МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ, ИНФОРМАТИКИ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Методика проведения курса по выбору «Решение уравнений и неравенств графическим способом» для обучающихся социально-экономического профиля обучения

Выпускная квалификационная работа по направлению

44.03.01 Педагогическое образование (с одним профилем подготовки)

Направленность программы бакалавриата

«Математика»

Форма обучения заочная

Проверка на объем заимствований:
82,86 % авторского текста
Работа рекомендована к защите
«2» июля 2021 г.
и. о. зав. кафедрой математики и МОМ
_________ Шумакова Е.О.

Выполнила:
Студентка группы ЗФ-513-087-5-1
Киселёва Алена Амазаровна
Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры математики и МОМ
Вагина Мария Юрьевна

Челябинск

2021

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ, ИНФОРМАТИКИ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Методика проведения курса по выбору «Решение уравнений и неравенств графическим способом» для обучающихся социально-экономического профиля обучения

Выпускная квалификационная работа по направлению

44.03.01 Педагогическое образование (с одним профилем подготовки)

Направленность программы бакалавриата

«Математика»

Форма обучения заочная

Проверка на объем заимствований:
82,86 % авторского текста
Работа рекомендована к защите
«___» ___________ 2021 г.
и. о. зав. кафедрой математики и МОМ
________________ Шумакова Е.О.

Выполнила:
Студентка группы ЗФ-513-087-5-1
Киселёва Алена Амазаровна

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры математики и МОМ
Вагина Мария Юрьевна

Челябинск

2021

Содержание

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в России происходят глобальные изменения в различных сферах деятельности. Конечно, инновации коснулись и области образования. Они предназначены для улучшения усвоения основной школьной программы обучающимися и развитию их интереса в любой сфере деятельности.

Курсы по выбору очень актуальны для выпускников. Контрольно-измерительные материалы (далее – КИМы) имеют свою специфику в формулировке и содержании заданий и требуют от обучающихся определенных технологий выполнения этих заданий. Курсы позволяют эффективно подготовить выпускника к Единому государственному экзамену (далее – ЕГЭ). Как правило, курсы составлены с учетом периодических изменений в КИМах ЕГЭ. Кроме того, курсы по выбору расширяют и систематизируют теоретические сведения, полученные учащимися, закрепляют практические умения и навыки, позволяют восполнить пробелы в знаниях.

Учитывая и анализируя все темы школьной программы, можно сделать вывод, что одним из главных предметов изучения математики являются темы, связанные с решением уравнений и неравенств, так как они занимают значительное место в школьной программе.

Возможность решения уравнений и неравенств различных типов и сложности показывает высокий уровень способности решать математические задачи. Графический метод решения уравнений и неравенств способен решить эти задачи. Это одна из основных тем старшей школы. Этот раздел является частью основного курса алгебры и начал анализа в 10-11 классах. В профильных классах графический метод изучается более подробно.

Объект исследования: процесс обучения математике в старшей школе.

Предмет исследования: Методика обучения решению уравнений и неравенств графическим способом.

Целью выпускной квалификационной работы является изучение методики обучения решению уравнений, неравенств и их систем графическим способом для обучающихся социально-экономического профиля обучения, а также содержательное представление курса «Решение уравнений и неравенств графическим способом» для обучающихся социально-экономического профиля обучения.

Для достижения цели исследования необходимо решить следующие задачи:

1. Изучить теоретические основы разработки содержания внеурочной деятельности для обучающихся средней школы.

2. Проанализировать психологические особенности обучающихся 10-11 классов.

3. Изучить и проанализировать учебники и учебно-методическую литературу на предмет наличия теоретического и практического материала по решению уравнений, неравенств и их систем графическим способом.

4. Разработать программу и содержание курса внеурочной деятельности «Методика обучения решению уравнений и неравенств графическим способом» для обучающихся социально-экономического профиля обучения.

5. Апробировать результаты исследования в практической деятельности.

Опираясь на цели исследования, была выдвинута гипотеза: реализация курса по выбору «Решение уравнений и неравенств графическим способом» будет способствовать эффективной подготовке обучающихся социально-экономического профиля обучения в соответствии с их профессиональными интересами и намерениями в отношении продолжения образования.

Работа содержит введение, первую главу, состоящую из трех параграфов, вторую главу, состоящую из шести параграфов, заключение, список использованной литературы и приложения.

ГЛАВА 1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОФИЛЬНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ

1.1 Этапы развития профильного обучения

В настоящее время остро ставится вопрос об улучшении старшей ступени общего образования. Улучшения касаются вопросы индивидуализированности, функциональности и эффективности образования согласно «Концепции модернизации российского образования на период до 2010 года», которая ставит задачу организации такой системы специализированной подготовки, опирающуюся на индивидуальные и социологические аспекты получения образования, а также предусматривающие спрос рынка труда. Для решения данной проблемы ставится необходимость создания профильных групп в старших классах, иногда путем интеграции с учреждением среднего и высшего профессионального образования.

Переход к профильному обучению преследует следующие цели:

– обеспечить углубленное изучение отдельных общеобразовательных предметов, например, физико-математической направленности;

– реализовать условия для интеграции и разделения обучения, на основе особенностей каждого учащегося, его навыков и склонностей предложить необходимую базу обучения или предоставить выбор согласно его желания;

– устранить недостатки в вопросах социализации учеников;

– осуществить преемственность образования, согласовать уровни подготовки учеников согласно вузовским требованиям.

В новой системе школьного образования выделяют следующие этапы:

– пропедевтический;

– предпрофильный;

– профильный [3].

До настоящего времени существовала проблема с профильной ориентацией, не обладавшей строгим структурированным характером. Опираясь на социальный фактор, каждый ученик выбирал профильную ориентацию согласно требованиям родителей. Таким образом, отсутствовала профильная ориентация, существовала лишь социальная.

Особое внимание до настоящего времени уделялось социальному вопросу недостатка квалифицированной рабочей силы, острая потребность в специалистах высшей категории.

В западных странах (США, Англии, Германии и Франции) в начале прошлого столетия были организованы молодежные бюро и частные агентства, занимающиеся переподготовкой кадров, кабинеты профориентации.

Однако с первых же дней профориентация на Западе носила ярко выраженный классовый характер. Выбор профессии был ограничен социальным неравенством.

В настоящее время кабинеты профориентации при высших учебных заведениях как и частные агентства сохранились в США.

В Великобритании основной организацией по профориентационной работе молодежи является Служба занятости молодежи, занимающаяся проработкой вопросов профориентации школьников. В стране действуют организации частного и государственного сектора. Педагоги и учителя опираются на специализированные источники литературы по профориентации, о профессиональной подготовке, которые они используют для ознакомления школьников и их родителей с профессиями, проводят ежегодные встречи, беседы и экскурсии.

Во Франции за профориентацию отвечает Министерство национального образования. Практика по получению профориентационных сведений и подготовке осуществляется преподавателями и педагогами школ под руководством советников.

В период наблюдения производится сбор информации о способностях и профориентации ученика. После V класса учащиеся осуществляют выбор совместно с педагогами направления профориентации. Весь процесс профориентации разделяется на 3 части: введение в профориентацию учеников и родителей, подготовка к решению вопроса профориентации учеников, распределением учеников по учебным заведениям.

Основным направлением воспитательной концепции профориентации является оформившийся выбор молодого человека, которым осуществляется согласно способностям и информации о потребностях общества.

В Германии развитие профориентации шло по линии государственной службы, во взаимодействии с которой школа играла подчиненную роль. Федеральное ведомство по труду держит под контролем конъюнктуру, складывающуюся на рынке труда, и выдает рекомендации школам о направлениях профориентационной деятельности в тот или иной период.

Профессиональная пропаганда осуществляется с помощью красочных буклетов, бесплатно распространяемых в школах этим ведомством и фирмами, а также с помощью циклов радио- и телепередач для родителей и учащихся [8].

В стране функционирует широкая сеть служб профессиональной консультации. Профконсультациями разрабатываются многочисленные методики психофизиологических характеристик учащихся с целью определения их профессиональных возможностей. Что же касается развития и профессионального воспитания, то эти сферы деятельности весьма редко попадают во внимание западногерманских педагогов.

Профориентация в рамках общеобразовательной школы осуществляется с помощью цикла прикладных учебных дисциплин под общим названием «Введение в мир труда и экономики».

Опыт обучения, дифференцированного по предпрофессиональной подготовке, имеется и в России. Еще в 1864 году было введено разделение на «классическое» (открывающее путь для поступления в университет) и «реальное» (прикладное) образование [10].

Зарождение государственной службы управления профориентацией молодежи в нашей стране началось в двадцатые годы.

Системы управления профориентацией в нашей стране можно условно разделить на четыре основных этапа:

1. Начало 20-х – конец 30-х годов - зарождение и становление, поиски форм методов профориентационной работы, осмысление накопленного экспериментального и практического материала.

2. Конец 30-х – конец 50-х - «эпизодическое» функционирование, незначительное участие ученых и специалистов в профориентационном процессе.

3. Начало 60-х – начало 80-х - активный поиск в решении задач профориентации.

4. С 1984 года по настоящее время – теоретическое и организационно-методическое обеспечение развития государственной службы профориентации.

Первый этап. Уже с первых лет существования Советского государства большое внимание уделялось изучению вопросов профориентации, профотбора и профконсультации, в разработке которых принимали участие органы просвещения, здравоохранения и народного комиссариата труда, производившего учет и распределение рабочей силы.

Трудовое воспитание и обучение рассматривались в эти годы как важнейшая составная часть подготовки подрастающих поколений к производственной деятельности.

В 1933 году была открыта лаборатория промышленной психотехники Наркомата труда, основной целью которой было изучение профессий с позиции психологии и создание профессиограмм.

В 1927 году в качестве опытно-показательного научно-практического учреждения при Психолого-педагогическом отделении Института им. А.И. Герцена была создана психолого-педагогическая амбулатория, одной из задач которой было проведение психотехнического обследования выпускников школ и их профконсультация.

Спустя два года в стране уже была создана целая сеть бюро, кабинетов и лабораторий профконсультации [13].

Схематично данная структура может быть представлена следующим образом: первое звено – отраслевые профконсультационные кабинеты или бюро при отделах Наркомтруда РСФСР и ряда союзных республик; второе звено – психотехнические лаборатории при научно-исследовательских институтах и учебных заведениях; третье звено – бюро профконсультации, создаваемые непосредственно на производстве: заводах, учреждениях, фабриках и т.д.

Работу этих звеньев объединял и направлял Межведомственный совет при Народном комиссариате труда.

Но следует отметить, что из этой системы выпадало главное ее звено – общеобразовательная школа, в которой и должен был осуществляться процесс профессионального становления личности [8].

В начале 30-х годов в стране подверглись серьезной критике буржуазные концепции в области психотехники; высказывались предположения о необходимости выделения профориентации как самостоятельного направления профконсультационной работы и проведения ее на базе общеобразовательных школ.

Второй этап (конец 30-х – конец 50-х годов) Массовой систематической профориентационной работы не проводилось, её вели лишь педагоги-энтузиасты. В этот период, естественно, прекратилась деятельность по организации единой государственной службы профориентации.

Третий этап. После продолжительного периода застоя в конце 50-х – начале 60-х годов наблюдается оживление профориентационной работы в стране. Это было связано, главным образом, с перестройкой системы народного образования в связи с укреплением связи школы с жизнью, выдвинувшей перед педагогическими коллективами ряд новых и сложных задач по подготовке школьников к выбору профессии.

В этот период, завершающийся в начале 80-х годов, опубликовано значительное количество работ, где делается попытка определить:

а) исходные теоретические позиции советской системы профориентации;

б) организационную структуру этой системы в масштабе страны.

Средняя общеобразовательная школа стала сочетать общее и политехническое обучение с профессиональным, вооружившим школьников навыками и умениями определенной профессии (специальности).

Проводилась и специально организованная работа по профориентации: на уроках большое время заняли лабораторные и практические занятия, глубже стала связь теоретических знаний с практикой.

Опыт передовых школ городов, областей, краев и республик способствовал тому, что в стране постепенно стала складываться система управления профориентацией и трудоустройством. Разработкой научных проблем профориентации в 50-60-е годы занимался и Всесоюзный НИИ профессионально-технического образования. Сотрудники отдела психологии труда создали методику сбора, отработки, хранения и оперативного поиска профессиографической информации; ими были составлены краткие профессиограммы, методические рекомендации, призванные помочь педагогам в профориентации молодежи.

Практическое решение актуальных задач профориентации свидетельствует о том, что в СССР к началу 80-х годов сложились основные контуры государственной службы профориентации. Подтверждением этого служит создание почти во всех странах учебно-методических кабинетов, которые ведут пропаганду профессий; групповые и индивидуальные консультации учащихся и их родителей, оказывают методическую помощь учителям-предметникам. Работу по профориентации в школе координирует школьный совет (возглавляемый директором), который подчиняется районному совету. В межшкольных учебно-производственных кабинетах, ПТУ, многих промышленных предприятиях и организациях также имеются кабинеты профориентации [9].

В конце 80-х – начале 90-х годов в стране появились новые виды общеобразовательных учреждений (лицеи, гимназии), ориентированные на углубленное обучение школьников по избираемой ими образовательным областям с целью дальнейшего обучения в вузе. Также многие годы успешно существовали и развивались специализированные (в известной мере, профильные) художественные, спортивные, музыкальные и другие школы. Этому процессу способствовал Закон Российской Федерации 1992 года «Об образовании», закрепивший вариативность и многообразие типов и видов образовательных учреждений и образовательных программ.

Таким образом, направление развития профессионального обучения в российской школе в основном соответствует мировым тенденциям развития образования.

Вместе с тем сеть общеобразовательных учреждений с углубленным изучением предметов (лицеи, гимназии и др.) пока развита недостаточно. Это ведет к таким негативным явлениям, как частное репетиторство, платные подготовительные курсы при вузах.

На решение указанных проблем направлена Концепция модернизации российского образования на период до 2010 года. Определяя цели общего образования, авторы концепции подчеркивают, что общеобразовательной школе необходимо сформировать у школьников способность к успешной социализации в обществе, активной адаптации на рынке труда. Одно из основных направлений модернизации общеобразовательной школы - создание «системы специализированной подготовки (профильного обучения) в старших классах общеобразовательной школы, ориентированной на индивидуализацию обучения и социализацию учащихся, в том числе с учетов реальных потребностей рынка труда, … отработки гибкой системы профилей». В соответствие с этим положением в 2002 году утверждена Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования.

1.1.1 Реформа профильного обучения в наше время

Реализация профильного обучения возможна только при условии относительного сокращения учебного материала непрофильных предметов, изучаемых с целью завершения базовой общеобразовательной подготовки учащихся. Эта система профильного обучения должна включать в себя следующие типы учебных предметов: базовые общеобразовательные, профильные и элективные.

Базовые общеобразовательные предметы обязательны для всех учащихся во всех профилях обучения. Предполагаются следующие обязательные общеобразовательные предметы: математика, история, русский и иностранные языки, физическая культура, интегрированные курсы естествознания, обществоведения.

Профильные общеобразовательные предметы – это предметы повышенного уровня, определяющие направленность каждого конкретного профиля обучения. Содержание учебных предметов составляет федеральный комитет государственного стандарта общего образования.

Достижение выпускниками уровня требований государственного стандарта по базовым общеобразовательным и профильным предметам определяется по результатам единого государственного экзамена [4].

Курсы по выбору – обязательные для посещения занятия по выбору учащихся, входящие в состав профиля обучения на старшей ступени школы. Курсы по выбору выполняют две функции: одни из них могут «поддерживать» изучение основных профильных предметов на заданном профильным стандарте уровне, другие служат для внутрипрофильной специализации обучения и для построения индивидуальных образовательных траекторий.

Предлагаемая система не ограничивает общеобразовательное учреждение в организации того или иного профиля обучения, а школьника – в выборе различных наборов базовых общеобразовательных, профильных предметов и элективных курсов.

Существует несколько моделей организации профильного обучения:

1. Модель внутришкольной профилизации. Общеобразовательное учреждение может быть однопрофильным и многопрофильным. Общеобразовательное учреждение может быть в целом не ориентировано на конкретные профили, но, благодаря значительному увеличению элективных курсов, представляет школьникам возможность в полной мере

осуществить свои индивидуальные образовательные программы, включая в них те или иные профильные и курсы по выбору.

2. Модель сетевой организации. Профильное обучение учащихся конкретной школы осуществляется на основе целенаправленного и организованного привлечения образовательных курсов иных образовательных учреждений [5].

Необходимым условием создания образовательного пространства, способствующего самоопределению учащегося основной ступени, является введение предпрофильной подготовки через организацию курсов по выбору. Основная их функция – профориентационная. Они должны носить краткосрочный и чередующийся характер. Курсы по выбору необходимо вводить постепенно. Необходима целенаправленная, опережающая работа по освоению учеником самого механизма принятия решения, освоение «поля возможностей и ответственности».

Учитель профильной школы обязан не просто быть специалистом высокого уровня, соответствующим профилю и специализации своей деятельности, но и должен обеспечивать:

– вариативность и личностную вариацию образовательного компонента;

– практическую ориентацию образовательного процесса с введением интерактивных, деятельностных компонентов;

– завершение профильного самоопределения старшеклассников и формирование способностей и компетентностей, необходимых для продолжения образования в соответствующей сфере профессионального образования.

Новые требования к учителю в условиях перехода к профильному обучению диктуют необходимость дальнейшей модернизации педагогического образования и повышения квалификации действующих педагогических кадров.

Разработана система переподготовки и повышения квалификации учителей для работы в условиях профильного обучения, но при этом принципиально важно привлечь в школы преподавателей из других образовательных учреждений (профессионального и дополнительного образования) [11].

1.2 Профильные классы в школах

В профильных классах ученики углубленно изучают предметы, соответствующие заявленному профилю обучения. С остальными обязательными для среднего общего образования дисциплинами – знакомятся на базовом уровне, достаточном для итоговой аттестации. Учеба в профильном классе – это не профессиональная подготовка, это, скорее, профориентация, которая помогает выбрать будущую профессию и определиться с тем, в какой вуз и на какую специальность поступать после школы.

Идти в профильные классы стоит еще и потому, что в них лучше готовят к олимпиадам и ЕГЭ по нужным для поступления предметам. Самые сложные и «дорогие» задания в КИМах Единого госэкзамена рассчитаны как раз на выпускников профильных классов с углубленной подготовкой по предмету экзамена. Так что меньше, а то и вовсе не придется тратиться на занятия с репетиторами и на дополнительных курсах.

Направления профильных классов

Приказ Минобрнауки № 413, утверждающий новый ФГОС, предполагает 4 направления учебы в профильных классах:

- естественные и математические науки;
- гуманитарные науки;
- технологии;
- социально-экономические науки.

Для старшеклассников, не определившихся с предпочтениями, есть пятый – универсальный профиль.

У школ есть полномочия в рамках четырех основных профилей открывать более узконаправленные классы. Сейчас уже есть примерно полтора десятка таких довольно стандартных и редких специализаций:

- физика и математика;
- филология;
- лингвистика;
- литературоведение;
- медицина;
- ИТ;
- инженерия;
- экономика;
- химия и биология;
- иностранные языки;
- архитектура;
- право;
- театральное искусство;
- журналистика;
- педагогика;
- культурология.

Особая разновидность узконаправленного обучения в старшей школе – профильные классы при вузах (предуниверсарии). Их открывают университеты, они сами отбирают кандидатов, чтобы два года готовить их не только к поступлению, но и к учебе по программам высшего образования выбранному направлению. Например, химический факультет МГУ открыл профильный класс в московской школе № 171, МИФИ – физико-математический в лицеях № 1511, 1523, НИУ ВШЭ – экономический в школе № 1535.

Профильные классы открывают не только вузы, но и госкорпорации, например, «Газпром». Будущих нефтяников он начинает готовить со школьной скамьи в 26 профильных классах. Только три из них в Санкт-Петербурге, остальные – в нефтедобывающих регионах.

Предметы

Учебные планы для профильных классов школы составляют самостоятельно, учитывая то, что в программе должно быть 7 обязательных предметных областей:

1. Русский язык и литература.
2. Родной язык и литература.
3. Иностранные языки.
4. Общественные науки.
5. Математика и информатика.
6. Естественные науки.
7. Физкультура, экология, ОБЖ.

Какие именно предметы из каждой области и на каком уровне изучения – базовом или углубленном – профильном включать в учебный план, решает школа. К примеру, из общественных наук в качестве обязательных, скажем, для математического класса, одна школа может выбрать географию, другая – право, третья – историю, четвертая – экономику, пятая – обществознание [10].

В программе класса профильного уровня есть:

- базовые предметы – обязательны для любого профиля;
- профилирующие – обязательны для конкретного профиля;
- курсы по выбору – набор дополнительных курсов, обязательных для изучения на определенном профиле; какой именно предмет из этого набора выбрать, решает ученик.

Поступление

Правила набора в профильный 10 класс разрабатывают региональные министерства образования. Обычно отбор проходит с учетом результатов ОГЭ по профилирующим предметам – именно их надо выбрать в дополнение к обязательным русскому и математике, записываясь в 9 классе на выпускной экзамен.

В Таблице 1 представлены рекомендации ФИПИ (не в ультимативном порядке) уровня проходных баллов для зачисления в профильные 10 классы. В целом школы придерживаются уровня этих отметок [9].

Таблица 1 – Проходные баллы в профильные классы

Предмет ОГЭ	Проходной балл в профильный 10 класс	Максимум за экзамен	На тройку
Русский	26	33	15
Математика	19 – на физико-математический 7 из них – за геометрию	32	8
	18 – на экономику 5 из них – за геометрию		
	18 – на естественные науки 6 из них – за геометрию		
Информатика	14	19	4
Химия	27	40	10
Биология	23	31	12
Физика	30	43	11
Обществознание	28	35	14
Иностранные языки	55	68	29
География	23	31	12

Продолжение таблицы 1

Литература	26	39	14
История	24	34	10

В пятибалльной системе проходной балл в профильный класс – это примерно твердая четверка с плюсом, то есть 4,5. Также при отборе учитывается портфолио ученика – все его достижения: аттестат за 9-й класс с отличием, похвальные грамоты, победы в олимпиадах, конкурсах.

В течение учебного года в 10 классе можно изменить профиль обучения. Для этого надо, чтобы не было задолженностей на уже пройденной программе, и придется досдать разницу по предметам нового профиля. В 11 классе можно перейти на универсальный профиль – тоже если за прошлый год нет академических задолженностей [17].

1.2.1 Социально-экономический профиль

Социально-экономический профиль ориентирует на профессии, связанные с социальной сферой, финансами и экономикой, с обработкой информации, с такими сферами деятельности, как управление, предпринимательство, работа с финансами и др. В данном профиле для изучения на углубленном уровне выбираются учебные предметы преимущественно из предметных областей «Математика и информатика», «Общественные науки».

В классе социально-экономического профиля на углубленном уровне изучаются предметы: математика, право, экономика.

Учебный план ФГОС СОО определяет минимальное и максимальное количество часов учебных занятий на уровне среднего общего образования и перечень обязательных учебных предметов. Нормативный срок освоения основной общеобразовательной программы среднего общего образования в очной форме обучения – 2 года; количество учебных занятий за 2 года на одного обучающегося – не менее 2170 часов и не более 2590 часов (не более 37 часов в неделю).

Изучение предметной области "Математика " должно обеспечить:

– сформированность представлений о социальных, культурных и исторических факторах становления математики;

– сформированность основ логического, алгоритмического и математического мышления;

– сформированность умений применять полученные знания при решении различных задач;

– сформированность представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления.

Требования к предметным результатам освоения углубленного курса математики должны включать требования к результатам освоения базового курса и дополнительно отражать:

1) сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;

2) сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

3) сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;

4) сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

5) владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.

1.3 Психолого-педагогические особенности детей старшего школьного возраста

В ранней юности учение продолжает оставаться одним из главных видов деятельности старшеклассников. В связи с тем, что в старших классах расширяется круг знаний, что эти знания ученики применяют при объяснении многих фактов действительности, они более осознанно начинают относиться к учению. В этом возрасте встречаются два типа учащихся: для одних характерно наличие равномерно распределенных интересов, другие отличаются ярко выраженным интересом к одной науке.

Различие в отношении к учению определяется характером мотивов. На первое место выдвигаются мотивы, связанные с жизненными планами учащихся, их намерениями в будущем, мировоззрением и самоопределением. По своему строению мотивы старших школьников характеризуются наличием ведущих, ценных для личности побуждений. Старшеклассники указывают на такие мотивы, как близость окончания школы и выбор жизненного пути, дальнейшее продолжение образования или работа по избранной профессии, потребность проявить свои способности в связи с развитием интеллектуальных сил. Все чаще старший школьник начинает руководствоваться сознательно поставленной целью, появляется стремление углубить знания в определенной области, возникает стремление к самообразованию. Учащиеся начинают систематически работать с дополнительной литературой, посещать лекции, работать в дополнительных школах.

Старший школьный возраст – это период завершения полового созревания и вместе с тем начальная стадия физической зрелости. Для старшеклассника типична готовность к физическим и умственным нагрузкам. Физическое развитие благоприятствует формированию навыков и умений в труде и спорте, открывает широкие возможности для выбора профессии. Наряду с этим физическое развитие оказывает влияние на развитие некоторых качеств личности. Например, осознание своей физической силы, здоровья и привлекательности влияет на формирование у юношей и девушек высокой самооценки, уверенности в себе, жизнерадостности и т. д., наоборот, осознание своей физической слабости вызывает порой у них замкнутость, неверие в свои силы, пессимизм.

Старший школьник стоит на пороге вступления в самостоятельную жизнь. Это создает новую социальную ситуацию развития. Задача самоопределения, выбора своего жизненного пути встает перед старшим школьником как задача первостепенной важности. Школьники старших классов обращены в будущее. Это новая социальная позиция изменяет для них и значимость учения, его задач и содержания. Старшие школьники оценивают учебный процесс с точки зрения того, что он дает для их будущего. Они начинают иначе, чем подростки, смотреть на школу.

В старшем школьном возрасте устанавливается довольно прочная связь между профессиональными и учебными интересами. У подростка учебные интересы определяют выбор профессии, у старших же школьников наблюдается обратное: выбор профессии способствует формированию учебных интересов, изменению отношения к учебной деятельности. В связи с необходимостью самоопределения у школьников возникает потребность разобраться в окружающем и в самом себе, найти смысл происходящего. В старших классах учащиеся переходят к усвоению теоретических, методологических основ, различных учебных дисциплин.

Характерным для учебного процесса является систематизация знаний по различным предметам, установление межпредметных связей. Все это создает почву для овладения общими законами природы и общественной жизни, что приводит к формированию научного мировоззрения. Старший школьник в своей учебной работе уверенно пользуется различными мыслительными операциями, рассуждает логически, запоминает осмысленно. В то же время познавательная деятельность старшеклассников имеет свои особенности. Если подросток хочет знать, что собой представляет то или иное явление, то старший школьник стремится разобраться в разных точках зрения на этот вопрос, составить мнение, установить истину. Старшим школьникам становится скучно, если нет задач для ума. Они любят исследовать и экспериментировать, творить и создавать новое, оригинальное.

Старших школьников интересуют не только вопросы теории, но самый ход анализа, способы доказательства. Им нравится, когда преподаватель заставляет выбирать решение между разными точками зрения, требует обоснования тех или иных утверждений; они с готовностью, даже с радостью вступают в спор и упорно защищают свою позицию [16].

Наиболее частое и излюбленное содержание споров и задушевных бесед старшеклассников – это этические, нравственные проблемы. Их интересуют не какие-либо конкретные случаи, они хотят знать их принципиальную сущность. Искания старших школьников проникнуты порывами чувства, их мышление носит страстный характер. Старшеклассники в значительной мере преодолевают свойственную подросткам непроизвольность, импульсивность в проявлении чувств. Закрепляется устойчивое эмоциональное отношение к разным сторонам жизни, к товарищам и к взрослым людям, появляются любимые книги, писатели, композиторы, любимые мелодии, картины, виды спорта и т. д. и вместе с этим антипатия к некоторым людям, нелюбовь к определенному виду занятий и т. д.

В старшем школьном возрасте происходят изменения в чувствах дружбы, товарищества и любви. Характерной особенностью дружбы старшеклассников является не только общность интересов, но и единство взглядов, убеждений. Дружба носит интимный характер: хороший друг становится незаменимым человеком, друзья делятся самыми сокровенными мыслями. Еще более чем в подростковом возрасте, предъявляются высокие требования к другу: друг должен быть искренним, верным, преданным, всегда приходить на помощь.

В этом возрасте возникает дружба между юношами и девушками, которая порой перерастает в любовь. Юноши и девушки стремятся найти ответ на вопрос: что такое настоящая дружба и настоящая любовь. Они много спорят, доказывают правильность тех или иных положений, принимают активное участие в вечерах вопросов и ответов, в диспутах [7].

В старшем школьном возрасте заметно изменяются эстетические чувства, способность эмоционально воспринимать и любить прекрасное в окружающей действительности: в природе, в искусстве, общественной жизни. Развивающиеся эстетические чувства смягчают резкие проявления личности юношей и девушек, помогают освобождаться от непривлекательных манер, вульгарных привычек, способствуют развитию чуткости, отзывчивости, мягкости, сдержанности.

Усиливается общественная направленность школьника, желание принести пользу обществу, другим людям. Об этом свидетельствует изменение потребностей старших школьников. У 80 процентов младших школьников преобладают личные потребности, и только в 20 процентах случаев учащиеся выражают желание сделать что-то полезное для других, но близких людей (для членов семьи, товарищей). Подростки в 52 процентах случаев хотели бы что-то сделать для других, но опять-таки людям ближайшего окружения. В старшем школьном возрасте картина существенно меняется. Большинство старшеклассников указывают на стремление оказать помощь школе, городу, селу, государству, обществу.

Огромное влияние на развитие старшего школьника оказывает коллектив сверстников. Однако это не снижает у старших школьников потребности в общении со взрослыми. Напротив, поиски общения со взрослыми у них даже выше, чем в другие возрастные периоды. Стремление иметь взрослого друга объясняется тем, что решить вставшие проблемы самосознания и самоопределения самому бывает очень трудно. Эти вопросы живо обсуждаются в кругу ровесников, но польза такого обсуждения относительна: жизненный опыт мал, и тогда на помощь приходит опыт взрослых [18].

Старшие школьники предъявляют очень высокие требования к моральному облику человека. Это связано с тем, что в старшем школьном возрасте создается более целостное представление о себе и о личности других, расширяется круг осознаваемых социально-психологических качеств людей, и прежде всего одноклассников.

Требовательность к окружающим людям и строгая самооценка свидетельствуют о высоком уровне самосознания старшего школьника, а это, в свою очередь, приводит старшего школьника к самовоспитанию. В отличие от подростков у старшеклассников отчетливо проявляется новая особенность – самокритичность, которая помогает им более строго и объективно контролировать свое поведение. Юноши и девушки стремятся глубоко разобраться в своем характере, в чувствах, действиях и поступках, правильно оценить свои особенности и выработать в себе лучшие качества личности, наиболее важные и ценные с общественной точки зрения.

Юностью является время дальнейшего укрепления воли, развития таких черт волевой активности, как целеустремленность, настойчивость, инициативность. В этом возрасте укрепляется выдержка и самообладание, усиливается контроль за движением и жестами, в силу чего старшеклассники и внешне становятся более подтянутыми, чем подростки.

Таким образом, можно сказать, что характерными особенностями юношеского возраста являются:

- этический максимализм;
- внутренняя свобода;
- эстетический и этический идеализм;
- художественный, творческий характер восприятия действительности;
- бескорыстие в увлечениях;
- стремление познать и переделать реальность;
- благородство и доверчивость [8].

Юношеский возраст является возрастом становления мировоззренческих установок, опираясь уже на установившиеся эстетические критерии к окружающему миру. Происходит осознание профориентационных навыков и способностей.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ ГРАФИЧЕСКИМ СПОСОБОМ В УСЛОВИЯХ РЕАЛИЗАЦИИ КУРСА ПО ВЫБОРУ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ ОБУЧЕНИЯ

2.1 Роль познавательных УУД в процессе обучения решению уравнений, неравенств, их систем графическим способом

Универсальные учебные действия (далее – УУД) – это обобщенные действия, открывающие возможность широкой ориентации учащихся, – как в различных предметных областях, так и в строении самой учебной деятельности. В широком значении термин «универсальные учебные действия» означает умение учиться, т. е. способность субъекта к саморазвитию и самосовершенствованию путём сознательного и активного присвоения нового социального опыта. Умение учиться – существенный фактор повышения эффективности освоения обучающимися предметных знаний, формирования умений и компетенций, образа мира и ценностно-смысловых оснований личностного морального выбора.

2.1.1 Функции УУД и условия для их формирования на уроках математики

В основе концепции УУД лежит системно-деятельностный подход. Функции универсальных учебных действий включают: во-первых, в обеспечении возможностей учащегося самостоятельно осуществлять деятельность учения, ставить учебные задачи, искать и использовать необходимые средства и способы достижения, контролировать и оценивать процесс и результаты деятельности; во-вторых, в создании условий для гармоничного развития личности и её самореализации в системе непрерывного образования; в-третьих, в обеспечении успешного усвоения знаний, формирование умений, навыков и компетентностей в любой предметной области.

Учебный предмет «Математика» имеет большие потенциальные возможности для формирования всех видов УУД: личностных, познавательных, коммуникативных и регулятивных. Именно математика в ряду других учебных дисциплин занимает одну из лидирующих позиций в формировании учебно-познавательной компетенции учащихся, ведь она способствует развитию строгого логического мышления, учит дедуктивному рассуждению, абстрагированию, умению обобщать, анализировать, критиковать.

Для формирования универсальных учебных действий на уроках математики я выделила 4 этапа:

1 этап – вводно-мотивационный. Чтобы ученик начал «действовать», необходимы определенные мотивы. На уроках создаются проблемные ситуации, где ученик проявляет умение комбинировать элементы для решения проблемы. На этом этапе ученики должны осознать, почему и для чего им нужно изучать данную тему, и изучить, какова основная учебная задача предстоящей работы (технология проблемного обучения).

Наличие в курсе математики большого числа уроков, построенных на проблемно-диалогической технологии, даёт педагогу возможность продемонстрировать перед детьми ценность мозгового штурма как формы эффективного интеллектуального взаимодействия. В том случае, если дети научились работать таким образом, у них формируется и понимание ценности человеческого взаимодействия, ценности человеческого сообщества, сформированного как команда единомышленников, ценности личности каждого из членов этого сообщества.

2 этап – открытие математических знаний. На данном этапе решающее значение имеют приемы, требующие самостоятельных исследований, стимулирующие рост познавательной потребности.

3 этап – формализация знаний. Основное назначение приемов на этом этапе - организация деятельности учащихся, направленная на всестороннее изучение установленного математического факта. Работа с математическим содержанием учит уважать и принимать чужое мнение, если оно обосновано (все задания, сопровождаемые инструкцией «Сравни свою работу с работами других ребят»). Таким образом, такая работа позволяет поднимать самооценку учащихся, формировать у них чувство собственного достоинства, понимание ценности своей и чужой личности.

4 этап – обобщение и систематизация. На этом этапе применяю приемы, которые устанавливают связь между изученными математическими фактами, приводят знания в систему. Формирование всех составляющих учебно-познавательной компетентности происходит в процессе осуществления учебно-познавательной деятельности, соотносится с этапами ее формирования, т.е. носит деятельностный характер.

Широкое использование продуктивных заданий, требующих целенаправленного использования и, как следствие, развития таких важнейших мыслительных операций, как анализ, синтез, классификация, сравнение, аналогия. Это задания, позволяющие научить школьников самостоятельному применению знаний в новой ситуации, т.е. сформировать познавательные универсальные учебные действия.

Формирование и развитие УУД на уроках математики возможно при соблюдении следующих условий:

а) целостность и системность организации образовательного процесса;

б) учет возрастных, психологических особенностей учащихся;

в) правильное определение объекта изучения, тщательный отбор содержания урока;

г) продуманное сочетание индивидуальных и групповых форм работы;

д) использование проблемно-исследовательской технологии.

2.1.2 Формы организации учебной деятельности и технологии для формирования УУД

При проектировании и проведении урока, направленного на формирование не только предметных, но и метапредметных результатов, учитель может использовать различные методы, приёмы, средства обучения, формы организации деятельности учащихся, а также различные педагогические технологии, отраженные в Таблице 2. Рассмотрим формы организации учебной деятельности для урока комбинированного типа.

Таблица 2 – Формы организации учебной деятельности для урока комбинированного типа

Требования к уроку комбинированного типа	*Формируемые универсальные учебные действия*	*Методы, приёмы, средства обучения; формы организации деятельности учащихся; педагогические технологии*
Объявление темы урока	Познавательные общеучебные, коммуникативные	Постановка проблемного вопроса, организация проблемной ситуации
Сообщение целей и задач	Регулятивные целеполагания, коммуникативные	Диалог, технология проблемного обучения
Планирование	Регулятивные планирования	ЦОР, карта урока, интерактивные плакаты, презентация
Практическая деятельность учащихся	Все виды УУД	Проектная деятельность. Свободный урок, уроки взаимообучения; Частично поисковая, исследовательская деятельность Проведение дидактических игр. Работа с учебником, выполнение тренировочных заданий. Работа с интерактивными тренажёрами. Применение энциклопедий, словарей, справочников, ИКТ

Продолжение таблицы 2

Осуществление коррекции	Коммуникативные, регулятивные коррекции	Взаимопомощь (работа в парах), работа по памяткам
Оценивание учащихся	Регулятивные оценивания (самооценивания), коммуникативные	Используются самоконтроль, взаимоконтроль
Итог урока	Регулятивные саморегуляции, коммуникативные	Различные приемы рефлексии, смайлики, карты обратной связи, карты урока, презентация
Домашнее задание	Познавательные, регулятивные, коммуникативные	Используются разноуровневые домашние задания, задания по выбору, творческие и поисковые задания, тематические проекты

Формирование *познавательных* универсальных учебных действий сегодня немыслимо без использования новых информационных технологий. Целью этих технологий в образовании является усиление интеллектуальных возможностей учащихся в информационном обществе, а также повышение качества обучения на всех ступенях образовательной системы», создание условий для активной учебной деятельности.

Творческая активность и познавательные способности детей развиваются в работе с проектором при иллюстрации различных схем, картин, фотографий, при демонстрации презентаций, видеороликов и видеофильмов, в том числе и собственных, что в свою очередь развивает у них навыки учебно-исследовательской деятельности. Я убедилась, что использование ИКТ на уроках и во внеурочной деятельности дает высокие результаты: развивает творческие, исследовательские способности учащихся, повышает их активность, способствует более осмысленному изучению материала, приобретению навыков самоорганизации, помогает развитию познавательной деятельности учащихся и интереса к предмету, развивает у учащихся логическое мышление.

Графический метод, опирающийся на знания элементарных функций, удобно применять при решении задач на нахождение числа корней и на нахождение корней уравнений.

Изучение поведения функций и построение их графиков является важным разделом математики. Свободное владение техникой построения графиков часто помогает решать многие задачи и порой является единственным средством решения. Кроме того, умение строить графики функций представляет большой самостоятельный интерес. Часто построение графиков связано с исследованием поведения функций. Однако необходимость построения графиков не ограничивается только этим. В ряде случаев графики облегчают нахождение решений уравнений и неравенств, сокращая и упрощая аналитические выкладки, и часто при этом являются единственным методом решения таких задач. Данный метод может использоваться не только для одиночных уравнений, но и для их систем, а также неравенств. Познавательные УУД успешно формируются, если правильно организована на уроках работа в паре, группах. Применение коллективной формы обучения дает возможность трудиться всем ребятам. Учащиеся в процессе работы учатся оценивать свою работу, работу соседа, общаться, помогать друг другу. Целесообразно применять общение в паре на уроках систематизации и обобщения знаний, поскольку ученики уже имеют определенный запас знаний, можно и на уроках усвоения новых знаний, на уроках контроля.

Таким образом, необходимость формирования УУД на уроках очевидна. Овладение УУД ведёт к формированию самостоятельности, успешному владению умениями и компетентностями, освоению новых знаний.

2.1.3 Формирование познавательных универсальных учебных действий на уроке математики в 10 классе

При планировании урока математики с позиции формирования УУД, необходимо помнить:

1) о расстановке акцентов при организации учебной деятельности на уровне универсальных учебных действий;

2) об активном использовании инновационных педагогических форм: диалог, групповое и парное взаимодействие, проблемная ситуация, учебное исследование, работа с разными видами информации и т.д.;

3) овладение УУД в конечном счете и ведет к формированию способности самостоятельно успешно усваивать новые знания, овладевать умениями и компетентностями, включая самостоятельную организацию процесса усвоения, т.е. умение учиться.

На основе обобщения теоретического и практического материала в качестве рекомендаций учителю можно предложить следующее:

1. Во время проведения уроков активно использовать элементы современных образовательных технологий.

2. Создание доброжелательной среды в классе, основанной на равноправном общении учащихся и педагогов. Использовать упражнения на сотрудничество с одноклассниками, а также с родителями учащихся.

3. Осуществлять внедрение новых информационных технологий, т.к. они позволяют интенсифицировать учебный процесс, оптимизировать его, поднять интерес школьников к изучению предмета, реализовать идеи развивающего обучения, повысить темп урока, увеличить объём самостоятельной работы.

2.2 Анализ учебно-методической и научной литературы

Графическому методу решения уравнений и неравенств посвящен ряд учебно-методических и научных работ, которые раскрывают некоторые аспекты обучения учащихся данному методу. Основу данной литературы, конечно же, составляют школьные учебники различных авторов: А.Н.Колмогоров, С.М.Никольский, Ш.А.Алимов, А.Г.Мордкович и пр. Рассмотрим эту литературу подробней [1-5].

В учебниках по алгебре и началам анализа для 10-11 классов А.Н.Колмогорова, Ш.А.Алимова рассматриваются только стандартные алгебраические методы решения уравнений. Но в учебнике Ш.А.Алимова упоминается о графическом методе решений уравнений и неравенств, но без обоснований его применения [1].

Однако, стоит заметить, что попытка исправить ситуацию у вышеуказанных авторов предпринята в учебниках С.М.Никольского, А.Г.Мордковича [2, 3].

Учебник С.М.Никольского «Алгебра и начала анализа» является новым учебником, который включает в себя как материал, предназначенный как для общеобразовательных школ, так и для школ с углубленным изучением математики. Данный учебник содержит главу «Уравнения. Неравенства. Системы», в которой содержится два параграфа: «Нестандартные методы решения уравнений и неравенств», «Уравнения, неравенства и системы с параметром». Несомненно, эти параграфы были предназначены для углубленного изучения [2].

В этой главе рассмотрены основные приемы решения уравнений и неравенств, такие как:

- области определения и допустимых значений функции;
- неотрицательность функций;
- ограниченность функций;

- использование свойств синуса и косинуса;
- использование числовых неравенств.

Решение уравнений и неравенств с параметром проиллюстрировано на уравнениях и неравенствах, содержащих функции со свойствами квадратного трехчлена. Однако, стоит заметить, что при использовании свойств синуса и косинуса рассматриваются не все виды задач, решаемые с использованием ограниченности, монотонности тригонометрических функций.

Учебник А.Г.Мордковича по алгебре и началам анализа содержит главу «Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств». В ней выделено четыре метода решения уравнений, среди которых находится графический метод. Он проиллюстрирован применением только свойств ограниченности и монотонности функции, чего недостаточно для полного изучения графического метода [4].

В учебнике Г.К. Муравина для 11 класса по алгебре и началам анализа отмечен метод подбора корней, как один из основных универсальных методов решения уравнений и неравенств. Так же ко всему приведено доказательство единственности этих корней с использованием монотонности функции. Ко всему этому, автор привел примеры решения достаточно сложных уравнений, но не объяснил формирование отдельных действий по решению уравнений с использованием графического метода [5].

Подводя итог из вышесказанного, можно сделать вывод, что школьные учебники недостаточно полно отражают теоретический материал о способах решения уравнений и неравенств графическим методом и дают возможность на применение ограниченного числа приемов для решений данных задач.

Проанализировав школьную литературу, перейдем к рассмотрению научных работ, в которых содержится в основном совокупности различных задач на применение свойств ограниченности функции, множества значений функций при решении уравнений и неравенств, области определения функций.

Наиболее тщательно рассмотрен вопрос обучения учащихся методам решения задач, в частности функциональные приемы решения уравнений в исследованиях таких авторов, как Л. С. Капкаева, С. И. Мещерякова, Л. К. Садыкова и др. [6, 7, 8].

Л. С. Капкаева относит графический метод решения задач к алгебраическим методам, который в свою очередь определяется ею как «способ познавательной деятельности учащихся, основанный на системе алгебраических знаний». Автор отмечает, что каждый из методов состоит из приемов, а одним из деятельностных компонентов метода является определенная система действий, реализация которой ведет к достижению результата, а также средства достижения результата [6].

С.И. Мерещакова выделяет, что обучающиеся должны уметь пользоваться всеми приемами решения уравнений стандартными методами, то есть выполнять следующие действия:

- выполнять операции над функциями;
- определять структуру уравнения(выяснять, из каких функций и каким образом оно составлено);
- выделять свойства, присущие функциям, входящим в уравнение (монотонность, четность, нечетность, периодичность и т.д.);
- строить графики и эскизы графиков функций) [7].

Л.К. Садыковав своей работе определилаграфический метод решения уравнений и неравенств, методом, который основан на использовании свойств функций и их графических иллюстраций (она назвала его функционально-графическим). По словам автора, усвоение обучающимися функционально-графического метода напрямую связана с решением двух задач. Первая задача – добиться понимания обучающимися сути метода и овладения действиями по его применению. Вторая задача – обучение применению функционально-графического метода для решения уравнений.

Л. К. Садыкова выделила деятельностные и гносеологические компоненты графического метода решения уравнений и неравенств. Наиболее значимые действия для усвоения новых знаний сформированы в виде следующих приемов:

- частные приемы решения уравнений и неравенств с применением отдельных свойств элементарных функций;
- обобщенный прием решения уравнений и неравенств функционально-графическим методом;
- частные приемы решения уравнений и неравенств с параметром первого и второго типов различными методами (графический, аналитический);
- обобщенный прием решения уравнений и неравенств с параметром первого и второго типов [8].

Проанализировав учебно-методическую и научную литературу, можно сделать вывод, что исследователи выделяют и рассматривают различные приемы решения уравнений и неравенств с помощью графического метода, перечисляют действия, адекватные им, приводят примеры упражнений для их формирования. Но разработка совокупности задач для обучения каждому действию этого метода и использование информационных технологий для изучения данного материала остается одной из актуальных проблем в современном школьном образовании.

2.3 Учебно-методический комплекс курса внеурочной деятельности «Решение уравнений и неравенств графическим способом» для обучающихся социально-экономического профиля обучения

2.3.1 Пояснительная записка

Курс по выбору по математике «Решение уравнений и неравенств графическим способом» для обучающихся социально-экономического профиля обучения в рамках профильной подготовки, своим содержанием сможет целенаправленно подготовить учеников к более качественной сдаче ЕГЭ по математике. Данный курс направлен на расширение знаний учащихся 10-11 класса, повышение уровня их математической подготовки через решение большого класса задач повышенного и высокого уровня сложности, включает рекомендации по определению необходимого круга знаний, ключевых понятий и положений курса, анализ типов заданий и критериев оценки их выполнения. Материал данного курса содержит как стандартные, так и «нестандартные» методы, которые позволяют более эффективно решать широкий класс заданий.

Содержание программы соответствует основному курсу математики для средней (полной) школы и федеральному компоненту Государственного образовательного стандарта по математике, развивает базовый курс математики на старшей ступени общего образования, реализует принцип дополнения изучаемого материала на занятиях курса системой упражнений, которые углубляют и расширяют школьный курс, и одновременно способствует расширению и углублению базового общеобразовательного курса алгебры и начал анализа.

Данный курс направлен на формирование умений и способов деятельности, связанных с решением задач повышенного и высокого уровня сложности, получение дополнительных знаний по математике, интегрирующих усвоенные знания в систему.

Программа курса отвечает требованиям обучения на старшей ступени, направлена на реализацию личностно-ориентированного обучения, основана на деятельностном подходе к обучению, предусматривает овладение обучающимися способами деятельности, методами и приемами решения математических задач. Включение уравнений и неравенств нестандартных типов, комбинированных уравнений и неравенств, текстовых задач разных типов, рассмотрение методов и приемов их решений отвечают назначению сетевого курса – расширению и углублению содержания курса математики с целью подготовки учащихся 10-11 классов к государственной итоговой аттестации в форме ЕГЭ (профильный уровень).

Содержание структурировано по блочно-модульному принципу, представлено в законченных самостоятельных модулях по каждому типу задач и методам их решения и соответствует перечню контролируемых вопросов в контрольно-измерительных материалах на ЕГЭ.

На учебных занятиях элективного курса используются активные методы обучения, предусматривается самостоятельная работа по овладению способами деятельности, методами и приемами решения математических задач. Занятия проходят в форме свободного практического урока и состоят из обобщенной теоретической и практической частей. Программа данного курса направлена на повышение уровня математической культуры старшеклассников.

Курс призван помочь учащимся в овладении способами деятельности, методами и приемами решения математических задач, повысить уровень математической культуры, способствует развитию познавательных интересов, мышления учащихся, умению оценить свой потенциал для дальнейшего обучения.

С целью контроля и проверки усвоения учебного материала проводятся длительные домашние контрольные работы по каждому блоку, семинары с целью обобщения и систематизации знаний, практикумы. В учебно-тематическом плане определены зачетные работы по каждому блоку учебного материала с применением интернет ресурса Решу ЕГЭ. Задания данного курса не просты в решении, что позволяет повысить учебную мотивацию учащихся.

Цель курса – создание условий для формирования и развития у обучающихся навыков анализа и систематизации знаний по математике, подготовка к итоговой аттестации в форме ЕГЭ (профильный уровень).

Задачи курса:

- научить выполнять задания повышенного и высокого уровней сложности;
- формировать и развить аналитическое и логическое мышление при проектировании решения задачи; опыт творческой деятельности через исследовательскую деятельность при решении нестандартных задач;
- помочь овладеть рядом технических и интеллектуальных умений на уровне свободного их использования;
- помочь ученику оценить свой потенциал с точки зрения образовательной перспективы;
- развивать коммуникативные и общеучебные навыки работы в группе, самостоятельной работы, умений вести дискуссию, аргументировать ответы и т.д.

Основными формами организации учебно-познавательной деятельности на курсе являются лекция, беседа, практикум, консультация, работа с компьютером.

Сроки реализации курса

Рабочая программа элективного курса рассчитана на один семестр, 1 час в неделю, всего в объеме 16 ч.

В результате изучения курса учащиеся должны уметь:

– точно и грамотно формулировать теоретические положения и излагать собственные рассуждения в ходе решения учебных заданий;

– применять изученные методы и алгоритмы в решении учебных заданий;

– применять свойства функций, входящих в уравнение или неравенство, в их решении;

– уверенно решать и неравенства различных видов и уровней сложности стандартными и «нестандартными» способами;

– выработать стратегию подготовки и сдаче ЕГЭ в соответствии с целями, которые обучающиеся ставят перед собой.

Критериями выполнения программы курса предполагаются:

- участие обучающихся в работе по решению тестов на сайте Maketest – не менее 95%;
- выполнение итогового тестирования – не менее 80% обучающихся;
- выбор продолжения работы на курсе в 11 классе – не менее 80% .

2.3.2 Тематическое планирование курса (Таблица 3)

Таблица 3 – Тематическое планирование курса

№ п/п	Тема занятия	Кол-во часов	Вид деятельности	Форма контроля
Входное тестирование – 1 час				
Функции и их графики – 4 часа				
1	Преобразования графиков функций. Графики функций $y=ax^2+bx+c$, $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\mathrm{tg}\, x$, $y=\mathrm{ctg}\, x$	2	Практикум	Опрос, решение задач
2	Преобразования графиков функций. Графики функций $y=\lvert f(x)\rvert$, $y=f(\lvert x\rvert)$	2	Практикум, самостоятельная работа	Опрос, самостоятельная работа
Решение нестандартных уравнений и неравенств функционально-графическим методом – 10 часов				
3	Нестандартные методы решения уравнений и неравенств на примере квадратного трехчлена	2	Практикум	Опрос, решение задач

Продолжение таблицы 3

4	Линейные и квадратные уравнения и неравенства с параметром	2	Практикум	Опрос, решение задач
5	Задачи с рациональными и иррациональными значениями параметра. Запись ответов	2	Практикум	Опрос, решение задач
6	Задачи с модулями и параметрами	2	Практикум	Опрос, решение задач
7	Решение уравнений и неравенств с параметром из материалов ЕГЭ	2	Практикум, самостоятельная работа	Опрос, самостоятельная работа
Применение ИКТ в решении уравнений и неравенств графическим способом – 1 час				
Итоговое тестирование - 1 час				

При проведении данного курса по выбору планируется достижение следующих результатов:

Образовательные: знать методы решения уравнений, неравенств и их систем; уметь пользоваться алгоритмами применения графического способа для них.

Регулятивные: вносить необходимые коррективы в действие на основе характера сделанных ошибок.

Познавательные: ориентироваться на разнообразие способов решения задач.

Коммуникативные: учитывать разные мнения и стремиться к координации различных позиций, контролировать действия партнера.

2.3.3 Содержание курса по выбору «Решение уравнений и неравенств графическим способом»

Раздел 1. Функции и их графики (4 часа).

Геометрические преобразования графиков функций. Степенная функция. Показательная функция. Логарифмическая функция. Преобразования функций $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=tg\ x$. Тригонометрическая функция вида $y=\arccos x$. Построение графиков функций путем движения без деформаций. Построение графиков функций путем сдвига с деформациями. Построение графиков функций, аналитическое выражение которых содержит знак модуля.

Раздел 2. Решение нестандартных уравнений и неравенств функционально-графическим методом (8 часов).

Понятие уравнения с параметром, примеры. Контрольные значения параметра. Основные методы решения уравнений с параметром. Понятие неравенства с параметром, примеры. Основные методы решения неравенств с параметрами. Расположение корней квадратного трёхчлена. Решение уравнений с нестандартным условием. Аналитический подход. Выписывание ответа (описание множеств решений) в задачах с параметрами. Задачи с модулями и параметрами. Критические значения параметра. Метод интервалов в неравенствах с параметрами. Замена в задачах с параметрами. Метод разложения в задачах с параметрами. Разложение с помощью разрешения относительно параметра. Системы с параметрами. Применение производной при анализе и решении задач с параметрами.

Применение ИКТ в решении уравнений и неравенств графическим способом (1 час).

Использование программного пакета MathKAD, программы презентаций Microsoft Office PowerPoint, онлайн-ресурса Maketest, Google Classroom в качестве онлайн-платформы для размещения курса по выбору «Решение уравнений и неравенств графическим способом», Zoom и Discord как платформы для онлайн-занятий.

2.4 Примеры заданий, используемых в курсе по выбору «Решение уравнений и неравенств графическим методом»

В данном параграфе представляются приемы решения уравнений и неравенств с помощью графического метода. Первый прием, который подвергнется рассмотрению – геометрические преобразования графика функции. Применяя геометрические преобразования заданного графика, получаем, что график изображается функцией вида $\pm k_1 \cdot f(\pm k_2 \cdot (x+a))+b$, когда $k_1>0$, $k_2>0$ являются коэффициентами сжатия при $0< k_1<1$, $0< k_2<1$ или растяжения при $k_1>1$, $k_2>1$ вдоль Oy и Ox. Знак перед коэффициентами k_1 и k_2 говорит о симметричном отображении графика относительно осей, a и b сдвигают ее по Ox и по Oy.

Существует 3 вида геометрических преобразований графика:

1. Масштабирование вдоль Ox и Oy . На это влияют коэффициенты k_1 и k_2 при условии не равности 1, когда $0<k_1<1, 0<k_2<1,$ то график сжимается по Oy и растягивается по Ox. Когда $k_1>1, k_2>1,$ то график растягивается по Oy и сжимается по Ox.

2. Симметричное отображение относительно координатных осей. При наличии знака «-» перед k_1 симметрия идет относительно Ox, перед k_2 идет относительно Oy. Если «-» отсутствует, тогда пункт при решении пропускается.

3. Параллельный перенос (сдвиг) вдоль Ox и Oy. Преобразование производится при наличии коэффициентов a и b не равных 0. Если значение a положительное, то график сдвигается влево на $|a|$ единиц, если отрицательное a, тогда в право на такое же расстояние. Значение b определяет движение по оси Oy, что значит при положительном b функция движется вверх, при отрицательном – вниз.

Рассмотрим решения на примерах, начиная со степенной функции.

Пример 1. Преобразовать $y=x^{\frac{2}{3}}$ и построить график функции $y= -\frac{1}{2} \cdot (8x-4)^{\frac{2}{3}}+3$.

Представим функции таким образом:

$$y= -\frac{1}{2} \cdot (8x-4)^{\frac{2}{3}}+3 = -\frac{1}{2} \cdot \left(8\left(x-\frac{1}{2}\right)\right)^{\frac{2}{3}}+3 = -2\left(\left(x-\frac{1}{2}\right)\right)^{\frac{2}{3}}+3,$$

где $k_1=2$, стоит обратить внимание на наличие «-», $a = -\frac{1}{2}$, $b = 3$. Отсюда получаем, что геометрические преобразования производятся с растяжения вдоль *Oy* вдвое, отображается симметрично относительно *Ox*, сдвигается вправо на $\frac{1}{2}$ и вверх на 3 единицы.

Изобразим исходную степенную функцию (рисунок 1):

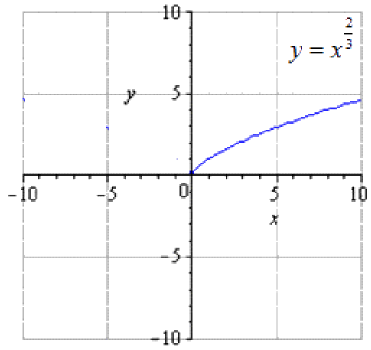


Рисунок 1 – Исходная степенная функция

Растянем ее вдвое относительно оси *Oy* (рисунок 2):

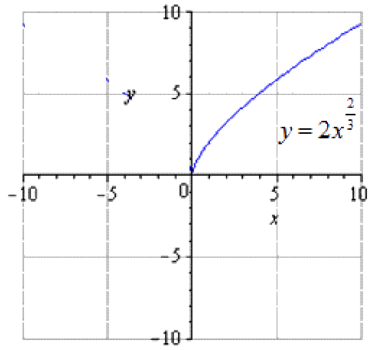


Рисунок 2 – Растяжение вдоль *Oy*

Отображение, симметричное относительно оси *Ox* имеет вид (рисунок 3):

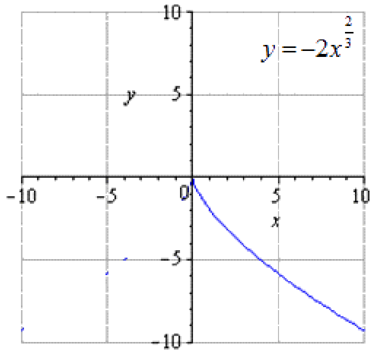


Рисунок 3 – Отображение, симметричное относительно оси *Ox*

Движение вправо на $\frac{1}{2}$ (рисунок 4):

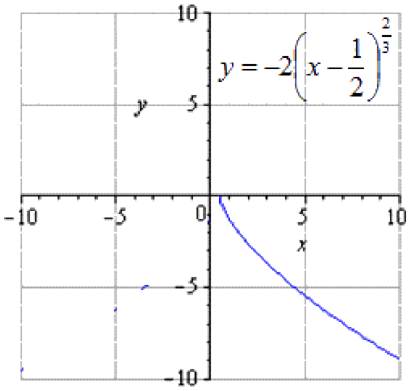


Рисунок 4

Движение на 3 единицы вверх (рисунок 5):

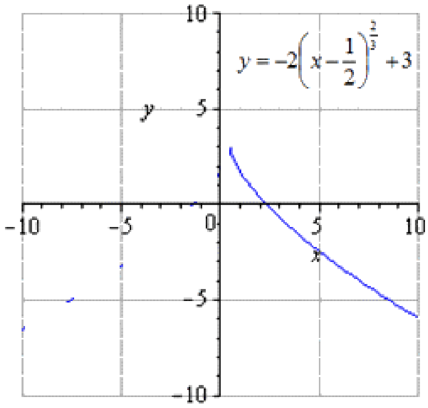


Рисунок 5

Преобразования показательной функции рассмотрим на примере 2.

Пример 2. Произвести построение графика показательной функции y = - $(\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}(2-x)}+8$.

Преобразуем функцию, исходя из свойств степенной функции. Тогда получим, что:

$$y = -\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}(2-x)}+8=-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}x+1}+8=-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}x}+8.$$

Отсюда видно, что получим цепочку преобразований $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$:

$$y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}\rightarrow y=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{x}\rightarrow y=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}x}\rightarrow y=-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}x}\rightarrow y=-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}x}+8.$$

Исходная показательная функция имеет вид (рисунок 6):

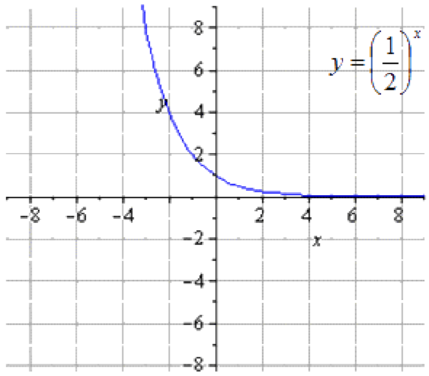


Рисунок 6

Сжимание вдвое вдоль *Oy* (рисунок 7):

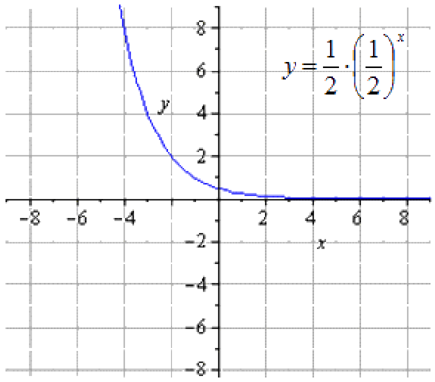


Рисунок 7

Растягивание вдоль *Ox* (рисунок 8):

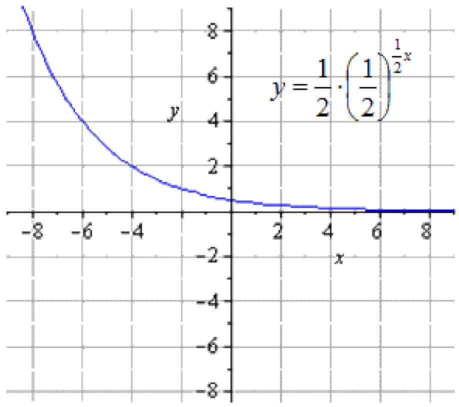


Рисунок 8

Симметричное отображение относительно *Ox* (рисунок 9):

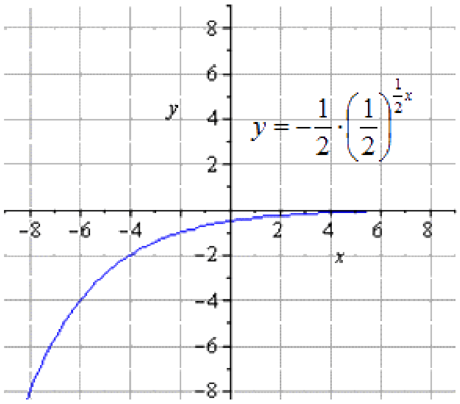


Рисунок 9

Отображение симметрично относительно Oy (рисунок 10):

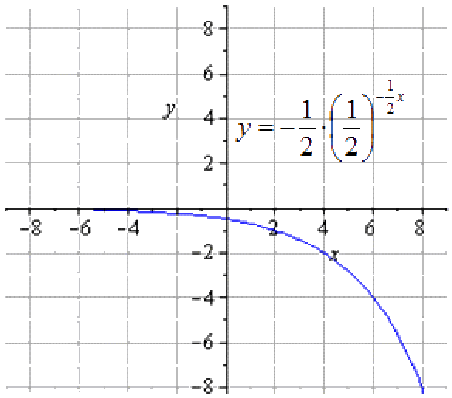


Рисунок 10

Сдвигание на 8 единиц вверх (рисунок 11):

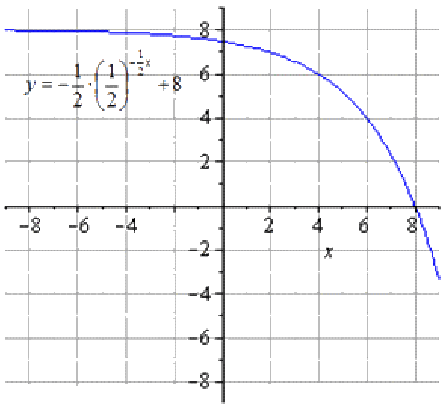


Рисунок 11

Теперь перейдем к примерам построения логарифмической функции $y = ln(x)$.

Пример 3. Построить функцию $y=ln\left(e^2\cdot\sqrt[3]{-\frac{1}{2}x}\right)$ при помощи преобразования $y = ln(x)$.

Для решения необходимо использовать свойства логарифма, тогда получаем:

$$y=ln\left(e^2\cdot\sqrt[3]{-\frac{1}{2}x}\right)=\ln(e^2)+\ln\left(-\frac{1}{2}x\right)^{\frac{1}{3}}=\frac{1}{3}\ln\left(-\frac{1}{2}x\right)+2.$$

Преобразования логарифмической функции выглядят так:

$$y=ln(x)\rightarrow y=\frac{1}{3}ln(x)\rightarrow y=\frac{1}{3}ln(\frac{1}{2}x)\rightarrow y=\frac{1}{3}ln(-\frac{1}{2}x)\rightarrow y=\frac{1}{3}ln(-\frac{1}{2}x)+2.$$

График исходной логарифмической функции (рисунок 12):

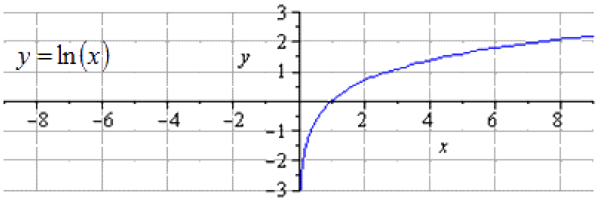


Рисунок 12

Сжимание по *Oy* и растягивание вдоль *Ox* (рисунки 13, 14):

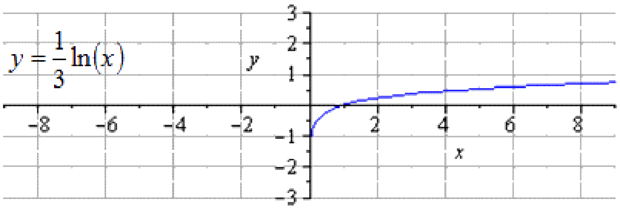


Рисунок 13

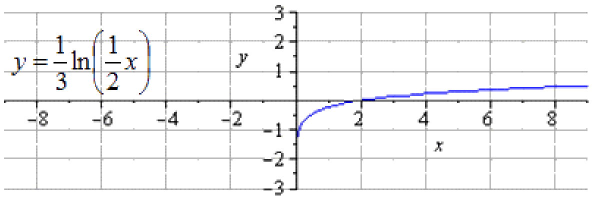


Рисунок 14

Отобразим полученный график относительно *Oy* (рисунок 15) и произведем сдвигание вверх на 2 единицы (рисунок 16):

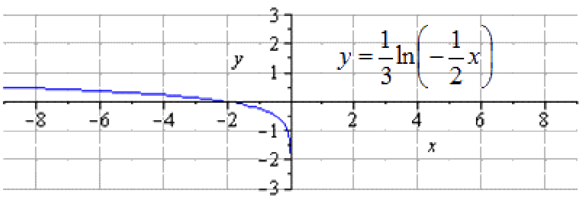


Рисунок 15

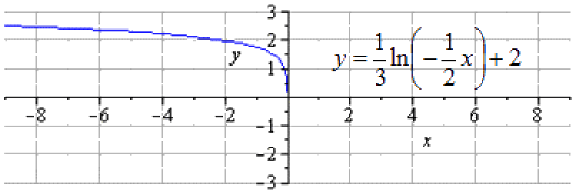


Рисунок 16

Для преобразования графиков тригонометрической функции необходимо подгонять под схему решения вида $\pm k_1 \cdot f(\pm k_2 \cdot (x+a))+b$. Необходимо, чтобы k_2 приравнивался к $\frac{T}{k_2}$. Отсюда получаем, что $0<k_2<1$ дает понять, что график функции увеличивает период по Ox, при k_1 уменьшает его. От коэффициента k_1 зависит амплитуда колебаний синусоиды и косинусоиды.

Рассмотрим пример решения заданий с преобразованием $y=\sin x$.

Пример 4. Построить график $y=-3\sin\left(\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}\right)-2$ с помощью преобразований функции $y=\sin x$.

Необходимо привести функцию к виду $\pm k_1 \cdot f(\pm k_2 \cdot (x+a))+b$. Для этого:

$$y=-3\,sin\left(\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}\right)-2=-3\sin\left(\frac{1}{2}(x-3)\right)-2.$$

Видно, что $k_1=3$, $k_2=\frac{1}{2}$, $a=-3$, $b=-2$. Так как перед k_1 имеется «–», а перед k_2 – нет, тогда получим цепочку преобразований вида:

$y=sin(x) \rightarrow y=3\,sin(x) \rightarrow y=3\,sin\left(\frac{1}{2}x\right) \rightarrow y=-3\,sin\left(\frac{1}{2}x\right) \rightarrow y=-3\,sin\left(\frac{1}{2}(x-3)\right) \rightarrow y=-3\,sin\left(\frac{1}{2}(x-3)\right)-2.$

При построении графика исходной синусоиды $y=\sin x$ получаем, что наименьшим положительным периодом считается $T=2\pi$. Нахождение максимума в точках $\left(\frac{\pi}{2}+2\pi k;1\right)$, а минимума $\left(-\frac{\pi}{2}+2\pi k;-1\right)$, $k\in Z$ (рисунок 17):

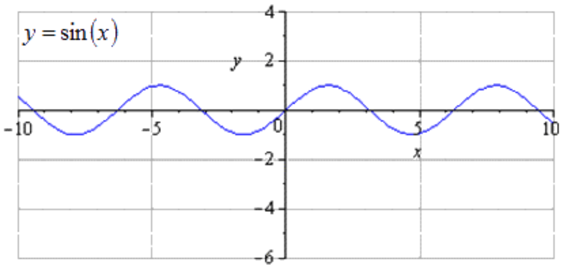


Рисунок 17

Производится растягивание по *Oy* втрое, значит возрастание амплитуды колебаний возрастет в 3 раза. $T = 2\pi$ – это наименьший положительный период. Максимумы переходят в $\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k; 3\right)$, $k \in Z$, минимумы $-\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; -3\right)$, $k \in Z$ (рисунок 18):

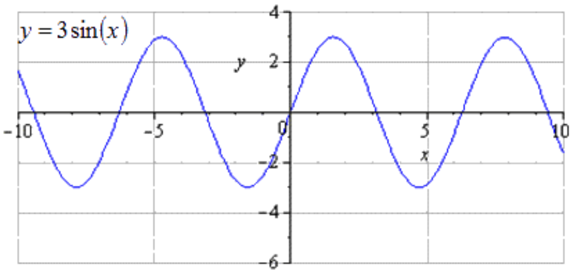


Рисунок 18

При растягивании по *Ox* вдвое получаем, что наименьший положительный период увеличивается в 2 раза и равняется $T = \frac{2\pi}{k_2} = 4\pi$. Максимумы переходят в $(\pi + 4\pi k; 3)$, $k \in Z$, минимумы в $(-\pi + 4\pi k; -3)$, $k \in Z$ (рисунок 19):

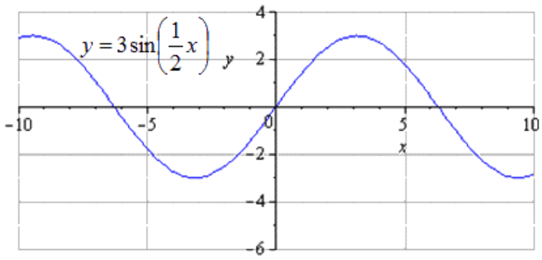


Рисунок 19

Изображение производится симметрично относительно Ox. Наименьший положительный период в данном случае не меняется и равняется $T = \frac{2\pi}{k_2} = 4\pi$. Переход максимума выглядит так: $(-\pi + 4\pi k; 3)$,

$k \in Z$, а минимума – $(\pi + 4\pi k; -3)$, $k \in Z$ (рисунок 20):

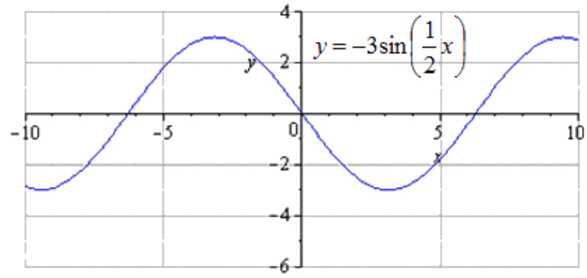


Рисунок 20

Производится сдвижение графика вниз на 2 единицы. Изменение наименьшего общего периода не происходит. Нахождение максимумов с переходом в точки $(-\pi + 3 + 4\pi k; 1)$, $k \in Z$, минимумов – $(\pi + 3 + 4\pi k; -5)$, $k \in Z$ (рисунок 21):

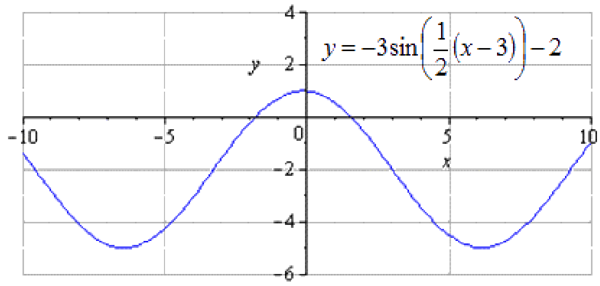


Рисунок 21

На данном этапе график тригонометрической функции считается преобразованным.

Рассмотрим подробное преобразование функции $y = \cos x$.

Пример 5. Построить график функции $y = \frac{3}{2}\cos(2 - 2x) + 1$ при помощи преобразования функции вида $y = \cos x$.

По алгоритму необходимо заданную функцию привести к виду $\pm k_1 f\big(\pm k_2(x + a)\big) + b$. Тогда получаем:

$$y = \frac{3}{2}\cos(2 - 2x) + 1 = \frac{3}{2}\cos\big(-2\ (x - 1)\big) + 1.$$

Из условия видно, что $k_1 = \frac{3}{2}, k_2 = 2, a = -1, b = 1$, где k_2 имеет «–», а перед k_1 он отсутствует.

Отсюда получаем, что получится график тригонометрической функции вида:

$y=\cos(x)\rightarrow y=\frac{3}{2}\cos(x)\rightarrow\ y=\frac{3}{2}\cos(2x)\rightarrow y=\frac{3}{2}\cos(-2x)\rightarrow\ y=\frac{3}{2}\cos\big(-2(x-1)\big)\rightarrow y=\frac{3}{2}\cos\big(-2(x-1)\big)+1$.

При заданном графике $y=\cos(x)$ видно, что наименьший общий период равняется $T=2\pi$. Нахождение максимумов в $(2\pi k;1), k\in Z$, а минимумов $(\pi+2\pi k;1), k\in Z$ (рисунок 22):

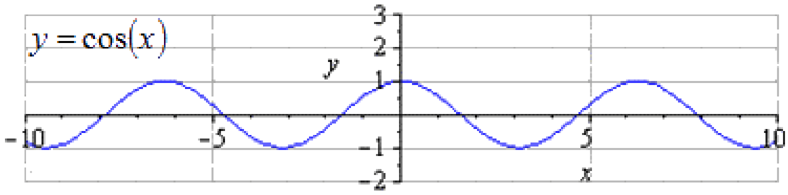


Рисунок 22

При растягивании вдоль Oy в $\frac{3}{2}$ раза происходит возрастание амплитуды колебаний в $\frac{3}{2}$ раза. $T=2\pi$ является наименьшим положительным периодом. Нахождение максимумов в $\left(2\pi k;\frac{3}{2}\right), k\in Z$, минимумов в $\left(\pi+2\pi k;-\frac{3}{2}\right), k\in Z$ (рисунок 23):

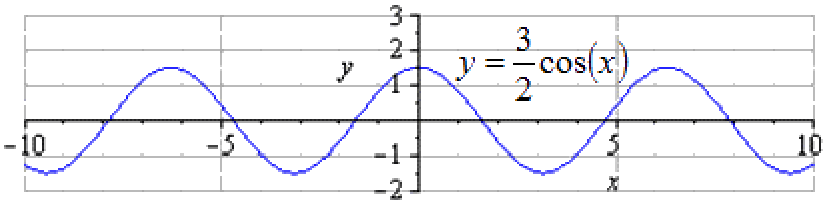


Рисунок 23

При сжатии вдоль Ох вдвое получаем, что наименьшим положительным периодом является $T=\frac{2\pi}{k_2}=\pi$. Максимумы переходят в $\left(\pi k;\frac{3}{2}\right), k\in Z$, минимумы – $\left(\frac{\pi}{2}+\pi k;-\frac{3}{2}\right), k\in Z$ (рисунок 24):

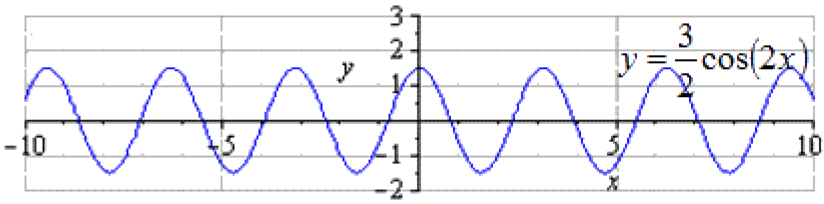


Рисунок 24

Так как график нечетный, то он не будет изменяться относительно *Oy* (рисунок 25):

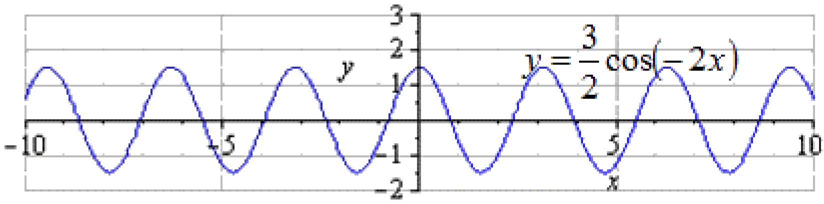


Рисунок 25

При сдвигании графика на 1 отсутствуют изменения наименьшего положительного периода $T = \pi$. Нахождение максимумов в $\left(\pi k + 1; \frac{3}{2}\right), k \in Z$, минимумов – $\left(\frac{\pi}{2} + 1 + \pi k; -\frac{3}{2}\right), k \in Z$ (рисунок 26):

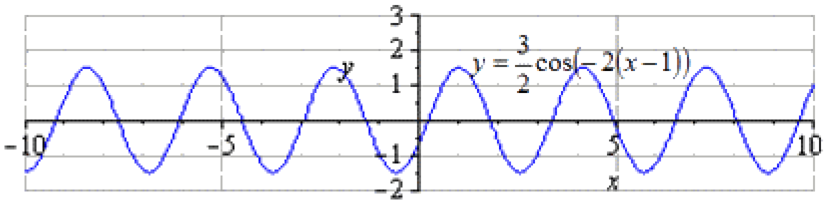


Рисунок 26

При сдвигании на 1 наименьший положительный период равняется $T = \pi$ и не изменен. Нахождение максимумов в $\left(\pi k + 1; \frac{5}{2}\right), k \in Z$, минимумов в $\left(\frac{\pi}{2} + 1 + \pi k; -1\right), k \in Z$ (рисунок 27):

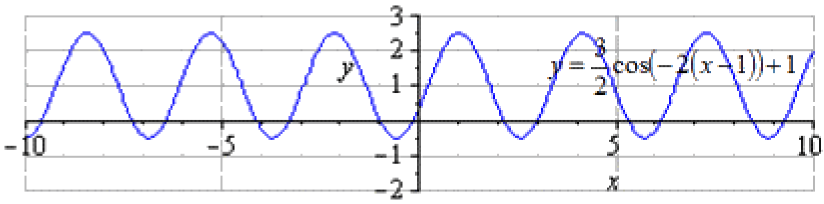


Рисунок 27

Преобразование функции косинуса завершено.

Пример 6. Построить график функции $y = -\frac{1}{2} tg\left(\frac{\pi}{3} - \frac{2}{3}x\right) + \frac{\pi}{3}$ при помощи преобразований функции $y = tg(x)$.

Для начала необходимо привести заданную функцию к виду $\pm k_1 f\left(\pm k_2(x + a)\right) + b$. Получаем:

$$y = -\frac{1}{2}tg\left(\frac{\pi}{3} - \frac{2}{3}x\right) + \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}tg\left(-\frac{2}{3}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right) + \frac{\pi}{3}.$$

Отчетливо видно, что $k_1 = \frac{1}{2}, k_2 = \frac{2}{3}, a = -\frac{\pi}{2}, b = \frac{\pi}{3}$, а перед коэффициентами k_1 и k_2 имеется «–». Значит, после преобразования тангенсоиды получаем:

$$y = tg(x) \to y = \frac{1}{2}tg(x) \to y = \frac{1}{2}tg\left(\frac{2}{3}x\right) \to y = -\frac{1}{2}tg\left(\frac{2}{3}x\right) \to y = -\frac{1}{2}tg\left(-\frac{2}{3}x\right) \to y = -\frac{1}{2}tg\left(-\frac{2}{3}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right) \to y = -\frac{1}{2}tg\left(-\frac{2}{3}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right) + \frac{\pi}{3}.$$

Имеем, что исходный график – это $y = tg(x)$. Изменение положительного периода равняется $T = \pi$. Областью определения считается $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right), k \in Z$ (рисунок 28):

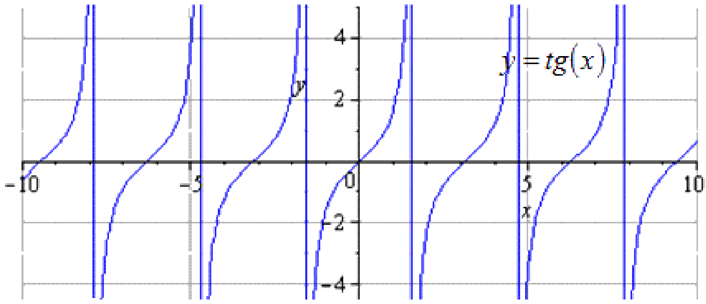


Рисунок 28

Сжимаем в 2 раза вдоль Оу. $T = \pi$ считается наименьшим положительным периодом, где область определения имеет вид $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right), k \in Z$ (рисунок 29):

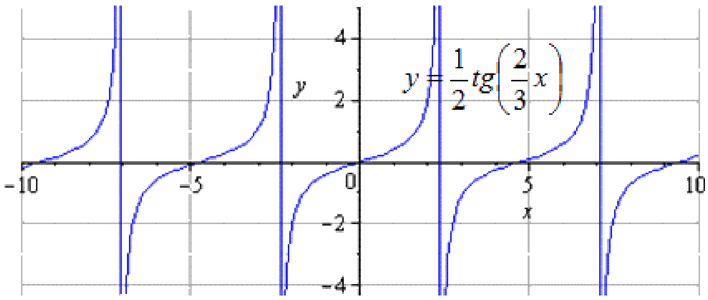


Рисунок 29

Растягиваем вдоль Ох в $\frac{3}{2}$ раза. Вычислим наименьший положительный период: $T = \frac{\pi}{k_2} = \frac{3}{2}\pi$. Тогда область определения функции $\left(-\frac{3\pi}{4} + \frac{3}{2}\pi k;\ \frac{3\pi}{4} + \frac{3}{2}\pi k\right), k \in Z$ (рисунок 30):

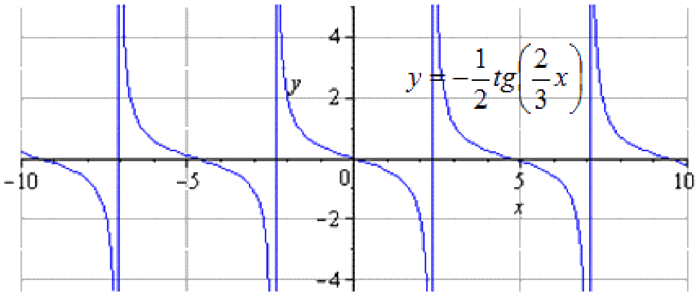


Рисунок 30

Симметрия идет по оси Ox. Период не изменится (рисунок 31):

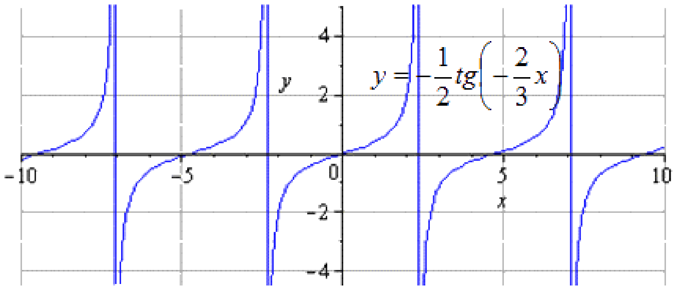


Рисунок 31

При движении вправо на $\frac{\pi}{2}$ видим, что наименьшим положительным периодом является $T = \frac{3}{2}\pi$. А изменения происходят внутри области определения: $\left(-\frac{\pi}{4} + \frac{3}{2}\pi k;\ \frac{5\pi}{4} + \frac{3}{2}\pi k\right), k \in Z$ (рисунок 32):

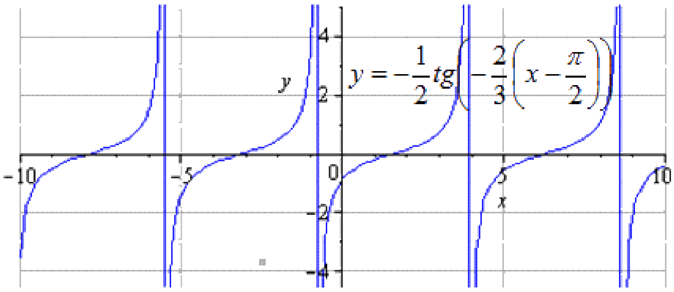


Рисунок 32

При сдвигании графика на $\frac{\pi}{3}$ получаем, что изменение области определения отсутствует (рисунок 33):

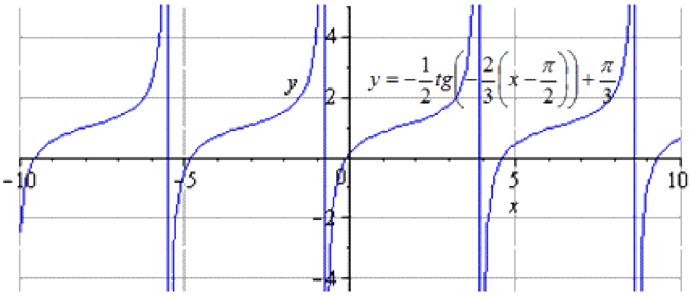


Рисунок 33

Преобразование тангенса завершено.

Теперь рассмотрим преобразование графиков обратных тригонометрических функций на примере функции вида $y = arccos(x)$.

Пример 7. Построить график функции $y = \arcsin\left(\frac{1}{3}(x-1)\right)$ при помощи преобразования $y = arccos(x)$.

Для начала необходимо перейти от арккосинуса к арксинусу при помощи обратных тригонометрических функций $\arcsin(x) + \arccos(x) = \frac{\pi}{2}$. Значит, получим, что $\arcsin(x) = \frac{\pi}{2} - \arccos(x)$.

Видно, что $y = \arccos(x) \to y = -\arccos(x) \to y = -\arccos(x) + \frac{\pi}{2}$.

График, данный по условию, изображен на рисунке 34:

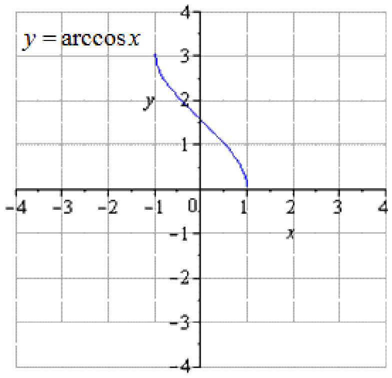


Рисунок 34

Производим отображение относительно *Ox* (рисунок 35) и движение вверх на $\frac{\pi}{2}$ (рисунок 36):

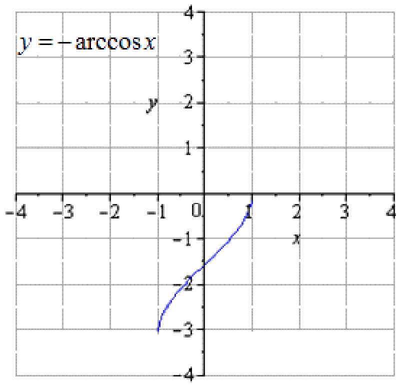


Рисунок 35

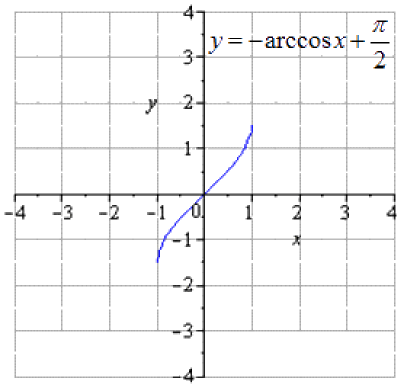


Рисунок 36

Таким образом, осуществляется переход от арккосинуса к косинусу. Необходимо произвести геометрические преобразования арксинуса и его графика.

Видно, что $k_1 = 2, k_2 = \frac{1}{3}, a = -1, b = 0$, где отсутствует знак «–» у k_1 и k_2. Тогда получаем, что преобразование $y = \arcsin(x)$ примет вид:

$$y = \arcsin(x) \to y = 2\arcsin(x) \to y = 2\arcsin\left(\frac{1}{3}x\right) \to$$

$$y = 2\arcsin\left(\frac{1}{3}(x-1)\right).$$

График $y = \arcsin(x)$ имеет область определения вида $x \in [-1; 1]$, тогда интервал $y \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ относится к области значений (рисунок 37):

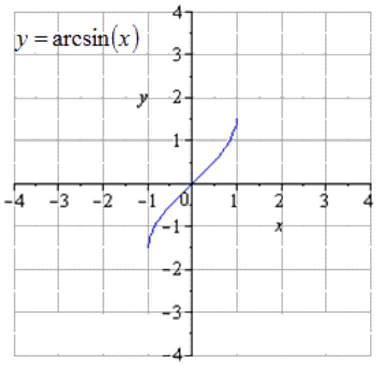


Рисунок 37

Данный график необходимо растянуть вдвое по Oy, причем область определения останется неизменной: $x \in [-1; 1]$, а область значений изменится: $y \in [-\pi; \pi]$ (рисунок 38):

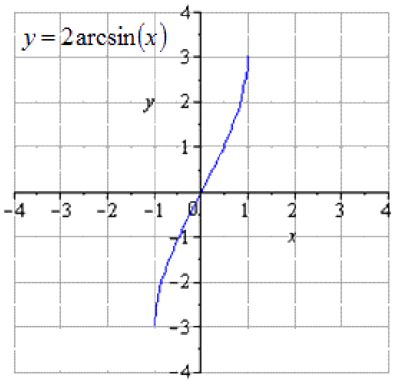


Рисунок 38

Следующий шаг – растягивание по Ox. Происходит расширение области определения $x \in [-3; 3]$, но область значений останется неизменной: $y \in [-\pi; \pi]$ (рисунок 39):

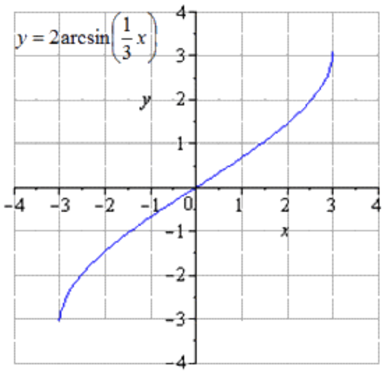


Рисунок 39

Производим сдвигание графика вправо на 1, причем область определения становится равной $x \in [-2; 4]$, область значений останется неизменной: $y \in [-\pi; \pi]$ (рисунок 40):

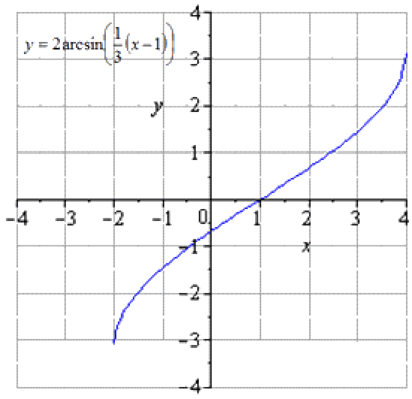


Рисунок 40

Задача преобразования графика обратной тригонометрической функции завершена.

Пример 8. Рассмотрим теперь функцию вида $f(x) = |x|$. Модуль определяется следующим образом: если действительное число будет неотрицательным, то значение модуля совпадает с самим числом. Если же отрицательно, то значение модуля совпадает с абсолютным значением данного числа. Исследуем и построим график данной функции:

1. $D(f) = R$.

2. По определению модуля действительного числа, получим, что $E(f) = [0, \infty)$.

3. $f(-x) = |-x| = |x| = f(x)$. Значит, функция четна.

4. При $x = 0, y = 0$. Точка (0,0) – единственное пересечение с координатными осями.

5. Функция будет возрастать на промежутке $x \in (0, +\infty)$. Функция будет убывать на промежутке $x \in (-\infty, 0)$.

6. Значения на концах области определения: $\lim\limits_{x \to -\infty} y = +\infty$, $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$.

График будет иметь вид (рисунок 41):

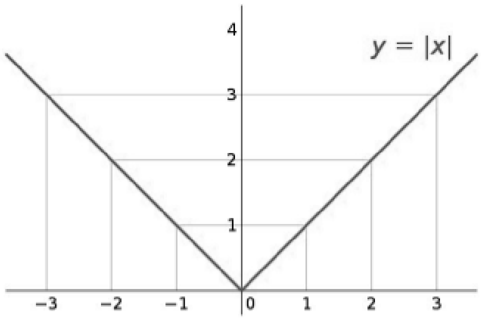


Рисунок 41

Наиболее часто в решении уравнений и неравенств используют область допустимых значений (ОДЗ). Этот прием помогает нам избавиться от так называемого лишнего (неверного) корня. Такие уравнения и неравенства часто сводятся к решению равносильным им системам.

Пример 9. Решить уравнение $(x-3)^{\frac{1}{3}}+6=\sqrt{15-2x-x^2}+2x$.

Находим ОДЗ:

$$\begin{cases} x-3\geq 0, \\ 15-2x-x^2\geq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\geq 3, \\ -(x-3)(x+5)\leq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\geq 3, \\ -5\leq x\leq 3. \end{cases}$$

ОДЗ состоит из одного числа 3. Далее проверим, является ли число 3 решением данного уравнения:

$$(3-3)^{\frac{1}{3}}=\sqrt{15-2\cdot 3-3^2}+2\cdot 3;$$

$$6=6\Rightarrow x=3.$$

Отсюда делаем вывод, что $x=3$ является корнем уравнения.

Ответ: $x=3$.

Далее рассмотрим использование области определения функции при решении уравнений и неравенств. Это прием используют обычно при решении уравнений, состоящих из функций с ограниченной областью определения, такие как логарифмические, иррациональные и др.

Пример 10. Решить уравнение $arccosx=\sqrt{x-1}$.

Уравнение является уравнением вида $f(x) = g(x)$; $f(x) = arccosx,$ $g(x) = \sqrt{x-1}$. Находим области определения каждой функции: $D(f) = [-1; 1], D(g) = [1; +\infty)$. Объединение областей определения составляет единственное число 1.

Поэтому проверим, является ли число 1 корнем уравнения:

$$arccos1 = \sqrt{1-1};$$

$$0 = 0 \Rightarrow x = 1.$$

Отсюда делаем вывод, что $x = 1$ является корнем уравнения.

Ответ: $x = 1$.

Использование монотонности функции разберем в следующем примере.

Пример 11. Решить уравнение $2arcsin2x = 3arccosx$. (1)

Уравнение является уравнением вида $f(x) = g(x)$. Первая функция возрастает на своей области определения, а вторая – убывает. Следовательно, уравнение (1) имеет не более одного корня.

Заметим, что $x = 0{,}5$ является корнем уравнения.

Ответ: $x = 0{,}5$.

Свойство ограниченности функции также может помочь найти корни уравнения, а также доказать, что корни не существуют. Обычно данный прием используют в том случае, когда в левой и правой частях уравнения находятся функции разной природы.

Пример 12. Решить уравнение $2^x + \frac{\pi}{2} = arctgx$.

Уравнение является уравнением вида $f(x) = g(x)$.ОДЗ для первой функции равно $(\frac{\pi}{2}; +\infty)$, а для второй – $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$. Объединение областей допустимых значений составляет пустое множество. Следовательно, уравнение не имеет решений.

Ответ: решений нет.

Перейдем к рассмотрению решения уравнений и неравенств повышенной сложности, а именно уравнения и неравенства с параметром. Задания такого типа будем решать, использовав ФГ метод. Приведем пример.

Пример 13. Найти все значения параметра a, при которых уравнение $2^{x^2-2x}\log_3(x^2-2x+3)+2^{x^2-2x}\log_3(2|x-a|+2)=0$ имеет ровно три корня.

Очевидно, будем использовать функционально-графический метод.

$$2^{x^2-2x}\log_3(x^2-2x+3)=2^{x^2-2x}\log_3(2|x-a|+2).$$

Сделаем замену: $t=x^2-2x,\ h=2|x-a|-1.$

Получим уравнение:

$$2^t\log_3(t+3)=2^t\log_3(h+3). \quad (2)$$

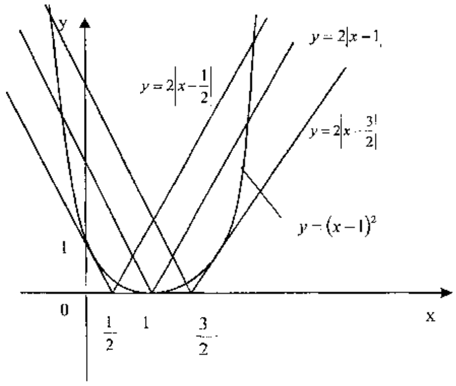
Функция $f(g(x,a))=2^t\log_3(t+3)$ монотонно возрастает при $t>-3$, поэтому от уравнения (2) можно перейти к равносильному:

$$x^2-2x=2|x-a|-1;$$

$$(x-1)^2=2|x-a|.$$

Построим график функции $y=(x-1)^2$ и $y=2|x-a|$.

В соответствии с дополнительным условием, найдем те значения параметра, при которых уравнение имеет три корня (рисунок 42).



Ответ: $a=1,\frac{1}{2},\frac{3}{2}$.

Рисунок 42 – «Корни уравнения»

Теперь разберем некоторые задания из данного курса, следуя порядку тем в тематическом планировании.

Способ «переброски». При этом способе коэффициент a умножается на свободный член, как бы «перебрасывается» к нему, поэтому его и называют способом «переброски». Этот способ применяют, когда можно легко найти корни уравнения, используя теорему Виета и, что самое важное, когда дискриминант есть точный квадрат.

Пример 14. $3x^2+4x+1=0.$

$$3+4+1\neq 0.$$

Применяя способ «переброски», получаем:

$$x^2+4x+3=0.$$

С помощью теоремы Виета получаем корни уравнения:

$$x_1=-3;\ x_2=-1.$$

Однако корни уравнения необходимо поделить на 3 (то число, которое «перебрасывали»).

Ответ: $x_1= -1$; $x_2= -\frac{1}{3}$.

Рациональные задачи с параметром.

Пример 15. Решить неравенство $2ax+5\cos\frac{\pi}{3}\geq 0$ при всех значениях параметра a.

Неравенство можно переписать в виде $ax\geq -\frac{5}{4}$. Рассмотрим три случая:

1) $a=0$. Тогда неравенство принимает вид $0\geq -\frac{5}{4}$, что верно при любых значениях переменной x;

2) $a>0$. Тогда при делении на a обеих частей неравенства знак неравенства не изменится, следовательно, $x\geq -\frac{5}{4a}$;

3) $a<0$. Тогда при делении на a обеих частей неравенства знак неравенства изменится, следовательно, $x\leq -\frac{5}{4a}$.

Ответ: $a=0\Rightarrow x\in R;$

$a>0\Rightarrow x\geq -\frac{5}{4a}$;

$a<0 \Rightarrow x \leq -\frac{5}{4a}$.

Пример 16. Найти все значения параметра p, при каждом из которых уравнение $|x^2-36|$ $-8|x-p|$ $+2p=0$ относительно переменной x имеет ровно 4 решения.

Применим графическое решение. Запишем иначе:

$$|x^2 - 36| = 8|x-p| - 2p.$$

Слева имеем параболу, график которой, вследствие наличия модуля, располагается только в верхней полуплоскости, вся его «подводная» часть отражена вверх (рисунок 43):

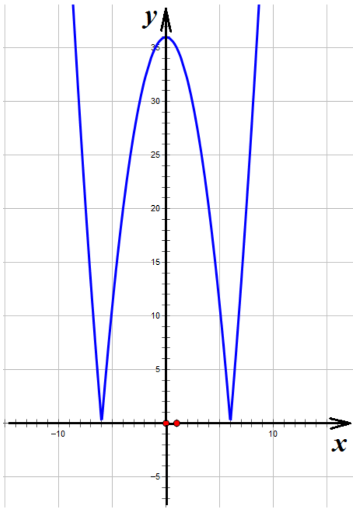


Рисунок 43 – Парабола «в модуле»

Справа имеем «галочку», вершина этой галочки будет перемещаться по прямой $y= -2x$. То, что график выглядит, как «галка», понятно, но как была установлена траектория движения ее вершины? А вот так:

$y = 8\ |x-p| - 2p$.

Модуль может быть раскрыт как с плюсом, так и с минусом, в зависимости от знака подмодульного выражения:

$$\begin{cases} y = 8(x-p) - 2p; \\ y = 8(p-x) - 2p. \end{cases}$$

Тогда:

$$\begin{cases} y = 8x - 8p - 2p; \\ y = 8p - 8x - 2p. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 8x - 10p; \\ y = 6p - 8x. \end{cases}$$

Вычитаем уравнения:

$$16x=16p;$$

$$x=p.$$

Тогда $y=8x\text{-}10x= -2x$.

Теперь исследуем полученную систему двух графиков. Нас устраивают случаи, когда «галка» 4 раза пересекает параболу. Начинаем двигать нашу галочку слева направо (рисунок 44):

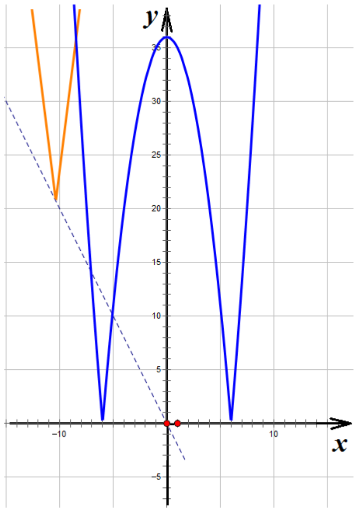


Рисунок 44 – Два корня (два пересечения)

В указанном положении будем иметь 2 корня. Поэтому продолжаем двигать галку вниз (рисунок 45):

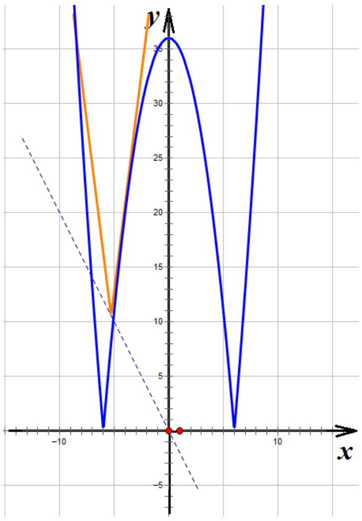


Рисунок 45 – Три корня (два пересечения и касание)

Когда «галка» своим правым крылом коснется параболы, ее отраженного, внутреннего кусочка, у нас получится три решения. А чуть только мы сдвинемся еще чуть ниже – уже 4. Определим значение параметра при касании, это начальная точка того интервала, который нас интересует.

Определить значение параметра в этом случае просто. Правое крыло «галки» описывается уравнением: $y=8x-10p$. При касании ордината точки, принадлежащей параболе, и ордината точки, принадлежащей прямой, одинаковы, поэтому приравняем ординаты. Та часть параболы, которой касается прямая, описывается уравнением:

$$y=36-x^2.$$

Тогда, приравняв ординаты, получим:

$$36-x^2 = 8x-10p;$$

$$x^2+8x-10p-36 = 0.$$

Если общая точка одна, то дискриминант будет равен 0:

$$D=b^2-4ac = 64-4(-10p-36) = 64+40p+144 = 0;$$

$$40p = -208;$$

$$p = -5{,}2.$$

Сама эта точка еще нас не устраивает, но значения параметра, большие -5,2, уже подходят нам. Выясним, до какого момента будем иметь 4 пересечения (рисунок 46):

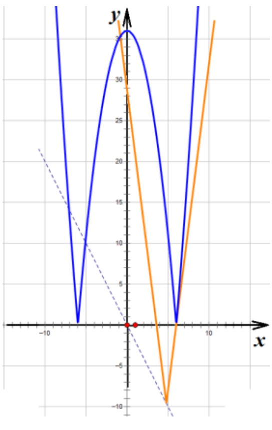


Рисунок 46 – Три корня

В показанном положении снова будем иметь три пересечения. В этот момент правое крыло «галки» проходит через точку *(6;0)*, тогда:

$$8x\text{-}10p = 0;$$

$$8\cdot 6\text{-}10p = 0;$$

$$p = 4{,}8.$$

Итак, найден интервал решений: $p \in (-5{,}2;\ 4{,}8)$.

Однако, вдруг это еще не все решения? Сдвинем «галку» еще ниже (рисунок 47):

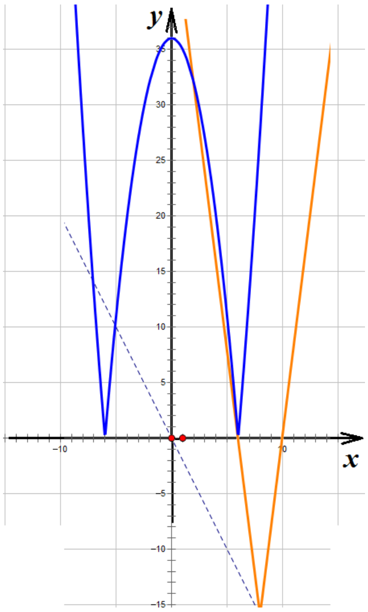


Рисунок 47 – Снова три корня

Видим, что снова, при прохождении левого крыла «галки» через точку *(6;0)*, появились три корня. Небольшой сдвиг еще чуть ниже даст четыре корня, и эта ситуация нас устраивает, следовательно, имеем еще один интервал решений. Определим значение параметра. Левое крыло «галки» описывается уравнением:

$$y = 6p\text{-}8x.$$

Подставляем координаты точки в уравнение:

$$0 = 6p\text{-}8\cdot 6;$$

$$p = 8.$$

Сдвигаем «галку» еще ниже и получаем касание (рисунок 48):

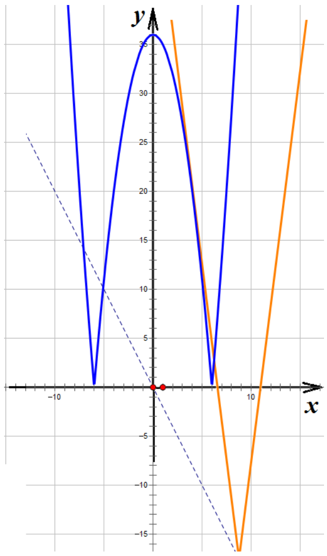


Рисунок 48 – Два пересечения и касание

Приравниваем ординаты:

$$36\text{-}x^2 = 6p\text{-}8x;$$

$$x^2\text{-}8x+6p\text{-}36 = 0.$$

Если общая точка одна, то дискриминант будет равен 0:

$$D = b^2\text{-}4ac = 64\text{-}4(6p\text{-}36) = 64\text{-}24p+144 = 0;$$

$$24p = 208;$$

$$p = 8\frac{2}{3}.$$

Полученное значение параметра нас уже не устраивает: при таком p снова имеем три решения.

Вот и второй интервал: $p \in (8;\ 8\frac{2}{3})$.

Ответ: $p \in (-5{,}2;\ 4{,}8) \cup (8;\ 8\frac{2}{3})$.

Таким образом, можно сделать вывод, что приемы решения уравнений и неравенств с помощью графического метода позволяют осуществить переход от знаний к умениям, указывают на способы действий, которые, в свою очередь, раскрывают приемы мышления, такие как анализ, синтез, обобщение и др.

2.5 Характеристика графического метода решения уравнений и неравенств с использованием ИКТ

Перед тем, как охарактеризовать функционально-графический метод, нужно обратиться к такому понятию, как «метод» и проанализировать некоторые замечания о функциях, которые используются в процессе обучения.

В дидактике средней школы метод интерпретируется как система поочередных действий, которые приводят к достижению результата, который соответствует намеченной цели. Данная последовательность действий может быть нацелена и теоретический результат, и на практическую реализацию. Отсюда следует, что метод является способом изучения новых знаний, так и способом практической деятельности. Оба способа всегда направлены на конкретный объект, поэтому его объект обязательно соответствует любому методу [14].

Л.С. Капкаева выделяет тот факт, что метод включает в себя две стороны: объективную и субъективную. Суть первой стороны заключается в приобретении общих знаний и закономерностей изучаемого объекта. Вторая сторона, в свою очередь, связана с применением метода, с целью деятельности над данным объектом [15].

Выделение в методе двух указанных сторон создает условия для решения вопроса о его компонентах. Здесь важно то, какая из сторон метода в противном случае является ведущей. Поэтому часть компонентов метода так или иначе связаны с объективной стороной (гносеологический компонент), а часть компонентов связана с субъективной стороной (деятельностный компонент). Сочетание этих компонентов и дает определение компонентов метода в широком смысле [16].

Объективная сторона метода связана с изучением сущности трансформированного объекта. Необходимое условие – определенные знания, без которых не может существовать изучаемый метод. Эти знания должны образовывать систему, включающую в себя:

- первоначальные знания об объекте, к которому применяется метод, его свойства (основные понятия, свойства понятий, связи между ними);
- приобретенные знания, полученные в ходе изучения объекта (изменение свойств объекта под влиянием действий над ним, установление неизвестных до этого свойств);
- знания о сфере, к которой относится данный метод (круг задач, решаемых с помощью данного метода, их виды и т.д.);
- знания об особенностях использования метода в зависимости от сферы приложения.

Все эти компоненты входят в гносеологическую сторону данного метода.

К деятельностным компонентам метода относятся:

- конкретная система действий, которая ведет к достижению результата, соответствующего поставленной цели;
- средства осуществления деятельности, основу которой составляет эта система действий (интеллектуальные, практические, предметные) [16].

Математические методы в процессе обучения, могут выступать как цель изучения, так и средство изучения нового материала. Не трудно догадаться, что конкретный метод может стать одним из средств изучения новых тем только тогда, когда обучающиеся умеют применять его для решения определенных практических задач. Следовательно, что во время формирования метода учитель и старшеклассники часто сталкиваются с необходимостью решения двух задач.

Решение первой задачи подразумевает усвоение обучающимися системы действий и тех гносеологических компонентов, без которых не могут выполняться деятельностные компоненты. Вторая задача может быть решена только тогда, когда у обучающихся усвоятся гносеологические части метода, которые связаны с изучением новых свойств данного объекта, различных видов задач, их особенностей. Обучающиеся должны научиться выбирать метод, который целесообразно и удобней всего использовать во время решения конкретной задачи [17].

Решение, в общем, двух названных выше задач представляет собой долгий процесс, в котором нельзя четко выделить этапы решения конкретной задачи. Итогом всего процесса должно быть усвоение обучающимися математических методов на уровне применения, что предусмотрено программой для средней школы.

Г.И. Саранцев одним из первых предложил подход к решению первой из названных задач в методике обучения математике. Он рассматривал вопросы обучения решению задач разными методами, например, с помощью геометрических преобразований, векторным и координатным способами. Также он выделил в качестве основных компонентов методов - умения, которыми должны овладеть обучающийся [18]. Ими являются те действия, которые нужно выполнить в ходе осуществления метода.

Данная задача решается поэтапно. Выделяют пять этапов формирования метода решения задач.

- *подготовительный этап.* На данном этапе происходит предварительное усвоение определенных знаний и умений, без которых нельзя овладеть конкретным методом.
- *мотивационный этап.* Задачей данного этапа является убеждение обучающихся в необходимости овладения методом и добиться осознания ими того факта, что на последующих этапах целью их деятельности будет именно усвоение метода решения задач.
- *ориентировочный этап.* На этом этапе следует разъяснить учащимся суть метода и выделить его основные термины, утверждения. Здесь целесообразно использовать задачи.
- *этап овладения отдельными компонентами метода.* На данном

этапе, учитель использует специальные упражнения для того, чтобы организовать формирование конкретных компонентов метода через решение задач, требующих небольшого числа этих компонентов.

- *этап формирования метода в целом.* Целью этого этапа является обобщение частных умений в единый метод, посредством использования задач, требующих, наоборот, применения большего количества компонентов метода [15].

Описанные выше этапы формирования метода в процессе обучения тесно связаны друг с другом, поэтому не желательно строго разделять задачи, используемые на каждом из этих этапов.

Исходя из вышесказанного, можно понять, что в нашем исследовании акцент полностью делается на этап овладения отдельными компонентами и на этап формирования метода.

Напомним, что под алгебраическими или стандартными методами решения уравнений и неравенств понимают:

- метод преобразований (раскрытие скобок, освобождение от знаменателя, приведение подобных членов, возведение в натуральную степень обеих частей и т.д.);
- метод разложения на множители;
- метод введения вспомогательных неизвестных [13].

В исследованиях таких авторов, как Г.В. Дорофеев, С.И. Мещерякова, А.Г. Мордкович, М.К. Потапов, нестандартный метод – это метод решения уравнений и неравенств, основанный на свойствах, входящих в них, функций. Следовательно, можем сделать небольшой вывод о том, что нестандартный метод является метод, основанная роль которого принадлежит свойствам функций (монотонность, четность, нечетность, периодичность и др.) при переходе к решению равносильным уравнениям и неравенствам.

С.И. Мещерякова, анализируя решения уравнений и неравенств нестандартными методами, выделила следующие требования. Обучающиеся должны уметь пользоваться всеми приемами решения уравнений и неравенств алгебраическими методами и уметь выполнять следующие действия:

- выполнять операции над функциями;
- определять структуру уравнения или неравенства, то есть выяснять, из каких функций и каким образом оно составлено;
- определять свойства, относящиеся к функциям из уравнения или неравенства (ограниченность, четность, монотонность, периодичность, выпуклость и т.д.), то есть исследовать функции;
- строить графики и эскизы графиков функций [20].

Дадим характеристику ФГ метода решения уравнений и неравенств и опишем возможности его использования в процессе обучения старшеклассников общеобразовательных учреждений. Для этого стоит выделить деятельностные и гносеологические компоненты указанного метода.

Функционально-графический метод решения уравнений и неравенств — это метод, основанный на использовании свойств функций и их графических иллюстраций.

Гносеологический компонент ФГ метода включает в себя:

- знания о решении отдельных видов уравнений, неравенств и их конструкций алгебраическими методами;
- знания о выполнении операций над функциями;
- знания о построении графиков различных элементарных функций, в том числе с применением компьютерных технологий;
- знания о свойствах функций и их применении при решении уравнений и неравенств;
- знания о возможности решения уравнений и неравенств на базе использования свойств функций.

Деятельностный компонент ФГ метода подразумевает проведение следующих действий:

- выполнение операций, соответствующих приемам решения уравнений и неравенств, прибегая к алгебраическим методам.
- выполнение операций над функциями;
- построение графиков и эскизов графиков функций с применением компьютерных технологий;
- определение структуры уравнения и неравенства: выяснение, из каких функций и каким образом они составлены;
- исследование функции;
- решение уравнений и неравенств, применяя отдельные свойства элементарных функций;
- решение уравнений и неравенств повышенной сложности.

Целями обучения школьников ФГ методу решения уравнений и неравенств можно обозначить:

- усвоение обучающимися математических знаний;
- развитие логического, аналитического и творческого мышления;
- воспитание у обучающихся настойчивости в преодолении определенных трудностей, самостоятельности, достижения поставленных целей, умение находить пути выхода из нестандартных ситуаций;
- овладение компьютерными технологиями;
- обеспечение математического и профессионального развития личности выпускника школы.

Осуществление возможностей усвоения старшеклассниками ФГ метода связана с определением трех задач. Суть первой задачи заключается в том, чтобы добиться понимания сути метода и владения способами его применения. Вторая задача включает в себя обучение применения ФГ метода для решения уравнений и неравенств. Третья, и самая основная, задача говорит о том, что обучающиеся должны сами научиться пользоваться ФГ методом при решении уравнений и неравенств.

Эти задачи должны быть целью деятельности и учителя, и обучающихся. Решение вышеуказанных задач разбивает процесс формирования ФГ метода на следующие этапы:

• *подготовительный этап.* На данном этапе формируются следующие действия, которые реализуют ФГ метод решения уравнений и неравенств: выполнение операций над функциями, построение графиков функций с применением компьютерных технологий.

Здесь же происходит обобщение, расширение и углубление знаний, обучающихся по следующим темам: «Числовые функции и их свойства», «Построение графиков функций различными способами», «Решение уравнений и неравенств алгебраическим методом».

• *этап решения уравнений и неравенств с применением отдельных свойств функций.* Этот этап подразумевает решение задач повышенной сложности, то есть применение отдельных свойств функций, таких как области определения, ограниченности, монотонности, четности и нечетности, периодичности, при решении уравнений и неравенств. На данном этапе формируются действия, входящие в состав ФГ метода решения уравнений и неравенств: определение структуры уравнения и неравенства; исследование функции; решение уравнений и неравенств, применяя отдельные свойства элементарных функций.

• *этап выбора метода решения уравнений и неравенств повышенной сложности.* Целью данного этапа служит овладение обучающимися ФГ методом в процессе решения уравнений и неравенств повышенной сложности.

Подготовка обучающихся использует для изучения ФГ метода как традиционные (учебники, методические материалы, справочная литература), так и инновационные (мультимедийный проектор, интерактивная доска, презентации и специальные математические программы, например, математические пакеты MathCad, Maple, GraphMaster и др.) средства.

Основными формами обучения старшеклассников ФГ методу являются как аудиторные (лекции, практические и лабораторные занятия в компьютерных классах), так и внеаудиторные (самостоятельная работа) занятия.

Применение инновационных форм и средств обучения способствует развитию интереса и повышению мотивации к учебной и профессиональной деятельности, дифференциации и индивидуализации обучения.

Таким образом, делаем вывод, что овладение функционально-графическим методом решения уравнений и неравенств выполняется через обучение школьников отдельным приемам и системе действий в целом, относящихся к данному методу. Так же для повышения мотивации обучающихся в систему обучения графическому методу решения задач стоит включать инновационные технологии, так как в настоящее время компьютерные технологии играют важную роль не только в системе образования, но и в жизни любого человека в целом.

Итак, в данном параграфе характеризуется: функционально-графический метод решения уравнений и неравенств, его деятельностный и гносеологический компоненты.

2.6 Методические особенности обучения решению уравнений и неравенств с использованием ИКТ

В данном параграфе будут рассмотрены методические особенности подготовки к обучению и самого обучения учащихся решению уравнений и неравенств графическим методом, при этом прибегая к ИКТ (далее – информационно-коммуникационные технологии).

Для начала выделим два этапа формирования функционально-графического метода решения уравнений и неравенств:

- этап решения уравнений и неравенств, применяя отдельные свойства функции;
- этап выбора метода решения уравнений и неравенств повышенной сложности.

На первом этапе обучающиеся знакомятся с применением свойств функций при решении уравнений и неравенств ФГ методом. Обучение на этом этапе должно проходить по следующей схеме:

1. Раскрытие теоретической базы применения отдельных свойств функций при решении уравнений и неравенств.
2. Выделение частных приемов применения отдельного свойства функции при решении уравнений и неравенств.
3. Разобрать совокупность задач для применения отдельного свойства функции при решении уравнений и неравенств.
4. Подбор упражнений для самостоятельной работы.

Теоретическую часть можно представить в виде лекций, разработанных специально для лучшего понимания ФГ метода. Эти лекции должны сопровождаться компьютерными презентациями с наглядными графиками, алгоритмом решения уравнений или неравенств. Совокупность задач была разработана специально для работы как в классе, так и для самостоятельной работы обучающихся.

Что касается компьютерной поддержки, используются компьютерные презентации, описывающие максимально понятно и четко, теоретическую основу графического метода. Для изображения графиков или эскизов графиков мы обращаемся к помощи информационных технологий. Так, например, с возможностями математического пакета MathCad, можно без затруднений изобразить графики сложных функций (рисунки 49, 50).

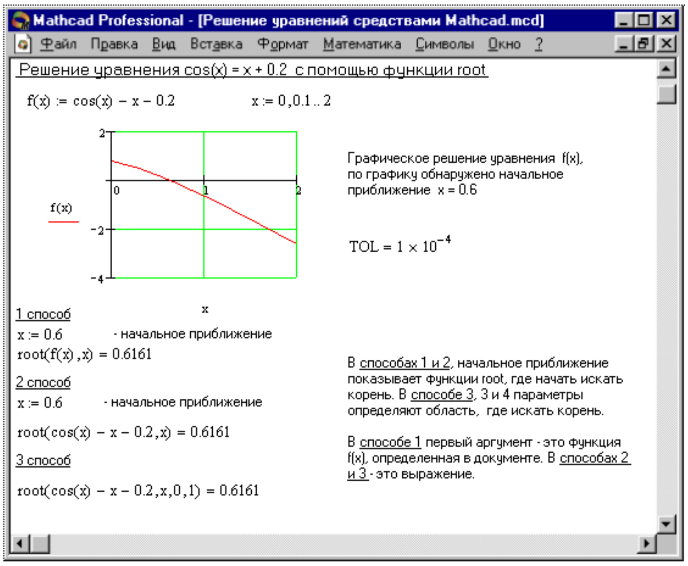


Рисунок 49 – «Решение уравнения в программе MathCad»

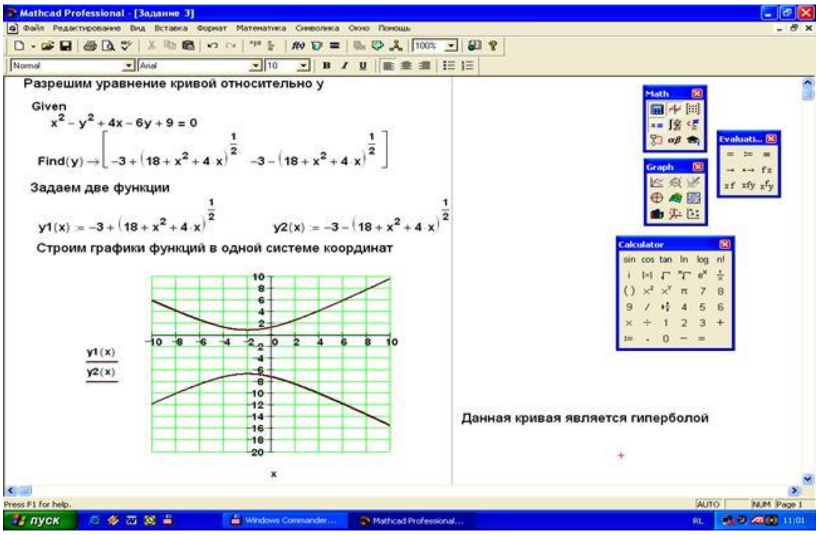


Рисунок 50 – «Решение уравнения в MathCad»

Так же, в качестве компьютерных программ, помогающих изображать графики функций, можно использовать следующие программы: Maple, GraphMaster.

Программное обеспечение GraphMaster простое в применении, в отличие от программы MathCad, поэтому построение графиков не составит большого труда для обучающихся. Следовательно, можно сделать вывод, что для наглядного решения уравнений и неравенств можно использовать GraphMaster (рисунок 51).

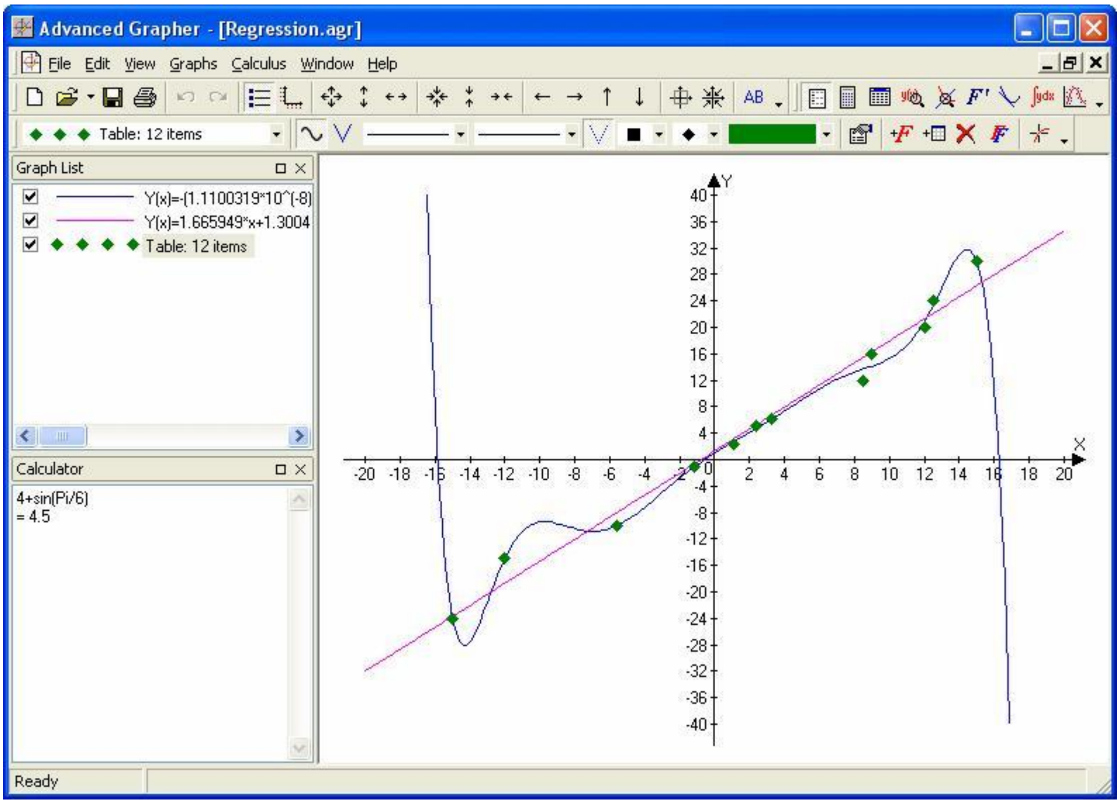


Рисунок 51 – «Построение графика функции в GraphMaster»

На втором этапе формируется умение решать уравнения и неравенства повышенной сложности. В них входят уравнения и неравенства с параметром. Компьютерная помощь в таких заданиях заключается также в презентациях с теоретическими основами решения уравнений и неравенств ФГ методом.

После изучения обучающимися применения отдельных свойств функций к решению уравнений и неравенств, анализа видов уравнений и неравенств, рассматриваемых в процессе учебной деятельности, обучающиеся, как правило, формулируют приемы решения уравнений и неравенств ФГ методом и другие виды, и способы решения таких задач.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итоги, можно сделать вывод, что современное школьное образование в старших классах дает возможность обучающимся самостоятельно выбрать направление подготовки в различных областях наук. Это все основы и принципы дифференцированного обучения. Таким образом, старшеклассники сами выбирают интересующий их профиль, одним из которых является математический.

В ходе изучения проблематики обучения графическому методу решения уравнений и неравенств с использованием графического метода в рамках теоретического исследования был произведен анализ научной и школьной литературы по проблеме исследования, был охарактеризован функционально-графический метод решения уравнений и неравенств с использованием ИТК, рассмотрены математические основы графического метода.

В рамках практической части выпускной квалификационной работы, можно отметить, что поделанная работа была разделена на две части.

В первой главе были рассмотрены психолого-педагогические основы профильной дифференциации.

Во второй главе были представлены приемы решения уравнений и неравенств графическим методом, приведены развернутые примеры решенных уравнений с помощью обобщенных приемов.

Подводя общий итог, можно отметить, что поставленные перед началом работы задачи были успешно выполнены, а именно:

6. Изучены теоретические основы разработки содержания внеурочной деятельности для обучающихся средней школы.

7. Проанализированы психологические особенности обучающихся 10-11 классов.

8. Изучены и проанализированы учебники и учебно-методическая литература на предмет наличия теоретического и практического материала по решению уравнений и неравенств графическим способом.

9. Разработана программа и содержание курса внеурочной деятельности «Методика обучения решению уравнений и неравенств графическим способом» для обучающихся социально-экономического профиля обучения.

10. Апробированы результаты исследования в практической деятельности.

Посредством решения данных задач, была достигнута цель, поставленная перед началом исследования, а именно изучение методики обучения решению уравнений, неравенств и их систем графическим способом для обучающихся социально-экономического профиля обучения, а также содержательное представление курса «Решение уравнений и неравенств графическим способом» для обучающихся социально-экономического профиля обучения.

Материалы данной выпускной квалификационной работы могут быть использованы учителями математики для внедрения в практики школ, а также студентами-практикантами для подготовки проведения занятий в рамках дополнительных занятий или элективных курсов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. **Алимов, Ш. А.**, Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов средней школы / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, Ю.В. Сидоров. – Москва: Просвещение, 2012. – 464 с.

2. **Иванов, А.А.**, Математика. Пособие для систематизации знаний и подготовки к ЕГЭ: учебное пособие, изд. 4-е / А.А. Иванов, А.П. Иванов. – Москва: Физматкнига, 2015.

3. **Иванов, А.А.**, Тематические тесты для систематизации знаний по математике. Часть 1 / А.А. Иванов, А.П. Иванов. – Москва: Физматкнига, 2015.

4. **Иванов, А.А.**, Тематические тесты для систематизации знаний по математике. Часть 2 / А.А. Иванов, А.П. Иванов. – Москва: Физматкнига, 2015.

5. **Иванов, А.А.**, «Тесты для систематизации знаний». Сборники тестов для 3-х, 4-х, 5-х, 6-х, 7-х, 8-х, 9-х классов / А.А. Иванов, А.П. Иванов. – Москва: Физматкнига, 2014-2016.

6. **Капкаева, Л. С.**, Алгебраический и геометрический методы в школьном курсе математики как способы познавательной деятельности учащихся / Л. С. Капкаева. – Гуманитарные науки и образование. – 2012. - С. -18-22.

7. **Колмогоров, А.Н.**, Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / А.Н.Колмогоров, А. М. Абрамов, Ю.П. Дудницын. – Москва: Просвещение, 2018. – 324 с.

8. **Лященко, Е.И.**, Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики / Е.И.Лященко. – Москва: Просвещение, 2011. – 223 с.

9. **Мордкович, А.Г.**, Математика 11 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / А.Г. Мордкович, И.М. Смирнова. – Москва: Мнемозина, 2013. − 416 с.

10. **Муравин, Г. К.**, Алгебра и начала анализа. 11 кл.: учебник для общеобразовательных учреждений / Г.К. Муравин, О.В. Муравина. – Москва: Дрофа, 2013. – 253 с.

11. Алгебра и начала анализа: учебник для 11 кл. общеобразоват. учреждений / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А. В. Шевкин. – Москва: Просвещение, 2017. – 464 с.

12. **Саранцев, Г.И.**, О методике решения планиметрических задач. Преподавание геометрии в 6-8 классах / Г.И. Саранцев. – Москва: Просвещение, 2012. – С. 84 – 125.

13. **Сергеев, И.Н.**, ЕГЭ 1000 задач с ответами и решениями, математика / И.Н.Сергеев, В.С. Панферов. – Москва: Экзамен, 2017. – 26 с.

14. **Скаткин, М.Н.**, Дидактика средней школы. Некоторые проблемы современной дидактики. Учебное пособие для слушателей ФПК,. директоров общеобразовательных школ и в качестве учебного пособия по спецкурсу для студентов пед.институтов: сборник / М.Н. Скаткин. – Москва: Просвещение, 2011. – 319 с.

15. **Шарыгин, И.Ф.**, Факультативный курс по математике: Решение задач: учебное пособие для 10 класса средней школы / И.Ф. Шарыгин. – Москва: Просвещение, 2010. – 252 с.

16. **Шарыгин, И.Ф.**, Факультативный курс по математике: Решение задач: учебное пособие для средней школы / И.Ф. Шарыгин, В.И. Голубев. – Москва: Просвещение, 2010. – 384 с.

17. **Эрдниев, П.М.**, Обучение математике в школе. Укрупнение дидактических единиц: книга для учителя / П.М. Эрдниев, Б.П. Эрдниев. – Москва: АО «Столетие», 2012. – 320 с.

18. **Ященко, И.В.**, Математика ЕГЭ: типовые тестовые задания / И.В. Ященко. – Москва, 2019. – 33 с.

Интернет-ресурсы:

19. Графическое решение уравнений. Правила [Электронный ресурс] // school-assistant.ru: многопрофильный обучающий сайт — Режим доступа: / school-assistant.ru/?predmet=algebra&theme=graficheskoe_reshenie_uravnenij, свободный. — Загл. с экрана. (дата обращения: 26.08.2021).

20. Графическое решение неравенств [Электронный ресурс] // bymath.net: сайт по элементарной математике - Режим доступа:/ www.bymath.net/studyguide/fun/sec/fun 11.htm, свободный. - Загл. с экрана. (дата обращения: 26.08.2021).

21. http://methmath.chat.ru Методика преподавания математики

22. Профильное обучение. URL: http://shapkina.26206s013.edusite.ru/p29aa1.html

23. Цели профильного обучения. URL: http://chapschool13.narod.ru/New/profil.htm

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Разработка урока-презентации с применением интерактивной доски

Предмет: алгебра и начала анализа

Тема: Преобразования графиков функций.

Продолжительность: 1 урок, 40 минут.

Класс: 11.

Технологии: мультимедийная презентация, интерактивная доска, задания для решения в интерактивном режиме мультимедийного обучающего комплекта «Математика 9-11 классы» серии «Экспресс-подготовка к экзамену».

Цели:

Образовательная:

Учащиеся должны знать:

- основные способы преобразования графиков функций;

Учащиеся должны уметь:

- строить графики функций, используя каждый из способов преобразования отдельно;
- строить графики функций последовательным применением различных преобразований графиков.

Развивающая:

- развитие умений связывать имеющиеся у учащихся знания в систему;
- развитие абстрактного, алгоритмического, логического мышления, произвольного внимания, кратковременной и долговременной памяти, воображения на основе решения заданий в интерактивном режиме.

Воспитательная:

- продолжить развитие интереса к предмету через использование необычных заданий в интерактивном режиме, инструментов интерактивной доски;
- формирование положительных мотивов учения на основе интересной формы организации урока.

Методы обучения: наглядные, репродуктивные, контроля и самоконтроля.

Форма учебной деятельности: общеклассная, индивидуальная.

Оборудование: интерактивная доска, презентация “Преобразования графиков функций», мультимедийный обучающий комплект «Математика 9-11 классы» серии «Экспресс-подготовка к экзамену».

Предварительная подготовка учащихся: (характеризуются знания, умения и навыки, на которых непосредственно базируется усвоение содержания учебного материала урока):

- знают основные элементарные функции и их свойства;
- знают алгоритм исследования функции;
- умеют строить графики функций;
- обладают навыками определения вида функции по ее графику.

Предварительная подготовка учителя: подготовка презентации «Преобразования графиков функций», подбор заданий для выполнения в интерактивном режиме.

Ход урока

I. Организационный момент.

II. Вступительное слово учителя.

Добрый день, ребята! Сегодня мы продолжаем изучение раздела курса алгебры «Функции и их графики». Узнать тему урока нам помогут задания на повторение.

III. Актуализация опорных знаний. Фронтальный опрос.

Задание 1: (Обращаемся к подготовленному заранее заданию, представленному на странице интерактивной доски).

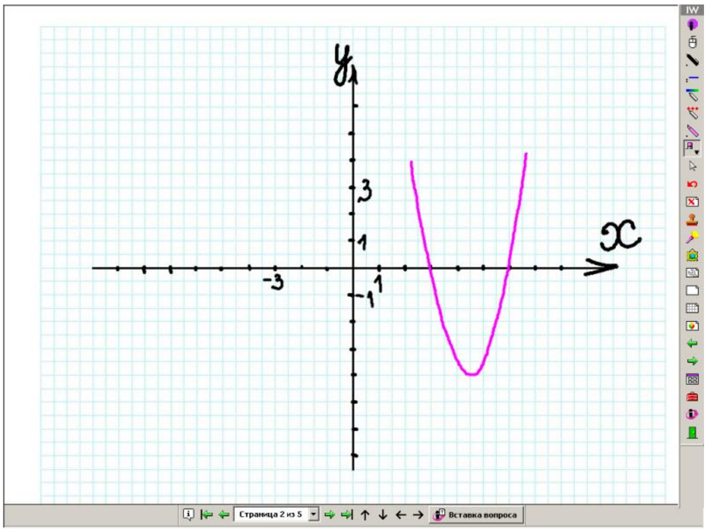
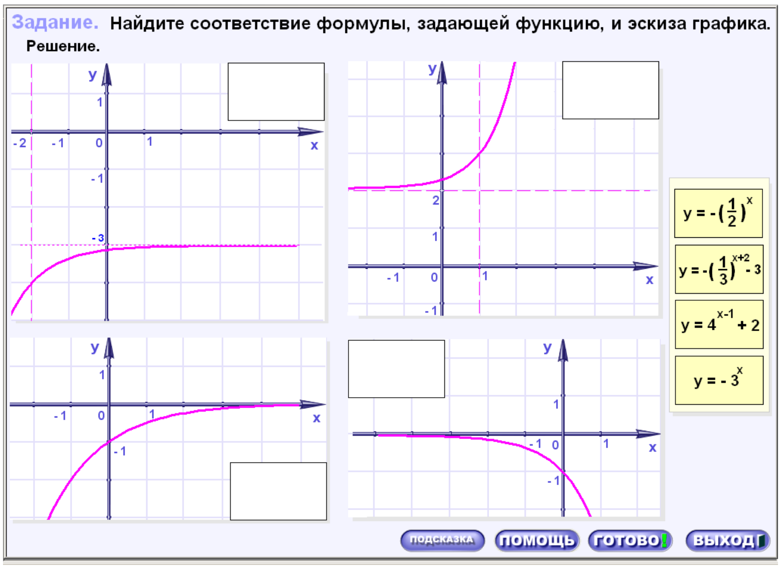


График какой функции изображен на рисунке?

Как из графика данной функции y=f(x) получить графики следующих функций: y=f(x-3), y=f(x)+3, y=f(x+1)-4, y=2f(x), y=f(2x)?

Ребята отвечают на поставленные вопросы. Учитель с помощью инструмента «выделение» выполняет на интерактивной доске указанные преобразования. (Можно пригласить к доске одного из учащихся.)

Задание 2: (С помощью инструмента «режим мыши» переходим к заданию на нахождение соответствия формулы, задающей функцию, и эскиза графика. Используется ЭОР «График показательной функции (N 192080)» Единой коллекции Цифровых Образовательных Ресурсов).



Выполняем одно задание в интерактивном режиме с комментированием. Особое внимание при этом уделяется тому, как были получены графики функций.

Объявляется тема урока.

IV. Постановка проблемы. Изучение нового материала.

Итак, каковы же основные способы преобразования графиков? (Рассматриваются основные способы преобразования графиков функций с помощью презентации «Преобразования графиков функций»)

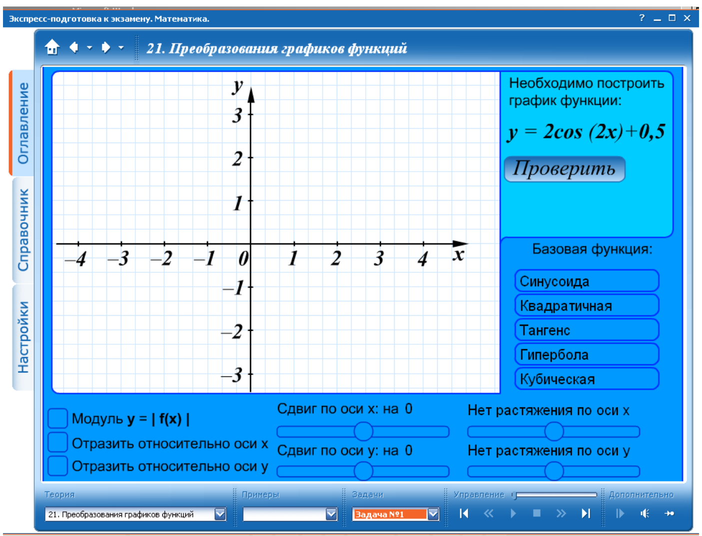
V. Проверка усвоения знаний.

1. Обращаемся к мультимедийному обучающему комплекту «Математика 9-11 классы» серии «Экспресс-подготовка к экзамену». Используем раздел «Учебник», тема «Преобразования графиков функций», задача №1. Задания, представленные в указанном разделе, решаются в интерактивном режиме. Рациональнее всего использовать ресурсы интерактивной доски и с помощью электронного маркера выполнять выбор преобразований.

При выполнении этого задания составляется план преобразований:

1. выбор базовой функции (построение графика элементарной функции);

2. последовательное применение преобразований, согласно порядку действий.



2. Используя график функции y=f(x) выполните задание №1.66 учебника (1 вариант для рисунка 31, а. 2 вариант для рисунка 31, б).

VI. Подведение итогов урока. Рефлексия.

Какие виды преобразований используются для построения графика функции?

Каков первый этап в плане построения графика с помощью преобразований?

Какое из преобразований вызывает у вас наибольшие затруднения при выполнении построений?

VII. Домашнее задание: параграфы 1.6 и 1.7 учебника; № 1.67(и), №1.76(а), №1.78(а).

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Вариант входного тестирования

1. Решите уравнение $\dfrac{6}{x-8}=\dfrac{8}{x-6}.$

2. Решите уравнение $\dfrac{11}{x-9}=-10.$

3. Решите уравнение $-2(5-3x)=7x+3.$

4. Найдите корни уравнения $3x^2-9x=0.$

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

5. Найдите корни уравнения $x^2+7x-18=0.$

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

6. Решите уравнение $\dfrac{4}{3}x^2-48=0.$

7. Решите уравнение $8-5(2x-3)=13-6x.$

8. Найдите корни уравнения $x^2+7=8x.$

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

9. Решите уравнение $3x+5+(x+5)=(1-x)+4.$

10. Решите уравнение: $\dfrac{3}{x-19}=\dfrac{19}{x-3}.$

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

11. Найдите корни уравнения

$$x^2-2x-15=0.$$

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

12. Решите уравнение $1-5x=-6x+8.$

13. Решите уравнение $4x+7=0.$

14. Решите уравнение: $\dfrac{3x-2}{4}-\dfrac{x}{3}=2.$

15. Найдите корни уравнения $5x^2-10x=0.$

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

16. Найдите корни уравнения $4x^2-16x=0.$

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

17. Решите уравнение $x^2-5x-14=0.$

18. Квадратный трёхчлен разложен на множители: $x^2+6x-27=(x+9)(x-a).$ Найдите a.

19. Решите уравнение $13+\dfrac{x}{4}=x+1.$

20. Найдите корни уравнения $x^2+18=9x.$

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

21. Найдите корни уравнения $x^2+3x-18=0.$

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

22. Найдите корни уравнения $x^2+3x=18.$

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

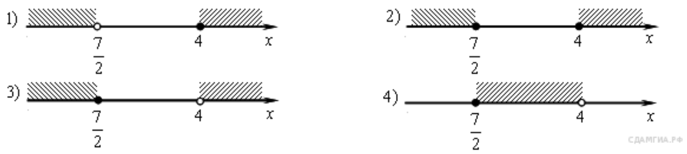
23. Решите уравнение $(x+2)^2=(x-4)^2.$

24. Решите систему уравнений $\begin{cases}3x+2y=8,\\4x-y=7.\end{cases}$

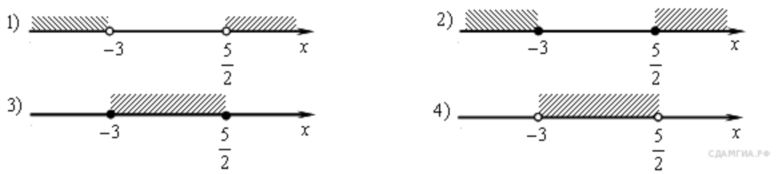
25. Найдите наименьшее значение *x*, удовлетворяющее системе неравенств

$$\begin{cases} 5x+15 \le 0, \\ x+5 \ge 1. \end{cases}$$

26. На каком рисунке изображено множество решений неравенства $\dfrac{2x-7}{4-x} \ge 0$



27. На каком рисунке изображено множество решений неравенства $(2x-5)(x+3) \ge 0$?

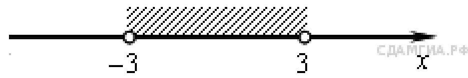


28. Решите неравенство $x^2 - 36 > 0.$

1)(− ∞; +∞)
2)(− ∞; −6)∪(6; +∞)
3)(− 6; 6)
4) нет решений

29. При каких значениях *x* значение выражения 9*x* + 7 меньше значения выражения 8*x* − 3?

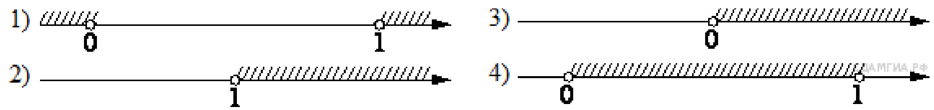
1) $x > 4$
2) $x < 4$
3) $x > -10$
4) $x < -10$



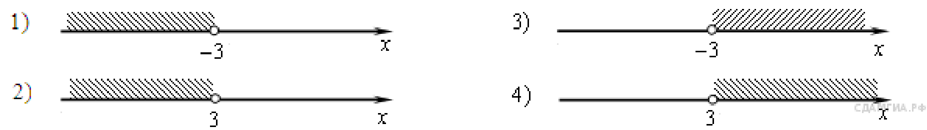
30. Решение какого из данных неравенств изображено на рисунке?

1) $x^2 + 9 < 0$
2) $x^2 + 9 > 0$
3) $x^2 - 9 < 0$
4) $x^2 - 9 > 0$

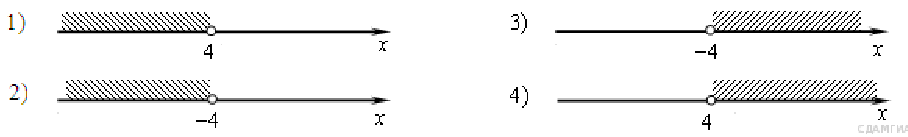
31. На каком из рисунков изображено решение неравенства $x - x^2 < 0$?



32. Решите неравенство $3-2(x-3) > 18-5x$ и определите, на каком рисунке изображено множество его решений.

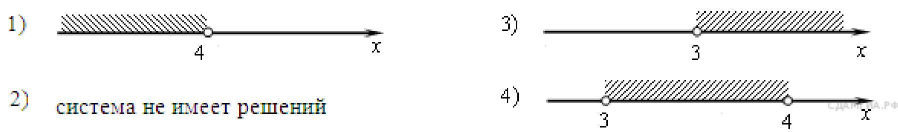


33. Решите неравенство $2x-5<9-6(x-3)$ и определите, на каком рисунке изображено множество его решений.



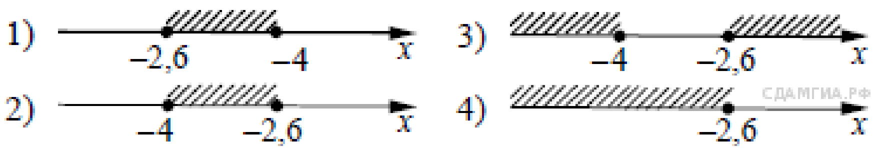
34. Решите систему неравенств $\begin{cases} x>3, \\ 4-x>0. \end{cases}$

На каком рисунке изображено множество её решений?

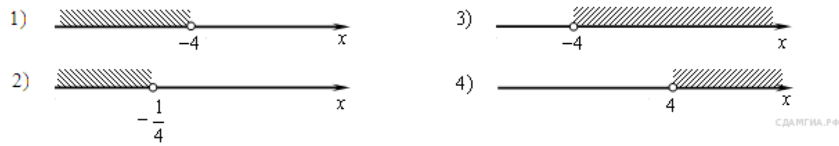


35. Решите систему неравенств $\begin{cases} x+2{,}6\le 0, \\ x+5\ge 1. \end{cases}$

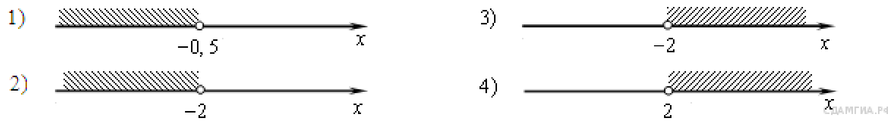
На каком рисунке изображено множество её решений?



36. Решите неравенство $20-3(x-5)<19-7x$ и определите, на каком рисунке изображено множество его решений.



37. Решите неравенство $4x+23<3-2(x-4)$ и определите, на каком рисунке изображено множество его решений.

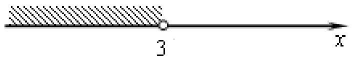


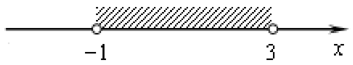
38. Решение какого из данных неравенств изображено на рисунке?

1) $x^2-4<0$
2) $x^2+4<0$
3) $x^2+4>0$
4) $x^2-4>0$

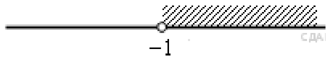
39. Решите систему неравенств $\begin{cases} x > -1, \\ 3 - x > 0. \end{cases}$

На каком рисунке изображено множество её решений?

1) 

2) 

3) система не имеет решений

4) 

40. Решите неравенство $19 - 7x > 20 - 3(x - 5)$.

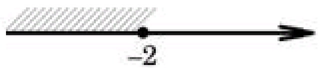
1) $\left(-\infty;\ -\frac{1}{4}\right)$

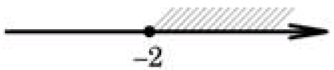
2) $(-\infty;\ -4)$

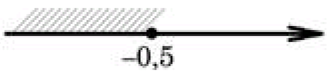
3) $(4;\ +\infty)$

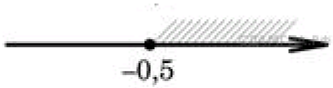
4) $(-4;\ +\infty)$

41. На каком рисунке изображено множество решений неравенства $3 - x \geq 3x + 5$?

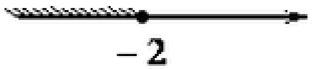
1) 

2) 

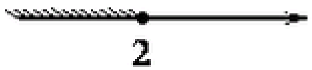
3) 

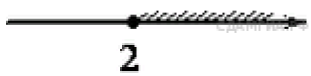
4) 

42. На каком рисунке изображено множество решений неравенства $7 - (2x + 1) \leq x$?

1) 

2) 

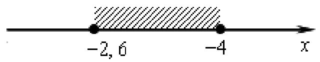
3) 

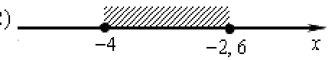
4) 

43. Решите систему неравенств

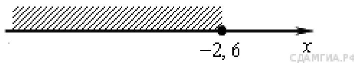
$$\begin{cases} 5x + 13 \leq 0, \\ x + 5 \geq 1. \end{cases}$$

На каком рисунке изображено множество её решений?

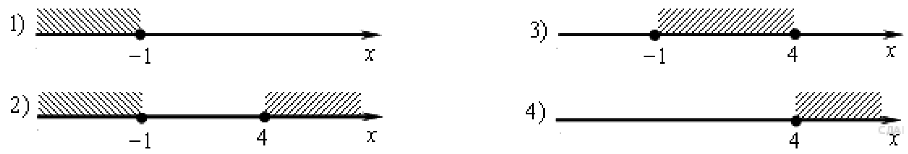
1) 

2) 

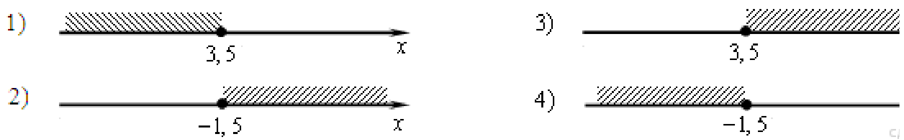
3) 

4) 

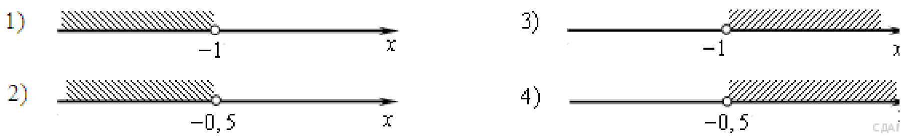
44. На каком рисунке изображено множество решений неравенства $x^2 - 3x - 4 \geq 0$?



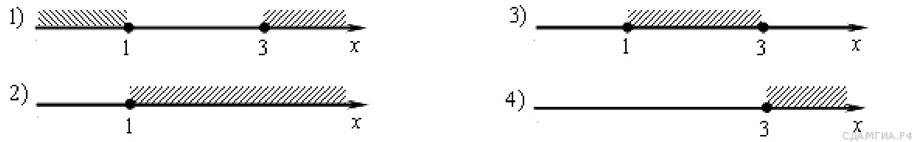
45. Решите неравенство $4x + 5 \geq 6x - 2$ и определите, на каком рисунке изображено множество его решений.



46. Решите неравенство $18 - 5(x+3) > 1 - 7x$ и определите, на каком рисунке изображено множество его решений.



47. На каком рисунке изображено множество решений неравенства $x^2 - 4x + 3 \geq 0$?

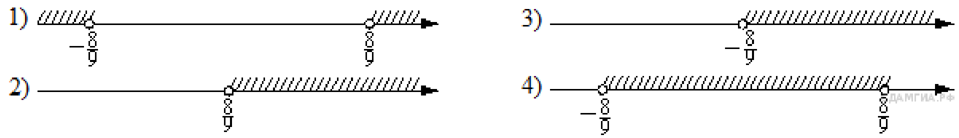


48. Решите неравенство: $x^2 + 23x \leq 0$.

1) $(-\infty; -23) \cup (0; +\infty)$
2) $(-\infty; -23] \cup [0; +\infty)$
3) $(-23; 0)$
4) $[-23; 0]$

49. Решение какого из данных неравенств изображено на рисунке?

50. На каком из рисунков изображено решение неравенства $81x^2 > 64$?



ПРИЛОЖЕНИЕ С

Варианты заданий для самостоятельного выполнения

Линейная функция.

Постройте графики функций:

1. $y = |1 - 2x|$
2. $y = |x - 3| + |x + 1|$
3. $y = ||x - 1| - 1|$
4. $y = \dfrac{|x^2 - 1|}{x - 1}$
5. Решите неравенство: $|x - 1| + |x + 2| \leq 3$
6. Решите неравенство: $|x - |x - 2|| < 3$

7. Построить график функции: $y = ||2 - x| - 4|$

8.Постойте графики функции $У = \begin{cases} 4 - x, \text{если } x < 4 \\ \frac{1}{2}x - 3, \text{если } x \geq 4 \end{cases}$

9.Постройте график функции $y = 3|x-4| - x + |x+1|$.

10. Постройте график функции $y = f(x)$, где

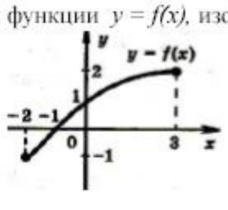
$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 3, x \leq 2 \\ x - 4, x > 2 \end{cases}.$$

Укажите промежуток, на котором функция убывает.

Квадратичная функция

1.Найдите область определения функции $y = \dfrac{2x}{x - 2}$

2.Найдите область определения функции $y = f(x)$, изображенной на рисунке

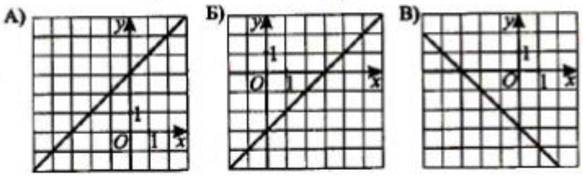


3.Найдите все значения x, при которых значение функции $y = x^2 - 5x$ равно -6.

4.Изобразите схематично график функции $y = x^2 - 4x + 3$. В какой координатной четверти нет точек этого графика?

5.Соотнесите функции, заданные формулами, с их графиками.

1) $y = x + 3$ 2) $y = -x - 3$ 3) $y = x - 3$



6.Функции заданы формулами:

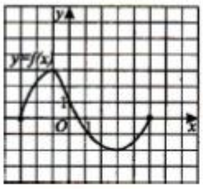
1) $y = x^2 + 1$ 2) $y = x^2 - 1$ 3) $y = -x^2 + 1$ 4) $y = -x^2 - 1$

Графики каких из этих функций не пересекают ось x?

7.Какая функция не имеет нулей?

1) $y = \dfrac{2x}{x-2}$ 2) $y = 2x^2 + 5$ 3) $y = \dfrac{x^2}{x+4}$ 4) $y = 7 - 2x$

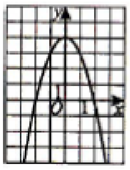
8.Функция $y = f(x)$ определена на отрезке [-3;5].Пользуясь графиком функции, укажите промежутки возрастания.



9.При каком значении a квадратный трехчлен $a^2 - 10a + 27$ принимает наименьшее значение?

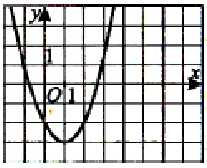
10.Найдите область определения функции $y = x^2 - 5x + 6$

11.График какой квадратичной функции изображен на рисунке?



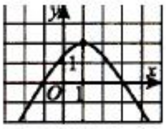
1) $y = x^2 - 4$ 2) $y = x^2 + 4$ 3) $y = -x^2 + 4x + 4$ 4) $y = -x^2 + 4$

12.По графику квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ определите значение свободного члена c



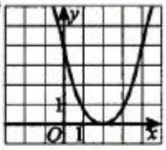
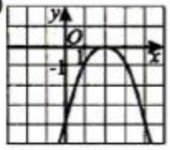
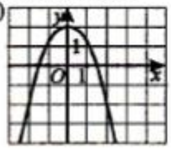
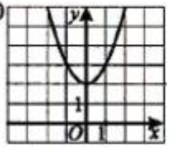
13.Найдите нули квадратичной функции, заданной уравнением $y = 2x^2 - x - 3$

14.По графику квадратичной функции найдите все значения x, при которых значения функции неотрицательны



1) $y = x^2 + 2$ 2) $y = -x^2 + 2$ 3) $y = (x - 2)^2$ 4) $y = -(x - 2)^2$

15.Для каждой функции укажите соответствующий график

А)  Б)  В)  Г) 

Ответ:

А	Б	В	Г

16.Вершиной параболы, заданной формулой $y = 3x^2 - 12x + 2$ является точка

1) (4; 2) 2) (2; -10) 3) (-2; -10) 4) (-4; -2)

17.Найдите промежуток возрастания функции $y = -2x^2 + 7x - 3$

18.Укажите область определения функции $y = \dfrac{3x+1}{x-2x^2}$

Ответ: ____________

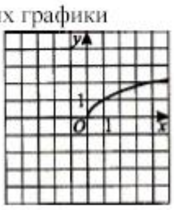
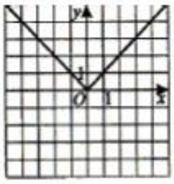
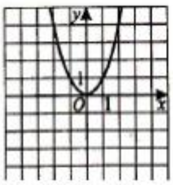
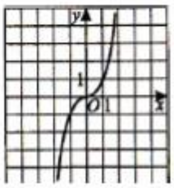
19.Найдите множество значений функции $y = 3 + \sqrt{4 - 3x}$

Ответ: ____________

20.Соотнесите функции

А) $y = x^3$ Б) $y = \sqrt{x}$ В) $y = |x|$

и их графики

1)  2)  3)  4) 

Ответ:

А	Б	В

21.Определи промежутки, которым принадлежат нули функции $y = 2x^2 + x - 10$

1) (-5; -3) 2) (-3; 3] 3) [2; +∞) 4) (-∞; 0)

22.При каких значениях аргумента функция $y = -2x - 3$ принимает положительные значения?

22.Укажите наибольшее значение функции $y = -2x^2 + 4x - 3$

23.Найдите значение m, при котором точка А(m, $2m + 3$) принадлежит графику функции $y = x^2 - 4x + 12$

24.Решите графически уравнение: $|x^2 + 2x + 3| = 3x + 45$

25.Решите графически уравнение: $|x + 3| = |2x^2 + x - 5|$

26.Постройте график функции $y = x^2 - 2|x| - 3$. Сколько общих точек может иметь с этим графиком прямаяу = m (для каждого случая укажите соответствующие значения m).

Набор упражнений для исследования функций, который может быть использован для работы в классе, домашнего задания, составления контрольной и практической работы:

1. а) $y=4x^2-3x^2+12x-7$; б) $y=-2x^3+2x^2-4x+3$.
2. а) $y=x-x^3+1$; б) $y=x^3-2x+7$.
3. а) $y=x^3-3x^2+3x-6$; б) $y=-4x^3-6x^2-3x+13$.
4. $y=x^4-4x^2+3$; б) $y=-3x^4+4x^3+12x-10$.

5. а) $y=x^2\cdot|x|+3x$; б) $y=3x-2|x-1|(x-1)^2$.
6. а) $y=x^2|x+2|+x$; б) $y=\frac{1}{3}x^2|x-5|-6x+1$.
7. а) $y=(x-1)^2(x-2)^2$; б) $y=(2x-1^2)(1+x)^2$.
8. а) $y=x+\frac{3}{4}3\sqrt{x}$; б) $y=-3x+\frac{3}{x}-10$.
9. а) $y=x-\frac{2}{x}$; б) $y=4-x-\frac{8}{x}$.
10. а) $y=\sqrt{x(x-2)}$; б) $y=1-\sqrt{x-^2 4x+3}$.
11. а) $y=x+\sqrt{7-x}$; б) $y=x-\sqrt{3+x}$.
12. а) $y=\frac{x-1}{1+x^2}$; б) $y=\frac{2x-1}{x^2+x+2}$.
13. а) $y=\frac{x^2+x}{1-x^2}$; б)$\sqrt{(x-5)^2}$
14. а) $y=x\sqrt{x-2}$; б) $y=(1-x)\sqrt{1+2x}$.
15. а) $y=x^2\sqrt{x^2+1}$; б) $y=(x-x^2)\sqrt{x^2-1}$.
16. а) $y=\frac{\sqrt{x^2+1}}{x^2}$; б) $y=\frac{\sqrt{4x^2+4x+2}}{x^2-1}$.
17. а) $y=\sqrt{x-1}-\sqrt{x}$; б) $y=\sqrt{2x}-3\sqrt{2-x}$.
18. а) $y=\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x+1}$; б) $y=2\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{2x-3}$.

19. а) $y=\frac{x^3}{1-x^2}$; б) $y=\frac{1}{x}+\frac{2x}{x^2-1}$.
20. а) $y=x\sqrt{4-x^2}$; б) $y=x+\sqrt{3-x^2}$.
21. а) $y=\frac{\sqrt{x}}{4-2x}$; б) $y=\frac{2x}{4-x^2}$.
22. а) $y=|x+1|\sqrt[3]{x^2}$; б) $y=\frac{x|x|}{\sqrt{x+2}}$.

23. а) $y=\frac{x^2|x|}{x+1}$; б) $y=2x+\frac{1}{x|x|}$.

24. а) $y=x|x|\sqrt{5-x-2}$; $y=x\sqrt{x^2+x-2}$.

25. а) $y=\sqrt{8x^2-x^4}$; $y=(1-x)\sqrt[3]{x}$.

Построить графики функций:

1) $y=3|x|$.

2) $y=3-1{,}5|x|$.

3) $y=1-|x|$.

4) $y=2|x-3|$.

5) $y=|x+2|+1$.

6) $y=|2|x|-3|$.

7) $y=|x+2|+|x-1|-|x-3|$.

8) $|y|=1-x$.

9) $|y|=|x|$.

10) $y=|x|+x$.

11) $y=|3x-4|-x$.

12) $y=x-1-|x-1|$.

13) $y=|x-1|+|x+1|$.

14) $y=|x-2|-|x+2|$.

15) $y=|x-3|+|2x-1|$.

16) $y=|x+3|+|2x+1|-x$.

17) $y=x^2+2|x|-3$

18) $y=|x^2+2x-3|$.

19) $y=|x^2+2|x|-3|$.

20) $y=|x|\cdot x+2x-3$.

21) $y=x^2-4|x|+3$

22) $y=|x^2-4x+3|$.

23) $y=|x^2-4|x|+3|$.