



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-  
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ**

**Обучение старшеклассников решению математических задач с  
экономическим содержанием при подготовке к ЕГЭ**

**Выпускная квалификационная работа  
по направлению 44.04.01 Педагогическое образование  
код, направление  
Направленность программы магистратуры  
«Математическое образование в системе профильной подготовки»**

Проверка на объем заимствований:  
\_\_\_\_\_ % авторского текста

Работа \_\_\_\_\_ к защите  
рекомендована/не рекомендована

« \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.  
зав. кафедрой математики и методики  
обучения математике  
\_\_\_\_\_ Е.А. Суховиенко

Выполнил (а):  
Студент (ка) группы ЗФ-313/131-2-1  
Пиксаева Ольга Александровна

Научный руководитель:  
к.п.н, доцент

\_\_\_\_\_ Светлана Анатольевна

Севостьянова

**Челябинск  
2017**

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. ПРОБЛЕМА ФОРМИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ	7
1.1 Понятие экономической грамотности	7
1.2 Прикладные задачи как средство повышения экономической грамотности	12
1.3 Система подготовки к ЕГЭ по математике	20
2. МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ СТАРШЕКЛАССНИКОВ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ С ЭКОНОМИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ	30
2.1 Анализ результатов решения задачи 17 на ЕГЭ по математике	30
2.2 Из опыта работы по обучению решению задач с экономическим содержанием	33
2.3 Методика обучения решению задач с экономическим содержанием	39
2.4 Рабочая программа элективного курса «Решение задач с экономическим содержанием»	52
2.5 Апробация и результаты применения методики	59
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	66
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	69
ПРИЛОЖЕНИЯ	

## ВВЕДЕНИЕ

Современная экономическая обстановка в России, обусловленная глобальным экономическим кризисом, актуализирует проблему экономического воспитания подрастающего поколения. Современной России нужны люди, способные находиться в постоянном поиске путей решения экономических проблем и эффективно осуществлять экономическую деятельность. Особую роль в подготовке таких людей должна играть школа, так как современная социальная среда не позволяет учащимся осваивать на достаточном уровне экономическую культуру: экономические знания современной молодежи носят сугубо теоретизированный характер, оторванный от реальной действительности. Причем все больше осознается необходимость в формировании экономической грамотности у старшеклассников, тех, кто стоит на пороге самостоятельной жизни и которым в ближайшем будущем предстоит занять активную позицию в обществе. От экономической грамотности выпускников школы и готовности к самореализации в условиях рыночных отношений во многом будет зависеть их успешная адаптация к социально-экономическим условиям общества. Педагогический опыт воспитания молодежи убедительно свидетельствует, что основы деловых качеств личности, экономическая грамотность и культура поведения в условиях рыночной экономики закладываются и активно развиваются в школьном возрасте, следовательно, задача общеобразовательной школы состоит в том, чтобы максимально эффективно подготовить выпускника школы к вступлению в реальную экономическую деятельность и экономические отношения.

### **Противоречия:**

- возрастающие требования общества к наличию у индивидуума экономических знаний и навыков их применения на практике и

- недостаточный уровень экономических знаний и навыков решения задач с экономическим содержанием у старшеклассников;
- потребность старшеклассников в подготовке к решению задач с экономическим содержанием как теоретических, так и практических, и недостаточная научная разработанность методики их обучения решению экономических задач.

**Проблема:** Проблема обучения старшеклассников решению задач с экономическим содержанием складывается из нескольких составляющих: наличие в таких задачах большого количества терминов, неизвестных учащимся; старшеклассники плохо ориентируются в материале, изученном в 5-9 классах и необходимом для решения задач с экономическим содержанием: темы процентов, арифметической, геометрической прогрессий вызывают затруднения; предлагаемые для решения задачи являются сразу сложными. Решение этой проблемы нуждается в должном математическом и методическом обеспечении.

**Актуальность:** Жизнь настойчиво требует постепенного введения учащихся в мир практических задач финансовой математики, умения решать простейшие из них. Одной из важнейших потребностей современной школы является воспитание делового человека, компетентного в сфере социально-трудовой деятельности, а также в бытовой сфере. Сегодня жизнь настоятельно требует, чтобы выпускник имел развитое экономическое мышление и был готов к жизни в условиях рыночных отношений. Однако основные практические навыки и умения у большинства учеников сформированы на уровне, не удовлетворяющем требованиям подготовки к ЕГЭ и повседневной жизни.

**Объект:** Процесс подготовки старшеклассников к ЕГЭ.

**Предмет:** Обучение старшеклассников решению математических задач с экономическим содержанием в процессе подготовки к ЕГЭ.

**Цель:** Теоретически обосновать, разработать и апробировать

методику обучения старшекласников решению задач с экономическим содержанием.

**Гипотеза:** Разработка методики обучения старшекласников решению задач с экономическим содержанием направленной на повышение уровня экономической грамотности старшекласников, повторение математических формул и алгоритмов, необходимых для таких задач, систематизация задач от простых к сложным и освоение навыков построения математической модели задачи позволит повысить эффективность подготовки школьников к ЕГЭ.

**Задачи:**

1. Уточнить содержание понятий «экономическая грамотность» и «задача с экономическим содержанием».
2. Изучить способы подготовки старшекласников к единому государственному экзамену.
3. Проанализировать современное состояние проблемы обучения старших школьников решению задач с экономическим содержанием.
4. Разработать, теоретически обосновать и апробировать методику обучения старшекласников решению задач с экономическим содержанием.
5. Предложить научно-методические рекомендации по обучению старшекласников решению задач с экономическим содержанием при подготовке к ЕГЭ.

Для решения поставленных задач будут использованы методы педагогического исследования: теоретические (анализ психолого-педагогической, математической, научно-методической литературы, школьных стандартов и учебных пособий по проблеме исследования); эмпирические (наблюдение за деятельностью школьников в учебном процессе; тестирование учащихся; диагностическая беседа, анкетирование); статистические (обработка результатов педагогического

эксперимента, их количественный и качественный анализ).

Теоретические и методические положения в области обучения школьников решению задач, в том числе с математическим содержанием, а также формирования экономической грамотности, содержат работы таких авторов, как Аменд А. Ф., Иоффе А., Фридман Л.М., Логинова В. В. , Михеева С. А., Монгуш А.С., Танова О.Н., Шестаков С.А., Яценко Н.Е. и другие.

Информационной базой исследования послужили нормативные и законодательные акты Российской Федерации, труды отечественных учёных по данной тематике, научные публикации, материалы периодических изданий.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованной литературы и приложений.

Во введении обоснована актуальность темы исследования, определены объект, цель, гипотеза, задачи. В первой главе «Проблемы формирования экономической грамотности школьников» проведен анализ современных взглядов педагогов – ученых и практиков – на проблему исследования. Во второй главе «Методика обучения старшеклассников решению задач с экономическим содержанием» обоснована структура и содержание методики обучения старшеклассников решению задач с экономическим содержанием, представлены результаты проверки эффективности разработанной методики. В заключение диссертации обобщены результаты исследования.

# 1 ПРОБЛЕМА ФОРМИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ

## 1.1 Понятие экономической грамотности

Становление рыночной экономики в нашей стране, снижение потребности в неквалифицированных рабочих, возрастающие требования работодателей к профессиональным качествам специалистов, требования общества к наличию у индивидуума экономических знаний и навыков их применения на практике актуализируют вопрос о повышении экономической и финансовой грамотности населения.

Экономическая грамотность становится одним из основных критериев развития конкурентоспособной личности и успешной адаптации обучаемого в современной социально-экономической ситуации. Запросы государства к подготовке компетентных специалистов перекликаются с требованиями общества к воспитанию делового, конкурентоспособного человека, имеющего развитое экономическое мышление и подготовленного к жизни в условиях рыночной экономики. Изложенные обстоятельства определяют актуальность вопросов, связанных с повышением экономической грамотности школьников и делают проблему усиления прикладной направленности, то есть связи содержания и методики обучения математики с ее применением для решения практических задач, одним из важнейших направлений модернизации математического образования в школе.

Авторы книги «Ипотека и уравнения. Математика в экономике» Л. Арताल и Ж. Салес отмечают, что «При изучении экономического роста и развития используются уравнения и системы уравнений, функции, алгоритмы, графики, матричное исследование и т.д.... Развитие экономики как науки сопровождается использованием все более сложных

математических методов. Именно поэтому хорошая математическая подготовка стала одним из обязательных условий обучения [17, с. 67]».

В официальных документах и в литературе можно встретить как понятие «финансовая грамотность», так и «экономическая грамотность». Рассмотрим определение и содержание этих понятий, чтобы определить, одинаковы ли они по своей сути и выбрать определение, наиболее соответствующее цели и задачам исследования.

Существуют различные подходы к определению финансовой грамотности. В России одно из первых определений финансовой грамотности «как знания о финансовых институтах и предлагаемых ими продуктах, а также умения их использовать при возникновении потребности и понимание последствий своих действий» было сформулировано специалистами национального агентства финансовых исследований (НАФИ) в 2008 году. Это определение в последствии использовалось в большинстве исследований финансовой грамотности в нашей стране [37].

В Концепции программы повышения уровня финансовой грамотности населения РФ это понятие трактуют как способность граждан [7]:

- эффективно управлять личными финансами;
- осуществлять учет расходов и доходов домохозяйства и осуществлять краткосрочное и долгосрочное финансовое планирование;
- оптимизировать соотношение между сбережениями и потреблением;
- разбираться в особенностях различных финансовых продуктов и услуг (в том числе инструментов рынка ценных бумаг и коллективных инвестиций), иметь актуальную информацию о ситуации на финансовых рынках;
- принимать обоснованные решения в отношении финансовых



продуктов и услуг и осознано нести ответственность за такие решения;

- компетентно планировать и осуществлять пенсионные накопления.

Приведенные определения, сформулированные в рамках социологических исследований, отвечают потребностям именно этих исследований и не могут использоваться как универсальные.

Для целей сравнения понятий экономической и финансовой грамотности, финансовую грамотность можно определить, как способность человека решать возникающие финансовые вопросы в реальной жизни и умение распоряжаться имеющимися денежными средствами. Обратимся теперь к определениям экономической грамотности.

В «Толковом словаре обществоведческих терминов» Н.Е. Яценко экономическая грамотность трактуется как «уровень экономических знаний, умений и навыков, а также личностных качеств человека, позволяющих ему сознательно участвовать в хозяйственной деятельности общества [56, с. 462]».

В словаре Вишняковой С.М. «Ключевые понятия, термины, актуальная лексика» содержится следующее определение: «Экономическая грамотность – это готовность к участию в экономической деятельности, состоящая в знаниях теоретических основ хозяйственной деятельности, понимания природы экономических связей и отношений, в умении анализировать конкретные экономические ситуации [21, с. 485]».

Доктор педагогических наук, профессор МГПУ Иоффе А. под экономической грамотностью понимает «успешность приобретения, углубления, расширения экономических знаний и умений на базовом образовательном уровне и их воздействие на формирование качеств, помогающих ориентироваться в экономической жизни общества, реализуя свои интересы и согласуя их с интересами окружающих людей [27]».

Другие авторы, например Михеева С.А., Ступникова О.Е., Гукасова Н.Р. [35, 48], полностью повторяют определение из словаря Вишняковой С.М.

Обобщая приведённые определения, под термином «экономическая грамотность» в нашем исследовании понимается спектр понятий, информации и знаний из экономической области, а также обладание навыками решения практических задач, главным образом в потребительской сфере.

Таким образом, несмотря на разницу понятий «экономика» и «финансы», (экономика – это хозяйственная деятельность общества, а также совокупность отношений, складывающихся в системе производства, распределения, обмена и потребления; финансы – это как совокупность экономических отношений, возникающих в процессе формирования, распределения и использования централизованных и децентрализованных фондов денежных средств) в изученной нами научной литературе термины «экономическая грамотность» и «финансовая грамотность» подразумевают знания и навыки, позволяющие человеку решать различные жизненные задачи, связанные с деньгами, их распределением и использованием.

Исходя из отсутствия разграничения понятий экономической и финансовой грамотности в российской практике и того, что, на наш взгляд, «экономика» – более широкое понятие, чем финансы, в работе используется термин «экономическая грамотность».

Экономическая грамотность становится особенно необходимой в настоящее время, когда в России активно развивается рынок финансовых услуг, рынок страхования, интернет-банкинг, виртуальные валюты.

К необходимым в повседневной жизни навыкам можно отнести умение делать экономически обоснованный выбор товаров (услуг), умение планировать и составлять бюджет. Для работодателей важно наличие у

потенциального работника профессиональных экономических компетенций. Невозможно предсказать все аспекты использования математики в жизни и профессиональной деятельности учеников [41].

В работах А.Ф. Аменда по совершенствованию экономического воспитания учащихся в общеобразовательной школе основной акцент делается на общественно-значимых экономических нормах, мотивах экономической деятельности, воспитании у школьников ответственности, бережливости и трудолюбия.

«Экономическое воспитание призвано решить следующие задачи [16, с. 6–7]:

- воспитать у учащихся экономическое, сознательное отношение к продуктам труда, материальным ценностям и окружающей природе;
- сформировать умение соизмерять свои потребности с экономическими возможностями их удовлетворения;
- воспитать у учащихся чувство долга, непримиримости к расточительству, бесхозяйственности, умение ценить время, рационально использовать его;
- сформировать умение вести поиск наиболее рациональных форм организации своего труда, умение анализировать полученные трудовые результаты;
- подготовить учащихся к эффективному, качественному труду в любой сфере трудовой деятельности;
- воспитать бережливость, экономность, экономическую расчетливость, деловитость, организованность, дисциплинированность, предприимчивость;
- воспитать у учащихся высокую экономическую культуру, современное экономическое мышление».

Итак, под экономической грамотностью в нашем исследовании понимается спектр понятий, информации и знаний из экономической

области, а также обладание навыками решения практических задач, главным образом в потребительской сфере. Экономическая грамотность, то есть способность адекватного восприятия экономической ситуации в стране, в мире, правильного выстраивания своих отношений с будущим работодателем, коллегами, государственными и коммерческими экономическими структурами умение рационально распределять и использовать ресурсы, соизмерять потребности с экономическими возможностями, является необходимым условием воспитания социально активной конкурентоспособной личности, стремящейся к повышению уровня жизни, а, следовательно, к повышению благосостояния общества.

## **1.2 Прикладные задачи как средство повышения экономической грамотности**

Становление рыночной экономики в нашей стране, снижение потребности в неквалифицированных рабочих, возрастающие требования работодателей к профессиональным качествам специалистов, требования общества к наличию у индивидуума экономических знаний и навыков их применения на практике актуализируют вопрос о повышении экономической и финансовой грамотности населения.

Мы ежедневно слышим с экранов телевизоров такие слова как инфляция, котировки валют, ипотека, банковский процент, депозит и др., а с кредитами и ссудами не понаслышке знакома большая часть населения России. Тем не менее, большинство россиян, в том числе школьников, не до конца понимают значение экономических терминов и действие экономических законов, не имеют представления о планировании бюджета, или выборе финансовых инструментов для накопления и приумножения денежных средств.

Согласно концепции долгосрочного социально-экономического

развития Российской Федерации на период до 2020 года, «Стратегическая цель государственной политики в области образования – повышение доступности качественного образования, соответствующего требованиям инновационного развития экономики, современным потребностям общества и каждого гражданина...Одной из задач в области образования является развитие образования, неразрывно связанного с мировой фундаментальной наукой, ориентированного на формирование творческой социально ответственной личности [5]».

Федеральная целевая программа развития образования на 2016-2020 годы утверждает, что «Целью Программы является обеспечение условий для эффективного развития российского образования, направленного на формирование конкурентоспособного человеческого потенциала [6]».

Потребность государства в повышении финансовой грамотности граждан отражена в Стратегии повышения финансовой грамотности в РФ на 2017-2023гг. [7]:

«Целью Стратегии является создание основ для формирования финансово грамотного поведения населения, как необходимого условия повышения уровня и качества жизни граждан, в том числе за счет использования финансовых продуктов и услуг надлежащего качества.

Для достижения поставленной цели стратегии предполагается решение следующих задач:

- повышение охвата и качества финансового образования и информирования населения в данной области, а также обеспечение необходимой институциональной базы и методических ресурсов образовательного сообщества;
- разработка механизмов взаимодействия государства и общества, обеспечивающих повышение финансовой грамотности населения, в том числе в части информирования о правах потребителей финансовых услуг и способах их защиты, а также формирования

социально ответственного поведения участников финансового рынка;

- подготовка граждан к жизни в старости».

В стандарте среднего (полного) общего образования по математике говорится, что ученик должен знать/понимать математические методы для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретировать результаты, учитывать реальные ограничения [2, с. 85]. Должен уметь: использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов [2, с. 90].

Для участия в экономической жизни и обеспечения возможности повышения уровня жизни человек должен иметь представление о банковских инструментах и финансовых услугах, иметь доступ и этим услугам и знание о том, как ими пользоваться с наибольшей для себя выгодой.

Однако обучение финансовой грамотности без обучения математической культуре и грамотности не имеет смысла. Для использования финансовых продуктов и услуг человеку необходимо владеть знаниями и умениями в области математики такими, как составление пропорций, вычисление процентов, чтение и понимание графиков.

Изложенные обстоятельства определяют актуальность вопросов, связанных с повышением экономической грамотности школьников и делают проблему усиления прикладной направленности математики одним из важнейших направлений развития школьного математического образования. Задачей современной школы является подготовка учащихся к успешной социальной и профессиональной адаптации в условиях рыночной экономики, и экономическая грамотность становится одним из

основных критериев развития конкурентоспособной личности, приспособленной к самостоятельной жизни.

Прикладная направленность изучения предметов школьного курса стирает границы между предметами и даёт возможность продемонстрировать ученикам целостность окружающего мира и изучаемых предметов, позволяет заинтересовать детей, вызывает более осмысленное, личностно значимое восприятие информации, что в итоге приводит к гармоничному и всестороннему развитию личности.

О необходимости усиления прикладной направленности преподавания предметов в школе также говорится в Концепции развития образования РФ [6]. Кроме того, усиление прикладной направленности обучения старшеклассников согласуется и с психологическими особенностями развития ребёнка. Для учеников старших классов средней школы изучаемые предметы являются необходимой базой для дальнейшего обучения, а также могут помочь в выборе будущей профессии. Старшеклассники обычно сосредотачивают усилия на предметах, изучение которых они продолжают в ВУЗе, либо тех, которые будут иметь практическое применение в его дальнейшей жизни. Поэтому демонстрация практического использования материала, изучаемого на уроках, позволит указать на его важность и улучшить концентрацию учащихся на его восприятии.

Прикладной направленностью изучения математики в школе занимались такие учёные, как Ю.М. Колягин, В.В. Пикан, Г.В. Дорофеев, И.М. Шапиро, Н.А. Терешин и другие.

В учебном пособии «Практико-ориентированное обучение математике в школе» М.В. Егуповой содержится анализ определения «прикладная направленность обучения». Автор приводит определение Ю.М. Колягина и В.В. Пикана, которые пишут, что «Прикладная направленность обучения математике состоит в ориентации содержания и

методов обучения на применение математики в технике и смежных науках, в профессиональной деятельности, в сельском хозяйстве и в быту» [26, с. 43].

Также в учебном пособии содержатся еще несколько определений, согласующихся с приведенным выше.

Однако мы согласны с автором, которая поддерживает позицию с Г.В. Дорофеева, считающего, что термин «прикладной» в рамках школьного курса математики следует понимать иначе, нежели в науке. «Если определенный математический аппарат применяется для достижения некоторых конкретных целей, стоящих перед учащимися, то уже можно считать, что этот аппарат имеет для них прикладное значение, т.е. приносит им вполне практическую пользу». Под прикладной направленностью тогда понимается обучение применению математического аппарата, как в самом курсе математики, так и в других дисциплинах с использованием методов и приемов, характерных для деятельности в области применения математики [26, с. 44].

В свете определения, данного «прикладной направленности» математики, рассмотрим встречающиеся в литературе определения термина «прикладная задача». В педагогической литературе можно найти различные подходы к трактовке данного понятия.

Например, Н.А. Терешин даёт следующее определение прикладной задачи: «задача, поставленная вне математики и решаемая математическими средствами» [49, с. 7].

По мнению А.Б. Дмитриевой, под прикладной задачей следует понимать «задачу, описывающая реальную или приближенную к реальной ситуацию и решаемая математическими методами» [25, с. 13].

В книге для учителя И.М. Шапиро мы находим такое определение: «Под математической задачей с практическим содержанием (задачей прикладного характера) мы понимаем задачу, фабула которой раскрывает



приложения математики в смежных учебных дисциплинах, знакомит с её использованием в организации, технологии и экономике современного производства, в сфере обслуживания, в быту, при выполнении трудовых операций» [53, с. 5].

На наш взгляд, определение, предлагаемое Н.А. Терешиним, является самым точным и ёмким из всех, так как отражает сущность «прикладной» задачи – использование средств и методов математики для решения задач, поставленных в рамках других наук: биологии, химии, физики, экономики и так далее.

Частным случаем прикладной задачи (или задачи с практическим содержанием) являются задачи с экономическим содержанием.

Н.В. Вахрушева в учебном пособии по финансовым вычислениям утверждает, что «В результате решения таких задач у учащихся формируется представления по применению математических знаний в освоении новых понятий, связанных с экономическими задачами определённого вида, повышается уровень вычислительных навыков и алгоритмической культуры, аккуратность и точность в расчетах [19, с.16]».

Многие авторы в последние годы стали уделять внимание применению задач с экономическим содержанием для формирования экономической грамотности и воспитания экономической культуры. Например, в статье Логиновой В.В. отмечается тенденция введения экономического образования в базисные планы средней школы, притом, что отсутствуют учебные пособия по экономике, в которых содержатся математические методы анализа экономических моделей. Подчеркивается важность математического аппарата для более успешного внедрения экономического образования в школьную программу, а также необходимость построения прикладного курса, базирующегося на учебных программах по математике, со специально подобранными дидактическими материалами, имеющими экономическое содержание [31].

Эти тезисы проиллюстрированы некоторыми задачами из общего курса математики, которые можно трансформировать в экономические задачи. Такие задачи можно вводить уже в 5 классе при изучении темы процентов. Изучение функций, уравнений и неравенств в школьном курсе математике предоставляет много возможностей для решения задач прикладного экономического характера. Анализ графиков функций, нахождение точек экстремума функций позволит решать экономические задачи на нахождение максимума прибыли, оптимального объема производства и т.д.

В статье Далингера В.А. подчеркивается значение прикладных математических задач с экономическим содержанием как средства профориентации учащихся и приводятся примеры таких задач по различным разделам математики: уравнения и системы линейных уравнений, векторы на плоскости и в пространстве, прямая и плоскость в пространстве, элементы линейного программирования, дифференциальное исчисление, элементы теории вероятностей [24].

Итак, экономическая грамотность и экономическое мышление формируются не только при изучении курса экономики, но и на основе других предметов, изучаемых в школе, таких, как история, география, обществознание. Математике отводится особая роль в постижении экономической науки. Это связано с тем, что значительная часть экономических процессов и задач поддается моделированию и анализу с помощью математического аппарата. Изучение экономики с помощью прикладных задач на уроках математики позволит продемонстрировать практическую значимость математики и вместе с тем освоить элементы экономической теории, необходимые ученикам.

В настоящее время, когда возрастают требования государства и общества к воспитанию конкурентоспособной личности, умеющей адаптироваться к меняющимся условиям жизнедеятельности, социально

активной и компетентной в трудовой сфере, а слова «кредит», «кредитная карта», «ипотека», «вклад», «банковские проценты» не понаслышке знакомы большинству российских семей, использование задач с экономическим содержанием на уроках математики позволит продемонстрировать учащимся практическую значимость математики и одновременно подготовить их к финансовым задачам, диктуемым жизнью.

Обучение школьников решению задач с экономическим содержанием на уроках математики важно для всех категорий учащихся, в том числе и для тех, чья профессия в дальнейшем не будет связана с математикой, так как знание основ экономики и умение решать простейшие задачи финансовой математики пригодятся каждому из учеников.

Использование прикладных задач с экономическим содержанием позволит сформировать у учащихся некоторые представления об экономике страны и её месте в мировой экономике, даст возможность изучить экономические термины, встречаемыми в задачах и в жизни и лучше понять их.

Формирование у учащихся требуемых экономических знаний позволит усилить прикладную составляющую математического образования, даст ученикам представление о возможностях и необходимости применения математики на практике.

Кроме практической значимости задач с экономическим содержанием, обучение их решению играет большую роль при подготовке к ЕГЭ. Это обусловлено несколькими причинами.

Во-первых, как отмечалось выше, к задачам с экономическим содержанием относятся не только задачи, содержащиеся в задании №17. Даже первое задание может оказаться задачей прикладной направленности, содержащей проценты.

Во-вторых, для решения задач с экономическим содержанием

требуется знание не только процентов, но и многих других разделов алгебры: уравнения, неравенства, системы уравнений, арифметическая и геометрическая прогрессия, производная и её применение, графики функций, интеграл.

Таким образом, важность обучения старшеклассников решению математических задач с экономическим содержанием не вызывает сомнений. Решение таких задач позволит продемонстрировать практическую значимость математики, обеспечит понимание учащимися сути процессов, происходящих в экономике страны и мира, а также позволит решить одну из задач, стоящих перед образованием на современном этапе его развития – воспитание самостоятельной, конкурентоспособной личности, способной решать различные жизненные задачи. Также следует отметить значимость математических задач с экономическим содержанием для мотивирования школьников на изучение экономических приложений математики, формирования у учащихся интереса к профессиям, связанных с финансово-экономической сферой деятельности.

### **1.3 Система подготовки к ЕГЭ по математике**

После распада СССР и перехода России к рыночной экономике, в связи с кардинальным изменением политической, экономической и социальной сфер в стране начался также процесс реформирования образования, поиск замены советской образовательной системе. Система российского образования претерпела разительные перемены в конце 1990 х – начале 2000-х годов. Значительную роль в трансформации постсоветского образования и формировании новой системы образования в России сыграл Болонский процесс – процесс, направленный на создание единого образовательного пространства в Европе.

В 2003 году Россией была подписана Болонская декларация, призванная воплотить в жизнь принципы Болонского процесса для обеспечения соответствия образования, получаемого в российских ВУЗах, образованию развитых европейских стран. Подписание Болонской декларации внесло ряд изменений в систему высшего образования: деление высшего образования на ступени – бакалавриат, магистратура, вместо одноступенчатого образования специалиста; введение аспирантуры в общую систему высшего образования; введение образовательных стандартов и так далее.

Необходимым условием процесса реформирования было введение новых способов оценки знаний учащихся. Автором идеи Единого государственного экзамена (ЕГЭ) стал В. М. Филиппов – министр образования РФ с сентября 1998 года по март 2004 года. Именно при нем началось масштабное преобразование образовательной системы РФ – присоединение к Болонскому процессу.

ЕГЭ – это форма выпускного экзамена в России. Экзамен проводится централизованно в средних учебных заведениях РФ и его результаты являются вступительным испытанием для поступления в высшие учебные заведения (ВУЗы). ЕГЭ был введен в России в 2001 году в соответствии с постановлениями Правительства Российской Федерации от 16.02.2001 № 119 «Об организации эксперимента по введению единого государственного экзамена» [3]. Предпосылками для введения ЕГЭ послужили необходимость изменения способов проверки знаний выпускников, повышение эффективности подготовки к поступлению, борьба с коррупцией при поступлении в ВУЗы, обеспечение возможности поступления в лучшие учебные заведения выпускам различных школ, в том числе провинциальных.

Министерством образования и науки в 1999 году был создан Федеральный центр тестирования, который разработал технологию и

методику проведения ЕГЭ, а также шкалу результатов. Эксперимент по введению ЕГЭ в России обеспечивали два постановления Правительства РФ: «Об организации эксперимента по введению единого государственного экзамена» от 16 февраля 2001 года №119 [3] и «Об участии образовательных учреждений среднего профессионального образования в эксперименте по введению единого государственного экзамена» от 5 апреля 2002 года № 222 [4].

С 1 января 2009 года вступили в силу поправки в Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» от 29 декабря 2012 года №273-ФЗ (ред. от 29.07.2017) [1] – п. 13, ст. 59, согласно которым ЕГЭ становится обязательным для всех выпускников и является основной формой вступительных экзаменов в ВУЗы.

Проведение ЕГЭ регламентируется приказом Минобрнауки России от 26.12.2013 №1400 «Об утверждении Порядка проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования» [9]. Русский язык и математика являются обязательными предметами для всех выпускников при проведении государственной итоговой аттестации.

ЕГЭ по математике направлен на контроль сформированности математических компетенций, предусмотренных требованиями Федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования по математике [2].

Начиная с 2015 года ЕГЭ, разделён на два уровня – базовый и профильный. При общем сокращении числа выбравших профильный уровень выросла доля получивших 80–100 баллов (2016 г. – 2,8%, 2017 г. – 3,3%) и 60–100 баллов (2016 г. – 29%, 2017 г. – 31%), что говорит о более качественной подготовке школой обучающихся на специальности, где экзамен по математике является профильным. Более того, выросло и абсолютное количество получивших 80-100 баллов - с 17,8 до 18,6 тысяч

человек. В 2017 году 100 баллов получили 224 участника экзамена по математике профильного уровня (в 2016 году 296 участников) [58, с. 6].

Контрольные измерительные материалы разрабатываются согласно приказу Минобрнауки от 17 декабря 2013 г. № 1274 «Об утверждении Порядка разработки, использования и хранения контрольных измерительных материалов при проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования и порядка разработки, использования и хранения контрольных измерительных материалов при проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования» [8].

Федеральный институт педагогических измерений каждый год публикует «Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ отчётного года по математике» [57]. В этом издании проводится анализ результатов ЕГЭ текущего года и краткая характеристика заданий.

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки (Рособрнадзор) ежегодно публикует на своем официальном сайте или сайте организации, уполномоченной в установленном законодательством Российской Федерации порядке, в информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» информационные материалы о структуре и содержании КИМ и демонстрационный вариант КИМ по каждому учебному предмету [10].

С публикацией «Демонстрационного варианта контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена» на предстоящий учебный год начинается работа учеников и учителей по подготовке к ЕГЭ. И выпускники, и учителя заинтересованы в получении наилучших результатов на экзамене, поэтому каждый из педагогов ищет и старается использовать в своей работе наиболее эффективные приемы и

методы для подготовки своих учеников к итоговой аттестации.

При подготовке диссертации нами было изучено большое количество литературы для подготовки к единому государственному экзамену по математике, публикуемой как для учителей, так и для учащихся старших классов. Ежегодно публикуются сборники заданий с ЕГЭ предыдущего года, например, «ЕГЭ 2017. Математика. 30 вариантов. Профильный уровень» под редакцией В. И. Яценко [58], пособие Лаппо Л. Д. «ЕГЭ 2017. Математика. Профильный уровень. Тематические тренировочные задания», издания серии «ЕГЭ. Высший балл» – учебные пособия Лаппо Л. Д., Ериной Т.М.

Также издаются учебные материалы, содержащие методические рекомендации для учителей, как написанные практикующими репетиторами и учителями математики из разных школ, например «ЕГЭ-2015 по математике. Полный курс подготовки» Анны Малковой – репетитора и ведущей курсов «ЕГЭ на 100 баллов» [32], «Метод подготовки к ЕГЭ по математике «Блиц-ЕГЭ (ОГЭ)»» Сальниковой Н.В. – учителя математики московской гимназии 1576 [44], «Пособие по математике для подготовки к ЕГЭ 2017» Голубева А.А., Спасской Т.А [22], так и разработанные коллективом разработчиков КИМ ЕГЭ в составе Яценко И.В., Шестакова С.А. и др. «Я сдам ЕГЭ! Математика. Модульный курс. Методика подготовки» [59].

В методических пособиях для учителей предлагаются различные приёмы, разработанные преподавателями исходя из своего опыта работы с учениками и выявленных ими проблем. Так, Н.В. Сальникова в своём методе «Блиц-ЕГЭ» обращает внимание на неумение учащихся переключаться с заданий одного типа на задания другого, а также на проблему с контролем затрачиваемого на решение времени. Для решения этих проблем автор предлагает проводить уроки подготовки к ЕГЭ в формате «Блиц», то есть в течение 45 минут ученики решают задания семи



типов из базового уровня ЕГЭ по три-пять заданий на каждую тему, причём на каждый из типов заданий отводится строго пять минут. Использование этого метода позволяет учителю наблюдать за процессом решения заданий, выявить темы, требующие повторения, а также выработать в учениках уверенность в собственных силах при решении заданий базового уровня [44].

В учебном пособии Ященко И.В., Шестакова С.А. «Я сдам ЕГЭ!» материал разбит на четыре модуля: «Базовые навыки», «Алгебра», «Функции», «Геометрия», содержащие определённое число парных уроков. Первый из двух уроков посвящается повторению понятий и методов решения заданий, второй направлен на отработку и закрепление навыков. В этом пособии авторы заостряют внимание на тех моментах, которые могут вызвать трудности у учащихся в каждом из типов заданий, а также указывают способ преодоления затруднений. Пособие может быть полезно как учителям в качестве дополнительного материала для работы с учащимися, так и самим ученикам, стремящимся получить высокий балл на ЕГЭ по математике, но имеющим некоторые пробелы в знаниях [59].

В пособии для подготовки, разработанном Анной Малковой, рассмотрены графики, различные виды текстовых задач, задания из теории вероятностей, логарифмы, тригонометрия, и другие разделы ЕГЭ. В каждом из разделов разобраны ключевые моменты соответствующих заданий, содержатся подсказки для облегчения понимания и запоминания методов решения, то есть доступность изложения материала, и наличие в нём приёмов решения различных заданий делают это пособие полезным как для учеников, готовящихся самостоятельно, так и для учителей [32].

Кроме того, издательство «Легион» подготовило комплекс учебных пособий для подготовки к ЕГЭ по математике, включающий такие книги, как «Тематический тренинг», «Базовый уровень», «Профильный уровень», «Тренажёр: базовый и профильный уровни», «Большой справочник для

подготовки к ЕГЭ» и так далее.

Анализ печатных изданий для подготовки к ЕГЭ, а также таких Интернет-ресурсов, как «Решу ЕГЭ», Сайт Федерального Института Педагогических Измерений, «Математика. Проект ЕГЭСДАМ Сергея Смирнова», «Математика. Проект Павла Бердова» и другие, показал, что как учебные пособия, так и различные сайты содержат, главным образом краткий математический справочник, типовые примеры и тестовые задания из ЕГЭ прошлых лет. Несмотря на то, что материал в бумажных и электронных пособиях выстроен определенным образом, систематизирован согласно школьному курсу математики, содержит решения заданий для каждого из разделов и некоторые методы и приёмы решения, эти вспомогательные материалы будут бесполезны без использования целостной технологии подготовки, включающей приёмы, направленные на лучшее усвоение и запоминание материала, а также учитывающей особенности заданий из ЕГЭ.

Решение вариантов ЕГЭ предыдущих лет будет полезно как тренировка выполнения заданий на скорость, однако бесперспективно как способ формирования устойчивого способа действий при решении определенных задач. Запомнить решение всех заданий невозможно – ведь их так много и они такие разные. Поэтому старшеклассникам необходимо повторять материал из курса математики, используемый в итоговой аттестации, параллельно осваивая основные подходы и приемы решения заданий.

Для подготовки к ЕГЭ по математике старшеклассники могут выбрать один из следующих вариантов:

- готовиться к экзамену самостоятельно, используя печатные и Интернет-ресурсы, видео-уроки, банки задач;
- заниматься подготовкой к ЕГЭ при участии учителя математики в школе;

- записаться на подготовительные курсы, проводимые при различных учебных заведениях либо «онлайн»;
- воспользоваться услугами репетитора.

Самостоятельная подготовка подходит весьма ограниченному количеству учеников, так как требует от учащегося как обладания математическими способностями, позволяющими освоить любую тему и разобраться с заданиями, так и организованности для выделения достаточного времени на занятия и верного распределения нагрузки.

Занятия математикой с помощью школьного учителя предполагают ограниченность возможного времени проведения занятий, а также недостаток внимания, уделяемого каждому из учеников в связи с большой численностью групп. То есть при занятиях с помощью учителя в школе значительный упор также делается на самостоятельную работу учащегося. Такой вид подготовки может быть полезен тем старшеклассникам, кто достаточно хорошо разбирается в математике и нуждается в небольшой поддержке и помощи в направленности и систематизации занятий.

Подготовительные курсы могут стать наилучшим из возможных вариантов. Обычно их стоимость значительно ниже стоимости индивидуальных занятий с репетитором и, в то же время, их программы достаточно проработаны и нацелены на результат. Онлайн-курсы удобны своей доступностью в любое время и из любого места, нужно лишь выбирать те из них, которые разработаны опытными педагогами.

Услуги репетитора требуют поиска хорошего специалиста, а также отличаются высокой стоимостью, то есть доступны не каждой семье.

Каждый из учителей, преподавателей курсов или репетиторов стремится организовать процесс подготовки к ЕГЭ таким образом, чтобы изучение материала было наиболее эффективным, и ученики показывали лучшие результаты при тестировании. Для достижения высоких результатов применяются различные приемы, методы и формы обучения.

Для организации уроков подготовки к ЕГЭ в школе могут использоваться различные формы обучения: фронтальная (учитель работает со всем классом, ученики одновременно выполняют одинаковую для всех задачу), групповая (класс разбивается на группы, и учитель занимается с каждой из групп в отдельности, либо дает каждой группе своё задание), индивидуальная (дополнительное занятие, консультация, индивидуальное задание).

Методология подготовки к ЕГЭ обычно базируется на следующих принципах [23, с. 14]:

- использование принципа спирали, подразумевающего решение задач от простых к сложным. Такой подбор однотипных заданий разной степени сложности позволяет изучить и усвоить подходы к решению заданий данного типа.
- построение логически взаимосвязанной системы, когда решение одних задач подготавливает к решению последующих;
- решение комплексных тестов ЕГЭ после разбора различных способов решения основных заданий и применения их при решении задач любой сложности;
- проведение тренировочных тестов в режиме ограниченного времени, что поможет будущим выпускникам научиться контролировать затрачиваемое на выполнение заданий время и позволит чувствовать себя увереннее во время сдачи ЕГЭ.

Опираясь на вышеприведенные принципы, учитель может разработать собственную систему подготовки учеников, выбирая наиболее эффективные способы и приёмы обучения.

Приёмов обучения существует великое множество, их выбор может зависеть от изучаемого раздела, подготовленности учеников и их нацеленности на результат, и так далее. Например, изучение геометрии требует большой наглядности, целесообразно использовать презентации,

плакаты, объемные модели, а также уделять много внимания построению чертежей. Для запоминания формул можно использовать логические связи, ассоциации, мнемонические правила. Формулы удобнее запоминать группами, знакомясь с доказательством части из них. Часто учителя советуют ученикам завести собственный математический справочник и записывать в него необходимые формулы, таблицы, графики, так как сочетание двигательной (при записывании материала) и зрительной (при его прочтении) памяти является отличным инструментом запоминания и заучивания.

Большое значение при подготовке имеет использование учителем устных упражнений на вычисление, преобразование выражений для повторения таблицы умножения, различных формул, отработки навыков быстрого решения несложных задач мысленно. Выполнение устных заданий позволяет повышать скорость вычислительных операций и даёт возможность попутно повторять изученный ранее материал.

Так как итоговая аттестация – это серьёзное испытание, которое проводится в строгих условиях и ограничено по времени, большое значение для его успешного преодоления имеет также психологическая подготовка. Будущему выпускнику стоит ознакомиться с советами психологов при подготовке к сдаче экзамена.

Из вышесказанного становится очевидным, что основным условием успешной сдачи ЕГЭ является систематичность и методичность подготовки.

## 2 МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ СТАРШЕКЛАССНИКОВ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ С ЭКОНОМИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ

### 2.1 Анализ результатов решения задачи 17 на ЕГЭ по математике

Начиная с 2015 года, в ЕГЭ по математике появилась задача, которую называют «задачей с экономическим содержанием». В спецификации КИМ ЕГЭ 2018 года [12] и кодификаторе элементов содержания КИМ по математике [10] можно увидеть, что задача направлена на проверку умения использовать приобретенные математических знаний в практической деятельности и повседневной жизни. У учащихся при этом проверяется умение выполнять действия с целыми и рациональными числами, с дробями, со степенями с натуральным показателем, знаний и умений обращаться с процентами, в том числе и сложными «банковскими» процентами.

На сайте Федерального института педагогических измерений (ФИПИ) в разделе «Аналитические и методические материалы» размещаются методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ. В методических рекомендациях на основе результатов ЕГЭ по математике за 2016 год отмечается, что «В 2016 году произошел заметный рост выполнения заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (ненулевой балл получили свыше половины участников): ... практико-ориентированного задания 17 – решение текстовой задачи с экономическим содержанием (2015 г. – 2,3%, 2016 г. – 13%). Эти изменения свидетельствуют о качественном обучении математике в старшей школе и более четкой подготовке к обучению в вузе».

Однако в аналитических записках отдельных регионов указывается, что правильно решили эту задачу менее 1% экзаменуемых [18]. Так как в

аналитических данных ФИПИ указывается лишь процент участников экзамена, получивших ненулевые баллы, можно сделать вывод, что максимальный балл за это задание получили около 1% выпускников не только в отдельных регионах, но и по всей стране.

Содержание КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня в 2017 году не претерпело значительных изменений по сравнению с предыдущим годом. Небольшие изменения были произведены в заданиях второй части для лучшего соответствия общей трудности КИМ целевой группе учеников, сдающих экзамен профильного уровня. В частности, был несколько расширен круг сюжетов задания 17 (практико-ориентированной задачи с экономическим содержанием).

Анализ результатов ЕГЭ по математике 2017 года [57] показал, что участники экзамена успешно справились с выполнением первых шести заданий базового уровня – число решивших эти задания выше 70%. Задания этого блока включали в себя следующее предметное содержание: действия с целыми числами; табличное и графическое представление данных, чтение диаграмм и применение математических методов для решения содержательных задач из практики; вычисление площадей треугольника и трапеции, длин отрезков, углов геометрических фигур; вычисление вероятности события, решение показательных, логарифмических, иррациональных, рациональных уравнений.

Первые шесть заданий проверяли способность учеников применять приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни; выполнять действия с геометрическими фигурами; исследовать простейшие математические модели; решать уравнения.

Задачи, условие которых связаны с товарно-денежными отношениями, производством товаров и услуг, минимизацией расходов или максимизацией прибыли и другими подобными вопросами, можно отнести к задачам с экономическим содержанием. И такие задачи

встречаются в числе первых заданий различных вариантов ЕГЭ. Так, в одном из реальных вариантов ЕГЭ от 2 июня 2017 года содержалось следующее задание [57]: «Задание 1. Цена на электрический чайник была повышена на 25% и составила 1625 рублей. Сколько стоил чайник до повышения цены?»

Около 87% участников выполнили это задание. Типичные ошибки при выполнении этого задания были связаны с неумением «читать» условие задачи (недостаточным пониманием смысла текстовых задач) либо с непониманием процентов. Примерно 6% участников ЕГЭ, выполнявших первое задание, посчитали, что «если цена была повышена на 25%, то для нахождения старой цены нужно новую цену понизить на 25%»; ещё около 0,5% участников «прочитали», что 25% – это 1625 рублей.

То есть, даже выполнение простейших задач требует от ученика умения понимать текстовые арифметические задачи на товарно-денежные отношения (в основном на оплату товаров и услуг), арифметические текстовые задачи на проценты, читать и анализировать данные, представленные в виде графиков, диаграмм и таблиц.

Что касается задания №17 – текстовой задачи с экономическим содержанием, ненулевые баллы за его выполнение смогли получить в среднем 11% участников экзамена [57].

Таким образом, процент выпускников, получивших ненулевые баллы, в 2017 году снизился по сравнению с 2016 годом с 13 до 11 процентов. Кроме того, как и в анализе результатов за 2016 год, не отмечается процент экзаменуемых, получивших максимальный балл за выполнение задания 17.

Задание №17 одного из вариантов ЕГЭ 2017 года приведено ниже:

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:



- каждый январь долг увеличивается на  $r$  % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите  $r$ .

Ненулевые баллы за решение именно этой задачи получило около 15%, максимальные – около 8% участников экзамена [57]. Типичные ошибки связаны в первую очередь с неверным составлением модели задачи (непонимание взаимосвязи величин). Большая часть выпускников без всяких объяснений пишет сразу формулу (не всегда имеющую отношение к задаче) или начинают решение так: «Пусть  $r = 10\%$ , тогда ...», – если не получилось решить задачу при этом значении, то берут другое. Складывается впечатление, что решать задачу не обязательно, а нужно получить только число, при этом способ получения этого числа не важен.

Как видно из приведённых примеров, задачи прикладного характера, в частности, имеющие экономическое содержание, вызывают различные трудности у учащихся. Тем не менее, такие задачи нужны не только для сдачи ЕГЭ. Практическая значимость решения прикладных задач описана в пункте 1.2 данного исследования.

## **2.2 Из опыта работы по обучению решению задач с экономическим содержанием**

В связи с осознанием важности формирования экономической грамотности среди школьников, появляется все больше статей, монографий, учебных пособий посвященных этой проблеме. И часть из

них направлены на формирование экономической грамотности посредством математики, на анализ и решение задач с экономическим содержанием как средства познакомить учащихся с экономикой, привить им навыки обращения с финансами, продемонстрировать практическую значимость математики, подготовить к более успешной адаптации в жизни вне школы.

Мы рассмотрели подробно некоторые работы, имеющие непосредственное отношение к решению задач с экономическим содержанием.

Так Бушнева О.Ф. и Эзиева А.Д. в своей статье «Анализ задач экономического содержания из открытого банка заданий ЕГЭ 2017 года» [18] обращают внимание, что, судя по результатам ЕГЭ предыдущих лет, существует проблема подготовки выпускников, связанная с решением экономических задач повышенного уровня сложности (задание 17). Авторы статьи не ставили задачу определить причины этого явления. Но, согласно их предположениям, проблема обусловлена отсутствием достаточного внимания к решению подобных задач в школьной программе, слишком большим объёмом информации, из которой трудно выделить необходимую при самостоятельной подготовке к экзамену, отсутствием общей математической культуры и экономической грамотности. Такие предположения в целом согласуются с нашими выводами, сделанными в п.1.2.

Также в статье проведена классификация задач из открытого банка заданий ФИПИ для выделения их особенностей, нумерации и возможности разделения на различные виды. Такая классификация позволила авторам предложить метод решения для каждого из видов задач. Таким образом, благодаря классификации, при подготовке к ЕГЭ ученику достаточно научиться верно определять вид задачи и освоить методы решения задач каждого вида.

Согласно классификации Бушневой О.Ф. и Эзиевой А.Д., задачи с экономическим содержанием поделены на три группы, которые представлены в таблице 1 приложения 1.

После классификации задач авторы статьи подробно разбирают решение задачи каждого вида. Рассмотрим для примера решение задачи номер 1.1.1 [18].

Задача: В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн. рублей, где  $S$  –целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 16	Июль 17	Июль 18	Июль 19
Долг (в млн. руб.)	$S$	$0,7S$	$0,4S$	$0$

Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет больше 5 млн. рублей.

Решение: Авторы предлагают так изменить таблицу, данную в условии задачи, чтобы отразить все периоды времени, упомянутые в условии:

Месяц и год	июль 16	январь 17	февраль-июнь 17	июль 17	январь 18	февраль-июнь 18	июль 18	январь 19	февраль-июнь 19	июль 19
Долг (в млн. руб.)	$S$			$0,7S$			$0,4S$			$0$
Долг (в млн. руб.)		$1,25S$			$0,7S \cdot 1,25 = 0,875S$			$0,4S \cdot 1,25 = 0,5S$		
Выплаты (в млн. руб.)			$1,25S - 0,7S = 0,55S$			$0,875S - 0,4S = 0,475S$			$0,5S - 0 = 0,5S$	

Пояснение к таблице:

Так как по условию в январе долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года, а на конец 2016 года долг составлял  $S$  млн. рублей, в январе сумма долга вырастет на 25%. Чтобы увеличить сумму на 25%, нужно умножить ее на коэффициент 1,25. Аналогично рассчитывается сумма долга на январь 2018 и 2019 гг.

Чтобы узнать сумму выплат, следует из суммы долга на январь вычесть остаток долга из таблицы в условии на июль соответствующего года.

Чтобы ответить на вопрос задачи необходимо решить три неравенства:

$$0,55S > 5 \Rightarrow S > \frac{5}{0,55}$$

$$0,475S > 5 \Rightarrow S > \frac{5}{0,475}$$

$$0,5S > 5 \Rightarrow S > \frac{5}{0,5}$$

Очевидно, наибольшее значение  $S_{\text{мы}}$  получим из соотношения с наименьшим знаменателем.

$$S > 10,5$$

Так как по условию задачи  $S$  – целое число, получаем что наименьшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет больше 5 миллионов рублей составит 11 миллионов рублей.

Также в статье подробно разобраны решения задач 1.2.1, 2.1.1, 2.2.1 и задачи номер 3. Каждое из решений содержит подробные разъяснения.

По нашему мнению, такая классификация и анализ заданий могут быть полезны для подготовки к ЕГЭ, но только для тех старшеклассников, кто в полной мере владеет понятием простого и сложного процента, арифметической прогрессии, не испытывает затруднений с решением неравенств или нахождение суммы членов арифметической прогрессии, понимает, что такое кредит и банковский вклад.

Еще одной работой, относящейся непосредственно к теме нашего исследования, является учебное пособие Шестакова С.А. «ЕГЭ 2017. Математика. Задачи с экономическим содержанием. Задача 17 (профильный уровень)». Пособие состоит из пяти глав, каждая из которых посвящена одному из типов задач по математике, имеющих экономическое содержание [54]:

- задачи на чтение и анализ данных, представленных в виде графиков, диаграмм и таблиц;
- простейшие текстовые арифметические задачи на товарно-денежные отношения (в основном на оплату товаров и услуг);
- арифметические текстовые задачи на проценты;
- задачи о кредитовании и банковских процентах;
- задачи оптимизации производства товаров или услуг (минимизации расходов или максимизации прибыли).

В данном учебном пособии рассматриваются задачи от простейших до задач повышенной сложности. Автор пособия приводит подробное решение каждой задачи и обращает внимание также на ошибки, наиболее часто встречающиеся при решении подобных заданий. После анализа и решения типовых заданий в каждой из глав учащимся предлагаются подобные упражнения для самостоятельного решения и диагностическая работа для проверки приобретенных навыков.

Анализ пособия Шестакова С.А. позволил сделать следующие выводы:

- 1 Задачи первого раздела (данные представлены как графики или таблицы) делятся на две группы:
  - Те, в которых требуется ответить на вопрос типа «какого числа значение величины было равно данному?», то есть найти точку оси абсцисс;
  - Содержащие вопрос о наибольшем (наименьшем) значении

величины на определенную дату (период времени) то есть найти точку оси ординат.

- 2 Простейшие текстовые арифметические задачи требуют от ученика только умения выполнять арифметические действия с целыми числами и дробями и обычно не вызывают затруднений.
- 3 Решение арифметических текстовых задач на проценты легко дается тем учащимся, кто освоил навык перевода процентов в десятичные дроби и возвращения от дробей обратно к процентам, чтобы дать ответ на вопрос задачи.
- 4 Задачи четвертой главы делятся на две группы:
  - Задачи о процентах по банковским вкладам представляют собой типичные задачи на последовательное изменение некоторой величины на определённое число процентов и требуют лишь знания формулы начисления сложных процентов.
  - Задачи на проценты по кредитам вызывают наибольшие трудности у учащихся, несмотря на то, что для их решения требуется лишь определенных вычислительных навыков и соблюдения последовательности действий. Такие задачи в свою очередь делятся на две группы: ту, где выплаты производятся равными платежами (аннуитет) и ту, где выплаты не равны между собой (дифференцированные платежи).
- 5 Для решения задач на оптимизацию необходимо составить математическую модель, так как связи между данными можно описать уравнением или неравенством (линейным либо простейшим нелинейным), найти решение средствами математики и дать ответ в зависимости от вопроса задачи.

На наш взгляд, такой способ изложения материала оптимален для простейших задач, где решение не требует составления математической модели и для получения ответа необходимо лишь произвести простейшие

арифметические действия. Для более сложных задач недостаточно привести лишь формулу и примеры решения. Даже решив большое количество задач разных видов в процессе подготовки к ЕГЭ с помощью различных справочных материалов и пособий, выпускник может растеряться в условиях ограничения времени и стресса от незнакомой обстановки, запутаться в условии задачи, не разобраться, к какому виду она относится и так далее.

Поэтому необходимо предложить учащимся такую методику решения задач с экономическим содержанием, которая позволит, невзирая на напряженную обстановку экзамена, решить любую задачу, даже задачу с таким содержанием, которое на первый взгляд кажется незнакомым или непонятным.

### **2.3 Методика обучения решению задач с экономическим содержанием**

Математические задачи с практическим содержанием, главным образом экономическим, являются весьма эффективным средством формирования экономических понятий, обучения применению математического аппарата для решения практических задач, построению математических моделей. Правильно выбранная методика обучения решению прикладных математических задач играет важную роль в усвоении учащимися знаний и выработке навыков, необходимых как в учебе, так и в жизни.

Известный российский педагог и математик профессор Фридман Л.М. отметил, что «Чтобы научиться решать задачи нужно научиться такому подходу к задаче, при котором задача выступает как объект тщательного изучения, а ее решение – как объект конструирования и изобретения [51, с. 5]»

Главной целью применения методики является формирование у

учащихся общего подхода к решению математических задач с экономическим содержанием.

Прежде, чем приступать к решению задач с экономическим содержанием повышенной сложности, необходимо тщательно проработать решение простых задач на проценты, чтобы ученик имел чёткое представление о том, что такое процент от числа, умел из условия задачи понимать, какую величину следует принимать за 100 процентов, легко переходил от дробей к процентам и обратно, мог найти число по его части, выраженной в процентах.

После решения простых задач на проценты ученик должен знать, что один процент от числа – это его сотая часть, что за сто процентов принимается величина, с которой сравнивают, что для увеличения числа на  $p$  процентов нужно умножить это число на  $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$ , а для уменьшения на  $p$  процентов умножить  $\left(1 - \frac{p}{100}\right)$ .

Также следует повторить методы решения неравенств, систем уравнений, отработать формулы нахождения суммы нескольких первых членов арифметической, геометрической прогрессии, нахождения производной и исследования с ее помощью функций.

Когда ученик хорошо освоил весь перечисленный материал и легко справляется с опорными задачами на проценты (приложение), следует сосредоточиться на задачах, содержащих в условии много данных, часть из которых может быть лишними или представленными в неявном виде, а их решение производится в несколько действий.

Для того чтобы учащиеся внимательно прочитали текст задачи и поняли условие, используются приёмы «чтение с остановками» и «ключевые слова».

Рассмотрим возможность применения «чтения с остановками» при решении задач с экономическим содержанием.



Задача 1: В городе два магазина. В первом висит объявление о снижении цен на 80%, во втором – о снижении цен в 5 раз. Спрашивается, в какой магазин пойти покупателю, если цены в обоих магазинах до снижения были одинаковыми?

При прочтении всего текста задачи большинство выбирает второй магазин, хотя ответ должен быть – ближайший магазин.

Прочитаем ученикам текст задачи, делая паузы в выбранных нами местах и задавая вопросы:

1. В городе два магазина. В первом висит объявление о снижении цен на 80%. Сколько будет стоить товар после снижения цены? – После уменьшения цены  $S$  на 80% получим цену  $0,2 \cdot S$  (по формуле уменьшения числа на  $p$  процентов – первоначальную цену умножаем на  $\left(1 - \frac{p}{100}\right)$ ).

2. Во втором магазине объявление о снижении цены в 5 раз. Какова будет новая цена товара? – Снижение цены  $P$  в пять раз даст нам новую цену –  $0,2 \cdot P$ .

3. Спрашивается, в какой магазин пойти покупателю, если цены в обоих магазинах до снижения были одинаковыми? – Если цены были одинаковыми,  $S=P$ , после снижения цена также будет одинаковой. Следовательно, покупатель может выбрать магазин, руководствуясь только своим удобством.

Одним из приёмов изучающего чтения (чтения, позволяющего проникнуть в смысл текста путём его анализа) является выделение в тексте ключевых слов. Такие слова позволяют составить определение некоего понятия или выделить из текста основную информацию.

На уроках, проводимых по предлагаемой методике, даются определения терминов, слова из которых послужат ключевыми при решении задач.

Например, **кредит** – это **ссуда** в денежной или товарной форме, предоставляемая заёмщику на условиях возвратности с уплатой

определённого **процента**.

При погашении кредита **дифференцированными платежами** процент и периодичность обязательных платежей фиксируются (например, **ежегодные, ежеквартальные** или **помесячные** платежи), а фиксированный **процент** начисляется на ещё не выплаченную к моменту очередного обязательного платежа часть кредита (долга). При схеме с дифференцированными платежами клиент возвращает банку до истечения каждого платёжного периода **фиксированную часть суммы кредита** ( $\frac{S_0}{n}$  (где  $S_0$  – сумма кредита,  $n$  – число платежей, равное числу платёжных периодов)) и **проценты** от ещё **не выплаченной** на начало этого платёжного периода **части кредита**.

При погашении кредита **аннуитетными платежами** до истечения очередного платёжного периода банк начисляет **процент** на оставшуюся сумму долга; после начисления процентов клиент вносит в банк (также до истечения соответствующего платёжного периода) некоторую **сумму  $x$**  – **одну и ту же** для каждого платежа; сумма долга при этом уменьшается, и на эту уменьшенную на  $x$  сумму начисляются проценты до истечения следующего платёжного периода, после чего клиент вносит в банк платёж в размере той же суммы  $x$  и так далее до полного погашения.

То есть при погашении кредита дифференцированными платежами заёмщик выплачивает фиксированную часть кредита и проценты на остаток долга, а при аннуитетной схеме погашения – фиксируется сумма платежа.

После выработки навыков осмысленного чтения задачи и умения анализировать текст для выявления всех необходимых данных, можно переходить непосредственно к решению математических задач с экономическим содержанием, с которыми предстоит встретиться на ЕГЭ.

Решение любой текстовой задачи происходит по следующей схеме:

1. Условие задачи необходимо «перевести» на математический язык

- (составление математической модели).
2. Найти решение задачи, используя знание математических формул (работа с составленной моделью).
  3. Объяснить полученный для математической модели результат в терминах первоначальной задачи.

Как показывает практика, самый сложный этап решения задачи – это составление математической модели. Трудности с составлением модели возникают у большинства учащихся. Согласно анализу результатов ЕГЭ по математике «ненулевые баллы за задание 17 получили около 15%, максимальные – около 8% участников экзамена. Типичные ошибки связаны в первую очередь с неверным составлением модели задачи (непонимание взаимосвязи величин) и вычислительными ошибками [57, с. 12]».

При этом в критериях оценивания задачи 17 в ЕГЭ, представленных в таблице 2.1[10] , отмечено, что только за верно составленную модель ученик получает один балл, а построение модели и сведение решения к ней, даже при получении неверного результата из-за вычислительной ошибки, принесет уже два балла.

Таблица 2.1 – Критерии оценивания задачи 17

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: – неверный ответ из-за вычислительной ошибки; – верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Резюмируя вышесказанное, наша задача сводится к разработке методики, которая позволит учащимся повторить и систематизировать

формулы, необходимые для решения задач с экономическим содержанием, встречающихся в ЕГЭ, обучить детей анализировать условие и сводить задачу к решённым ранее, сформировать навыки построения математической модели.

Итак, опираясь на тематику задач из различных сборников и пособий для подготовки к ЕГЭ, можно сказать, что чаще задание 17 содержит задачу на вклады, кредиты или оптимизацию. Любая из таких задач отличается довольно длинным условием, содержащим большое количество данных.

Итак, чтобы верно составить математическую модель, ученик должен уметь работать с текстом. Условие задачи номер 17 из ЕГЭ чаще всего представляет собой текст из нескольких строк, содержащий большое количество данных, часть из которых представлена в неявном виде. Поэтому очень важно уметь внимательно читать текст задачи, извлекать, анализировать и критически оценивать полученную из условия задачи информацию.

Освоив основы моделирования экономической задачи, главным образом способность внимательно читать условие и умение выделять из текста нужные величины, можно составить план (алгоритм) для решения задач каждого вида, который будет отрабатываться путем решения задач из открытого банка заданий и материалов ЕГЭ прошлых лет.

Алгоритм составления математической модели для задачи на вклад:

- 1 Проанализировав условия задачи, выделить величину, значение которой требуется найти (сумму вклада, срок, процент) и определить схему изменения величины вклада (однократное/последовательное через равные промежутки времени).
- 2 Если в условии задачи говорится об однократном изменении величины вклада на определённое число процентов, используется

формула начисления простых процентов ( $S = S_0 \left(1 + \frac{pn}{100}\right)$ ), если о последовательном через равные промежутки времени – формула сложных процентов ( $S = S_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ ), где  $S_0$  – начальная сумма вклада,  $n$  – количество периодов начисления процентов,  $p$  – банковский процент по вкладу за период начисления.

- 3 Пользуясь нужной формулой, выразить сумму вклада, сумму после начисления процентов, процент и т.д. в зависимости от вопроса.

Задача 2: Какой вклад выгоднее: первый – на 1 год под 16% годовых или второй – на 4 месяца (с автоматической пролонгацией каждые четыре месяца в течение года с момента открытия вклада) под 15% годовых? При расчётах считайте, что один месяц равен 1/12 части года.

Решение:

1. Действуя по алгоритму, выясняем схему изменения величины вклада: для первого вклада предполагается однократное начисление процентов, для второго последовательное через каждые четыре месяца.

2,3. Для первого вклада применяем формулу простых процентов, где  $S_0$  – начальная сумма вклада, количество периодов начисления процентов равно 1, а банковский процент по вкладу составляет 16% годовых:

$$S = S_0 \left(1 + \frac{pn}{100}\right) = S_0 \left(1 + \frac{16}{100}\right) = 1,16S_0$$

Для второго вклада используем формулу сложных процентов, где  $S_0$  – начальная сумма вклада, количество периодов начисления процентов равно 3, а банковский процент по вкладу составляет 15% в год, что составляет  $\frac{15}{12} \cdot 4 = 5$  процентов за четыре месяца:

$$S = S_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n = S_0 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3 = 1,158S_0$$

Сравнивая сумму вкладов после начисления процентов, получаем, что при предложенных условиях первый вклад выгоднее.

Алгоритм составления математической модели для задачи на погашение кредита:

- 1 Проанализировав условия задачи, выделить величину, значение которой требуется найти (сумму кредита, срок, процент) и определить схему погашения (равные/неравные) платежи.
- 2 Если кредит погашается равными платежами, то после начисления процентов на оставшуюся сумму долга вносится сумма платежа: одинаковая в каждом платёжном периоде (для аннуитетной схемы) или состоящая из фиксированной части долга и процентов (для дифференцированной схемы погашения).
- 3 Обозначить буквой коэффициент, на который увеличивается сумма оставшегося долга  $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$ , где  $p$  – банковский процент по кредиту, и перевести его в десятичную дробь.
- 4 Пользуясь нужной формулой, выразить сумму кредита, общую сумму всех выплат, сумму платежа и т.д. в зависимости от вопроса.

В качестве примера решим, следуя составленному алгоритму, задачу, предложенную в демонстрационном варианте контрольных измерительных материалов для ЕГЭ 2016 года по математике профильного уровня (задача 17).

Задача 3: 31 декабря 2013 г. Сергей взял в банке 9 930 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк определенную сумму ежегодного платежа. Какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы Сергей выплатил долг тремя **равными** ежегодными платежами?

Решение.

1,2. По условию задачи, нужно найти **сумму ежегодного платежа**. Погашение кредита производится **равными** платежами, а проценты

начисляются до окончания платёжного периода на оставшуюся сумму долга, что подразумевает аннуитетную схему погашения.

3. Обозначим сумму кредита как  $A_0$ , сумму ежегодного платежа –  $x$ , а годовые проценты, начисляемые на оставшийся долг –  $p$ .

Тогда 31 декабря каждого года оставшаяся сумма долга умножается на коэффициент  $m = \left(1 + \frac{p}{100}\right) = 1 + 0,01p$ .

4. Запишем сумму долга после каждого из трёх платежей. После первой выплаты сумма долга составит:

$$A_1 = A_0 m - x$$

После второй выплаты сумма долга составит:

$$A_2 = A_1 m - x = (A_0 m - x) \cdot m - x = A_0 m^2 - mx - x$$

После третьей выплаты сумма оставшегося долга составит:

$$A_3 = A_2 m - x = (A_0 m^2 - mx - x) \cdot m - x = A_0 m^3 - m^2 x - mx - x$$

По условию тремя выплатами Сергей должен погасить кредит полностью, поэтому сумма долга после третьего платежа равна 0, следовательно:

$$A_3 = 0$$

$$A_0 m^3 - m^2 x - mx - x = 0$$

$$x(m^2 + m + 1) = A_0 m^3$$

Для вычисления суммы  $(m^2 + m + 1)$  воспользуемся формулой суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии:

$$S_n = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

где  $b_1=1$ ,  $q=m$ .

Получаем:

$$x \frac{m^3 - 1}{m - 1} = A_0 m^3 \Rightarrow x = A_0 \frac{m^3 (m - 1)}{m^3 - 1}$$

Мы получили математическую модель, описывающую условие

задачи. Кроме того, мы можем обобщить эту формулу, записав сумму оставшегося долга после  $n$ -ой выплаты, где  $n$  – количество платежей сумма долга истечения последнего платёжного периода равна 0, получаем формулу для вычисления платежа при аннуитетной схеме погашения кредита:

$$A_n = A_{n-1}m - x = A_0m^n - m^{n-1}x - \dots - mx - x$$

$$x = A_0 \frac{m^n (m-1)}{m^n - 1}$$

Теперь, подставив данные из условия, можно вычислить  $x$ :

$$x = A_0 \frac{m^3 (m-1)}{m^3 - 1} = 9930000 \cdot \frac{1,1^3 \cdot (1,1-1)}{(1,1^3 - 1)} = 3993000$$

Так как за  $x$  мы обозначили сумму ежегодного платежа, ответ на вопрос задачи получен.

Ответ: 3 993 000 рублей.

Пример решения задачи с использованием ключевых слов и использованием формулы из задачи, решённой ранее.

Задача 4: 1 июля не високосного года Екатерина взяла в банке кредит на сумму 109 500 рублей под **24% годовых** сроком на **6 месяцев**. Условия погашения кредита:

- до **1-го числа** каждого следующего за июлем месяца, банк начисляет **24% на оставшуюся сумму долга**;
- **после начисления** процентов Екатерина **вносит** в банк некоторую фиксированную **сумму – одну и ту же** для каждого платежа

Найдите сумму **всех выплат** по кредиту.

Начисление процентов на оставшуюся сумму до истечения платёжного периода и погашение равными платежами означает, что схема погашения аннуитетная. Так как начисление процентов и погашение долга происходит ежемесячно, т.е. важно количество месяцев, а не дней в году, информация о том, что год не високосный – лишняя. Чтобы найти



проценты, начисляемые ежемесячно, следует годовые проценты поделить на 12:

$$p = \frac{0,24}{12} = 0,02$$

Для аннуитетной схемы погашения кредита применим формулу нахождения разового платежа, полученную в задаче (задача 3):

$$x = \frac{p(p+1)^n}{(p+1)^n - 1} S_0 = \frac{0,02 \cdot 1,02^6}{1,02^6 - 1} \cdot 109500 \approx 19548,58 \text{ руб.}$$

Вернёмся к условию и проверим, получили ли мы окончательный результат. Нет, нам требуется найти сумму всех выплат:

$$S = 6x = 6 \cdot 19548,58 \approx 117291,48 \text{ руб.}$$

Ответ: 117 291,48 руб.

Алгоритм составления математической модели для задач на оптимизацию величины:

- 1 Проанализировав условия задачи, выделить величину, о наибольшем или наименьшем значении которой идет речь, обозначить ее буквой  $y$  ( $S$ ,  $V$ ,  $Q$  и так далее, в зависимости от фабулы).
- 2 Одну из участвующих в задаче неизвестных величин, через которую сравнительно нетрудно выразить остальные, принять за независимую переменную и обозначить ее буквой  $x$ .
- 3 Установить границы изменения независимой переменной в соответствии с условиями задачи.
- 4 Выразить величину, наибольшее или наименьшее значение которой требуется найти, через  $x$ .
- 5 Математическая модель задачи представляет собой функцию  $y=f(x)$  с областью определения, которую нашли на втором шаге. Надо найти точку максимума (минимума) этой функции на данном интервале.

Задача 5: Макар является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые изделия, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно  $36t^3$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $t$  изделий, и если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно  $t^3$  часов в неделю, то они производят  $t$  изделий. За каждый час работы (на каждом из заводов) Макар платит рабочему 200 рублей. Необходимо, чтобы за неделю суммарно производилось 70 изделий. Какую наименьшую сумму (в млн. рублей) придётся тратить владельцу заводов еженедельно на оплату труда рабочих?

1. Следуя предложенному алгоритму, отметим, что оптимизировать нужно сумму, еженедельно затрачиваемую на оплату труда рабочих на двух заводах. Обозначим эту величину буквой  $S$ .

2. Пусть на первом заводе производят  $x$  изделий, работая  $36x^3$  часов, а на втором –  $(70-x)$  изделий, работая  $(70-x)^3$  часов в неделю.

3. Так как за неделю должно производиться 70 изделий, то  $0 \leq x \leq 70$ .

4. Зная почасовую оплату и выразив количество рабочих часов через  $x$ , составим функцию для  $S$ :

$$S = 200 \cdot (36x^3 + (70-x)^3)$$

5. Мы получили математическую модель для решения задачи. Теперь найдём производную полученной функции и значение  $x$  когда производная обращается в нуль:

$$S' = 3 \cdot 200 \cdot (36x^2 - (70-x)^2)$$

$$(36x^2 - (70-x)^2) = 0$$

$$\begin{cases} 6x = 70 - x \\ 6x = -70 + x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -14 \end{cases}$$

Условию  $0 \leq x \leq 70$ , удовлетворяет  $x=10$ . Если  $x \in (0;10)$ , то  $S' < 0$ ;

если  $x \in (10; 70)$ , то  $S' > 0$ , то есть  $x=10$  – точка минимума. Получаем, что минимальное значение функция  $S = 200 \cdot (36x^3 + (70-x)^3)$  принимает в точке  $x=10$  и это значение равно 50 400 000 руб. Отметим, что ответ требуется дать в миллионах рублей.

Ответ: 50,4 руб.

На рисунке 2.1 приведена разработанная нами схема формирования общего подхода к составлению математической модели для задачи с экономическим содержанием из ЕГЭ.

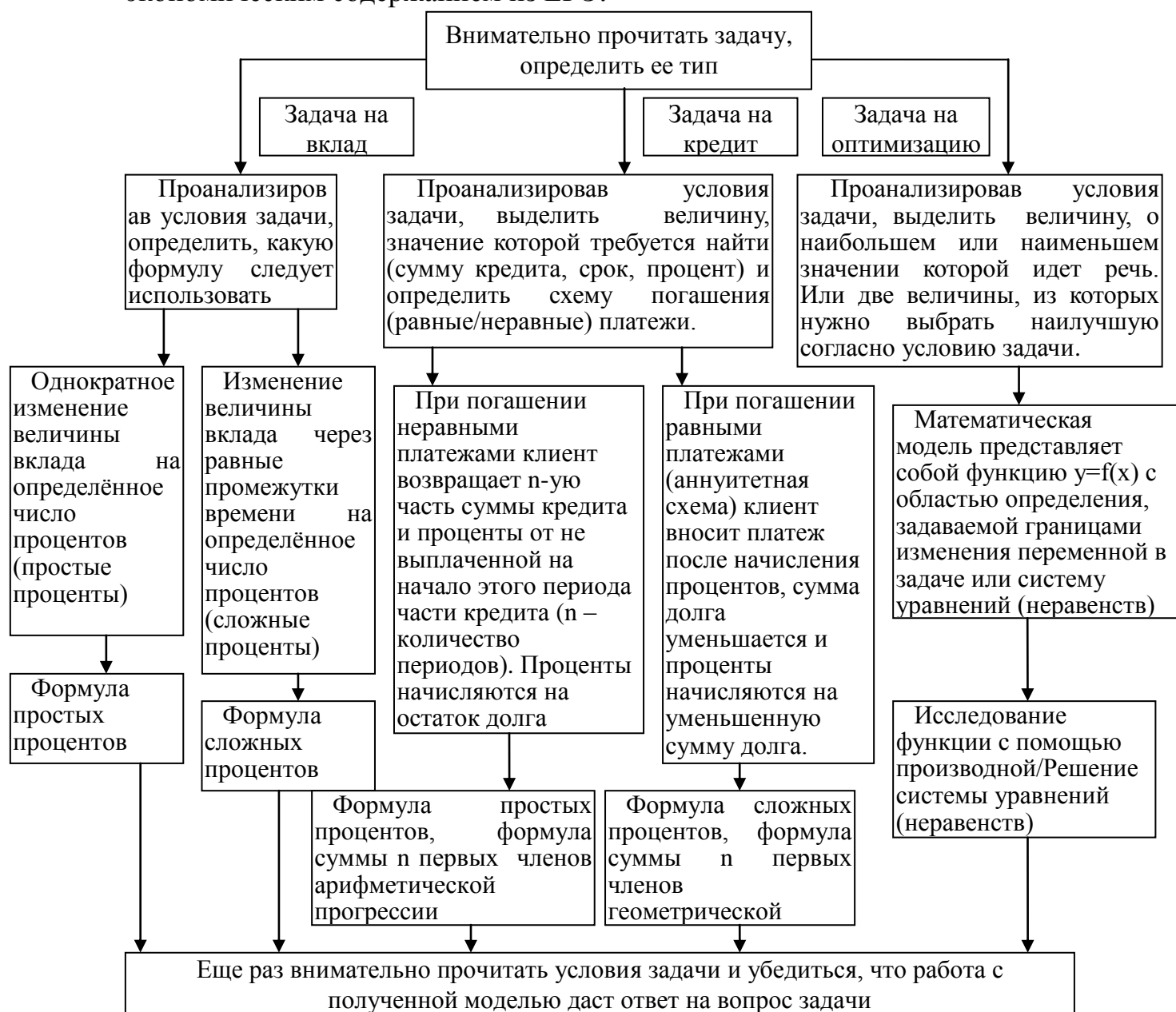


Рис. 2.1 – Обобщенный подход к составлению математической модели при решении задач с экономическим содержанием

Систематическое выполнение задач по отработанному алгоритму сформировать единый подход к решению задач с экономическим содержанием, а также довести до автоматизма навыки составления математической модели, что является наиболее сложным этапом решения задачи.

#### **2.4 Рабочая программа элективного курса «Решение задач с экономическим содержанием»**

##### **Пояснительная записка.**

Требования нашего государства и общества к воспитанию делового, конкурентоспособного человека, имеющего развитое экономическое мышление и подготовленного к жизни в условиях рыночной экономики, делают необходимым изучение основ экономической и финансовой грамотности в школе. Под термином «экономическая грамотность» понимается определенный спектр понятий, информации и знаний из экономической области, а также обладание некоторыми навыками решения практических задач, главным образом в потребительской сфере.

Математические задачи с экономическим содержанием являются весьма эффективным средством формирования понятий и изучения моделей и методов математики, а также других дисциплин. В рамках школьного курса математики нет возможности уделить достаточно внимания решению задач с экономическим содержанием. Тем не менее, такие задачи включаются в ЕГЭ и вызывают у учащихся трудности при решении, обусловленные отсутствием практики решения подобных задач, неимения навыков систематичного и последовательного анализа задачи, построения необходимой модели решения, непониманием встречающихся терминов и т.д.

Разработанный нами элективный курс «Решение задач с

экономическим содержанием», предназначенный для учащихся 10 классов средней общеобразовательной школы, направлен на формирование у учащихся общего подхода к решению задач с экономическим содержанием. При предлагаемом нами подходе задача рассматривается как модель какого-либо явления, процесса, ситуации, и её решение требует применения математических знаний, логики, понимания понятий из области экономики для преобразования условий задачи в такую модель, которая позволит получить ответ.

Элективный курс предназначен не только для учеников, решивших связать свою будущую профессию с экономикой и банковским делом, но и для тех, чья профессия в дальнейшем не будет связана с математикой и экономикой, так как те задачи, которые представлены в данном курсе демонстрируют практическую ценность математики, позволяют активизировать учебную деятельность, формируют знания и способности к деятельности, которые актуальны и востребованы практикой, рынком труда, а также призваны способствовать профессиональному самоопределению старшеклассников.

Этот курс поддерживает изучение основного материала из курса алгебры, давая возможность повторить, систематизировать и применить на практике полученные знания, и в тоже время позволяет изучить экономические термины и понятия, сформировать навыки использования полученных в школе знаний в жизни. Правильно построенная система упражнений формирует у учащихся активное мышление и познавательный интерес, приучает к преодолению посильных трудностей, вырабатывает умение справляться с ними.

В рамках курса рассматриваются основные темы школьного курса математики, которые содержат инструменты для решения экономических задач и могут помочь формированию понятийного экономического аппарата у старшеклассников, повторению необходимых формул и

алгоритмов решения задач с экономическим содержанием.

Данный курс предусматривает использование лекционно-практической системы, а также личностно-ориентированных педагогических технологий. На всех практических занятиях должна проводиться самостоятельная работа учащихся: индивидуально, в парах, в группах.

Критериями эффективности предлагаемой методики обучения старшеклассников решению задач с экономическим содержанием служат: качество овладения учащимися предметным содержанием элективного курса и способность применять имеющиеся знания для решения задач. Качество определяется по результату тестирования и решения самостоятельных работ, содержащих в числе прочих задачу с экономическим содержанием из материалов для подготовки к ЕГЭ.

Цели курса:

- дополнительная подготовка старшеклассников к ЕГЭ по математике;
- формирование общего подхода к решению задач с экономическим содержанием;
- формирование ключевых компетенций – готовности учащихся использовать усвоенные знания, умения и способы деятельности в реальной жизни для решения практических задач.

Задачи курса:

- освоение основных экономических понятий, навыков и умений, необходимых в условиях рыночной экономики;
- развитие умения планировать, навыков принятия экономически обоснованных решений;
- изучение математических моделей, используемых в экономике;
- формирование навыков моделирования, как способа решения прикладных задач;
- освоение алгоритма решения задач с экономическим содержанием.

**Требования к уровню освоения содержания курса.**

Знание основных экономических понятий, необходимых для адаптации в современных социально-экономических условиях, владение информацией об имеющихся в нашей стране и в мире финансовых услугах и инструментах.

Умение использовать математический аппарат для планирования бюджета семьи, составления бизнес-плана, определения выгодности финансовых вложений или кредитования и т.д.

Выработка навыков принятия экономически обоснованных решений, навыков бережливости, экономии ресурсов.

**Содержание курса.**

Тема 1. Введение (2 часа).

Цели и задачи изучения курса. Система оценивания. Разработка критериев оценивания. Понятие математических моделей. Математические модели в экономике.

Тема 2. Функции, их свойства, графики (3 часа).

Графики, используемые в экономике: зависимость между прибылью, выручкой, издержками, объемом выпускаемой продукции; функции спроса и предложения.

Тема 3. Рыночное равновесие (3 часа).

Уравнения, неравенства и их системы в задачах экономического содержания. Примеры нахождения рыночного равновесия.

Тема 4. Элементарная математика в экономике (3 часа).

Задачи на доли, дроби и пропорции. Понятие процента. Решение опорных задач на проценты.

Тема 5. Проценты и банковские расчеты (4 часа).

Понятие о банковской системе: вкладчики, депозиты, начальный капитал, приращение. Основные функции коммерческих банков.

Начисление простых процентов. Сложные проценты. Начисление процентов за часть года. Моделирование и решение задач на вклады.

Тема 6. Расчеты заемщика с банком (5 часов).

Понятие кредита, процентной ставки, кредитной операции. Прогрессии. Дифференцированные и равномерные выплаты кредита заёмщиком. Периоды начисления.

Тема 7. Максимумы и минимумы в экономических задачах (4 часа).

Применение производной для решения задач. Максимизация прибыли, минимизация убытков.

Тема 8. Итоговое занятие (1 час).

### Учебно-тематический план. 10 класс

№ п/п	Название разделов и тем	Количество часов			Форма проведения
		всего	теории	практики	
1	Математические модели в экономике	2	2		лекция/семинар
2	Функции, их свойства, графики	3	1	2	лекция/ семинар
3	Рыночное равновесие	3	1	2	лекция/ практика
4	Элементарная математика в экономике	3	1	2	лекция/ практика
5	Проценты и банковские расчеты	4	1	3	лекция/ практика
6	Расчеты заемщика с банком	6	2	4	лекция/ практика, деловая игра
7	Максимумы и минимумы в экономических задачах	4	1	3	лекция/ практика
9	Итоговое занятие	1		1	тестирование
	ИТОГО	26	9	17	

### Контроль уровня достижений.

Для оценки уровня сформированности экономической грамотности старшеклассников необходимо определить критерии, позволяющие



оценить уровень владения экономическими понятиями и знаниями, экономическими умениями, а также способности учащихся применять имеющиеся знания для решения прикладных экономических задач.

Показателями уровня владения экономическими понятиями старшеклассниками в нашем исследовании являются: понимание экономических терминов, правильность их употребления, способность применять экономические знания в практической деятельности. К экономическим умениям мы отнесли следующие: умение бережно относиться к материальным ресурсам, планировать расходы; умение соизмерять потребности с экономическими возможностями. Математические знания, необходимые для решения экономических задач включают в себя такие разделы математики как обыкновенные дроби, проценты, пропорции, функции и их графики и т.д.

При оценке степени умения старшеклассников решать задачи с экономическим содержанием были выделены три уровня: высокий, средний и низкий. Для оценки владения старшеклассниками необходимыми экономическими понятиями, экономическими умениями, способностью применять имеющиеся для решения экономических задач целесообразно использовать критерии оценивания. Критерии оценки умения старшеклассников решать задачи с экономическим содержанием приведены в таблицах 2.2, 2.3 и 2.4.

Таблица 2.2 – Критерии оценки владения экономическими понятиями

Уровень	Баллы	Критерии
Низкий	1	Старшеклассник не может объяснить большинство экономических понятий, испытывает трудности при изучении материала экономической направленности.
Средний	2	Ученик умеет объяснять те понятия, которые изучаются при разборе материала экономической направленности, но оперирует ими слабо, только с помощью взрослых. В практической деятельности применяет понятия при помощи взрослых.
Высокий	3	Старшеклассник самостоятельно оперирует экономическими знаниями и понятиями и объясняет их смысл. Может применять знания для решения задач и в реальных экономических ситуациях

Таблица 2.3 – Критерии оценки владения экономическими умениями

Уровень	Баллы	Критерии
Низкий	1	Старшеклассник потребительски относится к материальным ресурсам, не умеет соизмерять потребности с экономическими возможностями.
Средний	2	Планирование расходов не всегда рационально. Не всегда потребности соизмеряются с экономическими возможностями.
Высокий	3	Старшеклассник бережно относится к материальным ресурсам, грамотно планирует свои доходы и расходы, способен соизмерять свои потребности с экономическими возможностями.

Таблица 2.4 – Критерии оценки способности применять экономические и математические знания решения задач с экономическим содержанием

Уровень	Баллы	Критерии
Низкий	1	Задача не решена или решена неправильно.
Средний	2	Задание понято правильно, но алгоритм решения и выбор формул осуществляются с помощью взрослых; ошибки в математических расчетах
Высокий	3	Составлен правильный алгоритм решения задачи, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ, задача решена рациональным способом.

Определение уровня умения старшеклассников решать задачи с экономическим содержанием рекомендуется проводить с помощью тестирования или диагностической беседы. С этой целью нами был разработан тест, состоящий из трех заданий: первое задание содержит пять вопросов, предполагающих знание экономических понятий, второе задание состоит из пяти вопросов для оценки экономических умений, и третье задание состоит из двух задач с экономическим содержанием (приложение 1). Ответ на каждый вопрос (и решение каждой из задач) оценивается от 0 до 3 баллов по критериям, сформулированным в таблицах 2.2, 2.3 и 2.4.

Итак, в данном элективном курсе все понятия рассматриваются с точки зрения математики на примерах, которые являются дополнением к ряду тем школьного курса математики. Элективный курс демонстрирует

практическую ценность математики, позволяет активизировать учебную деятельность, формируют знания и способности к деятельности, которые актуальны и востребованы практикой, рынком труда.

Учебный процесс построен так, чтобы школьники не только обновили и пополнили знания, но и смогли выработать умения и навыки, необходимые для решения задач и полезные в жизни.

В качестве итоговой формы контроля, подводящих изучение курса к логическому завершению, предлагается тестирование и самостоятельная работа, составленная из задач с экономическим содержанием, предлагаемых на ЕГЭ.

## **2.5 Апробация и результаты применения методики**

В соответствии с целью, предметом и гипотезой исследования был проведен педагогический эксперимент по определению исходного уровня умения старшеклассников решать задачи с экономическим содержанием и оценке этого умения после проведения разработанных мероприятий. Экспериментальная работа состояла из двух этапов: констатирующего и формирующего. На констатирующем этапе были сформулированы свои задачи и оценивались результаты, которые являются промежуточными на пути достижения цели диссертации. В исследовании приняли участие 24 ученика 10 классов МОУ СОШ № 46.

Цель констатирующего этапа эксперимента: выявление начального уровня умения старшеклассников решать задачи с экономическим содержанием, а именно определение уровня владения необходимыми экономическими понятиями, экономическими умениями, а также способности применять имеющиеся экономические и математические знания для решения экономических задач.

Задачи констатирующего этапа эксперимента:

- выявление состояния проблемы обучения старшеклассников решению задач с экономическим содержанием;
- разработка критериев оценки и определение исходного уровня умения решать экономические задачи;
- организация и проведение экспериментальной проверки начального уровня умения старшеклассников решать задачи с экономическим содержанием;
- обработка, анализ и интерпретация полученных данных.

Для решения первой задачи констатирующего эксперимента был проведен анализ литературы по теме диссертации, изучена практика обучения старших школьников решению задач с экономическим содержанием.

Результаты диагностирования представлены в таблице 2.5 и на рисунке 2.2.

Таблица 2.5 – Уровень умения старшеклассников решать задачи с экономическим содержанием

Этап эксперимента	Кол-во учеников	Уровень					
		I – низкий		II – средний		III – высокий	
		Кол-во	%	Кол-во	%	Кол-во	%
До	24	13	54	11	46	0	0



Рис. 2.2 – Уровень умения старшеклассников решать задачи с экономическим содержанием на констатирующем этапе

Как видно из таблицы и диаграммы, большинство старшеклассников имеют низкий уровень умения решать задачи с экономическим содержанием, чуть меньше учеников обладают средними умениями, и никто из участников эксперимента не набрал количество баллов, соответствующее высокому уровню.

Результаты констатирующего этапа, целью которого было определение исходного уровня умения старшеклассников решать задачи с экономическим содержанием на основе разработанных критериев, позволяют говорить о невысоком уровне умения решать задачи с экономическим содержанием среди учащихся старших классов, что подтверждает необходимость проведения работы в данном направлении.

Для повышения уровня умения решать задачи с экономическим содержанием среди учащихся старших классов требуется решить следующие задачи:

- 1 Разработать этапы и содержание комплекса занятий по обучению старшеклассников решению задач с экономическим содержанием.
- 2 Провести формирующее обучение по разработанному комплексу.
- 3 Проверить эффективность предлагаемого комплекса.

В рамках школьного курса математики нет возможности уделить достаточно внимания решению задач с экономическим содержанием. Тем не менее, такие задачи включаются в ЕГЭ и вызывают у учащихся трудности при решении, обусловленные отсутствием практики решения подобных задач, неимения навыков систематичного и последовательного анализа задачи, построения необходимой модели решения, непониманием встречающихся терминов и т.д.

Для решения этой проблемы предлагается введение элективного курса «Решение задач с экономическим содержанием». В рамках этого курса рассматриваются основные темы школьного курса математики, которые содержат инструменты для решения экономических задач и могут

помочь формированию понятийного экономического аппарата у старшеклассников, повторению необходимых формул и алгоритмов решения задач с экономическим содержанием. Элективный курс демонстрирует практическую ценность математики, позволяют активизировать учебную деятельность, формируют знания и способности к деятельности, которые актуальны и востребованы практикой, рынком труда.

Данный курс предусматривает использование лекционно-практической системы, а также лично-ориентированных педагогических технологий. На всех практических занятиях должна проводиться самостоятельная работа учащихся: индивидуально, в парах, в группах.

Критериями эффективности используемой методики обучения учащихся решению задач с экономическим содержанием является: качество овладения учащимися предметным содержанием элективного курса и способность применять имеющиеся знания для решения задач. Качество определяется по результату тестирования и решения самостоятельных работ, содержащих в числе прочих задачу с экономическим содержанием из материалов для подготовки к ЕГЭ.

Завершающий этап экспериментального исследования, носил обучающий (формирующий) характер и преследовал цель – проверить гипотезу исследования.

В исследовании приняли участие 24 ученика 10 классов МАОУ СОШ № 46. Для оценки результатов исследования были использованы методы статистического анализа данных, представленные процедурами процентного распределения старшеклассников по уровням, расчета среднего уровневого показателя и статистической значимости различий по  $\chi^2$  критерию (угловое преобразование Фишера).

Оценка проводилась на основании тестирования и задач,

предложенных старшеклассникам до проведения элективного курса и аналогичного тестирования и решения задач после курса «Решение задач с экономическим содержанием», проводимого с использованием разработанной нами методике, направленной на формирование единого подхода к решению задач с экономическим содержанием.

В таблице 2.6 приведены результаты оценки уровня экономической грамотности старшеклассников до и после проведения элективного курса.

Таблица 2.6 – Уровень умения старшеклассников решать задачи с экономическим содержанием

Этап исследования	Кол-во учеников	Уровень					
		I – низкий		II – средний		III – высокий	
		Кол-во	%	Кол-во	%	Кол-во	%
До курса	24	13	54	11	46	0	0
После	24	3	12	16	67	5	21

На рисунке 2.3 представлено графическое изображение результатов проведения педагогического эксперимента.

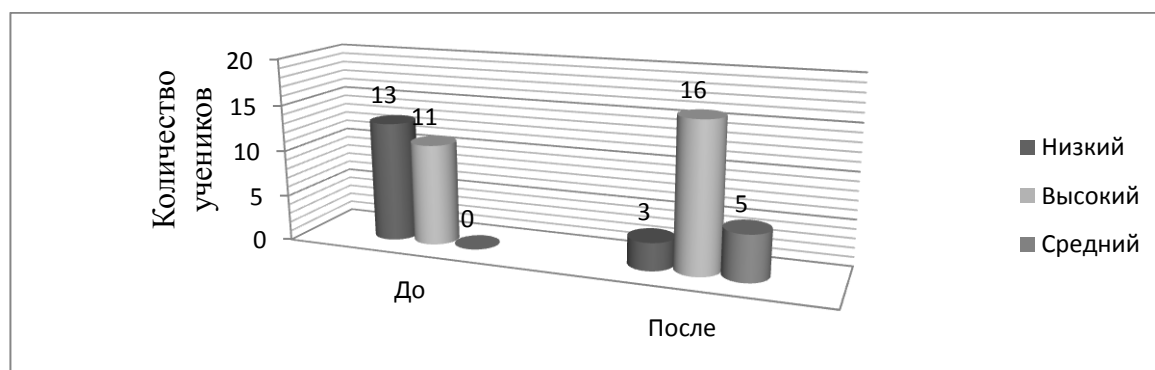


Рисунок 2.3 –Уровень умения старшеклассников решать задачи с экономическим содержанием

В таблице 2.6 представлено процентное распределение школьников по уровням. Средний уровеньный показатель представляет собой интегральный показатель уровня развития и проявления изучаемого свойства, учитывающий процентное распределение по уровням показателей. Расчет данного показателя осуществляется для трехуровневой шкалы по формуле:

$$\text{Средний уровневый показатель} = \frac{a + 2b + 3c}{100},$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – процентное выражение количества испытуемых, находящихся соответственно на 1-ом, 2-ом, или 3-ем уровнях. Средний уровневый показатель в нашем исследовании может быть выражен величинами от 1 (нижний показатель, если все обследуемые находятся на низком уровне изучаемого свойства) до 3 (высший показатель возможен в случае, если все обследуемые находятся на высоком уровне развития изучаемого свойства).

$$\text{Средний уровневый показатель}_{\text{до курса}} = \frac{54 + 2 \cdot 46 + 3 \cdot 0}{100} = 1,46$$

$$\text{Средний уровневый показатель}_{\text{после курса}} = \frac{12 + 2 \cdot 67 + 3 \cdot 21}{100} = 2,09$$

Средний уровневый показатель после проведения курса на 63 процентных пункта выше, чем был до проведения курса, то есть уровень умения старшеклассников решать задачи с экономическим содержанием вырос.

Оценим статистическую значимость проведенного формирующего этапа по  $\varphi$  критерию (угловое преобразование Фишера):

В таблице 2.6 представлено процентное распределение школьников по уровням. Считаем, что успешно решают задачи с экономическим содержанием учащиеся, продемонстрировавшие средний и высокий уровень умений. До проведения элективного курса таких учащихся было 46процентов, после – 88. Оценим эффективность разработанного курса с помощью по  $\varphi$  критерия (угловое преобразование Фишера):

$$\varphi_{1(\text{до})} = 1,651$$

$$\varphi_{2(\text{после})} = 2,434$$

Вычислим  $\varphi_{\text{экс}}$ :

$$\varphi_{\text{экс}} = |\varphi_1 - \varphi_2| \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} = |1,651 - 2,434| \cdot \sqrt{\frac{24 \cdot 24}{24 + 24}} \approx 2,71$$



Для уровня значимости  $p=0,05$ :  $\varphi_{кр}=1,64$

Так как  $\varphi_{экс} > \varphi_{кр}$ , гипотеза верна – мы подтвердили эффективность разработанного элективного курса при обучении старшеклассников решению задач с экономическим содержанием.

Таким образом, введение элективного курса «Решение задач с экономическим содержанием» позволяет повысить показатели уровня экономической грамотности: понимание экономических терминов, правильность их употребления, способность применять экономические знания в практической деятельности, умение бережно относиться к материальным ресурсам, планировать расходы, соизмерять потребности с экономическими возможностями, а также систематизировать математические знания, необходимые для решения экономических задач, которые включают в себя такие разделы математики как обыкновенные дроби, проценты, пропорции, функции и их графики, производные и т.д.

Кроме того, проведение составленного нами элективного курса с использованием предложенной в пункте 2.3 методики обучения решению задач улучшает подготовленность старшеклассников к ЕГЭ благодаря повторению многих разделов алгебры и отработке навыков анализа условия и поиска решения задач с экономическим содержанием из материалов для подготовки к ЕГЭ.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Задачей современной школы является подготовка учащихся к успешной социальной и профессиональной адаптации в условиях рыночной экономики, и экономическая грамотность становится одним из основных критериев развития конкурентоспособной личности, приспособленной к самостоятельной жизни.

Под экономической грамотностью в нашем исследовании понимается спектр понятий, информации и знаний из экономической области, а также обладание навыками решения практических задач, главным образом в потребительской сфере.

Прикладная направленность изучения предметов школьного курса стирает границы между предметами и даёт возможность продемонстрировать ученикам целостность окружающего мира и изучаемых предметов, позволяет заинтересовать детей, вызывает более осмысленное, лично значимое восприятие информации, что в итоге приводит к гармоничному и всестороннему развитию личности.

О необходимости усиления прикладной направленности преподавания предметов в школе также говорится в Концепции развития образования РФ на 2016 – 2020 гг.

Задачи с экономическим содержанием являются частным случаем прикладной задачи. Изучение экономики с помощью прикладных задач на уроках математики позволит продемонстрировать практическую значимость математики и вместе с тем освоить элементы экономической теории, необходимые ученикам.

Важность обучения старшеклассников решению математических задач с экономическим содержанием не вызывает сомнений. Решение таких задач позволит продемонстрировать практическую значимость математики, обеспечит понимание учащимися сути процессов,

происходящих в экономике страны и мира, а также позволит решить одну из задач, стоящих перед образованием на современном этапе его развития – воспитание самостоятельной личности, способной решать различные жизненные задачи. Также следует отметить значение математических задач с экономическим содержанием для мотивирования школьников на изучение экономических приложений математики, формирования у учащихся интереса к профессиям, связанных с финансово-экономической сферой деятельности.

Несмотря на свою значимость, задачи, имеющие экономическое содержание, вызывают значительные трудности у учащихся, обусловленные отсутствием достаточного внимания к решению подобных задач в школьном курсе математики, слишком большим объёмом информации, из которой трудно выделить необходимую при самостоятельной подготовке к экзамену, отсутствием общей математической культуры и экономической грамотности.

При написании диссертационной работы были рассмотрены труды многих авторов – теоретиков и практикующих педагогов, имеющие отношение к теме исследования. Был изучен и проанализирован существующий опыт обучения школьников решению математических задач с экономическим содержанием.

Опираясь на существующие методы подготовки к ЕГЭ и на описанные в изученной нами литературе способы решения прикладных задач, нами была разработана методика обучения старшеклассников решению математических задач с экономическим содержанием.

Апробация разработанной методики проводилась в МАОУ СОШ № 46 города Челябинска. Проведение формирующего эксперимента и обработка его результатов подтвердила верность выдвинутой нами гипотезы.

Проведение элективного курса «Решение задач с экономическим

содержанием» позволяет повысить показатели уровня экономической грамотности старшеклассников: понимание экономических терминов, правильность их употребления, способность применять экономические знания в практической деятельности, умение бережно относиться к материальным ресурсам, планировать расходы, соизмерять потребности с экономическими возможностями, а также систематизировать математические знания, необходимые для решения экономических задач, которые включают в себя такие разделы математики как обыкновенные дроби, проценты, пропорции, функции и их графики, производные и т.д.

Кроме того, использование разработанной нами методики обучения решению задач с экономическим содержанием при проведении элективного курса даёт возможность дополнительной подготовки к ЕГЭ благодаря повторению и обобщению формул, приобретению навыков осмысленного чтения и анализа условия задач и формированию единого подхода к решению задач с экономическим содержанием.

Таким образом, в результате работы над магистерской диссертацией поставленные задачи были решены, цель работы достигнута.

**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

- 1 Федеральный закон от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» (ред. от 29.07.2017)
- 2 Приказ Минобрнауки РФ от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования» (ред. от 07.06.2017)
- 3 Постановление Правительства Российской Федерации от 16.02.2001 № 119 «Об организации эксперимента по введению единого государственного экзамена»
- 4 Постановление Правительства Российской Федерации от 5 апреля 2002 года №222 «Об участии образовательных учреждений среднего профессионального образования в эксперименте по введению единого государственного экзамена»
- 5 Концепция долгосрочного социально-экономического развития Российской Федерации на период до 2020 года утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 17 ноября 2008 года № 1662-р (с изменениями на 10 февраля 2017 года)
- 6 Концепция Федеральной целевой программы развития образования на 2016–2020 годы утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 29 декабря 2014 г. № 2765-р
- 7 Стратегия повышения финансовой грамотности в Российской Федерации на 2017–2023гг. утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 25 сентября 2017 г. № 2039-р
- 8 Приказ Минобрнауки от 17 декабря 2013 г. № 1274 «Об утверждении Порядка разработки, использования и хранения контрольных измерительных материалов при проведении государственной

- итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования и порядка разработки, использования и хранения контрольных измерительных материалов при проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования» (ред. от 05.08.2016)
- 9 Приказ Минобрнауки России от 26.12.2013 №1400 «Об утверждении Порядка проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования»(ред. от 09.01.2017)
  - 10 Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена по математике 2018г. [Электронный ресурс]. – Федеральный Институт Технических Измерений (ФИПИ). – Режим доступа: <http://www.fipi.ru>.
  - 11 Кодификатор требований к уровню подготовки выпускников по математике для составления контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2018 г. [Электронный ресурс]. – Федеральный Институт Технических Измерений (ФИПИ). – Режим доступа: <http://www.fipi.ru>.
  - 12 Спецификация контрольно-измерительных материалов единого государственного экзамена 2018 года по математике [Электронный ресурс]. – Федеральный Институт Технических Измерений (ФИПИ). – Режим доступа: <http://www.fipi.ru>.
  - 13 Акимов, Д. В. Решения задач по экономике: от простых до олимпиадных[Текст]/Д. В. Акимов, О. В. Дичева, Л. Б. Щукина. – М.: Вита-Пресс, 2010. – 336 с.: ил.
  - 14 Александрова, Т.Н. Финансовая арифметика. Просто как дважды два [Текст] / Т.Н. Александрова, А.А. Минько. – М.: Эксмо, 2007. –240с.
  - 15 Алексенцев, В.И. Дидактические принципы методики обучения решению математических задач с экономическим содержанием

- [Электронный ресурс]: статья /В.И. Алексенцев.– Известия Самарского научного центра РАН. 2010. №3-2.– Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/didakticheskie-printsipy-metodiki-obucheniya-resheniyu-matematicheskikh-zadach-s-ekonomicheskim-soderzhaniem>
- 16 Аменд, А.Ф. Экономическое образование и воспитание учащихся IX-X (V-XI) классов [Текст]: Учебное пособие /А.Ф. Аменд. – Челябинск, 1988. – 162 с.
- 17 Арताल, Л., Салес, Ж. Мир математики: в 40 т. Т. 19. Ипотека и уравнения. Математика в экономике[Текст]/Л. Арताल, Ж. Салес – Пер. с исп. – М.: Де-Агостини, 2014. – 160 с.
- 18 Бушнева, О.Ф., Эзиева, А.Д. Анализ задач экономического содержания из открытого банка заданий ЕГЭ 2017 года [Текст]: статья // О.Ф. Бушнева, А.Д. Эзиева. – Вестник Таганрогского института имени А.П. Чехова. 2017. №1. – С.184-190
- 19 Вахрушева, Н.В. Финансовые вычисления.[Текст]: Учебное пособие для старших классов, профильное обучение / Н. В. Вахрушева. – Краснодар: Перспективы образования, 2008. – 132 с.
- 20 Виноградова, Н.Ю.Финансовая грамотность населения Российской Федерации как фактор экономического благосостояния государства [Текст]: статья / Н.Ю. Виноградова. – Актуальные направления научных исследований: перспективы развития: материалы II Междунар. науч.-практ. конф. (Чебоксары, 16 июля 2017 г.)/редкол.: О.Н. Широков [и др.]. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2017. – С. 248–249
- 21 Вишнякова, С.М. Профессиональное образование. Ключевые понятия, термины, актуальная лексика.[Текст]:Словарь. / С.М. Вишнякова. – М.: НМЦ, 1999. – 538 с.
- 22 Гагарина, М.А., Сулейманова, С.С. Финансовая грамотность и

- экономическое поведение лиц с различным соотношением мотивов сбережения и потребления [Электронный ресурс]: статья // Интернет-журнал «Мир науки» 2017, Том 5, номер 3. – Режим доступа: <http://mir-nauki.com/PDF/45PSMN317.pdf>
- 23 Голубев, А.А., Спасская, Т.А. Пособие по математике для подготовки к ЕГЭ 2017 [Текст]: учеб. пособие/А. А. Голубев– Тверь: Твер. гос. ун-т, 2017. – 124 с.
- 24 Далингер, В. А. Прикладные математические задачи с экономическим содержанием как средство профорientации учащихся [Электронный ресурс]: статья // Международный журнал экспериментального образования. 2013. №11-1. – Режим доступа: <http://cyberleninka.ru/article/n/prikladnye-matematicheskie-zadachi-s-ekonomicheskim-soderzhaniem-kak-sredstvo-proforientatsii-uchaschihsya>
- 25 Дмитриева, А.Б. Самостоятельная работа по решению прикладных задач в курсе математики как условие повышения качества профессиональной подготовки обучаемых в вузе[Текст]:автореф.дис. на соиск. уч. степ. канд. пед.наук./А.Б. Дмитриева. – М., 2004. – 19 с.
- 26 Егупова, М.В. Практико-ориентированное обучение математике в школе. [Текст]:Учебное пособие для студентов педвузов/ М.В. Егупова – М.: МПГУ, 2014. – 208 с.
- 27 Иоффе, А. Экономическая грамотность современного российского школьника [Электронный ресурс]: статья // А.Иоффе. – «Мой профсоюз», №37, 14.09.2017–Режим доступа: <http://www.ug.ru/archive/71564>
- 28 Кайзер, Ф.Й. Экономика [Текст]: базовый курс для 10-11 кл. общеобразоват. учрежд. / Ф.-Й. Кайзер, А.В. Веткина, А.С. Курмелева. –М.: Вита-Пресс, 2007. – 288 с.
- 29 Кириллюк, И.Л. Экономико-математические модели для исследования мезоуровня экономики [Электронный ресурс]: статья //И.Л.



- Кириллюк. – Журнал институциональных исследований. 2017. №3.  
– Режим доступа:  
[http://ecsocman.hse.ru/data/2017/10/31/1251077310/JIS\\_9.3\\_4.pdf](http://ecsocman.hse.ru/data/2017/10/31/1251077310/JIS_9.3_4.pdf)
- 30 Кузьменко, В.А. Формирование экономической культуры у старшеклассников на уроках английского языка [Текст]: монография / В.А. Кузьменко. – Челябинск: Изд-во Челяб. гос. пед. ун-та, 2011. – 222 с.
- 31 Логинова В. В. Использование экономических задач в школьном курсе математики [Текст]: статья / В.В. Логинова. – Наука и современность. 2010. №5-1. – С. 341-345
- 32 Малкова, А.ЕГЭ-2015 по математике. Полный курс подготовки [Текст] / А. Малкова. – 141 с.
- 33 Мансурова, А.Х., Эрентраут, Е.Н. Формирование экономической грамотности на уроках математики [Текст]: статья / А.Х. Мансурова, Е.Н. Эрентраут. – Актуальные проблемы развития среднего и высшего образования: межвуз. сб. науч. тр. – Челябинск: «Край Ра», 2017. – 180 с.
- 34 Милославский, В. Г. Финансовая грамотность населения: проблемы и перспективы [Текст]: статья // В.Г. Милославский, В.С. Герасимов, В. А. Транова [и др.]. – Молодой ученый, 2016. – №4. – С. 452-456.
- 35 Михеева, С.А. Школьное экономическое образование. Методика обучения и воспитания. [Текст]: Учебник для студентов педвузов / С.А. Михеева. – Издательство «Вита-Пресс», 2013 г. – 176 с.
- 36 Михеева, С.А. Школьное экономическое образование. Методика обучения и воспитания. [Текст]: Практикум для студентов педвузов / С.А. Михеева. – Издательство «Вита-Пресс», 2013 г. – 176 с.
- 37 Моисеева, Д.В., Небыков, И.А. Финансовая грамотность населения: к определению понятий [Электронный ресурс] // Д.В. Моисеева, И.А.

- Небыков. Известия ВолгГТУ. 2015. №2 (155). –Режим доступа: [http://xn--80aai1dk.xn--p1ai/files/documents/44-redaktor/nauka/izdaniya/nauch\\_potentsial/4/moiseeva\\_nebycov.pdf](http://xn--80aai1dk.xn--p1ai/files/documents/44-redaktor/nauka/izdaniya/nauch_potentsial/4/moiseeva_nebycov.pdf)
- 38 Монгуш, А.С., Танова, О.М. О методике обучения решению задач ЕГЭ с социально-экономическим содержанием[Текст]: статья / А.С. Монгуш, О.М. Танова. – Вестник. Педагогические науки 2015/4.
- 39 Киреев, А. Экономика в графиках[Текст]: Учебное пособие для 10–11 кл. общеобразовательных учреждений /Алексей Киреев. – М.: Вита-пресс, 2010. – 96 с.
- 40 Пиксаева, О.А., Севостьянова, С.А. Обучение старшеклассников решению экономических задач в современных социально-экономических условиях [Текст]: статья /Актуальные проблемы образования: позиция молодых: материалы Всероссийск. студ. науч.-практ. конференции 28-29 апреля 2016 г. – Челябинск: Изд-во «Золотой феникс», 2016. – 279 с.
- 41 Пиксаева, О.А. Педагогический эксперимент по введению элективного курса «Задачи с экономическим содержанием», как средство улучшения подготовки старшеклассников к ЕГЭ [Текст]: статья /О.А. Пиксаева. – Актуальные проблемы развития среднего и высшего образования: межвуз. сб. науч. тр.– Челябинск: «Край Ра», 2017. – 180 с.
- 42 Пойа, Дж. Математическое открытие. Решение задач основные понятия, изучение и преподавание[Текст]: Учебное пособие / Дж. Пойа. – М.: КомКнига, 2010. – 450 с.
- 43 Просветов, Г.И. Математика в экономике: задачи и решения. [Текст]: учебно-методическое пособие / Г.И. Просветов. М.: Изд-во РДЛ, 2004. –360 с.
- 44 Сальникова, Н.В. Метод подготовки к ЕГЭ по математике «Блиц-ЕГЭ (ОГЭ) [Электронный ресурс] // Н.В. Сальникова. – Режим

- доступа: <https://infourok.ru/metodika-podgotovki-k-ege-oge-po-matematike-blic-ege-541315.html>
- 45 Селяева, Л. А. Приемы работы с текстом [Электронный ресурс]// Л.А. Селяева. – Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2015. – Т. 6. – С. 81–85. – Режим доступа: <http://e-koncept.ru/2015/65217.htm>.
- 46 Симонов, А.С. Математические модели экономики в школьном курсе математики [Текст]: дис. . д-ра пед. наук / А.С. Симонов. – Тула, 2000. – 328 с.
- 47 Смирнова, Н. В. Формирование финансовой грамотности в рамках реализации образовательного проекта «ТЕМП» [Текст]: статья // Педагогика: традиции и инновации: материалы VIII Междунар. науч. конф. (г. Челябинск, январь 2017 г.). – Челябинск: Два комсомольца, 2017. – С. 87-89.
- 48 Ступникова, О.Е., Гукасова, Н.Р. Развитие экономической грамотности обучающихся в школе[Текст]: статья // О.Е.Ступникова, Н.Р. Гукасова. – Вестник экспертного совета, № 3(3), 2015. – С. 76 – 85
- 49 Терешин, Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики[Текст]: Книга для учителя./ Н.А. Терешин – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.
- 50 Уксусова, М.С. Повышение финансовой грамотности молодежи как условие модернизации экономики России [Электронный ресурс]: статья// М.С. Уксусова. – Современные научные исследования и инновации. 2014. № 12. ч. 2. Режим доступа: <http://web.snauka.ru/issues/2014/12/43071>
- 51 Фридман, Л.М., Турецкий, Е.Н.Как научиться решать задачи. [Текст]: Книга для учащихся старших классов. / Л.М.Фридман, Е.Н. Турецкий. – 3-е изд., дораб. – М.: Просвещение, 1989. – 192 с.

- 52 Черная, Е. В. Начальная информационная грамотность и начальная экономическая грамотность – сопряженные условия формирования основ экономических компетенций[Текст]: статья/ Е.В. Черная. – Вестник ЧелГУ. 2014. № 18 (347). Экономика. Вып. 46. – С. 173–177.
- 53 Шапиро, И.М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики[Текст]: Книга для учителя./ И.М. Шапиро– М.: Просвещение, 1990. – 96 с.
- 54 Шестаков, С. А. ЕГЭ 2017. Математика. Задачи с экономическим содержанием. Задача 17 (профильный уровень) [Текст]: учебное пособие/ Под ред. И. В. Яценко. – М.: МЦНМО, 2017. – 208 с.
- 55 Элективные курсы по математике и информатике с экономическим содержанием Текст. 10-11 классы / Под общей ред. О.М. Фадеевой. М.: Глобус, 2007.–158 с.
- 56 Яценко, Н.Е. Толковый словарь обществоведческих терминов/ Н.Е. Яценко.– СПб.: Лань, 1999. – 524 с.
- 57 Яценко, И.В. Методические указания для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2017 года по математике. / И.В. Яценко, А.В. Семёнов, И.Р. Высоцкий. – М.: ФИПИ, 2017. – 45 с.
- 58 Яценко, И.В. ЕГЭ 2017. Математика. 30 вариантов. Профильный уровень [Текст]: Метод. указания / под ред. И.В. Яценко. – М.: МЦНМО, 2017. – 216 с.
- 59 Яценко, И.В. Я сдам ЕГЭ! Математика. Модульный курс. Методика подготовки [Текст]: учебное пособие / И.В. Яценко, С.А. Шестаков. – М.: Просвещение, 2017. – 384 с.