	Анастасия	5	6	11	средний
7	Анна	1	5	6	низкий
8	Валерия	5	5	10	средний
9	Арсений	1	5	6	низкий
10	Дмитрий	5	7	12	средний
11	Алексей	5	5	10	средний
12	Ярослав	1	5	6	низкий
13	Юрий	1	6	7	низкий
14	Илья	4	6	10	средний
15	Яна	4	6	10	средний
16	Виктория	6	8	14	высокий
17	Ксения	5	5	10	средний
18	Арина	4	6	10	средний
19	Матвей	1	5	6	низкий

При этом 0-9 баллов – низкий уровень;

10-13 баллов – средний уровень;

14 баллов – высокий уровень.

Отообразим полученные данные с помощью диаграммы (рис. 6).

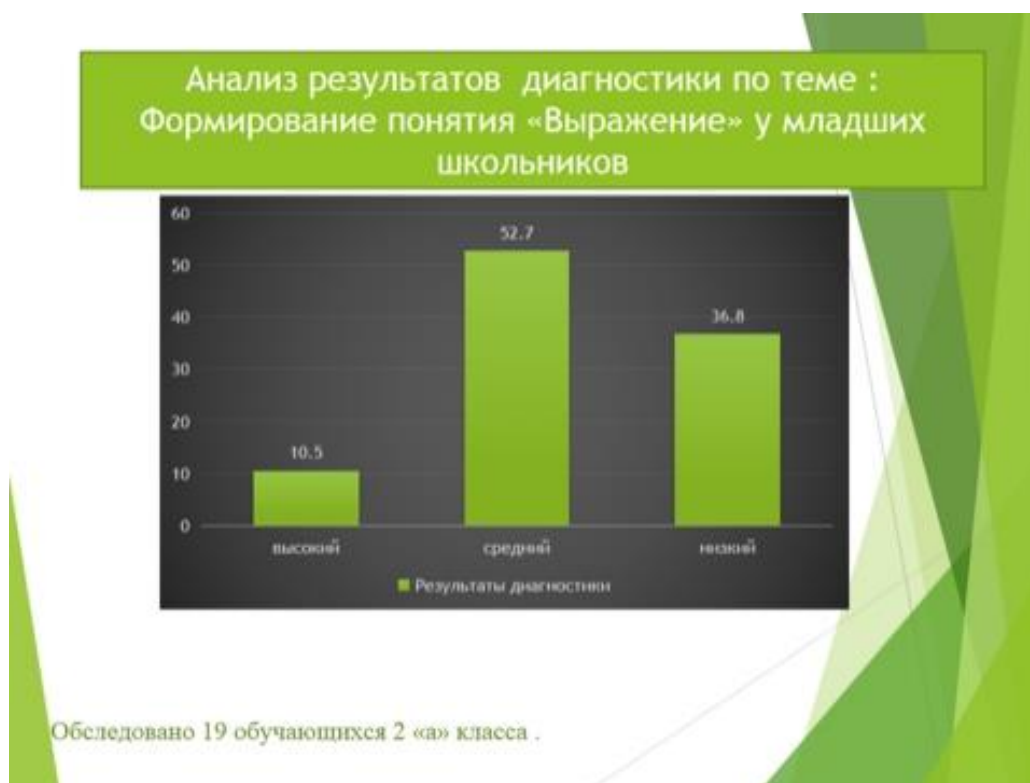


Рисунок 6 – Результаты диагностики

Высокий уровень имеет 10,5 % обучающихся в количестве 2 человек. Средний уровень зафиксирован у 52,7 % обучающихся в количестве 10 человек. Низкий уровень есть у 36,8 % обучающихся в количестве 7 человек.

В дальнейшей работе для повышения уровня сформированности понятия «выражение» было решено разработать комплекс систематических заданий для второго «А» класса муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение «Новоаганская общеобразовательная средняя школа имени маршала Советского Союза Г. К. Жукова».

2.2 Систематизированный комплекс заданий по формированию понятия математического выражения у младших школьников.

Понятие формируется через различные задания.

Группа 1. Составление выражений по текстовой задаче.

Цель: формировать умение составлять выражения и правильно читать составленные выражения.

Приведем примеры:

1) В буфете стояло 14 чашек. Катя взяла четыре чашки и поставила на стол, а затем еще три. Сколько чашек осталось в буфете? $14 - 4 - 3 = 7$.

2) Сначала сложили четыре чашки, затем доложили еще три чашки, которые поставили на стол. От всех 14 чашек, которые были в буфете, отняли количество чашек, поставленных на стол. $14 - (4 + 3) = 7$

Группа 2. Работа с числовыми выражениями. Ознакомление с числовыми выражениями происходит постепенно: сначала учащиеся знакомятся с простейшими выражениями (с одним знаком действия), а потом с более сложными (с двумя и более действиями). Через сравнение выражений дети знакомятся с понятиями равенства и неравенства (рис. 7-8).

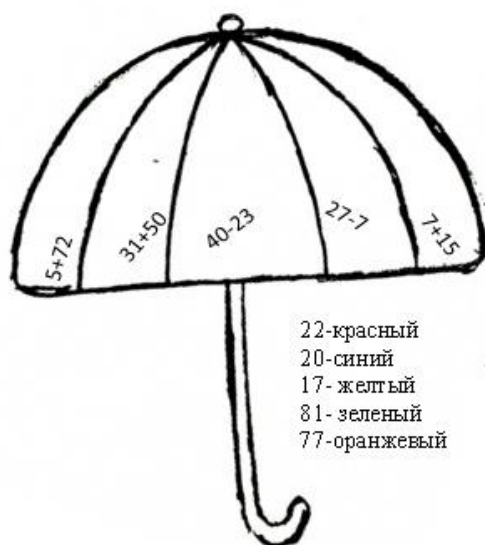


Рисунок 7 – Иллюстрация к заданию

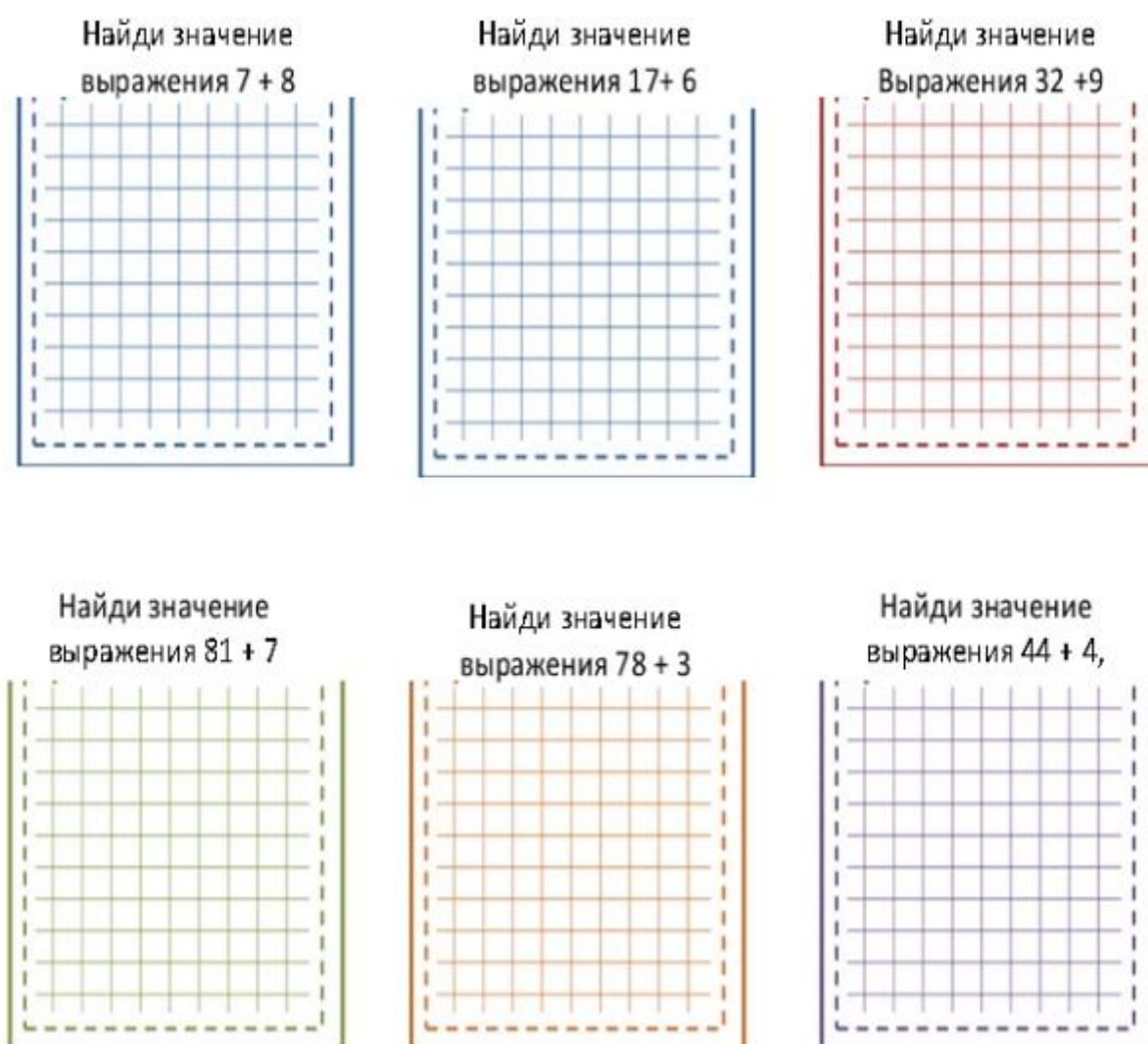


Рисунок 8 – Иллюстрация к заданию

Ознакомление с выражениями с переменной. Для этого можно использовать пособие: по прорезям картонного прямоугольника с «окошком» передвигается лента с числами, перед (или за) окошком записаны знак арифметического действия и число. Учитель передвигает ленту, а дети читают и записывают выражения.

Группа 3. Усвоение буквенной символики. Этому помогают упражнения, например: нахождение числовых значений буквенных выражений при данных значениях букв, подбор учащимися числовых значений букв, входящих в выражение, и нахождение числовых значений этих выражений (рис. 9-10).

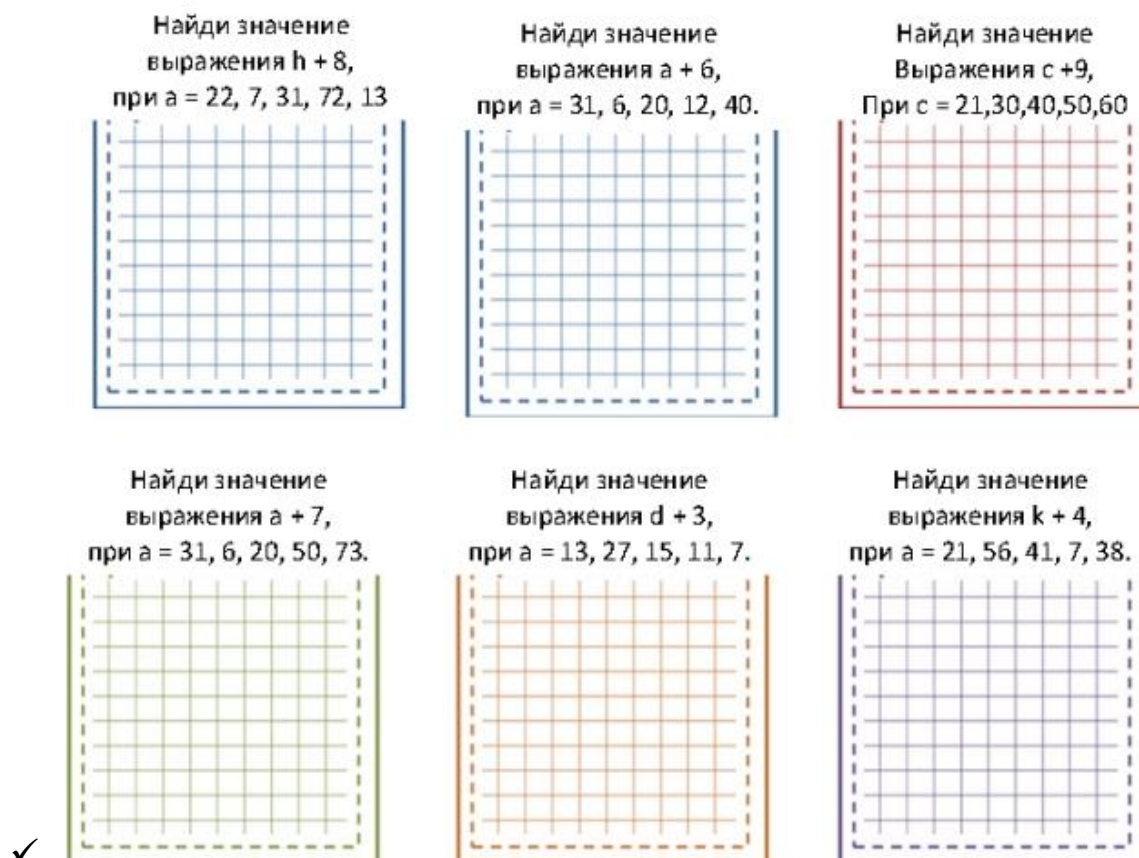


Рисунок 9 – Иллюстрация к заданию

Упражнение: запишите буквенное выражение (рисунок 10):

- 1) Из **a** вычесть сумму **b** и **15**
- 2) Первое слагаемое **c - 2**, второе слагаемое **b**
- 3) **b** увеличить **НА 18 - c**
- 4) Уменьшаемое **a + b**, вычитаемое **c - 4**
- 5) К разности **b** и **8** прибавить сумму **c** и **13**
- 6) Из **c** вычесть сумму **a, b** и **20**

Рисунок 10 – Иллюстрация к заданию

Также можно предложить учащимся следующие задания: нахождение числовых значений буквенных выражений при данных значениях букв («Прочитайте выражение $a + 6$. Вычислите значение суммы. Подберите

числовые значения букв, входящих в выражение. Найдите числовые значения этих выражений»).

Группа 4. Упражнения с геометрическими фигурами.

Например, составить выражение, чтобы узнать, сколько всего треугольников и квадратов ($4 + 5$), на сколько маленьких фигур больше, чем больших ($8 - 2$), найти сумму красных и белых фигур ($5 + 1$) и разность красных и синих фигур ($5 - 4$).

При этом широко используется работа в группах. Каждая группа получает карточку, в которой написано одно выражение, и объясняет его значение.

Группа 5. Знакомство с составным выражением.

Здесь можно применить упражнение «цепочка». Для того чтобы создать цепочку из выражений, нужно дать простое выражение, найти значение (например $6 + 3 = 9$), назвать его. Затем составить второе выражение так, чтобы значение первого выражения стало компонентом второго ($9 - 4$), назвать продолжением первого и вычислить ($9 - 4 = 5$), Третье следует начинать с числа 5 и т.д.

Группа 6. Работа с выражениями, распределёнными на две группы.

В один столбик записать суммы выражения, а в другой – разность и вычислить. Например:

$$5 + 3 = 8$$

$$7 - 4 = 3$$

$$7 + 8 = 15$$

$$17 - 7 = 10$$

При этом можно использовать работу на электронной доске. Дети подчёркивают суммы, разности, выражения, обосновывая свой выбор. Делают вывод, что суммы и разности – это и есть выражения.

Группа 7. Нахождение числовых значений буквенных выражений при данных значениях букв (рис. 11):

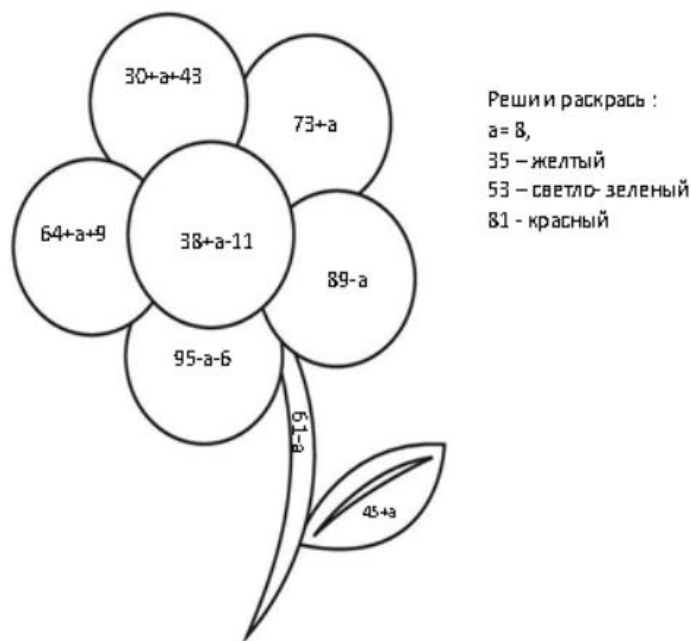


Рисунок 11 – Иллюстрация к заданию

В группах можно предложить из множества карточек составить буквенное выражение.

Группа 8. Решение задачи с неизвестными данными. Например: «У Толи было a красных флажков и 4 синих. Сколько всего флажков было у Толи?». Ученики должны подумать, что можно изменить в задаче, чтобы решить её (заменить латинские буквы на числа).

Группа 9. Упражнение на запоминания латинского алфавита (карточки с произношением букв и наоборот (рис. 12-14).

Название буквы	Латинская буква
а	
бэ	
це	
дэ	
е	

Рисунок 12 –Иллюстрация к заданию

Название буквы	Латинская буква
эф	
Гэ/же	
и	
ка	
эль	

Рисунок 13 – Иллюстрация к заданию

Название буквы	Латинская буква
	M
	N
	O
	P
	Q

Рисунок 14 – Иллюстрация к заданию

Педагогу целесообразно научить школьников представлять ситуацию, описанную в задаче, моделировать ее при помощи рисунка, отрезков, чертежа. Для формирования понятия математическое выражения необходимо использовать задачи, предоставляющие информацию в таблицах и диаграммах.

Начиная с первого класса, требуется учить детей разбивать задачи на части, составлять и решать обратные задачи, задачи с недостающими данными, дополнять условие и ставить свои вопросы к задачам.

Очень полезны задачи с геометрическим содержанием. Графики, схемы и модели способствуют лучшему усвоению математических понятий, а также игровые элементы дидактические игры, игры на запоминания латинских букв, с целью тренировки памяти у обучающихся; практические задания, работа в парах с карточками. Они помогают школьникам осознать практическую значимость математики, делают процесс обучения более интересным и стимулируют желание продолжать изучение.

Следует организовать регулярное повторение и закрепление основных навыков. Можно применять математические тренажёры или задачи с постепенно увеличивающейся сложностью.

Рекомендуется применять индивидуальный подход. Учитель может использовать дифференцированные задания, предлагая более сложные задачи для тех, кто быстрее осваивает материал, и более простые для тех, кто нуждается в дополнительном времени.

Интерактивные приложения и образовательные платформы позволяют обучающимся визуализировать задачи, развивать навыки и решать практические задачи.

Важно помнить о необходимости рефлексии. Обсуждение ошибок и успехов помогает обучающимся анализировать свои действия, улучшает их способность учиться на ошибках и развивает уверенность в своих силах.

Таким образом, изучение представленных правил позволяет выделить основные характеристики выражений, на которые ученики будут опираться при вычислении их значений. В частности, это выражения как без скобок, так и со скобками, содержащие только сложение и вычитание, либо умножение и деление; выражения, обладающие такими признаками, как наличие скобок и включение всех четырех арифметических операций. Чтобы подготовить учеников к восприятию правил как обобщенного подхода к вычислению значений выражений, необходимо в первую очередь обучать их анализировать различные числовые выражения с акцентом на те признаки, на которые ориентировано каждое из правил.

2.3 Сравнительная диагностика сформированности представлений о математическом выражении у младших школьников

После проведения формирующего этапа исследования была осуществлена повторная диагностика сформированности представлений о математическом выражении у младших школьников.

Проведена самостоятельная работа по теме «Числовые выражения» разработала самостоятельно (рис. 15-16).

Самостоятельная работа. Числовые выражения

1 вариант

1. Запиши выражения и найди их значения.

- 1) Из числа 16 вычесть разность чисел 12 и 4. _____
- 2) К разности чисел 17 и 9 прибавить 5. _____
- 3) Из суммы чисел 5 и 8 вычесть 9. _____
- 4) Сумму 7 и 6 уменьшить на 10. _____
- 5) Разность 13 и 3 увеличить на 5. _____
- 6*) К сумме 6 и 4 прибавить разность 8 и 2 _____
- 7*) Из разности 13 и 7 вычесть сумму 3 и 2 _____

2. Сравни числовые выражения.

- а) $16 - (1 + 5) \dots 16 - 8 + 5$;
- б) $18 - 8 - 5 \dots 18 - (13 - 5)$;
- в) $(3 + 8) - 7 \dots 3 + (8 - 7)$;

3. Поставь скобки

- а) $9 + 5 - 1 = 13$
- б) $16 - 7 + 2 = 7$

4*. Поставь знаки действия вместо точек.

- а) $9 \dots 3 \dots 1 = 5$;
- б) $8 \dots 4 \dots 7 = 5$.

Рисунок 15 – Самостоятельная работа

Самостоятельная работа. Числовые выражения

2 вариант

1. Запиши выражения и найди их значения.

- 1) Из числа 18 вычесть разность чисел 16 и 7. _____
- 2) К разности чисел 16 и 8 прибавить 5. _____
- 3) Из суммы чисел 3 и 8 вычесть 6. _____
- 4) Сумму 8 и 5 уменьшить на 10. _____
- 5) Разность 14 и 4 увеличить на 5. _____
- 6*) К сумме 3 и 7 прибавить разность 8 и 2 _____
- 7*) Из разности 14 и 7 вычесть сумму 5 и 2 _____

2. Сравни числовые выражения.

- а) $18 - (1+7) \dots 18 - 8 + 7$;
- б) $13 - 8 - 3 \dots 13 - (8 - 3)$;
- в) $(6 + 9) - 5 \dots 6 + (9 - 5)$;

3. Поставь скобки

- а) $8 + 7 - 2 = 13$
- б) $19 - 8 + 2 = 9$

4*. Поставь знаки действия вместо точек.

- а) $9 \dots 4 \dots 7 = 6$;
- б) $9 \dots 3 \dots 5 = 1$.

Рисунок 16 – Самостоятельная работа

Проведенная повторная диагностика показала следующие результаты.

Таблица 2 – Результаты повторной диагностики уровня сформированности понятия математического выражения у младших школьников

№	Имя	Сам. работа 1	Сам. работа 2	Общ. балл	Общий уровень
1	Абдулла	1	1	2	низкий
2	Артем	4	1,5	5,5	высокий
3	Владимир	3,5	2	5,5	высокий
4	Данил	2	1	3	средний
5	Константин	2	1,5	3,5	средний
6	Анастасия	2	1,5	3,5	средний
7	Анна	4	0,5	4,5	высокий
8	Валерия	3	1	4	средний
9	Арсений	2	1	3	средний
10	Дмитрий	2	1	3	средний
11	Алексей	2	1	3	средний
12	Ярослав	2	1	3	средний
13	Юрий	2	1	3	средний
14	Илья	2	1	3	средний
15	Яна	4	1	5	высокий
16	Виктория	4	2	6	высокий
17	Ксения	2	2	4	средний
18	Арина	4	2	6	высокий
19	Матвей	2	2	4	средний

Установленные уровни:

- низкий уровень – 1-2 балла:
- средний уровень – 3-4 балла:
- высокий уровень – 4,5-6 баллов.

Отобразим полученные данные на диаграмме (рис. 17).



Рисунок 17 – Результаты сравнения уровней сформированности понятия математического выражения на констатирующем и контрольном этапе

На низком уровне осталось 5,2 % (1 ученик) обучающихся. Повысился результат среднего уровня (на 10,4 %). Со среднего уровня на высокий уровень перешли 21,2 % обучающихся. Можно сказать, что проделанная работа принесла положительный результат.

Задачи исследования выполнены полностью, цель достигнута.

Выводы по второй главе

Опытно-экспериментальная работа проводилась на базе на базе муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения

«Новоаганская общеобразовательная средняя школа имени маршала Советского Союза Г. К. Жукова» во втором классе.

Получив и обработав результаты на констатирующем этапе исследования, мы пришли к выводу, что понятие «математическое выражение» у младших школьников второго класса сформировано преимущественно на среднем уровне. Исходя из вышесказанного, необходимо разработать и применить в классе комплекс заданий на повышение уровня сформированности указанного понятия.

Нами был составлен такой комплекс. Он содержит задания различных групп:

- составление выражений по текстовой задаче;
- работа с числовыми выражениями;
- усвоение буквенной символики;
- упражнения с геометрическими фигурами и др.

Разработанный комплекс заданий мы применили во втором классе. Задания предлагались во время проведения устного счета, фронтальной, групповой и индивидуальной работы над пробелами в знаниях учеников во время урока, а также для индивидуальной домашней работы. При этом особое внимание уделялось использованию индивидуального подхода.

Для выявления результативности проведенной работы нами был проведен контрольный этап диагностики, в котором приняли те же ученики 2 класса, что и на констатирующем этапе.

Сравнение результатов двух диагностических работ на констатирующем и контрольном этапах по уровням сформированности понятий свидетельствует о результативности реализации разработанного комплекса заданий.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Формирование математических понятий это сложный, многоэтапный процесс, требующий от учителя глубокого понимания психологии развития младшего школьника и методических тонкостей. В начальной школе алгебраические понятия закладываются как фундамент для дальнейшего математического развития, не являясь самостоятельным предметом, а интегрируясь в арифметику и геометрию, начиная, как правило, со второго класса. Эта стратегия не случайна: она опирается на психолого-педагогические принципы развития ребенка, обеспечивая плавный переход от конкретного мышления к абстрактному. Вместо формального введения сложных определений, алгебраические идеи представляются через игровые задания, житейские ситуации и наглядные примеры, способствуя формированию интуитивного понимания основных концепций. Этот подход позволяет избежать перегрузки ребенка информацией и способствует развитию его математической интуиции.

Основными алгебраическими понятиями, с которыми знакомятся младшие школьники, являются равенства и неравенства, арифметические выражения (включая числовые и буквенные), и простейшие уравнения.

Арифметические выражения начинаются с простых примеров, например, $2 + 3$, затем постепенно усложняются. Дети учатся записывать и читать выражения, содержащие несколько действий, понимая порядок выполнения этих действий – приоритет операций. Это фундаментальный навык, требующий тщательной отработки. Дети знакомятся с правилами приоритета операций: сначала выполняются умножение и деление (слева направо), затем сложение и вычитание (также слева направо). Важную роль играют скобки, которые указывают на изменение порядка действий. Понимание порядка выполнения операций и использования скобок критично для успешного решения любых математических задач. Для отработки этого навыка используются многочисленные упражнения,

включающие различные комбинации арифметических действий и скобок, задачи на составление выражений по условию и вычисление их значений. В начальной школе также закладываются основы работы с переменными, хотя это не всегда называется явно «переменные». Дети знакомятся с буквенными обозначениями, например, «а» может обозначать неизвестное число. Задачи типа «Найти значение выражения $2 + a$, если $a = 3$ » вводят концепцию переменной, без формального определения этого термина. Это помогает детям постепенно подготовиться к более сложной работе с алгебраическими выражениями в старших классах. Важно отметить, что использование буквенных обозначений не ограничивается только задачей подстановки значения. Для лучшего усвоения материала используются различные дидактические игры и практические задания. Например, игры с весами, где дети должны уравновесить две стороны весов, наглядно демонстрируют принцип равенства. Использование геометрических фигур также помогает визуализировать алгебраические понятия. Например, площадь прямоугольника можно выразить через алгебраическое выражение, связывающее длину и ширину.

Важно также учитывать индивидуальные особенности каждого ученика и подбирать задания, соответствующие его уровню развития. Учитель играет ключевую роль в этом процессе. Он должен не только знать операционный состав каждого математического действия (например, алгоритм сложения многозначных чисел), но и уметь организовать учебную деятельность таким образом, чтобы учащиеся устанавливали связи между различными действиями. Это позволит сформировать у детей не только отдельные математические навыки, но и целостное понимание математики как системы взаимосвязанных знаний. Первоначальное знакомство с числом и математическими операциями является лишь отправной точкой. Дальнейшее развитие математических понятий происходит в двух направлениях: уточнение содержания и расширение объема понятия. Уточнение содержания заключается в более глубоком понимании сути

понятия. Расширение объема – в применении понятия к все большему числу ситуаций и задач. Например, понятие «сложение» сначала осваивается на примере конкретных объектов, затем переносится на абстрактные числа, а затем применяется в решении сложных задач с несколькими действиями. Только такой поэтапный подход обеспечит глубокое и прочное усвоение математических знаний. Для этого необходимы постоянное уточнение, обобщение, и применение на практике в различных контекстах. В современной школе используются различные методики и инструменты для достижения этих целей, включая игровые техники, проектную деятельность и информационные технологии.

Опытно-экспериментальная работа проводилась на базе муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения «Новоаганская общеобразовательная средняя школа имени маршала Советского Союза Г. К. Жукова» во втором классе.

Получив и обработав результаты на констатирующем этапе исследования, мы пришли к выводу, что понятие «математическое выражение» у младших школьников второго класса сформировано преимущественно на среднем уровне. Исходя из вышесказанного, необходимо разработать и применить в классе комплекс заданий на повышение уровня сформированности указанного понятия.

Нами был составлен такой комплекс. Он содержит задания различных групп:

- составление выражений по текстовой задаче;
- работа с числовыми выражениями;
- усвоение буквенной символики;
- упражнения с геометрическими фигурами и др.

Разработанный комплекс заданий мы применили во втором классе. Задания предлагались во время проведения устного счета, фронтальной, групповой и индивидуальной работы над пробелами в знаниях учеников во

время урока, а также для индивидуальной домашней работы. При этом особое внимание уделялось использованию индивидуального подхода.

Для выявления результативности проведенной работы нами был проведен контрольный этап диагностики, в котором приняли те же ученики 2 класса, что и на констатирующем этапе.

Сравнение результатов двух диагностических работ на констатирующем и контрольном этапах по уровням сформированности понятий свидетельствует о результативности реализации разработанного комплекса заданий.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Аргинская И.И., // Вестник образования. - 2000. - август (№ 15). – С. 40-53
2. Аргинская И.И., Вороницына Е.В. Особенности обучения младших школьников математике // Первое сентября №24. 2005. с.12-21
3. Бантова М.А. Система формирования вычислительных навыков // Начальная школа, 2016, с.100
4. Быкова К И. Обучение математике без проблем/Н.Р Барнева - М.Просвещение 2016, с.136
5. Вишнякова, С.М. Профессиональное образование словарь [Текст]/ С.М. Вишнякова. – М.: Академия, 2015 – 425 с.
6. Волкова, С.И. Развитие познавательных способностей детей на уроках математики во 2 классе [Текст] / С.И. Волкова. – М.: Просвещение, 2016 – 156 с.
7. Гельфан Е.М. Арифметические игры и упражнения. – М.: Просвещение, 2015– 112с.
8. Гальперин П.Я. Теория планомерно-поэтапного формирования умственных действий и понятий Гальперина [Текст] <https://bigenc.ru/c/teoriia-planomerno-poetapnogo-formirovaniia-umstvennykh-deistvii-i-poniati-gal-perina-c90803?ysclid=m7s442e74654816916> [20]
9. Демидова Т.Е., Приемы рациональных вычислений в начальном курсе математики / Т. Е. Демидова, А. П. Тонких // Начальная школа. - 2016. - № 2. с. 94-103.
10. Ждан А. Теория развивающего обучения В. В. Давыдова в контексте культурно-деятельностного подхода [Текст] <https://cyberleninka.ru/article/n/teoriya-razvivayuschego-obucheniya-v-v-davydova-v-kontekste-kulturno-deyatelnostnogo-podhoda>
11. Зимовец Н.А., Интересные приемы устных вычислений // Начальная школа, 2016 с. 100

12. Изучение понятия «математическое выражение» [Текст] – URL: https://studwood.ru/1699846/matematika_himiya_fizika/matematicheskie_vyrazheniya (дата обращения 16.01.2025г).
13. Изучение правил порядка действий – URL: https://studwood.ru/1699847/matematika_himiya_fizika/izuchenie_pravil_poryadka_deystviy (дата обращения 15.01.2025г).
14. Истомина Н.Б. Учимся решать задачи. 1–2 классы. М: Линка–Пресс, 2016 с. 400
15. Кощеева Дарья Валерьевна Статья приемы по изучению понятий «выражение», «значение выражения», правила порядка выполнения действий. <https://eee-science.ru/item-work/2019-2794/>
16. Крапивина, Е.А. Развитие пространственных представлений у младших школьников [Текст] / Е.А. Крапивина // Первое сентября, 2016 с.42
17. Кузнецов, Р.П. Готовимся к математике / Р.П. Кузнецов // Начальная школа, 2016 с. 40
18. Прохоров Ю. В.(Гл. ред.) Математический энциклопедический словарь <https://djvu.online/file/ecucu89BhdyK0>
19. Фаддейчева Т.И. Обучение устным вычислениям // Начальная школа. –2016 - № 10. - С. 66-69.
20. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования : утвержден приказом Министерства просвещения РФ от 31.05.2021 № 286 // Информационно-правовое обеспечение «Гарант». – URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/400807193/> (дата обращения 14.01.2025)