МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ
ЮУРГГПУ

Методика формирования умений решения текстовых задач в основной школе

**Выпускная квалификационная работа по направлению
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

**Направленность программы бакалавриата
«Математика. Экономика»**

Форма обучения: очная

Проверка на объем заимствований:
65% авторского текста
Работа рекомендована к защите
« 25 » мая 2020 г.

и.о. зав. кафедрой МиМОМ
_____________ Шумакова Е.О.

Выполнила:
Студент группы ОФ-513/086-5-1
Якупов Олег Анатольевич

Научный руководитель:
к.ф.-м.н., доцент кафедры МиМОМ
Суховиенко Елена Альбертовна

Челябинск
2020

Содержание

ВВЕДЕНИЕ 3

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ УМЕНИЙ РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ 5

1.1 Понятие текстовой задачи. Её роль и место в курсе алгебры 5

1.2 Психолого-педагогические основы формирования умения решать текстовые задачи 10

ВЫВОДЫ ПО 1 ГЛАВЕ 17

ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ УМЕНИЙ РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ 19

2.1 Типизация текстовых задач 19

2.2 Этапы решения текстовой задачи 22

2.3 Разработка факультатива «Решение текстовых задач» 26

ВЫВОДЫ ПО 2 ГЛАВЕ 41

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 43

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ 44

ВВЕДЕНИЕ

Решение задач является одним из самых важных видов учебной деятельности, так как в процессе решения задач усваиваются основные математические знания, умения и навыки. Решение задач стимулирует учебно-познавательную активность и расширяет кругозор обучающихся.

Задачи в процессе обучения школьников выступают целью и средством обучения. Именно этим и определяется место текстовых задач в учебном процессе. Задачи развивают творческое мышление, формируют систему знаний и углубляют их, способствуют расширению кругозора и развитию интеллекта.

Решение задач является важнейшим средством формирования у школьников системы основных математических знаний, умений и навыков. Данный факт признан методистами и педагогами. Решение задач является ведущей формой деятельности учащихся в процессе изучения математики, одним из основных средств их математического развития.

Психологические исследования проблемы обучения решению текстовых задач показали, что основные причины несформированности у обучающихся общих умений и способностей в решении задач состоят в том, что школьникам не даются необходимые знания о сущности задач и их решений, а поэтому они решают задачи, не осознавая свою собственную деятельность.

Так как задание решить задачу является многослойным и требующим от ученика не только знаний формул, но и умения составлять самому данные формулы, а после уже решать их, многие ученики пропускают данное задание в контрольных работах, экзаменах и т.д. Страх учеников впустую потратить время на решение объемного и сложного задания отбивает у них желание попробовать разобраться в данном задании.

Почему же так происходит? Для чего же нужно обучать учеников решению текстовых задач и как это делать? Данные вопросы все чаще возникают в процессе обучения математике.

Решение задач занимает в математическом образовании огромно место. Поэтому обучению решения задач уделяется много внимания, именно эта проблема показалась одной из актуальных на сегодняшний день. Также актуальность этой работы обусловлена тем, что текстовая задача является частью как ЕГЭ, так и ОГЭ. А от результатов этих экзаменов зачастую зависит последующая жизнь учащихся.

Объект исследования: процесс обучения решению текстовых задач в основной школе.

Предмет исследования: методика обучения решению текстовых задач в основной школе.

Цель исследования: раскрыть методику обучения решению текстовых задач в основной школе и разработать факультатив «Решение текстовых задач».

Для того, чтобы достичь поставленной цели необходимо решить следующие **задачи:**

1. Раскрыть роль текстовых задач в процессе обучения.
2. Изучить методику работы над текстовой задачей.
3. Разработать факультатив по теме: «Решение текстовых задач в основной школе».

Гипотеза: если эффективно организовать подготовку по решению текстовых задач, в частности, проведение факультатива, то это способствует быстрому и качественному усвоению данной темы в процессе обучения.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ УМЕНИЙ РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

1.1 Понятие текстовой задачи. Её роль и место в курсе алгебры

По определению Л.М. Фридмана текстовые задачи, которые обычно решают в курсе математики, представляют собой некие словесные модели задач, в которых ученикам нужно будет отыскать значения некоторой неизвестной величины, либо их может оказаться несколько. Нахождение данной величины (значения) оказывается возможным, так как эта величина однозначно определяется другими величинами, данными в задаче, и их взаимной связью между собой. В задаче всегда имеются все нужные величины, необходимые для решения данной задачи, неизвестными остаются только математические операции, которые нужно произвести, чтобы получить правильное решение. Нахождение этих путей и является основной трудностью при решении текстовых задач. Сложность решения также обуславливается тем, что индивидуальность каждой текстовой задачи скрывает общую структуру их решения [25].

Ю.М. Колягин же в свою очередь определяет текстовую задачу как описание некой ситуации на естественном языке, в которой требуется дать количественную характеристику какого-либо компонента данной ситуации. Также для решения тестовой задачи от ученика требуется установить наличие (отсутствие) определенного отношения между компонентами или определить вид этого отношения в данной задаче [11].

Ссуществуют и другие определения текстовых задач:

– В окружающей нас жизни возникает множество таких ситуаций, которые связаны с числами и требуют выполнения арифметических действий над ними, – это задачи (М.А. Бантова);

– Задача – это сформулированный словами вопрос, ответ на который может быть получен с помощью арифметических действий (М.И. Моро, А. М. Пышкало).

Мы же, в свою очередь, на основе данных выше определений определяем текстовую задачу как описание некоторой ситуации на естественном языке, в которых ученикам необходимо построить некую математическую модель этой задачи, для нахождения значения некоторой неизвестной величины.

Требования и условия – составные части любой текстовой задачи. В требованиях задачи говорится о том, что нужно отыскать в данной задаче. В условиях задачи представлены исходные данные об объектах, известных и неизвестных величинах, об отношении между данными величинами [6].

Что же значит решить задачу? Решить задачу – это означает выполнить условия задачи через верные логические операции с использованием имеющихся в задаче явно или косвенно чисел.

В настоящее время роль и место текстовых задач в процессе обучения математике изрядно занижены. Это мы можем пронаблюдать в учебных пособиях по методике обучения математике. К примеру, в книге А.А. Столяра «Педагогика математики» представлена схема демонстрирующая обучение математике через задачи «Задачи →Теория→Задачи». На основе данной схемы мы можем сделать вывод о том, что в данной книге автором задачи рассматриваются как источник возникновения теории и средство её применения. Таким образом, задачи призваны: мотивировать введение понятий, способствовать усвоению понятий и терминологии, способствовать их запоминанию, обучать их применению и раскрыть взаимосвязи с другими понятиями. Решение задач должно научить учеников распознавать объекты понятий, переходить от определения к признакам определения, выводить следствия из определения, переосмысливать объекты с точки зрения других определений. Так как роль и место задач со временем переосмыслили, поменялись и сами задачи. Если раньше требования задач представлялись такими понятиями как: «найдите», «постройте», «вычислите», «докажите», то теперь – «объясните», «выберите оптимальный путь решения», «исследуйте» и так далее. Одной из самых важных функций задач является функция управления математической деятельностью школьника, в частности его развитием. Решение задач также является важнейшим видом учебной деятельности, в процессе которой учащимися усваивается основная математическая теория, развиваются их творческие способности и самостоятельность мышления. Все функции в обучении математике имеют между собой связь, но в каждом задании выделяется основная функция задачи в соответствии с поставленной целью её применения [19].

Решение задач в обучении математике имеет различные дидактические цели, например, такие, как:

– подготовка к введению новых понятий;

– установления взаимосвязи теории, изученной на предыдущих уроках, с новой теорией;

– знакомство с новыми методами решения задач;

– сравнение эффективности уже изученных методов решения одной и той же задачи с новыми методами;

– демонстрирование полезности и необходимости изучения того или иного теоретического материала;

– выявление различных свойств изученных математических объектов;

– подготовка доказательства сложных утверждений (предложений).

Мало просто научиться решать задачи, важно уметь решать различные задачи различными способами, т.е. уметь анализировать решения, сравнивать их, уметь оценивать данные способы (т.е. нужно уметь находить преимущества и недостатки в каждом из конкретных случаев.) Однако нужно понимать, что умение решать задачи не обязательно находится в прямой зависимости от числа решенных задач, именно поэтому в психолого-педагогических и методических исследованиях отдают предпочтение обучению общим подходам к задаче как к объекту изучения, её анализу и поиску её решений.

Основной целью современного учителя должно быть не создание у учащихся машинального применения имеющихся навыков, а обучение умению нестандартно применять их в каждом уникальном случае.

В процессе обучения математике задачи имеют большое многостороннее значение. Задачи могут служить различным целям обучения и выполнять разнообразные дидактические функции. Именно этим обусловлена чрезвычайно большая роль задач при обучении математике.

Постановка различных задач при изучении математической теории создает учителю благоприятные условия для использования на занятиях элементов проблемного обучения [12]. Таким образом, задачи могут являться не только средством введения новых понятий и методов, но и обоснованием полезности изучения программного материала. Использование задач дает возможность ученикам более осознанно овладевать математической теорией, самостоятельно выполнять учебные задания, использовать различные приемы поиска, исследования и доказательства, научиться выделять существенно важные свойства математических объектов. Постановка данных задач может помочь учителю сформировать у учеников интерес к предмету и научить их основным мыслительным операциям.

Текстовые задачи можно по-разному классифицировать в зависимости от целей классификации. Таким образом, на основе классификации получают различные группы текстовых задач, которые могут объединять метод решения, количество действий, требуемых для решения задачи, схожий сюжет и т.д. В зависимости от выбранного основания классификации задачи можно разделить на задачи общие:

– по количеству действий, требуемых выполнить для нахождения решения;
– по соотношению числа данных и искомых величин;
– по фабуле;

– по способам их решения и т.д [8].

Если мы будем рассматривать классификацию задач по количеству действий, которые необходимо выполнить для решения задач, то в таком случае мы разделяем задачи на простые и составные. Простой задачей обычно называют ту задачу, в которой для решения задачи нужно выполнить одно арифметическое действие. Если для решения задачи нужно выполнить два или более арифметических действий, то данную задачу называют составной.

Если мы выбираем в качестве основания для классификации соответствие числа данных и искомых величин задачи, то можно выделить задачи: определенные, с альтернативным условием, переопределенные и неопределенные задачи. Зачастую число условий соответствует числу искомых данных задачи. Но могут встречать задачи, которые не имеют вышеприведенных соответствий.

Определенные задачи – задачи имеющие столько условий, сколько необходимо и достаточно для получения ответа.

Задачи с альтернативным условием – задачи, в которых ответ можно получить только в том случае, если в ходе решения будут рассмотрены и исследованы различные возможные варианты условия.

Переопределенные задачи – задачи имеющие «лишние» условия. При решении таких задач различными способами, некоторые из условий могут не понадобиться. Однако стоит понимать, что при решении таких задач другими способами «лишними» могут оказаться уже другие условия. Переопределенная задача имеет решение только в том случае, если лишние условия не противоречат остальным условиям.

Неопределенные задачи – задачи, не имеющие достаточного количества условий для получения однозначного ответа.

Если мы берем за основание классификации задачи фабулу, то чаще всего задачи делят на группы: «задачи на движение», «на работу», « на смеси, сплавы, концентрацию и проценты» и т.д. Так как тематика задач может быть очень разнообразной, некоторые задачи сложно классифицировать исходя из фабулы условия [8].

1.2 Психолого-педагогические основы формирования умения решать текстовые задачи

Задачи играют важнейшую роль в жизни человека. Вся деятельность и даже его жизнь зачастую направлена задачами, которые человек ставит перед собой, и задачами, которые ставит перед ним окружающее его общество. Все мышление человека главным образом завязано на постановке и решении различных задач.

Все теоретические сведения о задачах и их решениях нужны ученикам для того, чтобы они могли самостоятельно и целенаправленно решать разнообразные задачи, а не только действовать по шаблону, полученному на основе ранее решенных задач.

Если каждый ученик будет иметь необходимый запас знаний и умений, необходимый для верного поиска решения задач, то все технические трудности отойдут на второй план, на первый же план в таком случае выйдут учебно-познавательные цели решения задач [1].

Для того, чтобы решить задачу нужно рассмотреть её как объект анализа, а решение задачи как изобретения метода решения. Все достижения данной цели нужно применять основные принципы дидактики:

1. Принцип научности. Данный принцип устанавливает взаимосвязь с современными научными знаниями. Принцип научности проявляется в отборе изучаемого материала, его порядке и последовательности введения научных понятий в процесс обучения. Этот принцип наводит учителя на вовлечение школьников в процесс анализа результатов личных наблюдений и на самостоятельное их исследование.
2. Принцип систематичности и последовательности. Данный принцип систематизирует учебную деятельность, теоретический материал,

практические умения учащихся. Он предполагает систематическое усвоение знаний, т.е. в определенном порядке. Однако может изрядно усложниться характер взаимосвязи между элементами условий задач, при решении задач с помощью уравнений.

3. Принцип связи изученной теории с практикой. Этот принцип подразумевает стимулирование учеников применять полученные знания при решении практических задач.

4. Принцип наглядности. Данный принцип предполагает целесообразное привлечение органов чувств (зрения в частности) к восприятию учебного материала, для эффективного его усвоения.

5. Принцип доступности. Принцип доступности диктует учителю учитывать различные особенности развития учеников, анализировать материал с точки зрения интеллектуальных возможностей учащихся, для того, чтобы они не испытывали никаких умственных и физических перегрузок. Т.е. учителю необходимо опираться на знания, опыт и мышление учеников, при обучении их новому материалу.

6. Учет возрастных особенностей. Одним из самых важных и основополагающих педагогических принципов является учет возрастных особенностей. Т.е. для организации того или иного вида учебной деятельности, нужно, прежде всего, знать и учитывать основные особенности данного возраста учащихся.

Чаще всего учителя сталкиваются с проблемами при обучении учеников 7 – 9 классов, средний их возраст от 12 – 16 лет. Данный возраст является переломным, переходным, т.к. именно в этом возрасте происходит переход ученика от детства к юности. Возникновение трудностей при обучении, чаще всего, связаны с тем, что педагоги либо не знают особенности детей данного возраста, либо не берут их в учёт. В этом возрасте возрастает роль сознания, улучшается контроль коры головного мозга над инстинктами и эмоциями подростка. Но в то же время под действием сильных и длительных раздражителей нервная система ребёнка может вызвать торможение, либо наоборот чрезмерное возбуждение. Переоценка своих возможностей и способностей подростка приводит его к формированию чувства взрослости, к стремлению независимости и самостоятельности. Обучение является основным видом деятельности в данном возрасте [26].

Рассмотрим совершенствование основных психических процессов, участвующих в этом виде деятельности.

Восприятие

Учащийся в этом возрасте становится более восприимчивым к более сложному аналитико-синтетическому восприятию предметов и явлений, окружающих его в действительности. Восприятие у подростков постепенно принимает организованный, регулируемый и управляемый процесс. Подросток способен намного эффективнее управлять своим произвольным вниманием, внимание в этом возрасте становится намного устойчивее.

В свою очередь решение текстовых задач развивает внимания ученика, так как ему требуется выделять из задания, только данные, необходимые для решения данной задачи.

Память

С 13 до 16 лет память учеников развивается в довольно быстром темпе. Память перестраивается в этом возрасте, развивается смысловое запоминание, смысловое запоминание начинает доминировать над механическим. Также перестраивается и сама смысловая память, она приобретает более опосредованный и логический характер. Меняется так же содержание запоминаемого, становится намного более доступным запоминание абстрактного материала. Чтобы запомнить какой-либо материал, ученику уже не нужно его заучивать при помощи многократных повторений, ему достаточно усвоить смысловую нагрузку материала. Т.е.

ученик способен вычленить главные и второстепенные моменты материала, что значительно облегчает усваивание и запоминание материала.

Воображение

В подростковом возрасте мышление превращается в самостоятельную деятельность. Подросток способен производить различные мыслительные операции с математическими знаниями, способен оперировать значениями и смыслами языка, соединяя две высшие психические функции: воображение и мышление.

Воображение может помочь ученику построить математическую модель на основе бытовой ситуации, т.е. перевести эту ситуацию на язык формул. Данное умение помогает решать любые текстовые задачи.

Мышление

Мыслительная деятельность так же претерпевает значительные изменения в этом возрасте. Она становится более систематизированной и последовательной. Подросток способен самостоятельно рассуждать, творчески мыслить, сравнивать, давать глубокий анализ по содержанию задачи. Творческое мышление приобретает все большее значение, признаком которого служит анализ, совершаемый на основе конкретной задачи, он вскрывает внутреннюю связь, лежащую в основе данной задачи.

Математическое мышление имеет свои специфические черты и особенности, которые обусловлены спецификой изучаемых при этом объектов, а также спецификой методов их изучения. Математическое мышление часто характеризуют проявлением так называемых математических способностей.

Формирование у школьников математического мышления способствует не только успешному обучению математике, но и успешному обучению другим предметам.

К числу математических качеств мы можем отнести: оригинальность, критичность, четкость и лаконичность речи и записи, рациональность и целенаправленность [2].

Глубину мышления ученика мы можем оценить на основе его умения проникать в сущность изучаемого материала, в умении выделять его специфические, скрытые особенности (в условии задачи, в способе ее решения и т.д.), в умении конструировать мыслительные модели конкретных ситуаций. Глубину мышления часто определяют умением выделять существенное.

Чаще всего решение практических или теоретических задач связано с необходимостью планировать свои действия и прогнозировать их результат. Именно поэтому ученику для начала требуется построить процесс решения задачи сначала в мыслителных образах, а затем переходить к её практическому решению [1].

Перед учителем математики стоит задача не только передать учащимся определенный набор знаний и навыков по этому предмету, но реализации возможностей своего предмета в развитии личности учеников. Именно поэтому решение математических задач является одним из эффективных средств воспитания учащихся.

Математические задачи могут отражать самые разнообразные стороны жизни, нести множество полезной информации и способствовать нравственному, умственному и трудовому воспитанию учеников.

Очень важно, чтобы содержание задачи заинтересовало ученика, так как приступая к решению задачи, он изначально знакомится с её формулировкой, а после этого уже планирует своё решение. Именно поэтому текст задачи должен взывать не только к уму, но и к эмоциям учеников, вызывая у них ощущение причастности к решению важной и актуальной проблемы. При этом воспитательное воздействие содержания задач осуществляется не только через условие задачи, но и непроизвольно, через подтекст материала. С усвоением любой информации связано формирование отношения к ней. Отсюда понятно значение содержания решаемой задачи [9].

Также важна и учебная работа школьников на уроке математики. Необходимость убедительной аргументации по ходу решения задач способствует развитию таких волевых качеств, как настойчивость, самостоятельное преодоление трудностей, критическое отношение к себе и к окружающему. Поиски и нахождение самостоятельных путей решения задач и доказательства теорем способствуют развитию творческого подхода к выполняемой работе, духа новаторства. Поэтому учащиеся не должны выступать на уроках в роли пассивных слушателей. На уроке должны использоваться разнообразные виды самостоятельной учебной работы, рациональные приемы учебы. В процессе решения текстовых задач учащиеся усваивают конкретный смысл арифметических действий, знакомятся со знаками для записи выполняемых действий; изучаемые правила сразу же подтверждаются в решении задач. Такие задачи предусмотрены программой каждого года обучения.

Система подбора задач и расположение их по времени построена с таким расчетом, чтобы обеспечить наиболее благоприятные условия для сопоставления, сравнения, противопоставления задач, сходных в том или ином отношении, а также задач взаимно обратных. При этом имеется в виду, что в процессе изучения математики дети все время будут встречаться с задачами различных видов. Это исключает возможность выработки штампов и натаскивания в решении задач: дети с самого начала будут поставлены перед необходимостью каждый раз производить анализ задачи, устанавливая связь между данными и искомым, прежде чем выбрать то или иное действие для ее решения [23].

Текстовые задачи являются тем богатейшим материалом, на котором будет решаться важнейшая задача преподавания математики – развитие мышления и творческой активности учащихся.

Ученики при решении задач учатся её анализировать, объясняя что известно и неизвестно в решаемой задаче; что следует из её условия, какие математические действия нужно выполнить для получения правильного ответа на вопрос задачи и в каком порядке нужно их выполнить; обосновывать выбор каждого своего действия; составлять выражения по задаче и вычислять его значения; устно или письменно давать полный ответ на вопрос задачи и проверять правильность её решения. Для того, чтобы учащиеся могли сознательно выбирать наиболее рациональный способ решения задачи, необходимо, чтобы они знали о наличии различных способов её решения [23].

Решение текстовых задач формирует у учеников полноценные знания, определенные программой. Они дают огромные возможности для связи теории с практикой, обучение с реальной жизнью. Таким образом, решение задач позволяет углубить и расширить представление учеников о жизни, формирует у них практические умения (подсчитывать стоимость различных покупок). Процесс решения задач оказывает положительное влияние на умственное развитие учащихся, поэтому важно, чтобы учитель имел полное представление о текстовой задаче, о её структуре и умел решать задачи различными способами.

В методике обучения решению задач выделяют пять их основных функций:

1. Обучающая функция. Данная функция направлена на формирование у учеников системы математических знаний, умений и навыков.

2. Воспитывающая функция. Эта функция направлена на воспитание у учеников интереса к предмету, навыков учебного труда.

3. Развивающая функция. Развивающая функция направлена на развитие мышления ученика, на формирование приемов умственной деятельности.

4. Контролирующая функция. Эта функция задач направлена на определения уровня сформированности у учащихся учебного материала, способности самостоятельного изучения материала, уровня развития познавательных интересов учеников.

5. Мотивационная функция задач является средством активизации познавательного процесса школьников. Мотивационную функцию в обучении задачи выполняет правильная постановка задачи [1].

Такое применение задач способствует осознанному восприятию учащимися программного материала, овладению прочными знаниями, развитию мыслительной деятельности школьников.

В процессе осознания решения текстовых задач достигаются не только специфические цели математического образования, но развиваются все высшие психические функции учащихся, укрепляются и развиваются волевые черты их характера. Формируются такие качества личности, как внутренний план действий, разумный и устойчивый стиль деятельности, ответственность за начатое дело и потребность в его доведении до конца, творческая инициатива и многие другие важнейшие качества.

ВЫВОДЫ ПО 1 ГЛАВЕ

Огромную роль в процессе обучения играет решение текстовых задач по математике. Решая такую задачу, человек познает много нового: знакомится с новой ситуацией, описанной в задаче, познает новый метод решения, учится применять математические знания к практическим нуждам.

Рассмотрев роль и место текстовых задач в процессе обучения математике, можно сделать следующие выводы:

1. Решение текстовых задач занимает огромное место в обучении школьников математике, является необходимым условием повышения качества обучения учащихся в целом.

2. Следует учитывать обучающую, развивающую, воспитывающую и контролирующую функции задач в процессе обучения математике.

3. Решение текстовых задач алгебраическим методом включает составление их математической модели.

4. Условием успешного решения задач являются использование задач подготовительного уровня (т.е. задачи, решаемые устно, использование формул для решении различных типов задач, составление выражений) и выделение этапов решения текстовых задач.

ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ УМЕНИЙ РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

2.1 Типизация текстовых задач

Умение решать ту или иную задачу зависит от многих факторов. Однако прежде всего необходимо научиться различать основные типы задач и уметь решать простейшие из них. Как уже было описано выше основной классификацией текстовых задач является классификация задач по их фабуле. В различных учебных пособиях можно найти разные классификации текстовых задач, к примеру, задачи на «производительность» и на «заполнение бассейна водой» часто разделяют, однако оснований для такого разделения мало, так как задачи таких типов имеют общие формулы для их решения [20].

Среди множества всех задач можно выделить три основных типа: задачи «на движение», задачи «на производительность» и задачи «на проценты, концентрацию и части».

Задачи на движение

Задачи на движение в свою очередь делятся на два основных вида: движение по суше и движение по воде.

При решении задач на движение принимают следующие допущения:

– движение считается равномерным, если нет специальных оговорок;

– изменение направления движения и переходы на новый режим движения считаются происходящими мгновенно;

– скорость считается числом положительным;

– если тело движется по течению реки, то его скорость V слагается из скорости в стоячей воде V_1 и скорости течения реки V_2, $V = V_1 + V_2$, если против течения реки, то скорость равна $V = V_1 - V_2$;

– если два тела начинают движение одновременно (если одно тело догоняет другое), то в случае, если они встречаются, каждое тело с момента выхода и до встречи затрачивает одинаковое время;

– если тела выходят в разное время, то до момента встречи из них затрачивает время больше то, которое выходит раньше [16].

Для решения задач такого типа удобно составлять таблицу 1.

Таблица 1 – Общее решение текстовой задачи

	Скорость V	Время t	Расстояние S
Объект 1	$V = \frac{S}{t}$	$t = \frac{S}{V}$	$S = Vt$
Объект 2	$V = \frac{S}{t}$	$t = \frac{S}{V}$	$S = Vt$

Пример 1. Из городов А и В, расстояние между которыми 480 км, навстречу друг другу выехали два автомобиля. Из города А со скоростью 55 км/ч, а из города В со скоростью 65 км/ч. Найдите расстояние от города А, где они встретятся.

Решение: Время до встречи находится по формуле $t = \frac{S_0}{V_1+V_2}$ и равно 4 часа. Расстояние от города А до места встречи равно $\mathrm{S} = 4 * 55 = 220$ км.

Движение по воде

Решая задачи на движения по воде необходимо помнить формулы:

Скорость движения по течению реки: $V = V_{\text{теч}} + V_{\text{соб}}$

Скорость движения против течения реки: $V = V_{\text{соб}} - V_{\text{теч}}$

Собственная скорость движения: $V = \frac{V_{\text{по течению}} + V_{\text{против теч.}}}{2}$

Пример 2. В 9 ч баржа вышла из А вверх по реке и прибыла в В; 2 ч спустя после прибытия в В эта баржа отправилась в обратный путь и прибыла в А в 19ч 20 мин того же дня. Предполагая, что средняя скорость течения реки 3 км/ч и собственная скорость баржи все время постоянна, определить, в котором часу баржа прибыла в В. Расстояние от А до В 60 км.

Решение: Обозначим собственную скорость баржи через х км/ч. В таком случае время, затраченное на движение по течению реки, составляет: $\frac{60}{x+3}$ ч, а против течения реки $\frac{60}{x-3}$. Всего было затрачено: $19\frac{1}{3} - 9 - 2 = 8\frac{1}{3}$ (ч).

Задачи на производительность

Задачи на выполнение определенного объема работы по своему решению очень схожи с задачами на движение: объем работы выполняет роль расстояния, а производительность выполняет роль скорости. В тех случаях, когда объем работы не задан, его принимают за 1.

$A = V \cdot t$, где А – количество работы, t – время выполнения работы, V – производительность труда, т.е количество работы, выполняемой в единицу времени [14].

Пример 3. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит работу первый, если он за 2 дня работы выполнит такую же часть работы, какую второй рабочий за 3 дня.

Решение: Пусть х – производительность 1 рабочего, у – производительность 2. Вся работа 1. Двое рабочих выполнят всю работу за 12 дней, значит $12 \cdot (x + y) = 1$. За 2 дня работы 1 выполняет такую же работу, как и 2 за 3 дня, значит $2x = 3y$. Составим систему

$$\begin{cases} 12(x+y) = 1 \\ 2x = 3y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3y}{2} \\ 12\left(\frac{3y}{2} + y\right) = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{5y}{2} = \frac{1}{12} \Rightarrow y = \frac{1}{30}, x = \frac{1}{20}$$

Ответ: первый рабочий выполнит полный объем работы за 20 дней.

Задачи на проценты, концентрацию, смеси, сплавы

При решении задач на проценты необходимо уметь находить процент от числа, число по его проценту, процентное отношение. Основная трудность лежит при решении задач на сложные проценты – проценты, начисляемые на процентные деньги [10].

Пример 4. По пенсионному вкладу банк выплачивает 10% годовых. По истечении каждого года эти проценты капитализируются, т.е начисленная сумма присоединяется к вкладу на данный вид вклада был открыт счет в 50000 рублей, который не пополнялся и с которого не снимали деньги в течении 3 лет. Какой доход был получен по истечении этого срока?

Решение**:** В конце 1 года сумма составит 55000 рублей. Теперь начисляем 10% от этой суммы и получаем сумму в конце 2 года 60500 руб. Чтобы узнать весь доход за три года находим 110% от 60500, а это число равно 66550. Итак, по истечении всего срока доход составляет 16550 руб.

2.2 Этапы решения текстовой задачи

Очевидно, что процесс решения задач является сложным и многослойным. Соответственно, если мы под процессом решения задачи понимаем процесс, начинающийся с момента получения задачи до момента полного её решения, то данный процесс не ограничивается только изложением уже найденного решения, а из ряда этапов, одним из которых и является изложение решения задачи [21].

Из каких же этапов состоит процесс решения текстовой задачи?

Первое, что нужно сделать, получив задачу, это разобраться в том, каковы условия задачи, в чем заключаются её требования, т.е. провести анализ задачи.

Анализ решения задачи составляет первый этап процесса решения задачи. Результатом анализа задачи зачастую является схематическая запись условий задачи представленной в форме таблицы, схемы, рисунка или графика.

Составление схематической записи задачи является вторым этапом решения задачи.

Поиск способа решения задачи является следующим этапом решения, анализ и построение схемы решения проводят главным образом именно для того, чтобы найти этот способ решения.

Четвертым этапом является непосредственно осуществление решения задачи.

После осуществления и изложения решения задачи, необходимо удостовериться, что решение выполнено верно, что оно удовлетворяет всем требованиям задачи. Именно для этого проводят проверку полученного решения. Проверка полученного решения является пятым этапом решения задачи.

При решении некоторых задач, после проверки нужно также произвести исследование задачи, т.е. установить при каких условиях задача имеет решение и определить сколько решений имеет данная задача и при каких условиях она не имеет решения. Исследование задачи – шестой этап решения задачи.

После того как произведено исследование задачи и получено верное решение, необходимо четко сформулировать ответ задач – это будет седьмым этапом процесса решения задачи.

Восьмым и последним этапом решения задачи является анализ выполненного решения, в частности установление наличия или отсутствия более рационального способа решения задачи. Нельзя ли обобщить задачу и сделать какие-либо выводы по ней? Данный этап не является обязательным этапом решения задачи [5].

Таким образом, процесс решения текстовой задачи можно разделить на восемь этапов:

1) анализ задачи;

2) схематическая запись задачи;

3) поиск способа решения задачи;

4) осуществление решения задачи;

5) проверка решения задачи;

6) исследование задачи;

7) формулирование ответа задачи;

8) анализ решения задачи.

Для удобства и наглядности решения текстовых задач составим таблицу 2.

Таблица 2 – Этапы решения текстовой задачи и приемы их выполнения

Название этапа решения задачи	Цель этапа	Приемы выполнения	Результат выполнения
1	2	3	4
Анализ задачи	Основное назначение этого этапа понять в целом ситуацию, описанную в задаче, выделить условия и требования, назвать известные и искомые объекты, выделить все отношения (зависимости) между ними	– чтение задачи; – перефразировка задачи; – толкование слов; – задаём специальные вопросы	Краткая запись задачи
Схематическая запись	Создание наглядной модели задачи, для систематизации данных при её решении	– создание схемы – занесение данных в таблицу – создание рисунка или графика	Наличие наглядной модели задачи
Поиск способа решения	Установить связь между данными и искомыми объектами, наметить последовательность действий	Разбор задачи: 1. От данных к вопросу 2. От вопроса к данным	Нахождение способа решения задачи

Продолжение таблицы 2

1	2	3	4
Осуществление решения	Найти ответ на требования задачи, выполнить все действия в соответствии с планом решения	– запись по действиям с пояснением, без пояснений; – запись в виде выражения	Решение задачи изложенное в устной или письменной форме
Проверка решения	Установить правильность или ошибочность выполненного решения	Установление соответствия между результатом и условием	Подтверждение или опровержение верности решения задачи
Исследование задачи	Установить при каких условиях задача имеет несколько решений, а при каких не имеет ни одного	1. Изменение результата решения в соответствии с его смыслом и установление характера изменений в отношениях между измененным результатом и условием задачи 2. Подбор другого результата решения и установление соответствия (возможности соответствия) условию задачи. Оценка степени возможности удовлетворения условию задачи других результатов	Установление условий, при которых задача не имеет решений
Формулирование ответа	Дать ответ на вопрос задачи	Формулировка полного ответа на вопрос задачи без обосновывающей части устно или письменно	Верный ответ на поставленную задачу
Анализ решения	Установить рациональный метод решения задачи	Решение задач другими способами	Получение наиболее эффективного способа решения задачи

Приведенная схема дает лишь общее представление о процессе решения задачи, поэтому приведем пример решения задачи.

Пример 5. Груз доставляли 4 часа на корабле по воде со скоростью 80 км/ч, затем на гужевой повозке 2 часа со скоростью 12 км/ч. Какой путь преодолел груз за это время?

Анализ задачи: речь идет о процессе движения, который характеризуется тремя величинами: скорость, время, расстояние. В задаче два процесса: движение на корабле и движение на повозке. Оформим схематическую запись данной задачи в таблице 3.

Таблица 3 – Схематическая запись задачи:

Процессы	Скорость (км/ч)	Время (ч)	Расстояние (км)
На корабле	80	4	?
На повозке	12	2	?

Поиск способа решения задачи: для решения данной задачи нужно сложить расстояния, пройденные на корабле и повозке, расстояния мы получим путём умножения времени движения на его скорость.

Решение:

1. Найдем расстояние, которое груз доставляли и на корабле. $80 \cdot 4 = 320$ (км).
2. Найдем расстояние, которое груз доставляли на повозке. $12 \cdot 2 = 24$ (км).
3. Найдем весь пройденный путь. $320 + 24 = 344$ (км).

В ответе укажем, что груз преодолел путь длиной 344 км.

2.3 Разработка факультатива «Решение текстовых задач»

Важную роль для развития мышления играет решение текстовых задач на уроках математики. Навыки решения текстовых задач обычно ослабевают в 9 классе. Необходима дополнительная подготовка учащихся. Применить её возможно с помощью внедрения программы направленной на развитие данных навыков для более подробного изучения текстовых задач.

Основанием для введения факультатива для учащихся 9-х классов по различным темам математики стало несоответствие между целями обучения и содержанием действующей программы, т.к. объем содержания некоторых тем либо не соответствует времени, отведенному на их изучение, либо изучение некоторых тем в основной школе программой не предусмотрено.

В частности, решение текстовых задач – это приоритет основной школы. Текстовые задачи содержатся во всех учебниках математики и алгебры и разбросаны по учебнику небольшими порциями. Данный факультатив предусматривает систематизацию всех знаний и умений, полученных в основной школе, а также рассмотрение некоторых типов задач и способов их решений, не рассмотренных ранее. Текстовые задачи включаются как в экзамен обязательной итоговой государственной аттестации выпускников основной школы, так и в единый государственный экзамен по математике для выпускников старшей ступени образования.

Цели курса:

– овладение конкретными математическими знаниями, необходимыми для применения их в процессе решения задач разных типов;

– интеллектуальное развитие учащихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых для оценки жизненных ситуаций;

– формирование алгоритмического мышления, умений действовать по заданному алгоритму и конструировать новые; развитие творческой и прикладной сторон мышления.

Заключительное занятие планируется провести в форме конкурса задач, на котором учащиеся должны продемонстрировать свои умения решать задачи разными способами. Планируется провести конкурс задач из жизненных ситуаций и практической жизни человека. По итогам конкурса возможно оформить сборник задач.

Программа факультатива, рассчитанная на второе полугодие (1 час в неделю, всего 8 часов) представлена в таблице 4.

Таблица 4 – Программа факультатива

№ Модуля	Содержание учебного материала	Кол-во часов
1	Задачи на движение: – задачи на среднюю скорость; – задачи на движение по воде; – задачи на движение по окружности	3 1 1 1
2	Задачи на «бассейны» (совместную работу)	2
3	Задачи на проценты: задачи на изменение влажности продукта задачи на смеси, сплавы	3 1 2

Содержание учебного материала

Модуль 1. Задачи на движение

Цели:

1) овладеть навыками работы с формулами скорости, времени, расстояния и единицами измерения каждой величины;

2) иметь представление о средней скорости движения, понимать термины «собственная скорость», «скорость по течению», «скорость против течения» и владеть ими; рассмотреть условия движения по окружности двух точек в одном направлении, в противоположных направлениях.

Занятие 1. Задачи на среднюю скорость движения

Задача 1: Расстояние между двумя сёлами 18 км. Велосипедист ехал из одного села в другое 2 часа, а возвращался 3 часа. Какова средняя скорость движения велосипедиста на всем участке пути [4]?

Решение: велосипедист потратил на весь свой путь 5 часов, преодолев при этом расстояние 36 км. Средняя скорость движения велосипедиста на всем участке пути равна: $36 : 5 = 7{,}2\ (\frac{км}{ч})$.

Ответ: 7,2 (км/ч).

Задача 2: Турист шел со скоростью 4 км/ч, потом точно такое же расстояние со скоростью 5 км/ч. Какова средняя скорость движения на всем участке пути?

Решение: средняя скорость движения равна отношению общего пройденного пути к общему времени затраченному на путь: $V_{ср} = \frac{S_{общ}}{t_{общ}}$. Обозначим первый участок пути за х, так как участки пути равны $S_{общ} = 2x$. Зная расстояния и скорость, найдем время затраченное на каждый участок пути.

$$t_1 = \frac{x}{4}, t_2 = \frac{x}{5}$$

Отсюда общее время равно: $t_{общ} = \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = \frac{9x}{20}$

$$V_{ср} = \frac{2x}{\frac{9x}{20}} = \frac{40x}{9x} = \frac{40}{9} \approx 4{,}44$$

Ответ: 4,44 (км/ч).

Задача 3: Турист шел со скоростью А км/ч, потом точно такое же время со скоростью В км/ч. Какова средняя скорость движения туриста на всем участке пути?

Решение: данная задача решается по аналогии с предыдущей задачей: $\frac{(A+B)}{2}$

Ответ: $\frac{(A+B)}{2}$.

Задача 4. Некоторое расстояние автомобиль преодолел в гору со скоростью 42 км/ч, а с горы – со скоростью 56 км/ч. Какова средняя скорость движения автомобиля на всем участке пути [3]?

<u>Решение</u>: данная задача решается по аналогии с задачей 2.

$$t_1 = \frac{x}{42}, t_2 = \frac{x}{56}, t_{\text{общ}} = t_1 + t_2 = \frac{7x}{168} = \frac{x}{24}$$

$$V_{c\text{р}} = \frac{2x}{\frac{x}{24}} = 48$$

Ответ: 48 (км/ч).

Задача 5. В гору велосипедист ехал со скоростью 10 км/ч, а с горы с некоторой другой постоянной скоростью. Средняя скорость движения оказалась равной 12 км/ч. С какой скоростью он ехал с горы [13]?

<u>Решение</u>: обозначим скорость движения велосипедиста на втором участке пути за x. Расстояние преодоленное велосипедистом в гору за y.

1) $t_1 = \frac{y}{10}, t_2 = \frac{y}{x}, t_{\text{общ}} = \frac{yx+10y}{10x}$;

2) $12 = \frac{2y}{\frac{yx+10y}{10x}} = \frac{20xy}{xy+10y} = \frac{20x}{x+10}$;

3) $20x = 12(x+10),\ \ 8x = 120,\ \ x = 15.$

Ответ: 15 (км/ч).

Задача 6. В одном направлении велосипедист проехал расстояние от А до В со скоростью x км/ч, а в обратном – с некоторой другой постоянной скоростью. С какой скоростью ехал велосипедист в обратном направлении, если средняя скорость его движения оказалась равной y км/ч?

<u>Решение</u>: расстояние от А до В обозначим за S. А скорость движения в обратном направлении за z.

$$t_1 = \frac{S}{x}, t_2 = \frac{S}{z}, t_{\text{общ}} = \frac{Sx+Sz}{xz}.$$

$$y = \frac{2S}{\frac{Sx + Sz}{xz}} = \frac{2Sxz}{Sx + Sz} = \frac{2xz}{x + z}$$

Ответ:$\frac{yx+yz}{2x}$.

Занятие 2. Задачи на движение по реке

Задача 7. Катер проходит некоторое расстояние по озеру за 6 час, а по течению реки – за 5 час. Сколько времени потребуется плоту на такое же расстояние?

Решение: расстояние, пройденное катером, обозначим за у. Время, затраченное катером, на преодоление расстояния по озеру равно: $\frac{y}{v_{\text{кат}}} = 6$ч. Скорость катера: $\frac{Y}{6}$. По течению реки: $\frac{y}{V_{\text{кат}}+V_{\text{теч}}} = 5$ ч. Отсюда, скорость течения реки равна: $V_{\text{теч}} = \frac{y}{5} - V_{\text{кат}} = \frac{y}{5} - \frac{y}{6} = \frac{y}{30}$. Таким образом, время затраченное плотом равно: $\frac{Y}{\frac{Y}{30}} = 30$ ч.

Ответ: 30 (ч).

Задача 8. Пароход от Киева до Херсона идет 3 суток, а от Херсона до Киева 4 суток. Сколько времени будут плыть плоты от Киева до Херсона [3]?

Решение:

$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$- удвоенная скорость реки.

$\frac{1}{24}$- скорость течения реки

Ответ: 24 суток.

Задача 9. Пловец по течению быстрой реки проплыл 150 м. Когда же он поплыл против течения, то за такое же время его снесло течением на 50 м. ниже по течению. Во сколько раз скорость течения реки больше скорости пловца?

Решение: обозначим скорость реки за х. Время плавания по течению и против течения реки одно и то же ($t = \frac{S}{V}$)

Составим уравнение:

$$\frac{150}{V_{\text{соб}} + X} = \frac{50}{V_{\text{соб}} - x}$$

$$\frac{150V_{\text{соб}} - 150x - 50V_{\text{соб}} - 50x}{(V_{\text{соб}} + x)(V_{\text{соб}} - x)} = 0$$

$$100V_{\text{соб}} - 200x = 0$$

$$100V_{\text{соб}} = 200x$$

$$V_{\text{соб}} = 2x$$

Ответ: скорость течения реки в два раза больше скорости пловца.

Задача 10. Папа и сын плывут на лодке против течения. В какой-то момент сын уронил за борт папину шляпу. Только через 20 минут папа заметил пропажу, быстро развернул лодку, и они поплыли вниз по течению с той же собственной скоростью 7 км/ч? За какое время они догонят шляпу, если скорость течения реки 1 км/ч [7]?

Решение: собственная скорость 7 км/ч, скорость течения 1 км/ ч, вычисляем скорость против течения: $7 - 1 = 6\,\text{км/ч}$. Вычисляем расстояние за 20 мин (20 мин = 1/3 часа) $\frac{6}{3} = 2\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Вычисляем скорость по течению 7+1=8 км/ч. В это время шляпа уплывает со скоростью 1 км/ч. Соответственно их скорость сближения 8–1=7 км/ч. 2 км со скоростью сближения 7 км/ч ($t = \frac{2}{7}$).

Ответ: примерно 17 минут.

Занятие 3. Задачи на движение по окружности

Задача 11. На соревнованиях по кольцевой трассе один лыжник проходил круг на 2 минуты быстрее другого и через час обогнал его ровно на круг. За сколько минут первый лыжник проходил круг [27]?

Решение: пусть первый лыжник проходит 1 круг за x минут, тогда второй лыжник проходил один круг за (x–2) мин (так как ему по условию требовалось на 2 минуты меньше, чем первому). За час первый сделает $\frac{60}{x}$ кругов, второй $\frac{60}{x-2}$. По условию задачи разница за час между вторым и первым равна 1 кругу, таким образом составляем уравнение: $\frac{60}{x-2} - \frac{60}{x} = 1$. Решаем его:

1) сводим к общему знаменателю, и умножаем на него, получим $60 \cdot (x - (x-2)) = x \cdot (x-2)$;

2) сводим подобные члены, раскрываем скобки: $102 = x^2 - 2x$;

3) переносим все члены уравнения в левую часть: $x^2 - 2x - 120 = 0$;

4) раскладываем на множители: $(x-12)(x+10) = 0$;

5) произведение равно 0, если хотя бы один из множителей равен 0, таким образом получаем 2 уравнения: первое $x - 12 = 0$, откуда $x = 12$; второе $x + 10 = 0$, откуда $x = -10$(невозможно, количевство минут не может быть отрицательным числом).

Ответ: за 12 минут.

Задача 12. На соревнованиях но картингу по кольцевой трассе один из картов проходил круг на 5 минут медленнее другого и через час отстал от него ровно на круг. За сколько минут каждый карт проходил круг?

Решение: пусть x – время быстрого на круг, $\mathrm{x}+5$ – время медленного на круг, $60/\mathrm{x}$ – кол-во кругов быстрого, $60/(\mathrm{x}+5)$ – кол-во кругов медленного.

$$60/\mathrm{x} - 60/(\mathrm{x}+5) = 1$$

$$60/\mathrm{x} - 60/(\mathrm{x}+5) - 1 = 0 \text{ домножим на } \mathrm{x}(\mathrm{x}+5) = \mathrm{x}^2 + 5\mathrm{x}$$

$$60(\mathrm{x}+5) - 60\mathrm{x} - \mathrm{x}^2 - 5\mathrm{x} = 0$$

$$60\mathrm{x} + 300 - 60\mathrm{x} - \mathrm{x}^2 - 5\mathrm{x} = 0$$

$$300 - \mathrm{x}^2 - 5\mathrm{x} = 0$$

$$x^2 + 5x - 300 = 0$$

$$D = 52 - 4 \cdot 1 \cdot (-300) = 25 + 1200 = 1225$$

$x = -20$ – не подходит, x=15мин – время быстрого на круг, $15 + 5 = 20$мин – время медленного на круг.

Ответ: 15 и 20 минут.

Задача 13. По окружности длиной 60 м равномерно и в одном направлении движутся две точки. Одна из них делает полный оборот за 5 секунд скорее другой, при этом совпадение точек происходит каждый раз через 1 минуту. Определите скорости точек [15].

Решение: зафиксируем момент времени, когда точки совпали, и начнём отсчёт времени t с этого момента ($t = 0$). Пусть T с – время, за которое проходит окружность первая точка. По условию, вторая точка проходит окружность за время $T + 5$ с. Тогда скорость первой точки $v_1 = 60/T$ м/с, а второй точки – $v_2 = 60/(T + 5)$ м/с.

За время t=1 мин =60 с первая точка пройдёт расстояние $l_1 = v_1 \cdot 60 = 3600/T$ м, а вторая точка – расстояние $l_2 = v_2 \cdot 60 = 3600/(T + 5)$ м. По условию, через 1 минуту первая точка догоняет вторую, а это значит, что за эту минуту она проходит на 1 круг, или на 60 м, большее расстояние. Значит, $l_1 = l_2 + 60$ м. Отсюда получаем уравнение: $3600/T = 3600/(T + 5) + 60$, или $60/T = 60/(T + 5) + 1$, или $T^2 + 5 * T - 300 = 0$.

Дискриминант $D = 5^2 - 4 * 1 * (-300) = 1225 = 35^2$, $T_1 = (-5 + 35)/2 = 15\ с, T_2 = (-5 - 35)/2 = -20\ с$.

Так как $T > 0$, то $T = 15\ с$. Отсюда $v_1 = 60/15 = 4$ м/с и $v_2 = 60/(15 + 5) = 3$ м/с.

Ответ: 4 м/с и 3 м/с.

Задача 14. Два тела, двигаясь по окружности в одном направлении, сходятся через каждые 56 минут. Если бы они двигались с теми же скоростями в противоположных направлениях, то встречались бы через каждые 8 минут. Известно, что при движении в противоположных направлениях расстояние по окружности между ними уменьшалось с 40 до 26 м за 24 сек. Сколько м/мин. проходит каждое тело и какова длина окружности [28]?

<u>Решение</u>: пусть l (м) – длина окружности, х (м/мин) – скорость первого тела, а у (м/мин) – скорость второго тела (х $>$ у).

В задаче речь идет о трех ситуациях, каждую из которых можно описать уравнением:

1. При движении в одном направлении первое тело догоняет второе со скоростью $(x - y)$ м/мин. После одного из обгонов следующий обгон имеет место через столько минут, сколько понадобиться, чтобы преодолеть l метров со скоростью $(x - y)$ м/мин, т.е. через 56 мин: $\frac{l}{(x-y)} = 56 (1)$.

2. При движении в разных направлениях тела сближаются со скоростью $(x + y)$ м/мин, причем l м они вместе проходят за 8 мин $\frac{l}{x+y} = 8 (2)$.

3. Если первоначальное расстояние было равно 40м, осталось пройти до встречи 26 м, то общий путь составляет $40м - 26м = 14м$. Он был преодолен со скоростью $(x + y)$ $м/мин$ за 24 с, т.е. за $\frac{24}{60}$ мин, что равно $\frac{2}{5}$ мин. Следовательно, последняя часть условия приводит к уравнению: $\frac{14}{x+y} = \frac{2}{5}$ (3)

Разделив уравнение (2) на уравнение (1) получим:

$\frac{x-y}{x+y} = \frac{1}{7}$ отсюда $y = \frac{3}{4}x$

Решим систему уравнений:

$\begin{cases} y = \frac{3}{4}x \\ \frac{14}{x+y} = \frac{2}{5} \end{cases}$ отсюда следует, что $x = 20$

Следовательно, $y = 15$, а из уравнения (2) $l = 280$.

Ответ: 280м, 20 м/мин, 15 м/мин.

Модуль 2. Задачи «на бассейны»

Цели:

- рассмотреть различные жизненные ситуации на совместную работу;
- познакомить учащихся со старинными математическими задачами;
- усвоить понятие «производительность».

Занятия 4–5. Задачи на совместную работу

Задача 15. Первая черепаха может проползти расстояние от окна до двери за 20 мин, а вторая – за 30 мин. Однажды черепахи одновременно отправились навстречу друг другу – одна от окна, другая от двери. Через сколько минут они встретились [22]?

Решение: Пусть 1 – это расстояние от окна до двери, тогда: $\frac{1}{20}$ – скорость первой черепахи, $\frac{1}{30}$ – скорость второй черепахи. Найдем скорость сближения: $\frac{1}{20}+\frac{1}{30}=\frac{5}{60}=\frac{1}{12}$. А теперь 1 – расстояние делим на скорость и получаем искомое время: $1:\frac{1}{12}=12.$

Ответ: через 12 минут черепахи встретились.

Задача 16. Лев съел овцу за 1 час, волк съел овцу за 2 часа, а пес съел овцу за 3 часа. Спрашивается, как скоро они втроем съели бы овцу [24]?

Решение: производительность льва – $\frac{1}{60}$,производительность волка$-1/120$, производительность пса – $1/180$.

$1/60+1/120+1/180=6/180\ =1/30$ – общая производительность. Общее время равно отношению объема работы к общей производительности, если объем равен единице, то $1:1/30=30$ минут.

Ответ: все животные съедят овцу вместе за 30 минут.

Задача 17. Через первую трубу бассейн наполняется за 12 часов, через вторую трубу – за 24 часа. За сколько часов бассейн наполнится через обе трубы [18]?

Решение:

1) $1:12 = 1/12$ часть бассейна заполняется за 1час с первой трубы;

2) $1:24 = 1/24$ часть бассейна заполняется за 1час второй трубой;

3) $1/12 + 1/24 = 3/24$ части бассейна заполняется за 1час обеими трубами вместе;

4) $1:3/24 = 24:3 =$ за 8 часов бассейн наполнится через обе эти трубы.

Ответ: за 8 часов.

Задача 18. Первая бригада, работая отдельно, может выполнить задание за 3 дня, а вместе со второй бригадой — за 2 дня. За сколько дней одна вторая бригада может выполнить то же задание?

Решение:

1) скорость работы первой бригады – $1/3$;

2) скорость работы двух сразу бригад – $1/2$;

3) тогда скорость работы второй бригады будет $1/2 - 1/3 = 3/6 - 2/6 = 1/6$;

4) значит, вторая бригада выполнит работы за 6 дней.

Ответ: 6 дней.

Модуль 3. Задачи на проценты

Задачи на проценты можно разделить на три группы:

1) изменение влажности продукта;

2) изменение величины заработной платы (плана выпуска продукции, стоимости товара, акций и др.);

3) о процентном содержании компонентов в растворе или сплаве.

Исходя из этого, решение задач данного типа преследует следующие цели:

– овладеть понятием «процент» и уметь оперировать им в различных ситуациях;

– ввести понятие «сложные проценты»;

– знать и понимать понятие «концентрация» и уметь ее находить;

Занятие 6. Задачи на изменение влажности продукта

Задача 19. Арбуз весил 20 кг и содержал 99% воды. Когда он немного усох, то стал содержать 98% воды. Сколько теперь весит арбуз [17]?

Решение:

1) обозначим x – вес арбуза при содержании воды в нем 98%;

2) вес сухой части изначально и он не меняется 0,2 кг;

3) вес воды был $20 * 0{,}99 = 19{,}8$ кг;

4) вес воды стал $x * 0{,}98$ кг;

5) получаем $x - 0{,}98x = 0{,}2$, $0{,}02x = 0{,}2, x = 0{,}2/0{,}02 = 10$ кг теперь весит арбуз.

Ответ: 10 кг.

Задача 20. Влажность сухой цементной смеси на складе составляет 18%. Во время перевозки из-за дождей влажность смеси повысилась на 2%. Найдите массу привезенной смеси, если со склада было отправлено 400 кг?

Решение:

1. Находим массу влаги в цементе на складе: $400 * 0{,}18 = 72$(кг).

2. Находим массу сухого цемента (без влаги): $400 - 72 = 328$ (кг).

3. Находим массу привезённой со склада смеси: $328 \cdot 100 : 80 = 420$ (кг).

Ответ: 420 кг.

Задача 21. Свежие грибы содержат 92% воды, а сухие – 8%. Сколько получится сухих грибов из 23 кг свежих [15]?

Решение: чистая грибная масса будет $8\%\ 23 \cdot 0{,}08 = 1{,}84$ кг. В сухих грибах эта масса составляет 92% тогда $1{,}84 - 92\%$ $x - \ 100\%$ тогда $1{,}84 \cdot 100 \backslash 92 = \ 2$ кг.

Ответ: 2 кг.

Задача 22. На коробке с вермишелью написано «Масса нетто 500 г при влажности 13%». Сколько весит вермишель, если она хранится при влажности 25%?

Решение: значит влаги 13%, а сухой вермишели $100 - 13 = 87\%$ или $500 * 0{,}87 = 435$ г. Для влажности 25% на вермишель приходится $100 - 25 = 75\%$

1. $75\% \ - 435$ г.
2. $100\% - x$ г.
3. $x = 435 * \frac{100}{75} = 580$ г.

Ответ: 580г.

Задача 23. Для получения томат-пасты протертую массу томатов выпаривают в специальных машинах. Сколько томат-пасты, содержащей 30% воды, получится из 28 тонн протертой массы томатов, содержащей 95% воды?

Решение: 28 тонн –100 %,

1) Сухое вещество – $(100\% - 95\%$ воды$) = \ 5\%$;
2) Сухое вещество = $28 * 5\% \ / \ 100\% = 1{,}4$ тонн;
3) $1{,}4$ тонн $- \ (100\% \ - \ 30\%$ воды$) = 70\%$;
4) томат-паста$(70\%) = 1{,}4$ т $* 100\% \ / \ 70\% = 2$ тонны.

Ответ: 2 тонны.

Занятия 7–8. О процентном содержании компонентов сплава или в растворе.

Задача 24. Кусок сплава меди с оловом массой 15 кг содержит 20% меди. Сколько чистой меди необходимо добавить к этому сплаву, чтобы новый сплав содержал 40% олова [24]?

Решение: пусть x – масса меди, y – масса олова,

1) x кг – 20%;
2) 15 кг – 100%;
3) $x = 0{,}2 * 15 = 3$ кг – меди в сплаве;
4) $y = 12$ кг – олова в сплаве;
5) 12 кг $- 40\%$;
6) медь = $12 * 100 : 40 = 30$ кг – масса сплава, где олова будет 40% (масса олова не изменяется);
7) масса меди в новом сплаве $x = 30 - 12 = 18$ кг.

Ответ: понадобится добавить 15 кг меди.

Задача 25. Латунь – это сплав меди и цинка. Кусок латуни содержит меди на 11 кг больше, чем цинка. Этот кусок латуни сплавили с 12 кг меди и получили латунь, в которой 75% меди. Определите массу меди (в кг) в первоначальном куске меди [24]?

Решение: обозначим искомую величину за x. Тогда масса первоначального куска латуни $2x - 11$, а его содержание меди составляет $p = 100x/(2x - 1)$ процентов. Поскольку «медность» куска меди 100%, то по правилу квадрата получаем: $25/(75 - p) = (2x - 11)/12x = 22{,}5$.

Ответ: 22,5 кг меди было в куске латуни.

Задача 26. Бронза – сплав меди и олова. В древности из бронзы отливали колокола, если в ней содержалось 75% меди. К куску бронзы 500 кг и содержащему 72% меди добавили некоторое количество бронзы, содержащей 80% меди, и получили бронзу, необходимую для изготовления колокола. Определить, сколько добавили 80% бронзы?

Решение: пусть к 500 кг бронзы, содержащей 72% меди, добавили x кг бронзы, содержащей 80% меди, тогда получаем уравнение:

1) $0{,}72 \cdot 500 + 0{,}8 \cdot \text{x} = 0{,}75(500 + \text{x})$;

2) $360 + 0{,}8 \cdot \text{x} = 375 + 0{,}75 \cdot \text{x}$

3) $0{,}8 \cdot \text{x} - 0{,}75 \cdot \text{x} = 375 - 360$

4) $0{,}05 \cdot \text{x} = 15$

5) $\text{x} = 15 : 0{,}05\text{x} = 300$(кг) – бронзы добавили.

Ответ: 300 кг.

Задача 27. Из молока, жирность которого 5%, изготавливают творог жирностью 15,5 %, при этом остается сыворотка жирностью 0,5%. Найти массу творога, полученного из 1 т молока.

Решение: пусть x – кол-во сыворотки, y – кол-во творога , тогда: $\text{x} \cdot 0{,}5 + y \cdot 15{,}5 = 1 \cdot 5$, составим систему:

$$\begin{cases} 0{,}5\text{x} + 15{,}5\text{y} = 5 \\ x + y = 1 \end{cases}.$$

Решаем:

1) $\text{x} = 1 - \text{y}$

2) $0{,}5(1 - \text{y}) + 15{,}5\text{y} = 5$

3) $0{,}5 - 0.5\text{y} + 15{,}5\text{y} = 5$

4) $15\text{y} = 4{,}5$

5) $\text{y} = 0{,}3$

Ответ: с 1 тонны молока получилось 0,3 тонны творога.

ВЫВОДЫ ПО 2 ГЛАВЕ

Проведение факультатива способствовало развитию активной мыслительной деятельности школьников, формированию умения замечать ошибки у себя и одноклассников и исправлять их, умение выдвигать новую задачу, умения самостоятельно применять найденные способы решения в практической деятельности.

При проведение занятий применялись такие методы обучения: беседа, разъяснение нового, повторение, выполнение различных задач.

По формам деятельность была групповой и индивидуальной.

Таким образом, факультатив решает следующие задачи:

1. Способствует умственному развитию учащихся.

2. Дает учащимся дополнительные знания по методам решения текстовых задач на проценты, «на движение», на дроби, на движение по воде и с помощью уравнений.

3. Формирует познавательные умения анализировать, синтезировать, выделять главное, обобщать, устанавливать причинно-следственные связи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обучающиеся решая задачи, приобретают новые математические знания, готовятся к практической деятельности. Задачи способствуют развитию их логического мышления, также большое значение задачи имеют и в воспитании личности обучающихся. Поэтому важно, чтобы учитель знал, что такое текстовая задача, знал ее структуру, умел решать различными способами такие задачи.

Выпускная квалификационная работа посвящена теме «Методика обучения решению текстовых задач в основной школе».

Цель выпускной квалификационной работы заключалась в том, чтобы раскрыть методику обучения решению текстовых задач в основной школе и разработать факультатив по подготовке текстовых задач в основной школе.

Работа состояла из двух глав:

1. В первой главе описаны роль и место текстовых задач в процессе обучения математике.

2. Во второй главе был разработан факультатив по Решению текстовых задач в основной школе для 9 класса.

Задачи, поставленные в работе, выполнены. Цель исследования достигнута, гипотеза доказана.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Балл, Г.А. О психологическом содержании понятия «задача» [Текст] / Г.А. Балл // Вопросы психологии.– 1970. – С. 81-87.
2. Бобровская, А.В. Текстовые задачи курса алгебры средней школы. [Текст] / А.Б. Бобровская.– 3-е изд., доп. и перераб.– Шадринск: Исеть, 1999. – 64 с.
3. Богданович М.В. Пособие для учителя — Перевод с украинского. — К: Радянська школа, 1991. – 208 с.
4. Бурмистрова, Т.А. Задачи повышенной трудности по алгебре и началам анализа / Т.А. Бурмистрова. – М.: Просвещение, 1998.–С. 106.
5. Виноградова Л.В. Методика преподавания математики в средней школе Ростов-на-Дону. 2005.– С. 49.
6. Гороховцева, Л.А. Процесс решения текстовой задачи при изучении математики в средней школе . [Текст] / Л.А. Гороховцева // Теория и практика высш. проф. обр.– 2003.– № 9 – С. 14-21.
7. Дашинимаева, Ц.Д. Текстовые задачи [Текст]: учеб. пособие по математике для 7-11 кл. / Ц.Д. Данишимаева.– М.: Спутник, 2006.– 50 с: ил.
8. Демидова, Т.Е. Текстовые задачи и методы их решения [Текст] / Т.Е. Демидова, А.П. Тонких.– М.: изд-во Моск. ун-та, 1999.– 261 с.: ил.
9. Днепровская, О.А. Развитие навыков самоконтроля у учащихся основной школы в процессе обучения решению текстовых задач. [Текст]/ О.А. Днепровская, А. А. Соболев. - современное образование: методы и технологии внедрения ФГОС материалы региональной научно-практической конференции. Благовещенск. 2016. С. 40-44.
10. Днепровская, О.А. Особенности обучения учащихся основной школы решению текстовых задач на процентное содержание. [Текст]/ О.А. Днепровская, Д.Н. Печняк. - современное образование: методы и технологии внедрения ФГОС материалы региональной научно-

практической конференции. Под общей редакцией Н. В. Ермак. Благовещенск. 2016. С 29-33.

11. Колягин, Ю.М. Задачи в обучении математике. [Текст] / Ю.М. Колягин.– М.: Просвещение, 1977.– 267 с.: ил.

12. Крутецкий, В.А. Психология математических способностей школьников [Текст] / В.А. Крутецкий.– М.: Просвещение, 1968.– 432 с.

13. Кузнецова, Л.В. и др. Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре в 9 кл. / Л.В. Кузнецова. - М.: Дрофа, 2002.

14. Кузнецов, С.А. Научим учеников решать текстовые задачи по алгебре [Текст]: из опыта работы учителя математики Кузнецова С. А. / С.А. Кузнецов // М-лы метод. каб. Ромодан. отд. обр.– Б.М., 2000. – 32 с.

15. Лурье, М.В. Задачи на составление уравнений / М.В. Лурье, Б.И. Александров. - М.: Наука, 1980.

16. Панкова, О.А. Текстовые задачи в учебниках Л.Г. Петерсон [Текст] : учеб. пособие к курсу методики преподавания математики в нач. кл. / О.А. Панкова.– М.: СМУ, 2005.– 76 с.

17. Панкова, О.А. Текстовые задачи начального курса математики в разных системах обучения [Текст]: учеб. пособие к курсу методики преподавания математики в нач. кл. / О.А. Панкова.– Магадан: изд-во Север. междунар. ун-та, 2002.– 97 с.: ил.

18. Просветов Г. И. Текстовые задачи и методы их решения. — М.: Альфа-Пресс, 2010. — 48 с.

19. Савинцева, Н.В. О текстовых задачах в современном курсе математики 5-6 класса. [Текст] / Н. Савинцева // Сборник научных трудов математического факультета МГПУ. М.:МГПУ, 2005.– С. 144-148.

20. Саранцев, Г.И. Методика обучения математике в средней школе [Текст]: Учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ин-тов / Г.И. Саранцев.– М.: Просвещение, 2002.– 224 с.: ил.

21. Сафонова, Л.А. О действиях, составляющих умение решать текстовые задачи [Текст] / Л.А. Сафонова // Математика в шк.– 2000.– № 8 – С. 34-36.

22. Симонов, А.Я. Система тренировочных задач и упражнений по математике/А.Я. Симонов. —М.: Просвещение, 1991.

23. Тоом АЛ. Текстовые задачи: приложения или умственные манипулятивы/Математика - 2004, № 7 – С. 39-42.

24. Учебно-методические комплекты «Математика» для 5, 6 ,7, 8, 9 кл. / под ред. Г.В. Дорофеева. - М.: Дрофа, 2002.

25. Фридман, Л.М. Как научиться решать задачи [Текст] : Кн. для учащихся ст. кл. средн. шк. / Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий.– 3-е изд., дораб.– М.: Просвещение, 1989.– 192 с.: ил.

26. Шавернева, Л.А. Решение текстовых математических задач разными способами в системе развивающего обучения Л. В. Занкова [Текст] /Л.А. Шавернева.– Самара: Федоров, 2007.– С. 268-294.

27. Шевкин, А.В. Текстовые задачи [Текст]: 7-11 кл.: Учеб. пособие по математике / А.В. Шевкин.– М. : Русское слово, 2003.– 182 с.: ил.

28. Шикова, Р.Н. Использование моделирования в процессе обучения решению текстовых задач. [Текст] / Р.Н. Шикова // Начальная школа: ежемес. науч.-метод. журн.– 2004.– № 12 – С. 32-41.