МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ, ИНФОРМАТИКИ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Формирование предметных результатов при изучении темы «Координатно-векторный метод» в общеобразовательной школе

Выпускная квалификационная работа по направлению

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность программы бакалавриата

«Математика. Экономика»

Форма обучения очная

Проверка на объем заимствований:
60,85% авторского текста
Работа рекомендована к защите
«26» марта 2021 г.
и. о. зав. кафедрой математики и МОМ
________________ Шумакова Е.О.

Выполнила:
Студентка группы ОФ-513-086-5-1
Гросс Екатерина Витальевна
Научный руководитель:
Доцент, к.п.н., доцент кафедры МиМОМ
Эрентраут Елена Николаевна

Челябинск
2021

Содержание

ВВЕДЕНИЕ

Школа – это первое звено в становлении человека как личности. На протяжении всего времени современная школа призвана решать две задачи, которые тесно связаны друг с другом: первая – обеспечить овладение учащимися твердо установленным и четко очерченным минимальным объемом знаний и умений, необходимых каждому члену нашего общества, вторая – создать условия для дополнительного изучения школьного курса математики для тех, кто проявляет интерес и склонность к определенному предмету.

С течением времени возрастает объем информации, которую обучающийся получает в школе при том, что количество часов, отведенных на занятия, по крайней мере, не увеличивается. Поэтому целесообразно вводить профильное обучение, что позволит решить возникающие проблемы и оптимизировать сам процесс обучения.

Элективные курсы – обязательные для посещения курсы по выбору учащихся, входящие в состав профиля обучения на старшей ступени школы. Они в наибольшей степени связаны с выбором каждого школьника содержания образования в зависимости от интересов, способностей, жизненных планов и призваны удовлетворить потребности старшеклассника [8]. Так же выделяют курсы предпрофильной подготовки для 8-9 классов.

В каждом классе присутствуют дети с различным уровнем знаний, разными возможностями и способностями к овладению предметом. Поэтому при желании учителя обучить каждого той или иной теме, возникает необходимость грамотно организовать программу курса по внеурочной деятельности, чтобы обеспечить усвоение и понимание материала для каждого учащегося, с учетом их индивидуальных особенностей, а также нейтрализации проблемы появления отстающих по программе учеников.

Все это позволит успешно сдать итоговые экзамены в 9 и 11 классах. В настоящее время задачи на координатно-векторный метод содержатся как в общем государственном экзамене (далее – ОГЭ), так и в едином государственном экзамене (далее – ЕГЭ). В отличии от ЕГЭ, в котором задачи на координатно-векторный метод встречаются в явном виде как в первой, так и во второй части, в ОГЭ не встречается заданий на применение данного метода, но иногда попадаются задачи во второй части, которые можно решить несколькими способами, в том числе и координатно-векторным методом.

Однако, в современной школе происходит сокращение программы по геометрии, учителя все больше отдают предпочтение алгебре, оставляя геометрию в стороне.

Тема данного исследования является актуальной так как решение геометрических задач у школьников продолжает вызывать затруднение, поэтому необходимо изучить координатно-векторный метод, который позволяет учащимся облегчить решение геометрических задач.

Цель: изучить координатно-векторный способ решения задач и как формируются предметные результаты в данной теме, разработать курс по внеурочной деятельности по геометрии для 9 класса.

Для достижения цели необходимо решить следующие задачи:

1. Изучить психолого-педагогическую, научно-методическую литературу, касающуюся изучения организации учебной деятельности на уроках математики.
2. Выяснить роль предметных результатов в процессе обучения математики в условиях федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования (далее – ФГОС ООО).
3. Проанализировать изучение координатно-векторного метода в различных УМК по математике.
4. Разработать курс по внеурочной деятельности по геометрии для учеников 9 класса.

Объект: процесс обучения математике в 9 классе.

Предмет: процесс изучения координатно-векторного метода в общеобразовательной школе.

Гипотеза: если более подробно изучить координатно-векторный метод на дополнительных внеурочных занятиях, то будет обеспечено более эффективное достижение предметных результатов в данной теме.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ДОСТИЖЕНИЯ ПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ НА УРОКЕ ГЕОМЕТРИИ

1.1 Пропедевтика координатно-векторного метода

По окончанию изучения курса по теме координатно-векторный метод у обучающихся, помимо предметных результатов, должен сформироваться понятийный аппарат. В учебниках по геометрии как правило разделяют на две темы: «Векторы» и «Метод координат». Порядок и глубина изучения в каждом ученике разная, все зависит от автора. Если рассматривать учебную программу, реализуемую по УМК автора Л. С. Атанасян, то обучающийся должен знать: понятие вектора, равные векторы, сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число, разложение вектора по двум неколлинеарным векторам, нахождение координат вектора, скалярное произведение, нахождение координат середины отрезка, уравнение прямой, уравнение окружности.

Под методом координат принято понимать способ определения положения точки или тела с помощью чисел или других символов. Эти числа (символы), определяющие положение точки (тела) на прямой, плоскости, в пространстве и так далее, называются ее координатами. В зависимости от задач и типа исследования выбирают различные системы координат.

В свою же очередь под системой координат понимают определенный прием задания положения точки или тела, при котором им ставится в соответствие число или какие-либо символы. Объединение данных чисел или символов, которые определяют положение заданной точки, тоже имеет определение, его называют координатами заданной точки.

Автор Л. С. Атанасян в учебнике геометрии для 7-9 классов дает определение вектора: «Отрезок, для которого указано, какая из его граничных точек считается начало, а какая – концом, называется направленным отрезком или вектором» [1].

Также в понятие вектора входит понятие нулевого вектора. Конкретного определения Л. С. Атанасян не дает, но указывает: «любая точка плоскости также является вектором. В этом случае вектора называется нулевым. Начало нулевого вектора совпадает с его концом» [1].

Далее вводится понятие длины вектора, Л. С. Атанасян делает это следующим образом: «Длиной или модулем ненулевого вектора $\overrightarrow{AB}$ называется длина отрезка AB. Длина вектора $\overrightarrow{AB}$ (вектора $\vec{a}$) обозначается так: $\left|\overrightarrow{AB}\right|$ ($|\vec{a}|$). Длина нулевого вектора считается равной нулю: $\left|\vec{0}\right| = 0$» [1].

Далее понятия будут вводится относительно двух векторов. Важно обозначит какие векторы являются равными, но прежде, чем вводить это понятие Л. С. Атанасян рассматривает физический пример с движением тела, в котором все длины векторов равны и направлены все одинаково. Чтобы описать расположение векторов вводится определение коллинеарных векторов, у автора оно выглядит следующим образом: «Ненулевые векторы называются коллинеарными, если они лежат либо на одной прямой, либо на параллельных прямых; нулевой вектор считается коллинеарным любому вектору» [1].

Что касается направления двух векторов, возможны два случая и автор объясняет это следующим образом: «Если два ненулевых вектора $\vec{a}$ и вектора $\vec{b}$ коллинеарны, то они могут быть направлены либо одинаково, либо противоположно. В первом случае векторы называются сонаправленными, а во втором – противоположно направленными. Сонаправленность векторов обозначается следующим образом: $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$. Если же векторы противоположно направлены, то обозначают так: $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$ » [1].

Таким образом приходим к понятию равных векторов. Л. С. Атанасян записывает его следующим образом: «Векторы называются равными, если они сонаправлены и их длины равны» [1].

Следующее, что необходимо знать: «от любой точки M можно отложить вектор, равный данному вектору $\vec{a}$, притом только один» [1].

Далее изучаются действия над векторами. Первые – это сложение и вычитание векторов. Рассмотрим сложение векторов. Л. С. Атанасян определение суммы формулирует сразу небольшим алгоритмом, звучит он следующим образом: «Отложим от произвольной точки A вектор $\overrightarrow{AB}$, равный вектору $\vec{a}$. Далее от точки B отложим вектор $\overrightarrow{BC}$, равный вектору $\vec{b}$. Вектор $\overrightarrow{AC}$ называют суммой векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и записывают: $\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{AC}$» [2]. Затем автор указывает, что данное правило называют правило треугольника. Данное правило изображено на рисунке 1.

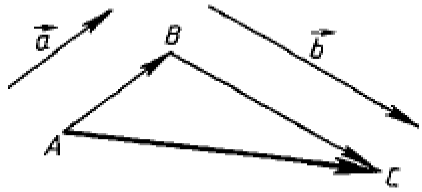


Рисунок 1.

Существует еще правило параллелограмма, которое у автора учебника по геометрии А. Г. Мерзляк представлено в более четком алгоритме: «Пусть надо найти сумму неколлинеарных векторов $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{OB}$ (рисунок 2). Отложим вектор $\overrightarrow{AC}$ равный вектору $\overrightarrow{OB}$. Тогда $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=$ $=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC}$. Поскольку векторы $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{OB}$ равны, то четырехугольник $OACB$ – параллелограмм с диагональю OC» [2].

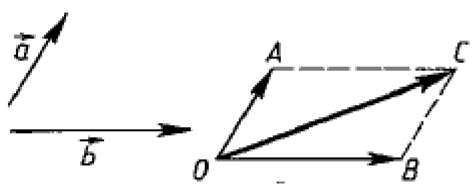


Рисунок 2

«Разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется такой вектор, сумма которого с вектором $\vec{b}$ равна вектору $\vec{a}$. Обозначается: $\vec{a}-\vec{b}$» [1].

Следующей операцией над векторами является умножение вектора на число. «Произведением ненулевого вектора $\vec{a}$ на действительное число k называется вектор $\vec{b}$, длина которого равна $|k|\cdot|\vec{a}|$, причем векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены при $k \geq 0$ и противоположно направлены при $k < 0$. Произведением нулевого вектора на любое число считается нулевой вектор» [1].

Из определения произведения вектора на число стоит выделить несколько небольших следствий:

1. Произведение любого вектора на число нуль есть нулевой вектор.
2. Для любого числа k и любого вектора $\vec{a}$ векторы $\vec{a}$ и $k\vec{a}$ коллинеарны. [1].

Также умножение вектора на число обладает следующими основными свойствами:

Для любых чисел k, l и любых векторов $\vec{a}, \vec{b}$ справедливы равенства:

1. $(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$ – сочетательный закон.
2. $(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$ – первый распределительный закон.
3. $k(\vec{a}+\vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ – второй распределительный закон [1].

Для решения задач будет полезна следующая теорема: Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.

Доказательство: Пусть MN – средняя линия трапеции ABCD. Докажем, что $MN||AD$ и $MN = \frac{AD+BC}{2}$.

По правилу многоугольника $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN}$ и $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN}$.

Сложив эти неравенства, получим: $2\overrightarrow{MN} = (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA}) + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}) + (\overrightarrow{CN} + \overrightarrow{DN})$.

Но M и N – середины сторон AB и CD, поэтому $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$ и $\overrightarrow{CN} +$ $+\overrightarrow{DN} = \vec{0}$. Следовательно, $2\overrightarrow{MN} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$, откуда $\overrightarrow{MN} = \frac{\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}}{2}$.

Так как векторы $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{DC}$ сонаправлены, то векторы $\overrightarrow{MN}$ и $\overrightarrow{AD}$ также сонаправлены, а длина вектора $\left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}\right) = AD + BC$. Отсюда следует, что $MN||AD$ и $MN = \frac{AD+BC}{2}$ [1].

Следующее, что должен освоить учащийся, это разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Л.С. Атанасян вводит следующую лемму с последующим доказательством: Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны и $\vec{a} \neq \vec{0}$, то существует такое число k, что $\vec{b} = k\vec{a}$.

Доказательство: Возможны два случая: $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$ и $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$.

1. $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$. Возьмем число $k = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}$. Так как $k \geq 0$, то векторы $k\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены. Кроме того, их длины равны:

$$|k\vec{a}| = |k| \cdot |\vec{a}| = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|} \cdot |\vec{a}| = |\vec{b}|,$$

поэтому $\vec{b} = k\vec{a}$.

2. $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$. Возьмем число $k = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}$. Так как $k < 0$, то векторы $k\vec{a}$ и $\vec{b}$

сонаправлены. Их длины равны

$$|k\vec{a}| = |k| \cdot |\vec{a}| = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|} \cdot |\vec{a}| = |\vec{b}|,$$

поэтому $\vec{b} = k\vec{a}$ [1].

После доказательства следует пояснение: «Если вектор $\vec{p}$ представлен в виде $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}$, где x и y – некоторые числа, то говорят, что вектора $\vec{p}$ разложен по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Числа x и y называются коэффициентами разложения» [1].

Теорема: На плоскости любой вектор можно разложить по двум данным неколлинеарным векторам, причем коэффициенты разложения определяются единственным образом.

Доказательство: $\vec{a}$ и $\vec{b}$ – неколлинеарные векторы.

Докажем, что любой вектор $\vec{p}$ можно разложить по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

1. Если вектор $\vec{p}$ коллинеарен одному из векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, например, $\vec{b}$, то (по лемме о коллинеарных векторах) вектор $\vec{p}$ можно представить в виде $\vec{p} = y\vec{b}$ где y – некоторое число, и, следовательно, $\vec{p} = 0 * \vec{a} + y * \vec{b}$, т.е. вектор $\vec{p}$ разложен по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
2. Если вектор $\vec{p}$ не коллинеарен одному ни вектору $\vec{a}$, ни вектору $\vec{b}$.

Отметим какую-нибудь точку O и отложим от нее векторы $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OP} = \vec{p}$ (рисунок 3).

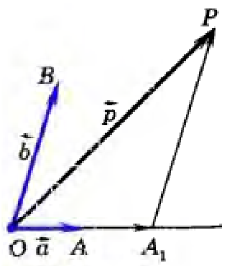


Рисунок 3

Через точку P проведем прямую, параллельную прямой OB, и обозначим через A_1 точку пересечения этой прямой с ОА. По правилу треугольника $\vec{p} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{A_1P}$. Но векторы $\overrightarrow{OA_1}$ и $\overrightarrow{A_1P}$ коллинеарны соответственно векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, поэтому существуют такие числа x и y, что $\overrightarrow{OA_1} = x\vec{a}, \overrightarrow{A_1P} = y\vec{b}$. Следовательно, $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}$, т.е. вектор $\vec{p}$ разложен по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Докажем, что коэффициенты x и y определяются единственным образом.

Допустим, что есть два разложения $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}$ и $\vec{p} = x_1\vec{a} + y_1\vec{b}$.

Из первого вычтем второе и после преобразований получим:

$$\vec{0} = (x - x_1)\vec{a} + (y - y_1)\vec{b}$$

Это равенство может выполняться только в том случае, когда коэффициенты $(x - x_1)$ и $(y - y_1)$ равны нулю.

Предположим, что $(x - x_1) \neq 0$, тогда $\vec{a} = -\frac{y-y_1}{(x-x_1)}\vec{b}$, значит, векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны, что противоречит условию.

Следовательно, $(x - x_1) = 0$ и $(y - y_1) = 0$, откуда $x = x_1$ и $y = y_1$. Это означает, что коэффициенты разложения вектора $\vec{p}$ определяются единственным образом [1].

Далее вводится новая информация о координатах вектора. Л. С. Атанасян пишет следующее: «Отложим от начала координат O едничные векторы $\vec{i}$ и $\vec{j}$ так, чтобы направление вектора $\vec{i}$ совпало с направлением оси Ox, а направление вектора $\vec{j}$ – с направлением оси Oy. Векторы $\vec{i}$ и $\vec{j}$ назовем координатными векторами» [1].

Координатные векторы не коллинеарны, поэтому любой вектор $\vec{p}$ можно разложить по координатным векторам, т.е. представить в виде $\vec{p} = x\vec{i} + y\vec{j}$, причем коэффициенты разложения определяются единственным образом [1].

Координаты равных векторов соответственно равны.

Л. С. Атанасян выделяет следующие правила нахождения суммы, разности и произведения вектора на число по координатам векторов:

1. Каждая координата суммы двух или более векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов.
2. Каждая координата разности двух векторов равна разности соответствующих координат этих векторов.
3. Каждая координата произведения вектора на число равна произведению соответствующей координаты вектора на это число [1].

Теперь необходимо установить связь между координатами вектора и координатами его начала и конца.

Рассмотрим прямоугольную систему координат и точку M с координатами $(x; y)$. Вспомним, как определяются числа x и y. Проведем через точку M прямые, перпендикулярные к осям координат, и обозначим через M_1 и M_2 точки пересечения этих прямых с осями Ox и Oy. Число x

определяется так: $x = OM_1$, если M_1 – точка положительной полуоси, $x = -OM_1$, если M_1 – точка отрицательной полуоси, $x = 0$, если M_1 совпадает с точкой O.

Аналогично определяется число y.

Вектор $\overrightarrow{OM}$ назовем радиус-вектором точки M. Координаты точки M равны соответствующим координатам ее радиус-вектора.

Выразим координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ через координаты его начала A и конца B. Пусть точка A имеет координаты $(x_1; y_1)$, а точка B – координаты $(x_2; y_2)$. Вектор $\overrightarrow{AB}$ равен разности векторов $\overrightarrow{OB}$ и $\overrightarrow{OA}$ (рисунок 4), поэтому его координаты равны разностям соответствующих координат векторов $\overrightarrow{OB}$ и $\overrightarrow{OA}$.

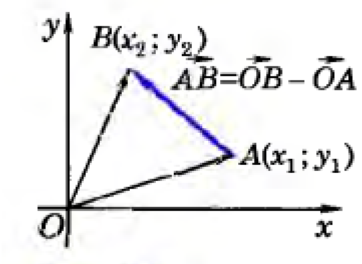


Рисунок 4

Но $\overrightarrow{OB}$ и $\overrightarrow{OA}$ – радиус-векторы точек B и A, и, значит, $\overrightarrow{OB}$ имеет координаты $\{x_2; y_2\}$, а $\overrightarrow{OA}$ имеет координаты $\{x_1; y_1\}$. Следовательно, вектор $\overrightarrow{AB}$ имеет координаты $\{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$.

Таким образом, каждая координата вектора равна разности соответствующих координат его конца и начала [1].

Также учащийся должен знать определение скалярного произведения и уметь его находить. Прежде, чем вводить определение скалярного произведения, стоит уделить внимание на углы между двумя векторами. «Два вектора называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90°» [1].

Теперь можно рассмотреть определение скалярного произведения: «Скалярным произведением двух векторов называется число равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними» [1].

Обозначается: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot cos\angle(\vec{a}, \vec{b})$.

Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны тогда и только тогда, когда их скалярное произведение равно 0.

Скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{a}$ называется скалярным квадратом вектора $\vec{a}$ и обозначается $\overrightarrow{a^2}$.

Теорема: в прямоугольной системе координат скалярное произведение векторов $\vec{a}\{x_1; y_1\}$ и $\vec{b}\{x_2; y_2\}$ выражается формулой $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ $= x_1x_2 + y_1y_2$.

Доказательство:

Если хотя бы один из векторов нулевой, то справедливость равенства очевидна. Так как координаты нулевого вектора равны нулю.

Рассмотрим случай, когда векторы ненулевые.

Отложим от произвольной точки O векторы $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ не коллинеарны, то по теореме косинусов

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cdot cos\alpha.$$

Это равенство верно и в том случае, когда векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинарны.

Так как $\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}$, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, то равенство можно записать так:

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a}\vec{b};$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2).$$

Векторы $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{b} - \vec{a}$ имеют координаты $\{x_1; y_1\}, \{x_2; y_2\}$ и $\{x_2 -$ $-x_1; y_2 - y_1\}$, поэтому $|\vec{a}|^2 = x_1^2 + y_1^2, |\vec{b}|^2 = x_2^2 + y_2^2$, $|\vec{b} - \vec{a}|^2 = (x_2 -$ $-x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$.

Подставив эти выражения в правую часть нашего равенства, после несложных преобразований получим формулу [1].

Следствие 1: нулевые векторы $\vec{a}\{x_1; y_1\}$ и $\vec{b}\{x_2; y_2\}$ перпендикулярны тогда и только тогда, когда $x_1x_2 + y_1y_2 = 0$.

Следствие 2: косинус угла α между ненулевыми векторами $\vec{a}\{x_1; y_1\}$ и $\vec{b}\{x_2; y_2\}$ выражается формулой:

$$cos\alpha = \frac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2}}.$$

Для любых векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ и любого числа k справедливы соотношения:

1. $\overrightarrow{a^2} \geq 0$, причем $\overrightarrow{a^2} > 0$ при $\vec{a} \neq 0$.
2. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ (переместительный закон).
3. $(\vec{a} + \vec{b})\vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$ (распределительный закон).
4. $(k\vec{a})\vec{b} = k(\vec{a} \cdot \vec{b})$ (сочетательный закон).

Существует множество различных задач на координатно-векторный метод, однако при его изучении на базовой основе, Л. С. Атанаян выделяет три основные задачи на данный метод, он так же называет их вспомогательными:

1. Координаты середины отрезка.

Пусть в системе координат Оху точка А имеет координаты $(x_1; y_1)$, а точка В координаты $(x_2; y_2)$. Выразим координаты (х;у) середины отрезка С отрезка АВ через координаты его концов.

Так как точка С – середина отрезка АВ, то

$$\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right).$$

Координаты векторов $\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{OB}$ равны соответствующим координатам точек С, А и В: $\overrightarrow{OC}\{x; y\}, \overrightarrow{OA}\{x_1; y_1\}, \overrightarrow{OB}\{x_2; y_2\}$. Записывая вышеуказанное равенство в координатах получим:

$$x = \frac{x_1 + y_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

Таким образом, каждая координата середины отрезка равна полусумме соответствующих координат его концов.

2. Вычисление длины вектора по его координатам.

Докажем, что длина вектора $\vec{a}\{x; y\}$ вычисляется по формуле:

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Отложим от начала координат вектор $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ и проведем через точку А перпендикуляры AA_1 и AA_2 к осям Ох и Оу (рисунок 5).

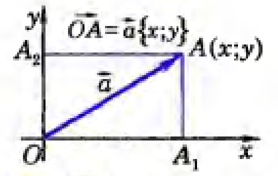


Рисунок 5

Координаты точки А равны координатам вектора $\overrightarrow{OA}$, т.е. (х;у). Поэтому $OA_1 = |x|, AA_1 = OA_2 = |y|$.

Рассматриваем случай, когда $x \neq 0, y \neq 0$.

По теореме Пифагора:

$$OA = \sqrt{{OA_1}^2 + {AA_1}^2} = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Так как $|\vec{a}| = |\overrightarrow{OA}| = OA$, получается $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$. Что и требовалось доказать.

3. Расстояние между двумя точками.

Пусть точка M_1 имеет координаты $(x_1; y_1)$, а точка $M_2(x_2; y_2)$. Выразим расстояние d между точками M_1 и M_2 через их координаты.

Рассмотрим вектор $\overrightarrow{M_1M_2}$. Его координаты равны $\{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$. Следовательно, длина этого вектора может быть найдена по формуле:

$$\overrightarrow{M_1M_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Так как $\overrightarrow{M_1M_2} = d$, расстояние между точками будет выражаться формулой

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

При изучении линий методом координат возникают две задачи:

1. По геометрическим свойствам данной линии найти ее уравнение.
2. Обратная задача: по заданному уравнению линии исследовать ее геометрические свойства.

Так как со второй задачей по отношению к окружности рассматривалась в курсе алгебры при построении графиков, рассмотрим первую задачу.

Пусть точка С имеет координаты $(x_0; y_0)$ (рисунок 6).

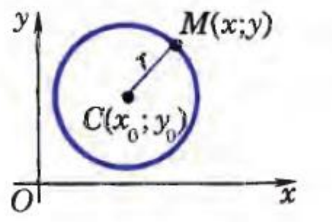


Рисунок 6

Расстояние от произвольной точки M(x;y) до точки C вычисляется по формуле $MC = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$. Если точка M лежит на данной окружности, то $MC = r$, или $MC^2 = r^2$, т.е. координаты точки M удовлетворяют уравнению:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2.$$

Если точка M не лежит на данной окружности, то $MC^2 \neq r^2$, и, значит, координаты токи M не удовлетворяют нашему уравнению. Следовательно, в прямоугольной системе координат уравнение окружности радиуса r с центром в точке $C(x_0; y_0)$ имеет вид: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$.

В частности, уравнение окружности радиуса r с центром в начале координат имеет вид: $x^2 + y^2 = r^2$.

Теперь выведем уравнение прямой.

В заданной прямоугольной системе координат отметим две точки $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ так, чтобы прямая l была серединным перпендикуляром к отрезку AB (рисунок 7).

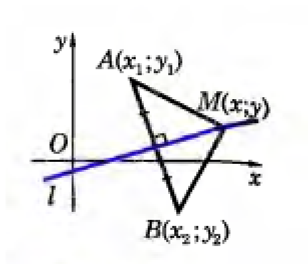


Рисунок 7

Если точка $M(x; y)$ лежит на прямой l, то AM=AB, или $AM^2 = AB^2$, т.е. координаты точки M удовлетворяют уравнению:

$$(x - x_1)^2 - (y - y_1)^2 = (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2.$$

Если же точка $M(x; y)$ не лежит на прямой l, то $AM^2 \neq AB^2$, и, значит, координаты точки M не удовлетворяют данному уравнению. Следовательно, уравнение является уравнением прямой L в заданной системе координат. После тождественных преобразований уравнение принимает вид:

$$ax + by + c = 0,$$

где $a = 2(x_1 - x_2), b = 2(y_1 - y_2), c = x_2^2 + y_2^2 - x_1^2 - y_1^2$.

Так как $A(x_1; y_1)$и $B(x_2; y_2)$ – различные точки, то хотя бы одна из разностей $(x_1 - x_2)$ и $(y_1 - y_2)$ не равна нулю, т.е. хотя бы один из коэффициентов a и b отличен от нуля. Таким образом, уравнение прямой в прямоугольной системе координат является уравнением первой степени.

Выведем уравнение прямой l, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0)$ и параллельной оси Ox (рисунок 8).

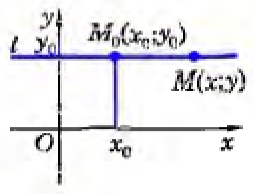


Рисунок 8

Ордината любой точки $M(x; y)$ прямой l удовлетворяют уравнению $y = y_0$. В то же время координаты любой точки, не лежащей на прямой L, этому уравнению не удовлетворяют.

Следовательно, уравнение $y = y_0$ является уравнением прямой l. Аналогично уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0)$ параллельно оси Оу, имеет вид $x = x_0$.

Ясно, что ось Ox имеет уравнение $y = 0$, а ось Oy – уравнение $x = 0$ [1].

1.2 Предметные результаты по математике в условиях ФГОС ООО

Под предметными результатами понимают освоенный обучающимися опыт специфической для данной предметной области деятельности по получению нового знания, его преобразованию и применению, а также система основополагающих элементов научного знания, лежащая в основе современной научной картины мира.

Каждый год проверяется насколько сформированы предметные результаты на тестировании ОГЭ и ЕГЭ, именно поэтому учителя делают на них такой упор.

И так как федеральными государственными стандартами основного общего образования определены требования к основной образовательной программе, современный урок должен отвечать этим требованиям. В связи с вышесказанным возникает необходимость изучить положения данного документа, а именно стоит обратить внимание на предметные результаты.

Предметные результаты изучения предметной области "Математика и информатика" должны отражать:

Математика. Алгебра. Геометрия. Информатика:

1) формирование представлений о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления;

2) развитие умений работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и

символики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений;

3) развитие представлений о числе и числовых системах от натуральных до действительных чисел; овладение навыками устных, письменных, инструментальных вычислений;

4) овладение символьным языком алгебры, приемами выполнения тождественных преобразований выражений, решения уравнений, систем уравнений, неравенств и систем неравенств; умения моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат;

5) овладение системой функциональных понятий, развитие умения использовать функционально-графические представления для решения различных математических задач, для описания и анализа реальных зависимостей;

6) овладение геометрическим языком; развитие умения использовать его для описания предметов окружающего мира; развитие пространственных представлений, изобразительных умений, навыков геометрических построений;

7) формирование систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, представлений о простейших пространственных телах; развитие умений моделирования реальных ситуаций на языке геометрии, исследования построенной модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решения геометрических и практических задач;

8) овладение простейшими способами представления и анализа статистических данных; формирование представлений о статистических закономерностях в реальном мире и о различных способах их изучения, о простейших вероятностных моделях; развитие умений извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках,

описывать и анализировать массивы числовых данных с помощью подходящих статистических характеристик, использовать понимание вероятностных свойств окружающих явлений при принятии решений;

9) развитие умений применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов, компьютера, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;

10) формирование информационной и алгоритмической культуры; формирование представления о компьютере как универсальном устройстве обработки информации; развитие основных навыков и умений использования компьютерных устройств;

11) формирование представления об основных изучаемых понятиях: информация, алгоритм, модель – и их свойствах;

12) развитие алгоритмического мышления, необходимого для профессиональной деятельности в современном обществе; развитие умений

составить и записать алгоритм для конкретного исполнителя; формирование знаний об алгоритмических конструкциях, логических значениях и операциях; знакомство с одним из языков программирования и основными алгоритмическими структурами – линейной, условной и циклической;

13) формирование умений формализации и структурирования информации, умения выбирать способ представления данных в соответствии с поставленной задачей – таблицы, схемы, графики, диаграммы, с использованием соответствующих программных средств обработки данных [8].

Рассмотрим на примере задач формирование предметных результатов:

№ 1. Высота треугольника ABC равна 10 и делит основание AC на два отрезка 10 и 4 см. Найдите медиану, проведенную к меньшей из двух сторон.

Нарисуем треугольник и выберем систему координат так, чтобы ось Oy совпадала с высотой треугольника, а ось Ox с большей из сторон. Таким образом мы сможем определить координаты точек (рисунок 9).

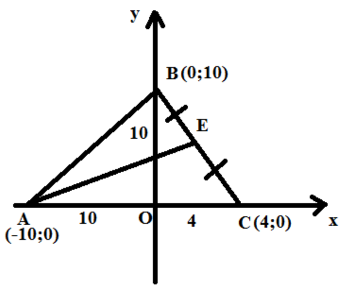


Рисунок 9

Формируется умение оптимально выбирать систему координат. В данной системе координат точка A будет иметь координаты $(-10; 0)$, точка $B(0; 10)$ и точка $C(4; 0)$.

Формируется умение определять координаты заданных точек.

Найдем координаты точки E. Точка E – это середина отрезка BC, так как AE – медиана.

Координаты точки E найдем по формуле нахождения середины отрезка, подставив соответствующие координаты.

$$X_E = \frac{X_B + X_C}{2} = \frac{0+4}{2} = \frac{4}{2} = 2;$$

$$Y_E = \frac{Y_B + Y_C}{2} = \frac{10+0}{2} = \frac{10}{2} = 5.$$

В данном случае формируется умение находить середину отрезка по заданным координатам.

Зная координаты точки $E(2; 5)$ можем найти длину медианы AE по формуле нахождения длины вектора, подставив соответствующие координаты:

$$\left|\overrightarrow{AE}\right| = \sqrt{(X_E - X_A)^2 + (Y_E - Y_A)^2} = \sqrt{\left(2 - (-10)\right)^2 + (5 - 0)^2} =$$

$$= \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13.$$

Формирование умения находить длину вектора, зная координаты его начала и конца.

№ 2. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$, вершины которого заданы своими координатами: $A(2;2), B(3;5), C(6;6), D(5;3)$.

Изобразим данный четырехугольник в системе координат по данным координатам точек (рисунок 10).

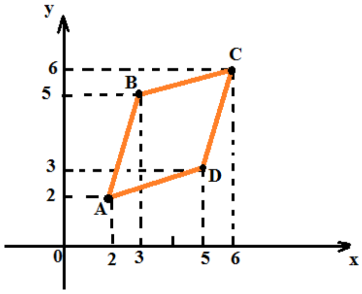


Рисунок 10

Определим какой фигурой является данный четырехугольник. Введем векторы $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AD}$ и найдем их координаты. Чтобы найти координаты вектора нужно из координат конца вычесть координаты начала.

$$\overrightarrow{AB} = (3-2; 5-2) = (1;3);$$

$$\overrightarrow{BC} = (6-3; 6-5) = (3;1);$$

$$\overrightarrow{CD} = (6-5; 6-3) = (1;3);$$

$$\overrightarrow{AD} = (5-2; 3-2) = (3;1).$$

Так как координаты данных векторов попарно равны, можно сделать вывод, что попарно равны и сами векторы. Если противоположные стороны попарно равны, то такой четырехугольник – параллелограмм по его признаку.

На данном этапе формируется умение нахождения координат вектора, вычислительный навык, а также навык перевода на язык геометрии с языка алгебры.

Далее найдем длины сторон:

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10} = |\overrightarrow{CD}|;$$

$$\left|\overrightarrow{BC}\right| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} = |\overrightarrow{AD}|.$$

Так как это параллелограмм, у которого все стороны равны, делаем вывод, что данная фигура – ромб.

На данном этапе формируется навык нахождения длины вектора по его координатам.

Площадь ромба можно найти по формуле: $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$.

Найдем диагонали. Введем векторы и найдем также их координаты и длину

$$\overrightarrow{AC}(4; 4);$$

$$\overrightarrow{DB}(-2; 2).$$

Формируется умение находить координаты вектора.

Их длина будет равняться:

$$\left|\overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32};$$

$$\left|\overrightarrow{DB}\right| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = \sqrt{8}.$$

Формируется умение находить длину вектора по заданным координатам.

Теперь можем найти площадь:

$S = \frac{1}{2}\sqrt{32}\sqrt{8} = \frac{1}{2}\sqrt{256} = \frac{1}{2}16 = 8.$

ГЛАВА 2. ДОСТИЖЕНИЕ ПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «КООРДИНАТНО-ВЕКТОРНЫЙ МЕТОД» В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ

2.1 Анализ геометрических задач по учебникам геометрии из федерального перечня

Геометрия не только формирует определенные навыки и знания, но и играет большую роль в развитии логического мышления и пространственного воображения учащихся. Но проблема затруднения освоения программы школьниками касается как минимум половины обучающихся. Следовательно, перед педагогами стоит задача улучшения качества геометрического образования в общеобразовательной школе.

Анализ школьных учебников по геометрии, из Федерального перечня на 2020-2021 год, был проведен с целью изучения предлагаемых систем упражнений и определения насколько глубоко и осознанно учащиеся освоят правила, а также насколько сформируются их навыки. Данный анализ представлен в нескольких таблицах. В Таблице 1 представлен анализ задач УМК геометрия 7-9 классы Л.С. Атанасян и др, в Таблице 3 представлен анализ задач УМК геометрия 7-9 класс А.В. Погорелов и в Таблице 4 представлен анализ задач УМК геометрия 9 класс А.Г. Мерзляк и др..

К тому же если система упражнений будет позволять каждому ученику работать в комфортном для него режиме, то выбирая тот уровень задания, который соответствует его уровню знаний освоение темы будет более эффективно. Также должна присутствовать возможность плавного перехода от легких заданий к сложным, что поспособствует переходу уровня успеваемости ученика от низкого к высокому.

Таблица 1 – Анализ задач УМК геометрия 7-9 классы Л.С. Атанасян и др.

Место задания в содержании	Задание	Формируемые предметные результаты
1	*2*	*3*
Данные упражнение расположены в главе 9 «Векторы» в 1 параграфе «Понятие вектора» после следующих пунктов: 76. Понятие вектора. 77. Равенство векторов. 78. Откладывание вектора от данной точки.	№ 738. Отметьте точки А, В и С, лежащие не на одной прямой. Начертите все ненулевые векторы, начало и конец которых совпадают с какими-то двумя из этих точек. Выпишите все полученные векторы и укажите начало и конец каждого вектора.	– уметь обозначать вектор; – уметь изображать вектор; – знать виды векторов; – знать определение вектора.
	№ 740(а). Начертите векторы $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD},$ и $\overrightarrow{EF}$ так, чтобы: А)$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{EF}$ были коллинеарны и $\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = 1$см, $\left\|\overrightarrow{CD}\right\| = 2{,}5$см, $\left\|\overrightarrow{EF}\right\| = 4{,}5$см.	– знать определение; коллинеарных векторов; – уметь изображать коллинеарные вектора.
	№ 750. Докажите, что если векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ равны, то середины отрезков AD и BC совпадают. Докажите обратное утверждение: если середины отрезков AD и BC совпадают, то $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.	– знать определение равных векторов; – знать определение сонаправленных векторов.
Данные упражнения расположены в главе 9 «Векторы» в параграфе 2 «Сложение и вычитание векторов» после пунктов: 79. Сумма двух векторов. 80. Законы сложения векторов. Правило параллелограмма. 81. Сумма нескольких векторов.	№ 753. Турист прошел 20км на восток из города А в город D, а потом 30км на восток в город С. Выбрав подходящий масштаб, начертите векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$. Равны ли векторы $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{AC}$?	– знать определение вектора; – уметь изображать вектор; – знать правило сложения векторов (правило треугольника); – уметь изобразить сумму векторов.

Продолжение таблицы 1

1	2	3
	№ 767. Дан треугольник ABC. Выразите через векторы $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ и $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$ следующие векторы А)$\overrightarrow{BA}$ б)$\overrightarrow{CB}$ в)$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}$ Аналогичные упражнения: №768, №769, №770, №771	– знать определение противоположно направленных векторов; – знать правило сложения векторов (правило треугольника).
Данные упражнения рассматриваются в главе 9 «Векторы» в параграфе 3 «Умножение вектора на число. Применение векторов к решению задач» после следующих пунктов: 83. Произведение вектора на число. 84. Применение векторов к решению задач. 85. Средняя линия трапеции.	№ 789. На сторонах треугольника ABC построены параллелограммы ABB_1A_2, BCC_1B_2, ACC_2A_1. Доскажите, что существует треугольник, стороны которого соответственно параллельны и равны отрезкам A_1A_2, B_1B_2и C_1C_2.	– знать определение вектора; – знать определение равных; векторов; – знать правило сложения векторов; – уметь складывать вектора.
	№ 790. Докажите, что отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции, параллелен ее основаниям и равен полуразности оснований.	– уметь выражать вектор через другие вектора; – знать определение равных векторов; – знать определение коллинеарных векторов.
Данные упражнения находятся в главе 10 «Метод координат» в параграфе 1 «Координаты вектора» после пунктов: 86. Разложение по двум неколлинеарным векторам. 87. Координаты вектора.	№ 913. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны. Коллинеарны ли векторы: а) $\vec{a} + \vec{b}$; б)$\vec{b} - 2\vec{a}$ и $\vec{a}$? Ответ обоснуйте.	– знать определение коллинеарных векторов

Продолжение таблицы 1

<table>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr>
<tr><td></td><td>№ 918. Разложите векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{e}$ и $\vec{f}$, изображенные на рисунке 11 в по координатным векторам $\vec{i}$ и $\vec{j}$ и найдите их координаты.

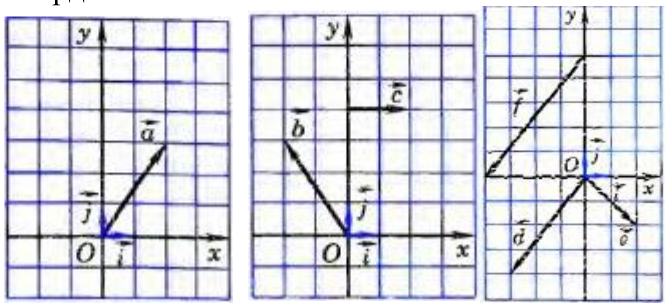



Рисунок 11</td><td>– знать определение координатных векторов;
– уметь раскладывать векторы по координатным векторам;
– знать определение координат вектора;
– уметь находить координаты вектора.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Глава 10 «Метод координат»
Параграф 2 «Простейшие задачи в координатах»
Пункты:
88. Связь между координатами вектора и координатами его начала и конца.
89. Простейшие задачи в координатах.
В блоке «применение метода координат к решению задач» отводится только 7 задач</td><td>№ 935. Перечертите Таблицу 2 в тетрадь, заполните пустые клетки и найдите x и y.
Таблица 2
<table>
<tr><td>A</td><td>(0; 0)</td><td>(x; −3)</td><td></td><td>(a; b)</td><td>(1; 2)</td></tr>
<tr><td>B</td><td>(1; 1)</td><td>(2; −7)</td><td>(3; 1)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\overrightarrow{AB}$</td><td></td><td>{5; y}</td><td>$\{-3; -\frac{1}{2}\}$</td><td>{c; d}</td><td>{0; 0}</td></tr>
</table></td><td>– уметь определять координаты вектора через координаты его начала и конца.</td></tr>
<tr><td>№957 Докажите, что если диагонали параллелограмма равны, то параллелограмм является прямоугольником.</td><td>– знать определение системы координат;
– уметь вводить систему координат;
– уметь определять координаты точек в системе координат.</td></tr>
</table>

Продолжение таблицы 1

Глава 10 «Метод координат» Параграф 3 «Уравнение окружности и прямой» Пункты: 90. Уравнение линии на плоскости. 91. Уравнение окружности. 92. Уравнение прямой. Выделен специальный блок «Использование уравнений окружности и прямой при решении задач». Содержит 2 обучающие задачи и 5 предлагается решить, 1 из них под звездочкой.	№ 985. Даны две точки А и В. Найдите множество всех точек М, для каждой из которых $BM^2 - AM^2 = 2AB^2$.	– знать уравнение прямой; – уметь решать задачи на; применение уравнения прямой.

Таблица 3 – Анализ задач УМК геометрия 7-9 класс А.В. Погорелов

Место задания в содержании	Задание	Предметные результаты
1	*2*	*3*
Параграф 10 «Векторы»		
Пункт 91. Абсолютная величина и направление вектора.	№1 На прямой даны точки А, В, С, причем точка В лежит между точками А и С. Среди векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ назовите одинаково направленные и противоположно направленные.	– знать определение обозначение вектора; – уметь строить вектор; – знать определение одинаково направленных и противоположно направленных векторов.

Продолжение таблицы 3

1	*2*	*3*
Пункт 92. Равенство векторов.	№2 Четырехугольник ABCD – параллелограмм. Докажите равенство векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{DC}$.	– знать определение вектора; – знать определение равных векторов; – знать определение одинаково направленных векторов.
Пункт 93. Координаты вектора.	№7 Даны три точки $A(1;1), B(-1;0), C(0;1)$. Найдите такую точку $D(x;y)$, чтобы векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ были равны.	– знать определение равных векторов; – уметь находить координаты вектора через его начало и конец; – уметь находить координаты точки через равные векторы.
Пункт 94. Сложение векторов.	№10 Найдите вектор $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ и его абсолютную величину, если 1)$\vec{a}(1;-4), \vec{b}(-4;8)$.	– знать определение разности векторов; – уметь находить разность векторов; – уметь находить длину вектора.
Пункт 95. Сложение сил.	№16 С какой силой F надо удерживать груз весов P на наклонной плоскости, чтобы он не сползал вниз?	–знать определение противоположно направленных векторов; – уметь решать задачи с применением знаний.
Пункт 96. Умножение вектора на число.	№19 Даны векторы $\vec{a}(3;2)$и $\vec{b}(0;-1)$. Найдите вектор $\vec{c} = -2\vec{a} + 4\vec{b}$ и его абсолютную величину.	– уметь находить произведение числа на вектор; – уметь находить сумму векторов; – уметь находить длину вектора.

Продолжение таблицы 3

1	*2*	*3*
Пункт 97. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.	25. Даны векторы $\vec{a}(2;-4), \vec{b}(1;1), \vec{c}(1;-2), \vec{d}(-2;-4)$. Укажите пары коллинеарных векторов. Какие из данных векторов одинаково направлены, а какие – противоположно направлены?	– знать определение вектора; – знать определение коллинеарных векторов; – знать определение одинаково направленных и противоположно направленны векторов; – уметь строить вектор.
Пункт 98. Скалярное произведение векторов.	20. Найдите угол между векторами $\vec{a}(1;2)\vec{b}(1;-\frac{1}{3})$.	– знать определение скалярного произведения векторов; – уметь находить скалярное произведение; – уметь находить абсолютную величину вектора; – уметь находить угол между векторами.
	33. Найдите углы треугольника $A\left(0;\sqrt{3}\right), B\left(2;\sqrt{3}\right), C(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2})$.	– уметь находить длину вектора через его начало и конец; – уметь находить длину вектора.
Пункт 99. Разложение вектора по координатным осям.	45. Среди векторов $\vec{a}\left(-\frac{3}{5};\frac{4}{5}\right), \vec{b}\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right), \vec{c}(0;-1), \vec{d}\left(\frac{3}{5};-\frac{4}{5}\right)$. Найдите единичные и укажите, какие из этих векторов коллинеарны. 48. 1)Даны три точки O, A, B. Точка X делит отрезок AB в отношении $\lambda:\mu$, считая от точки A. Выразите вектор $\overrightarrow{OX}$ через векторы $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ и $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$. 2) Докажите, что медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит их в отношении 2:1, считая от соответствующих вершин. 50. Докажите, что проекция суммы векторов на ось равна сумме проекций слагаемых на ту же ось.	– знать определение единичный вектор; – знать определение коллинеарные векторы; – уметь решать задачи на применение знаний; – уметь разложить вектор по координатным осям.

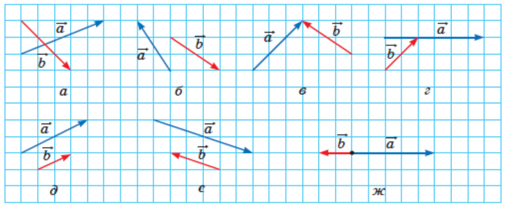
Таблица 4 – Анализ задач УМК геометрия 9 класс А.Г. Мерзляк и др.

Место задания в содержании	Задание	Формируемые предметные результаты
1	*2*	*3*
Параграф3 «Декартовы координаты на плоскости» Пункт 8. Расстояние между двумя точками с заданными координатами. Координаты середины отрезка.	№8.1. Найдите расстояние между точками A и B, если: 1)$A(10; 14), B(5; 2)$ 2)$A(-1; 2), B(4; -3)$	– знать определение расстояния между точками; – уметь находить расстояние между двумя точками с заданными координатами.
	№8.10 Даны точки $A(-2; 4)$ и $B(2; -8)$. Найдите расстояние от начала координат до середины отрезка AB.	– уметь находить расстояние между двумя точками по заданными координатам; – уметь находить середину отрезка.
	№8.19 Четырехугольник $ABCD$ – параллелограмм, $A(-5; 1), B(-4; 4), C(-1; 5)$. Найдите координаты вершины D.	– уметь ввести систему координат; – уметь находить и обозначать координаты точки; – уметь находить середину отрезка.
Пункт 9 «Уравнение фигуры. Уравнение окружности»	№9.1 Определите по уравнению окружности координаты ее центра и радиус: $(x-8)^2+(y-3)^2=25;$ $(x+5)^2+y^2=9;$ $x^2+y^2=7;$ $x^2+(y+1)^2=3.$ №9.22 Составьте уравнение окружности, радиус которой равен 5 и которая проходит через точки $C(-1; 5)$ и $D(6; 4)$.	– знать уравнение окружности в общем виде; – уметь применять полученные знания.

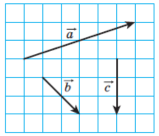
Продолжение таблицы 4

1	*2*	*3*
Пункт 10 «Уравнение прямой»	№10.3 Найдите координаты точек пересечения прямой $3x + 4y = 12$ с осями координат. Какая из точек $M(-2; 4)$ и $K(8; -3)$ принадлежит этой прямой?	– знать уравнение прямой в общем виде; – знать определение координаты точки; – уметь применять полученные знания; – уметь находить точки пересечения прямой с осями координат; – уметь определять принадлежит ли точка прямой.
Параграф 4 Пункт 12 «Понятие вектора»	№12.1 Отметьте три точки A, B и C, не лежащие на одной прямой. Начертите векторы $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CB}$.	– знать определение вектор; – уметь начертить вектор; – уметь обозначать вектор.
	№12.3 Начертите треугольник ABC. Начертите вектор, сонаправленный с вектором $\overrightarrow{\mathrm{CA}}$, началом которого является точка B.	– знать определение сонаправленного вектора; – уметь начертить сонаправленный вектор.
	№12.4 Даны вектор $\vec{a}$ и точка A. Отложите от точки A вектор, равный вектору $\vec{a}$.	– знать определение равных векторов; – уметь начертить вектор, равный; данному.
	№12.15 Точки M, N и P – соответственно середины сторон AB, BC и CA треугольника ABC. Укажите векторы, начала и концы которых находятся в точках A, B, C, M, N, P: 1) Равные вектору $\overrightarrow{\mathrm{MN}}$; 2) Коллинеарные вектору $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$; 3) Противоположно направлены с вектором $\overrightarrow{\mathrm{MP}}$; 4) Сонаправленные с вектором $\overrightarrow{\mathrm{CA}}$.	– знать определение равных векторов; – знать определение коллинеарных векторов; – знать определение противоположно направленных и сонаправленных векторов; – уметь применять полученные знания в задачах.

Продолжение таблицы 4

1	*2*	*3*
Пункт 13 Координаты вектора	№13.4 Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, если: 1)$A(2;3), B(-1;4)$; 2)$A(3;0), B(0;-3)$; 3)$A(0;0), B(-2;-8)$; 4)$A(m;n), B(p,k)$.	– знать определение координат вектора; – уметь записать координаты вектора; – уметь находить координаты вектора.
	№13.12 Даны точки $A(1;-4), B(-2;5), C(1+a;-4+b), D(-2+a;5+b)$. Докажите, что $\lvert\overrightarrow{AC}\rvert = \lvert\overrightarrow{BD}\rvert$.	– уметь находить координаты вектора через точки его начала и конца; – уметь находить длину вектора; – уметь применять полученные знания в задачах.
П.14 Сложение и вычитание векторов	№14.1 С помощью правила треугольника постройте сумму векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$? Изображенннх на рисунке 12.  Рисунок 12	– знать определение суммы векторов (правило треугольника); – уметь построить сумму векторов.
	№14.4 Начертите треугольник ABC. Постройте векторы $\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}-\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{BA}-\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}$.	– знать определение разности векторов; – уметь изображать разность векторов.
	№14.12 Отложите от одной точки три вектора, модули которых равны, так, чтобы их сумма была равна нуль-вектору.	– знать определение вектора; – знать определение нулевого вектора; – знать определение суммы векторов; – знать определение модуля вектора; – уметь начертить вектор.

Продолжение таблицы 4

1	2	3
	№12.26 Даны точки $A(1;-3), B(4;5), C(-2;-1)$ и $D(3;0)$. Найдите: 1. Координаты векторов $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}$. 2. $\lvert\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}\rvert$ и $\lvert\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}\rvert$.	– уметь находить координаты вектора через точки его начала и конца; – уметь находить сумму и разность векторов; –Уметь находить длину вектора.
П.15 умножение вектора на число	№15.2 Даны векторы $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$ (рисунок 12). Постройте вектор: 1. $\frac{1}{2}\vec{a}$; 2. $-2\vec{b}$; 3. $-\frac{2}{3}\vec{c}$.  *Рисунок 12*	– уметь строить вектор; – знать определение произведения вектора на число; – уметь умножать вектор на число.
	№15.19 Дан вектор $\vec{a}(-4;2)$. Найдите координаты и модули векторов $3\vec{a}, -\frac{1}{2}\vec{b}$ и $\frac{3}{2}\vec{b}$.	– знать определение координат вектора; – знать определение модуля вектора и уметь его находить.
	№15.29 Среди векторов $\vec{a}(1;-2), \vec{b}(-3;-6), \vec{c}(-4;8)$ и $\vec{d}(-1;-2)$ укажите пары коллинеарных векторов.	– знать определение коллинеарных векторов.
П.16 Скалярное произведение векторов	№16.8 Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если: 1) $\vec{a}(2;-1), \vec{b}(1;-3)$; 2) $\vec{a}(-5;1), \vec{b}(2;7)$; 3) $\vec{a}(1;-4), \vec{b}(8;2)$.	– знать определение скалярного произведение и уметь его находить; – уметь находить длину вектора .
	№16.12 В треугольнике ABC известно, что $\angle C = 90°, \angle A = 30°, CB = 2$. Найдите скалярное произведение векторов: 1) $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BC}$; 2) $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{AB}$; 3) $\overrightarrow{CB}$ и $\overrightarrow{BA}$.	– знать определение скалярного произведения; – уметь находить угол между векторами; – уметь применять полученные знания.
	№16.18 При каком значении x векторы $\vec{a}(3;x)$ и $\vec{b}(1;9)$ перпендикулярны?	– знать определение скалярного произведения; – знать в каком случае скалярное произведение равно 0.

Продолжение таблицы 4

1	*2*	*3*
	№16.31 Докажите, что четырехугольник $ABCD$ с вершинами $A(3;-2), B(-2;5), C(-1;6), D(0;5)$ является квадратом.	– уметь применять полученные знания для решения задач; – знать определение скалярного произведения и уметь находить его.

На наш взгляд программа учебника под авторством Мерзляк А.Г. направлена на формирование большего количества предметных результатов. В данном учебнике представлен большой объем упражнений, дифференцируемый по трем уровням учебных достижений: начальный и средний, достаточный, высокий. Также выделена категория упражнений для факультативов и математических кружков. В доказательствах теорем автор выделил два уровня учебных знаний: достаточный и высокий, помимо них присутствует отдельная категория «доказательство теоремы, не обязательное для изучения». Стоит выделить, что автор дает подсказки учителю, выделяя номера задач соответствующим цветом: «зеленым» цветом автор отметил задания, которые рекомендует для домашнего задания, а «синим» цветом для устного решения, но на усмотрение учителя. Что касается теоретического материала, то он представлен доступно, а также после него рассматривается правильное решение задач по данной теме.

В учебнике под авторством Атанасян Л.С. учебная программа позволяет сформировать достаточное количество предметных результатов, так как представлен большой объем упражнений, что дает возможность хорошо отрабатывать каждую тему, однако слабая дифференциация упражнений по уровню сложности. Стоит заметить, что в данном учебнике после 9 главы «Векторы» и 10 главы «метод координат» через какое-то время встречается еще и раздел скалярного произведения в 11 главе «Соотношение между сторонами и углами треугольника» в 3 параграфе, который делится на следующие разделы: «Угол между векторами», «Скалярное произведение векторов», «Скалярное произведение в координатах», «Свойства скалярного произведения векторов». В связи с тем, что тема скалярного произведения изучается немного позже, необходимо будет актуализировать знания учеников по пройденному ранее материалу, что требует дополнительного времени.

В учебнике 7-9 классов под авторством Погорелов А.В. такая проблема отсутствует, тема скалярного произведения изучается в том же блоке, что и векторы. Однако, весь блок представлен более кратко, чем в первых двух учебниках. Стоит заметить, что система упражнений в учебнике данного автора небольшая. Как следствие нехватки освоения, у ученика могут оказаться недостаточно сформированные предметные результаты в данной теме.

2.2 Разработка курса внеурочной деятельности по геометрии

В связи с поверхностным изучением темы вектором и метода координат, учащиеся сталкиваются с проблемой освоения знаний, это способствует возникновению трудностей в решении экзаменационных задач. Несмотря на то, что решение задач на координатно-векторный метод на ОГЭ в явном виде не встречается, проблему необходимо устранять.

Поэтому целесообразно ввести курс по внеурочной деятельности по геометрии для дополнения уже полученных знаний по программе базового уровня, а также для углубленного изучения координатно-векторного метода.

Курс предлагается ученикам 9 класса.

В ходе данного курса рассматриваются варианты использования данного метода в решении задач планиметрии.

Количество уроков: 17 уроков по 40 минут.

Цель курса – закрепить навыки решения простейших задач, сформировать навыки решения задач повышенной трудности, способствовать развитию познавательного интереса, развитию логического мышления.

Планируемый результат: овладение учащимся навыком решения задач координатно-векторным методом.

Тематическое планирование данного курса представлено в Таблице 4.

Таблица 4 – Тематическое планирование «Координатно-векторный метод в задачах»

№	Тема	Кол-во уроков
0	Входное тестирование	1
1	Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число.	2
2	Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Координаты вектора.	2
3	Простейшие задачи в координатах	2
4	Промежуточный контроль знаний	1
5	Уравнение окружности. Решение задач. Уравнение прямой. Решение задач.	4
6	Скалярное произведение векторов	2
7	Обобщение полученных знаний	2
8	Контроль полученных знаний	1
Итого		17

Вывод по второй главе

Данную главу исследования мы посвятили экспериментальному подтверждению гипотезы и изучению заданий, формирующих предметные результаты по теме «Координатно-векторный метод».

В пункте 2.1 представлен анализ учебно-методического комплекса трех авторов Мерзляк А.Г., Атанасян Л.С. и Погорелов А.В., который проводился с целью оценки систем упражнений, какие предметные результаты они формируют и выявления насколько глубоко и осознанно учащиеся освоят материал. Основной причиной выбора данных учебников является их расположение в федеральном перечне учебников на 2021-2022 год.

В пункте 2.2 описана разработка курса по внеурочной деятельности для 9 класса «Координатно-векторный метод в задачах». Тематическое планирование курса представлено в виде таблицы.

На практике удалось использовать задачи из курса по теме «Простейшие задачи в координатах». Технологическая карта урока представлена в Приложении 1. По результатам планового тестирования, результаты показали, что данные задачи более эффективно формируют предметные результаты и будут способствовать положительному результату как при решении задач ОГЭ, так и при решении задач стереометрии в старшей школе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основной целью исследования являлось создание курса по внеурочной деятельности с использованием задач, которые более эффективно сформируют предметные результаты.

Для этого мы рассмотрели в первой главе основной понятийный аппарат, которым должен владеть учащийся после изучения темы «Координатно-векторный метод», отрицательные и положительные стороны данного метода и изучили основные положения предметных результатов по ФГОС ООО.

Нами был разработан курс по внеурочной деятельности по геометрии для 9 класса «Координатно-векторный метод в задачах». С целью апробации эффективности системы упражнений, задачи из данного курса использовались на уроке закрепления знаний «Простейшие задачи в координатах». По результатам планового тестирования, результаты показали, что данные задачи более эффективно формируют предметные результаты и будут способствовать положительному результату как при решении задач ОГЭ, так и при решении задач стереометрии в старшей школе.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Геометрия: учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений / Л.С.Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б Кадомцев [и др.]. – 13-е изд. – Москва : Просвещение, 2004. – 255 с.
2. Геометрия: 9 класс : учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк [и др.]. – Москва : Вентана-Граф, 2014. – 240 с. : ил. – ISBN 978-5-360-04345-4.
3. **Погорелов, А.В.** Геометрия. 7-9 классы: учебник для общеобразовательной организаций / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2014. – 240 с. : ил. – ISBN 978-5-09-021849-8.
4. **Давыдов, В.В.** Проблемы развивающего обучения / В. В. Давыдов. – Москва: Педагогика, 1986. – 160с. – Текст : электронный. – URL: Давыдов В.В. Проблемы развивающего обучения: опыт теоретического и экспериментального психологического исследования. (grsu.by) (дата обращения 10.05.2021)
5. **Асмолов, А. Г.** Формирование универсальных учебных действий в основной школе : от действия к мысли. Система заданий : пособие для учителя / А. Г. Асмолов, Г. В. Бурменская, И. А. Володарская ; под ред. А. Г. Асмолова. – 2-е изд. – Москва : Просвещение. – 2010. – 159 с. – Текст : электронный. – URL: http://s_poshin.isk.edu54.ru/wp-content/uploads (дата обращения: 01.05.2021).

6. **Стефанова, Н. Л.** Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов / Н. Л. Стефанова, Н. С. Походова. – Москва: Дрофа, 2005. – 416 с.

7. **Атанасян, С. Л.** Элективные курсы по математике и организация самостоятельной деятельности учащихся / С. Л. Атанасян, Н. Н. Кузуб // Вестник Северного (Арктического) федерального университета. Серия: Гуманитарные и социальные науки. 2014. №4. – Режим

доступа: http: // cyberleninka.ru/article/n/elektivnye-kursy-po-matematike-i-organizatsiya-samostoyatelnoy-deyatelnosti-uchaschihsya. Дата обращения: 03.03.2021.

8. **Федеральный Государственный Образовательный Стандарт** Основного Общего Образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «17» декабря 2010 г. № 1897. – Текст : электронный. – URL: http://standart.edu.ru/catalog.aspx?CatalogId=2588 (дата обращения: 09.04.2021).

9. **Мельникова, Н.Б.** Дидактические материалы по геометрии: 9 класс: к учебнику Л. С. Атанасяна и др., «Геометрия. 7-9 классы» / Н.Б. Мельникова, Г.А. Захарова. – Москва : Экзамен, 2013. – 143 с. – электронный. – URL: https://11klasov.com/13746-didakticheskie-materialy-po-geometrii-9-klass-k-uchebniku-atanasjana-ls-melnikova-nb-zaharova-ga.html (дата обращения 15.05.2021)

10. **Бутузов, В. Ф.** Геометрия 9класс: учебник для общеобразовательных учреждений / В. Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, В.В. Праслов – Москва : Просвещение, 2012. – 143 с.

11. **Кумакова, Е. А.** Некоторые методические аспекты обучения школьников решению геометрических задач методом координат в средней школе // Педагогика и современное образование: традиции, опыт и инновации. Сборник статей международной научно-практической конференции – Пенза, 2018. – С. 35 – 37.

12. Прояева И.В. О методе координат в школьном курсе геометрии // Россия и Европа: связь культуры и экономики. Материалы XIV международной научно-практической конференции / Отв. Редактор

Н. В. Уварина. – Прага, Чешская Республика: Изд-во WORLD PRESS s.r.o., 2016. – 679с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

План-конспект урока геометрии в 9 классе

Предмет: геометрия

Тема: Простейшие задачи в координатах

Тип урока: урок закрепления, первичной проверки и коррекции знаний и умений.

Планируемые результаты:

Предметные:

– находить координаты вектора;
– выполнять действия над векторами, заданными координатами;
– решать простейшие задачи в координатах.

Метапредметные:

– учить находить наиболее оптимальные алгоритм действий

Личностные:

– использовать приобретенные умения, знания в практического деятельности;
– формировать ответственное отношение к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию, осознанному построению индивидуальной образовательной траектории с учетом устойчивых познавательных интересов.

Дидактические средства: УМК: Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузова и др.

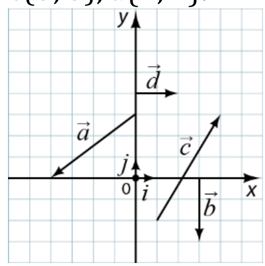
Оборудование: ПК учителя, учебник, проектор, презентация по теме

Технологическая карта данного урока представлена в Таблице 1.1.

Таблица 1.1 – технологическая карта урока на тему «Простейшие задачи в координатах»

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Формируемые УУД	Время	Примечания
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
Подготовка к деятельности	Приветствие учащихся, проверка готовности к уроку. Организация внимания детей.	Приветствуют учителя занимают свои места, настраиваются на работу.	Регулятивные: организация своей учебной деятельности.	2 мин.	
Актуализация знаний	Начнем с разминки. На краю вашей парты лежат карточки, возьмите их и просмотрите задания. На выполнение вам дается 7 минут. Подпишите карточки, если нет вопросов, приступайте. Проверка работ с классом, ответы на вопросы учеников.	Выполняют работу. Всем классом проверили правильные ответы, исправили ошибки, задали вопросы учителю.	Познавательные: структурирование собственных знаний Коммуникативные: Умение слушать и понимать людей Регулятивные: Контроль и оценка процесса и результатов деятельности Личностные: Оценка усвоенного материала	10 мин.	Задания на карточке: 1. Выберите разложение по координатным векторам $\vec{i}$ и $\vec{j}$ вектора $\vec{v}\{-2;3\}$ А)$\vec{v}=2\vec{i}+3\vec{j}$ **Б)**$\vec{v}=-2\vec{i}+3\vec{j}$ В)$\vec{v}=3\vec{i}-2\vec{j}$ 2. Даны координаты векторов, изображенных на рисунке 1.1. Выберите правильный ответ. **А)** $\vec{a}\{-4;-3\},\vec{b}\{0;-3\}$ $\vec{c}\{3;5\},\vec{d}\{2;0\}$.

Продолжение таблицы 1.1

1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
					Б) $\vec{a}\{0;3\}, \vec{b}\{3;-3\}$, $\vec{c}\{2{,}2;5\}, \vec{d}\{0;2\}$. С) $\vec{a}\{3;0\}, \vec{b}\{0;3\}$, $\vec{c}\{5;3\}, \vec{d}\{2;4\}$.  Рисунок 1.1. 3. Даны координаты векторов $\vec{a}\{5;3\}$ и $\vec{b}\{2;1\}$. Найдите: А) $\vec{a}+\vec{b}$ ({-3;2}); Б) $\vec{a}-\vec{b}$ ({10;6}); С) $2\vec{a}$ ({3;2}); Д) $5\vec{b}$ ({-3;2}).

Продолжение таблицы 1

1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
Отработка ранее изученного материала	Вопросы к задаче 1: – «Какой вопрос у задачи?» Ответ: найти медиану – «Что такое медиана?» Ответ: отрезок – «Можно ли найти длину отрезка по координатам?» Ответ: да, по формуле расстояния между точками – «Что для этого надо знать?» Ответ: координаты начала и конца этого отрезка – «Знаем ли мы эти координаты?» Ответ: нет, знаем только координаты точки А – «Как найти координаты точки М?» Ответ: по формуле координат середин отрезка Вопросы для задачи 2: – «Как найти длину вектора?» Ответ: по формуле нахождения длины вектора – «Что для этого требуется?» Ответ: координаты вектора – «Они у нас есть?»	Один учащийся у доски Остальные делают конспект в тетради, отвечают на наводящие вопросы учителя, задают вопросы.	Познавательные: использовать полученную информацию в деятельности, развитие мыслительных операций, учатся самостоятельно применять знания в новой ситуации Регулятивные: каждый делает для себя вывод о том, что он уже умеет. Личностные: самоконтроль, самооценка	20 мин.	1 Задача: Известны координаты треугольника ABC : $A(-1;0), B(3;2),\ C(9;-8)$. Найдите длину медианы AM. Решение: так как по условию AM – медиана, значит, M – точка середины отрезка BC. Найдем ее координаты $x_M = \frac{3+9}{2} = 6;$ $y_M = \frac{2+(-8)}{2} = -3.$ Найдем длину медианы $\|AM\| =$ $= \sqrt{\left(6-(-1)\right)^2 + (-3-0)^2} =$ $= \sqrt{58}.$ Задача 2: Вычислить длину вектора $\vec{a} = 4\cdot\vec{i} - 3\cdot\vec{j}$. Решение: запишем координаты вектора $\vec{a}\{4;-3\}$. Найдем его длину $\|\vec{a}\| = \sqrt{4^2+(-3)^2} = \sqrt{25} = 5.$ Задача 3: Докажите, что четырехугольник $CDEF$ является параллелограммом, и найдите его диагонали, если: $C(1;1), D(6;1), E(7;4), F(2;4)$ Для начала проведем доказательство по определению параллелограмма. Пусть в

	Ответ: нет – «Что нам дано?» Ответ: вектор, разложенный по координатным векторам – «Можем определить координаты вектора?» Ответ: Да, это коэффициенты при координатных векторах Вопросы для задачи 3: 1 способом: – «Рассмотрим треугольники ΔCDE и ΔEFC они какие?» Ответ: равные по трем сторонам – «Что можно сказать про углы $\angle DEC$ и $\angle ECF$?» Ответ: они накрест лежащие –«Какой можем сделать вывод?» Ответ: прямые DE и CF параллельны –«Аналогично доказывается параллельность прямых DC и EF.» 2 способ: – «Чем отличает параллелограмм от других четырехугольников?				четырехугольнике CDEF стороны CD и EF, а также CF и DE попарно равны. Проведем диагональ CE. $\Delta CDE = \Delta EFC$ по трем сторонам. $\angle DEC = \angle ECF$ как накрест лежащие при прямых DE и CF и секущей EC ⇒ прямые DE и CF параллельны Аналогично $\angle DCE = \angle CEF. \Rightarrow$ прямые DC и EF параллельны. Вывод: стороны четырехугольника попарно равны, значит, этот четырехугольник – параллелограмм по его определению. Доказательство с помощью векторов $CD = \sqrt{(6-1)^2 + (-1)^2} =$ $= \sqrt{25} = 5;$ $DE = \sqrt{(6-1)^2 + (4-1)^2} =$ $= \sqrt{1+9} = \sqrt{10};$ $EF = \sqrt{(2-7)^2 + (4-4)^2} =$ $= \sqrt{25} = 5;$ $FC = \sqrt{(2-1)^2 + (4-1)^2} =$ $= \sqrt{1+9} = \sqrt{10}.$ $CD = EF, DE = FC$ $\Longrightarrow CDEF -$ параллелограмм Найдем диагонали

	Ответ: стороны попарно равны. – «Можем ли мы найти длину сторон, зная координаты их начала и конца, и сравнить их?» Ответ: да, по формуле расстояния между точек.				$CE = \sqrt{(7-1)^2 + (4-1)^2} =$ $= \sqrt{45};$ $DF = \sqrt{(6-2)^2 + (1-4)^2} = 5.$
Контроль и самопроверка знаний	Закройте свои тетради, возьмите листочек и напишите все формулы, которые сегодня запомнили. Сравните с соседом по парте, расскажите чего не хватило ему.	Выполняют задание учителя.	Регулятивные: умение адекватно реагировать на трудности и не боятся допустить ошибку	5мин.	
Рефлексия и домашнее задание	Проводит рефлексию Есть ли у кого-то вопросы по данной теме? Комментарии по домашнему заданию		Регулятивные: выделение и осознание того, что учащийся усвоил и что подлежит усвоению. Записывает домашнее задание.	3мин.	