МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Методика обучения координатному методу в школе при решении геометрических задач

Выпускная квалификационная работа по направлению

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность программы бакалавриата

«Математика. Экономика»

Форма обучения очная

Проверка на объем заимствований:
69% авторского текста
Работа _______________ к защите
рекомендована/не рекомендована
«25» мая 2020 г.
И.о. завкафедрой МиМОМ
_______ Шумакова Екатерина Олеговна

Выполнил (а):
Студент (ка) группы: ОФ-513/086-5-1
Солопейкина Ирина Сергеевна

Научный руководитель:
уч. степень, должность
Мартынова Елена Владимировна
Старший преподаватель

Челябинск
2020

Челябинск
2020

Содержание

ВВЕДЕНИЕ

В современном мире образование – как непрекращающийся процесс развития человека, играет огромную роль в жизни общества, т.к. направлен на усвоение, обновление и применение знаний.

Одной из приоритетных задач в современной системе образования, значимой стала задача развития творческого, критического мышления ученика, его участие в достижениях информационного общества.

Проблемой для образования стала новая задача: сформировать умение у человека искать и извлекать нужную информацию в условиях ее многообразия, усваивать ее в виде новых знаний.

Для того, чтобы решить эту проблему необходимо найти новые педагогических подходы и технологии в общеобразовательной школе [16].

По общему мнению, большинство учителей математики и методистов, которые изучают недостатки и преимущества различных методов решения геометрических задач, считают, что координатный метод наиболее оптимальный для решения таких задач. Изучение этого метода является неотъемлемой частью школьного курса геометрии, Координатный метод успешно применяется при решении многих задач, в том числе, задач ОГЭ потому является неотъемлемой частью школьного курса геометрии.

В задачах координатного метода при исследовании и определение геометрических фигур единообразие способов решения задач возникает с помощью аналитических условий, которые приводят к обобщенному плану, в чем и заключается преимущество координатного метода.

Метод координат не требует наглядного представления сложных пространственных изображений, что является еще одним преимуществом. При обучении школьников методу координат в курсе геометрии выделяют следующие цели:

- развить вычислительную и графическую культуру учащихся;
- показать учащимся эффективный метод доказательства ряда теорем и решения задач;
- выявить тесную связь геометрии и алгебры на основе этого метода [10].

Стоит отметить, что не следует использовать метод координат как основной метод для решения задач и доказательства теорем, т.к. он может быть вреден как для слабых, так и для сильных учеников. Для группы слабых учеников, которая с трудом запоминает формулы, наглядное представление геометрических фигур могло бы компенсировать недостатки общематематематического развития, что отсутствует при решениях данным методом. Для сильных – готовится исполнитель, не обладающий математической интуицией. Кроме того, в результате решения одной и той же задачи можно получить разное аналитическое представление в зависимости от выбора системы координат [18].

Подводя итоги, можно сказать, что применение метода позволяет упростить и сократить процесс решения геометрических задач. Всем вышесказанным и определяется актуальность тема выпускной квалификационной работы: «Методика обучения координатному методу в школе при решении задач».

Объект исследования – это процесс обучения школьников геометрии.

Предметом исследования является обучение использованию координатного метода решения задач в курсе математики основной школы.

Цель работы – разработать элективный курс для девятого класса, который будет направлен на повышение эффективности изучения темы «Метод координат».

Для достижения данной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Изучить учебную и методическую литературу, связанную с проблемой изучения темы «Метод координат» в школе.
2. Рассмотреть подходы к изучению метода координат.
3. Разработать элективный курса для учащихся 9 класса на тему «Метод координат в решении задач планиметрии».

Гипотеза данного исследования предполагает, что прохождение элективного курса в 9 классе позволяет сделать изучение координатного метода решения задач более эффективным.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ КООРДИНАТНЫМ МЕТОДОМ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

1.1 История возникновения координат на плоскости. Суть метода координат

Система координат и сами координат появились не просто так. Их история начинается очень давно. Еще в далеко древности у людей появилась потребность в методе координат для изучения и развития астрономии, живописи и географии. Исходя из истории, Александр Милетский, будучи древнегреческим учёным был первым составителем географической карты. Он смог дать четкое описание широт и долгот места, с помощью прямоугольных проекций.

Изучение кривых: парабол, гипербол и эллипса так же было начато еще в далекие времена.

Аполлоний Пергский (живший в III-II вв. до н.э.), будучи древним математиком александриской школы, стал использовать для изучения тех кривых прямоугольные координат.

Аполлоний задавал их уравнениями:

$$y^2 = px \text{ (парабола);}$$

$$y^2 = px + \frac{p}{x}x^2 \text{ (гипербола);}$$

$$y^2 = px - \frac{p}{q}x^2 \text{ (эллипс, где } p \text{ и } q \text{ положительны).}$$

Из-за отсутствия необходимых символов в алгебре того времени, он не задавал уравнения в данном виде. Ему приходилось описывать их с помощью геометрии и ее понятий.

Площадью квадрата со стороной y вступает, площадью прямоугольника со сторонами p и x является px, и так далее. Данные уравнения связаны с названиями этих кривых. В греческой терминологии парабола означает равенство: площадь квадрата y^2 равна площади прямоугольника px. Гипербола же имеет обозначение избытка, то есть, y^2 площадь квадрата будет превосходить px площадь прямоугольника. А эллипс имеет обозначение недостатка, то есть, здесь площадь квадрата будет меньше, чем площадь прямоугольника.

Из сказанного нами ранее, изучение наук подтолкнуло на появление и развитие координат. Таким образом, еще в далекие времена была идея изображений чисел в виде точек, давая им числовые обозначения. Затем, стало необходимым в географии и астрономии определение положения небесных светил, а также, каких-то конкретных пунктов на земной поверхности, чтоб составлять календари, географические и звездные карты. Факт использования идеи прямоугольных координатных систем, в виде сетки из квадратов, был найдет в одной из Древнеегипетских погребательных камер.

Благодаря французскому философу, математику и естествоиспытателю Рене Декарту (1596-1650) – чьим именем назван прямоугольные координаты – мы пользуемся современным методом координат.

В работе «Рассуждение о методе» (1637 г.) Р.Декарт впервые научно описал прямоугольную систему координат. Именно поэтому прямоугольную систему координат также называют декартовой системой координат. В «Геометрии» (1637 г.) им была открыта и показана связь геометрии и алгебр. Появление понятий переменной величин и функции лично его заслуга. Данная научная работа помогла сделать прорыв в развитии математики. Отрицательные числа стали истолкован в декартово системе координат.

С помощью координат, т.е., чисел, можно определить совершенно любую точку пространства или плоскости. Это означает, что любую фигуру можно зашифровать с помощью чисел. Для определения совокупности точек необходимо соотношение между координатами. Допустим, если отметить все точки, где абсцисса будет равно ординате, т.е. координат точек будут удовлетворять уравнения, вдет прямая линия – биссектрисы первого и третьего координатных углов (рисунок 1).

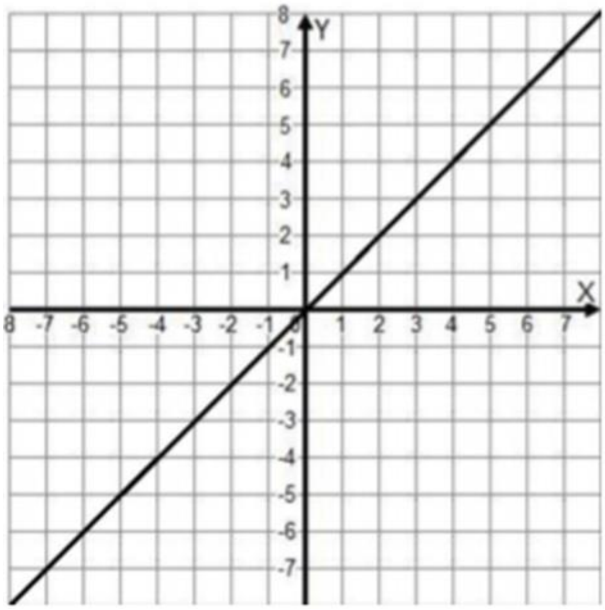


Рисунок 1

Метод координат – способ перевода на язык алгебры с геометрического языка. При этом, геометрические проблем превращаются в алгебраические, появляется возможность использования алгебраических методов для решения геометрических задач [1].

Первое ознакомление с координатами происходит в пятом классе. Тогда на помощь приходит пример измерительных приборов в алгебраических материалах: «Шкал и координат». Понятие «Координатная прямая» вводится в шестом классе, при изучении отрицательных чисел. Такие тем, как: «Координат вектора», «Связь между координатами вектора и координатами его начала и конца», «Уравнение линии на плоскости», «Уравнение окружности и прямой» изучают в девятом классе в курсе геометрии. Простейшими задачами являются задачи:

- на нахождение координат середины отрезка;
- на нахождение длины вектора, если известны его координаты;
- на нахождение расстояния между двумя точками [14].

Перед современной геометрией стоит важная задача – применение координатного метода к решению задач.

Что же из себя представляет метод координат. Понятие прямоугольной системы координат закрепляется уже в курсе алгебры 7 класса. Начинается изучение функции. Чтобы задать систему координат на плоскости, необходимо охарактеризовать точку координатами, а именно парой действительных чисел. Геометрическая фигура же разбивается на более простые элементы, задается аналитическими условиями, а именно, с помощью уравнений, неравенств, или системы уравнений или неравенств. С помощью этого есть возможность осуществлять перевод геометрических задач на язык алгебры.

Существует две взаимно обратных задачи в изучении фигур методом координат:

- нахождение уравнения данной фигуры с помощью ее геометрических свойств;
- исследование геометрических свойств фигуры, разбив ее на более простые элементы, по заданному уравнению.

Проверить эффективность выполнения данных целей можно в задачах, где необходимо отыскать множество точек плоскости.

У учеников есть возможность использовать метод координат для рационального решения задач, нежели пользуясь исключительно геометрическими способами. Аналитически, есть возможность представления систем координат в разных вариантах одной и той же задачи.

Чем больше ученик набил руку в решении задач, тем больше вероятность его правильного выбора подходящей системы координат [6].

1.2 Анализ изложения метода координат в школьных учебниках

Анализ проводился на базе учебников, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации образовательных программ основного общего образования в 2019-2020 год обучения (Таблица 1).

Таблица 1 – Метод координат в школьных учебниках

Автор	Предмет	Класс	Содержание
1	*2*	*3*	*4*
Г.В. Дорофеев И.Ф. Шарыгин С.Б. Суворова	Математика	5 класс	координатная прямая (но только для натуральных чисел); координаты
	Математика	6 класс	прямоугольная система координат (в разделе рациональных чисел)
Г.В. Дорофеев Л.Г. Петерсон	Математика	5 класс	координатный луч; координаты; координатный угол
	Математика	6 класс	прямоугольная система координат (в разделе рациональных чисел)
В.В. Козлов А.А. Никитин С.В. Белоносов	Математика	5 класс	числовая прямая (для натуральных чисел, но в разделе с повышенной трудностью также и для отрицательных, и для дробных чисел)

Продолжение таблицы 1

1	*2*	*3*	*4*
	Математика	6 класс	координаты на прямой, на плоскости (в разделе с повышенной трудностью также координаты в пространстве и полярные координаты); прямоугольная система координат; симметрия относительно координатных осей
А.Г. Мерзляк В.Б.Полонский М.С. Якир	Математика	5 класс	координатный луч; координаты
	Математика	6 класс	координатная прямая; прямоугольная система координат (в разделе рациональных чисел)
Г.К. Муравин К.С. Муравин О.В. Муравина	Математика	5 класс	координатный луч; координаты
	Математика	6 класс	координатная прямая (в разделе отрицательных чисел); осевая симметрия; прямоугольная система координат
С.М. Никольский М.К. Потапов Н.Н. Решетников А.В. Шевкин	Математика	5 класс	координатный луч; координаты
	Математика	6 класс	Координатная ось; прямоугольная система координат

Продолжение таблицы 1

1	*2*	*3*	*4*
Л.С. Атанасян В.Ф. Бутузов С.Б. Кадомцев	Геометрия	9 класс	Глава Х Метод координат § 1. Координаты вектора. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам § 2. Простейшие задачи в координатах. Связь между координатами вектора и координатами его начала и конца § 3. Уравнение линии на плоскости. Уравнение окружности. Уравнение прямой. Взаимное расположение двух окружностей
А.Г. Мерзляк В.Б. Полонский М.С. Якир	Геометрия	9 класс	Декартовы координаты на плоскости 1. Расстояние между двумя точками с заданными координатами. Координаты середины отрезка 2. Уравнение фигуры. Уравнение окружности 3. Уравнение прямой 4. Угловой коэффициент прямой

Продолжение таблицы 1

1	*2*	*3*	*4*
А.В. Погорелов	Геометрия	8 класс	§ 8. Декартовы координаты на плоскости 71. Определение декартовых координат 72. Координаты середины отрезка 73. Расстояние между точками 74. Уравнение окружности 75. Уравнение прямой 76. Координаты точки пересечения прямых 77. Расположение прямой относительно системы координат 78. Угловой коэффициент в уравнении прямой 79. График линейной функции 80. Пересечение прямой с окружностью 81. Определение синуса, косинуса и тангенса для любого угла от 0° до 180°
И.Ф. Шарыгин	Геометрия	9 класс	11.Координаты и векторы 11.1.Декартовы координаты на плоскости 11.2.Уравнение линии 11.3.Векторы на плоскости 11.4.Скалярное произведение векторов 11.5.Координатный и векторный методы

Федеральный перечень учебников дает довольно широкий выбор учебников для образовательных организаций. Школьный курс геометрии освещает такие методы как:

- векторный метод;
- метод геометрических преобразований;
- метод координат.

Но все эти методы тесно связаны друг с другом. Различные авторы учебников склоняются к различным методам, определяя тем самым преобладающий метод в конкретном учебнике.

Математическая школьная программа не подразумевает изучение метода координат для решения сложных и нестандартных задач, а также доказательства теорем. Следовательно, данному методу не уделяется достаточно внимания, считая его не подходящим.

Так, на первоначальном этапе изучения метода координат и его применения в решении задач в 5-6 классах, проходит подготовка к изучению данной темы. Хорошо прорабатывается понятийный аппарат для дальнейшего систематичного применения в курсе геометрии.

Такие авторы как А.Г. Мерзляк, Г.К. Муравин и др., С.М. Никольский и др., в учебниках для 5 класса рассматривают понятия «координаты» и «координатный луч». В 6 классе во втором полугодии при изучении отрицательных чисел координатный луч дополняется до координатной прямой. А вот учебник под редакцией Г.В. Дорофеева и др. для 5 класса не дает понятия «координатный луч», а сразу дает понятие «координатная прямая», но работают только с положительной ее частью, которая и есть координатный луч. Данный метод не совсем удобен, т.к. у учеников возникают вопросы о другой части координатной прямой. В учебнике под редакцией В.В. Козлова и др., авторы разделяют сложный материал. С отрицательной частью координатной прямой знакомство происходит в 5 классе, а с полярными координатами и координатами в пространстве в 6 классе, как наиболее сложный материал.

Чаще изучение общего объема координат происходит в 9 классе. Раскрываются темы: координатная плоскость, координаты середины отрезка, формула расстояния между двумя точками плоскости, уравнение прямой и окружности. Исключением является учебник под редакцией А.В. Погорелова «Геометрия 7-9 классы», здесь автор вводит координаты в 8 классе и одной из главных тем является тема «Декартовы координаты на плоскости». В школе первое знакомство учеников с методом координат происходит после рассмотрения основных понятий таких как пересечение двух окружностей, пересечение прямой и окружности, определение синуса, косинуса и тангенса любого угла.

Следующим этапом в изучении метода координат в 7-8 классах являются элементарные функции, школьники находят координаты точек и отмечают их на координатной плоскости. Но этому методу уделяется мало времени.

Дальнейший этап освоения проходит в 9 классе. Координатный метод непосредственно применяется в решении задач уже после примененных основных этапов.

Так в учебнике «Геометрия 7-9 классы» под редакцией Л.С. Атанасяна и др. глава «Метод координат» вводится в 9 классе. В этом разделе решаются простейшие задачи в координатах, как метод координат дается как метод изучения геометрических фигур посредством алгебры. Изучаются координаты вектора и уравнение прямой и окружности. Не только в задачах на построение фигур по их уравнению авторы учат применять метод координат, но и в задачах на доказательство.

В учебнике под редакцией А.Г. Мерзляка и др. в теме «Декартовы координаты на плоскости» в 9 классе изучение метода координат начинается с главы «Декартовы координаты», тем самым дополняет знания школьников о координатной плоскости. На основе пройденного материала, школьники будут изучать векторы на плоскости и в пространстве, элементы аналитической геометрии и т.д [3].

Учебник «Геометрия 7-9 классы» под редакцией И.Ф. Шарыгина отличается особым вниманием к методам решения геометрических задач по сравнению с традиционными учебниками. Но имеет малый объем теоретического материала, который вводится в 9 классе. Отрицательным моментом в учебнике является то, что не дается понятия фигуры, как такового, и формулы середины отрезка. Но положительным моментом является изучение уравнения «плоских линий», которое нужно для решения задач. После изучения векторов рассматривается параграф «Координатный метод» с рядом задач на данную тему. В одной из таких задач рассматривается окружность Аполлония.

1.3 Виды задач и умения, формирующие координатный метод

Логическая структура решения задач с помощью координатного метода выявляет требования к мышлению учащихся для разработки методики формирования умений применять координатный метод. Наличие умений и применение метода на практике этому способствует. Проанализируем решение нескольких задач для выявления компонентов умения использовать метод координат. С помощью знаний таких компонентов осуществимо его пошаговое формирование.

Задача 1. Докажите, что середина гипотенузы прямоугольного треугольника равноудалена от всех его вершин.

Выберем систему координат так, чтобы вершина С прямого угла служила началом координат, Ох – прямая АВ, а осью Оу – прямая АС (рисунок 2).

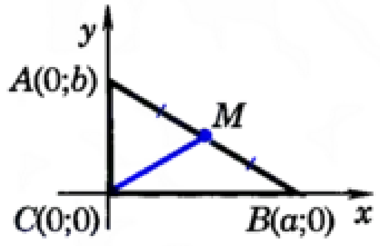


Рисунок 2

(формируется умение оптимально выбирать систему координат, то есть 0так, чтобы наиболее просто находить координаты данных точек).

В выбранной системе координат точки A, C и D имеют следующие координаты: A(0,b), D(a;0) и C(0,0)

(формируется умение вычислять координаты заданных точек).

По формулам координат середины отрезка находим координаты точки M: M $\left(\frac{a}{2};\frac{b}{2}\right)$

(умение выражать недостающие координаты через уже известные величины)

Пользуясь формулой расстояния между двумя точками, найдем длины отрезков MC и MA:

$$MC = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}\ ,$$

$$MA = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2} - b\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}.$$

Таким образом, $MA = MB = MC$

(умение вычислять расстояние между точками, заданными координатами)

Задача 2. Даны две точки A и B. Найдите множество всех точек, для каждой из которых расстояние от т. A в два раза больше расстояния от т. B.

Пусть данные точки A и B. Тогда выберем систему координат так, чтобы ось Ox совпадала с прямой AB, а началом координат служила точка A так, как показано на рисунке 3, *a.* (умение оптимально выбирать систему координат).

Тогда в выбранной системе координат A(0,0), B(a,0), где a=AB. (развивается умение находить координаты заданных точек)

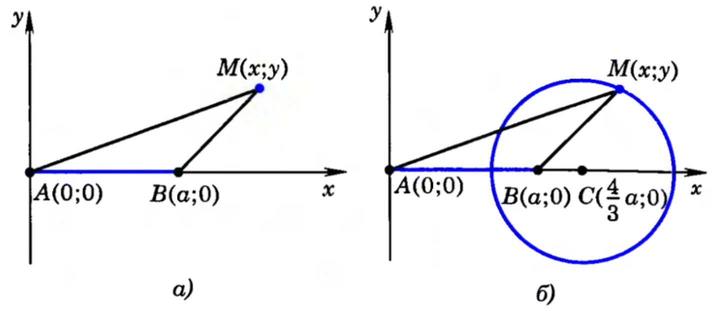


Рисунок 3

Найдем расстояние от произвольной точки M(x; y) до точек A и B:

С помощью формулы расстояния между двумя точками, получаем:

$$AM=\sqrt{x^2+y^2},$$

$$BM=\sqrt{(x-a)^2+y^2}.$$

(умение вычислять расстояние между точками, заданными координатами

Если точка M(x;y) принадлежит искомому множеству, то AM=2BM. Поэтому ее координаты удовлетворяют уравнению

$$x^2+y^2=4((x-a)^2+y^2). \quad (1)$$

Если же точка M не принадлежит искомому множеству, то ее координаты не удовлетворяют этому уравнению.

Следовательно, уравнение (1) и есть уравнение искомого множества точек в выбранной системе координат.

Раскрывая скобки и группируя слагаемые соответствующим образом, уравнение (1) приводим к виду

$$\left(x-\frac{4}{3}a\right)^2+y^2=\left(\frac{2}{3}a\right)^2.$$

(умение выполнять преобразования алгебраических выражений)

Таким образом, искомым множеством точек является окружность радиуса $\frac{2}{3}a$ с центром в точке $C\left(\frac{4}{3}\ a;0\right)$ (рисунок 3, *б*).

(умение видеть за уравнением конкретный геометрический образ)

Несложно заметить, что для решения этой задачи и других задач необходимо владеть перечисленными выше умениями. Для решения приведенной задачи также важно умение «видеть за уравнением» конкретный геометрический образ. Данное умение является обратным к умению составлять уравнения конкретных фигур.

Указанные выше умения являются основными в решениях замысловатых геометрических задач.

Задача 3. Дана прямоугольная трапеция с основаниями а и b. Найдите расстояние между серединами ее диагоналей.

Введем систему координат, таким образом, чтобы вершина прямого угла являлась началом координат (рисунок 4).

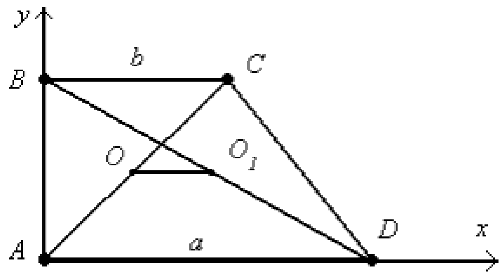


Рисунок 4

(умение оптимально выбирать систему координат).

Тогда вершины трапеции будут иметь координаты: A(0;0), B(0;y), C(b;y) и D(a;0).

(умение находить координаты заданных точек)

Затем найдем координаты середин диагоналей, используя формулу с учетом отношения деления ƛ=1. Для точки $x_0 = \frac{b}{2}$; $y_0 = \frac{y}{2}$.

Для точки O_1: $x_{O_1} = \frac{a}{2}$; $y_{O_1} = \frac{y}{2}$

(умение выражать недостающие координаты через уже известные величины)

По формуле нахождения расстояния между двумя точками находим:

$$|OO_1| = \sqrt{\left(\frac{a}{2} - \frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{2} - \frac{y}{2}\right)^2} = \frac{a-b}{2}.$$

(умение вычислять расстояние между точками, заданными координатами).

Таким образом, основными компонентами при применении координатного метода в конкретных ситуациях являются нижеперечисленные умения:

- переводить геометрический язык на аналитический для одного типа задач и с аналитического на геометрический для другого;
- строить точку по заданным координатам;
- находить координаты заданных точек;
- вычислять расстояние между точками, заданными координатами;
- оптимально выбирать систему координат;
- составлять уравнения заданных фигур;
- видеть за уравнением конкретный геометрический образ;
- выполнять преобразование алгебраических соотношений [19].

Итак, выделим виды задач, формирующих координатный метод и на примере которых можно отработать указанные ранее умения:

I. Задачи на построение точек по их координатам:

1. На координатной плоскости постройте точки A(8,3), B(3,7), C(1,0).

2. Постройте фигуры по координатам точек, при этом соединять точки стоит последовательно друг с другом.

Собачка (рисунок 5).

(-4; -7); (-6; -1); (-7;4); (-8;4);

(-10;3); (-11;5); (-8;7); (-6;7);

(-6;6); (-6,5;5); (-7,5;5); (-8;6);

(-8;7); (-6;7); (-5;6); (-4;4); (-2;3);

(4;3); (5;2); (9;4); (5;1); (5; -3); (6; -7); (5;-7);

(4;-5); (1;0); (-2;-1); (-3;-1); (-3;-7); (4;-7).

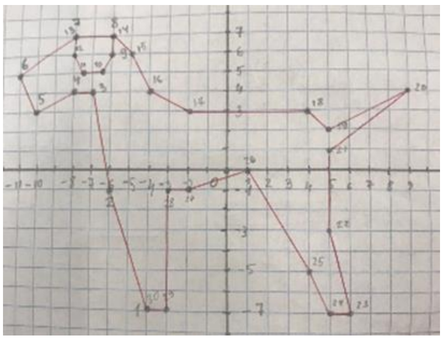


Рисунок 5

II. Задачи на нахождение координат заданных точек:

1. Начертите произвольную систему координат и найдите в ней координаты заданных точек.

2. Найдите координаты выделенных на рисунке точек, двигаясь по часовой стрелке от самой жирной точки (рисунки 6 и 7).

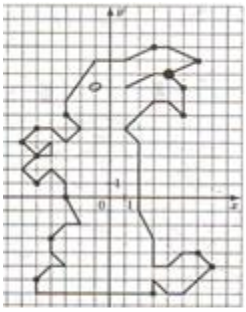


Рисунок 6

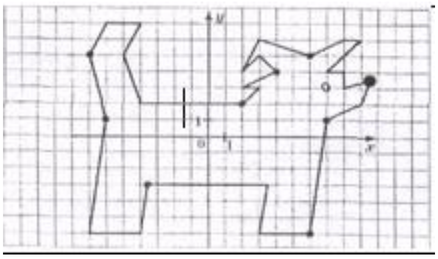


Рисунок 7

III. Задачи на вычисление расстояния между точками, заданными координатами точек:

1. Вершины четырехугольника ABCD имеют следующие координаты: A(-3;1), B(1;2), C(5;-1), D(2;-4). Докажите, что этот четырехугольник – ромб [1] (рисунок 8).

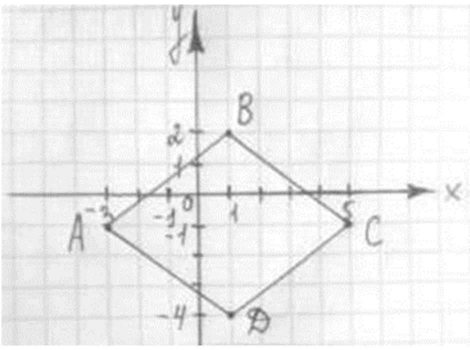


Рисунок 8

По формуле расстояния между двумя точками найдем AB, DC, BC, AD – длины сторон четырехугольника.

$$AB = \sqrt{(1+3)^2 + (2+1)^2} = 5,$$

$$DC = \sqrt{(5-1)^2 + (-1+4)^2} = 5,$$

$$BC = \sqrt{(5-1)^2 + (-1-2)^2} = 5,$$

$$AD = \sqrt{(1+3)^2 + (-4+1)^2} = 5.$$

Все стороны четырехугольника равны, значит, данный четырехугольник – квадрат или ромб.

По свойству: диагонали квадрата равны. Найдем AC, BD и сравним их.

$$AC = \sqrt{(5+3)^2 + (-1+1)^2} = 8,$$

$$BD = \sqrt{(1-1)^2 + (-4-2)^2} = 6.$$

Так как, $AC \neq BD$, то ABCD – ромб.

IV. Задачи на оптимальный выбор системы координат:

1. Выберите систему координат, в которой можно было бы наиболее просто определить координаты концов отрезка.

2. Выберите систему координат так, чтобы координаты концов отрезка были бы: A(-2,5;0), B(2,5;0).

Треугольник ABC равносторонний (длина стороны равна 8 см). Выберите систему координат так, чтобы как можно проще определить координаты его вершин.

V. Задачи на составление уравнения фигуры по ее характеристическому свойству:

1. Запишите уравнение прямой, содержащей точки A(1;1) и B(4;2)

Уравнение прямой имеет вид $ax + by + c = 0$. Так как точки A и B лежат на прямой AB, то их координаты удовлетворяют этому уравнению:

$$\{x - 3y + 2 = 0.$$

VI. Задачи на определение фигуры по ее уравнению:

№ 983, № 984, №985 [1].

1.4 Типы геометрических задач, решаемых методом координат

Для того чтобы решить геометрическую задачу с помощью метода координат необходимо знание простых формул, алгоритма и правил. Этот метод упрощает и сокращает решение задач и это является его главным преимуществом. При данном методе необязательны сложные построения в проекциях, так как сначала вводится декартовая система координат, затем производятся исчисления. Координатный метод достаточно сильный метод для решения задач разного уровня сложности. Но и у такого метода есть недостаток – большой объем вычислений.

Существует несколько этапов решения геометрических задач координатным методом, о которых упоминает Автор Ляш А.А. в журнале «Путь в науку: материалы межрегиональной научно-практической конференции».

Для решения задач первого типа (задачи на составление уравнения фигуры по элементам, из которых она состоит) он выделяет следующие этапы:

1. Выявить характеристическое свойство фигуры (геометрическое свойство, которым обладают только такие точки плоскости, которые принадлежат данной фигуре).

2. Выбрать на плоскости прямоугольную систему координат.

3. Записать характеристическое свойство фигуры на языке координат [12].

Для решения задач второго типа (геометрические задачи, решаемые аналитическим методом) нижеследующие этапы:

1. Перевести задачу на аналитический язык.

2. Преобразовать аналитическое выражение.

3. Определить по виду уравнения вид фигуры [17].

С использованием вышеуказанных этапов в качестве примера разберем решение геометрических задач двух типов методом координат.

Задача первого типа:

Дан ромб $ABCD$, диагонали которого равны $2a$ и $2b$. Найдите множество всех точек M, для каждой из которых $AM^2 + DM^2 = BM^2 + CM^2$ [1].

Решение:

Введем прямоугольную систему координат таким образом, чтобы диагонали ромба лежали на координатных осях (рисунок 9).

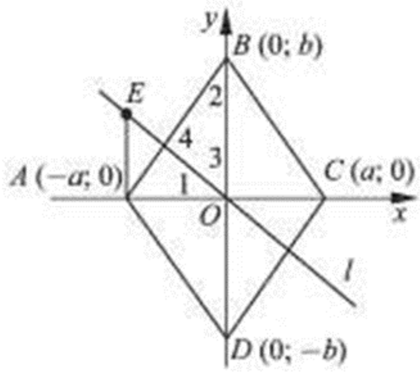


Рисунок 9

В такой системе координат вершины ромба будут иметь координаты: $A(-a;0), B(0;b), C(a;0), D(0,-b)$.

Выберем произвольную точку $M(x;y)$.

Найдем расстояния от выбранной произвольной точки до каждой вершины ромба.

$$AM^2 = (x + a)^2 + y^2,$$

$$BM^2 = x^2 + (y - b)^2,$$

$$CM^2 = (x - a)^2 + y^2,$$

$$DM^2 = x^2 + (y + b)^2.$$

Запишем в координатах условие $AM^2 + DM^2 = BM^2 + CM^2$:

$$((x + a)^2 + y^2) + (x^2 + (y + b)^2) = (x^2 + (y - b)^2) + ((x - a)^2 + y^2)$$

Раскрыв скобки, получим: $ax + by = 0$.

Полученное уравнение – это уравнение прямой, проходящей через начало координат, то есть, через точку пересечения диагоналей ромба.

Задача второго типа:

Докажите, что если диагонали параллелограмма равны, то параллелограмм является прямоугольником.

Решение: (рисунок 10)

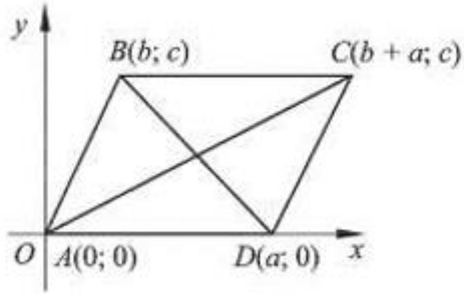


Рисунок 10

Пусть в параллелограмме $ABCD$ диагонали равны: $AC=BD$.

Пусть $AC=BD=a$.

Введем прямоугольную систему координат с началом в точке $A(0;0)$.

В данной системе координат вершины параллелограмма будут иметь следующие координаты: $A(0;\ 0)$,$B(b;\ c)$,$C(b + a;\ c)$,$D(a;\ 0)$, где b и c – некоторые числа (рисунок 10).

Найдем диагонали AC и BD:

$$AC^{2} = (a + b)^2 + c^2,$$

$$BD^2 = (a - b)^2 + c^2.$$

По условию $AC = BD$, следовательно, $AC^2 = BD^2$.

Запишем указанное условие в координатах:

$$(a + b)^2 + c^2 = (a - b)^2 + c^2.$$

После раскрытия скобок получим $ab = 0$, но $a \neq 0 \Longrightarrow b = 0$.

Таким образом, вершина B имеет следующие координаты $(0; c)$, то есть вершина B лежит на оси Oy. Значит $\angle BAD = 90°$, следовательно, параллелограмм $ABCD$ является прямоугольником.

ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА ФАКУЛЬТАТИВНОГО КУРСА ПО ТЕМЕ «МЕТОД КООРДИНАТ» ДЛЯ 9 КЛАССА

2.1 Апробация результатов исследования

Апробация результатов исследования, полученных в первой главе, была проведена на базе МАОУ СОШ №153 г. Челябинска в 9 классе в ходе проведения двух уроков по теме «Метод координат». Перед его проведением была изучена математическая и методическая литература и разработана методика проведения факультативного занятия. Изучению данной темы отводится восемь занятий. Обучение геометрии ведется по учебнику Атанасяна [1], поэтому в качестве основного теоретического и практического источника, мной был выбран данный методический комплект.

Далее рассмотрены уроки по теме метод координат, а именно урок на тему: «Уравнение окружности». Вначале ребята изучали векторы (понятие вектора, операции над векторами, формулу серединного отрезка) и перешли к изучению координатного метода.

Урок №1.

Тема: «Уравнение окружности», 9 класс.

Тип урока: урок изучение нового материала.

Цели урока:

1. Обучающие: формулировать понятие уравнения окружности, формировать у обучающихся навык составлять уравнение окружности по готовому чертежу, строить окружность по заданному уравнению.

2. Развивающие: способствовать формированию информационной, коммуникативной и учебной компетенции учеников, умению работать с данной информацией в необычной ситуации, учить анализу, размышлению и сравнению.

3. Воспитательные: развить навык самостоятельности в работе, трудолюбия, аккуратности, творческую и мыслительную деятельность ребят, интерес к математике, прививать умения сотрудничества, самооценку.

Планируемые результаты:

Личностные:

* самоопределение: рефлексивная самооценка учебной деятельности;
* смыслообразование: мотивация образовательной деятельности основываясь на презентациях и проблемных ситуациях; самостоятельное приобретение новых знаний и практических умений;
* нравственно-этическое оценивание: воспитывать необходимость знания математики, умения применять в жизненной ситуации.

Метапредметные:

• коммуникативные: формирование умения взаимодействовать с группой, выполняя разные социальные роли, уметь выражать свои мысли и слушать собеседника, отстаивать свои взгляды и убеждения, вести дискуссию, воспитание сдержанности, культуры и взаимоотношений;

• познавательные: опытным путем вырабатывать навык самостоятельного поиска и анализа информации, развивать внимание и мышление учеников;

• регулятивные: умение самостоятельно приобретать новые знания, организовать учебную работу, ставить цели, планировать.

Предметные:

1. Формирование у обучающихся понятия уравнения окружности.
2. Формирование у обучающихся навыка составлять уравнение по готовому чертежу.

3. Формирование у обучающихся умения строить окружность по заданному уравнению.

Оборудование: ПК, мультимедийный проектор, экран.

План урока:

1. Вступительное слово – 2 мин.
2. Актуализация знаний – 2 мин.
3. Постановка проблемы и её решение – 12 мин.
4. Фронтальное закрепление нового материала – 8 мин.
5. Самостоятельная работа в группах – 15 мин.
6. Презентация работы: обсуждение – 4 мин.
7. Итог урока. Домашнее задание – 2 мин.

Ход урока представлен в Таблице 2.

Таблица 2 – Ход урока

Этапы урока	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Примечания
1	*2*	*3*	*4*
1.Организационный момент. 2 минуты	Здравствуйте! 1492-Испанский мореплаватель Христофор Колумб открыл Америку На сегодняшнем уроке и вам представляется возможность совершить открытие, которому посвящена тема урока «Уравнение окружности». Приготовьте ваши тетради и запишите тему урока.	Записывают тему урока в тетрадь.	Цель данного этапа: Психологический настрой учащихся; вовлечение всех обучающихся в учебный процесс. **Слайд 1**

Продолжение таблицы 2

1	*2*	*3*	*4*
	Ребята! С окружностью вы познакомились еще в 5 и 8 классах. А что вы о ней знаете? У вас уже достаточно знаний, чтобы решать геометрические задачи. Но для задач, в которых применятся метод координат, таких знаний недостаточно. **Почему?** Это именно так. А значит на сегодняшнем уроке наша главная цель - вывести уравнение окружности по геометрическим свойствам данной линии и научиться применять его в решении геометрических задач. **Девизом урока** станут слова М.Горького «Нет силы более могучей, чем знание, человек, вооруженный знанием, - непобедим.»	-Определение окружности. -Радиус. -Диаметр. -Хорда. И т.д. Не знаем. Возможно, нам нужно общее уравнение окружности, а мы с ним не сталкивались.	Учащиеся перечисляют все, что знают об окружности. **Слайд 2** **Слайд 3**
2.Актуализация знаний. 2 минуты	**Чтобы вывести уравнение окружности** вам понадобится известное определение окружности и формула, которая позволит найти расстояние между двумя точками по их координатам.	Один ученик у доски, остальные записывают формулу в свои тетради	Цель этапа – получить представление о качестве усвоения материала учащимися, определить опорные знания.

Продолжение таблицы 2

1	*2*	*3*	*4*
	<u>Давайте вспомним эти факты</u> /*повторение материала,* ранее изученного/: Записываем формулу нахождения координат середины отрезка. Записываем формулу вычисления длины вектора. **Запишите формулу нахождения расстояния между двумя точками** (длины отрезка) **Геометрическая разминка.** Даны точки А(-1;7) и В (7;1). Вычислите координаты середины отрезка АВ и его длину.	Окружностью называется геометрическая фигура, состоящая из всех точек, расположенных на заданном расстоянии от данной точки. $\boldsymbol{|AB| = \sqrt{(x-x)^2+(y-y)}}$ **М(х;у), А(х;у)** Вычисляют: С(3;4) |АВ|=10	**Слайд 4** **Слайд 5** Проверяет правильность выполнения, корректирует расчеты.
3.Формирование новых знаний. 12 минут. Цель: формирование понятия – уравнение окружности	**Решите задачу:** В прямоугольной системе координат построена окружность с центром А (х; у). М (х; у) – произвольная точка окружности. ***Найдите радиус окружности.*** Будут ли координаты любой другой точки удовлетворять данному равенству? Почему? Возведем обе части равенства в квадрат. **В результате имеем:**	Радиусом называется отрезок, соединяющий центр окружности с произвольной точкой, лежащей на окружности. Поэтому $r = \|AB\| = \sqrt{(x-x)^2+(y-y)}$ Любая точка окружности лежит на этой окружности. Учащиеся ведут записи в тетради.	**Слайд 6** Учитель фиксирует равенство на доске. **Слайд 7**

Продолжение таблицы 2

1	*2*	*3*	*4*
	$r^2 = \sqrt{(x-x)^2 + (y-y)^2}$ уравнение окружности, где (х; у) – координаты центра окружности, (х;у) координаты произвольной точки лежащей на окружности, r-радиус окружности. **<u>Решите задачу:</u>** Какой вид будет иметь уравнение окружности с центром в начале координат? **Итак, что нужно знать для составления уравнения окружности?** Предложите алгоритм составления уравнения окружности. Вывод: … записать в тетрадях.	(0;0) – координаты центра окружности. $x^2 + y^2 = r^2$, где r-радиус окружности Координаты центра окружности, радиус, любую точку окружности. Предлагают алгоритм… Записывают его в тетрадь.	**Слайд 8** Учитель записывает равенство на доску. **Слайд 9**
<u>4.</u> Первичное закрепление. 23 минуты Цель: воспроизведение учащимися только что воспринятого материала для предупреждения утраты образовавшихся представлений и понятий.	Применим полученные знания при решении задач. **Задача:** Из предложенных уравнений назовите номера тех, которые являются уравнениями окружности. В найденном уравнении окружности назовите координаты центра и укажите радиус.	1)$(x-5)^2 + (y-3)^2 = 36$-уравнение окружности (5;3),r=6 2)$(x-1)^2 + y^2 = 49$ -уравнение окружности; (0;0),r=7 3)$x^2 + y^2 = 7$-уравнение окружности;(0;0),r=$\sqrt{7}$ 4)$(x+3)^2 + (y-8)^2 = 2$-уравнение окружности;(-3;8),r=$\sqrt{2}$	**Слайд 10-13** Решаются похожие задачи. Громко проговаривается способ решения задачи. К доске выходит ученик записать полученное уравнение.

Продолжение таблицы 2

1	*2*	*3*	*4*
Закрепление новых знаний, представлений, понятий на основе их применения.	Не каждое уравнение второй степени с двумя переменными задает окружность. $4x^2+y^2=4$-**уравнение эллипса.** $x^2+y^2=0$-**точка.** $x^2+y^2=4$-**это уравнение не задет никакой фигуры.** А что нужно знать, ребята, чтобы составить уравнение окружности?	5)$4x^2+y^2=4$-не является уравнение окружности. 6) $x^2+y^2=0$-не является уравнение окружности. 7) $x^2+y^2=-4$-не является уравнением окружности Знать координаты центра окружности. Длину радиуса. Подставить координаты центра и длину радиуса в уравнение окружности общего вида.	**Возврат к слайду 9**
	Решите задачу №966 стр.245(учебник). Учитель вызывает ученик к доске. Чтобы составить уравнение окружности, достаточно данных, которые в условии задачи?	Решают задачу №966 стр.245(учебник). Данных достаточно. Решают задачу.	Обсуждение плана решения данной задачи.
	Задача: Напишите уравнение окружности с центром в начале координат и диаметром 8.	Так как диаметр окружности в два раза больше ее радиуса, то r=8÷2=4. Поэтому $x^2+y^2=16$	**Слайд 15.** К доске вызывается ученик для решения данной задачи.

Продолжение таблицы 2

1	2	3	4
	Задача: построение окружности. Центр имеет координаты? Определите радиус … и выполняйте построение. **Задача на стр.243**(учебник) разбирается устно. **Используя план решения задачи со стр.243, решите задачу:** Составьте уравнение окружности с центром в точке A(3;2), если окружность проходит через точку B(7;5)	Выполняют построение окружности. Работа по учебнику. Задача стр.243. Дано: A(3;2)-центр окружности; B(7;5)∈(A;r) Найти уравнение окружности Решение: $r^2 = (x - x)^2 + (y - y)^2$ $r^2 = (x - 3)^2 + (y - 2)^2$ r=AB, $r^2 = AB^2$ $r^2 = (7 - 3)^2 + (5 - 2)^2 = 25$ $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$ **Ответ:** $\boldsymbol{(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25}$	**Слайд 16.** **Слайд 17.**

Продолжение таблицы 2

1	2	3	4
5. Итог урока. 5 минут Рефлексия деятельности на уроке.	Домашнее задание: п.91, контрольные вопросы Задача №959(б,г,д),967. Задача на дополнительную оценку(проблемная задача): Построить окружность, заданную уравнением $x^2+2x+y^2-4y=4$ -О чем мы говорили на уроке? -Что хотели получить? -Какая цель была поставлена в начале? -Какие задачи позволяет решить сделанное нами «открытие»? -Кто из вас считает, что достиг цели на 100%?50? Не достиг.	Записывают домашнее задание. Учащиеся отвечают на поставленные учителем вопросы. Проводят самоанализ собственной деятельности.	Учащимся необходимо выразить в слове результат и способы достижения.

Урок № 2.

Тема: «Уравнение окружности», 9 класс.

Тип урока: урок развивающего контроля.

Цели урока:

1. Обучающая: формулировать понятие уравнения окружности и формировать навык применения уравнения окружности при решении задач, совершенствовать навыки решения задач методом координат.

2. Развивающие: развивать навык самостоятельности в работе, трудолюбия, аккуратности, развивать память и математическую речь.

3. Воспитательная: воспитывать необходимость знания математики, умение ее применить в реальной ситуации в окружающем нас мире.

Планируемые результаты:

1. *Предметные:* применение полученных на предыдущих уроках знаний для решения задач, развитие математической речи.

2. *Личностные:* развитие самостоятельности, наличие мотивации к творческому труду, формирование установки на успех.

3. *Метапредметные:* овладение составляющими исследовательской и проектной деятельности, включая умение выдвигать гипотезы, классифицировать, делать выводы и заключения.

План урока:

1. Мотивационный этап – 1 мин.
2. Этап целеполагания – 1 мин.
3. Актуализация знаний – 10 мин.
4. Решение задач творческого уровня – 18 мин.
5. Самостоятельная работа – 13 мин.
6. Домашнее задание – 1 мин.
7. Рефлексия деятельности – 1 мин.

Ход урока представлен в Таблице 3.

Таблица 3 – Ход урока

Этапы урока	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	*2*	*3*
Мотивационный этап	Приветственное слово учителя -Эпиграфом к нашему уроку пусть будут слова знаменитого «Случайные открытия делают только подготовленные умы». Учитель сообщает тему урока и то, что это последний урок по этой теме.	Настраиваются на работу, фиксируют тему урока в тетради.

Продолжение таблицы 3

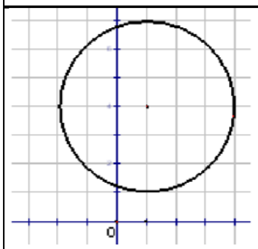
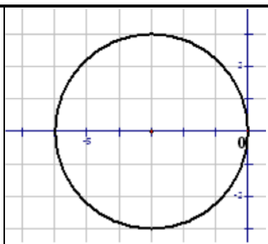
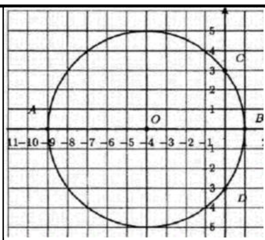
1	*2*	*3*
Этап целеполагания	Оказывает помощь обучающимся в формулировке целей и задач урока.	Обучающиеся формулируют цель урока с учетом имеющего опыта прошлых уроков по данной теме
Актуализация знаний и осуществление пробного действия	1. Игра «третий лишний» В рабочих листах таблица, содержащая три задания. В каждом задании по три формулы. Необходимо найти лишнюю в каждой строке формулу и выпишите цифру, под которой оно записано в строку под таблицей. В таблицу подведения итогов, обучающиеся ставят столько баллов, сколько цифр совпало, т.е. от 0 до 3. 2. Решение задач со слайдов. Обучающиеся записывают ответы в рабочие карты. 1) Найдите координаты точек пересечения окружности с осью абсцисс. Запишите абсциссу той точки, которая находится ближе к началу отсчета. 2) Найдите длину хорды, ограниченную точками пересечения окружности с осью ординат. Запишите найденное число. 3) Найдите расстояние между точками пересечения окружностями с осями координат. Запишите наибольшее из этих расстояний. Проверка ответов.	Обучающиеся подписывают рабочие листы. Работают с ними.

Продолжение таблицы 3

1	*2*	*3*
Решение задач творческого уровня	1. Установите является ли данное уравнение уравнением окружности. В случае утвердительного ответа укажите координаты центра и радиус окружности. а)$x^2 + 2x + y^2 - 10y - 23 = 0$; б)$x^2 + y^2 + 6y + 8x + 34 = 0$. 2. Составьте уравнение окружности, касающейся координатных осей и прямой y=-4 3. Составьте уравнение окружности, проходящей через точки: A(-3;7), B(-8;-2), C(-6;-2)	Работают в тетрадях (по одному человеку на каждый пример у доски)
Самостоятельная работа	Раздает карточки с самостоятельной работой.	Выполняют самостоятельную работу.
Домашнее задание	Решить задачу: «Определите вид треугольника, вершинами которого являются центры окружностей, заданные уравнениями: $(x+1)^2 + (y-10)^2 = 7$, $(x-12)^2 + (y+5)^2 = 9$, $x^2 + (y-8)^2 = 23$ Найдите периметр и площадь этого треугольника. Составьте уравнение окружности с центром в середине стороны AC и радиусом равным длине меньшей медианы».	Записывают домашнее задание.
Рефлексия деятельности	Подведение итогов. По предложенной в рабочем листе шкале перевода баллов в отметки, обучающиеся подводят итоги, оглашают результаты.	Заполняют рабочий лист.

Задания игры представлены в Таблице 4.

Таблица 4 – Игра третий лишний

«Третий лишний»		
1	*2*	*3*
Уравнение окружности		
$(x - 2)^2 + (x + 3)^2 = 16$	$(x + 5)^2 + (x - 7)^2 = 9$	$x^2 + y^2 = 1$
Для уравнения окружности указаны Координаты ее центра и радиуса		
$(x + 2)^2 + (y - 6)^2 = 4$ (2; -6), R = 2	$(x - 8)^2 + (y - 5)^2 = 16$ (8; 5), R = 4	$(x + 4)^2 + y^2 = 1$ (-4; 0), R = 1
Для окружности указаны координаты центра и радиус (рисунки 11, 12, 13)		
 Рисунок 11	 Рисунок 12	 Рисунок 13
(1; 4), R= 3	(-3; 0), R= 9	(-4; 0), R = 5

Самостоятельная работа представлена в Таблице 5.

Таблица 5 – Варианты самостоятельной работы

Вариант 1. 1. Начертите в одной системе координат окружности, заданные уравнениями: а) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$, б) $(x - 5)^2 + y^2 = 16$, в) $x^2 + y^2 = 9$ 2. Напишите уравнение окружности с центром в точке C(7; 4), радиусом 6. 3. Напишите уравнение окружности с центром в точке A(-4; -2), проходящей через точку B(-2; 1) 4. Напишите уравнение окружности с диаметром MN, если M(-1; -5), N(3; 1).	Вариант 2. 1. Начертите в одной системе координат окружности, заданные уравнениями: а) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$ б) $x^2 + (y - 2)^2 = 4$ в) $x^2 + y^2 = 25$ 2. Напишите уравнение окружности с центром в точке C(-5; 2), радиусом 4. 3. Напишите уравнение окружности с центром в точке B(3; -2), проходящей через точку A(-1; -4) 4. Напишите уравнение окружности с диаметром MN, если M(-2; 1), N(4; -5)

Рабочий лист раздел РЕФЛЕКСИЯ (рисунок 14).

		На уроке все было понятно. Все задания выполнил самостоятельно.
	Выполнил почти все задания. Задачи творческого уровня показались сложными.	
Многое на уроке было непонятно. С большинством заданий не справился		

Рисунок 14

Анализ уроков: учащиеся на занятиях активно принимали участие, особенно на первом при выводе формул, так как материал не сложный и использует факты и понятия, которые были изучены не так давно и повторены на устном счете. Также на уроке удалось прорешать все запланированные задачи на закрепление.

Проведенная на следующем уроке самостоятельная работа показала, что практически все ученики усвоили материал (с работой не справились 3 человека из 24 учеников этого класса). Наибольшее количество ошибок было сделано в задаче № 2, когда дети работали со слайдом.

Таким образом, можно предположить, что тема «Уравнение окружности» была успешно усвоена большинством учеников данного класса.

2.2. Тематическое планирование

Разработанный факультативный курс подходит для более расширенного изучения метода координат. Данный курс по выбору предлагается учащимся девятых классов. На занятиях изучаются новые способы использования метода координат для решения задач планиметрии, в том числе и задач ОГЭ.

Класс: 9.

Тип факультативного курса: углубленный.

Количество часов: 8 (2 часа в неделю).

Образовательная область: геометрия.

Используемая литература: «Геометрия 7-9 класс» Атанасян Л.С., интернет-ресурсы.

Цель изучения курса – предоставить больше способов решения нестандартных задач, способствовать развитию логического мышления.

Основные задачи курса: закрепить знания, полученные в 9 классе; продемонстрировать возможности разных методов решения задач; отточить умение решать задачи.

Основные организационные формы реализации предлагаемой программы – лекционные и практические занятия.

Формы обучения: фронтальная, групповая, индивидуальная.

Организация изучения курса. Целесообразно включать предлагаемый элективный курс в учебный процесс после изучения метода координат в основной школе. При обучении по УМК Атанасяна Л.С. это произойдет в середине 9 класса.

Система оценки достижений учащихся. По завершении изучения двух тем проходит зачет, в конце изучения проходит итоговая работа.

Тематическое планирование представлено в Таблице 6.

Таблица 6 – Тематическое планирование

№	Тема занятия	Количество часов
1	Введение	1
2	Уравнение прямой	2
3	Уравнение окружности	1
4	Задачи ОГЭ	2
5	Доказательство теорем методом координат и другие задачи	1
6	Зачет	1

2.3. Содержание курса

Тема I. Введение. (1ч).

Цели и задачи курса. Виды контроля (зачет и итоговое тестирование). Определение метода координат. Повторение формул, необходимых для решения задач координатным методом. Введение алгоритма решения задач методом координат.

Тема II. Уравнение прямой. (2ч).

Повторение вида уравнения, задающего прямую. Вывод уравнения прямой. Прямая Эйлера. Решение задач.

Пример 1. Определить положение прямой $a: 3x + 4y - 12 = 0$, относительно треугольника ABC, если $A(-4; 1)$, $B(2; 5)$,$C(6; 3)$.

Решение:

Так как $a(-4;\ 1)\ <\ 0, a(2;\ 5)\ >\ 0$, то $A\ \in\ a_{-}, B, C\ \in\ a_{+}$.

Таким образом, прямая a пересекает стороны AB и AC.

Пример 2. Даны уравнения прямых, на которых лежат высоты h_a и h_b $\varDelta ABC$, и координаты вершины $C(x_3;\ y_3)$. Найти координаты вершин A и B, если $h_a\colon a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $h_b\colon a_2x + b_2y + c_2 = 0$.

Ответ: A ($\frac{b1b2x3-a2b1y3-a2c1}{a1a2+b1b2}$;$\frac{a1a2y3-a1b2x3-b2c1}{a1a2+b1b2}$),

B ($\frac{b1b2x3 - a1b2y3 - a1c2}{a1a2 + b1b2}$; $\frac{a1a2y3 - a2b1x3 - b1c2}{a1a2 + b1b2}$).

Пример 3. Даны две пересекающиеся прямые $a\colon 3x + 4y - 5 = 0$ и
$b\colon 5x - 12y + 2 = 0$. Найти уравнение биссектрисы острого угла, образованного прямыми a и b.

Ответ: $14x + 112y - 75 = 0$.

Пример 4. Найти длину биссектрисы AD треугольника ABC, если $A(4;1)$; $B(7;5)$; $C(-4;7)$.

Пример 5. Даны две точки – A и B. Найти множество точек M, для которых $AM^2 - BM^2 = k$, где k – данное число.

Решение: Чертеж к задаче представлен на рисунке 15.

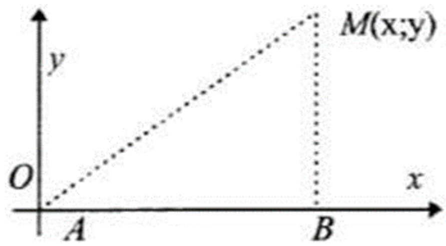


Рисунок 15

Введем систему координат так, чтобы точка A совпадала с началом координат, точка B имела координаты $(a; 0)$, где $a = AB$.

Найдем расстояния от произвольной точки $M(x; y)$ до точек A и B:

$$AM = \sqrt{x^2 + y^2},$$

$$BM = \sqrt{(x-a)^2 + y^2}.$$

Если точка $M(x; y)$ принадлежит искомому множеству, то

$AM^2 - BM^2 = k$, поэтому координаты точки M удовлетворяют уравнению

$$x^2 + y^2 - (x - a)^2 - y^2 = k,$$

$$\text{или } 2ax - a^2 - k = 0.$$

Если же точка M не принадлежит искомому множеству, то ее координаты не удовлетворяют этому уравнению.

Таким образом, уравнение, которое мы получили является уравнением искомого множества точек. Этим уравнением определяется прямая, параллельная оси Oy, если $a^2 + k \neq 0$, и сама ось Oy, если $a^2 + k = 0$.

Итак, искомым множеством является прямая, перпендикулярная к прямой AB.

Пример 6. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(5; 10)$, и перпендикулярной прямой a: $x - y + 1 = 0$.

Пример 7. Найти расстояние от начала O прямоугольной системы координат до прямой b: $3x - 4y - 2 = 0$.

Пример 8. Доказать, что центр Cописанной окружности, точка H пересечения высот и центр тяжести T треугольника лежат на одной прямой (прямая Эйлера).

Тема III. Уравнение окружности. (1ч).

Повторение вида уравнения, задающего окружность. Вывод уравнения окружности методом выделения полного квадрата. Окружность Аполлония (Аполлоний Пергский – древнегреческий геометр, 262 до н.э. – 190 до н.э.). Решение задач.

Пример 1. Определите вид линии, задаваемой уравнением:

а) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13 = 0$;

б) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$;

в) $y - 1 = \sqrt{4 - x^2}$.

Решение:

а) $$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 6y + 9) = 0,$$

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 0.$$

Так как выражение равно 0, то оно задает точку A(2; 3).

б) $$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 6y + 9) = 4,$$

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 2^2.$$

Получили уравнение окружности с центром $\mathrm{C}(2; 3)$ и радиусом $\mathrm{R}=2$.

в) При возведении в квадрат получим равносильную систему:

$$\begin{cases} y - 1 \geq 0, \\ x^2 + (y - 1)^2 = 4. \end{cases}$$

Полученная система определяет верхнюю половину окружности с центром $C(0; 1)$, радиусом 2.

Пример 2. Даны две точки – A и B. Найти множество точек M, для которых, где k – данное число.

Решение: Чертеж к задаче представлен на рисунке 16.

Введем систему координат так, как показано на рисунке.

$A(0;0), B(a;0), M(x;y)$.

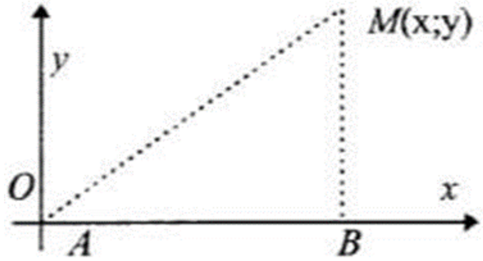


Рисунок 16

$$\begin{cases} AM^2 = x^2 + y^2 \\ BM^2 = (a-x)^2 + y^2 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 + (a-x)^2 + y^2 = k^2,$$

$$2x^2 - 2ax + 2y^2 = k^2 - a^2,$$

$$2\left(x^2 - ax + \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4}\right) + 2y^2 = k^2 - a^2,$$

$$\left(x - \frac{a}{2}\right)2 + y^2 = \frac{2k^2 - a^2}{4}.$$

Мы получили уравнение окружности с центром в точке $(\frac{a}{2};0)$ и $R = \sqrt{\frac{2k^2-a^2}{4}}$, но

$$\frac{2k^2-a^2}{4} \geq 0, \Rightarrow |k| \geq \left|\frac{a}{\sqrt{2}}\right|.$$

Пример 3. Окружность Аполлония. Что представляет собой множество точек плоскости, отношение расстояний от которых до двух данных точек есть величина постоянная?

Пример 4. Даны две точки – A и B. Найти множество точек M, для которых, $AB{:}B = k$, где $k \neq 1$ – данное число (окружность Аполлония). Что представляет собой множество точек плоскости, отношение расстояний от которых до двух данных точек есть величина постоянная?

Решение:

Пусть даны две точки A и B и некоторое положительное число k, равное отношению расстояний. Если $k = 1$, то множество точек M, для которых

$\frac{MA}{MB} = 1$, то есть, $MA = MB$ является прямой – серединным перпендикуляром отрезка AB.

Рассмотрим случай, когда $k \neq 1$. Например, $k = 2$. Решение задачи состоит из двух этапов:

1. Вывод уравнения фигуры (множество точек). Введем систему координат. Начало выберем в точке B. В качестве положительной оси возьмем луч BA. Будем считать, что точка A имеет координаты (3; 0). Возьмем точку $M(x;\, y)$, удовлетворяющую условию задачи, и выразим расстояния от нее до точек A и B по формулам:

$$MA^2 = (x - 3)^2 + y^2,$$

$$MB^2 = x^2 + y^2.$$

Так как, по условию $\frac{MA}{MB} = 2$, то $MA^2 = 4MB^2$. В координатах равенство выражается так:

$$(x - 3)^2 + y^2 = 4(x^2 + y^2)\,,$$

$$\text{или } x^2 + y^2 + 2x = 3\,,$$

$$\text{или } (x + 1) + y^2 = 4\,.$$

Итак, точка $M(x;\, y)$удовлетворяет условию $\frac{MA}{MB} = 2$ тогда и только тогда, когда ее координаты удовлетворяют последнему уравнению. Мы знаем, что последнее уравнение задает окружность с центром в точке $(-1;$ $0)$ и радиусом 2.

Пример 5. Окружность описана около правильного треугольника. Доказать, что расстояние от любой точки окружности до наиболее удаленной вершины треугольника равно сумме расстояний от этой точки до двух других его вершин.

Пример 6. Окружность вписана в треугольник с вершинами $O(0,0)$; $A(a; 0)$; и $B(0; b)$. Найти центр этой окружности.

Тема IV. Задачи ОГЭ. (2ч).

Знакомство с заданиями 24 и 26 Основного Государственного Экзамена. Решение задач.

Задание 24.

Пример 1. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ длина отрезка, соединяющего середины сторон AB и CD, равна одному метру. Прямые BC и AD перпендикулярны. Найдите длину отрезка, соединяющего середины диагоналей AC и BD.

Решение: Чертеж к задаче представлен на рисунке 17.

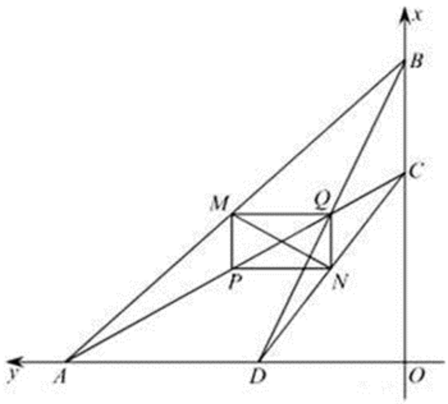


Рисунок 17

Введем систему координат. Свяжем взаимно перпендикулярные прямые, данные в задаче, системой координат. Тогда пусть сторона BC лежит на оси Ox, а сторона AD лежит на оси Oy.

Координаты вершин четырехугольника $A(0; a)$,$B(b; 0)$, $C(c; 0)$, $D(0; d)$.

Обозначим середины сторон AB и CD. Пусть M – середина AB, и N – середина CD. Также обозначим середины диагоналей AC и BD – точки P и Q.

По формуле нахождения координат середины отрезков, найдем координаты точек M и N: $M\ (\frac{b}{2};\frac{a}{2})$, $N\ (\frac{c}{2};\frac{d}{2})$.

Найдем длину отрезка MN через координаты его концов:

$$MN = \frac{1}{2}\sqrt{(c-b)^2 + (a-d)^2}.$$

Аналогично получаем: P $(\frac{c}{2};\frac{\mathrm{a}}{2})$,Q$(\frac{b}{2};\frac{\mathrm{d}}{2})$.

$$PQ = \frac{1}{2}\sqrt{(c-b)^2 + (a-d)^2}.$$

$MN\ =\ PQ$. Следовательно, искомая длина равна 1 метру.

Задание 26.

Пример 2. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$, вершины которого заданы координатами: $A(2;\,2)$,$B(3;\,5)$,$C(6;\,6)$, $D(5;\,3)$.

Решение: Чертеж к задаче представлен на рисунке 18.

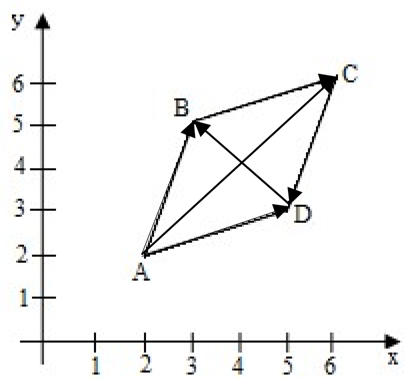


Рисунок 18

Решим задачу векторно-координатным методом.

Найдем координаты сторон четырехугольника, чтобы найти потом их длины, то есть векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AD}$:

$$\overrightarrow{AB}\,\{1;\ 3\} \Rightarrow\ \left|\overrightarrow{AB}\right| =\ \sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{10},$$

$$\overrightarrow{DC}\,\{1;\ 3\} \Rightarrow\ \left|\overrightarrow{DC}\ \right| = \sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{10}.$$

Длины векторов равны, также векторы $\overrightarrow{AB} \upuparrows \overrightarrow{DC}$. Этот четырехугольник является параллелограммом, так как в нем противоположные стороны равны и параллельны.

Найдем координаты и длины векторов $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD}$.

$$\overrightarrow{BC}\{3;\ 1\} \Rightarrow\ \left|\overrightarrow{BC}\right| = \sqrt{3^2+1^2} = \sqrt{10},$$

$$\overrightarrow{AD}\,\{3;\ 1\} \Rightarrow\ \left|\overrightarrow{AD}\right| = \sqrt{3^2+1^2} = \sqrt{10}.$$

Параллелограмм, у которого все стороны равны является ромбом.

Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.

Зададим направление диагоналям ромба AC и DB. Вычислим координаты векторов $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{DB}$ и найдем их длину.

$$\overrightarrow{AC}\,\{4;\ 4\} \Rightarrow\ \overline{|AC|} = \sqrt{4^2+4^2} = \sqrt{32},$$

$$AD\{-2; 2\} \Rightarrow\ \left|\overrightarrow{AD}\right| = \sqrt{(-2)^2+2^2} = \sqrt{8},$$

$$S = \frac{1}{2}\sqrt{32}\cdot\sqrt{8} = \frac{1}{2}\sqrt{256} = 8.$$

Пример 3. В треугольнике ABC биссектриса BF и медиана AK перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 208. Найдите стороны треугольника ABC.

Решение: Чертеж к задаче представлен на рисунке 19.

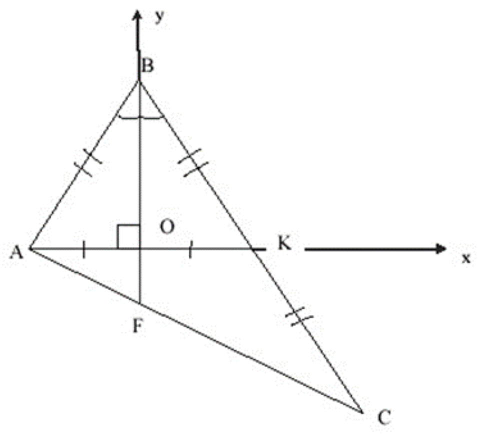


Рисунок 19

Введем систему координат. Взаимно перпендикулярные прямые, данные в задаче, это биссектриса BF и медиана AK. Тогда пусть медиана AK лежит на оси Ox, а биссектриса BF лежит на оси Oy, O - точка пересечения биссектрисы BF и медианы AK.

Треугольник AOB равен треугольнику KOB (прямоугольные) по катету и острому углу.

Значит $AO = OK = 104$, $AB = BK$, $BC = 2BK = 2AB$.

Точка A(-104; 0), точка $B(0;\, y_B)$, точка $K(104;\, 0)$, точка K середина BC, тогда точка $C(208;\, -y_C)$, точка $F(0;\, y_F)$ принадлежит прямой AC.

Составим уравнение прямой AC:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1},$$

$$\frac{x + 104}{208 + 104} = \frac{y - 0}{-y_c - 0}.$$

Точка $F(0;\, y_F)$ принадлежит прямой AC:

$$\frac{0 + 104}{312} = \frac{y_F}{-y_c},$$

$$y_F = \frac{-y_C}{3}.$$

Применим формулу расстояние между точками:

$$d^2 = (x2 - x1)^2 + (y2 - y1)^2,$$

$$BF^2 = \left(\frac{y_c}{3} + y_b\right)^2,$$

$$y_b = 156.$$

Точка $B(0;156)$, тогда точка $C(208;-156)$.

По формуле расстояние между точками найдем стороны треугольника ABC:

$$AB = \sqrt{(0+104)^2 + (0-156)^2},$$

$$AB = 52\sqrt{13},$$

$$BC = 2AB = 104\sqrt{13},$$

$$AC = \sqrt{(208+104)^2 + (-156-0)^2},$$

$$AC = 156\sqrt{5}.$$

Тема V. Доказательство теорем методом координат и другие задачи. (2ч).

Доказательство теорем из курса геометрии основной школы координатным методом и решение задач.

Пример 1. Теорема Стюарта. Пусть треугольник со сторонами a, b и c разделен на два треугольника отрезком длины d, проходящим через вершину C и делящим сторону BA на отрезки, равные m и n. Докажите, что $a^2n + b^2m - d^2c = mnc$.

Доказательство: Чертеж к задаче представлен на рисунке 16.

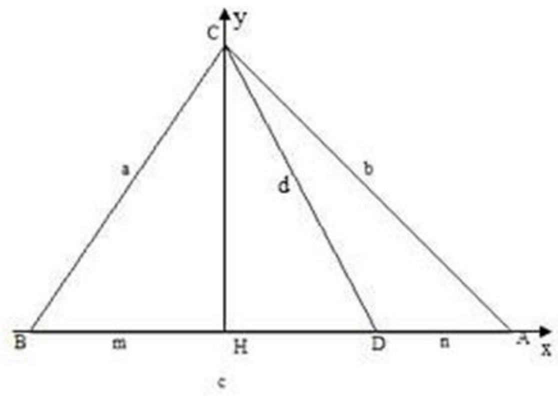


Рисунок 20

Вводим систему координат так, чтобы ось Ox совпала со стороной AB, а ось Oy с высотой CH. Обозначим точки $A(x_1; 0)$, $B(x_2; 0)$, $C(0; y_0)$, $D(x; 0)$. Проверим наше равенство.

По теореме Пифагора:

$$b^2 = x_1^2 + y_0^2,$$

$$a^2 = x_2^2 + y_0^2,$$

$$d^2 = x^2 + y_0^2.$$

Найдем координаты следующих отрезков:

$$m = x - x_2,$$

$$n = x_1 - x,$$

$$c = x_1 - x_2,$$

$$-m = x_2 - x,$$

$$-n = x - x_1,$$

$$-c = x_2 - x_1,$$

$$a^2n + b^2m - d^2c = mnc,$$

$$-a^2n - b^2m + d^2c = -mnc.$$

Подставим в равенство, которое нужно доказать, найденные координаты:

$$(x_2^2 + y_0^2)(x - x_1) + (x_1^2 + y_0^2)(x_2 - x) - (x^2 + y_0^2)(x_2 - x_1) = (x_2 - x)(x - x_1)$$

Раскроем скобки:

$$x_2^2x - x_2^2x_1 + y_0^2x - y_0^2x_1 + x_1^2x_2 - x_1^2x + y_0^2x_2 - y_0^2x - x^2x_2 + x^2x_1 - y_0^2x_2 + y_0^2x_1 = (x_2^2 - x_2x - x_1x_2 + x_1x)(x - x_1),$$

$$x_2^2x - x_2^2x_1 + x_1^2x_2 - x_1^2x - x^2x_2 + x^2x_1 = x_2^2x - x_2^2x_1 - x_2x^2 + x_2xx_1 - x_1x_2x + x_1^2x_2 - x_1x^2 + x_1^2x,$$

$$0=0.$$

Равенство выполнено.

Пример 2. Доказать теорему Гаусса: в любом четырехугольнике, противоположные стороны которого не параллельны, середины диагоналей и середина отрезка, концами которого являются точки пересечения прямых, содержащих противоположные стороны четырехугольника, лежат на одной прямой.

Пример 3. Диагонали ромба $ABCD$ имеют длины $2a$ и $2b$. Найти множество точек M, для которых $AM^2 + DM^2 = BM^2 + CM^2$.

Пример 4. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC. Найти множество точек М, для которых $AM^2 + CM^2 = BM^2 + DM^2$.

Зачёт. (1ч).

Контроль усвоения тем «Уравнение окружности» и «Уравнение прямой».

Итоговое тестирование по всем изученным темам, которое включает вопросы теоретического и практического характера.

После прохождения факультативного курса учащиеся смогут владеть такими навыками как:

a) уметь верно отбирать формулы при решении задач;

b) уметь решать задачи с помощью изученного метода;

c) уметь использовать дополнительный материал по пройденной теме.

В Приложении 1 представлен один из разработанных уроков по теме «Решение задач ОГЭ», в Приложении 2 – домашнее задание на карточках (решить задачи по готовым чертежам).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Координатный метод – наиболее простой в применение, поэтому во многих случаях является оптимальным методом для решения задач различного уровня. В первой главе данной работы рассматривались теоретические основы координатного метода, его основные положения, применения данного метода в средней школе. В ходе работы были проанализированы школьные учебники таких авторов, как Бутузов В.Ф., Атанасян Л.С. и Мерзляк А.Г. Во второй главе, то есть в практической части, разработан факультативный курс для девятого класса «Метод координат в решении задач планиметрии». Тематическое планирование курса представлено в виде таблицы, также перечислены цели каждого урока и примеры, разбираемые на них.

В квалификационной работе:

1. Рассмотрены варианты изучения метода координат и его применение в некоторых из действующих учебников геометрии.
2. Описан сам метод координат, виды и этапы решения задач методом координат.
3. Изучена методическая литература по данной теме.
4. Выявлены основные умения, необходимые для успешного овладения учащимися методом координат.
5. Подобраны системы задач, формирующих эти умения, а также осуществляющих контроль знаний.

На практике было проведено два урока из разработанного элективного курса, которые подтвердили гипотезу о необходимости изучения координатного метода в школьном курсе геометрии. Оно будет более эффективно, если в 5-6 классе проведена пропедевтическая работа по формированию основных умений и навыков подбором систем задач, позволяющих овладеть и эффективно использовать метод координат.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Геометрия: учеб. для 7-9 кл. общеобразоват. учреждений. / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев [и др.] – М.: Просвещение, 2015. – 384 с.
2. Бутузов В. Ф. Геометрия. Рабочая программа к учебнику Л. С. Атанасяна [и др.] 7-9 классы: пособие для учителей общеобразов. учреждений / В. Ф. Бутузов. – М.: Просвещение, 2011.
3. Геометрия: 9 класс: методическое пособие / Е. В. Буцко, А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир – М.: Вентана-Граф, 2018. – 176 с.
4. Математика: учеб. для 5 кл. сред. шк. / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд – М: Мнемазина, 2012. – 280 с.
5. Математика: учеб. для 6 кл. общеобразоват. Учреждений / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд – М.: Мнемозина, 2014. – 288 с.
6. Гусак А.А. Справочник по высшей математике. / А. А. Гусак, Г. М. Гусак, Е. А. Бричикова – 9-е изд. – Минск: ТеатрСистема, 2009. – 640 с.
7. Дорофеев Г. В. Математика: учеб. для 5 кл. общеобразоват. учреждений / Г. В. Дорофеев, Л. Г. Петерсон – 2-е изд., перераб. – М.: Просвещение, 2011. – Ч1. 176 с., Ч2. 240 с.
8. Дорофеев Г. В. Математика: учеб. для 6 кл. общеобразоват. учеб. заведений / Г. В. Дорофеев, И. Ф. Шарыгин, С. Б. Суворова – М. Дрофа, 2003. – 368 с.
9. Мищенко Т. М. Индивидуальные карточки по геометрии для 7-9 кл. / Т. М. Мищенко // Математика в школе – 2009. – № 8.
10. Кумакова Е. А. Некоторые методические аспекты обучения школьников решению геометрических задач методом координат в средней школе / Кумакова Е. А. // Педагогика и современное образование: традиции, опыт и инновации. Сборник статей международной научно-практической конференции – Пенза, 2018. – С. 35-37.

11. Лускина М. Г. Факультативные занятия по математике в школе: Методические рекомендации / М. Г. Лускина, В. И. Зубарева – Киров ВГПУ, 2005.

12. Ляш А. А. Путь в науку: материалы межрегиональной научно-практической конференции, 13-29 апреля 2016 года / отв. ред. А. А. Ляш – Мурманск: МАГУ, 2017. – 77 с.

13. Мерзляк А. Г. Геометрия: 9 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир – М.: ВентанаГраф, 2014. – 240 с.

14. Погорелов А. В. Геометрия 7-9 кл.: учеб. для общеобразоват. организаций / А. В. Погорелов – 2-е изд. – М: Просвещение 2014. – 240 с.

15. Прояева И. В. О методе координат в школьном курсе геометрии / И. В. Прояева // Россия и Европа: связь культуры и экономики. Материалы XIV международной научно-практической конференции / Отв. редактор Уварина Н. В. – Прага, Чешская Республика: Изд-во WORLD PRESS s.r.o., 2016. – 679 с.

16. Ракитянский А. С. Компетенстно-ориентированные задачи и возможные их применения в преподавании математических дисциплин / А. С. Ракитянский // Россия и Европа: связь культуры и экономики. Материалы VII международной научно-практической конференции. – Прага, Чешская республика, 2015. – С. 372-374.

17. Севрюков П. Ф. Векторы и координаты в решении задач школьного курса стереометрии: учебное пособие / П. Ф. Севрюков, А. Н. Смоляков – М.: Илекса; НИИ Школьных технологий. – Ставрополь: Сервисшкола, 2008. – 164 с.

18. Солощенко М. Ю. Использование межпредметных связей в обучении геометрии / М. Ю. Солощенко // Актуальные вопросы методики обучения математике и информатике: материалы Всероссийской научно-практ. конф. препод. математики, информатики школ и вузов. – Ульяновск: УлГПУ им. И. Н. Ульянова, 2015. – С. 123-125.

19. Сумина Г. Н. Методические рекомендации к изучению метода координат на плоскости / Г. Н. Сумина // Певзнеровское чтение / Амурский гуманитарно-педагогический государственный – Комсомольск-на-Амуре, 2013. – С. 13-76.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Технологическая карта урока «Решение задач ОГЭ»

Тема урока: «Задачи ОГЭ».

Класс: 9 класс.

Тип урока: урок объяснения нового материала.

Цель урока: формирование умений решать геометрические задачи повышенного уровня сложности методом координат.

Планируемые результаты:

Личностные:

- проявлять самостоятельность и интерес при выполнении практических заданий.

Предметные:

- самостоятельно и рационально определять способы решения задач; проводить необходимые преобразования выражений и расчеты.

Метапредметные:

- уметь слушать и вступать в диалог;
- уметь распознавать, отбирать и структурировать учебный материал;
- уметь развернуто обосновывать суждения;
- уметь самостоятельно контролировать и оценивать учебную деятельность и ее результаты.

Личностные УУД: смыслообразование, формирование положительного отношения к процессу познания.

Познавательные УУД: правильно формулируют проблему, умеют структурировать знания, контролируют и оценивают процесс и результаты деятельности, самостоятельно создают алгоритмы деятельности при решении проблем творческого и поискового характера.

Регулятивные УУД: формулируют познавательную цель и строят свои действия в соответствии с ней.

Коммуникативные УУД: регулируют собственную деятельность посредством речевых действий, сотрудничают с учащимися и учителем во время учебной деятельности.

Оборудование: учебник «Геометрия 9 класс» Атанасян и др., презентация, доска, проектор, распечатанные листы с заданиями.

Далее представлена технологическая карта урока в Таблице А.1.

Таблица А.1 – Технологическая карта урока

Этап урока Методы и приемы	**Время**	**Содержание урока. Деятельность учителя**	**Деятельность ученика**	**УУД**
1	*2*	*3*	*4*	*5*
I. Этап самоопределения к деятельности *Словесный: слово учителя*	2 мин	Приветствие, настрой на изучение новой темы.	Приветствовать учителя. Настраиваться на работу на уроке	Личностные: выражать положительное отношение к процессу познания.

Продолжение таблицы А.1

1	*2*	*3*	*4*	*5*
II. Актуализация знаний и мотивация *Словесный: слово учителя, ответы на вопросы*	10 мин	Учитель предлагает ученикам разобрать задачи, в решении которых было больше всего ошибок, с зачета, который проходил на прошлом уроке. Учитель направляет учеников, смотрит за правильностью решения. Работа со слайдами. Повторение алгоритма решения задач методом координат. Актуальность изучаемой темы.	Ученики решают по очереди у доски задания с зачетного урока. Проверяют правильность решения. Работа со слайдами. Слушают учителя.	Личностные: обеспечивают ценностно смысловую ориентацию учащихся. Предметные: осуществлять поиск необходимой информации
III. Объяснение нового материала *Словесный: слово учителя, ответы на вопросы*	10 мин	Учитель рассказывает ученикам суть 24 и 26 задания ОГЭ. Раздает листы с заданиями по одному на парту.	Слушают учителя.	Предметные: определение основной и второстепенной информации; Регулятивные: принимать и сохранять учебную задачу. Развивают операции мышления. Коммуникативные: общение и взаимодействие.

Продолжение таблицы А.1

1	2	3	4	5
IV. Решение задач *Словесный: ответы на вопросы Практический: работа с задачами*	17 мин	Учитель решает пример по алгоритму с помощью учеников, показывает оформление. Учитель задает наводящие вопросы, чтобы помочь ученикам перейти к следующему этапу решения. Пример 1. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ длина отрезка, соединяющего середины сторон AB и CD, равна одному метру. Прямые BC и AD перпендикулярны. Найдите длину отрезка, соединяющего середины диагоналей AC и BD. Ответ: искомая длина равна 1 метру. Задание 26. Пример 2. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$, вершины которого заданы координатами: $A(2;\ 2)$; $B(3;\ 5)$; $C(6;\ 6)$; $D(5;\ 3)$ Ответ: $S = \frac{1}{2}\sqrt{32} \cdot \sqrt{8} = \frac{1}{2}\sqrt{256} = 8$ Далее учитель вызывает учеников по очереди к доске для решения различных этапов задачи. Пример 3. В треугольнике ABC биссектриса BF и медиана AK перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 208. Найдите стороны треугольника ABC. Ответ: $AB = 52\sqrt{13}$ $BC = 2AB = 104\sqrt{13}$ $AC = 156\sqrt{5}$	Ученики подсказывают учителю варианты решения по алгоритму. Ученики по вызову учителя решают примеры у доски, остальные – в тетради.	Коммуникативные - общение и взаимодействие. Регулятивные - принимать и сохранять учебную задачу; Предметные - осуществлять поиск необходимой информации. Развивают операции мышления

Продолжение таблицы А.1

1	*2*	*3*	*4*	*5*
V.Итог урока Рефлексия	1 мин	Итог урока. Домашнее задание: решить задачи на готовых чертежах. Приложение 2.	Подводят итог под руководством учителя. Записывают домашнее задание.	Личностные: способность к самооценке.

Конспект урока

Тема урока: «Задачи ОГЭ».

Класс: 9 класс.

Тип урока: урок объяснения нового материала.

Цель урока: формирование умений решать геометрические задачи повышенного уровня сложности методом координат.

Оборудование: учебник «Геометрия 9 класс» Атанасян и др., презентация, доска, проектор, распечатанные листы с заданиями.

Ход урока:

I. Этап самоопределения к деятельности (2 мин)

- Здравствуйте, ребята! Успокаиваемся! Можете садиться.

II. Актуализация знаний и мотивация (20 мин)

- На прошлом уроке проходило зачетное занятие, результаты вы узнаете после урока, а сейчас мы разберем задачи, в которых было больше всего ошибок.

- Вспомним алгоритм решения задач методом координат. Я раздаю этапы решения задач, вы должны расположить их в правильной последовательности. Задание в парах. Время выполнения задания: 2 минуты.

- На слайде указан верный алгоритм. Проверяем правильность выполнения самостоятельно (рисунок А.1).

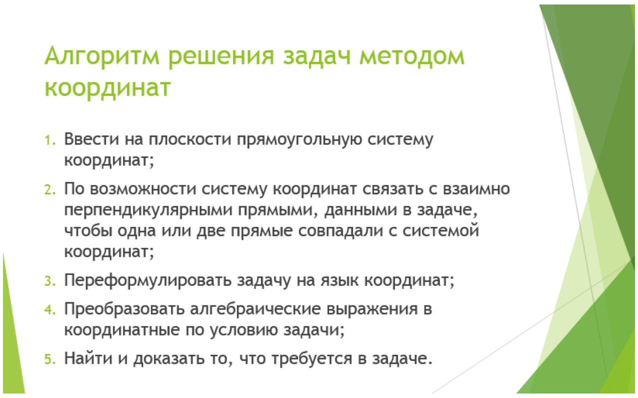


Рисунок А.1

- Совсем скоро вам предстоит сдать свой первый государственный экзамен, и чтобы сдать его на положительную оценку, необходимо уметь решать задачи различного уровня. Рассмотрим применение метода координат при решении экзаменационных задач.

- Итак, какой же будет тема сегодняшнего занятия?

- *Тема занятия «Задачи ОГЭ».*

- Верно. (2 слайд) (рисунок А.2).

Рисунок А.2

- Вы уже знаете структуру экзамена, из каких частей он состоит. Настало время познакомиться с заданиями повышенного и высокого уровня сложности, заданиями 24 и 26.

III. Объяснение нового материала (5 мин)

1. Задание 24 ОГЭ по математике открывает блок из трёх геометрических задач с развёрнутым решением, представленных в качестве трёх последних заданий ОГЭ. Это планиметрическая задача на вычисление, для решения которой нужно достаточно свободно ориентироваться в материале школьного курса планиметрии, в его теоремах, связанных с треугольниками, многоугольниками (преимущественно с параллелограммами и трапециями) и окружностями.

2. Последнее, 26-е задание ОГЭ по математике представляет собой планиметрическую задачу на вычисление, более сложную по сравнению с задачей 24. Последнюю можно рассматривать как своего рода подготовительную задачу: многие идеи и методы, необходимые для её решения, используются и при решении задания 24. Большая часть задач связана с окружностью. Рассмотрим типичные примеры.

IV. Решение задач (32 мин)

- Итак, читаем первое задание с листов, которые раздали в начале урока.

Пример 1. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ длина отрезка, соединяющего середины сторон AB и CD, равна одному метру. Прямые BC и AD перпендикулярны. Найдите длину отрезка, соединяющего середины диагоналей AC и BD.

Решение: Чертеж к задаче представлен на рисунке А.3.

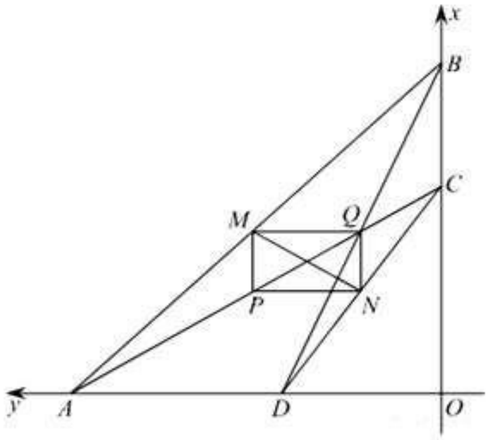


Рисунок А.3

- Для решения воспользуемся нашим алгоритмом. Что мы делаем в начале решения задачи?

- *Вводим систему координат.*

- Каким образом лучше ввести систему координат? Прочитайте внимательно второй пункт алгоритма.

- *Нужно связать взаимно перпендикулярные прямые, данные в задаче, системой координат. Тогда пусть сторона BC лежит на оси Ox, а сторона AD лежит на оси Oy.*

- Какие координаты будут иметь вершины четырехугольника?

- *Координаты вершин четырехугольника $A(0; a)$, $B(b; 0)$,$C(c; 0)$, $D(0; d)$.*

- Обозначим середины сторон AB и CD. Пусть M - середина AB, и N - середина CD. Также обозначим середины диагоналей AC и BD - точки P и Q.

- Итак, что можно вычислить, зная координаты вершин четырехугольника и то, что точки M - середина AB, N - середина CD?

- *Можно найти координаты середин сторон AB и CD.*

- По формуле нахождения координат середины отрезков, найдем координаты точек M и N: $M\ (\frac{b}{2};\frac{a}{2})$, $N\ (\frac{c}{2};\frac{d}{2})$.

Что можно найти, зная координаты точек M и N?

- *Можно найти длину отрезка MN через координаты его концов:*

$$MN = \frac{1}{2}\sqrt{(c-b)^2 + (a-d)^2}.$$

- Также мы знаем, что точки P и Q - это середины диагоналей AC и BD.

Что мы сможем найти?

- *Также можно найти координаты этих точек.* - Аналогично получаем: P $(\frac{c}{2}; \frac{a}{2})$, Q$(\frac{b}{2}; \frac{d}{2})$.

$$PQ = \frac{1}{2}\sqrt{(c-b)^2 + (a-d)^2}.$$

- Какой можно сделать вывод?
- *MN = PQ. Следовательно, искомая длина равна 1 метру.*

Задание 26.

Пример 2. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$, вершины которого заданы координатами: A(2; 2), B(3; 5), C(6; 6), D(5; 3).

Решение: Чертеж к задаче представлен на рисунке А.4.

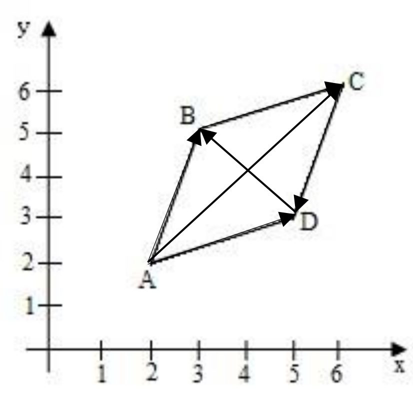


Рисунок А.4

- Решим задачу векторно-координатным методом.

- Что можно найти, зная координаты вершин четырехугольника?

Можно найти координаты сторон четырехугольника, чтобы найти потом их длины, то есть векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}$ *,* $\overrightarrow{BC}$ *,* $\overrightarrow{AD}$*:*

$$\overrightarrow{AB}\,\{1;\ 3\} \Rightarrow\ \left|\overrightarrow{AB}\right| =\ \sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10},$$

$$\overrightarrow{DC}\,\{1;\ 3\} \Rightarrow\ \left|\overrightarrow{DC}\ \right| = \sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}.$$

- Итак, мы видим, что длины векторов равны, также векторы $\overrightarrow{AB}\ \upuparrows\ \overrightarrow{DC}$.

Что мы можем сказать про данный четырехугольник?

- *Этот четырехугольник является параллелограммом, так как в нем противоположные стороны равны и параллельны.*

Найдем координаты и длины векторов $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD}$.

$$\overrightarrow{BC}\{3;\ 1\} \Rightarrow\ \left|\overrightarrow{BC}\right| = \sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10},$$

$$\overrightarrow{AD}\,\{3;\ 1\} \Rightarrow\ \left|\overrightarrow{AD}\right| = \sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10},$$

- Найдем координаты и длины векторов $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD}$.

$$\overrightarrow{BC}\{3;\ 1\} \Rightarrow\ \left|\overrightarrow{BC}\right| = \sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10},$$

$$\overrightarrow{AD}\,\{3;\ 1\} \Rightarrow\ \left|\overrightarrow{AD}\right| = \sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}.$$

- Итак, как называется параллелограмм, у которого все стороны равны?

- *Параллелограмм, у которого все стороны равны является ромбом.*

- Как вычислить площадь ромба?

- *Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.*

- *Зададим направление диагоналям ромба AC и DB. Вычислим координаты векторов* $\overrightarrow{AC}$ *и* $\overrightarrow{DB}$ *и найдем их длину.*

$$\overrightarrow{AC}\,\{4;\ 4\} \Rightarrow\ |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{4^2+4^2} = \sqrt{32},$$

$$AD\{-2;2\} \Rightarrow\ |\overrightarrow{AD}| = \sqrt{(-2)^2+2^2} = \sqrt{8},$$

$$S = \frac{1}{2}\sqrt{32}\cdot\sqrt{8} = \frac{1}{2}\sqrt{256} = 8.$$

Пример 3. В треугольнике ABC биссектриса BF и медиана AK перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 208. Найдите стороны треугольника ABC.

Решение: Чертеж к задаче представлен на рисунке А.5.

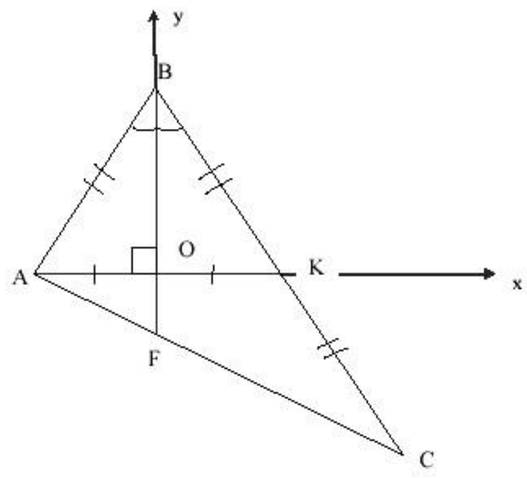


Рисунок А.5

- Воспользуемся алгоритмом. Что мы делаем в начале решения задачи?

- *Вводим систему координат.*

- Каким образом лучше ввести систему координат в данном случае?

- *Взаимно перпендикулярные прямые, данные в задаче, это биссектриса BF и медиана AK. Тогда пусть медиана AK лежит на оси Ox, а биссектриса BF лежит на оси Oy, O - точка пересечения биссектрисы BF и медианы AK.*

- Рассмотрим треугольники AOB и KOB. Какие они будут?

- *Треугольник AOB равен треугольнику KOB (прямоугольные) по катету и острому углу.*

- Что следует из равенства данных треугольников?

- *Значит* $AO = OK = 104$, $AB = BK$, $BC = 2BK = 2AB$.

- Итак, точка $A(-104; 0)$, точка $B(0; y_B)$, точка $K(104; 0)$, точка K середина BC, тогда точка $C(208; -y_C)$, точка $F(0; y_F)$ принадлежит прямой AC.

- Составим уравнение прямой AC:

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1},$$

$$\frac{x+104}{208+104} = \frac{y-0}{-y_C-0}.$$

Что можно сделать с уравнением прямой AC, зная, что точка $F(0; y_F)$ принадлежит данной прямой?

- *Можно подставить координаты точки F в уравнение прямой* AC.

$$\frac{0+104}{312} = \frac{y_F}{-y_C},$$

$$y_F = \frac{-y_c}{3}.$$

- Применим формулу расстояние между точками:

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2,$$

$$BF^2 = \left(\frac{y_c}{3} + y_b\right)^2,$$

$$y_b = 156.$$

- Точка $B(0; 156)$, тогда точка $C(208; -156)$.

- Что можно найти, зная координаты вершин треугольника?

- *Можно найти стороны треугольника ABC по формуле нахождения расстояния между двумя точками.*

$$AB = \sqrt{(0+104)^2 + (0-156)^2},$$

$$AB = 52\sqrt{13},$$

$$BC = 2AB = 104\sqrt{13},$$

$$AC = \sqrt{(208 + 104)^2 + (-156 - 0)^2},$$

$$AC = 156\sqrt{5}.$$

V. Итог урока, рефлексия (1 мин)

- Сегодня мы изучили решение 24 и 26 задания методом координат. Повторим алгоритм решения данных задач.
- Домашнее задание – решить задачи на готовых чертежах. Приложение 2.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Карточки с домашним заданием (решить задачи по готовым чертежам) (рисунок А.6).

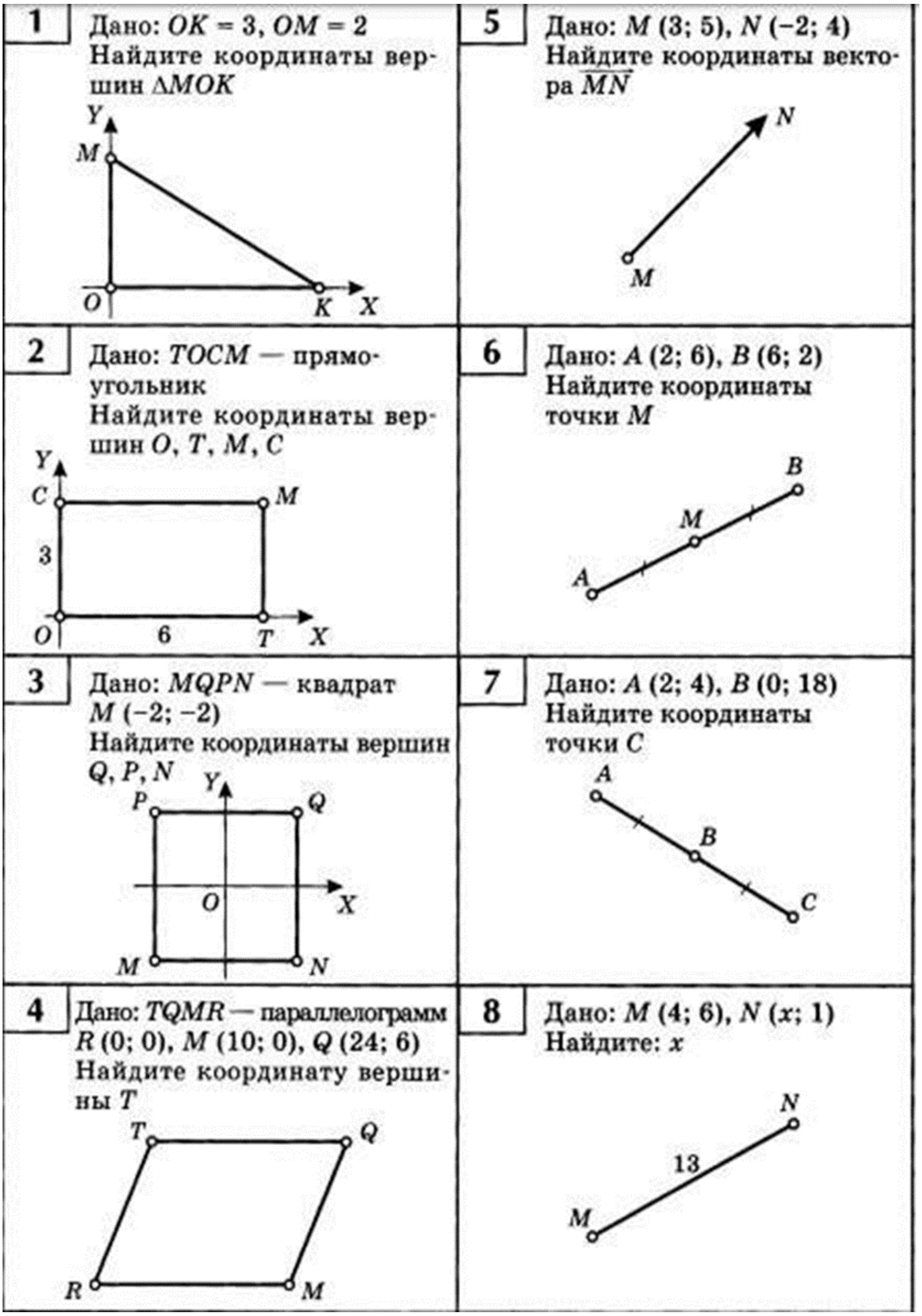


Рисунок А.6