



МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ ДОШКОЛЬНОГО, НАЧАЛЬНОГО И КОРРЕКЦИОННОГО ОБРАЗОВАНИЯ
КАФЕДРА ТЕОРИИ, МЕТОДИКИ И МЕНЕДЖМЕНТА НАЧАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

**Моделирование как средство формирования логических операций
у младших школьников на уроках математики**

**Выпускная квалификационная работа по направлению
44.03.01 Педагогическое образование**

Направленность программы бакалавриата

«Начальное образование»
Форма обучения заочная

Проверка на объем заимствований:

87,91 % авторского текста

Работа рекомендована к защите

« 12 » июня 20 25 г.

И.о. зав. кафедрой ТМиМО

Волчегорская Евгения Юрьевна

Выполнила:

Студентка группы ЗФ-521-070-5-1

Нохрина Дарья Александровна

Научный руководитель:

Канд. пед. наук, доцент

Махмутова Лариса Гаптульхаевна

Челябинск

2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
ГЛАВА 1. Теоретические аспекты проблемы формирования логических операций у младших школьников посредством моделирования на уроках математики.....	7
1.1 Сущность понятия «логические операции» в психолого-педагогической литературе.....	7
1.2 Особенности формирования логических операций у детей младшего школьного возраста.....	13
1.3 Потенциал моделирования в процессе формирования логических операций у младших школьников на уроках математики.....	21
Выводы по главе 1.....	31
ГЛАВА 2. Исследовательская работа по формированию логических операций у младших школьников посредством моделирования.....	33
2.1 Организация исследования. Характеристика используемых методик.....	33
2.2 Диагностика уровня сформированности логических операций у детей младшего школьного возраста.....	39
2.3 Комплекс заданий с использованием приемов моделирования на уроках математики, направленный на формирование у младших школьников логических операций.....	49
Выводы по главе 2.....	67
Заключение.....	69
Список использованных источников.....	71
Приложение А.....	80

Введение

Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования (ФГОС НОО) устанавливает требования, необходимые для реализации основной образовательной программы на ступени начального образования. Данный стандарт направлен на формирование у выпускников начальной школы таких личностных качеств, как любознательность, активное и заинтересованное познание окружающего мира, а также овладение основами учебной деятельности и способность к самостоятельной организации процесса обучения. В частности, в п. 42 ФГОС НОО указывается, что метапредметные результаты освоения программы начального общего образования должны отражать овладение универсальными учебными познавательными действиями, в том числе и базовыми логическими действиями.

Реализация указанных характеристик в значительной мере зависит от уровня развития мышления младших школьников как одного из важнейших компонентов познавательной деятельности. Процесс развития мышления способствует формированию способности ребенка к самостоятельному усвоению новых знаний, умений и навыков, включая умение учиться. В этом контексте развитие логического мышления осуществляется в ходе образовательного процесса и представляет собой важное условие для развития познавательных способностей младших школьников, а также в подготовке к решению более сложных задач в дальнейшем обучении.

Изучению мышления младших школьников, в том числе формированию у них тех или иных логических операций, посвящены работы А.В. Белошистой, А. Н. Леонтьева, Ж. Пиаже, Н. Ф. Талызиной, Л. Ф. Тихомировой, Н. И. Чирковой и др.

Основными механизмами мышления являются мыслительные логические операции: сравнения, анализа, синтеза, обобщения,

классификации, установления аналогий и причинно-следственных связей, построения рассуждений, отнесения к известным понятиям, что представляет собой основу умственных действий человека.

Роль математики в формировании логических операций исключительно велика. Преподаватели математики несут особую ответственность, поскольку в школьной программе отсутствует самостоятельный предмет «Логика», поэтому формирование навыков логического мышления и построения корректных умозаключений должно быть интегрировано в обучение математике с самого начала.

Одним из эффективных методов развития логического мышления является моделирование, позволяющее обучающимся наглядно представлять математические операции и связи между числами и объектами. В этом возрасте детям проще усваивать информацию через образы, схемы и манипуляции с объектами, чем через абстрактные объяснения. Моделирование, как метод обучения, соответствует возрастным особенностям младших школьников. Кроме того, во ФГОС НОО акцент сделан на формирование у обучающихся навыков критического мышления, самостоятельного поиска решений и работы с информацией, что делает моделирование одним из востребованных инструментов в обучении.

Следовательно, изучение и внедрение метода моделирования в образовательный процесс является важным направлением педагогических исследований. Разработка эффективных способов использования моделей для формирования логических операций у младших школьников на уроках математики будет способствовать повышению качества образования и развитию ключевых компетенций обучающихся.

Проблема исследования: каковы возможности приемов моделирования при формировании логических операций у младших школьников на уроках математики?

Проанализировав актуальность выбранного направления исследования, а также обозначив проблему, была сформулирована тема исследования: «Моделирование как средство формирования логических операций у младших школьников на уроках математики».

Цель исследования заключается в том, чтобы на основе рассмотрения теоретических аспектов проблемы и проведенной исследовательской работы составить комплекс заданий с использованием приемов моделирования на уроках математики, направленный на формирование у младших школьников логических операций.

Объект исследования: процесс формирования логических операций у младших школьников на уроках математики.

Предмет исследования: приемы формирования логических операций у младших школьников на уроках математики посредством моделирования.

Задачи исследования:

1. Изучить сущность понятия «логические операции» в психолого-педагогической литературе.
2. Рассмотреть особенности формирования логических операций у детей младшего школьного возраста.
3. Проанализировать потенциал моделирования при формировании логических операций у младших школьников на уроках математики.
4. Провести диагностику уровня сформированности логических операций у детей младшего школьного возраста.
5. Разработать комплекс заданий с использованием приемов моделирования на уроках математики, направленный на формирование у младших школьников логических операций.

Методы исследования: анализ психолого-педагогической литературы, наблюдение, беседа, количественная и качественная обработка результатов.

База исследования: одна из школ Челябинской области. В исследовании принимали участие 20 обучающихся 3-го класса.

Практическая значимость исследования заключается в разработке комплекса заданий с использованием приемов моделирования на уроках математики, направленного на формирование у младших школьников логических операций. Разработанные задания будут учитывать возрастные и психолого-педагогические особенности обучающихся, обеспечивая поэтапное формирование их логических операций через наглядные и интерактивные формы работы.

Данный комплекс может быть использован учителями начальных классов в образовательном процессе, а также станет основой для методических рекомендаций по эффективному внедрению приемов моделирования в преподавание математики. Кроме того, предложенные задания могут быть адаптированы для работы в цифровой образовательной среде, что позволит использовать их в дистанционном обучении.

Структура работы обусловлена предметом, целью и задачами исследования. Работа включает в себя: введение, две главы, выводы по главам, заключение, список использованных источников.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРОБЛЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ ПОСРЕДСТВОМ МОДЕЛИРОВАНИЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

1.1 Сущность понятия «логические операции» в психолого-педагогической литературе

Понятие логических операций в психологии и педагогике относится к базовым умственным действиям, посредством которых осуществляется логическое мышление.

Необходимо отметить, что в научной литературе понятие логических операций часто заменяется синонимичным определением – «мыслительные операции».

И. Н. Кириллова отмечает, что термин «мыслительные операции» «присутствует в работах ведущих отечественных и зарубежных психологов, однако его определение в данных работах нетождественно» [18, с. 81].

С. Л. Рубинштейн под «мыслительными операциями» понимал операции, учитывающие существенные условия ситуации, в которой они совершаются, В. Д. Шадриков – операции, связанные с психическими процессами [37].

С позиций швейцарского психолога Ж. Пиаже логические операции – это внутренние умственные действия, которые формируются у ребенка в ходе интеллектуального развития и характеризуются обратимостью (например, понимание, что действие можно мысленно отменить) и координацией в системы [34].

Ж. Пиаже впервые показал, что детское мышление структурно отлично от мышления взрослого: до определенного возраста дети не способны к некоторым логическим операциям (например, не понимают сохранение количества вещества) даже при наличии необходимой

информации. Он ввел термин «операциональное мышление» для обозначения этапа, на котором ребенок овладевает логическими операциями и может мысленно манипулировать символами и понятиями при решении задач. Согласно Ж. Пиаже, в период конкретных операций (примерно с 7 до 11 лет) дети начинают оперировать логическими структурами, но еще привязаны к наглядному материалу, а в более раннем дооперациональном периоде (до 7 лет) им недоступны такие понятия, как сохранение объема или обратимость действий. Только около 7–8 лет ребенок обычно осваивает понятие сохранения количества вещества (понимает, что масса пластилина не меняется, если из одного куска скатать несколько маленьких) [4].

Кроме того, Ж. Пиаже указывал, что в дооперационном возрасте мышление ребенка эгоцентрично, не системно и во многом зависит от наглядных впечатлений.

Советские психологи и педагоги несколько иначе трактовали логические операции, делая упор на роль обучения и социальной среды в их развитии. Л. С. Выготский, анализируя развитие понятий у детей, отмечал, что спонтанно (в повседневной деятельности) у ребенка формируются бытовые понятия на основе практического опыта, но для возникновения научных понятий – систематизированных и логически выверенных – необходим целенаправленный педагогический процесс и овладение операциями мышления под руководством взрослых [12]. В отличие от Ж. Пиаже, считавшего интеллектуальное развитие в значительной мере возрастозависимым и созревающим по внутренним законам, Л. С. Выготский и его последователи подчеркивали, что обучение ведет за собой развитие. В рамках культурно-исторической теории Выготского логические операции рассматриваются как результат интериоризации (превращения внешних, социальных действий во внутренние умственные операции) при наличии речи и знаковой среды. Так, ребенок сначала выполняет мыслительные операции во внешней,

развернутой форме, совместно с взрослым, а затем постепенно переходит к их свернутому, умственному выполнению [42].

Эта идея была впоследствии конкретизирована П. Я. Гальпериным в его теории поэтапного формирования умственных действий. П. Я. Гальперин предложил специальный метод обучения, при котором каждая новая операция вводится сначала как внешнее практическое действие с материальными объектами, затем – как внешняя речь (проговаривание шагов решения), далее – как внешняя речь про себя, и, наконец, формируется как внутреннее умственное действие без опоры на внешние средства. Благодаря такому поэтапному «сворачиванию» действия формируются полноценные логические операции, доступные для осуществления в уме. Например, школьник при обучении решению уравнений сначала работает с реальными предметами или рисунками (материальная модель уравнения), затем проговаривает решение вслух, и лишь после ряда этапов научается решать уравнение в уме, оперируя абстрактными числами [9]. Вслед за П. Я. Гальпериным, Н. Ф. Талызина показала, что при правильной организации обучения дети могут значительно успешнее овладевать мыслительными операциями и избегать характерных ошибок развития мышления. Тем самым данные авторы дополнили понимание логических операций: это не только продукт «созревания интеллекта» (как у Ж. Пиаже), но и результат усвоения определенных действий в процессе обучения [44].

Существуют и другие научные подходы к определению логических операций. Например, О. К. Тихомиров определял логическое (рассуждающее) мышление как операционально-концептуальное мышление, оперирующее понятиями и логическими конструкциями на базе языка. Он характеризовал его как поэтапное, аналитическое, во многом осознанное мышление, протекающее в форме рассуждений, доказательств. Подобное рассуждающее мышление становится возможным благодаря сформированности перечисленных выше операций – ребенок

учится анализировать условия задачи, отбирать нужные знания, сравнивать разные подходы, группировать и классифицировать информацию, выделять общее и особенное и т.д. [45].

А. А. Люблинская отмечала, что логическое (словесно-логическое) мышление осуществляется во внутреннем плане при помощи понятий и требует от ребенка умения рассуждать, т.е. оперировать в уме правилами и действиями для решения задачи. Она подчеркивала, что переход от наглядно-действенного мышления к собственно логическому происходит постепенно: сначала дети мыслят «руками» (манипулируя предметами), но по мере взросления практические действия уступают место умственным операциям, выполняемым в речи и мышлении [26].

Терминология может варьироваться у разных авторов. Так, как отмечает Б. Г. Ананьев, в логике (как науке) под логическими операциями часто подразумеваются операции над высказываниями – например, конъюнкция (логическое «и»), дизъюнкция («или»), отрицание («не») и др. Однако в психолого-педагогическом контексте под логическими операциями понимаются, прежде всего, мыслительные действия, обеспечивающие процесс рассуждения. Именно эти операции составляют структуру логического мышления обучающегося [2].

Таким образом, в психолого-педагогической литературе логические операции рассматриваются как основные компоненты мыслительной деятельности, обеспечивающие логическую структуру мышления.

Основные подходы разных ученых можно свести к следующему: с одной стороны, логические операции – это универсальные мыслительные приемы (анализ, синтез, сравнение и пр.), через которые происходит познание; с другой стороны, их формирование зависит от возраста и обучения. Ж. Пиаже показал возрастные этапы возникновения операций и ввел представление о конкретно-операциональном характере детского мышления [34]. Л. С. Выготский и последователи сделали акцент на роли целенаправленного обучения и социальной среды в овладении

логическими операциями детьми [12]. П. Я. Гальперин [9] разработал методику формирования операций через поэтапное действие, а О. К. Тихомиров [45], А. А. Люблинская [26] и др. дали подробную характеристику каждому виду операций и их месту в структуре мышления. В совокупности эти научные точки зрения дополняют друг друга, помогая глубже понять сущность понятия «логические операции».

Согласно ФГОС НОО, данные мыслительные операции входят в состав познавательных универсальных учебных действий (УУД) [36].

Сформированные познавательные действия являются важнейшим компонентом учебно-познавательной компетентности обучающегося, в связи, с чем особый интерес представляет рассмотрение уровней обучения предложенные В. П. Беспалько. Автор считает, что для того чтобы начался процесс усвоения учебной информации, нужно обеспечить внешние условия для возможностей обучающегося оперировать своим наглядно-образным или наглядно-действенным мышлением [5].

Познавательные УУД включают в себя общеучебные и логические универсальные учебные действия. Логические действия имеют наиболее общий (всеобщий) характер и направлены на установление связей и отношений в любой области знания [17].

В состав логических универсальных учебных действий, формируемых в начальной школе, входят:

- ~ сравнение исходных данных для установления различий, сходства (тождества), общих признаков предметов и явлений, составления классификации объектов;

- ~ анализ – выделение элементов и отдельных «единиц» из целого, разделение целого на структурные части и компоненты;

- ~ синтез – обратная операция анализу, в которую входит составление целого из частей, в том числе путем самостоятельного восполнения недостающих компонентов, частей;

- ~ сериация – упорядочение различных объектов по степени выраженности какого-либо признака;
- ~ классификация – отнесение того или иного предмета к определенной группе предметов на основе заданного признака;
- ~ обобщение – генерализация и выведение общности для предметов или явлений на основе выделения сущностной связи;
- ~ доказательство – установление причинно-следственных связей, построение логической цепи рассуждений; установление аналогий [3; 20].

Б. Б. Айсмонтас особо выделяет в предложенной структуре такую мыслительную операцию, как синтез, которая неразрывно связана с операцией анализа. Анализ включает в себя декомпозицию сложных задач на более простые компоненты, выявление закономерностей и связей между ними, выделение основных проблем или важных аспектов. Этот этап помогает понять суть происходящего, выявить причины и последствия, определить критические точки. Синтез, в свою очередь, относится к процессу компоновки или объединения элементов, полученных в результате анализа, в целостную структуру, решение задачи или создание нового продукта. В этот этап включается синтезирование информации, выработка решения, формулирование выводов или планов действий.

Н. Ф. Талызина предложила следующую структуру иерархии логических операций и опирается на последующие определения данных операций: анализ и выделение главного; сравнение; абстрагирование; обобщение; конкретизация [44].

Сравнение – еще одна ключевая логическая операция – означает установление сходства и различий между объектами или явлениями. Посредством сравнения обучающиеся выявляют общие черты предметов и их отличия; эта операция лежит в основе последующей классификации и систематизации знаний [21].

Абстрагирование заключается в мысленном отвлечении от несущественных свойств объекта и выделении только значимых

признаков. Благодаря абстрагированию формируются отвлеченные понятия (например, число, длина, объем), которые не привязаны к конкретным предметам. Обратная операция – конкретизация – это возвращение от общего понятия к конкретному случаю для его пояснения.

Наконец, обобщение представляет собой объединение объектов в группы по общим существенным признакам (например, обобщение «яблоки, груши, сливы» в категорию «фрукты»). Обобщение ведет к формированию понятий и категорий, что является итогом применения всех вышеназванных операций мышления [23].

Таким образом, можно заключить, что логические операции представляют собой усвоенные в процессе развития и обучения мыслительные действия, без которых невозможны ни полноценное понимание учебного материала, ни успешное решение задач.

Логические операции включают в себя такие психические процессы, как анализ, синтез, обобщение, сравнение, классификация, абстрагирование, логическое мышление и рассуждение. Такие операции необходимы для того, чтобы человек мог понимать окружающий мир, выстраивать логические цепочки мышления, делать выводы и принимать обоснованные решения.

Именно уровень сформированности таких операций во многом определяет интеллектуальную готовность ребенка к обучению и его дальнейшие успехи в учебной деятельности.

1.2 Особенности формирования логических операций у детей младшего школьного возраста

Младший школьный возраст (период обучения в 1–4 классах, примерно от 6–7 до 10–11 лет) – это важнейший этап в развитии мышления ребенка. В эти годы происходит переход от дошкольного наглядно-образного мышления к более абстрактному, понятийному мышлению.

Происходит интенсивное формирование логических операций, о сущности которых шла речь выше [56].

Рассмотрим онтогенез (развитие) основных логических операций у детей и те особенности, которые отмечают исследователи для данного возрастного этапа.

А. Лазебникова пишет о том, что при поступлении в школу у большинства детей еще не сформировано понятийное, логико-абстрактное мышление. Для мышления дошкольника характерна относительно низкая произвольность: ребенок мыслит хаотично, исходя из непосредственных впечатлений, ему трудно целенаправленно рассуждать по заданной взрослым задаче [24]. Дошкольники часто проявляют явления, которые Ж. Пиаже назвал эгоцентризмом мышления: ребенок склонен принимать свою точку зрения за единственно возможную, не понимает относительности некоторых понятий и может делать выводы, противоречащие реальности (синкретическое мышление). В терминах Ж. Пиаже дошкольный возраст соответствует дооперациональному этапу развития интеллекта, когда ребенок еще не владеет операциями сохранения, обратимости и классификации [34].

Р. С. Немов отмечает, что с началом обучения в школе (6–7 лет) мышление ребенка претерпевает качественные изменения. Во-первых, сама учебная деятельность требует от ученика произвольности мышления – необходимо целенаправленно думать тогда, когда это нужно (по заданию учителя), а не только по собственному желанию. Регулярное выполнение учебных заданий учит младшего школьника управлять своим умственным процессом, планировать рассуждение. Во-вторых, при освоении чтения, письма, математики дети начинают активно использовать символы и знаки (буквы, цифры), что способствует переходу от действий с конкретными предметами к действиям в плане понятий [31].

Л. С. Выготский подчеркивал, что к 6–7 годам у детей появляются задатки понятийного мышления, хотя полностью логическое (понятийное)

мышление еще не сформировано. Это подтверждается и работами [12] Ж. Пиаже: дети данного возраста еще испытывают трудности с пониманием сохранения количества, длины, массы и других инвариантов – эти понятия начинают усваиваться только с началом конкретно-операционального периода, около 7–8 лет [34].

З. М. Бобоева отмечает, что на протяжении обучения в начальной школе происходит постепенное становление всех основных логических операций. Анализ и синтез развиваются, прежде всего, в контексте учебных предметов: ребенок учится разбирать слово на звуки и буквы (анализ в языке), раскладывать число на слагаемые или множители (анализ в математике), а затем составлять из частей целое – например, собирать текст из предложений (синтез) или решать задачу, объединяя шаги решения (синтез решений) [6]. По данным исследований А. З. Зака, анализ и синтез в этом возрасте еще во многом опираются на наглядность. Дети младше 8–9 лет часто не проводят полный анализ условий задачи, могут упускать важные компоненты. Например, при сравнении предметов школьник нередко фиксируется лишь на одном каком-то признаке [17].

В исследованиях И. Н. Кобелевой и Л. В. Годовниковой отмечено явление «однолинейного сравнения»: младшие школьники часто находят либо только различия между объектами, не замечая сходства, либо наоборот – видят лишь общее и игнорируют различия. Так, при сравнении геометрических фигур ученик 1 класса отмечает только отличие по цвету, но не видит одинаковой формы. Причина этого феномена – недостаточная сформированность операции сравнения [19].

Более того, детям трудно осознать сам процесс сравнения: исследования В. Н. Ванниковой показали, что лишь 3–9 % первоклассников в начале обучения могут объяснить, что значит сравнивать и как они это делают, тогда как практически выполнить простейшее сравнение (найти 1–2 сходства или различия) могут около 38 % детей, т.е. многие первоклассники на практике различают предметы,

но не умеют вербализовать свой мыслительный процесс и понять его как общий прием [8].

Со временем, при правильном обучении, эти показатели значительно улучшаются. К концу начальной школы большинство детей уже способны проводить многостороннее сравнение – учитывая одновременно несколько признаков объектов. В ходе многостороннего сравнения по признакам (количество сторон, длина сторон, величина углов, наличие симметрии) ученики устанавливают, какие фигуры чем-то похожи, а чем-то отличаются [52]. Это развивает у них операции анализа, сравнения, обобщения и классификации. Однако даже в 3–4 классе еще прослеживаются некоторые недостатки: например, ребенок может затрудняться в доказательности своего суждения. Исследования (А. И. Кагальняк, А. Л. Савченко, Е. Н. Шилова и др.) показали, что обучающиеся часто не умеют обосновать, почему предметы сходны или различны – они находят признак, но не могут объяснить, почему этот признак существенный [26].

Это означает, что операция сравнения формируется постепенно: от умения практически отличить объекты – к умению словесно аргументировать сходство/различие.

Л. В. Бумагина отмечает, что классификация и обобщение начинают активно развиваться примерно с 7–8 лет. В начале школьного обучения дети способны классифицировать предметы по одному признаку – например, разложить фигуры только по форме или разложить картинки на группы «живое – неживое». Постепенно они учатся учитывать сразу два и более основания для классификации. К 9–10 годам (4 класс) большинство обучающихся уже могут выполнять иерархические классификации [7].

Например: классификация геометрических фигур: все изучаемые фигуры можно разделить на две большие группы: плоские и объёмные. Это – первый уровень классификации. К плоским фигурам относятся такие, как треугольник, квадрат, прямоугольник, ромб, круг. К объёмным –

куб, параллелепипед, шар, цилиндр, конус. Далее идёт второй уровень классификации – внутри каждой группы. Например, среди четырёхугольников (фигур с четырьмя сторонами, входящих в группу плоских) можно выделить: прямоугольник; квадрат; ромб; квадрат. Квадрат одновременно входит в класс прямоугольников и ромбов, что показывает пересечение иерархий [16].

Иерархическая классификация в этом примере помогает детям понять, что фигуры можно объединять в группы по общим признакам, а также видеть взаимоотношения «родовое – видовое». Это формирует основы логического мышления и понимания структуры понятий.

Ж. Пиаже указывал, что способность строить системы классов и подклассов – важное приобретение конкретно-операционального периода. Младший школьник благодаря этому начинает осваивать понятия объемнее и системнее, чем просто через перечисление примеров. Вместе с классификацией идет развитие сериации – упорядочивания объектов по какому-либо признаку (например, расставить числа по возрастанию, или расположить линейки по длине). Появление операций классификации и сериации Ж. Пиаже и Б. Инельдер называли генезисом элементарных логических структур у детей [35].

Абстракция и обобщение в младшем школьном возрасте, по мнению Н. Б. Сакаевой, проявляются в овладении базовыми научными понятиями. Первоначально ребенок усваивает конкретные значения (например, конкретное число как количество предметов или конкретное геометрическое понятие «квадрат» как определенная фигура). Постепенно, через задачи и объяснения учителя, дети приходят к более отвлеченным пониманиям: число как результат счёта, квадрат как частный случай прямоугольника и т.д. [39].

Д. Б. Эльконин отмечал, что для младшего школьника характерно начало формирования теоретического мышления – способности оперировать общими связями и отношениями, хотя делается это на

конкретном материале. Так, третьеклассник уже может понять, что перемена мест слагаемых не меняет суммы (общее свойство), хотя сначала это изучалось на конкретных числах. К 4 классу дети начинают оперировать такими абстрактными категориями, как причина и следствие, правило, зависимость. Однако их абстрактное мышление еще ограничено: ученики решают логические задачи по отдельности и зачастую привязываются к конкретному содержанию [56].

Ж. Пиаже отмечал, что ребенок 7–10 лет, даже научившись логически мыслить в пределах конкретной ситуации, не умеет обобщать принцип на все случаи. Например, школьник, решив задачу про яблоки у Васи и поняв способ решения, может оказаться в затруднении при решении аналогичной задачи про книги у Маши – он не сразу перенесёт найденный способ на новую ситуацию, если она представлена иначе. Это объясняется тем, что формально-логическое (абстрактное) мышление еще не сформировано – оно появится лишь в подростковом возрасте, когда ребенок научится оперировать гипотетическими ситуациями и отвлеченными символами без опоры на наглядность [34].

А. А. Сапожникова и Э. П. Бакшеева выделяют некоторые специфические трудности в развитии логических операций у младших школьников. Одной из таких проблем является импульсивность мышления или «короткое замыкание» мыслительного процесса. Нередко ребенок этого возраста, получив задачу, поспешно приходит к какому-то одному выводу, минуя развернутый анализ условий. Например, услышав начало загадки «Я всё знаю, всех учу, но сама всегда молчу...», многие второклассники не дослушивают до конца и восклицают: «Учительница!», хотя правильный ответ – «книга». Дети схватывают отдельный признак («всех учу») и сразу дают первое приходящее на ум решение, не проанализировав все условия (не учли, что «молчит») – это пример недостатка аналитической операции. Подобные ошибки, как отмечают педагоги, характерны для обучающихся 1–3 классов: сказывается еще

недостаточная развитость операций рассуждения и самоконтроля. Постепенно, под руководством учителя, дети учатся не торопиться с выводами, возвращаться к условию задачи, проверять себя. К концу начальной школы логические умозаключения становятся более последовательными: ребенок уже способен планировать рассуждение (например, заранее продумывает шаги решения задачи), старается выявить причинно-следственные связи в материале, отвечает на вопросы «почему?» более обоснованно [51].

Однако полностью произвольное, последовательное рассуждение формируется лишь в среднем звене; в младшем школьном возрасте сохраняются черты образно-интуитивного мышления наряду с растущими элементами логического.

Важно учитывать, что темпы и уровень формирования логических операций у разных детей различаются. Исследования Н. А. Менчинской показали, что целенаправленное обучение способно существенно ускорять развитие мыслительных операций у младших школьников по сравнению с детьми, лишенными такого обучения. В обычном массовом классе можно встретить обучающихся, которые уже в 1–2 классе уверенно выполняют аналитические и классификационные операции (как правило, это дети, получившие до школы хороший развивающий тренинг – например, посещавшие занятия по развитию мышления, шахматы и т.д.). С другой стороны, есть дети, у которых к концу 4 класса остаются недоразвиты отдельные операции – они затрудняются выделять главное в тексте (недостаток анализа и обобщения) или систематически путают сходство с отличием. В таких случаях говорят о необходимости целенаправленного коррекционного развивающего обучения, чтобы подтянуть уровень мыслительных умений [9].

Как было упомянуто выше, современный образовательный стандарт начального общего образования (ФГОС НОО) вводит понятие универсальных учебных действий, среди которых выделяются логические

универсальные действия – по сути, те же мыслительные операции (анализ, сравнение, классификация и т.д.), которые школа должна сформировать у каждого ученика. Таким образом, формирование логических операций у младших школьников – это не стихийный процесс, а задача, которую решает педагог в ходе обучения [36].

Сравнивая подходы разных ученых к генезису логических операций, можно отметить следующее. Ж. Пиаже связывал появление операций с общим когнитивным развитием: в ходе конкретно-операционального периода (7–11 лет) дети овладевают операциями классификации, сериации, обратимости, что позволяет им решать конкретные логические задачи [34]. Л. С. Выготский и его школа показали, что при благоприятном обучении зачатки этих операций появляются еще до школы, а в школе происходит их качественный скачок. Они вводят понятие зоны ближайшего развития: ребенок способен выполнять операцию сначала с помощью взрослого, а затем самостоятельно [12]. Н. А. Менчинская экспериментально доказала влияние обучения на умственное развитие: систематические упражнения в анализе, сравнении, обобщении существенно повышают уровень этих операций даже у младших школьников (то есть развитие можно ускорить педагогически) [9]. Д. Б. Эльконин и В. В. Давыдов разработали новые методы обучения, специально направленные на развитие теоретического мышления младших школьников – в частности, методика развивающего обучения. В. В. Давыдова строилась на том, чтобы уже в начале школы дети учились действовать с обобщенными моделями понятий, что приводит к более раннему формированию логических операций (об этом подробнее в следующем параграфе) [15]. Сходных позиций придерживался и Л. В. Занков, предлагавший давать ученикам творческие задания повышенной трудности для стимулирования аналитико-синтетической деятельности. Современные исследования подтверждают: если специально не учить ребенка мыслительным операциям, они могут формироваться стихийно и неравномерно [32].

Резюмируя, младший школьный возраст характеризуется интенсивным прогрессом в развитии логических операций мышления. К концу этого возраста большинство детей:

- ~ умеют анализировать учебный материал (разделять текст на смысловые части, выделять условия задачи и пр.);
- ~ способны синтезировать знания (составлять целое из частей, делать вывод на основе нескольких фактов);
- ~ владеют операцией сравнения и сериации (находят сходства/различия, упорядочивают объекты по заданному признаку);
- ~ могут классифицировать понятия по существенным признакам и понимают иерархию классов;
- ~ осуществляют несложное абстрагирование (усваивают общее правило из частных примеров) и обобщение (формулируют правила).

Тем не менее, их логическое мышление остается конкретным: дети лучше оперируют наглядным и житейским материалом, чем чисто абстрактными символами. Полноценный переход к формально-логическим операциям (по Ж. Пиаже – стадия формальных операций) произойдет в подростковом возрасте, когда станут доступны рассуждения «в общем виде», без опоры на конкретику. Задача же начальной школы – заложить основу, сформировать фундаментальные операции мышления, отработать навыки рассуждать логично. При успешном решении этой задачи ученик выходит в среднюю школу с развитым интеллектом, умеющим учиться и усваивать теоретические знания.

1.3 Потенциал моделирования в процессе формирования логических операций у младших школьников на уроках математики

Одним из эффективных методов развития логического мышления у младших школьников является метод моделирования. Под моделированием в педагогике понимается процесс создания и использования моделей для изучения определенных объектов или явлений.

С точки зрения теории познания, как отмечают Л. Е. Туканова и Я. А. Пичугина, моделирование – это метод создания и исследования моделей, при котором изучается не сам интересующий нас объект, а его заместитель (модель), находящийся в соответствии с оригиналом. Изучая модель, обучающийся получает новое знание о самом объекте. Таким образом, моделирование позволяет представить сложное в наглядной, упрощенной форме, что особенно важно в обучении детей младшего школьного возраста [48].

В дидактике моделирование относят к наглядно-практическим методам обучения. Модель выступает как наглядный образ существенных свойств изучаемого объекта или процесса. Суть метода заключается в том, что мышление ребенка развивают с помощью специальных схем, изображений, предметных конструкций, которые в доступной форме отражают скрытые связи исследуемого явления [47].

По словам В. В. Шилов, моделирование развивает не только собственно мышление ученика, но и его творческие способности, воображение, пространственное мышление, а также формирует продуктивную память и мелкую моторику при работе с моделями [54].

Изначально (в середине XX века) моделирование активно применялось в технике и науке, однако постепенно проникло и в педагогику – сегодня без моделей трудно представить обучение естественным наукам, математике и многим другим предметам.

Моделирование в учебном процессе выполняет двойную роль: с одной стороны, модель может быть содержанием обучения (т.е. ученики изучают сам способ моделирования как научный метод, учатся строить и применять модели); с другой стороны, моделирование – это средство и учебное действие, с помощью которого достигаются цели обучения. Иначе говоря, моделирование служит дидактическим приемом для усвоения знаний и формирования умений [48].

В контексте темы нашего исследования нас будет интересовать второй аспект – моделирование как средство формирования логических операций у младших школьников на уроках математики. При этом обучающиеся овладевают и самим методом (учатся строить модели ситуаций), и – что главное – через модели постигают новые понятия и отрабатывают логические действия.

И. Н. Съедина предлагает следующее определение: «Моделирование – важнейший метод научного познания, основанный на замене реального объекта его моделью, которая воспроизводит существенные стороны объекта» [43]. Использование моделей позволяет проводить эксперименты «в уменьшенном масштабе», многократно повторять опыты, менять условия – короче говоря, исследовать явление более гибко и безопасно, чем на реальном объекте. Главное преимущество моделирования в обучении – повышение степени наглядности и осмысленности материала. Даже абстрактные математические отношения (например, равенства, соотношения величин) могут стать понятными детям, если их представить в виде наглядной модели. Кроме того, модель отсеивает несущественные детали: в ней выделено только главное, благодаря чему у ученика формируется обобщенный подход к задаче [46] .

Л. В. Федорова классифицирует модели в обучении на несколько видов. Так, принято выделять три основных типа моделей, используемых в начальной школе: предметные, предметно-схематические и графические.

Предметные модели – реальные предметы или их макеты, воспроизводящие объект изучения. Например, глобус как модель Земли, муляжи геометрических тел, счётные палочки, разрядные таблицы и т.п. В математике предметными моделями являются также дидактические материалы вроде наборов фигур, кубиков, линейных отрезков (которые моделируют числа), часы с подвижными стрелками (модель времени) и др.

Предметно-схематические модели – комбинация реальных предметов-заместителей и графических знаков. Они отображают структуру

явления в обобщенной предметной форме. Примеры: «календарь природы» (модель смены погоды и сезонов с использованием значков - солнца, облаков и т.д.), модель слова в виде схемы (квадратики или черточки вместо букв, показывающие количество и особенности звуков). В математике примером предметно-схематической модели может служить числовая лестница: на чертеже линии отмечены делениями, а вместо реальных объектов на ней двигаются фишки, представляющие числа.

Графические (схематические) модели – изображения, схемы, диаграммы, передающие отношения в абстрактном виде. Графические модели широко применяются и создаются как учителями, так и самими детьми. Например, таблицы и диаграммы (модель соотношений данных), схемы задач (рисунок к текстовой задаче с условными обозначениями величин). В математике графические модели – одни из самых распространенных: это и черты отрезков под задачами, и схемы вычислений в столбик, и координатная ось, и многое другое [50].

В начальной школе преподавание начинается, как правило, с предметных моделей (особенно в 1 классе). Дети в первом классе все новые понятия познают через конкретные действия: складывают и вычитают на палочках или фишках, выкладывают геометрические фигуры, часами измеряют время на моделях часов, учатся измерять длину предметов линейкой и пр. Например, решение первой арифметической задачи часто иллюстрируется с помощью фишек: учитель предлагает «отыграть» ситуацию (допустим, у мальчика было 3 яблока, ему дали еще 2 – сколько стало?), выкладывая соответствующее количество фишек и объединяя их. То есть происходит моделирование жизненной ситуации с помощью предметов, что позволяет ребенку увидеть арифметическое действие наглядно [41].

В ходе таких упражнений развивается и логическая операция синтеза – ребенок учится объединять множества, составлять целое из частей (в нашем примере – объединение двух групп яблок). Также

моделирование задачи фишками дает материал для анализа: ученик может проанализировать, из каких частей складывается полученная сумма (увидеть «3 и 2» внутри «5»). В дальнейшем, когда эти действия переходят во внутренний план, ученик будет делать то же самое в уме – так моделирование подводит к формированию абстрактных операций сложения и вычитания.

На следующем этапе (2–3 классы) большое место занимают предметно-схематические модели. Например, в математике – отрезки как модели чисел и отношений между ними. Известный пример: при введении понятия числа некоторые методисты (Л. В. Занков, В. В. Давыдов и др.) предлагали использовать длину отрезка как модель числового значения. Школьники чертили отрезки определенной длины (например, 5 сантиметров) и сравнивали их – тем самым изучали отношение «больше – меньше» не на конкретных предметах, а на модели длины. Такая модель позволяет абстрагироваться от вида предметов и сосредоточиться на численном значении [15].

Ещё пример предметно-схематического моделирования – применение условных знаков при решении задач: в тексте задачи величины (масса, цена, расстояние) заменяются условными символами или рисунками. Ребенок рисует схему: например, для задачи «У Маши 3 карандаша, у Пети – на 2 больше. Сколько у Пети?» – ученик может начертить два отрезка: один длиной в 3 условных единицы, второй – такой же и еще дополнительный кусочек из 2 единиц. Это наглядно показывает соотношение чисел 3 и 5 [22].

Таким образом, графическая схема в тетради выступает моделью математической структуры задачи. В 3–4 классах обучающиеся уже способны самостоятельно создавать подобные модели к задачам – фактически, это навык моделирования, встроенный в решение задач.

Графические модели начинают преобладать к концу начальной школы. Дети учатся пользоваться готовыми схематичными изображениями

(таблицами, графиками) и строить собственные простые схемы. Например, при изучении связей между величинами (скорость, время, расстояние) часто используется так называемый треугольник отношений: схема, где в вершинах записаны S , v , t , показывающая, как найти одну величину через две другие. Это есть не что иное, как обобщенная модель формулы $S = v \cdot t$ (рис. 1). Ученики 4 класса могут понять и применять такую модель, хотя сама формула – это уже уровень абстракции. Моделирование послужило «мостом» к пониманию формального правила [14].

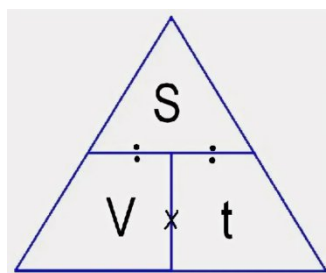


Рисунок 1 – Треугольник формул «Скорость, время, расстояние»

Метод моделирования на уроках математики младшей школы имеет большие возможности для развития аналитических и синтетических умений. Рассмотрим конкретнее, как моделирование способствует формированию логических операций [38].

При построении модели ученик вынужден проанализировать условия задачи или понятие: выделить существенные элементы, которые должны найти отражение в модели. Например, рисуя схему задачи, школьник анализирует текст – кто что делал, какие числа и отношения упомянуты – и переводит этот анализ в схематический вид. Если он строит модель геометрической фигуры (скажем, из палочек выкладывает прямоугольник), то ему необходимо выделить свойства этой фигуры (четыре стороны, прямые углы) и отразить их. Таким образом, моделирование тренирует умение расчленять информацию на компоненты [40].

Исследования В. В. Кудряшовой и Н. Г. Шмелевой показывают, что целенаправленное использование моделей в обучении учит детей более осознанно анализировать задачи. Вместо импульсивного подхода («сразу

дать ответ») младший школьник приучается сперва построить модель – а значит, разобрать условие и понять структуру решения [22].

С другой стороны, создание модели – это творческий акт синтеза: ученик комбинирует различные элементы (линии, фигуры, значки) в единый образ, отражающий ситуацию. Например, при моделировании числа через разрядные кубики ребенок объединяет несколько единичных кубиков и десятков – синтезирует разрядный состав числа наглядно. В дальнейшем, уже без кубиков, он будет мыслить число как синтез десятков и единиц [33]. В решении задач построение схемы также требует синтезировать в одной чертеже разные данные. Например, в схеме к задаче на разностное сравнение объединяются две величины (две линии разной длины) и показывается их взаимосвязь (дополнительный отрезок – разница). Подобные упражнения формируют у обучающихся целостное видение задачи и учат мыслительному синтезу – способности соединять отдельные факты в общую картину решения [53].

Модели дают возможность легко сравнивать разные ситуации, выявляя общее и различие. Так, решая несколько задач на сложение и вычитание с помощью схем-отрезков, дети могут сравнить схемы: в одной задачи отрезки складываются, в другой – одна часть другого; визуально разница понятна. Ученики видят, что, например, задача на увеличение на некоторое число моделируется схемой с присоединением отрезка, а задача на уменьшение – схемой с отсечением [28]. Сопоставляя схемы, они делают вывод, чем сложение отличается от вычитания. Это непосредственно задействует операцию сравнения в наглядной форме. Кроме того, повторяющееся использование одних и тех же моделей для разных конкретных случаев ведет к обобщению. Например, чертя «лесенку» из квадратов для таблицы умножения, школьники обобщают сразу несколько случаев умножения (каждый этаж лесенки – это $+1$ в множителе). В ходе моделирования у детей формируется представление об

общей структуре задачи или понятия, а не только о единичном случае – это и есть обобщающее, понятийное мышление [21].

Модель, по определению, отвлекается от многих свойств оригинала и оставляет только важные. Когда ученик строит модель – он учится абстрагироваться. Например, моделируя задачу про яблоки кружочками, ребенок отбрасывает все свойства яблок (цвет, вкус, и т.д.), кроме количества. Это мощное упражнение на абстракцию: дети начинают понимать, что в математике важны числа, а не сами объекты. В дальнейшем это облегчает переход к буквенному обозначению (алгебраическим моделям) в средней школе [28]. В. В. Давыдов в своих работах отмечал, что использование схем и моделей на ранних этапах обучения математике готовит почву для формирования у детей понятий числа, уравнения, функции на более высоком уровне обобщения (т.е. ускоряет переход к алгебраическому стилю мышления) [15].

Необходимым считаем отметить и роль моделирования в формировании рефлексии и планирования (метакогнитивных навыков). Когда ученик работает с моделями, у него постепенно развивается осознание собственных действий. Учитель, как правило, задаёт вопросы: «Почему ты построил модель именно так?», «Что обозначает эта часть схемы?», «Для чего мы используем здесь модель?». Отвечая, дети начинают понимать связь между моделью и оригиналом, то есть рефлексиируют ход решения. Постепенно ученик учится мысленно моделировать задачу, даже без рисунка представляя себе структуру решения – а это уже планирование и воображение, составляющие основу внутреннего мышления [27].

Специфически на уроках математики начальной школы существует множество приемов моделирования, уже встроенных в учебный процесс.

Н. Г. Шумилина выделяет модели: счетный материал (предметные модели), числовая прямая (схематическая модель ряда чисел), таблица умножения (графическая модель умножения), чертежи к примерам на

дроби и доли (круг, разделенный на части – модель дроби). Все эти средства помогают детям освоить понятия числа, действия, доли не только формально, но и на смысловом уровне, через наглядный опыт [56].

О. С. Шокурова выделяет моделирование геометрических понятий – работа с вырезанными геометрическими фигурами, составление фигур из частей, разбиение фигур – это моделирование отношений между формами. Например, вырезав из бумаги треугольники разных видов и раскладывая их по группам, дети фактически строят модель классификации треугольников (остроугольные, прямоугольные, равносторонние и т.д.), тем самым развивая и логику классификации [53].

Рисунок-схема к текстовой задаче, по мнению И. Н. Съединой, – обязательный элемент методики решения сюжетных задач. Хорошо выполненный рисунок отражает математические отношения в задаче лучше тысячи слов. Ученики 1–2 класса обычно рисуют конкретные предметы (машинки, яблоки) – это предметная модель; к 3–4 классу переходят к схематичным отрезкам и условным значкам – а это уже графическая модель [43].

О. Б. Шелыгина выделяет игровое моделирование: использование игровых ситуаций, где дети играют роли и разыгрывают условные сценарии с математическим содержанием. Например, игра «Магазин», где один ученик «продает», другой «покупает» – это моделирование реальной экономической ситуации для отработки навыков счета денег [53].

М. А. Урбан и С. В. Гадзаова отмечают, что, несмотря на очевидные плюсы, моделирование требует от учителя методической грамотности. Важно, чтобы моделирование действительно вело к развитию логических операций, а не превращалось в механическое рисование. Для этого педагог должен учить детей осознанно пользоваться моделями. Исследователи отмечают, что маленькие дети склонны играть с моделью, не всегда понимая ее смысл, поэтому учитель каждый раз обсуждает с классом: что мы моделируем и зачем. Например, перед начертанием схемы задачи

учитель может спросить: «Как мы покажем то, что известно? А что надо найти – как изобразим?». Вовлекая учеников в процесс построения модели, он тем самым стимулирует их логическое мышление – дети начинают планировать решение задачи через модель. Постепенно такие вопросы ученик начинает задавать сам себе мысленно при столкновении с новой задачей. Это и есть показатель сформированности логических действий: ребёнок внутренне моделирует ситуацию, отбирает нужные операции (например, «надо вычесть, потому что...») [49].

В педагогической литературе описаны различные примеры того, как моделирование улучшает усвоение математических понятий. Так, Л. В. Занков в своей системе развивающего обучения широко применял схемы и символы для представления отношений величин, что позволяло даже первоклассникам решать сложные задачи на косвенное сравнение (они делали это, опираясь на схему со стрелками) [32].

В. В. Давыдов подчеркивал, что раннее введение обобщенных моделей понятий (например, ввел детей в понятие величины через модель измерения отрезком) приводит к тому, что логические операции обобщения и анализа формируются глубже и прочнее. Учителя-практики также отмечают, что классы, где активно используются модели (чертежи, предметные опыты), показывают более высокие результаты в понимании материала, чем те, где обучение идет только вербально. Таким образом, метод моделирования – один из ключевых в арсенале современного учителя начальной школы [15].

Подведем итог: моделирование на уроках математики создает благоприятные условия для формирования логических операций у младших школьников. Через работу с моделями дети учатся анализировать и синтезировать информацию, сравнивать различные ситуации, абстрагироваться от частных и видеть общее – словом, овладевают теми самыми мыслительными операциями, которые лежат в основе логического мышления. Модели выступают как «посредники» между конкретным и

абстрактным: облегчают понимание (опора на наглядность) и одновременно обобщают знания (выделение сущности).

Особую роль моделирование играет в математике, где многие понятия поначалу слишком отвлечены для маленьких детей – с помощью моделей числа, фигуры, отношения превращаются в нечто осязаемое, с чем можно действовать. Постепенно действия с моделями интериоризируются (уходят во внутренний план), и на их базе формируются полноценные логические операции мышления младшего школьника. Именно поэтому современная методика обучения математике рассматривает моделирование как неотъемлемую часть урока, а умение обучающегося строить и использовать модели – как важнейший показатель его интеллектуального развития.

Выводы по главе 1

Анализ научной литературы позволяет заключить, что логические операции в психолого-педагогическом контексте рассматриваются как ключевые мыслительные действия, обеспечивающие развитие логического мышления. Они проявляются в способности к анализу, синтезу, сравнению, классификации и другим универсальным учебным действиям, формирующим познавательную деятельность младших школьников. Различные теоретические подходы – от когнитивной теории Ж. Пиаже до культурно-исторической концепции Л. С. Выготского и теории поэтапного формирования П. Я. Гальперина – подчеркивают как возрастные, так и обучаемые аспекты формирования этих операций. Таким образом, развитие логических операций обусловлено как внутренними когнитивными механизмами, так и специально организованным педагогическим воздействием.

Младший школьный возраст представляет сенситивный период для становления логических операций, поскольку в этот период происходит переход от наглядно-действенного мышления к понятийному.

Исследования показывают, что развитие таких операций, как анализ, сравнение, классификация и обобщение, происходит постепенно и тесно связано с содержанием и методами обучения.

Приемы моделирования на уроках математики в начальной школе представляют собой эффективное средство формирования логических операций у младших школьников. Предметные, предметно-схематические и графические модели выполняют функцию «переходного звена» между конкретным и абстрактным мышлением, позволяя обучающимся осмысленно усваивать учебный материал. Таким образом, моделирование не только облегчает понимание учебного материала, но и служит важнейшим инструментом развития логического мышления в системе начального образования.

ГЛАВА 2. ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА ПО ФОРМИРОВАНИЮ ЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ ПОСРЕДСТВОМ МОДЕЛИРОВАНИЯ

2.1 Организация исследования. Характеристика используемых методик

Рассмотрев основные теоретические положения выпускного квалификационного исследования, возникла необходимость в организации исследовательской работы по формированию логических операций у младших школьников посредством моделирования.

Цель исследовательской работы – на основе проведенной диагностики составить комплекс заданий с использованием приемов моделирования на уроках математики, направленный на формирование у младших школьников логических операций.

Задачи исследовательской работы:

- ~ подобрать диагностические методики для определения уровня сформированности логических операций у младших школьников;
- ~ провести диагностику уровня сформированности определенных логических операций у младших школьников;
- ~ составить комплекс заданий с использованием приемов моделирования на уроках математики, направленный на формирование у младших школьников логических операций.

Использовались следующие методы исследовательской работы: беседа, тестирование, обработка полученных результатов, их сравнительный анализ, синтез и моделирование комплекса заданий.

База исследования: одна из школ Челябинской области. В исследовании принимали участие 20 обучающихся 3-го класса.

Исследовательская работа проходила в несколько этапов:

- ~ подбор диагностических методик;

~ выбор места проведения, формирование экспериментальной группы по формальному признаку и проведение эксперимента;

~ анализ полученных данных, формулирование выводов;

~ разработка комплекса заданий с использованием моделирования на уроках математики, направленный на формирование у младших школьников логических операций.

В исследовательской работе приняли участие 20 обучающихся 3 класса. В соответствии с целью и гипотезой исследования, для решения поставленных задач мы остановили свой выбор на следующих методиках, которые отображены в таблице 1.

Таблица 1 – Диагностические методики по исследованию сформированности логических операций у младших школьников

№ п/п	Название методики	Исследуемая логическая операция	Автор
1.	Методика «Раскрась фигуры»	Классификация	Н.Я. Чутко
2.	Методика «Исключение понятий»	Сравнение	С. Х. Сафонова
3.	«Выявление общих понятий»	Обобщение, анализ классификации	Е. И. Рогов
4.	Методика «Кубик Рубика»	Синтез	Т. Г. Макеева, модификация О. И. Ворониной
5.	Методика «Логические ряды»	Абстрагирование	У. Липпман

Методика 1. «Раскрась фигуры» (Н. Я. Чутко)

Цель данной методики заключается в оценке уровня сформированности такой логической операции как «классификация» у младших школьников.

Содержание и процедура выполнения: обучающимся предъявляется карточка, на которой представлены 9 треугольников. Фигуры каждой группы нужно закрасить одинаковым цветом.

Инструкция: «Вы много раз рисовали и раскрашивали разные фигуры. Сейчас внимательно рассмотрите эти фигуры и мысленно разделите их на несколько групп так, чтобы в каждой группе были одинаковые фигуры. Фигуры каждой группы нужно закрасить одинаковым

цветом. Сколько найдете групп одинаковых фигур, столько и понадобится вам разных цветных карандашей. Цвет выбирайте сами». (Задание повторяется дважды.)

Интерпретация результатов:

Высокий уровень: классификация выполнена, выделены три группы треугольников – 3 равнобедренных треугольника, 3 равносторонних и 3 прямоугольных (названия треугольников даются для учителя)

Средний уровень: допущена одна-две ошибки (неразличение одинаковых фигур в прямом и перевернутом положении или неразличение одинаковых фигур в прямом и зеркальном положении).

Низкий уровень: допущено 3 и более ошибок (неразличение одинаковых фигур в прямом и перевернутом положении, в прямом и зеркальном положении, а также неразличение разных треугольников); бессмысленное хаотичное раскрашивание фигур.

Бланк к методике представлен в приложении А.

Методика 2. «Исключение понятий» (С. Х. Сафонова)

Цель методики: определить уровень сформированности логической операции «сравнение» у младших школьников.

Содержание и процедура выполнения: испытуемому предлагается специальный бланк, состоящий из 17 рядов, в каждом из которых находятся пять слов. Четыре слова в каждом ряду объединены по общему родовому признаку, а пятое слово не соответствует данному признаку и является лишним. Задача испытуемого – в течение пяти минут определить и вычеркнуть слово, не соответствующее общему понятию.

Инструкция: «Перед тобой находится бланк со словами, объединёнными в группы. В каждой строке есть одно лишнее слово, которое не подходит к остальным четырём по общему признаку. Внимательно читай каждую строчку, находи это слово и зачёркивай его. На выполнение задания у тебя есть 5 минут».

Оценка результатов:

Высокий уровень – от 16 до 17 правильно исключённых слов. Испытуемый обладает высоким уровнем способностей к классификации и логическому анализу понятий.

Средний уровень – от 12 до 15 правильных ответов. Испытуемый демонстрирует средний уровень сформированности аналитических способностей, испытывая затруднения в обобщении и классификации.

Низкий уровень – 11 и менее правильных ответов. Испытуемый испытывает значительные трудности в определении общего признака и выделении лишнего элемента, что говорит о недостаточно развитых навыках классификации и обобщения.

Бланк к методике представлен в приложении А.

Методика 3. «Выявление общих понятий» (Е. И. Рогов)

Цель: Определение уровня сформированности логических операций: обобщения, анализа и классификации у младших школьников.

Содержание и процедура выполнения: обучающимся предоставляется карточка, на которой расположены 20 строк. В каждой строке указано общее понятие, а затем в скобках перечислены 5 слов. Из этих пяти слов только два наиболее точно соответствуют обозначенному перед скобкой общему понятию.

Инструкция: «Перед вами карточка с 20 рядами слов. В каждом ряду слева перед скобками написано слово, которое является общим понятием. В скобках находятся пять слов. Ваша задача – выбрать из каждого ряда два слова, которые лучше всего соответствуют указанному общему понятию, и подчеркнуть их. Работать нужно быстро и внимательно. Время выполнения задания – 5 минут».

Критерии оценки результатов:

1 балл за правильно выбранные два слова в одном ряду.

0,5 балла за одно правильно выбранное слово.

Интерпретация результатов: Уровень развития логических операций оценивается путем суммирования набранных баллов и сопоставления их с нормативами по ключу:

Высокий уровень (20–15 баллов): обучающийся демонстрирует развитые аналитические способности. Он уверенно выделяет составные части целостного объекта, быстро и точно определяет сходства и различия между предметами, успешно объединяя их на основе общих признаков.

Средний уровень (14–9 баллов): обучающийся способен проводить анализ и выделять элементы целого, находить общие и отличительные черты. Однако при выполнении заданий допускает неточности и требует больше времени для осмысления и выполнения работы.

Низкий уровень (8–0 баллов): обучающемуся трудно даётся аналитическая деятельность. Он слабо справляется с разделением целого на части, испытывает затруднения при установлении сходства и различий между объектами.

Бланк к методике представлен в приложении А.

Методика 4. «Кубик Рубика» (по Т. Г. Макеевой)

Цель: определить уровень сформированности логической операции синтеза у младших школьников.

Содержание и процедура выполнения: обучающимся предлагается собранный по определённой схеме кубик Рубика (обычно $3 \times 3 \times 3$). Задача заключается в том, чтобы внимательно изучить образец, затем воспроизвести предложенную комбинацию на другом, заранее разобранным кубике. Для успешного выполнения задания ученик должен интегрировать отдельные элементы и собрать их в целостную конструкцию, аналогичную образцу.

Инструкция: «Перед тобой кубик, на котором стороны окрашены в разные цвета по определённой схеме. Твоя задача – внимательно рассмотреть кубик и собрать точно такую же комбинацию цветов на другом кубике. Старайся воспроизвести образец как можно точнее».

Опишем возможные результаты. Результат оценивается по точности и полноте воспроизведения схемы:

Высокий уровень – испытуемый полностью и точно воспроизвел исходную комбинацию, успешно синтезировал отдельные элементы в целостную структуру.

Средний уровень – допускаются отдельные ошибки в расположении цветов или требуется незначительная помощь экспериментатора для завершения задания. Наблюдаются трудности при объединении элементов.

Низкий уровень – испытуемый испытывает значительные сложности в воспроизведении схемы, допускает многочисленные ошибки или не справляется с заданием без помощи взрослого, что указывает на недостаточность навыков логического синтеза и интеграции элементов.

Бланк к методике представлен в приложении А.

Методика 5. «Логические ряды» (У. Липпман)

Цель: определить уровень сформированности логической операции «абстрагирование» у младших школьников.

Содержание и процедура выполнения: обучающимся предъявляется девять числовых последовательностей (логических рядов). Каждая последовательность построена по определённом правилу. Задача испытуемого состоит в том, чтобы определить закономерность, лежащую в основе построения каждого ряда, и самостоятельно продолжить числовой ряд, указав последующие два числа.

Инструкция: «Перед тобой находятся числовые последовательности. Внимательно посмотри на каждую и постарайся понять, по какому принципу она построена. Тебе нужно записать ещё два числа, продолжив предложенный ряд в соответствии с выявленной закономерностью».

Ответы оцениваются по ключу, в котором отражены правильные варианты продолжения рядов. За каждый правильно определённый элемент последовательности начисляется один балл.

Высокий уровень (15–18 баллов) – испытуемый обладает развитым абстрактным мышлением, способен эффективно анализировать информацию и выявлять сложные закономерности.

Средний уровень (10–14 баллов) – у испытуемого имеются некоторые затруднения при анализе информации, закономерности выявляются с ошибками или не сразу.

Низкий уровень (менее 10 баллов) – испытуемому сложно обнаружить закономерности и продолжить ряды, что свидетельствует о недостаточной развитости абстрактного мышления и логического анализа.

Таким образом, в данном параграфе были описаны цель, задачи и этапы организации исследовательской работы, направленной на диагностику и формирование логических операций у младших школьников. В соответствии с целью и задачами исследования были подобраны и охарактеризованы диагностические методики, позволяющие оценить уровень развития таких логических операций, как классификация, сравнение, обобщение, анализ, абстрагирование и синтез.

Представленные методики («Четвертый лишний» А. Ф. Ануфриева и С. Н. Костроминой, «Исключение понятий» С. Х. Сафоновой, «Выявление общих понятий» Е. И. Рогова, «Логические ряды» У. Липпмана и «Кубик Рубика» в модификации О. И. Ворониной) обладают достаточной валидностью и информативностью для определения уровня сформированности логического мышления у обучающихся 3-го класса.

2.2 Диагностика уровня сформированности логических операций у детей младшего школьного возраста

Перейдем к описанию и анализу полученных результатов.

Первоначально рассмотрим полученные результаты по методике «Четвертый лишний» (Н. Я. Чутко) (таблица 2).

Таблица 2 – Результаты изучения уровня сформированности логической операции «классификация» у младших школьников по методике «Раскрась фигуры» (А. Ф. Ануфриев, С. Н. Костромина)

Уровень	Кол-во человек	%
Высокий	4	20
Средний	8	40
Низкий	8	40

Представим результаты наглядно (рисунок 2).

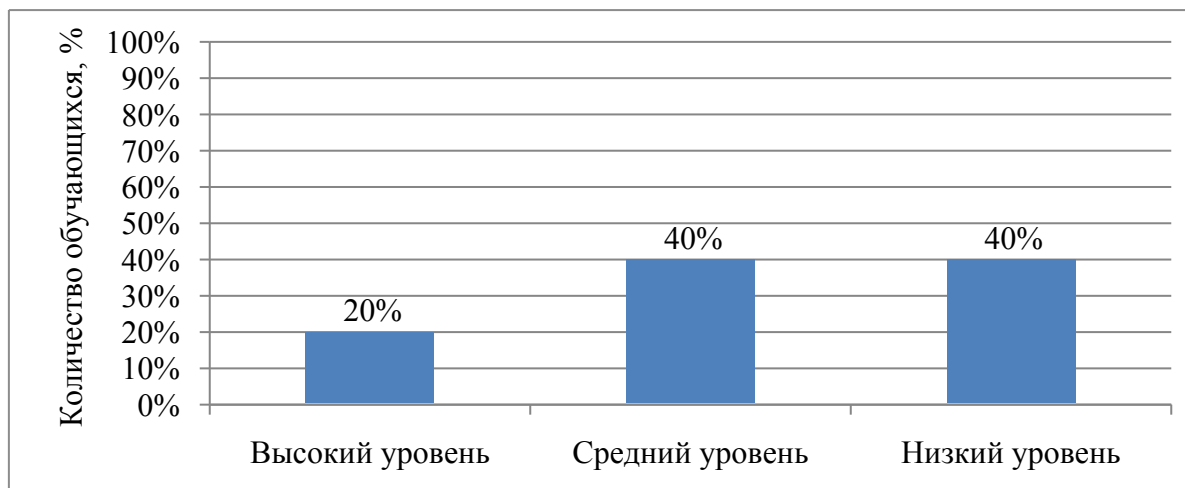


Рисунок 2 – Результаты изучения уровня сформированности логической операции «классификация» у младших школьников по методике «Раскрась фигуры» (Н. Я. Чутко)

Таким образом, анализ результатов диагностики уровня сформированности логической операции «классификация» по методике «Раскрась фигуры» (Н. Я. Чутко) позволил установить следующее распределение уровней среди обучающихся 3-го класса.

Низкий уровень развития классификации выявлен у 8 человек, что составляет 40 % от общего числа испытуемых. Это свидетельствует о том, что практически половина обучающихся испытывает серьезные затруднения в выделении существенных признаков объектов и явлений, затрудняется в определении лишнего элемента, не всегда способна самостоятельно обосновать сделанный выбор.

Средний уровень сформированности классификации также выявлен у 8 обучающихся (40 %). Данные испытуемые справляются с заданиями методики, однако допускают ошибки (неразличение одинаковых фигур в

прямом и зеркальном положении), затрачивают больше времени на выполнение заданий и испытывают затруднения при необходимости четко сформулировать критерии, по которым осуществляется выделение лишнего элемента.

Высокий уровень сформированности логической операции «классификация» выявлен лишь у 4 человек, что составляет 20 % от всех участников исследования. Эти обучающиеся демонстрируют умение классификации: выделены три группы треугольников – 3 равнобедренных треугольника, 3 равносторонних и 3 прямоугольных.

Полученные результаты свидетельствуют о необходимости целенаправленной педагогической работы с младшими школьниками, направленной на формирование и развитие логических операций, в частности классификации, посредством использования специально разработанного комплекса заданий на уроках математики с применением математического моделирования.

Далее рассмотрим и проанализируем результаты по методике «Исключение понятий» (С. Х. Сафонова) (таблица 3).

Таблица 3 – Результаты изучения уровня сформированности логической операции «сравнение» у младших школьников по методике «Исключение понятий» (С. Х. Сафонова)

Уровень	Кол-во человек	%
Высокий	3	15
Средний	9	45
Низкий	8	40

Таким образом, анализ результатов диагностики уровня сформированности логической операции «классификация» по методике «Исключение понятий» (С. Х. Сафонова) позволил установить следующее распределение уровней среди обучающихся 3-го класса.

Низкий уровень выявлен у 8 обучающихся, это 40 % от общего числа участников исследования. Эти школьники испытывают выраженные трудности в выделении общего признака группы понятий, не уверены в

выборе лишнего слова, нередко принимают неверные решения. Это свидетельствует о недостаточной способности к логическому сравнению и обобщению, а также о слабом развитии навыков классификации.

Представим результаты наглядно (рис. 3).

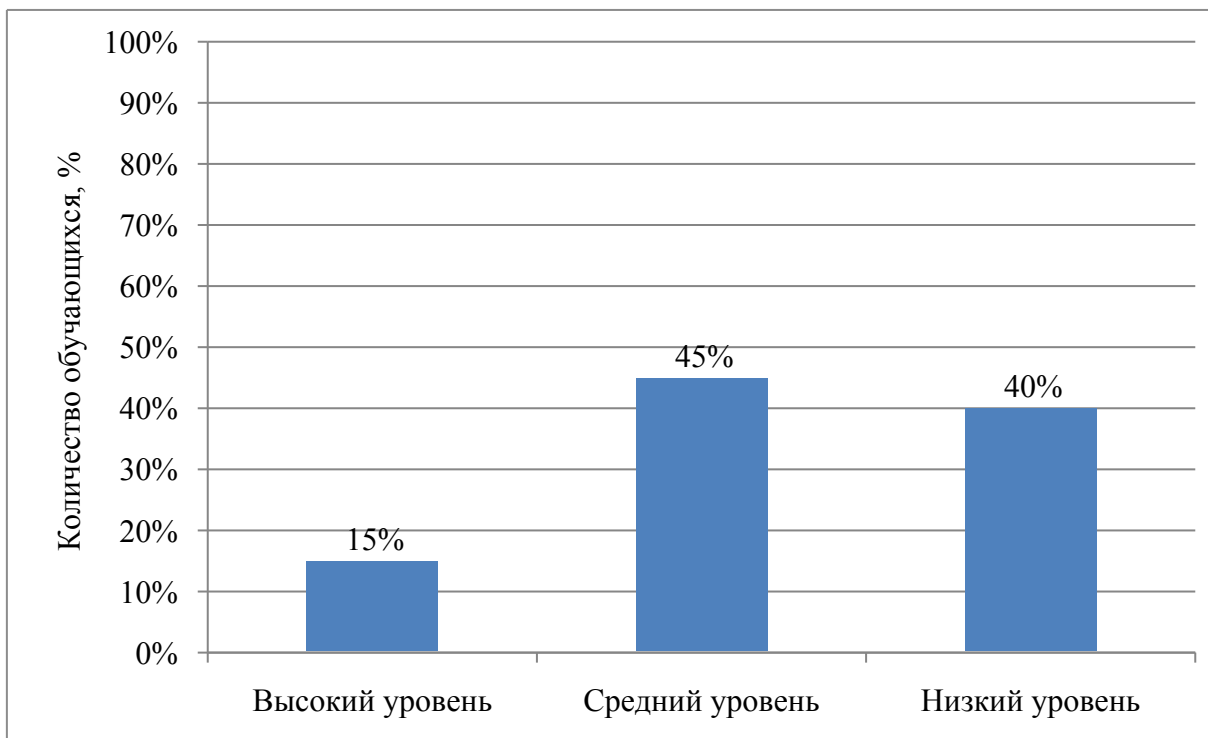


Рисунок 3 – Результаты изучения уровня сформированности логической операции «сравнение» у младших школьников по методике «Исключение понятий» (С. Х. Сафонова)

Средний уровень продемонстрировали 9 учеников, что составляет 45 %. Эти дети в целом справляются с задачами, но допускают ошибки в выделении обобщающего признака. Они способны выявить лишний элемент, однако делают это с колебаниями, могут теряться при наличии близких по значению слов. Это указывает на частично сформированную способность к логической классификации, требующую дальнейшего развития и поддержки.

Высокий уровень был зафиксирован у 3 обучающихся (15 %). Эти дети уверенно и точно выполняли задание, безошибочно определяя лишнее слово на основании логического анализа и обобщения. Они демонстрируют развитое мышление, способность к быстрой обработке информации и владение операцией классификации на высоком уровне.

Перейдем к результатам по методике «Выявление общих понятий» (Е. И. Рогов) (таблица 4).

Таблица 4 – Результаты изучения уровня сформированности логической операции «обобщение, анализ классификации» у младших школьников по методике «Выявление общих понятий» (Е. И. Рогов)

Уровень	Кол-во человек	%
Высокий	1	5
Средний	9	45
Низкий	10	50

Представим результаты наглядно (рисунок 4).

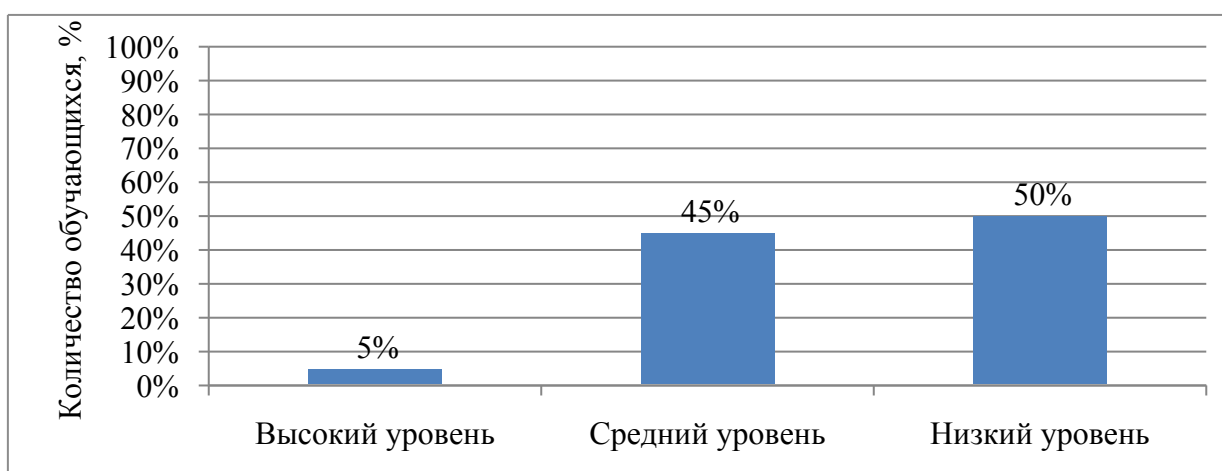


Рисунок 4 – Результаты изучения уровня сформированности логических операций «обобщение, анализ классификации» у младших школьников по методике «Выявление общих понятий» (Е. И. Рогов)

Высокий уровень продемонстрировал только один обучающийся, что составляет 5 % от общего количества участников. Этот школьник уверенно справился с заданием, точно выделяя слова, соответствующие заданному общему понятию. Он проявил высокую способность к аналитическому мышлению, быстро и точно находил сходства и различия, объединял предметы по существенным признакам. Это свидетельствует о сформированности логических операций на высоком уровне.

Средний уровень показали 9 обучающихся (45 %). Эти ученики в целом способны анализировать составные элементы, выделять обобщающие признаки и находить различия, однако при выполнении заданий нередко допускали неточности, им требовалось больше времени

для принятия решения. Это указывает на частичную сформированность операций обобщения и анализа, которая требует дальнейшего развития в ходе обучения.

Низкий уровень выявлен у 10 человек (50 %), что говорит о том, что половина обучающихся испытывает значительные затруднения при выполнении аналитических задач. Эти школьники с трудом выделяют существенные признаки, плохо справляются с разделением целого на части, затрудняются в установлении логических связей между понятиями. Результаты указывают на необходимость систематической коррекционно-развивающей работы, направленной на развитие операций анализа, обобщения и классификации.

Далее перейдем к анализу результатов по методике «Кубик Рубика» (по Т. Г. Макеевой, модификация О. И. Ворониной), направленной на изучение уровня сформированности логической операции синтеза у младших школьников (таблица 5).

Таблица 5 – Результаты изучения уровня сформированности логической операции «синтез» у младших школьников по методике «Кубик Рубика» (по Т. Г. Макеевой, модификация О. И. Ворониной)

Уровень	Кол-во человек	%
Высокий	0	0
Средний	5	25
Низкий	15	75

Таким образом, анализ результатов диагностики уровня сформированности логической операции «синтез» у младших школьников по методике «Кубик Рубика» (по Т. Г. Макеевой, модификация О. И. Ворониной) показал, что большинство обучающихся испытывают значительные затруднения при выполнении задания, направленного на воссоздание целостной структуры на основе зрительного образца.

Высокий уровень не был выявлен ни у одного испытуемого, что свидетельствует о полном отсутствии сформированной способности к синтезу информации на данном этапе обучения. Это указывает на то, что

ни один из обучающихся не смог точно и самостоятельно воспроизвести предложенную схему, что требует особого внимания со стороны педагогов при организации развивающей деятельности.

Представим результаты наглядно (рисунок 5).

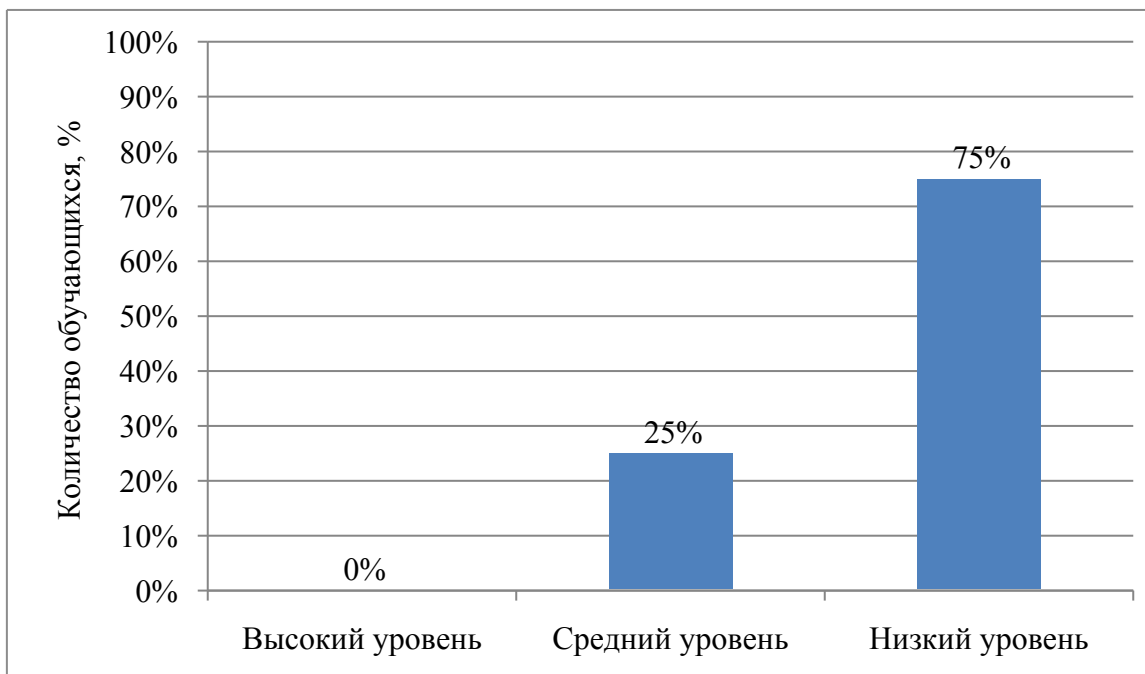


Рисунок 5 – Результаты изучения уровня сформированности логических операций «синтез» у младших школьников по методике «Кубик Рубика» (по Т. Г. Макеевой, модификация О. И. Ворониной)

Средний уровень показали 5 обучающихся, что составляет 25 % от общего числа участников. Эти школьники допустили отдельные ошибки в расположении элементов или нуждались в незначительной помощи со стороны взрослого. Несмотря на частичные затруднения, они продемонстрировали базовые представления о принципах синтеза и интеграции элементов, что является положительным показателем и может служить основой для дальнейшего развития логических операций.

Низкий уровень выявлен у 15 обучающихся (75 %), что свидетельствует о том, что три четверти класса не справились с заданием. У этих обучающихся наблюдаются выраженные трудности при воссоздании структуры, значительное количество ошибок, отсутствие стратегии решения задачи, что говорит о слабом развитии логической операции синтеза. Они не смогли объединить элементы в целостную

конструкцию, что препятствует успешному выполнению задач, связанных с моделированием, планированием и анализом целостных объектов.

Полученные результаты подчёркивают необходимость внедрения в образовательный процесс заданий на развитие синтетического мышления и конструктивной деятельности, особенно с применением наглядных моделей и игровых ситуаций, способствующих развитию логических операций у младших школьников.

Заключительным этапом диагностики являюсь методика «Логические ряды» (У. Липпман), направленная на определение уровня сформированности логической операции «абстрагирование» у младших школьников. Результаты представлены в таблице 6.

Таблица 6 – Результаты изучения уровня сформированности логической операции «абстрагирование» у младших школьников по методике «Логические ряды» (У. Липпман)

Уровень	Кол-во человек	%
Высокий	4	20
Средний	6	30
Низкий	10	50

Представим результаты наглядно (рисунок 6).

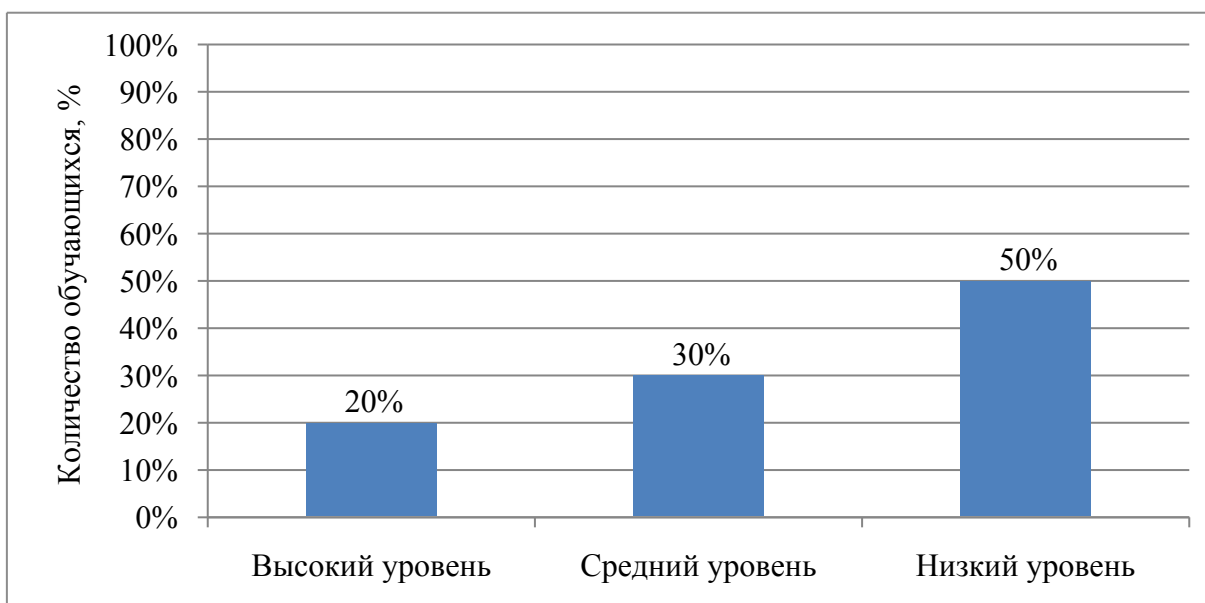


Рисунок 6 – Результаты изучения уровня сформированности логических операций «абстрагирование» у младших школьников по методике «Логические ряды» (У. Липпман)

Таким образом, анализ результатов диагностики уровня сформированности логической операции «абстрагирование» по методике «Логические ряды» (У. Липпман) позволил определить уровень развития данной операции у обучающихся 3-го класса.

Высокий уровень абстрагирования продемонстрировали 4 обучающихся, что составляет 20 % от общего количества участников. Эти обучающиеся успешно выявили закономерности в числовых последовательностях, быстро и точно продолжили логические ряды, опираясь на выявленные принципы. Они показали развитое абстрактное мышление, способность обобщать и логически анализировать информацию, не отвлекаясь на второстепенные признаки.

Средний уровень выявлен у 6 обучающихся (30 %). Эти дети частично справились с заданиями: они смогли определить закономерности в некоторых рядах, однако допускали ошибки или затруднялись при анализе более сложных логических связей. Это указывает на наличие базовых навыков абстрагирования, которые, тем не менее, требуют дальнейшего развития и поддержки в учебном процессе.

Низкий уровень показали 10 обучающихся, что составляет 50 % от числа испытуемых. Эти школьники испытывали значительные трудности при выполнении заданий, не могли выявить логическую структуру последовательностей, делали множество ошибок. Это говорит о недостаточной сформированности логического абстрагирования и затруднении в обобщении информации и отвлечении от конкретных числовых значений.

Далее систематизируем полученные результаты по всем пяти методикам (таблица 7).

Анализ сводных результатов диагностики показал, что уровень сформированности логических операций у младших школьников существенно варьируется в зависимости от вида операции. Наиболее сформированной оказалась логическая операция сравнение: 15 %

обучающихся показали высокий уровень, а 45 % – средний, что в совокупности составляет 60 %. Сравнимые показатели также отмечаются по операции классификация, где высокий уровень выявлен у 20 %, а средний – у 40 % обучающихся.

Таблица 7 – Сводные результаты диагностики уровня сформированности логических операций у младших школьников

Уровень	Логические операции				
	Классификация	Сравнение	Обобщение, анализ классификации	Синтез	Абстрагирование
Высокий	20	15	5	0	20
Средний	40	45	45	25	30
Низкий	40	40	50	75	50

Менее сформированной является операция обобщение и анализ классификации: только 5 % школьников показали высокий уровень, 45 % – средний, и у половины испытуемых (50 %) уровень остаётся низким. Подобная картина наблюдается и при выполнении заданий, направленных на определение уровня абстрагирования: высокий уровень зафиксирован у 20 %, однако у 50 % школьников наблюдаются выраженные трудности, свидетельствующие о низком уровне сформированности данной операции.

Наиболее слабо развита у обучающихся логическая операция синтеза. Ни один из испытуемых не достиг высокого уровня, только 25 % продемонстрировали средний результат, в то время как подавляющее большинство (75 %) показали низкий уровень. Это говорит о значительных затруднениях при объединении элементов в целостную структуру, что может тормозить развитие целостного и конструктивного мышления.

Таким образом, полученные данные указывают на необходимость целенаправленного педагогического воздействия, особенно в направлении развития таких логических операций, как синтез, обобщение и абстрагирование. Для этого важно включать в учебный процесс специальные задания и упражнения, основанные на методах

моделирования, которые способствуют активизации мыслительной деятельности младших школьников.

2.3 Комплекс заданий с использованием моделирования на уроках математики, направленный на формирование у младших школьников логических операций

Формирование логических операций – ключевая задача курса математики в начальной школе. К числу таких операций относятся: анализ, синтез, сравнение, классификация, обобщение и абстрагирование. Они лежат в основе полноценного математического мышления и обеспечивают переход от наглядно-действенного к словесно-логическому мышлению, что особенно важно на этапе 3–4 классов – этапе перехода к системному пониманию учебного материала.

Эффективное формирование логического мышления требует применения средств наглядности и моделирования, чтобы оперировать понятиями на конкретном материале без перегрузки обучающихся. Решение учебных задач с использованием различных видов моделирования – предметного (с реальными объектами), графического (с рисунками и схемами), символического (с числами и знаками), схематического (таблицы, диаграммы) и цифрового (компьютерные средства) – позволяет детям «пройти» путь от конкретного к абстрактному, постепенно овладевая логическими операциями мышления.

Цель: развитие логического мышления младших школьников средствами математического моделирования в условиях систематического обучения математике в 3–4 классах.

Задачи:

1) формировать и развивать логические операции мышления: анализ, синтез, сравнение, классификацию, обобщение, абстрагирование;

2) научить детей использовать разнообразные модели (предметные, схематические, символические, графические, цифровые) для осмысления математического содержания;

3) повысить уровень понимания структуры математических объектов и связей между ними;

4) способствовать становлению математической речи, обоснованных рассуждений, формированию метапредметных умений.

Каждое задание предполагает применение одного или нескольких видов моделирования:

1. Предметное моделирование – действия с реальными объектами (счётные палочки, монеты, карточки, геометрические фигуры и др.).

2. Графическое моделирование – изображения объектов, схем.

3. Символическое моделирование – числовые, буквенные, знаковые модели (арифметические выражения, уравнения).

4. Схематическое моделирование – таблицы, диаграммы, визуальные уравновешенные конструкции (весы и др.).

5. Цифровое моделирование (в отдельных случаях) – использование интерактивных демонстраций или образовательных платформ (например, «Яндекс Учебник», «Учи.ру») с заранее заданными моделями.

Моделирование используется не как оформление результата, а как средство рассуждения, инструмент мышления, который позволяет ребёнку: выделять существенное, устанавливать связи и зависимости, проверять гипотезы, обобщать результаты, абстрагироваться от конкретной ситуации и переходить к схематичному, а затем символическому уровню.

Далее подробно опишем блоки заданий и применение моделирования на уроках математики.

Блок 1. Анализ и синтез

Задания в этом блоке направлены на формирование умения разделять целое на части (анализ) и воссоздавать целое из частей (синтез).

Через приемы моделирования дети учатся понимать структуру чисел, выражений, задач.

Например, в задании по разложению числа на слагаемые дети используют счётные палочки (предметное моделирование), чтобы «увидеть», как целое число может быть составлено из различных комбинаций двух частей.

В заданиях с геометрическими пазлами (графическое моделирование) обучающиеся, анализируя форму частей и способы их соединения, синтезируют фигуру, развивая пространственное мышление.

Через схемы и символы (схематическое и символическое моделирование) дети учатся анализировать и записывать многозначные числа, составлять и решать уравнения на основе текстовых задач.

Блок 2. Сравнение

Цель заданий – научить устанавливать отношения «больше–меньше», «равно – не равно», а также находить сходства и различия.

Предметное сравнение реализуется через сопоставление множеств фишек, палочек или рисунков: дети производят попарное соотнесение или визуальное выравнивание.

Графическое моделирование (например, сравнение отрезков, фигур) позволяет визуализировать соотношения между величинами и формами.

При сравнении выражений и чисел дети применяют символическое моделирование, где сравниваются не сами объекты, а их свойства и структуру (анализ разрядов, понимание арифметической операции).

Блок 3. Классификация

Задания этого блока направлены на распределение объектов по группам на основе существенного признака.

Дети работают с наборами карточек или геометрических фигур, сортируя их по форме, числовому признаку, количеству сторон (предметное и графическое моделирование).

Составляют таблицы и диаграммы (схематическое моделирование) при классификации по двум признакам, что развивает системное мышление и наглядно демонстрирует пересечение множеств.

Также присутствуют задания, где обучающиеся самостоятельно создают классификационные правила – это ведёт к осознанному использованию логических категорий.

Блок 4. Обобщение

Обобщение как логическая операция требует от ученика выявить общее правило или закономерность на основе наблюдаемых фактов.

Здесь активно используется символическое моделирование: обучающиеся анализируют числовые и фигурные ряды, выявляют шаг, тип прогрессии или чередования.

Они создают собственные закономерности, проверяют гипотезы, формулируют обобщённые правила (например, о чётности суммы), а затем применяют их к новым случаям.

Применяется графическое моделирование (в фигурах) и табличные формы – чтобы систематизировать наблюдения.

Блок 4. Абстрагирование

Самая сложная операция мышления – отвлечение от частных признаков с целью выявления общего. Именно моделирование здесь становится ключевым инструментом, позволяющим ученику «вынести за скобки» конкретное содержание.

Задания с лишними данными в тексте учат выделять только существенное – через смысловую фильтрацию.

В заданиях на составление уравнения по сюжету и наоборот – младшие школьники работают на уровне символического абстрагирования: заменяют конкретные предметы неизвестными.

Использование моделей и схем позволяет визуализировать количественные отношения в задачах и перейти от конкретного текста к абстрактной структуре.

Наконец, задачи «придумай задачу по выражению» развивают способность видеть общее за разным внешним оформлением.

Ниже представлен комплекс заданий по математическому моделированию для обучающихся 3–4 классов, направленный на формирование перечисленных логических операций. Задания разделены на пять блоков согласно ведущей операции: анализ и синтез, сравнение, классификация, обобщение и абстрагирование. В каждом блоке упражнения расположены от более простых к более сложным. Для каждого задания указаны цель и подробное содержание (описание для учителя). Все задания соответствуют программному материалу математики 3–4 классов и учитывают возрастные особенности обучающихся.

Блок 1. Задания на анализ и синтез

В этом блоке младшие школьники учатся анализировать задачу или объект, разделяя целое на части, и выполнять синтез – объединяя части в целое. Такие упражнения помогают понимать структуру задач и находить решения поэтапно. Например, при решении текстовых задач полезно разбивать условие на смысловые части и моделировать ситуацию с помощью рисунка или схемы.

Задание 1. Разбиение числа на части

Цель задания: развивать понимание составных частей числа (отношение «часть–целое») через анализ и синтез.

Содержание: учитель раздает каждому ученику набор из 10 счетных палочек или фишек. Попросить разделить 10 предметов на две группы любым способом. Например, ученики могут разложить 10 палочек на 6 и 4, на 7 и 3, на 5 и 5 и т.д. (важно, чтобы все предметы были использованы). Каждый раз после разбиения обсудить с классом, сколько предметов в каждой группе и убедиться, что сумма групп снова дает 10 (синтез, объединение частей). Учитель фиксирует на доске полученные равенства (например, $10 = 6 + 4$, $10 = 7 + 3$, $10 = 5 + 5$ и т.д.). В конце сделать вывод, что число 10 можно разложить на две части разными способами, но при

сложении этих частей получается исходное целое. Это упражнение можно повторить и с другими числами в пределах программы (например, разложить 12 на слагаемые).

Задание 2. Составление целого из частей

Цель задания: формировать умение выполнять синтез – составлять целое из частей, анализировать форму, разбивая ее на составляющие.

Содержание: учитель раздает группам обучающихся простые геометрические пазлы. Например, вырезать из бумаги квадрат, разрезанный по диагонали на 2 треугольника, или другую фигуру, разрезанную на 2–3 части простой формы. Задание – собрать исходную фигуру из ее частей. Сначала дети самостоятельно пробуют сложить части вместе (находят, как они сочетаются – выполняют синтез). Затем обсудить: какой формы была каждая часть, как они соединились, чтобы получился целый квадрат (анализ – осознание отношений между частями). Для усложнения можно предложить пазл из большего числа деталей (например, «танграм» – составить квадрат из 7 частей, если это соответствует уровню подготовки класса). Такое предметное моделирование развивает пространственное мышление: обучающиеся учатся анализировать фигуры и синтезировать из фрагментов новое целое.

Задание 3. Перевод сюжета задачи в математическую модель

Цель задания: развивать умение анализировать текстовую задачу, выделяя известные и неизвестные величины, и выполнять синтез – составлять математическое выражение (уравнение) по условию.

Содержание: учитель предлагает простую сюжетную задачу и просит составить по ней арифметическое выражение или уравнение. Например: «В первой игре Маша набрала 5 очков, а во второй – еще некоторое количество очков, и в сумме у нее стало 13 очков. Сколько очков Маша заработала во второй игре?». Вместе с классом разобрать условие (анализ): известны очки первой игры (5) и общий итог (13), неизвестно – очки второй игры. Предлагается обозначить неизвестное число символом

(например, $\square$ или x). Затем дети записывают уравнение: $5 + \square = 13$. Учитель спрашивает, что означают числа 5 и 13 в контексте задачи, и подтверждает, что данное уравнение моделирует ситуацию задачи – оно отражает соотношение «очки первой игры + очки второй игры = общий счет». После составления модели ученики решают уравнение (синтез решения): находят неизвестное значение ($\square = 8$). Это задание тренирует переход от слов к символам: дети учатся заменять словесное условие краткой записью и тем самым анализировать и структурировать задачу.

Блок 2. Задания на сравнение

В этом блоке дети учатся сравнивать объекты и величины, устанавливать отношения «больше», «меньше», «равно». Операция сравнения лежит в основе выделения общих и отличительных признаков понятий. Постепенно школьники учатся замечать существенные характеристики объектов через их сходство или контраст. Задания подобраны так, чтобы дети практиковались сравнивать как конкретные предметы, так и абстрактные числа или геометрические формы.

Задание 4. «У кого больше?»

Цель задания: научить сравнивать количество предметов в двух группах напрямую, формируя понятия «больше», «меньше» или «равно».

Содержание: учитель организует небольшую сценку: на столе две кучки счетных палочек (или других одинаковых предметов). Например, в одной кучке 7 палочек, в другой – 5. Вопрос классу: «Где палочек больше, а где меньше?». Обучающиеся сначала на глаз оценивают, затем проверяют предметно: по одному сопоставляют палочки из обеих кучек. При сравнении кладут палочки попарно: в какой кучке предметы закончились раньше – та кучка меньше. В данном примере после раскладывания 5 пар палочек во второй кучке палочки кончились, а в первой осталось 2 лишних – следовательно, в первой кучке больше ($7 > 5$). Учитель вводит символы больше/меньше/равно и записывает: $7 > 5$. Аналогично, можно предложить другим ученикам разложить, к примеру, 6

и 6 палочек – убедиться, что пары разложатся без остатка, значит количественно они равны ($6 = 6$). Это предметное упражнение наглядно демонстрирует понятия «больше», «меньше» и учит детей сравнивать мощности двух множеств объектов.

Задание 5. Сравнение длин отрезков

Цель задания: развивать умение сравнивать величины (длины) путем наложения или измерения, формировать понимание отношения «длиннее – короче – равно».

Содержание: на доске или на карточках нарисованы два отрезка разной длины. Например, один отрезок длиной 8 см, другой – 6 см (можно без указания числовых значений, просто нарисованные отрезки). Учитель спрашивает: «Как узнать, какой отрезок длиннее?». Обучающиеся предлагают способы:

Наложение (совмещение): вырезать оба отрезка из бумаги и приложить концы – сразу видно, что один выступает.

Измерение: приложить линейку и узнать длины в сантиметрах, затем сравнить числа.

Учитель может продемонстрировать оба метода. После сравнения делается вывод: например, $8\text{ см} > 6\text{ см}$, первый отрезок длиннее второго на 2 см. Аналогично предложить детям сравнить другие пары (нарисовать на доске несколько отрезков и подписать их длины, чтобы дети устно сказали, какой больше/меньше). Можно усложнить, предложив три отрезка и упорядочить их по длине. Такое графическое моделирование учит сравнивать непрерывные величины и вводит практический навык измерения как способа сравнения.

Задание 6. Сравнение многозначных чисел по разрядам

Цель задания: отработать навык сравнения чисел путем анализа их разрядного состава (сравнение по величине).

Содержание: учитель записывает на доске пару чисел, например 456 и 462, и спрашивает: «Как узнать, какое из этих двух чисел больше?».

Обучающиеся вспоминают правило: сначала сравнивают количество сотен, десятков, единиц. В данном примере сотни равны (у обоих по 4 сотни), затем сравнивают десятки: 5 десятков и 6 десятков – ясно, что 60 больше 50, следовательно, 462 больше 456. Учитель подчеркивает ход рассуждения и записывает: $456 < 462$. Затем для закрепления предлагается несколько примеров: сравнить 389 и 400; 712 и 709; 128 и 118. Каждый раз дети анализируют числа поразрядно, проговаривая, почему одно больше или меньше другого. Например: «389 меньше 400, потому что в 400 три сотни и еще 1 сотня (всего 4 сотни), а в 389 только 3 сотни; десятки и единицы уже не важны, раз сотен больше». Такое упражнение развивает логическое сравнение чисел на основе их цифровой структуры: дети учатся обосновывать сравнение, а не только видеть результат на глаз.

Блок 3. Задания на классификацию

В этом блоке дети учатся распределять объекты по группам на основе общего признака, а также выделять «лишний» объект, не подходящий под общий критерий. Классификация – важная логическая операция, позволяющая структурировать знания. Осваивая ее, младшие школьники учатся выделять существенные признаки группы объектов и отличать их от других. Задания идут от простого выделения лишнего элемента к более сложной самостоятельной группировке и формулированию признаков классификации.

Задание 7. Найди лишнюю фигуру

Цель задания: научить распознавать общий признак у группы объектов и выявлять объект, который не обладает этим признаком.

Содержание: учитель показывает на экране или на плакате несколько геометрических фигур. Например: круг, квадрат, треугольник, еще один круг другого цвета. Просит: «Найдите фигуру, которая лишняя среди остальных, и объясните почему». Обучающиеся видят, что среди перечисленных фигур только круги не имеют углов, а квадрат и треугольник – многоугольники. Таким образом, «лишним» будет круг (он

единственный без углов, в то время как остальные – многоугольники). Можно привести другой набор: например, круг, треугольник, ромб, шестиугольник. В этой группе лишний опять круг, потому что у него нет сторон. Обсудив несколько примеров, учитель подчеркивает: чтобы найти лишний объект, нужно понять, что общего у остальных. Здесь общее у остальных – наличие прямых сторон и углов (геометрические многоугольники), а круг не подходит под это свойство. Задание развивает умение вычленять общий признак группы и находить объект, не соответствующий этому признаку.

Задание 8. Классификация по двум признакам

Цель задания: научить учитывать сразу два свойства объектов при классификации, показывая, что один и тот же объект может принадлежать одновременно двум категориям.

Содержание: учитель объявляет два признака для классификации чисел и предлагает рассмотреть их комбинации. Например, классификация чисел от 1 до 12 по двум признакам: четность (четное/нечетное) и кратность 3 (делится на 3 или нет). На доске рисуется таблица 2×2 или две пересекающиеся окружности (диаграмма Эйлера-Венна):

Одна ось: четные и нечетные.

Другая ось (или второй круг): делится на 3 и не делится на 3.

Теперь ученики вместе заполняют каждую клетку таблицы (или каждый сектор диаграммы) соответствующими числами 1–12:

Четные и делящиеся на 3: {6, 12} (это числа, обладающие обоими свойствами).

Четные и неделящиеся на 3: {2, 4, 8, 10}.

Нечетные и делящиеся на 3: {3, 9}.

Нечетные и неделящиеся на 3: {1, 5, 7, 11}.

Учитель по ходу обсуждает: например, число 6 – четное? да, делится на 3? да, значит, оно попало в группу пересечения двух признаков. Число 8 – четное, но не делится на 3, оно в другой группе. Таким образом, каждое

число нашло свое место по комбинации признаков. После заполнения учитель показывает готовую схему классификации. Такой подход (схематическое моделирование через таблицу или диаграмму) демонстрирует, что объект может удовлетворять сразу нескольким условиям. Школьники учатся более сложной классификации, видят пересечение множеств (например, $\{6,12\}$ – пересечение множества четных и кратных 3). Это упражнение развивает умение структурировать данные по двум критериям одновременно и подготавливает к понятиям теории множеств.

Задание 9. Самостоятельная классификация

Цель задания: стимулировать творческое мышление и самостоятельное применение операции классификации – придумать критерий и распределить объекты по группам.

Содержание: учитель раздает каждому ученику (или паре учеников) набор объектов или список чисел и предлагает придумать свой способ разделить их на две (или более) группы. Например, дать каждому по набору чисел от 1 до 15 (на карточках). Задача: разбить эти числа на группы по любому признаку, который ученик сам выберет, и затем объяснить классу свой выбор. Один ученик, например, разделит числа на простые и составные (возможный признак для 4 класса), другой – на однозначные и двузначные, третий – на меньше 10 и 10 и больше, четвертый – на кратные 5 и некрatные 5, кто-то может даже разделить на «любимые» и «нелюбимые» числа (шутливо), но тогда должен пояснить реальный математический критерий, лежащий в основе предпочтения. После того как обучающиеся выполнили группировку, учитель приглашает нескольких желающих продемонстрировать свой вариант у доски: ученик выписывает свои группы чисел и формулирует признак. Класс задает вопросы или отмечает, все ли числа логично распределены. Такая деятельность развивает умение самостоятельно выделять признаки и видеть множество объектов под разными углами. Ученики понимают, что

классификаций может быть несколько в зависимости от выбранного критерия. Это задание также развивает речь – нужно словесно сформулировать свой критерий классификации. Учитель резюмирует, что в математике и на практике очень важно уметь группировать объекты по признакам – это помогает наводить порядок в информации.

Блок 4. Задания на обобщение (поиск закономерностей)

В этом блоке главная операция – обобщение, то есть выявление общего правила, закономерности на основе частных случаев. Дети будут искать, и продолжать закономерности, составлять последовательности по правилу. Обобщение тесно связано с индуктивным мышлением – умением на основе отдельных наблюдений делать общий вывод. Такие задания развивают предпосылки к алгебраическому мышлению: умение видеть паттерны (повторяющиеся структуры) и формулировать правила.

Задание 10. Продолжи ряд фигур

Цель задания: научить распознавать и продолжать циклическую закономерность (повторяющийся паттерн), развивать навык предвидения следующего элемента по правилу.

Содержание: учитель показывает на плакате или рисует на доске ряд фигур с явной периодичностью. Например: $\triangle$, $\circ$, $\square$, $\triangle$, $\circ$, $\square$, $\triangle$, ... и спрашивает: «Какая фигура должна идти далее в ряду?». Обучающиеся определяют, что фигуры повторяются тройками: треугольник, круг, квадрат – и снова треугольник, круг, квадрат. Значит, после последнего треугольника по логике идет $\circ$ (круг), затем $\square$ (квадрат), если продолжать дальше. Учитель просит кого-то из детей выйти к доске и дорисовать недостающие фигуры. После этого обсуждается правило: «Последовательность повторяется каждые три элемента: ...». Можно предложить другой пример: два круга, один треугольник чередуются. Дети выявляют паттерн «А, А, В» и продолжают: после двух кругов – всегда треугольник. Подобные задания часто знакомы школьникам, здесь можно использовать больше видов фигур или цветов для усложнения. Выполняя

это задание, дети обобщают закономерность: учатся видеть цикл повторения и применять его для продолжения последовательности.

Задание 11. Исследование свойств чисел (парность суммы) – обобщение из опыта

Цель задания: подвести обучающихся к самостоятельному формулированию общего правила (обобщения) на основе нескольких частных случаев, развивая навыки индуктивного умозаключения.

Содержание: учитель предлагает небольшое исследование: «Давайте посмотрим, что получается, если складывать разные числа, и попробуем найти зависимость – от каких чисел зависит четность суммы». Он записывает на доске несколько примеров сложения:

$$2 + 4 = 6 \text{ (четное} + \text{четное} = \text{четное)}$$

$$2 + 5 = 7 \text{ (четное} + \text{нечетное} = \text{нечетное)}$$

$$3 + 5 = 8 \text{ (нечетное} + \text{нечетное} = \text{четное)}$$

$$6 + 1 = 7 \text{ (четное} + \text{нечетное} = \text{нечетное)}$$

Учитель просит учеников также придумать и озвучить свои примеры разных случаев. Затем класс анализирует результаты и пытается обобщить правила:

Сумма двух четных чисел всегда четна.

Сумма двух нечетных чисел всегда четна (дети видят это на примере $3+5=8$, можно привести еще: $1+3=4$).

Сумма четного и нечетного всегда нечетна.

Учитель помогает сформулировать вывод: «Если складываем два числа одинаковой четности, получаем четное; если разной четности – получаем нечетное». Это и есть обобщенное свойство. Для проверки можно взять новые числа и убедиться, что правило работает всегда. Это задание знакомит детей с простым числовым законом и показывает силу обобщения: из нескольких опытов рождается общее утверждение, верное для всех случаев. Формулировка этого свойства – важный момент: ученики учатся выражать словами выявленную закономерность. Подобным образом

можно исследовать и обобщить, например, правило четности для произведения (в более старшем классе) или другие числовые закономерности. Здесь же основной акцент: дети самостоятельно приходят к общему выводу на основе ряда примеров, тем самым осуществляя логическую операцию обобщения.

Задание 12. Вывод значения по известному правилу

Цель задания: закрепить навык использовать установленную закономерность для предсказания нового результата (применение правила на практике, элемент дедукции).

Содержание: после того как в задании 11 обучающиеся сформулировали общее правило о четности суммы, сразу предлагается применить его без прямого счета. Учитель задает вопрос: «Какой будет результат – четным или нечетным – если мы сложим, например, три нечетных числа?». Вместо того чтобы перечислять примеры, дети должны логически рассмотреть: сумма двух нечетных – четна (по установленному правилу). Если к этой четной сумме прибавить еще одно нечетное число, то (по тому же правилу, но в форме «четное + нечетное = нечетное») результат станет нечетным. Значит, сумма трех нечетных чисел всегда нечетна. Такой вывод – шаг от общего правила к частному случаю, демонстрирующий дедуктивное применение знания. Учитель может проверить: $3+5+7=15$ (нечетное).

Другой пример: «Четное + четное + четное – четно или нет?» (четно, так как сумма первых двух четна, плюс еще четное остается четной). Хотя эти вопросы кажутся простыми, важно, что дети отвечают, не считая непосредственно, а опираясь на ранее обобщенное свойство. Это учит применять общие закономерности в новых ситуациях. Далее можно усложнить: «А сумма четырех нечетных?» – рассуждение: пара нечет+нечет дает чет, вторая пара тоже чет, затем чет+чет = чет, значит 4 нечетных дают четное. Такие упражнения показывают детям силу логического вывода. В целом данное задание закрепляет умение выводить

частное следствие из общего правила, что является неотъемлемой частью математического мышления.

Блок 5. Задания на абстрагирование

В заданиях этого блока акцент делается на умении отвлечься от частных, конкретных деталей и сконцентрироваться на общем, существенном, т.е. на абстрагировании. Младшим школьникам бывает непросто отвлечься от ярких деталей сюжета задачи и увидеть ее математическую структуру, однако специальные упражнения помогают этому научиться. Здесь дети будут учиться выделять главное условие, заменять реальные объекты символами (схемами, знаками), работать с неизвестными числами и переносить знания в новый контекст. Всё это развивает гибкость мышления и способность видеть общее.

Задание 13. Выделение существенной информации в задаче

Цель задания: научить абстрагироваться от несущественных деталей текстовой задачи, выделять только нужные для решения данные.

Содержание: учитель предлагает задачу с лишними данными. Например: «На ферме было 12 коров, 5 поросят и 7 кур. Сколько всего коров и поросят на ферме?». Условия намеренно избыточны – упомянуты куры, которые не требуются для вопроса. Читаем задачу вместе. Затем учитель задает вопрос: «Все ли данные нам нужны, чтобы ответить на вопрос?». Обучающиеся должны понять, что число кур (7) не влияет на количество коров и поросят вместе. Таким образом, отбрасываем лишнее – абстрагируемся от упоминания кур. Остаются только коровы и поросята. Тогда решаем: $12 + 5 = 17$. Ответ: 17 животных (коров и поросят). Учитель подчеркивает: важно уметь выделять главное в тексте задачи и не запутаться во второстепенных деталях. Еще пример: «У Маши 4 красных шарика и 3 синих, а у Пети – 5 зеленых. Сколько шариков у Маши?». Лишнее здесь – данные про Петю, они не нужны, вопрос касается только Маши. Игровой вариант: дать задачу, где заведомо есть «ловушка» – например, упоминается ненужное имя или число, чтобы проверить

внимательность. После решения нужно обсудить с детьми, как они определили, что было лишним, и почему убирание лишнего упростило задачу. Это задание непосредственно тренирует операцию абстрагирования: умение отвлечься от несущественных деталей и сфокусироваться на математически значимых данных.

Задание 14. Понимание равенства – баланс весов

Цель задания: углубить понимание понятия равенства (баланса) и научить находить неизвестное, поддерживая равновесие, то есть сохраняя оба выражения равными.

Содержание: учитель рисует на доске весы (балансирующие чаши) и помещает на левую чашу грузики, обозначающие выражение, а на правую – другие грузы. Например, на левую – груз « $7 + ?$ », на правую – грузы « $5 + 6$ ». Рисунок показывает равновесие весов, т.е. значения левой и правой чаш равны. Задача: найти неизвестный груз, уравнивающий весы. Дети переводят визуальную модель в математическое уравнение: $7 + \square = 5 + 6$. Они вычисляют правую сторону: $5 + 6 = 11$. Так что уравнение $7 + \square = 11$, откуда $\square = 4$ (потому что $7 + 4 = 11$). Проверяют: $5 + 6 = 11$ слева тоже 11, равенство соблюдено. Учитель объясняет, что равенство – это когда две стороны «вешат» одинаково, и если на одной стороне недостает чего-то, надо добавить нужное количество. Можно привести еще один пример: уравнение $9 + 2 = 8 + ?$. Упражнение можно сделать с реальным демонстрационным весами и кубиками: например, слева 7 кубиков и неизвестный X в коробочке, справа 11 кубиков. Сколько кубиков должно быть в коробочке, чтобы весы балансировали? Это наглядно показывает, что $X = 4$. После нескольких демонстраций предложить ученикам решить парочку подобных уравнений без рисования, чисто расчетом: «Какое число должно стоять вместо вопроса: $6 + ? = 4 + 9$ » (ответ 7, так как $4 + 9 = 13$, значит $6 + 7 = 13$). Задание формирует понимание уравнения как равновесия и продвигает умение абстрагироваться от конкретных операций, рассматривая целиком левую и правую части. Это способствует более

осмысленному подходу к равенствам: дети перестают мыслить «последовательно», а видят структуру «левая часть = правая часть».

Задание 15. Конкретизация абстрактного выражения

Цель задания: проверить и развить понимание того, что абстрактное математическое выражение можно применить к разным реальным ситуациям; связь между конкретным и общим.

Содержание: учитель пишет на доске арифметическое выражение или уравнение – без контекста, просто набор чисел и знаков.

Например: $6 + 4 = 10$. Задача для обучающихся: «Придумайте небольшой сюжет (историю), в которой участвовали бы эти числа и которая иллюстрирует данное выражение». Иными словами, составить текстовую задачку с решением $6+4$. Дети предлагают варианты:

«У Васи было 6 карандашей, и ему подарили еще 4 карандаша. Сколько карандашей у Васи стало?» (классическая интерпретация).

Или «На столе лежало 6 красных яблок и 4 зеленых яблока. Сколько всего яблок на столе?».

Учитель поощряет разнообразие: «Отлично, а кто придумает про животных? или про машины?». Например: «В гараже стояло 6 машин, потом приехали еще 4. Сколько машин стало?». После нескольких ответов делается вывод: одна и та же математическая запись $6+4=10$ может описывать бесконечно много ситуаций в жизни, но суть у них у всех одна – к 6 прибавили 4, получили 10. Таким образом, число и операция абстрагируются от конкретных предметов: 6 может быть и яблоками, и машинками, и чем угодно, $+4$ – это просто добавление четырех единиц того же вида, а 10 – результат. Для усложнения можно взять другое выражение, например $9 - 3 = 6$, и также попросить придумать истории (съели яблоки, потратили рубли, и т.д.). Обучающиеся таким образом учатся видеть за голыми числами реальный смысл, а главное – понимать, что математические отношения общие для всех конкретных ситуаций данного типа. Это двусторонняя связь конкретного и абстрактного: ранее

мы от задачи переходили к модели, а теперь от модели – обратно придумываем задачу. Такая рефлексия закрепляет навык абстрагирования: дети убеждаются, что формула работает «в отрыве» от любых конкретных деталей, и именно поэтому ее можно приложить ко многим случаям.

Опишем образовательный и развивающий потенциал комплекса.

К развивающим эффектам относятся:

- 1) активизация познавательной деятельности;
- 2) формирование логического мышления;
- 3) развитие математической речи, способности к аргументации;
- 4) повышение уровня учебной самостоятельности.

Метапредметные результаты выделены следующие:

- 1) уметь анализировать информацию и превращать её в модели;
- 2) навыки планирования действий (разложение задачи на шаги);
- 3) владение различными формами представления информации (таблица, схема, уравнение, диаграмма);
- 4) способность к переносу знаний на новые ситуации.

Практико-ориентированный аспект:

- 1) моделирование способствует осмыслению содержания задач, а не механическому решению;
- 2) используемые модели являются универсальными: они применимы и в математике, и в других предметах (например, окружающий мир, технология);
- 3) задания легко адаптируются к уровню класса (вводятся постепенно, усложняются по мере освоения).

Представленный комплекс заданий охватывает основные логические операции – анализ, синтез, сравнение, классификацию, обобщение и абстрагирование – в рамках курса математики 3–4 классов. Задания расположены от простого к сложному, что позволяет последовательно развивать мышление обучающихся. Используются различные виды наглядного моделирования: работа с предметами, рисунками, символами,

схемами, что соответствует рекомендациям по развитию логического мышления младших школьников. При систематическом включении подобных упражнений в уроки математики дети учатся глубже понимать материал: осознают структуру задач, видят закономерности, умеют обобщать и применять правила, а также абстрагироваться от частных случаев. Всё это создает прочную основу для дальнейшего успешного обучения, так как логические приемы мышления являются универсальным инструментом при изучении любых разделов математики и других дисциплин.

Выводы по главе 2

Для диагностики уровня сформированности логических операций у обучающихся 3 класса были подобраны пять методик, каждая из которых направлена на изучение одной из ключевых логических операций: классификации, сравнения, обобщения и анализа, синтеза, абстрагирования. Выбор методик обоснован их научной валидностью и соответствием возрастным особенностям младших школьников. Параграф заложил методологическую основу для последующего анализа результатов и практической реализации разработанной программы.

Далее был проведен детальный анализ результатов диагностики по каждой из методик. Установлено, что наименее сформированной логической операцией у обучающихся является синтез – 75 % детей показали низкий уровень, а высокий уровень вовсе не был зафиксирован. Также затруднения вызвали задания, направленные на обобщение и абстрагирование – по этим операциям 50 % школьников показали низкий уровень. Лишь по операциям сравнения и классификации наблюдаются относительно благоприятные результаты: совокупно более половины испытуемых продемонстрировали средний и высокий уровень. Эти данные подтверждают необходимость целенаправленной педагогической работы по развитию мыслительных операций, особенно синтетических и аналитико-обобщающих.

Далее мы разработали и обосновали комплекс заданий с использованием различных видов моделирования (предметного, графического, символического, схематического и цифрового), направленных на формирование логических операций. Задания сгруппированы в блоки по типу операций: анализ и синтез, сравнение, классификация, обобщение, абстрагирование. Каждое упражнение подкреплено конкретной методикой моделирования, что позволяет обучающимся последовательно осваивать логические действия — от конкретного действия с предметами к абстрактным умственным операциям. Представленный комплекс не только способствует развитию логического мышления, но и обеспечивает формирование метапредметных умений, необходимых для успешного усвоения учебного материала в начальной школе.

Заключение

Проведенное исследование было направлено на теоретическое обоснование и практическую реализацию процесса формирования логических операций у младших школьников на уроках математики с использованием моделирования. В результате анализа психолого-педагогической литературы установлено, что логические операции – анализ, синтез, сравнение, классификация, обобщение, абстрагирование – являются неотъемлемыми компонентами мыслительной деятельности и важнейшей частью познавательных универсальных учебных действий, формируемых в начальной школе. Исследование научных подходов (Ж. Пиаже, Л. С. Выготского, П. Я. Гальперина, В. В. Давыдова и др.) подтвердило, что развитие логических операций возможно лишь при условии целенаправленного, системного педагогического воздействия с учетом возрастных и индивидуальных особенностей младших школьников.

В рамках исследовательской работы была проведена диагностика уровня сформированности логических операций у 20 обучающихся 3 класса. Для исследования были использованы следующие методики: «Раскрась фигуры» (Н. Я. Чутко) – для оценки классификации, «Исключение понятий» (С. Х. Сафонова) – для сравнения, «Выявление общих понятий» (Е. И. Рогов) – для обобщения и анализа, «Кубик Рубика» (по Т. Г. Макеевой, модификация О. И. Ворониной) – для синтеза, и методика «Логические ряды» (У. Липпман) – для оценки абстрагирования. Результаты показали, что высокий уровень сформированности логических операций наблюдается лишь у небольшой части обучающихся: наиболее выраженные затруднения были зафиксированы в области синтеза (75 % обучающихся – низкий уровень), обобщения и абстрагирования (по 50 % – низкий уровень). По операциям классификации и сравнения уровень сформированности оказался более стабильным, однако значительная часть детей (40–45 %) также нуждаются в целенаправленной коррекции.

На основе полученных данных был разработан комплекс заданий, направленный на формирование логических операций с использованием приемов моделирования как метода обучения. Задания распределены по логическим операциям и предполагают использование различных видов моделей – предметных, предметно-схематических, графических и цифровых. Так, для формирования анализа и синтеза применялись задания на составление и разбор моделей чисел, разрядных таблиц, геометрических фигур, решение задач по схемам и чертежам. Для развития сравнения и классификации были включены упражнения на группировку объектов по признакам, упорядочивание величин, моделирование сравнительных ситуаций (например, «больше-меньше», «длиннее-короче»). Задания на обобщение и абстрагирование строились на работе с графическими моделями и схемами, требующими выделения общих признаков, отвлечения от частных деталей и перевода конкретного содержания в обобщенную форму. Комплекс обеспечивает постепенный переход от действий с реальными объектами к абстрактному мышлению, что соответствует принципу поэтапного формирования умственных действий.

Предложенные задания обладают высокой степенью практической применимости: они могут использоваться учителями начальных классов в урочной и внеурочной деятельности, а также адаптироваться для цифровой образовательной среды, включая дистанционное обучение. Комплекс также может стать основой для разработки методических рекомендаций по развитию логического мышления у младших школьников. Таким образом, цель исследования достигнута: теоретически обоснована и практически реализована модель формирования логических операций средствами моделирования, а также подтверждена эффективность интеграции моделирования в содержание начального математического образования.

Таким образом, цель работы достигнута.

Список использованных источников

1. Абдуллоев Д. А. Развитие логического мышления учащихся начальных классов в процессе решения текстовых задач по математике / Д. А. Абдуллоев // Прогрессивная педагогика. – 2021. – № 4. – С. 5–17.
2. Ананьев Б. Г. Человек как предмет познания / Б. Г. Ананьев. – Санкт-Петербург : Питер, 2001 – 288 с. – ISBN 978-5-49807-869-4.
3. Асмолов А. Г. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе. От действия к мысли : пособие для учителя / А. Г. Асмолов. – Москва:Просвещение, 2020–151с–ISBN 978-5-09-020588-7.
4. Белошистая А. В. Развитие логического и алгоритмического мышления младшего школьника / А. В. Белошистая // Начальная школа плюс до и после. – 2006. – № 9. – С. 15–17.
5. Беспалько В. П. Слагаемые педагогической технологии / В. П. Беспалько. – Москва :Педагогика, 1989. – 190с. – ISBN5-7155-0099-0.
6. Бобоева З. М. Особенности развития логического мышления младших школьников / З. М. Бобоева // Ученый XXI века. – 2022. – № 5-1(86). – С. 22–25.
7. Бумагина Л. В. Становление логической операции классификации у дошкольников и младших школьников / Л. В. Бумагина // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2009. – Т. 11, № 4-2. – С. 379–386.
8. Ванникова В. Н. Развитие мышления на уроках математики / В. Н. Ванникова // Наука и образование: тенденции, проблемы и перспективы развития : сборник материалов V Всероссийской научно-практической конференции студентов и молодых ученых, Железноводск, 27 мая 2022 года / под ред. И. В. Иванченко. – Ставрополь:Индивидуальный предприниматель Тимченко Оксана Геннадьевна, 2022. – С. 38–43.

9. Василевич Н. А. Методика формирования у младших школьников логических умений: содержательно-процессуальный аспект / Н. А. Василевич // Вестник Барановичского государственного университета. Серия: Педагогические науки, Психологические науки, Филологические науки (литературоведение). – 2021. – № 2(10). – С. 4–10.
10. Вахненко И. Н. Организационно-педагогические условия формирования универсальных действий сравнения, обобщения и аналогии / И. Н. Вахненко // Образовательные технологии. – 2024. – № 4 – С. 37–44.
11. Воробьева С. Ю. Роль текстовых задач в развитии логического мышления у младших школьников /С. Ю. Воробьева, Н. А. Березова // Актуальные вопросы современной науки и инноватики : сборник научных статей по материалам I Международной научно-практической конференции, Уфа, 21.02.2023года.–Уфа : Общество с ограниченной ответственностью «Научно-издательский центр «Вестник науки», 2023. – С. 198–202.
12. Выготский Л. С. Лекции по психологии. Мышление и речь / Л. С. Выготский. – Москва : Юрайт, 2017 –458с. – ISBN 978-5-534-0747 1-0.
13. Гавриш А. И. Формирование действия моделирования в процессе изучения начального курса математики / А. И. Гавриш // Крымский гуманитарный вестник : сборник научных статей / ГБОУ ДПО РК «Крымский республиканский институт постдипломного педагогического образования». Том 2. – Симферополь : Индивидуальный предприниматель Минакир Игорь Леонидович, 2018. – С. 80–82.
14. Гузиева А. А. Моделирование на уроках математики как способ формирования логических УУД / А. А. Гузиева, Л. В. Выродова, И. В. Данилец // Инновационный путь развития как реакция на вызовы новой эпохи : сборник статей Всероссийской научно-практической конференции с международным участием, Стерлитамак, 13 декабря 2022 г.

Часть 1. – Уфа : Общество с ограниченной ответственностью «Аэтерна», 2022. – С. 59–61.

15. Давыдов В. В. Проблемы развивающего обучения: опыт теоретических и экспериментальных психологических исследований / В. В. Давыдов. – Москва : Академия, 2004 (ГУП Сарат. полигр. комб.). – 282 с. – ISBN 5-7695-1598-8.

16. Дерябина Е. Р. Формирование логических суждений, операций и приемов у младших школьников / Е. Р. Дерябина // Вопросы педагогики. – 2023. – № 6-1. – С. 17–21.

17. Зак А. З. Особенности формирования логического мышления в начальной школе / А. З. Зак // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. – 2022. – № 7-1. – С. 48–54.

18. Кириллова И. Н. Общие закономерности развития мыслительных операций младшего школьника / И. Н. Кириллова // Русская словесность и современная школа: научно-методический журнал кафедры русского языка и литературы : материалы IV Международной научно-практической конференции, Набережные Челны, 20 мая 2020 года / под ред. О. П. Глухой, К. А. Калинина. – Вып. 5. – Набережные Челны : Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2020. – С. 81–84.

19. Кобелева И. Н. Особенности развития логических операций у младших школьников 2 и 3 классов / И. Н. Кобелева, Л. В. Годовникова // Научный альманах. – 2024. – № 1-1(111). – С. 71–74.

20. Кочетова Е. В. Развитие логических универсальных учебных действий у младших школьников в соответствии с требованиями ФГОС / Е. В. Кочетова, Д. В. Азова, О. Б. Машанова // Актуальные вопросы реализации ФГОС дошкольного и начального общего образования : сб. статей по материалам Всеросс. науч.-практ. конф., Нижний Новгород, 11 апреля 2017 года / Нижегородский государственный педагогический университет имени Козьмы Минина. – Нижний Новгород : ФГБОУ ВПО

«Нижегородский государственный педагогический университет имени Козьмы Минина», 2017. – С. 395–399.

21. Круглова Е. С. Формирование логической операции «сравнение» у младших школьников / Е. С. Круглова, Л. В. Лещенко // Актуальные проблемы методики начального обучения и эстетического воспитания учащихся : материалы II Республиканской научно-практической конференции, Могилев, 24–25 марта 2011 года. – Могилев: Могилевский государственный университет им. А.А. Кулешова, 2011. – С. 210–214.

22. Кудряшова В. В. Моделирование на уроках математики в начальной школе / В. В. Кудряшова, Н. Г. Шмелева // Инновационные механизмы решения проблем научного развития : сборник статей Международной научно-практической конференции, Сызрань, 28 мая 2016 года. Том 2. – Сызрань: Общество с ограниченной ответственностью «ОМЕГА САЙНС», 2016. – С. 13–15.

23. Лабзина И. Ю. Формирование логических универсальных учебных действий с использованием технологии развития критического мышления на уроках математики в начальной школе / И. Ю. Лабзина // Современные проблемы естествознания и естественно-научного образования : сб. стат. участников II-й Всероссийской научно-практической конференции, Арзамас, 25–26 ноября 2021 года. – Арзамас: Арзамасский филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского», 2021. – С. 306–310.

24. Лазебникова А. Использование мыслительных операций в учебной деятельности / А. Лазебникова // История и обществознание для школьников. – 2018. – № 1. – С. 12–20.

25. Леонтьев А. Н. Деятельность. Сознание. Личность: учебное пособие / А. Н. Леонтьев; науч. ред. и предисл. Д. А. Леонтьева. 2-е изд., стер. – Москва : Смысл: Академия, 2005. – 345 с. – ISBN 5-89357-113-4.
26. Люблинская А. А. Педагогические меры воздействия и их роль в воспитании детей : лекция для родителей / А. А. Люблинская. – Ленинград : б. и., 1951. – 37 с.
27. Макаров Д. О. Математическое моделирование в ходе решения текстовых задач / Д. О. Макаров, В. В. Кокорева // История, современное состояние и перспективы инновационного развития науки : сб.ст по итогам Межд. науч.-практ. конференции, Стерлитамак, 18 мая 2020 года. – Стерлитамак: Общество с ограниченной ответственностью «Агентство международных исследований», 2020. – С. 21–27.
28. Медведева А. С. Способы развития логического мышления младших школьников на уроках математики / А. С. Медведева, И. В. Абрамова // Современные тенденции естественно-математического образования: школа – вуз : материалы Международной научно-практической конференции: в 2 частях, Соликамск, 14–15 апреля 2017 года / Пермский государственный национальный исследовательский университет, Соликамский государственный педагогический институт-филиал. – Часть 1. – Соликамск: Соликамский государственный педагогический институт, 2017. – С. 64–66.
29. Менчинская Н. А. Проблемы учения и умственного развития школьника : Избранные психологические труды / Н. А. Менчинская. – Москва : Педагогика, 1989. – 218 с. – ISBN 5-7155-0198-9.
30. Моро М. И. Методика обучения математике в 1–3 классах / М. И. Моро, А. М. Пышкало. – Москва : Просвещение, 1978. – 336 с.
31. Немов Р. С. Общая психология. Психология личности : учебник и практикум для вузов / Р. С. Немов. – 6-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 940 с. – ISBN 978-5-534-18331-3.

32. Обучение и развитие: (Эксперим.-пед. исследование) / под ред. чл. АПН СССР Л. В. Занкова ; Науч.-исслед. ин-т общей педагогики АПН СССР. – Москва : Педагогика, 1975. – 440 с.

33. Омарова А. А. Использование приема моделирование на уроках математики в начальных классах / А. А. Омарова // Начальное образование: инновации и ценности, теория и практика : материалы международной научно-практической конференции, Махачкала, 17 декабря 2020 года. – Махачкала: Дагестанский государственный педагогический университет, 2020. – С. 177-182.

34. Пиаже Ж. Избранные психологические труды ; пер. с франц. / Ж. Пиаже – Москва : Педагогика, 1969. – 659 с.

35. Пиаже Ж. Генезис элементарных логических структур : Классификация и сериация / Ж. Пиаже, Б. Инельдер; пер. с фр. Э. Пчелкиной. – Москва : ЭКСМО-Пресс, 2002. – 408 с. – ISBN 5-04-009004-8.

36. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 31 мая 2021 г. № 286 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта начального общего образования». – URL :<http://www.mon.gov.ru> (дата обращения: 12.03.2025).

37. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии / С. Л. Рубинштейн. – Москва и др. : Питер, 2012. – 705 с. – ISBN 978-5-459-01141-8.

38. Сагдеева И. М. Роль метода моделирование на уроках математики в начальной школе / И. М. Сагдеева // Технические и математические науки. Студенческий научный форум : электронный сборник статей по материалам V студенческой международной научно-практической конференции. Том 5 (5) : Общество с ограниченной ответственностью «Международный центр науки и образования», 2018. – С. 111–114.

39. Сакеева Н. Б. Развитие мыслительных операций младших школьников / Н. Б. Сакеева // Актуальные проблемы современного образования. – 2008. – № 7. – С. 98–103.

40. Сафронова Н. Использование моделирования как условие формирования логических универсальных учебных действий у младших школьников на уроках математики / Н. Сафронова // Актуальные вопросы современной науки и образования : сборник статей Международной научно-практической конференции : в 2 ч., Пенза, 05 января 2020 года. Том Часть 2. – Пенза: «Наука и Просвещение» (ИП Гуляев Г.Ю.), 2020. – С. 191–195.

41. Сундеева Л. А. Формирование логических универсальных действий у младших школьников на уроках математики / Л. А. Сундеева, А. С. Сорокина // Карельский научный журнал. – 2017. – Т. 6. – №. 2 (19). – С. 41–43.

42. Сухорутченко О. А. Развитие логического мышления учащихся на начальном этапе обучения / О. А. Сухорутченко, Т. Ю. Бровченко // Закономерности и тенденции инновационного развития общества : сборник статей Международной научно-практической конференции, Волгоград, 28 августа 2019 года. Часть 2. – Волгоград: Общество с ограниченной ответственностью «ОМЕГА САЙНС», 2019. – С. 95–98.

43. Съедина И. Н. Элементы моделирования на уроках математики в начальных классах / И. Н. Съедина // Теоретические и практические аспекты развития научной мысли в современном мире : сборник статей Международной научно-практической конференции, Уфа, 05 декабря 2018 г. Часть 1. – Уфа: Общество с ограниченной ответственностью «Аэтерна», 2018. – С. 228–230.

44. Талызина Н. Ф. Деятельностный подход при обучении математике / Н. Ф. Талызина // Математика. – 2005. – № 19. – С. 44–48.

45. Тихомиров О. К. Развитие деятельностного подхода в психологии мышления / О. К. Тихомиров, Ю. Д. Бабаева,

Н. Б. Березанская, И. А. Васильев, А. Е. Войскунский // Традиции и перспективы деятельностного подхода в психологии: школа А. Н. Леонтьева. – Москва :СмыслМ, 1991. – С. 79–84.

46. Тихомирова Л. Ф. Развитие логического мышления у детей / Л. Ф. Тихомирова, А. В. Басов. – Ярославль: Гринго, 2012. – 240 с.

47. Туйбаева Л. И. Развитие мыслительных операций младших школьников на уроках математики / Л. И. Туйбаева, Т. Е. Филина // Современные проблемы и перспективные направления инновационного развития науки : сборник статей международной научно-практической конференции: в 2 частях, Уфа, 01 марта 2017 г. Часть 2. – Уфа:ООО «Аэтерна», 2017. – С. 144–147.

48. Туканова Л. Е. Моделирование на уроках математики в начальной школе / Л. Е. Туканова, Я. А. Пичугина // Цели и ценности современного образования : материалы Всероссийской научно-практической конференции с международным участием, Мурманск, 08–10 апреля 2020 года. – Мурманск: Мурманский арктический государственный университет, 2020. – С. 120–124.

49. Урбан М. А. Развитие логического мышления младших школьников средствами учебного моделирования на уроке математики / М. А. Урбан, С. В. Гадзаова // ТехноОбраз 2015. Технологии развития личности обучающихся в условиях человекообразного образования : материалы X международной научно-практической конференции, посвященной 75-летию ГрГУ им. Я. Купалы: в 2 частях, Гродно, 17–18 марта 2015 года. – Гродно: Гродненский государственный университет им. Янки Купалы, 2015. – С. 214–217.

50. Федорова Л. В. Моделирование на уроках математики в начальной школе / Л. В. Федорова // Актуальные вопросы профессиональной подготовки современного учителя начальной школы. – 2024. – № 11. – С. 64–72.

51. Формирование логических действий у обучающихся младших классов : монография / А. А. Сапожникова, Э. П. Бакшеева.– Saarbrucken: LAP LAMBERT AcademicPublishing, 2016.– 127с– ISBN 978-3-330-02077-1.
52. Четверикова О. А. Особенности мышления детей младшего школьного возраста / О. А. Четверикова // Вопросы эффективного применения научного потенциала общества : сб. статей Междунар. научно-практической конференции, Киров, 02 ноября 2023 года. – Уфа: Общество с ограниченной ответственностью «ОМЕГА САЙНС», 2023. – С. 177–182.
53. Шельгина О. Б. Приемы формирования мыслительных операций при обучении младших школьников решению арифметических задач / О. Б. Шельгина // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2014. – № 32. – С. 6–10.
54. Шило В. В. Использование метода моделирования на уроках математики в начальной школе / В. В. Шило // Молодежный научный форум: гуманитарные науки. – 2017. – № 11(50). – С. 62–65.
55. Шокурова О. С. Формирование логического мышления у младших школьников через текстовые задачи / О. С. Шокурова // Перспективные научные исследования: опыт, проблемы и перспективы развития : сб. науч. ст. по материалам VII Междунар. науч.-практ.конф., Уфа, 18 февраля 2022 г. – Уфа: ООО «Научно-издательский центр «Вестник науки», 2022. – С. 49–52.
56. Шумилина Н. Г. Развитие логического мышления младших школьников на уроках математики посредством моделирования / Н. Г. Шумилина // Психолого-педагогическое сопровождение образовательного процесса: проблемы, перспективы, технологии : сб. науч.тр. участников V Междунар. науч.-практ.конф., Орёл, 06–07 апреля 2018 года / ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет им. И. С. Тургенева», Институт педагогики и психологии. – Орёл: ООО «Модуль-К», 2018. – С. 74–78.

Приложение А

Методики исследования сформированности логических операций младших школьников

Методика «Раскрась фигуры» (Н. Я. Чутко)

Цель данной методики заключается в оценке уровня сформированности такой логической операции как «классификация» у младших школьников.

Содержание и процедура выполнения: обучающимся предъявляется карточка, на которой представлены 9 треугольников. Фигуры каждой группы нужно закрасить одинаковым цветом.

Инструкция: «Вы много раз рисовали и раскрашивали разные фигуры. Сейчас внимательно рассмотрите эти фигуры и мысленно разделите их на несколько групп так, чтобы в каждой группе были одинаковые фигуры. Фигуры каждой группы нужно закрасить одинаковым цветом. Сколько найдете групп одинаковых фигур, столько и понадобится вам разных цветных карандашей. Цвет выбирайте сами». (Задание повторяется дважды).

Стимульный материал представлен на рисунке 1.1.



Рисунок 1.1 – Стимульный материал к методике «Раскрась фигуры»
(Н. Я. Чутко)

Интерпретация результатов:

Высокий уровень: классификация выполнена, выделены три группы треугольников – 3 равнобедренных треугольника, 3 равносторонних и 3 прямоугольных (названия треугольников даются для учителя).

Средний уровень: допущена одна-две ошибки (неразличение одинаковых фигур в прямом и перевернутом положении или неразличение одинаковых фигур в прямом и зеркальном положении).

Низкий уровень: допущено 3 и более ошибок (неразличение одинаковых фигур в прямом и перевернутом положении, в прямом и зеркальном положении, а также неразличение разных треугольников); бессмысленное хаотичное раскрашивание фигур.

Методика «Исключение понятий» (С. Х. Сафонова)

Цель методики: определить уровень сформированности логической операции «сравнение» у младших школьников.

Содержание и процедура выполнения: испытуемому предлагается специальный бланк, состоящий из 17 рядов, в каждом из которых находятся пять слов. Четыре слова в каждом ряду объединены по общему родовому признаку, а пятое слово не соответствует данному признаку и является лишним. Задача испытуемого – в течение пяти минут определить и вычеркнуть слово, не соответствующее общему понятию.

Инструкция: «Перед тобой находится бланк со словами, объединёнными в группы. В каждой строке есть одно лишнее слово, которое не подходит к остальным четырём по общему признаку. Внимательно читай каждую строчку, находи это слово и зачёркивай его. На выполнение задания у тебя есть 5 минут».

Список слов:

Шкаф, кресло, кастрюля, тумбочка.

Лошадь, заяц, кошка, собака.

Клен, дуб, ромашка, береза.

Январь, среда, март, июнь.

Вторник, зима, среда, пятница.

Петров, Гена, Смирнов, Белов.

Прямоугольник, линейка, квадрат, овал.

А, Б, один, В.

Волга, Дон, Нева, Волгоград.

Дождь, ветер, снег, град.

Золото, серебро, железо, кирпич.

Колбаса, творог, сыр, молоко.

Батон, булочка, баранка, пирожное.

Перец, гвоздика, корица, банан.

Холодильник, пистолет, пылесос, мясорубка.

Прыжки, бег, плавание, вязание.

Халва, булочка, камень, яблоко.

Высокий уровень – от 16 до 17 правильно исключённых слов. Испытуемый обладает высоким уровнем способностей к классификации и логическому анализу понятий.

Средний уровень – от 12 до 15 правильных ответов. Испытуемый демонстрирует средний уровень сформированности аналитических способностей, испытывая затруднения в обобщении и классификации.

Низкий уровень – 11 и менее правильных ответов. Испытуемый испытывает значительные трудности в определении общего признака и выделении лишнего элемента, что говорит о недостаточно развитых навыках классификации и обобщения.

Методика «Выявление общих понятий» (Е. И. Рогов)

Цель: Определение уровня сформированности логических операций: обобщения, анализа и классификации у младших школьников.

Содержание и процедура выполнения: обучающимся предоставляется карточка, на которой расположены 20 строк. В каждой строке указано общее понятие, а затем в скобках перечислены 5 слов. Из этих пяти слов только два наиболее точно соответствуют обозначенному перед скобкой общему понятию.

Слова в задачах подобраны таким образом, что обследуемый должен продемонстрировать свою способность уловить абстрактное значение тех или иных понятий и отказаться от более легкого, бросающегося в глаза, но неверного способа решения, при котором вместо существенных выделяются частные, конкретно-ситуационные признаки.

Инструкция: «Перед вами карточка с 20 рядами слов. В каждом ряду слева перед скобками написано слово, которое является общим понятием. В скобках находятся пять слов. Ваша задача – выбрать из каждого ряда два слова, которые лучше всего соответствуют указанному общему понятию, и подчеркнуть их. Работать нужно быстро и внимательно. Время выполнения задания – 5 минут».

Сад (растения, садовник, собака, забор, земля).

Река (берег, рыба, рыболов, тина, вода).

Город (автомобиль, здание, толпа, улица, велосипед).

Сарай (сеновал, лошадь, крыша, скот, стены).

Куб (углы, чертеж, сторона, камень, дерево).

Деление (класс, делимое, карандаш, делитель, бумага).

Кольцо (диаметр, алмаз, проба, округлость, печать).

Чтение (глава, книга, печать, картина, слово).

Газета (правда, приложение, телеграммы, бумага, редактор).

Игра (карты, игроки, штрафы, наказания, правила).

Воина (самолеты, пушки, сражения, ружья, солдаты).

Книга (рисунки, война, бумаги, любовь, текст).

Пение (звон, искусство, голос, аплодисменты, мелодия).

Землетрясение (пожар, смерть, колебания почвы, шум, наполнение).

Библиотека (город, книги, лекция, музыка, читатели).

Лес (лист, яблоня, дерево, охотник, волк).

Спорт (медаль, оркестр, состязание, победа, стадион).

Больница (помещение, сад, враг, радио, больные).

Любовь (розы, чувство, человек, город, природа).

Патриотизм (город, друзья, родина, семья, человек).

Критерии оценки результатов:

1 балл за правильно выбранные два слова в одном ряду.

0,5 балла за одно правильно выбранное слово.

Интерпретация результатов: уровень развития логических операций оценивается путем суммирования набранных баллов и сопоставления их с нормативами по ключу:

Высокий уровень (20–15 баллов): обучающийся демонстрирует развитые аналитические способности. Он уверенно выделяет составные части целостного объекта, быстро и точно определяет сходства и различия между предметами, успешно объединяя их на основе общих признаков.

Средний уровень (14 до 9 баллов): обучающийся способен проводить анализ и выделять элементы целого, находить общие и отличительные черты. Однако при выполнении заданий допускает неточности и требует больше времени для осмысления и выполнения работы.

Низкий уровень (8–0 баллов): обучающемуся трудно даётся аналитическая деятельность. Он слабо справляется с разделением целого на части, испытывает затруднения при установлении сходства и различий между объектами.

Методика «Кубик Рубика» (по Т. Г. Макеевой)

Цель: определить уровень сформированности логической операции синтеза у младших школьников.

Содержание и процедура выполнения: обучающимся предлагается собранный по определённой схеме кубик Рубика (обычно $3 \times 3 \times 3$). Задача заключается в том, чтобы внимательно изучить образец, затем воспроизвести предложенную комбинацию на другом, заранее разобранном кубике. Для успешного выполнения задания ученик должен интегрировать отдельные элементы и собрать их в целостную конструкцию, аналогичную образцу.

Инструкция: «Перед тобой кубик, на котором стороны окрашены в разные цвета по определённой схеме. Твоя задача – внимательно рассмотреть кубик и собрать точно такую же комбинацию цветов на другом кубике. Старайся воспроизвести образец как можно точнее».

Задание 1. На любой грани кубика собрать столбец или строку из трех квадратов одного цвета.

Задание 2. На любой из граней кубика собрать два столбца или две строки из квадратов одного и того же цвета.

Задание 3. Собрать полностью одну грань кубика из квадратов одного и того же цвета, т.е. полный одноцветный квадрат, включающий в себя 9 малых квадратиков.

Задание 4. Собрать полностью одну грань определенного цвета и к ней еще одну строку или один столбец из трех малых квадратиков на другой грани кубика.

Задание 5. Собрать полностью одну грань кубика и в дополнение к ней еще два столбца или две строки того же самого цвета на какой-либо другой грани кубика.

Задание 6. Собрать полностью две грани кубика одного цвета.

Задание 7. Собрать полностью две грани кубика одного и того же цвета и, кроме того, один столбец или одну строку того же самого цвета на третьей грани кубика.

Задание 8. Собрать полностью две грани кубика и к ним еще две строки или два столбца такого же цвета на третьей грани кубика.

Задание 9. Собрать полностью все три грани кубика одного цвета.

Данные, полученные в ходе тестирования, заносятся в сводную таблицу, подсчитывается сумма баллов, которая соотносится со шкалой оценки результатов и определяется уровень развития мышления.

Оценка результатов: результат оценивается по точности и полноте воспроизведения схемы:

Высокий уровень – испытуемый полностью и точно воспроизвел исходную комбинацию, успешно синтезировал отдельные элементы в целостную структуру.

Средний уровень – допускаются отдельные ошибки в расположении цветов или требуется незначительная помощь экспериментатора для завершения задания. Наблюдаются трудности при объединении элементов.

Низкий уровень – испытуемый испытывает значительные сложности в воспроизведении схемы, допускает многочисленные ошибки или не справляется с заданием без помощи взрослого, что указывает на недостаточность навыков логического синтеза и интеграции элементов.

Методика «Логические ряды» (У. Липпман)

Цель: определить уровень сформированности логической операции «абстрагирование» у младших школьников.

Содержание и процедура выполнения: обучающимся предъявляется девять числовых последовательностей (логических рядов). Каждая последовательность построена по определённому правилу. Задача испытуемого состоит в том, чтобы определить закономерность, лежащую в основе построения каждого ряда, и самостоятельно продолжить числовой ряд, указав последующие два числа.

Инструкция: «Перед тобой находятся числовые последовательности. Внимательно посмотри на каждую последовательность и постарайся понять, по какому принципу она построена. Тебе нужно записать ещё два числа, продолжив предложенный ряд в соответствии с выявленной закономерностью».

Ответы оцениваются по ключу, в котором отражены правильные варианты продолжения рядов. За каждый правильно определённый элемент последовательности начисляется один балл.

Высокий уровень (15–18 баллов) – испытуемый обладает развитым абстрактным мышлением, способен эффективно анализировать информацию и выявлять сложные закономерности.

Средний уровень (10–14 баллов) – у испытуемого имеются некоторые затруднения при анализе информации, закономерности выявляются с ошибками или не сразу.

Низкий уровень (менее 10 баллов) – испытуемому сложно обнаружить закономерности и продолжить ряды.

Ключ к оцениванию результатов по методике «Логические ряды» (У. Липпман) представлен на рисунке 1.2.

Задания		Правильные ответы
Номер	Числовые ряды	
1	2, 3, 4, 5, 6, 7	8, 9
2	6, 9, 12, 15, 18, 21	24, 27
3	1, 2, 4, 8, 16, 32	64, 128
4	4, 5, 8, 9, 12, 13	16, 17
5	19, 16, 14, 11, 9, 6	4, 1
6	29, 28, 26, 23, 19, 14	8, 1
7	1, 4, 9, 16, 25, 36	49, 64
8	21, 18, 16, 15, 12, 10	9, 6
9	3, 6, 8, 16, 18, 36	38, 76

Рисунок 1.2 – Ключ к оцениванию результатов по методике «Логические ряды» (У. Липпман)