МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Методические особенности обучения решению текстовых задач в курсе основной школы

Выпускная квалификационная работа
по направлению 44.03.05
Педагогическое образование (два профиля подготовки)
Направление программы бакалавриата
«Математика. Информатика»
Форма обучения очная (дневная)

Проверка на объем заимствований:
61 % авторского текста
Работа рекомендована к защите
рекомендована/не рекомендована
« 25 » мая 2020 г.
И. о. зав. кафедрой МиМОМ
Шумакова Екатерина Олеговна

Выполнил (а):
Студент(ка) группы ОФ-513/204-5-1
Трофимова Екатерина Михайловна

Научный руководитель:
кандидат педагогических наук, доцент кафедры МиМОМ
Эрентраут Елена Николаевна

Челябинск
2020

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ ... 3

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕМЫ «ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ» ... 6

1.1 Текстовая задача: определение, структура ... 6

1.2 Роль текстовых задач в изучении математики ... 7

1.3 Виды и методы решения текстовых задач ... 8

1.4 Алгоритм решения текстовых задач ... 10

Выводы по главе 1 ... 12

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ» ... 14

2.1 Сравнительный анализ учебников алгебры по теме «текстовые задачи» для обучающихся 5-9 классов ... 14

2.2 Методические приемы решения текстовых задач ... 23

2.3 Курс по выбору «Решение текстовых задач» ... 36

2.4 Программно-методическая поддержка курса по выбору ... 52

2.5 Апробация разработанного курса по выбору ... 54

Выводы по главе 2 ... 54

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ... 56

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ ... 58

ВВЕДЕНИЕ

В психологии, дидактике известны попытки дать определение задачи. Например, одно из них: «Задача – объект мыслительной деятельности, содержащий требование некоторого практического преобразования или ответа на теоретический вопрос посредством поиска условий, позволяющих раскрыть связи (отношения) между известными и неизвестными элементами» (Л.Л. Гурова) [31].

Текстовые задачи всегда занимали особое место в традиционном школьном образовании. Текстовые задачи формируют важных общеучебные умения, необходимые для анализа текста, выделения условий задачи и основных вопросов, разработки плана решения, поиска условий, с помощью которых можно получить ответ на основной вопрос.

Они являются важным средством обучения математике. С их помощью обучающиеся получают опыт работы с величинами, постигают взаимосвязи между ними, получают опыт применения математики к решению практических задач.

Решение задач способствует достижению целей, которые ставятся перед обучением математике. Правильная методика обучения решению математических задач играет существенную роль в формировании высокого уровня математических знаний, умений и навыков обучающихся.

В большинстве случаев решение текстовых задач вызывает трудности у обучающихся. Причинами такой ситуации являются устоявшийся страх перед задачей, отсутствие общих представлений о рассматриваемых в задачах процессах, неумение устанавливать причинно-следственные связи в задаче.

Незнание общих методов решения задач, недостатки в овладении необходимыми приемами рассуждений не дают многим школьникам успешно работать над конкретной задачей. Но несмотря на это текстовые задачи имеют большую роль не только в математическом образовании, но и в общем психологическом и личностном развитии обучающихся. Отдельная задача может нести в себе информацию из различных областей знаний, расширяющую кругозор обучающихся, воздействующую на познавательные возможности и несущую эстетическую и нравственную нагрузку.

Также, в настоящее время сложилось противоречие между необходимостью обучения решению текстовых задач в курсе основной школы в соответствии требованиям ФГОС основного общего образования и недостаточной разработанностью методик обучения их решению с учетом системно-деятельностного подхода в соответствии требованием ФГОС и Примерной образовательной программы основного общего образования.

Учитывая выше сказанное, тему «Методические особенности обучения решению текстовых задач в курсе основной школы» можно считать актуальной на сегодняшний день.

Цель исследования – описать приемы и методы изучения текстовых задач в средней школе. Разработать методический комплекс для обучения решению текстовых задач в курсе основной школы.

Объект исследования – процесс обучения математике в основной школе.

Предмет исследования – методика обучения решению текстовых задач в основной школе.

Гипотеза – если использовать разработанный курс по выбору, подкрепленный электронным образовательным ресурсом в курсе основной школы, то уровень знаний и умений обучающихся повысится.

Задачи исследования:

– проанализировать понятие текстовой задачи, рассмотреть ее структуру;

– рассмотреть классификацию текстовых задач, представить алгоритм решения текстовых задач;

– представить сравнительный анализ школьных учебников по теме исследования;

– рассмотреть методические прием решения текстовых задач;

– разработать курс по выбору по теме исследования;

– разработать электронно-образовательный ресурс в поддержку курса по выбору.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕМЫ «ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ»

1.1 Текстовая задача: определение, структура

Одним из основных компонентов учебного предмета математика являются текстовые задачи. Уже на первых уроках математики ученики сталкиваются с ними. Поэтому необходимо рассмотреть различные подходы к определению текстовой задачи и выделить наиболее актуальное и понятное.

Наиболее общим подходом является определение задачи как цели, заданной в определенных условиях (А.Н. Леонтьев). Л.Л. Гурова обращает главное внимание на объект мыслительных усилий человека, решающего задачу: «Задача – объект мыслительной деятельности, содержащий требование некоторого практического преобразования или ответа на теоретический вопрос посредством поиска условий, позволяющих раскрыть связи (отношения) между известными и неизвестными ее элементами» [1].

Г.А Балл предлагает такое определение: «Задача в самом общем виде – это система, обязательными компонентами которой являются:

– предмет задачи, находящийся в исходном состоянии;

– модель требуемого состояния предмета задачи (эту модель отождествляем с требованием задачи)».

В методической литературе описан подход А.В Рудника к определению текстовой задачи, которое трактуется следующим образом: «Задачи, в которых зависимость между данными и искомыми не выражена в явной форме, а сформулирована словами, так же как и вопрос задачи, называются собственно задачами или задачами с текстом» [1]. Выделим это определение как наиболее подходящее к нашему исследованию.

Во всех подходах к определению задачи можно зафиксировать те компоненты, которые функционируют в структуре задачи как в объекте интеллектуальной деятельности:

– условие – предметная область задачи и отношения между объектами;

– обоснование (базис) – теоретические или практические основы перехода от условия к заключению посредством операций, которые составляют решение задачи;

– решение – совокупность действий, операций, которую надо произвести над известными компонентами, чтобы выполнить требование, выраженное в заключении;

– заключение – требование отыскать неизвестные компоненты, проверить правильность, сконструировать, построить, доказать [4].

1.2 Роль текстовых задач в изучении математики

Задачи в обучении математике занимают важное место: это одновременно и цель, и средство обучения. Умение решать задачи является показателем грамотности и развития обучающихся.

В преподавании математики задачи имеют развивающее и воспитательное значение. Они развивают логическое и алгоритмическое мышление обучающихся, развивают практические навыки применения математики, способствуют развитию пространственного воображения, а также эвристических и творческих принципов.

При обучении теоретическим знаниям задачи способствуют мотивации введения понятий, выявлению их существенных свойств, усвоению математической символики и терминологии, раскрывают взаимосвязи одного понятия с другими.

В процессе изучения теоремы задачи выполняют следующие функции:

– способствуют мотивации ее введения;

– выявляют закономерности, отраженные в теореме;

– помогают усвоению содержания теоремы;

– обеспечивают восприятие идеи доказательства, раскрывают приемы доказательства;

– обучают применению теоремы;

– раскрывают взаимосвязи изучаемой теоремы с другими теоремами.

Воспитательное воздействие на обучающихся оказывает сам подход к решению задач, а именно то, как организован диалог между учеником и учителем или то какие методы и формы решения задачи ими выбраны. Решая текстовые задачи, обучающиеся развивают такие качества как настойчивость, трудолюбие, самостоятельность [17].

Развивающие функции задач заключаются в том, что в деятельности решения задач вырабатываются умения применять теоретические знания на практике, выделять общие способы решения, переносить их на новые задачи, развиваются логическое и творческое мышление, внимание, память, воображение [17].

Решение задач является наиболее эффективной формой развития математической деятельности.

1.3 Виды и методы решения текстовых задач

Существуют различные виды текстовых задач. Умение их различать помогает правильно сориентироваться в выборе более эффективного способа ее решения.

Чаще всего встречаются:

– задачи на движение (встречное движение, движение в одном направлении, движение по реке и прочие);

– задачи на работу;

– задачи на смеси, сплавы, концентрацию;

– задачи на проценты [28].

Существуют различные методы решения текстовых задач: арифметический, алгебраический, геометрический, логический, практический и др.

В рамках основной школы при решении текстовых задач используют следующие методы:

Арифметический метод. Решить задачу арифметическим методом – значит найти ответ на требование задачи посредством выполнения арифметических действий над числами. Одну и ту же задачу во многих случаях можно решить различными арифметическими способами. Задача считается решенной различными способами, если ее решения отличаются связями между данными и искомыми, положенными в основу решений, или последовательностью использования этих связей [6].

Алгебраический метод. Решить задачу алгебраическим методом – это значит найти ответ на требование задачи, составив и решив уравнение или систему уравнений (или неравенств). Одну и ту же задачу можно также решить различными алгебраическими способами. Задача считается решенной различными способами, если для ее решения составлены различные уравнения или системы уравнений (неравенств), в основе составления которых лежат различные соотношения между данными и искомыми [6].

Геометрический метод. Решить задачу геометрическим методом – значит найти ответ на требование задачи, используя геометрические построения или свойства геометрических фигур. Одну и ту же задачу можно также решить различными геометрическими способами. Задача считается решенной различными способами, если для ее решения используются различные построения или свойства фигур [6].

1.4 Алгоритм решения текстовых задач

Процесс решения текстовых задач является трудным для многих учеников. В методической литературе выделен этап решения текстовой задачи, который вызывает наибольшие трудности. Это самый первый этап анализ текста задачи. Обучающиеся плохо ориентируются в тексте задачи, в ее условиях и требовании.

Текст задачи – это рассказ о некоторых жизненных фактах. В тексте важно все: и действующие лица, и их действия, и числовые характеристики. При работе с математической моделью задачи (числовым выражением или уравнением) часть этих деталей опускается. Необходимо научиться умению абстрагироваться от одних качеств и использовать другие. Умение ориентироваться в тексте математической задачи является важным результатом и важным условием общего развития обучающегося.

Первое с чего начинается этап, это изучение условия задачи. Необходимо тщательно его проанализировать, выделить основные понятия, которые будут взяты за основу решения, осознать цель и определиться каким способом необходимо решать задачу [4]. Важной проблемой является то, что многие обучающиеся, невнимательно прочитав текст, сразу переходят к решению.

Неспособность обучающихся внимательно читать текст и является первой причиной затруднений в решении задач. Поэтому первое, что должен сделать учитель, – это научить обучающихся анализировать условие задачи, свободно в нем ориентироваться.

Также, учителю важно добиться того, чтобы обучающиеся внимательно читали текст задачи, не искажали слова и делали правильные речевые акценты. Выделять главное в тексте задачи будет проще если использовать различные формы представления задачи, а именно, краткую запись, рисунки, чертежи, таблицы.

Следующим важным аспектом на данном этапе решения текстовой задачи является «перевод» текста задачи на математический язык.

Еще один важный шаг – разбиение текста задачи на вопрос и условие.

При выполнении данного шага в методической литературе рекомендуется использовать прием постановки вопроса задачи по ее условию. В ходе проведения первичного анализа там, где это необходимо и целесообразно, может быть оформлена краткая запись задачи. Собственно говоря, краткая запись задачи и является результатом проведенного первичного анализа текста задачи.

Одним из самых удобных и простых способов составления краткой записи задачи является таблица. Оформление краткой записи в виде таблицы используется в тех случаях, когда в задаче содержатся сведения об изменении взаимосвязанных величин. Данные и искомые при заполнении таблицы следует расположить так, чтобы яснее была выражена связь между ними. Наименование величины может быть внесено в столбец. Таблицу заполняют в процессе чтения текста задачи.

Следующим этапом решения задачи является осуществление плана решения. Назначение данного этапа – найти ответ на требование задачи, выполнив все действия в соответствии с планом.

Сформулируем кратко основные этапы работы с текстовой задачей.

Этап 1. Анализ текста задачи. Переводим текст задачи на «язык ребенка», выделив при этом основные величины, связи между ними. Цель –выделить объективное содержание, условие и заключение задачи. Результат краткая запись задачи, которая может быть представлена таблицей, схематическим рисунком, графиками, отрезочными или двумерными диаграммами с определенными краткими пояснениями. По краткой записи можно восстановить текст задачи [16].

Этап 2. Поиск решения задачи. Цель – создать план решения задачи. Можно составить письменный текст или схему поиска. Основные рекомендации для поиска решения математических задач:

– прочитав задачу, надо попытаться установить, к какому виду задач она принадлежит;

– если вы узнали в ней стандартную задачу, то примените для её решения известное вам общее правило;

– если же задача не является стандартной, то следует действовать в двух направлениях:

– вычленять из задачи или разбивать её на подзадачи стандартного вида (способ разбиения);

– переформулировать её, свести к задаче стандартного вида (способ моделирования).

– для того чтобы легче было осуществлять способы разбиения или моделирования, полезно предварительно построить наглядную вспомогательную модель задачи – её схематическую запись [16].

Этап 3. Реализация плана решения.

Этап 4. Проверка решения задачи (по смыслу, правильность логических и математических операций). Запись ответа, исследование задачи (другие методы и способы решения). Этот этап предполагает обобщение и систематизацию полученного опыта [16].

Выводы по главе 1

В данной главе нами были рассмотрены теоретические основы темы «Текстовые задачи».

Исследуя различные походы к определению текстовой задачи, мы выделили определение А.В Рудника которое трактуется в методической литературе следующим образом: «Задачи, в которых зависимость между данными и искомыми не выражена в явной форме, а сформулирована словами, так же как и вопрос задачи, называются собственно задачами или задачами с текстом».

Во втором параграфе мы рассмотрели роль текстовых задач в обучении математики и определили, что они являются целью и средством обучения, развивают логическое и алгоритмическое мышление обучающихся, способствуют мотивации введения понятий, выявлению их существенных свойств, усвоению математической символики и терминологии, раскрывают взаимосвязи одного понятия с другими.

Воспитательное воздействие формирует у обучающихся настойчивость, трудолюбие, активность, самостоятельность, формирует познавательный интерес, а развивающие функции задач заключаются в том, что вырабатываются умения применять теоретические знания на практике, выделять общие способы решения, переносить их на новые задачи, развиваются логическое и творческое мышление, внимание, память, воображение.

В третьем параграфе мы изучили различные классификации текстовых задач, выделили классификацию В.А Далингера в которой текстовые задачи группируются по содержанию:

- задачи на движение;
- задачи на работу;
- задачи на проценты;
- задачи на смеси, сплавы и концентрацию [6].

В последнем параграфе мы разобрали алгоритм решения текстовых задач.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ»

2.1 Сравнительный анализ учебников алгебры по теме «текстовые задачи» для обучающихся 5-9 классов

В данном параграфе приведем анализ трех учебников математики 5-6 классов и трех учебников алгебры 7-9 классов, входящих в федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего образования:

– Математика. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С.;
– Математика. Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г.;
– Математика. Бунимович Е.А и др.;
– Алгебра. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С.;
– Алгебра. Дорофеев Г.В., Суворова С.Б., Бунимович Е.А., и др.;
– Алгебра. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.А.

Представим анализ школьных учебников математики для обучающихся 5 классов по теме исследования в Таблице 1.

Таблица 1 – Анализ учебников 5-х классов

Математика. 5 класс. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М. С. [24].	Математика. 5 класс (2 части). Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г. [10], [11].	Математика. 5 класс. Бунимович Е.А., Дорофеев Г.В., Суворова С.Б. [2].
1	2	3
Тема		
Числовые и буквенные выражения. Формулы	Математические модели	Задачи на движение
Последовательность содержания темы		
– формула пути; – способы записи буквенных выражений; – задачи на движение.	– перевод условия задачи на математический язык; – работа с математическими моделями; – метод проб и ошибок; – метод перебора.	– движение в противоположных направлениях; – скорость удаления; – скорость сближения; – движение по реке; – движение по течению реки;

Продолжение таблицы 1

1	2	3
		– движение против течения реки.
Тема		
Умножение и деление натуральных чисел	Задачи на дроби	Решение задач
Последовательность содержания темы		
– задачи на движение; – задачи на встречное движение; – задачи на противоположное движение.	– задачи на нахождение части от числа, выраженной дробью; – задачи на нахождение числа по его части, выраженной дробью; – задачи на нахождение части, которую одно число составляет от другого; – комбинированные задачи на дроби.	– задачи на части; – задачи на уравнивание.
Тема		
Проценты		Задачи на совместную работу
Последовательность содержания темы		
– нахождение процентов от числа; – нахождение числа по его процентам.		– прием решения задач на совместную работу; – задача на движение, которая решается так же, как и задача на совместную работу (работа заключается в прохождении пути).

Во всех учебниках достаточно полно раскрывается тема текстовых задач. Но из таблицы можно заметить, что у каждого автора своя последовательность изучения данной темы. Например, в учебнике Бунимовича Е.А изучение текстовых задач начинается в третьей главе «Действия с натуральными числами» с параграфа «задачи на движение». В этом параграфе автор рассказывает о возможных типах задач на движение. Во всем учебнике в параграфах связанных с решением текстовых задач, материал разработан по правилу «от простого к сложному».

В учебниках Г.В. Дорофеева, Л.Г. Петерсона для 5 классов изучение текстовых задач начинается с того, что обучающихся учат читать, записывать и составлять выражения. В этом же параграфе обучающихся учат анализировать текст задачи. В следующих параграфах автор учит переводить условие задачи на математический язык. Еще одной отличительной чертой данного учебника является то, что авторы знакомят обучающихся с различными методами решения задач, например, метод проб и ошибок, метод перебора. В остальном учебники схожи.

В учебнике Мерзляка А.Г как таковых параграфов посвященных текстовым задачам нет. Но во многих тема в качестве повторения приводятся задачи на движение, в его издании подразумевается, что обучающиеся уже изучили данную тему в начальной школе. Также в его учебнике достаточно полно освещена тема задач на проценты.

Представим анализ школьных учебников математики для обучающихся 6 классов по теме исследования в Таблице 2.

Таблица 2 – Анализ учебников для 6-х классов

Математика. 6 класс. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. [25].	Математика. 6 класс (3 части). Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г. [12], [13].	Математика. 6 класс. Бунимович Е.А., Кузнецова Л.В., Минаева С.С. и др. [3]
1	2	3
Тема		
Задачи на дроби	Задачи на движение по реке	Задачи на дроби
Последовательность содержания темы		
– нахождение дроби от числа; – задачи на движение с дробями; – задачи на работу; – нахождение числа по заданному значению его дроби.	– движение по течению реки и против течения реки; – скорость течения реки; – собственная скорость объекта.	– нахождение части от числа; – нахождение числа по его части; – какую часть одно число составляет от другого.
Тема		
Решение задач с помощью пропорций	Задачи на проценты	Основы решения задач на проценты
Последовательность содержания темы		
– процентное отношение двух чисел;	– нахождение процента от числа;	После изложения темы «Процент» рассматриваются

Продолжение таблицы 2

1	2	3
– образование пропорции при прямо пропорциональных и обратно пропорциональных величинах; – пропорциональное деление.	– нахождение числа по его проценту; – нахождение процентного отношения двух чисел; – простой процентный рост; – сложный процентный рост.	величины, которые могут использоваться в текстовых задачах на проценты из реальной действительности. Приводятся три задачи на проценты с подробными решениями.
Тема		
Решение задач с помощью уравнений	Решение задач с помощью пропорций	Задачи на деление в данном отношении
Последовательность содержания темы		
– этапы решения задач с помощью уравнений; – задачи на движение; – задачи на проценты; – задачи на работу.	– образование пропорции при прямо пропорциональных величинах; – образование пропорции при обратно пропорциональных величинах; – алгоритм решения задач с помощью пропорций; – пропорциональное деление.	После приведения конкретных примеров из реальной действительности авторы объясняют, в каких случаях приходят к сравнению величин с помощью деления. Вводится понятие «отношение двух чисел». Задачи на деление в данном отношении.
Тема		
	Задачи, решаемые с помощью уравнений	Основные задачи на проценты
Последовательность содержания темы		
	– этапы математического моделирования; – этапы решения задачи с помощью уравнения; – алгоритм решения задач с помощью уравнений.	– вычисление процентов от заданной величины; – нахождение величины по её проценту; – увеличение или уменьшение величины на несколько процентов.
Тема		
		Задачи, решаемые с помощью уравнений
Последовательность содержания темы		
		– уравнение как способ перевода условия задачи на математический язык; – решение задач с помощью уравнений.

Учебник Г.В. Дорофеева, Л.Г. Петерсона для 6 классов имеет большое количество текстовых задач, теоретический материал изложен подробно и ясно, в соответствующих темах приведены примеры решенных текстовых задач. В некоторых примерах рассматривается введение переменной и составление уравнения.

В учебнике Мерзляка А.Г., Полонского В.Б., Якира М.С. темы решения текстовых задач изложены не явно. Как и в учебнике 5 класса, в других темах в разделе повторения встречаются задачи на различное движение и проценты.

В учебнике появляются задачи на работу, но отдельного параграфа для них не предусмотрено. Также не приведен алгоритм решения задач на работу и не рассмотрены примеры решения.

Текстовые задачи, решаемые с помощью уравнений и пропорций в учебнике рассмотрены, подкреплены подробными решенными примерами.

В учебнике Бунимовича Е.А. в главе учебника «Выражения, формулы, уравнения» обучающиеся только начинают знакомиться с буквенными выражениями. В теме «Составление формул и вычисления по формулам» рассматриваются формула стоимости и формула пути, взаимосвязь величин в каждой формуле. Рассматриваются примеры решения текстовых задач, в которых применяются данные формулы.

Представим анализ школьных учебников алгебры для обучающихся 7 классов по теме исследования в Таблице 3.

Таблица 3 – Анализ учебников для 7-х классов

Алгебра. 7 класс. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. [21].	Алгебра. 7 класс. Дорофеев Г.В., Суворова С.Б., Бунимович Е.А., и др. [7].	Алгебра. 7 класс. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.А. [18].
Тема		
Решение задач с помощью уравнений	Задачи на проценты	Задачи, решаемые с помощью уравнений
Последовательность содержания темы		
– пределение математической модели;	– правила перехода от процентов к дробям и наоборот;	– представлен алгоритм решения текстовой

Продолжение таблицы 3

1	2	3
– задачи на составление математической модели; – алгоритм решения задач на составление уравнений.	– приведено пять задач на проценты с подробными решениями. – Некоторые задачи имеют по два способа решения.	задачи с помощью уравнений; – приведено подробное решение текстовой задачи с помощью уравнения.
Тема		
Решение задач с помощью систем линейных уравнений	Пропорции	Линейное уравнение с двумя переменными
Последовательность содержания темы		
Рассматриваются задачи, в которых системы двух линейных уравнений с двумя переменными используются как математические модели. Приводятся подробные решения пяти задач.	После определения пропорции, приведения ее свойств, представлены три текстовые задачи, в решении которых существует пропорциональность.	После изучения данной темы рассматривается текстовая задача, в которой необходимо найти натуральные решения уравнения с двумя переменными.
Тема		
	Алгебраический способ решения задач	Задачи, решаемые с помощью систем уравнений
Последовательность содержания темы		
	– перевод задачи на математический язык, введение переменной, составление уравнения, пример решения задачи; – некоторые правила для обозначения переменной в текстовой задаче; – спользование схем и рисунков, которые помогают анализировать текстовую задачу.	– риведён алгоритм решения задачи с помощью системы уравнений; – рассмотрено две задачи с подробными решениями.

Анализируя учебник Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешкова, С.Б. Суворовой можно сказать, что обучающиеся решают текстовые задачи методом математического моделирования после изучения линейных уравнений с одной переменной. В учебнике представлено несколько параграфов для текстовых задач, все описано подробно и подкреплено примерами.

В учебнике Г.В. Дорофеева, С.Б. Суворовой, Е.А. Бунимович для 7-х классов в четвертой главе «Уравнения» приведен пункт «Алгебраический способ решения задач. Затем после того, как обучающиеся научились решать уравнения, авторы приводят тему «Решение задач с помощью уравнений». В данном пункте рассмотрены некоторые правила для обозначения переменной в текстовой задаче.

В учебнике Мерзляка А.Г., ПолонскогоВ.Б., Якира М.С. текстовые задачи рассматриваются аналогично другим учебникам. Также во многих темах учебника, в качестве повторения приводятся некоторые задачи на движение, проценты, на работу.

Представим анализ школьных учебников алгебры для обучающихся 8 классов по теме исследования в Таблице 4.

Таблица 4 – Анализ учебников для 8-х классов

Алгебра. 8 класс. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. [22].	Алгебра. 8 класс. Дорофеев Г.В., Суворова С.Б., Бунимович Е.А., и др. [8].	Алгебра. 8 класс. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.А. [19].
1	2	3
Тема		
Равносильные уравнения. Рациональные уравнения	Концентрация. Решение задач с помощью уравнений	Решения задач. Квадратные уравнения
Последовательность содержания темы		
Приведена текстовая задача с подробным решением, в которой рациональное уравнение является математической моделью реальной ситуации.	– пример решения текстовой задачи алгебраическим способом, в результате которого получили уравнение (задача на концентрацию); понятие концентрации.	Приведена текстовая задача с подробным решением при помощи квадратного уравнения
Тема		
Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций	Решения задач. Квадратные уравнения	Решения задач. Рациональные уравнения
Последовательность содержания темы		
Представлены три задачи с подробным решением. Одна задача на движение в одном направлении, задача на работу и задача на растворы.	Рассмотрен пример текстовой задачи, которая была решена с помощью квадратного уравнения;	Приведена текстовая задача с подробным решением при помощи рационального уравнения.

Продолжение таблицы 4

1	2	3
	Тема	
	Линейное уравнение с двумя переменными	Решение систем неравенств с одной переменной
	Последовательность содержания темы	
	После изучения непосредственно данной темы, рассматривается текстовая задача, для перевода на математический язык которой вводят две переменные и составляют уравнение.	Материал данной темы объясняется на примере решения текстовой задачи. Задача решена при помощи системы неравенств.
	Тема	
	Задачи, решаемые с помощью систем уравнений	
	Последовательность содержания темы	
	Пример решения текстовой задачи и арифметическим способом, и с помощью математической модели (система двух уравнений с двумя неизвестными)	

Анализируя учебник Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешкова, С.Б. Суворовой и учебник Мерзляка А.Г., ПолонскогоВ.Б., Якира М.С. можем заметить, что текстовые задачи встречаются во многих темах, но в качестве упражнений на повторение. Также в этих учебниках есть параграфы темы которых напрямую связаны с текстовыми задачами, но их мало.

В учебнике Г.В. Дорофеева, С.Б. Суворовой, Е.А. Бунимович тем связанных с текстовыми задачами значительно больше. Авторами представлен параграф «Решение уравнений и задач», в котором рассматривается пример решения текстовой задачи алгебраическим способом (задача на концентрацию). Тут же приведено понятие концентрации. В пункте «Решение задач» (в теме «Квадратные уравнения») рассмотрен пример текстовой задачи, которая была решена с помощью квадратного уравнения, а также введено понятие математического моделирования и даны некоторые практические советы по составлению математической модели.

Представим анализ школьных учебников алгебры для обучающихся 9 классов по теме исследования в Таблице 5.

Таблица 5 – Анализ учебников для 9-х классов

Алгебра. 9 класс. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. [23].	Алгебра. 9 класс. Дорофеев Г.В., Суворова С.Б., Бунимович Е.А., и др. [9].	Алгебра. 9 класс. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.А. [20].
Тема		
Элементы прикладной математики	Решение задач в теме «Уравнения и системы уравнений»	Решение задач с помощью систем уравнений второй степени
Последовательность содержания темы		
Математическое моделирование. Решение прикладных задач методом математического моделирования. Проценты и расчеты. Рассматриваются все типы задач на проценты с подробными примерами.	Пример решения текстовой задачи, математической моделью которой является дробное уравнение.	Приведено решение текстовой задачи, в которой в качестве алгебраической модели использовалась система уравнений второй степени с двумя переменными.

В учебнике Г.В. Дорофеева, С.Б. Суворовой, Е.А. Бунимовича рассматривается решение текстовых задач, математической моделью которых является изучаемое в соответствующей главе уравнение или их система. В качестве упражнений на повторение приведено большое количество текстовых задач, но отдельных тем связанных с решением текстовых задач нет.

В учебнике Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешкова, С.Б. Суворовой приведено мало текстовых задач, новых тем не рассматривается.

Анализируя учебник Мерзляка А.Г., Полонского В.Б., Якира М.С делаем вывод, что в нем представлено больше всего текстовых задач.

В учебник присутствует глава «Элементы прикладной математики» в которой представлено к изучению много новой информации по решению текстовых задач, приведено множество задач на повторение тем и для углубленного изучения темы.

Проанализировав учебники математики курса основной школы, можно заметить, что в них в полной мере представлена информация по теме «текстовые задачи». Однако информация распределена неравномерно на весь период обучения, например в учебниках 8-х и 9-х классов тем, связанных с решением текстовых задач значительно меньше, чем в 5-х, 6-х и 7-х классах.

В связи с этим, в девятом классе при подготовке к сдаче ОГЭ обучающиеся сталкиваются с трудностями в решениях текстовых задач.

2.2 Методические приемы решения текстовых задач

Задачи на движение

В задачах на движение рассматриваются три взаимосвязанные величины: S – расстояние (пройденный путь), t – время движения и V – скорость – расстояние, пройденное за единицу времени.

В 9 классе обучающиеся различают следующие виды задач на движение:

- задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку);
- задачи на движение по замкнутой трассе;
- задачи на движение по воде;
- задачи на нахождение средней скорости.

При решении задач на движение принимают такие допущения:

- движение считается равномерным, если нет специальных оговорок;
- изменение направления движения и переходы на новый режим движения считаются происходящими мгновенно;

– если два тела начинают движение одновременно (если одно тело догоняет другое), то в случае, если они встречаются, каждое тело с момента выхода и до встречи затрачивает одинаковое время;

– если тела выходят в разное время, то до момента встречи из них затрачивает время больше то, которое выходит раньше.

– все величины, как правило, положительные (в природе скорость расстояние и время положительны), поэтому можно смело умножать, делить и возводить в квадрат получающиеся уравнения и неравенства, не делая необходимых в таких случаях оговорок;

– скорость перемещения лодки v по воде, при скорости течения реки $V_{\text{р}}$ и собственной скорости движения $V_{\text{с}}$, выражается:

$V_{\text{по течению}} = V_{\text{р}} + V_{\text{с}}$ при движении лодки по течению реки.

$V_{\text{против течения}} = V_{\text{р}} - V_{\text{с}}$ при движении лодки против течения реки.

Основные соотношения

$V = \frac{S}{t}$ – скорость движущегося объекта прямо пропорциональна пути s и обратно пропорциональна времени t.

$t = \frac{s_0}{(V_1 + V_2)}$ – время, за которое два объекта движущиеся навстречу друг другу со скоростью соответственно V_1 и V_2 преодолевают начальное расстояние S_0.

$t = \frac{s_0}{(V_1 - V_2)}$ – время, за которое два объекта движущиеся в одном направлении со скоростью соответственно V_1 и V_2 ($V_1 > V_2$) преодолевают начальное расстояние между ними, равное s0 и первый объект догонит второго.

$V_{(\text{пт})} - V_{(\text{прт})} = 2V_{\text{р}}$ – разность скоростей по течению и против течения реки равна удвоенной скорости течения.

Задачи, связанные с движением двух тел удобно решать, если занести исходные данные в Таблицу 6:

Таблица 6 – Исходные данные

	Скорость v	Время t	Расстояние s
1 объект	$V = \frac{S}{t}$	$t = \frac{S}{V}$	$S = V \cdot t$
2 объект			

После внесения данных, нужно составить уравнения, содержащие искомую величину, исходя из условий задачи.

Задача №1 (движение в одном направлении из одного пункта)

Из Твери до Норильска вылетели одновременно по одному и тому же маршруту два самолета. Один со скоростью 1000 км/ч, а другой 720 км/ч. На сколько километров первый самолет обгонит второй за 5 ч?

Исходные данные изображены на рисунке 1.

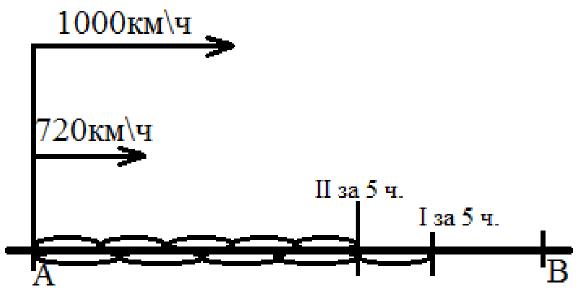

Рисунок 1 – Схема движения 1

Решение:

1) $1000 - 720 = 280$ (км/ч) – скорость 1-го больше скорости 2-го.

2) $280 \cdot 5 = 1400$ (км) – на столько 1-ый обгонит 2-го.

Ответ: на 1400 (км).

Задача №2 (движение в одном направлении из одного пункта)

Одновременно два мальчика выехали за города, один на мопеде, другой на скутере, через 1,5 ч расстояние между ними было 20 км. С какой скоростью двигался мальчик на мопеде, если мальчик на скутере двигался 30 км/ч?

Решение**:**

Исходные данные представлены в Таблице 7.

Таблица 7 – Задача № 2

	Скорость (км\ч)	Время (ч)	Расстояние (км)
На скутере	30	1,5	45
На мопеде	x	1,5	$1{,}5 \cdot x$

$$1{,}5x + 20 = 45$$

$$1{,}5x = 25$$

$$\frac{3}{2}x = 25$$

$$x = 25 \ \div \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{25 \times 2}{3}$$

$$x = 16\frac{2}{3}$$

Ответ: $16\frac{2}{3}$ (км/ч) скорость мальчика на мопеде.

Задача №3 (одно направление из разных пунктов)

Расстояние от Октябрьска до Сызрани 20 км. Из этих городов в Самару одновременно выехали два автомобиля. Автомобиль из Сызрани 74 км/ч и догоняет автомобиль из Октябрьска через 1 час. С какой скоростью едет автомобиль, выехавший из Октябрьска?

Исходные данные изображены на рисунке 2.

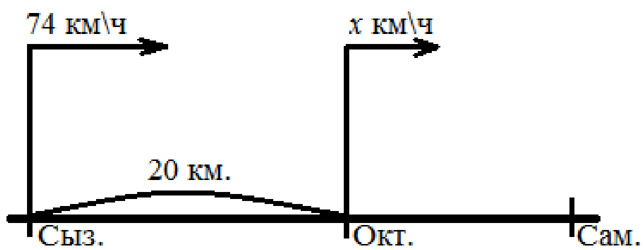

Рисунок 2 – Схема движения 2

Решение:

Пусть x км/ч – скорость второго автомобиля, тогда скорость сближения автомобилей будет $74 - x$ км/ч. Из условия известно, что между городом Сызранью и Октябрьском 20 км., а автомобили встретились через час. Составим уравнение:

$$\frac{20}{74 - x} = 1$$

$$20 = 74 - x$$

$$x = 54$$

Ответ**:** 54 км/ч – скорость второго автомобиля.

Задача №4 (встречное движение)

Найдите расстояние между пристанями, если известно, что от них одновременно навстречу друг другу вышли два катера: первый со скоростью 40 км/ч, а второй со скоростью 46 км/ч. Катера встретились через 3 часа.

Исходные данные изображены на рисунке 3.

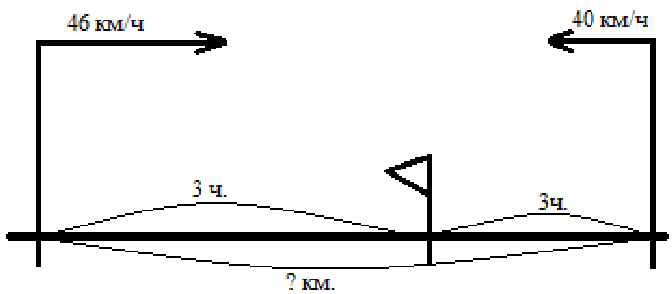

Рисунок 3 – Схема движения 3

Решение:

1) $46 + 40 = 86$ (км/ч) – скорость сближения.

2) $86 \cdot 3 = 258$ (км) – расстояние между пристанями.

Ответ: 258 км

Задачи на движение по реке

Задачи на движение по течению реки (часто говорят – «вниз» по реке) скорость катера увеличивается, так как движущаяся вода как бы «подталкивает», т.е. увеличивает его движение. В этом случае к собственной скорости катера необходимо прибавить скорость течения реки (1):

$$V_{\text{катера}} + V_{\text{собаств}} = V_{\text{теч.реки}}. \tag{1}$$

Задачи на движение против течения реки («вверх» по реке) скорость катера уменьшается, так как река замедляет его движение, «сносит» катер.

В этом случае от собственной скорости катера следует вычесть скорость течения реки (2):

$$V_{\text{катера}} - V_{\text{собаств}} = V_{\text{теч.реки}}. \qquad (2)$$

Задача №5

Найдите собственную скорость байдарки, если известно, что скорость течения реки 4 км/ч. Она прошла по течению 35 км и, обратно прошла ещё 25 км, затратив на весь путь 6 часов.

Решение**:**

Пусть x км/ч – собственная скорость байдарки. Следовательно скорость по течению реки $x + 4$ км/ч, а против $x - 4$ км/ч. По условию по течению она прошла 35 км., а против 25. Время в пути 6 ч. Составим уравнение:

$$\frac{35}{\mathrm{x}+4} + \frac{35}{\mathrm{x}-4} = 6$$

Решив уравнение, получим: x = 10

Ответ: 10 км/ч

Задачи на работу

Задачи на выполнение определенного объема работы по своему решению очень схожи с задачами на движение: объем работы выполняет роль расстояния, а производительность выполняет роль скорости. В тех случаях, когда объем работы не задан, его принимают за единицу.

В задачах на работу, системы уравнений содержат следующие величины:

t – время выполнения работы;

p – производительность, т. е. работа, производимая за единицу времени;

A – работа, выполняемая за время.

Эти три величины связаны соотношением $p = \frac{A}{t}$

Задачи, связанные с выполнением определенной работы удобно решать, если занести исходные данные в Таблицу 8.

Таблица 8 – Исходные данные

	Производительность (v)	Время (t)	Работа (A)
1 объект	$p = \frac{A}{t}$	$t = \frac{A}{p}$	$A = p \cdot t$
2 объект			

После внесения данных, нужно составить уравнения, содержащие искомую величину, исходя из условий задачи.

В задачах «на детали» за неизвестные, как правило, надо принимать производительность – её роль такова же, как роль скорости в задачах на движение. Рассмотрим на одной задаче два способа решения, сначала примем за неизвестную величину – время, а потом – производительность и посмотрим, в чём разница решения при выборе разных неизвестных.

Задача № 7 (на совместную работу)

На изготовление 16 деталей первый рабочий затрачивает на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 40 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Решение:

Пусть x часов затрачивает второй рабочий на изготовление 40 деталей. По условию задачи составим Таблицу 9.

Таблица 9 – Задача № 7

	Работа, (детали)	Производительность, $\left(\frac{\text{дет}}{\text{ч}}\right)$	Время, (ч)
Первый рабочий	16	$\frac{16}{x-6}$	$x-6$
Второй рабочий	40	$\frac{40}{x}$	x

Зная, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй рабочий, составим и решим уравнение

$$\begin{cases}\dfrac{16}{x-6}-\dfrac{40}{x}=3\\ x>0;\end{cases}$$

$$\begin{cases}16x-40(x-6)=3x(x-6)\\ x>0\end{cases}$$

$$3x^2-18x-16x+40x-240=0$$

$$x^2+2x-80=0$$

$$\left[\begin{array}{l}x=8,\\ x=-10 \text{ (не удовлетворяет условию}, x>0);\end{array}\right.$$

Таким образом, второй рабочий делает $\frac{40}{8}=5$ деталей в час.

Ответ: 5 деталей.

Задача №8 (задача «на трубы»)

Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту быстрее, чем первая труба?

Решение:

Пусть x литров воды в минуту пропускает вторая труба. По условию задачи составим Таблицу 10.

Таблица 10 – Задача № 8

	Объём резервуара, (л)	Скорость заполнения, $\left(\frac{\text{лит}}{\text{м}}\right)$	Время заполнения, (м)
Первая труба	110	$x-1$	$\frac{110}{x-1}$
Вторая труба	110	x	$\frac{110}{x}$

Зная, что вторая труба заполняет резервуар на 1 минуту быстрее, чем первая труба, составим и решим уравнение.

$$\begin{cases}\dfrac{110}{x-1}-\dfrac{110}{x}=1\\ x>1;\end{cases}$$

$$\begin{cases} 110x - 110(x-1) = (x-1)x \\ x > 1; \end{cases}$$

$$x^2 - x - 110x + 110x - 110 = 0$$

$$x^2 - x - 110 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 11, \\ x = -10 \text{ (не удовлетворяет условию, } x > 0); \end{array}\right.$$

$$x = 11.$$

Таким образом, вторая труба пропускает 11 литров воды в минуту.

Ответ: 11 литров.

Задачи на концентрацию, сплавы и смеси

В задачах этого типа основным является понятие «концентрация». Решение задач основано на использовании следующих определений [30]:

– массовая концентрация вещества в смеси;

– процентное содержание вещества в смеси;

– объёмная концентрация вещества в смеси.

Так же необходимо знать следующие допущения:

– все рассматриваемые смеси (растворы, сплавы) однородны;

– не делается различия между литром как единицей ёмкости и литром как единицей массы;

– отсутствуют химические и другие реакции между компонентами раствора.

Массовая концентрация вещества в смеси определяется отношением массы данной компоненты к полной массе смеси и показывает, какую долю полной массы смеси составляет масса данной компоненты (3):

$$c_\alpha = \frac{m_\alpha}{M},\ \alpha = A, B, C,\ c_A + c_B + c_C = 1, \tag{3}$$

где m – масса чистого вещества,

M – масса всей смеси (сплава, раствора),

c_α – концентрация, т.е. доля чистого вещества.

Процентным содержанием вещества в смеси называется величина

$$p_\alpha\% = c_\alpha \cdot 100\%,\ \alpha = A, B, C,\ p_A\% + p_B\% + p_c\% = 100\%. \tag{4}$$

Объёмным процентным содержанием компоненты называется величина

$$p_i\% = V_i \cdot 100\%, \quad (5)$$

Т.е. концентрация этого вещества, выраженная в процентах $V_i = \frac{p_i}{100}$.

Если смесь составлена из веществ A и B, входящих в неё в отношении a: b, то концентрация веществ A и B равны соответственно

$$c_A = \frac{\alpha}{a+b}, \ c_B = \frac{b}{a+b}\ . \quad (6)$$

Задача №9

Имеется два сплава с 20 %-ым и 40 %-ым содержанием олова. Из них получили новый сплав, найти процентное содержание олова в этом сплаве, если масса первого сплава 300 г, а масса второго сплава 200г [30].

Исходные данные внесем в Таблицу 11.

Решение:

Таблица 11 – Задача № 9

	m (г)	M (г)	c_α
1 сплав	0,2·300	300	0,2
2 сплав	0,4·200	200	0,4
Новый сплав	60+80	500	x

Используя формулу m=M$\cdot c_\alpha$, получаем уравнение:

$$60 + 80 = 500x$$

$$x = 140 : 500$$

$$x = 0{,}28$$

0,28 концентрация нового сплава, выразим в процентах.

Ответ: 28%.

Задача №10

Если смешать 2 кг и 8кг растворов серной кислоты разной концентрации, то получим 12% раствор кислоты. При смешивании двух одинаковых масс тех же растворов получим 15% раствор. Определите первоначальную концентрацию каждого раствора.

Решение:

Составим Таблицу 12 и Таблицу 13 для двух разных процессов:

Таблица 12 – Процесс 1

	m (кг)	M (кг)	c_α
1 раствор	0,01x·2=0,02x	2	0,01x
2 раствор	0,01y·8=0,08y	8	0,01y
Новый раствор	0,02x+0,08y	10	0,12

Используя формулу m = M·α, получаем первое уравнение с двумя неизвестными:

$$0{,}02x + 0{,}08y = 10 \cdot 0{,}012$$

Таблица 13 – Процесс 2

	m (кг)	M (кг)	c_α
1 раствор	0,01x·1=0,01x	1	0,01x
2 раствор	0,01y·1=0,01y	1	0,01y
Новый раствор	0,01x+0,01y	2	0,15

Используя формулу m=M·c_α, получаем второе уравнение с двумя неизвестными:

$$0{,}01x + 0{,}01y = 2 \cdot 0{,}15$$

Решим эти уравнения в системе

$$\begin{cases} 0{,}02\mathrm{x} + 0{,}08\mathrm{y} = 10 \cdot 0{,}12 \\ 0{,}01\mathrm{x} + 0{,}01\mathrm{y} = 2 \cdot 0{,}15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\mathrm{x} + 8\mathrm{y} = 10 \cdot 12 \\ \mathrm{x} + \mathrm{y} = 2 \cdot 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathrm{x} + 4\mathrm{y} = 60 \\ \mathrm{x} + \mathrm{y} = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathrm{x} + \mathrm{y} = 30 \\ 3\mathrm{y} = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathrm{x} = 20 \\ \mathrm{y} = 10 \end{cases}$$

Ответ: 10%; 20%.

Задачи на процентный прирост

Решение задач на проценты тесно связано с понятиями:

– нахождение части от целого;

– восстановление целого по известной его части.

Пусть нам известна некоторая величина A. Необходимо найти a % этой величины. Если считать, что A – это 100%, а x – неизвестная величина, то из пропорции $\frac{A}{100} = \frac{x}{a}$ получаем:

$$x = A \cdot \frac{a}{100}$$

Пусть некоторое число b составляет a % от неизвестной величины A. Необходимо найти A. Считая, что A – это 100%, получаем пропорцию:

$$\frac{b}{a} = \frac{A}{100}, \ \ т.е \ A = b\frac{100}{a}$$

Основные виды задач на проценты и алгоритм их решения:

Задача 1. Нахождение процента от числа.

Правило: чтобы найти проценты от данного числа, нужно:

– проценты записать десятичной дробью,

– затем, данное число умножить на десятичную дробь.

Задача 2. Нахождение числа (целого) по данному проценту.

Правило: чтобы найти искомое число по его проценту, нужно:

– заменить проценты десятичной дробью

– разделить на эту дробь данное число.

Задача 3. Нахождение процентного отношения чисел

Правило: чтобы найти, сколько процентов одно число составляет от другого, нужно:

– разделить первое число на второе;

– полученное число умножить на 100%.

Задача 4. Увеличение на проценты.

– найдем, какой в процентах стала цена;

– переведем проценты в дробь и умножим на число.

Задача 5. Задачи на процентное содержание растворов

– переведем проценты в дробь;

– умножим число на дробь;

– составим пропорцию и решим.

Задача 6. О повышении и понижении цены товара.

– стоимость товара после (до) снижения (повышения) цены в процентах;

– стал стоить товар в рублях;

– стал стоить товар после подорожания (уценка) в процентах;

– стоимость товара сейчас.

Задача №11 (Нахождение процента от числа)

Медведь, волк и лиса нашли в лесу сундук с 5050 золотыми монетами. Они взяли 40% всех монет, остальные монеты растащили грабители. Сколько монет растащили грабители?

Решение:

1) 40% = 0,4
2) 5050 · 0,4 = 2020 (монет) – взяли медведь, волк и лиса.
3) 5050 – 2020 = 3030 (монет)

Ответ: 3030 монет растащили грабители.

Задача №12 (Нахождение числа А по данному проценту)

В классе второй иностранный язык изучают 60% учеников; из них 2/3 учит французский, остальные – немецкий. Сколько человек в классе, если немецкий язык изучают 7 человек?

Решение:

Узнаем, сколько % приходится на 2/3

1) 60 × (2/3) = 40 (%)
2) 60% – 40% = 20% – приходится на немецкий язык
3) 20% – это 7 человек; 20% – 0,2

Пусть X человек в классе, тогда:

X = 7: 0,27 = 35 (чел) – в классе.

Ответ: 35

Задача №13 (Нахождение процентного отношения чисел)

Число хвойных деревьев в парке относится к числу лиственных как 1 : 4. Сколько процентов деревьев в парке составляют лиственные?

Решение:

1) $1 + 4 = 5$ (ч) – все деревья
2) 5 ч – 100%
3) 4 ч – X%
4) $X = 4 \times 100 : 5 = 80\%$

Ответ: 80%.

2.3 Курс по выбору «Решение текстовых задач»

Большинство обучающихся не в полной мере владеют техникой решения текстовых задач, об этом можно судить по статистическим данным анализа результатов проведения ОГЭ. Умение выпускников работать с текстовыми задачами проверяется заданием №22 ОГЭ. По статистическим данным ОГЭ 2019 года процент правильных ответов при решении задания составил 7,5 % [5]. По этим причинам возникла необходимость более глубокого изучения раздела элементарной математики: решение текстовых задач. Полный минимум знаний, необходимый для решения всех типов текстовых задач, формируется в течение первых девяти лет обучения в школе. Однако, для более глубокого изучения данной темы нами был разработан курс по выбору «Решение текстовых задач».

Представленный курс «Решение текстовых задач» рассчитан для обучающихся 9 классов средней общеобразовательной школы, с целью расширить и углубить их знания по математике, помочь в выборе профиля обучения в старших классах и при подготовке к экзаменам. Курс поможет систематизировать знания по решению текстовых задач, полученные на уроках математики и ознакомит с новыми методами их решения, которые не включены в школьную программу.

Курс рассчитан на 12 часов. В ходе изучения материала данного курса целесообразно сочетать такие формы организации учебной работы как практикумы по решению задач, лекции, анкетирование, беседа, тестирование, частично-поисковая деятельность. Можно использовать математические игры (дидактическая, ролевая), викторины, головоломки, элементы исследовательской деятельности.

Результат изучения курса по выбору – освоение обучающимися содержания курса: овладение умениями и навыками решения текстовых задач.

Задачи курса:

– сформировать у обучающихся полное представление о решении текстовых задач;

– способствовать формированию познавательного интереса к математике, развитию творческих способностей обучающихся;

– повысить уровень математической подготовки обучающихся;

– обеспечить условия для самостоятельной творческой работы.

В программу курса включены углубляющие и развивающие задания, учитывая требования ФГОС [29].

Представим учебно-методическое планирование по данному курсу в Таблице 14.

Таблица 14 – Учебно-методическое планирование

№ занятия	Тема	Количество часов	Форма организации занятий
1	Первичное тестирование. Вводное занятие. Понятие текстовой задачи	2	Тестирование, лекция
2	Решение задач на проценты	2	Лекция, практикум
3	Решение задач на смеси и сплавы	2	Лекция, практикум
4	Решение задач на движение	2	Лекция, практикум
5	Решение задач на работу	1	Лекция, практикум
6	Экзаменационные задачи. Задачи повышенной сложности	1	Лекция, практикум
7	Итоговое тестирование	1	Тестирование
8	Итоговое занятие	1	Беседа, анкетирование

Представленный курс содержит восемь тем. Первая тема вводная. Проводится первичное тестирование с целью проверки наличия необходимых начальных знаний и для выявления наименее и наиболее усвоенных ранее тем. Затем, выделение основных этапов решения текстовых задач и их назначение. Следующие темы – «Задачи на проценты», «Задачи на смеси и сплавы», «Задачи на движение», «Задачи на работу» и «Экзаменационные задачи» – закрепляют и дополняют знания обучающихся, полученные на уроках. Также рассматриваются нестандартные задачи, они выходят за рамки школьной программы и значительно совершенствует навыки обучающихся в решении текстовых задач. На предпоследнем занятии курса проводится итоговое тестирование с целью получения оценки полученных знаний. На последнем занятии проводится сравнительный анализ результатов, полученных в начале курса, с итоговыми результатами, а также уделяется время рефлексии.

Результаты освоения курса по выбору:

– уметь определять тип текстовой задачи;

– знать особенности методики её решения, используя при этом разные способы;

– уметь применять полученные математические знания в решении задач;

– уметь использовать дополнительную математическую литературу с целью углубления материала основного курса;

– проводить полные обоснования при решении задач;

Для занятия №1 было разработано первичное тестирование следующего содержания в Таблице 15.

Таблица 15 – Первичное тестирование

Вариант 1	Вариант 2
1	2
Имеются два сосуда, содержащие 48 кг и 42 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 42%	Имеются два сосуда, содержащие 30 кг и 42 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 40%

кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 40% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?	кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 37% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

Продолжение таблицы 15

1	2
Расстояние между пристанями A и B равно 75 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот прошёл 44 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.	Расстояние между пристанями A и B равно 63 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот прошел 20 км. Найдите скорость моторной лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.
Три бригады изготовили вместе 248 деталей. Известно, что вторая бригада изготовила деталей в 4 раза больше, чем первая и на 5 деталей меньше, чем третья. На сколько деталей больше изготовила третья бригада, чем первая?	Три бригады вместе изготовили 114 синхронизаторов передач. Известно, что вторая бригада изготовила синхронизаторов в 3 раза больше, чем первая, и на 16 синхронизаторов меньше, чем третья. На сколько синхронизаторов передач больше изготовила третья бригада, чем первая?
Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20 000 рублей, через два года был продан за 15 842 рублей.	Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20 900 рублей, через два года был продан за 16 929 рублей.

План-конспект урока по теме «Решение задач на смеси и сплавы»

Класс: 9 «А»

Тип урока: комбинированный

Планируемые предметные результаты освоения курса

Выпускник научится:

– работать с математическим текстом (структурирование, извлечение необходимой информации);

– пользоваться изученными математическими формулами;

– самостоятельно приобретать и применять знания в различных ситуациях для решения практических задач;

– решать текстовые задачи на смеси и сплавы.

Выпускник получит возможность научиться:

– выполнять арифметические преобразования выражений, применять их для решения учебных математических задач и задач, возникающих в смежных учебных предметах.

Планируемые личностные результаты освоения курса

– развитие умений ясно, точно и грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи;

– формирование готовности к саморазвитию, дальнейшему обучению;

– выстраивать конструкции (устные и письменные) с использованием математической терминологии и символики, выдвигать аргументацию, выполнять перевод текстов с обыденного языка на математический и обратно;

– стремление к самоконтролю процесса и результата деятельности.

Планируемые метапредметные результаты освоения курса (регулятивные, познавательные, коммуникативные универсальные учебные действия (УУД)).

Регулятивные УУД:

– выдвигать версии решения проблемы, осознавать (и интерпретировать в случае необходимости) конечный результат, выбирать средства достижения цели из предложенных, а также искать их самостоятельно;

– составлять (индивидуально или в группе) план решения проблемы;

– оценивать уровень владения учебным действием (отвечать на вопрос «что я не знаю и не умею»).

Коммуникативные УУД:

– организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками;

– высказывать и обосновывать мнение (суждение) и запрашивать мнение партнера в рамках диалога;

– учиться критично относиться к своему мнению, с достоинством признавать ошибочность своего мнения и корректировать его.

Познавательные УУД:

– находить в тексте требуемую информацию (в соответствии с целями своей деятельности);

– строить модель/схему на основе условий задачи и/или способа ее решения;

– находить в тексте требуемую информацию (в соответствии с целями своей деятельности).

Ход урока

Организационный момент

Сообщение темы, целей урока, практической значимости рассматриваемой темы.

Актуализация знаний

– определение процента

Процент – это сотая часть от числа.

– Как найти число b, составляющее p% от числа a?

$$b = \frac{a \cdot p}{100}. \tag{7}$$

– Как найти число a, если его p% равны числу b?

$$a = \frac{b \cdot 100}{p}. \tag{8}$$

– Сколько % число b составляет от числа a?

$$p = \frac{b \cdot 100}{a}. \tag{9}$$

– Как записывать проценты в виде десятичной дроби?

$$0{,}01 \cdot \mathrm{p}$$

– Что является отношением двух чисел?

Частное этих чисел. Оно показывает во сколько раз первое число больше второго или какую часть первое число составляет от второго.

– Абсолютное и относительное содержание вещества

Абсолютное содержание вещества – это количество вещества, выраженное в обычных единицах измерения (грамм; килограмм; литр и т.д.)

Относительное содержание вещества – это отношение абсолютного содержания к общей массе (объёму).

– Что такое концентрация? Формула концентрации

Концентрация вещества в растворе (сплаве) – это процент содержания этого вещества в растворе (сплаве):

$$\text{концетрация} = \frac{\text{масса вещества}}{\text{масса раствора}} \cdot 100\%. \qquad (10)$$

Формирование знаний обучающихся

Решение задач на смеси и сплавы выполняется по алгоритму.

Анализ текста задачи.

На данном этапе решения задачи необходимо прочитать текст и определить, о чем говорится в задаче. Выяснить, что уже дано, а что необходимо найти. Постараться перевести задачу на математический язык. Затем составить краткую запись текста задачи в форме таблицы, схемы.

Составление плана решения.

На втором этапе выстраиваем математическую модель задачи – это есть перевод условия задачи из текста в формулы. Результатом должно служить уравнение или система уравнений.

Реализация плана решения.

На этом этапе решается уравнение или система уравнений и находится искомая величина.

Анализ и проверка результата.

На последнем этапе решения необходимо еще раз прочитать главный вопрос задачи и записать на него ответ.

Также при решении задач на смеси и сплавы необходимо знать следующие допущения:

– все рассматриваемые смеси (растворы, сплавы) однородны;

– не делается различия между литром как единицей ёмкости и литром как единицей массы;

– отсутствуют химические и другие реакции между компонентами раствора.

Формирование умений обучающихся

Задача №1. В каких пропорциях нужно смешать раствор 50 % и 70 % кислоты, чтобы получить раствор 65 % кислоты [15]?

Решение:

Анализ текста задачи

В данной задаче говорится о двух растворах и одной смеси, полученной из двух данных растворов. Также из условия задачи нам известна концентрация каждого раствора. Для дальнейшего удобства нахождения неизвестных величин, составим Таблицу 16.

Таблица 16 – Исходная таблица задачи 1

	Концентрация	Масса раствора (г)	Масса кислоты (г)
1 раствор			
2 раствор			
Смесь			

Составление плана решения

В столбце «Концентрация» мы заполняем данные из условия задачи т.е. концентрацию каждого раствора и смеси.

В столбце «Масса раствора» мы указываем массу каждого раствора. Предположим, что первого раствора нужно взять x г, а второго y г.

Считаем, что при смешении нет потерь массы, то есть масса смеси равна сумме масс смешиваемых растворов. Тогда масса смеси будет (x + y) г.

Заполняя последний столбец, находим количество чистой кислоты в первом растворе. Это 0,5x г, во втором растворе 0,7y г, а в смеси будет 0,65(x + y) г кислоты.

После заполнения, таблица имеет следующий вид как в Таблице 17.

Таблица 17 – Итоговая таблица задачи 1

	Концентрация, %	Масса раствора (г)	Масса кислоты (г)
1 раствор	50	x	0,5x
2 раствор	70	y	0,7y
Смесь	65	x+y	0,65 · (x+y)

Проанализировав данные в таблице, получаем уравнение:

$$0{,}65(x+y) = 0{,}5x + 0{,}7y$$

Реализация плана решения

$$0{,}65(x+y) = 0{,}5x + 0{,}7y$$

$$65x - 50x = 70y - 65y$$

$$15x = 5y$$

$$3x = y$$

$$x : y = 1 : 3$$

Анализ и проверка результата

Таким образом нужно взять одну часть раствора 50 % кислоты и три части раствора 70 % кислоты, чтобы получить раствор 65 % кислоты.

Ответ: 50 % раствора кислоты – 1 часть, 70 % раствора кислоты – 3 части.

Задача № 2. Газ в сосуде А содержал 21 % кислорода, а газ в сосуде В содержал 5 % кислорода. Масса газа в сосуде А была больше массы газа в сосуде В на 300 г. Когда перегородку между сосудами убрали, газы перемешались, и получился третий газ, который содержит 14,6 % кислорода. Найти массу третьего газа [15].

Решение:

Анализ текста задачи

Основными объектами этой задачи являются газ в сосуде А, газ в сосуде В и газ, образованный смешением газа А и газа В. Также, исходя из условия задачи и главного вопроса, заметим, что возможно посчитать общую массу вещества и массу кислорода в газе. Возьмем эти объекты в качестве заголовков строк и столбцов вспомогательной Таблицы 18.

Таблица 18 – Исходная таблица задачи 2

	Общая масса	Масса кислорода в газе
Газ А		
Газ В		
Газ 3		

Составление плана решения

Составляем таблицу. Заполняя второй столбец, за неизвестное x – обозначим массу газа в сосуде В. Тогда общая масса в сосуде А – (x+300), а смешанного газа – (x+(x+300)). В третьем столбце получаем следующее: масса кислорода в газе В – x · 0,05, в газе А – (x+300) · 0,21 и соответственно в газе 3 – $(x+300)\cdot 0{,}21 + x \cdot 0{,}05$. Получается итоговая Таблица 19.

Таблица 19 – Итоговая таблица задачи 2

	Общая масса	Масса кислорода в газе
Газ А	x+300	(x+300) · 0,21
Газ В	x	x · 0,05
Газ 3	x+(x+300)	(x+300) · 0,21 + x · 0,05

Проанализировав данные в таблице, составляем уравнение. Известно, что третий газ имеет содержание кислорода 14,6%, соответственно мы можем приравнять массу чистого вещества газа 3 к 0,146 · (x + (x +300)). Получим уравнение:

$$(x+300)\cdot 0{,}21 + x \cdot 0{,}05 = 0{,}146(x + (x+300))$$

Реализация плана решения

$$(x+300)\cdot 0{,}21 + x \cdot 0{,}05 = 0{,}146(x + (x+300))$$

$$0{,}21x + 63 + 0{,}05x = 0{,}292x + 43{,}8$$

$$0{,}032x = 19{,}2$$

$$x = 600$$

Возвращаемся к условиям задачи и замечаем, что нам необходимо было найти массу третьего газа. Подставляем найденное значение x в уравнение общей массы газа 3 из таблицы и получаем:

$$600 + 600 + 300 = 1500$$

Анализ и проверка результата

Таким образом, масса газа, образованного смешением газа А и газа В составляет 1500 грамм. Это то, что необходимо было найти.

Ответ: 1500

Задача № 3. Имеются два сплава меди со свинцом. Один сплав содержит 15 % меди, а другой 65 %. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получилось 200 г сплава, содержащего 30 % меди [27]?

Решение:

Анализ текста задачи

В данной задаче основными объектами являются три сплава. Исходя из условия задачи и главного вопроса, заметим, что возможно посчитать общую массу сплавов и массу меди в каждом из сплавов. Составим вспомогательную Таблицу 20.

Таблица 20 – Исходная таблица задачи 3

	Общая масса	Масса меди в сплаве
Сплав 1		
Сплав 2		
Сплав 3		

Составление плана решения

Составим таблицу. Заполняя второй столбец, обозначим за x – массу первого сплава, за y – массу второго сплава. Тогда масса третьего сплава – (x+y). Исходя из условия задача, в третьем столбце получаем следующее: масса меди первого сплава – 0,15x, масса меди второго сплава – 0,65y, и, соответственно, в третьем сплаве – (0,15x + 0,65y). Полученные данные вносим в Таблицу 21.

Таблица 21 – Итоговая таблица задачи 3

	Общая масса	Масса меди в сплаве
Сплав 1	x	0,15x
Сплав 2	y	0,65y
Сплав 3	x+y	0,15x + 0,65y

Из условия задачи известно, что масса третьего сплава – 200 грамм, значит:

$$x + y = 200$$

Содержание меди в третьем сплаве по условиям задачи равно 30 %, т.е. масса меди в сплаве равна 0,3(x + y). Следовательно, берем массу чистого вещества из таблицы и приравниваем:

$$0{,}15x + 0{,}65y = 0{,}3(x + y)$$

Два полученных уравнения, объединяем в систему уравнений.

Реализация плана решения

$$\begin{cases} x + y = 200 \\ 0{,}15x + 0{,}65y = 0{,}3(x + y) \end{cases}$$

$$x = 200 - y$$

$$0{,}15(200 - y) + 0{,}65y = 0{,}3 \cdot 200$$

$$30 - 0{,}15y + 0{,}65y = 60$$

$$0{,}5y = 30$$

$$y = 60$$

$$x = 140$$

Анализ и проверка результата

Возвращаемся к условиям задачи. Необходимо было найти массу первого и второго сплава. Масса первого сплава – 140 г, масса второго сплава – 60 г.

Ответ: 140, 60

Задача №4. Бронза является сплавом меди и олова (в разных пропорциях). Кусок бронзы, содержащий $\frac{1}{12}$ часть олова, сплавляется с другим куском, содержащим $\frac{1}{10}$ часть олова. Полученный сплав содержит $\frac{1}{11}$ часть олова. Найдите вес второго куска, если вес первого равен 84 кг [15].

Решение:

Анализ текста задачи

В данной задаче основными объектами являются три сплава бронзы из меди и олова. Исходя из условия задачи и главного вопроса, заметим, что возможно посчитать общую массу каждого куска бронзы и массу олова в каждом из кусков. Составим вспомогательную Таблицу 22.

Таблица 22 – Исходная таблица задачи 4

	Общая масса	Масса олова в куске
Сплав 1		
Сплав 2		
Сплав 3		

Составление плана решения

Составим Таблицу 23. Во втором столбце за х обозначим массу второго куска, как раз то, что необходимо найти. Из условия задачи известна масса первого куска – 84 кг, и соответственно масса третьего куска – (84+х).

По условию задачи заполним третий столбец. В первом куске масса олова составляет $\frac{1}{12}$ от общей массы, значит она равна $\frac{1}{12} \cdot 84$. Во втором куске $\frac{1}{10} \cdot x$, а в третьем куске сумма в первом и втором сплаве.

Таблица 23 – Итоговая таблица задачи 4

	Общая масса	Масса олова в куске
Сплав 1	84	$\frac{1}{12} \cdot 84$
Сплав 2	x	$\frac{1}{10} \cdot x$

Сплав 3	84+x	$\frac{1}{10}\cdot x+\frac{1}{12}\cdot 84$

Составим уравнение. По условию задачи сплав 3 содержит $\frac{1}{11}$ часть олова, тогда масса чистого вещества равна $\frac{1}{11}\cdot(84+x)$. Таким образом, можно составить следующее уравнение:

$$\frac{1}{12}\cdot 84+\frac{1}{10}\cdot x=\frac{1}{11}\cdot(84+x)$$

Реализация плана решения

$$\frac{1}{12}\cdot 84+\frac{1}{10}\cdot x=\frac{1}{11}\cdot(84+x)$$

$$7+\frac{x}{10}=\frac{84}{11}+\frac{x}{11}$$

$$\frac{x}{10}-\frac{x}{11}=\frac{7}{11}$$

$$\frac{x}{110}=\frac{7}{11}$$

$$11x=770$$

$$x=70$$

Анализ и проверка результата

Возвращаемся к условию задачи. Нужно было найти вес второго куска. Вес второго куска равен 70 кг.

Ответ: 70

Рассмотрим старинный способ решения задач на сплавы и смеси. Как правило, этот способ достаточно прост и приводит к верному результату.

Задача №1. В каких пропорциях нужно смешать раствор 50 % и 70 % кислоты, чтобы получить раствор 65 % кислоты?

Друг под другом пишутся содержания кислот имеющихся растворов, слева от них и примерно посередине – содержание кислот в растворе,

50

65

70

который должен получиться после смешивания. Соединив написанные числа линиями, получим такую схему, представленную на рисунке 4:

Рисунок 4 – Схема 1

Теперь рассмотрим пары 65 и 50, 65 и 70. Для каждой пары из большего числа вычитаем меньшее, результат записываем в схему диагонально и соединяем линией, схема принимает вид, представленный

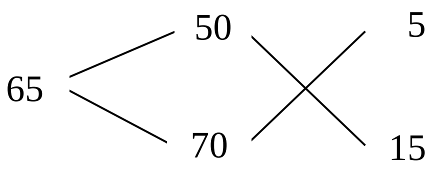

Рисунок 5 – Схема 2

на рисунке 5:

Анализируем полученную схему. Получается, что 50% раствора следует взять 5 частей, а 70% раствора взять 15 частей. Получаем следующие пропорции: 5 к 15, или 1 к 3.

Таким образом, замечаем, что, решая задачу двумя разными способами мы получили одинаковый верный ответ. Но старинный способ решения занимает значительно меньше времени.

Закрепление материала

Самостоятельно решить задачу любым из способов.

Задача №5. Смешали 30%-й раствор соляной кислоты с 10%-ым раствором и получили 600 г 15%-го раствора. Сколько граммов каждого раствора необходимо взять?

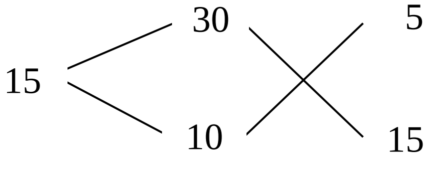

Рисунок 6 – Схема 3

Пример решения задачи старинным способом подставлен на рисунке 6:

Из схемы делаем вывод, что 30% раствора берем 5 частей, а 10% раствора 15 частей.

1) 5+15 = 20 – всего частей
2) 600 : 20 = 30 (г) – приходится на одну часть
3) $5 \cdot 30 = 150$ (г) – 30% раствора
4) $15 \cdot 30 = 450$ (г) – 10% раствора

Ответ: 150, 450

Рефлексия и подведение итогов урока:

– посмотрите на содержание всех решенных сегодня задач. Что их объединяет?

– посмотрите на эти задачи с точки зрения математики. Что их объединяет?

Подведем итог: что нового вы узнали на уроке? Можете ли вы решать задачи на растворы?

Результаты освоения курса по выбору

Для оценки результатов изученного курса, разработана итоговая контрольная работа и представлена в Таблице 24.

Таблица 24 – Итоговая контрольная работа

Вариант 1	Вариант 2
Сколько нужно взять 10% и 30% растворов марганцовки, чтобы получить 200 г 16% раствора марганцовки?	Кусок сплава меди и цинка массой 36 кг содержит 45% меди. Какую массу меди нужно добавить к этому куску, чтобы полученный новый сплав содержал 60% меди?
На соревнованиях по кольцевой трассе один лыжник проходит круг на 3 минуты быстрее другого и через час обогнал ровно на круг. За сколько минут каждый лыжник проходил круг?	На соревнованиях по кольцевой трассе один лыжник проходил круг на 2 минуты быстрее другого и через час обогнал его ровно на круг. За сколько минут каждый лыжник проходил круг?
Спортсмен проплыл на байдарке против течения некоторое расстояние. Затем час отдохнул и вернулся обратно. Все путешествие заняло 4,5 часа. Определите, на сколько км от исходной точки удалился спортсмен, если скорость течения реки составляет 3 км/ч, а собственная скорость байдарки составляет 7 км/ч.	На путь по течению реки катер потратил 1 час и проплыл 15 км. На обратный путь катер затратил 90 минут. Найдите собственную скорость катера и скорость течения реки (в км/ч).
Две машинистки, работая вместе, могут	Два оператора, работая вместе, могут

напечатать 22 страницы текста за 1 ч. Чтобы напечатать 120 страниц текста, первая машинистка потратит 2 ч больше, чем вторая. За сколько часов первая машинистка сможет напечатать 300 страниц?	набрать 40 страниц текста за 1 час. Работая отдельно, первый оператор на набор 90 страниц этого текста тратит на 5 часов больше, чем второй оператор на набор 25 страниц. За сколько часов второй оператор сможет набрать 275 страниц этого текста?

2.4 Программно-методическая поддержка курса по выбору

В настоящее время образование находится в условиях бурного развития информационных технологий, с помощью которых реализуется дистанционное обучение, онлайн-репетиторство, онлайн-курсы и многое другое. При таком активном развитии информационных технологий все сложнее становится вовлечь учеников в образовательный процесс с помощью традиционных средств обучения.

Поэтому возникла необходимость разработать сайт в качестве электронного образовательного ресурса позволяющего освоить данный курс. С помощью сайта возможно получать информацию вне зависимости от местонахождения обучающегося, в любое удобное время. Также обучающееся получат возможность самостоятельно осваивать курс, что позволит сделать процесс обучения более осмысленным.

Сайт «Учись решать» разработан на платформе WordPress – это конструктор сайтов и бесплатный хостинг, с открытым исходным кодом. С помощью различных встраиваемых плагинов на сайте организовано взаимодействие между преподавателем и учениками, необходимое для организации дистанционного обучения.

На главной странице сайта представлена краткая информация об используемом образовательном ресурсе. Также на главной странице расположен календарь и выделены события, которые назначены на конкретны день. На главной странице присутствует кнопка «версия для слабовидящих». На форме главного меню расположены вкладки: «уроки», «видео-ресурсы», «образовательные ресурсы», «материалы для учителя» и «контакты».

Пример главной страинцы представлен на рисунке 7.

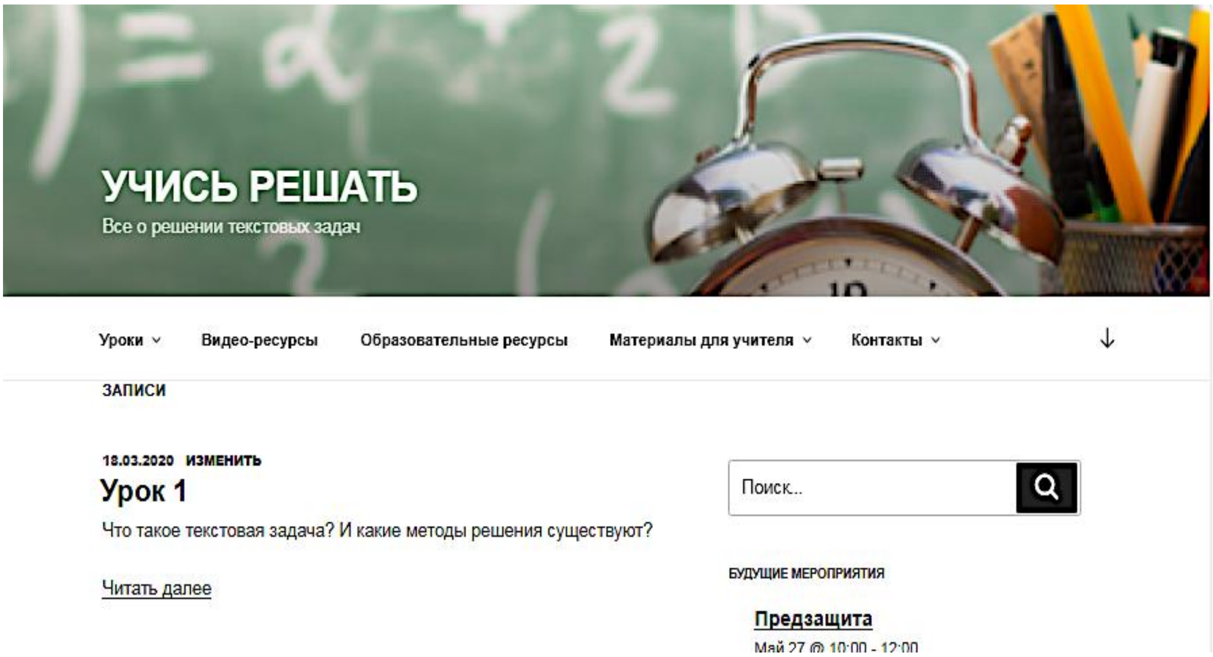

Рисунок 7 – Главная страница сайта

Все уроки, представленные на сайте, соответствуют учебно-методическому планированию курса по выбору. Содержат теоретический материал, задачи, а также различные тесты с возможность моментальной проверки.

Вводное и итоговое тестирование разработано в двух вариантах с возможностью проверки и выставления оценки учителем.

Также на сайте подобраны видео-уроки по изучаемым темам, доступ к которым представлен в главном меню и в каждом уроке.

В разделе «образовательные ресурсы» находятся интерактивные задания, в соответствие с темами уроков. Задания разработаны на платформе LearningApps – приложение для поддержки обучения и процесса преподавания с помощью интерактивных модулей.

Календарно-тематическое планирование и технологические карты уроков находятся в разделе «материалы для учителя».

Таким образом, созданный электронный ресурс позволяет обучающимся осваивать новый материал самостоятельно, закреплять навыки и умения по теме, а также дает возможность осуществлять контроль полученных знаний.

2.5 Апробация разработанного курса по выбору

Апробация курса по выбору «Текстовые задачи» проводилась на базе МОУ ООШ №3 г. Юрюзани в 9 «А» классе во время производственной практики.

Было проведено занятие-лекция по теме «Решение задач на смеси и сплавы». Из-за ограниченного временного ресурса для проведения очных уроков, другие занятия были проведены с использованием сайта, а именно, проведено вводное тестирование, проведен урок-практикум по теме «Решение задач на смеси и сплавы» с проверочным тестированием по данной теме.

Успешной апробации курса способствовала правильная мотивация, цели и задачи изучения темы. Форма организации курса была незнакома и нова для учеников, что способствовало заинтересованности и вовлеченности обучающихся в образовательный процесс. В данной образовательной организации это был первый опыт организации дистанционного обучения.

Выводы по главе 2

Во второй главе мы описали методические особенности изучения темы «Текстовые задачи» в курсе основной школы.

Проведя анализ учебников математики курса основной школы, можно сделать вывод о том, что на изучение данной темы не во всех учебниках выделено достаточное количество часов и в 8-ом и 9-ом классах заданий на решение текстовых задач недостаточно, поэтому многие обучающиеся испытывают трудности в их решении при сдаче ОГЭ.

Таким образом, возникает необходимость в углубленном изучении данной темы, что возможно реализовать на курсах по выбору.

Перед разработкой курса мы изучили мы изучили методические приемы решения текстовых задач на разного вида движение, задачи на работу, задачи на смеси и сплавы, задачи на процентный прирост.

В третьем параграфе мы описали разработанный нами курс по выбору «Решение текстовых задач» ориентированный на обучающихся 9 класса, который повысит уровень математической подготовки обучающихся, сформирует полное представление о решении текстовых задач.

В качестве программно-методической поддержки курса был разработан сайт «Учись решать» с теоретическими материалами, видео-урокам, контрольно-измерительными материалами по данной теме. Что позволило организовать дистанционную апробацию курса по выбору.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной выпускной квалификационной работе описаны теоретические основы изучения темы «Текстовые задачи» и методические особенности изучения данной темы.

Изучаемая тема, на наш взгляд, является важной так как по статистическим данным анализа ОГЭ 2019 года процент правильных ответов при решении задания №22 (текстовая задача) составил всего 7,5%.

Основными причинами такой ситуации являются:

– несформированность умения понимать и анализировать текст задачи;

– неумение обучающихся строить простейшие математические модели по тексту задачи;

– незнание основных методов решения задач.

Поэтому методические особенности изучения данной темы всегда волновали учителей, методистов и обучающихся.

Для достижения цели выпускной квалификационной работы нами были решены поставленные задачи.

Решая первую задачу, мы проанализировали различные подходы к определению понятия текстовой задачи, а также рассмотрели ее структуру.

Решая вторую задачу, рассмотрели различные виды текстовых задач и описали алгоритм их решения, который состоит из следующих этапов.

Этап 1. Анализ текста задачи.

Этап 2. Поиск решения задачи.

Этап 3. Реализация плана решения.

Этап 4. Проверка решения задачи. Запись ответа.

Решая третью задачу, нами был выполнен анализ учебников математики курса основной школы, и сделан вывод о том, что на изучение данной темы не во всех учебниках выделено достаточное количество часов. Поэтому, изучив различные методические приемы решения текстовых задач, мы разработали курс по выбору. Данный курс помогает систематизировать и углубить знания обучающихся по решению текстовых задач, полученные на уроках математики. Таким образом нами были решены четвертая и пятая задачи.

Решая шестую задачу, нами был разработан сайт «Учись решать» в качестве программно-методической поддержки курса по выбору. На сайте организовано взаимодействие между преподавателем и учениками, что позволило организовать дистанционную апробацию разработанного курса.

Исходя из вышесказанного можно сделать вывод о том, что мы описали приемы и методы изучения текстовых задач. Разработали курс по выбору с программно-методической поддержкой для обучения решению текстовых задач в курсе основной школы. Таким образом, цель выпускной квалификационной работы достигнута.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Богомолов Н. В. Сборник задач по математике : учебное пособие для вузов / Н. В. Богомолов. – Москва : Дрофа, 2016. – 204 с.
2. Бунимович Е. А. Математика. Арифметика. Геометрия. 5 класс : учеб. для общеобразоват. организаций с прил. на электрон. носителе / Е. А. Бунимович, Г. В. Дорофеев, С. Б. Суворова и др. – Москва : Просвещение, 2014. – 223 с.
3. Бунимович Е. А. Математика. Арифметика. Геометрия. 6 класс: учеб. для общеобразоват. организаций с прил. на электрон. носителе / Е. А. Бунимович, Л.В. Кузнецова, С.С. Минаева и др. – Москва : Просвещение, 2014. – 240 с.
4. Воистинова Г. Х. О способах решения текстовых задач / Г. Х. Воистинова, Г. Р. Исхакова // Научно-практический электронный журнал «Аллея науки». – 2018. – №1(17). – С.826-828.
5. Горев П. М. Математика. Курс подготовки к ЕГЭ. Средний уровень сложности : учебное пособие / О. М. Воловицкая, П. М. Горев. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2017. – 133 с.
6. Далингер В. А. Методика обучения математике. Традиционные сюжетно-текстовые задачи : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. А. Далингер. – Москва : Юрайт, 2020. – 174 с.
7. Дорофеев Г. В. Алгебра. 7 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / Г. В. Дорофеев, С. Б. Суворова, Е. А. Бунимович и др. – Москва : Просвещение, 2014. – 287 с.
8. Дорофеев Г. В. Алгебра. 8 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / Г. В. Дорофеев, С. Б. Суворова, Е. А. Бунимович и др. – Москва : Просвещение, 2016. – 320 с.

9. Дорофеев Г. В. Алгебра. 9 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / Г. В. Дорофеев, С. Б. Суворова, Е. А. Бунимович и др. – Москва : Просвещение, 2010. – 304 с.

10. Дорофеев Г. В. Математика. 5 класс. Часть 1 / Г. В. Дорофеев, Л. Г. Петерсон. – Москва : Ювента, 2011. – 176 с.

11. Дорофеев Г. В. Математика. 5 класс. Часть 2 / Г. В. Дорофеев, Л. Г. Петерсон. – Москва : Ювента, 2011. – 240 с.

12. Дорофеев Г. В. Математика. 6 класс. Часть 1 / Г. В. Дорофеев, Л. Г. Петерсон. – М.: Ювента, 2010. – 112 с.

13. Дорофеев Г. В. Математика. 6 класс. Часть 2 / Г. В. Дорофеев, Л. Г. Петерсон. – Москва : Ювента, 2010. – 128 с.

14. Дорофеев Г. В. Математика. 6 класс. Часть 3 / Г. В. Дорофеев, Л. Г. Петерсон. – Москва : Ювента, 2010. – 176 с.

15. Егерев В. К. Сборник задач по математике с решениями: 8-11 классы / В. К. Егерев. – Москва : Мир и Образование, 2016. – 624 с.

16. Золотарева Н. Д. Математика. Полный курс для девятиклассников с решениями и указаниями: учебно-методическое пособие / Н. Д. Золотарева, Н. Л. Семендяева, М. В. Федотов. – Москва : Лаборатория знаний, 2017. – 704 с.

17. Колягин Ю. М. Задачи в обучении математике / Ю. М. Колягин. – Москва : Просвещение, 1997.

18. Макарычев Ю. Н. Алгебра. 7 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков и др. – Москва: Просвещение, 2013. – 256 с.

19. Макарычев Ю. Н. Алгебра. 8 класс : учеб. для общеобразоват. организаций с прил. на электрон. носителе / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков и др. – Москва : Просвещение, 2013. – 287 с.

20. Макарычев Ю. Н. Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков и др. – Москва: Просвещение, 2014. – 271 с.

21. Мерзляк А. Г. Алгебра. 7 класс : учеб. для учащихся общеобразоват. организаций / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. – Москва : Вентана-Граф, 2015. – 272с.

22. Мерзляк А. Г. Алгебра. 8 класс : учеб. для учащихся общеобразоват. организаций / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. – Москва : Вентана-Граф, 2013. – 256с.

23. Мерзляк А. Г. Алгебра. 9 класс : учеб. для учащихся общеобразоват. организаций / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. – Москва : Вентана-Граф, 2014. – 304 с.

24. Мерзляк А. Г. Математика. 5 класс : учеб. для учащихся общеобразоват. организаций / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. – Москва : Вентана-Граф, 2014. – 304 с.

25. Мерзляк А. Г. Математика. 6 класс : учеб. для учащихся общеобразоват. организаций / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. – Москва : Вентана-Граф, 2014. – 304 с.

26. Примерная основная образовательная программа среднего общего образования. – URL: http://www.lbz.ru/metodist/docs/pso16.pdf (дата обращения: 20.05.2020)

27. Рязановский А. Р. Математика. 9 класс. Сборник экзаменационных тестов / А. Р Рязановский, Д. Г Мухин. – Москва : Экзамен, 2017. – 96 с.

28. Темербекова А. А. Методика обучения математике: учебное пособие для сутдентов высших учебных заведений / А. А. Темербекова, И. В. Чугунова, Г. А. Байгонакова. – Горно-Алтайск: РИО ГАГУ, 2013. – 365с.

29. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования (ФГОС ООО). – URL: http://www.ug.ru//new_standards/4 (дата обращения: 20.05.2020)

30. Чилингарян А. В. Преодоление трудностей в решении текстовых задач на проценты, смеси и сплавы / А. В. Чилингарян //

Актуальные проблемы современного образования. – 2017. – №1 (22). – С.116–122.

31. Шестакова Л. Г. Методика обучения школьников работать с математической задачей: учебное-пособие для студентов / Л. Г. Шестакова. – Соликамск: СГПУ, 2018. – 106 с.