

Е.А. СУХОВИЕНКО

**МОНИТОРИНГ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
ГРАМОТНОСТИ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ**

УЧЕБНО-ПРАКТИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ



МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Е.А. Суховиенко

**МОНИТОРИНГ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
ГРАМОТНОСТИ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ**

Учебно-практическое пособие

Челябинск
2023

УДК 51(07)(021)
ББК 74.262.21я73
С 91

Суховиенко, Е.А. Мониторинг математической грамотности в основной школе: учеб.-практическое пособие / Е.А. Суховиенко. – Челябинск: Изд-во Южно-Урал. гос. гуманитарно-пед. ун-та, 2023. – 102 с. – ISBN 978-5-907611-94-8. – Текст: непосредственный.

Учебно-практическое пособие раскрывает теоретические вопросы мониторинга математической грамотности (сущность понятия математической грамотности и мониторинга) и реализацию технологии мониторинга в процессе обучения математике: создание спецификации измерительных материалов на основе ФГОС ООО, разработку заданий для диагностики математической грамотности и применение электронного журнала для отслеживания учителем процесса формирования математической грамотности учащихся.

Пособие предназначено для студентов пятого курса бакалавриата направления 44.03.05 Педагогическое образование профильной направленности «Математика. Информатика».

ISBN 978-5-907611-94-8

Рецензенты: С.А. Севостьянова, канд. пед. наук, доцент
Н.В. Муравьева, канд. пед. наук, доцент

Пособие выполнено в рамках научно-исследовательской работы «Мониторинг формирования математической грамотности обучающихся основной школы»; номер проекта МК-04-2022/68 от 28.04.2022.

- © Е.А. Суховиенко, 2023
- © Издательство Южно-Уральского государственного гуманитарно-педагогического университета, 2023

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1. МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ	7
1.1. Понятие математической грамотности	7
1.2. Методика работы с задачей	20
1.3. Методика формирования математической грамотности на уроках математики	23
1.4. Учебные проекты как средство формирования математической грамотности обучающихся	32
1.5. Преемственность в формировании математической грамотности обучающихся начальной и основной школ	34
2. ТЕХНОЛОГИЯ МОНИТОРИНГА ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ НА ОСНОВЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ	42
2.1. Диагностика математической грамотности учащихся	42
2.2. Понятие мониторинга математической грамотности учащихся	59
2.3. Концептуальные положения технологии мониторинга формирования математической грамотности учащихся на основе ФГОС ООО	74
2.4. Создание спецификации диагностических материалов на основе ФГОС ООО	76

2.5. Разработка заданий для проведения мониторинга математической грамотности	80
2.6. Журнал учета формирования математической грамотности	87
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	93
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	95

ВВЕДЕНИЕ

Формирование математической грамотности учеников – важная задача каждого современного учителя математики. Это сложный процесс, при реализации которого от самого педагога требуется творческое мышление, использование инновационных форм и методов обучения. Поскольку математическая грамотность – это нестандартное понятие, а входящие в него знания и умения обширны, оценка сформированности математической грамотности у обучающихся является непростой задачей в деятельности педагога. Информация, представленная в пособии, раскрывает некоторые аспекты методики формирования и оценки математической грамотности обучающихся основной школы. Целенаправленная работа педагога и успешное освоение компонентов математической грамотности поможет воспитать инициативную, вдумчивую, ответственную личность, которая способна решать повседневные задачи, адаптироваться и находить свое место в постоянно меняющемся мире.

Введение дисциплины «Инновации методики обучения математике» обусловлено необходимостью интеграции знаний, полученных студентами в ходе изучения психолого-педагогических и специальных дисциплин, для реализации ими в будущей профессиональной деятельности мониторинга математической грамотности обучающихся.

Курс «Инновации методики обучения математике» направлен на ознакомление студентов с основами технологии мониторинга и приобретение ими практических умений

в разработке и применении средств мониторинга математической грамотности школьников.

Пособие предусматривает изучение понятия математической грамотности, методики формирования математической грамотности, в том числе методики работы с практикоориентированной задачей на уроках математики и применения учебных проектов для формирования математической грамотности учащихся, а также технологии мониторинга формирования математической грамотности учащихся на основе Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования.

В пособие включены как задания для овладения студентами теоретическими понятиями и положениями, связанными с мониторингом математической грамотности, так и практикоориентированные задания, направленные на приобретение профессиональных умений анализа и составления контрольно-измерительных материалов для диагностики математической грамотности школьников в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования.

1. МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

1.1. Понятие математической грамотности

В Концепции развития математического образования в Российской Федерации говорится, что успех нашей страны в XXI веке, развитие экономики, обороноспособность, создание современных технологий зависят от уровня математической науки, математического образования и математической грамотности населения [13]. Математическая грамотность нужна каждому человеку для успешной жизни в современном обществе [32].

В исследованиях, проводимых до 2018 г., под *математической грамотностью* понималась «способность человека определять и понимать роль математики в мире, в котором он живет, высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину» [43; 44].

В рамках исследования PISA-2021 математическая грамотность рассматривается как «способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах. Она включает в себя понятия, процедуры и факты, а также инструменты для описания, объяснения и предсказания явлений. Она помогает

людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане в XXI веке» [45].

Математическая грамотность является одним из видов функциональной грамотности, уровень которой отражает сформированность умений действовать по принятым в обществе нормам, правилам, инструкциям, т.е. характеризуется способностью решать стандартные и нестандартные жизненные задачи, связанные с реализацией социальных функций человека. Ведущий российский психолог и лингвист, академик РАО А.А. Леонтьев писал: «Функционально грамотный человек – это человек, который способен использовать все постоянно приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений» [16, с. 35].

Специальная комиссия по проблемам школьного образования, созданная в Соединенных Штатах в 2000 г., представила доклад президенту страны под названием «Пока не поздно», в котором среди прочего говорилось: «Комиссия убеждена, что на заре нового столетия и тысячелетия будущее благосостояние нашего государства зависит не только от того, насколько мы хорошо обучаем детей в целом, но и от того, насколько мы хорошо обучаем естественным, фундаментальным наукам и математике. Эти науки дают нам продукты, уровень жизни, экономическую и военную безопасность, которые будут поддерживать нас как дома, так и во всем мире».

М.А. Чошанов отмечает, что состояние математического образования в любом современном обществе – вопрос национальной безопасности [35].

Достаточно очевидно, что материал курса математики не всегда позволяет на каждом уроке предлагать задания на формирование и развитие математической грамотности, понимаемой как «применение математики в реальной жизни», но очевидно, что фактически все разделы математики дают нам необходимые инструменты для решения практических задач.

Л.О. Рослова [23], проведя анализ процесса выполнения одного из заданий PISA (найти площадь крышки письменного стола), выявляет проблемы, с которыми сталкиваются учащиеся: неготовность принять учебную задачу и сформулировать цель деятельности, осуществить действия по математическому моделированию реальной ситуации, составить план действий: как измерять? в каких единицах? Эти проблемы носят метапредметный характер.

Чтобы решить первую проблему, надо владеть универсальными учебными действиями (УУД), отвечающими за умение распознавать, что дано, а что надо найти, вторую – надо понимать суть математического моделирования (как перейти от реального объекта к его математической модели). Чтобы справиться с третьей проблемой, надо уметь составлять план, алгоритм действий, придерживаться составленного плана (владеть регулятивными УУД). Последующие проблемы решаются только в том случае, если ученик владеет целым набором предметных действий по измерению, вычислению, округлению, переводу одних единиц в другие,

при этом деятельность измерения носит межпредметный характер.

Итак, в том, умеет или не умеет ученик применять знания в практических ситуациях, играет сформированность УУД, прежде всего регулятивных и познавательных.

Л.О. Рослова [23] определяет структуру математической грамотности, включая в нее прежде всего предметный (математический компонент). Заметим, что математическая грамотность лишь часть объема математической подготовки, которая является основой для продолжения образования и развития учащихся. Математическую грамотность нельзя сводить лишь к овладению умениями, связанными с жизнью – без теории нет практики.

Помимо предметного компонента, математическая грамотность включает в себя деятельностный компонент, связанный с коммуникативной, информационной, читательской, социальной компетенциями. Недостаточно уметь вычислять проценты, если не можешь прочесть задачу (читательская грамотность) и понять, что требуется найти (процент от числа или число по его процентам), распознать неверную круговую диаграмму (сумма частей больше 100 %, информационная грамотность), сформулировать полученный результат в речевой (коммуникативная грамотность) форме в терминах и понятиях соответствующей сюжету социальной сферы (социальная грамотность).

Российские четвероклассники демонстрируют самые высокие результаты в овладении чтением. Но неправильное выполнение заданий ЕГЭ или ОГЭ часто связано с неверным прочтением задачи. Учителя математики нечасто

учат учащихся работать с математическими текстами, полагая, что общих навыков чтения, полученных в начальной школе, достаточно.

Инструмент решения проблемы, освоенный для одной цели, может не переноситься для достижения другой. Важны не только содержательный и деятельностный, но и процессуальный компоненты математической грамотности, т.е. готовность ученика к успешному взаимодействию с математической стороной окружающего его мира); наличие опыта поиска путей решения жизненных задач, моделирования ситуаций, переноса способов решения учебных задач на реальные; способность планировать деятельность, конструировать алгоритмы, контролировать процесс выполнения, прогнозировать результат; наличие рефлексивных качеств, обеспечивающих контроль и проверку результата на соответствие исходным данным и на правдоподобие, коррекцию [23].

С этим соотносится точка зрения Т.А. Ивановой [11], рассматривающей структуру математической грамотности в соответствии с деятельностным подходом. Она полагает, что математическая грамотность определяется в том числе знаниевым компонентом, математическая деятельность предполагает владение действиями, способами, методами этой деятельности, причем учащиеся должны овладевать не только логическими действиями и дедуктивными методами, но и эвристическими методами и приемами.

Математическая грамотность предполагает формирование у школьников опыта по применению математических знаний для решения реальных проблем, усвоение

метода математического моделирования, а в ее структуру должны входить мотивационный, смысловой, эмоционально-ценностный компоненты.

Л.О. Рослова и др. [24] пишут, что для оценки математической грамотности необходимо учитывать три структурных компонента: *контекст*, в котором представлена проблема; *содержание математического образования*, которое используется в заданиях; *мыслительную деятельность*, необходимую для связывания контекста, в котором представлена проблема, с математическим содержанием, необходимым для ее решения.

Контекст задания – это особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в задании в рамках предлагаемой ситуации. Эти ситуации связаны с разнообразными аспектами окружающей жизни и требуют для своего решения большей или меньшей математизации. Выделены и используются четыре категории контекстов, близкие учащимся: общественная жизнь, личная жизнь, образование / профессиональная деятельность, научная деятельность.

Математическое содержание заданий в исследовании распределено по четырем категориям, которые охватывают основные типы проблем, возникающих при взаимодействии с повседневными явлениями. Название каждой из этих категорий отражает обобщающую идею, которая в общем виде характеризует специфику содержания заданий, относящихся к этой области.

В совокупности эти обобщающие идеи охватывают круг математических тем, которые, с одной стороны, изучаются в школьном курсе математики, с другой стороны,

необходимы 15-летним учащимся в качестве основы для жизни и для дальнейшего расширения их математического кругозора:

- изменение и зависимости – задания, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, т.е. с алгебраическим материалом;

- пространство и форма – задания, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям, т.е. к геометрическому материалу;

- количество – задания, связанные с числами и отношениями между ними, в программах по математике этот материал чаще всего относится к курсу арифметики;

- неопределенность и данные – задания охватывают вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов статистики и вероятности.

Эти четыре темы охватывают все содержательные линии курса математики российской школы: арифметическую, геометрическую, алгебраическую и вероятностно-статистическую. По сравнению с более традиционным тематическим подходом к представлению содержания выстраивание его вокруг четырех обобщающих идей позволяет шире охарактеризовать результаты, показанные учащимися, с позиций овладения идеями, тесно связанными с сущностью реальных явлений окружающего мира. Уровень овладения этими идеями позволяет предметно оценивать возможности учащихся в использовании полученных знаний в повседневной жизни.

Для описания мыслительной деятельности при решении предложенных проблем используются следующие глаголы: формулировать, применять и интерпретировать, которые указывают на мыслительные задачи, которые будут решаться учащимися: формулировать ситуацию на языке математики; применять математические понятия, факты, процедуры; интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты.

Очевидно, что каждый из этих мыслительных процессов опирается на математические рассуждения, поэтому разработчики концепции исследования PISA-2021 использовали те же мыслительные процессы, что и на предшествующих этапах исследования, но дополнили их еще одним – «рассуждать». Это означает, что учащимся потребуется продемонстрировать, как они умеют размышлять над аргументами, обоснованиями и выводами, различными способами представления ситуации на языке математики, над рациональностью применяемого математического аппарата, над возможностями оценки и интерпретации полученных результатов с учетом особенностей предлагаемой ситуации [45].

Показатель математической грамотности является сложным интегрированным качеством, формируемым различными входящими в него факторами. Математизация – фактор, отвечающий за способность учащихся к переводу реальной жизненной ситуации на язык математики, создание ее математической модели. Репрезентация – фактор, отвечающий за способность к работе с различными способами представления математических структур (числовыми, буквенными,

графическими: число, график, диаграмма, чертеж, формула, неравенство, граф и пр.), описания математических моделей. Коммуникация – фактор, отвечающий за способность работать с информацией, обмениваться ею, использовать различные формы ее представления – текстовые и графические, переходить от одних форм к другим, структурировать информацию. Рассуждение и аргументация – фактор, отвечающий за способность к использованию логических конструкций и построений, формулированию выводов, построению обоснований. Формализация – фактор, отвечающий за способность распознавать и использовать математические понятия, термины, символику, формальный язык и формальные операции. Разработка стратегий – фактор, отвечающий за способность планировать решение проблемы, выстраивать последовательность действий, направленных на преобразование ситуации, на поиск решения, привлекать для этого математические алгоритмы, факты, методы решений и способы действий. Инструментальность – фактор, отвечающий за способность выполнять широкий спектр действий с математическим инструментарием: от простых измерений, вычислений и построений со стандартными инструментами в знакомых ситуациях до сложной обработки данных, представленных в электронном виде, и осмысления ограничений при применении инструментов.

Разграничение по уровням математической грамотности требует учета характера проявления каждого фактора в реальной ситуации, а достижение уровня носит кумулятивный характер и означает овладение всеми способностями

предшествующих уровней. Описание уровней было сконструировано исследователями PISA на основе качественного соответствия каждому из выделенных факторов, а также количественных результатов выполнения заданий участниками исследования.

6-й уровень: нетипичные контексты, сложные проблемы, исследование и моделирование (математизация), разные источники, преобразование информации из одного формата в другой (коммуникация), различные способы представления математических структур (репрезентация), владение математической символикой, операциями и зависимостями (формализация), разработка новых и выбор рациональных стратегий (разработка стратегий), интуиция, выводы и аргументация, точность и ясность формулировок, рефлексия (рассуждения и аргументация).

5-й уровень: комплексные проблемные ситуации, модели и их ограничения, установление допущений, выбор, сравнение и оценка различных стратегий, связанные формы представления информации, целенаправленные рассуждения, использование формального языка, выводы и интерпретации в письменной форме, предпосылки к рефлексии.

4-й уровень: сложные конкретные ситуации, четко определенные (детальные) модели, некоторые ограничения и допущения, выбор и интеграция информации, различные формы представления информации, символика, напрямую связанная с конкретным аспектом ситуации, интуиция в простых ситуациях, рассуждения и интерпретация, изложение объяснений, аргументы с опорой на свои действия, доводы.

3-й уровень: конкретные ситуации, простые модели, различные информационные источники, простые методы, четко описанные процедуры, принятие решений на каждом шаге, прямые рассуждения, здравая интерпретация, запись решения, умение выполнять действия с процентами, обыкновенными и десятичными дробями, пропорциональными зависимостями.

2-й уровень: элементарные ситуации, единственный источник, единственная форма представления, стандартные алгоритмы, формулы, процедуры, правила, целые числа, прямой вывод, грамотная интерпретация полученного результата.

1-й уровень: знакомые контексты, четко определенные ситуации, прямые указания, заданная информация, распознавание нужной информации, стандартные процедуры, очевидные действия, ответ на ясно сформулированный вопрос.

Рассмотрим результаты российских школьников в международных исследованиях. Более половины выпускников основной школы имеют только базовый уровень математической грамотности, т.е. они могут использовать приобретенные в школе знания в простых знакомых ситуациях, около пятой части выпускников основной школы не достигают этого уровня, высокий уровень способности решать сложные задачи демонстрируют в среднем около 5 % учащихся [10].

По трем этапам международных исследований (2012, 2015, 2018 годы) по областям содержания самые высокие результаты (54–55 %) получены школьниками в области

«Количество», существенно ниже (44–45 %) – в области «Изменение и зависимости», 40 % – в области «Неопределенность и данные» и самые низкие (33–38 %) – в области «Пространство и форма» [44].

Что не умеют (по видам деятельности) 15-летние российские школьники? Распознавать математику в реальных ситуациях, переводить реальную ситуацию на язык математики (моделировать), находить адекватный ситуации математический инструментарий, работать с текстом: анализировать, отбирать, понимать информацию. Работать с объемными текстами (с несплошными источниками, несколькими источниками, противоречивой информацией), работать с реальными данными, величинами, выполнять реальные вычисления, делать оценку, прикидку и проверку полученного результата, интерпретировать его с позиций адекватности и реалистичности ситуации, проявлять самостоятельность, использовать жизненный опыт.

Невысокие результаты российских учащихся связаны с недостаточным овладением некоторым обязательным предметным материалом курса математики 5–6-го классов, который не актуализируется в 7–9-х классах (например, действия с обыкновенными и десятичными дробями, проценты, пропорции, отношения) и той части курса математики 9-го класса, который связан с числовыми последовательностями.

Кроме того, проявились недостатки в овладении следующими *метапредметными умениями*: принимать задачу, представленную в форме, отличной от формы, типичной для российских учебников; работать с информацией, представленной в различных формах: текстовой, табличной,

графической, а также переходить от одной формы к другой; привлекать информацию, которая не содержится непосредственно в условии задачи, особенно в тех случаях, когда для этого требуется использовать бытовые сведения, личный жизненный опыт; отбирать информацию, необходимую для решения, в частности, если условие задачи содержит избыточную информацию; удерживать в процессе решения все условия, необходимые для решения проблемы; владеть навыками самоконтроля за выполнением условий (ограничений) при нахождении решения и интерпретации полученного результата в рамках ситуации; определять самостоятельно точность данных, требуемых для решения задачи; использовать здравый смысл, метод перебора возможных вариантов, метод проб и ошибок; представлять в свободной словесной форме обоснованный ответ, который определяется особенностями ситуации.

Образовавшиеся «ножницы» между сформированными предметными умениями и отсутствием функциональной грамотности становятся одной из основных проблем общего математического образования на современном этапе.

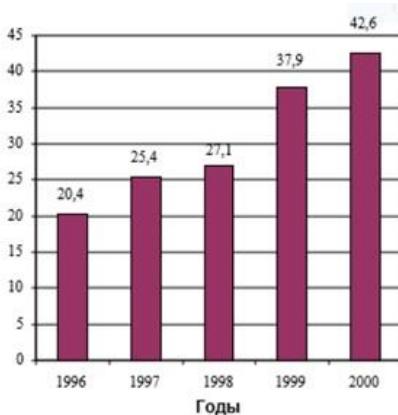
Типичные ошибки обучающихся (например, неумение извлечь информацию из разных форматов, округлять результат вычислений, решать задачи «на проценты» и др.) были зафиксированы в математической подготовке учащихся в рамках предметных диагностических работ по математике. Результаты диагностики коррелируют с результатами не только региональной предметной диагностики, исследованиями TIMSS, PISA и НИКО, но и ГИА, что позволяет судить о недостатках в математической подготовке школьников в целом [6].

1.2. Методика работы с задачей

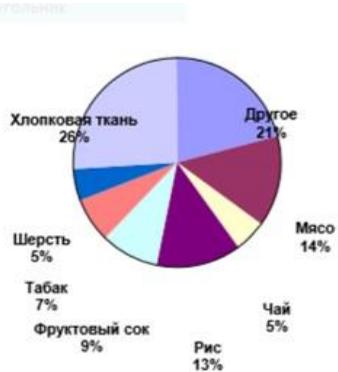
Покажем методику работы с одной из задач PISA (рис. 1), включающую четыре этапа.

На диаграмме представлена информация об экспорте из Зедландии – страны, в которой в качестве денежной единицы используют зед.

Ежегодный экспорт
из Зедландии,
1996–2000 гг.



Распределение экспорта
из Зедландии
в 2000 г.



Какова стоимость фруктового сока, который экспортировали из Зедландии в 2000 г.?

- A. 1,8 миллиона зедов
- B. 2,3 миллиона зедов
- C. 2,4 миллиона зедов
- D. 3,4 миллиона зедов
- E. 3,8 миллиона зедов

Рис. 1. Условие задачи PISA «Экспорт»

Данную задачу можно включить в раздел 6 класса «Проценты».

Этап 1. Разбор условия в виде вопросов и ответов.

Учитель: Давайте прочитаем условие задачи. Что вы заметили?

Ученики: Даны две диаграммы: столбчатая и круговая.

Учитель: Предлагаю разобраться, что означают эти диаграммы. Сделать небольшой анализ.

Ученики: На столбчатой указан ежегодный экспорт с 1996 по 2000 гг. Видно, что с каждым годом экспорт увеличивался. На круговой – распределение экспорта в процентах. В основном это хлопок и другое.

Учитель: Хорошо. Что же нам требуется найти?

Ученики: Стоимость фруктового сока в 2000 году.

Этап 2. Поиск решения в виде беседы с учениками, постепенное подведение к решению.

Учитель: Действительно. Таким образом, нам необходимо проанализировать информацию по 2000 году и по фруктовому соку. Какими диаграммами мы будем пользоваться?

Ученики: 2000 год – столбчатая, фруктовый сок – круговая. В 2000 году количество экспорта 42,6 млн, процент фруктового сока – 9 %.

Учитель: Итак, к какому виду задач сводится наша?

Ученики: Нахождение процента от числа.

Учитель: Давайте вспомним, как найти процент от числа.

Ученики: Чтобы найти процент от числа, надо разделить это число на 100 и умножить на количество искомых процентов, то есть на 9.

Учитель: Верно. Ещё существует более упрощённый способ. Вспомним, что проценты всегда можно представить в виде десятичной дроби. В нашем случае 9 % – 0,09. Тогда задача сведется к нахождению части от числа, выраженной дробью. Давайте вспомним, как это сделать.

Ученики: Чтобы найти часть от числа, выраженную дробью, надо это число умножить на данную дробь.

Учитель: Хорошо. Какой способ вы выбираете? Что проще: сначала делить, потом умножать, то есть делать два действия; или же умножить на дробь и сразу найти искомое значение?

Ученики: Второй способ быстрее.

Учитель: Да, но на самом деле эти два способа означают одно и то же, потому что умножить на 0,09, то есть на $\frac{9}{100}$ – это то же самое, что и разделить на 100, потом умножить на 9. Выберите наиболее удобный для вас способ и выполните действия в тетради самостоятельно.

Этап 3. Запись решения.

$$42,6 \cdot 0,09 = 3,834 \text{ млн} \quad \begin{array}{r} .426 \\ \underline{\quad 9} \\ 3834 \end{array} \quad \text{– отделяем 3 знака запятой,}$$

получаем 3,834 млн.

Этап 4. Взгляд назад: проверка, возможное обобщение, поиск более простого способа и т.д.

Учитель: 9 % очень близки к 10 %, а 10 % – это десятая часть числа. Как найти десятую часть числа?

Ученики: Разделить число на 10.

Учитель: Я предлагаю проверить, правильно ли мы выполнили действие. Найдём 10 % от 42,6 млн.

Ученики: Получаем 4,26 млн.

Учитель: Значение, которое мы получили близко к 4,26 млн?

Ученики: Не совсем.

Учитель: То есть такая проверка вас не устроила? Может быть, есть какой-то другой способ найти 9 % от числа? Более простой?

Ученики: Можно сначала найти 10 %, потом 1 %, и от 10 % отнять 1 %.

Учитель: Верно. Давайте проверим правильность нашего решения таким образом.

Запись на доске и в тетрадях:

10 % – 4,26 млн

1 % – 0,426 млн

$4,26 - 0,426 = 3,834$ млн – ответ.

Учитель: Итак, проверка прошла успешно?

Ученики: Да.

Учитель: Тогда записываем ответ в тетрадь.

1.3. Методика формирования математической грамотности на уроках математики

Возникает вопрос: в каком возрасте лучше начинать развитие этого качества у обучающихся? Эксперты сходятся во мнении, что функциональная и, в частности, математическая грамотность – это понятия, не имеющие возраста, поскольку ежедневно каждый из нас, будь то младший школьник или пожилой человек, сталкивается с решением ряда нестандартных задач, требующих определенных

научных знаний. Однако стоит отметить, что новообразованиями, характерными для подросткового возраста (соответствующего 5–9 классам основной школы) являются стремление к «взрослости», подчинение нормам коллективной жизни, познание коллективных отношений при решении жизненных ситуаций. Эти качества подростков могут являться дополнительной мотивацией при решении задач, построенных на практических проблемах. Поэтому особенный упор на формирование математической грамотности должен быть сделан в основной школе.

Для реализации представленных требований ФГОС учащимся предлагаются не типичные учебные задачи, а близкие к реальным проблемные ситуации, представленные в некотором контексте и разрешимые доступными школьнику средствами математики. Для того, чтобы сформировать необходимые математические умения у школьников разных возрастов, следует предлагать детям ситуации, дифференцируя их по возрасту. Например, в 5-м классе ученики могут разобрать задачу о покупке, совершенной в кондитерском магазине, в то время как 9-му классу учитель математики может предложить задачу на расчеты, связанные с экологической повесткой. Это связано с тем, что в средних и старших классах происходит постепенное увеличение объема знаний и сложности анализа информации, а учащиеся с интересом готовы поговорить о серьезных глобальных проблемах.

Существуют определенные методические рекомендации к составлению заданий, способствующие формированию математической грамотности у школьников [3]:

- 1) обучающимся предлагаются учебные задачи, содержащие в своем описании конкретные проблемные ситуации.

Решение данной проблемной ситуации не противоречит здравому смыслу;

2) в предложенной задаче дается описание проблемной ситуации, а также предлагаются связанные с ней вопросы;

3) введение в проблему задачи представляет собой небольшой вводный текст, который не содержит лишней информации. Кроме того, уровень овладения читательской грамотностью не должен отражаться на проверке математической грамотности обучающегося;

4) для решения предложенной задачи обучающемуся требуется умение целостного применения математики;

5) для решения предложенной задачи требуются знания и умения из разных разделов курса математики основной школы;

6) информация представлена в различных формах: числовой, текстовой, графической, табличной;

7) проблемная ситуация может быть визуализирована школьником. Обучающийся способен создать графическую модель, которая станет опорой для проведения рассуждений.

Относительно рекомендации в пункте 7 о построении графической модели стоит отметить растущую роль компьютерной техники в повседневной жизни современных школьников [9]. Поэтому учителю также важно подбирать задачи, проблемная ситуация которых может требовать построения модели при помощи компьютерных технологий. Это позволит сформировать у обучающихся не только математическую грамотность, но и определенные цифровые компетенции.

Чаще всего подобные задачи решаются при фронтальной работе с классом. Кроме того, в зависимости от специфики и объема задачи, задания, направленные на формирование математической грамотности, могут выполняться с использованием различных форм работы – индивидуально, а также в парах или группах. В последнем случае обучающиеся получают возможность обсудить предложенный сюжет, поделиться имеющимся практическим опытом, найти различные способы решения.

Учителю важно проводить обсуждение задачи со своими учениками. Подобная беседа поможет школьникам понять, как жизненная ситуация была преобразована в задачу, описанную математическими терминами, все ли условия были учтены, существуют ли более простые или иные способы решения. Важно также провести рефлексию с учащимися. Учитель математики может узнать, вызвала ли задача какой-то эмоциональный отклик у учащихся, и смогут ли они справиться с подобной ситуацией, если она произойдет в реальной жизни.

В качестве домашнего задания для закрепления формируемых умений можно предложить обучающимся аналогичную ситуацию с изменёнными данными. Задание также может носить творческий характер. В данном случае, детям необходимо придумать свою задачу на основе рассмотренной в классе проблемной ситуации.

Для оценки сформированности математической грамотности задачи, имеющие основой проблемную ситуацию, схожую с той, что была рассмотрена на уроке или в домашнем задании, могут быть включены в самостоятельные

и контрольные работы. Подобные задачи могут как являться основным заданием, так и появляться в качестве дополнительного задания, не связанного с основной темой проверочной работы.

Кроме того, для формирования математической грамотности обучающихся учителем может быть использован «урок одной задачи». Очевидно, что многие практические задачи можно решить несколькими различными способами. Учитель, выбирая задачу с неоднозначным или вариативным проблемным сюжетом, может проверить детей на их способность мыслить, рассуждать, применять гибкость мышления, а также использовать все возможные полученные ранее знания из разных разделов курса математики. «Урок одной задачи» любим многими учителями математики в том числе за то, что он позволяет повысить эффективность учебной деятельности, нестандартно расширить уровень знаний учащихся, выявить и восполнить «пробелы» в ранее изученных темах. Если же подобный урок провести, добавив в него соревновательный аспект (например, разбив класс на команды), это дополнительно приведет к повышению мотивации обучающихся.

Рассмотрим на конкретном примере способ интеграции задачи с проблемным содержанием в урок закрепления изучаемого материала и выработки практических умений и навыков по математике.

В практической части урока алгебры в 7 классе по теме «Координатная плоскость. Координаты точки» была использована задача, формирующая математическую грамотность. Решение этой задачи было направлено на освоение

обучающимися следующих универсальных учебных действий [30]:

1) познавательные:

– проводить по самостоятельно составленному плану несложный эксперимент по установлению особенностей объекта изучения;

2) коммуникативные:

– выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах;

– в ходе диалога задавать вопросы по существу обсуждаемой темы и высказывать идеи, нацеленные на решение задачи;

3) регулятивные:

– выявлять проблемы для решения в жизненных и учебных ситуациях;

– ориентироваться в различных подходах принятия решений (в данном случае – индивидуальное).

В начале урока учитель предлагал обучающимся 7 класса решить задачу практического содержания, сюжет которой наверняка был им знаком. С помощью учителя также происходила постановка проблемы.

Задача «Вертушка в школьном лагере». 7 «а» отдыхает в школьном лагере. В один из дней педагогом совместно с Советом обучающихся для ребят была организована вертушка. Команда должна пройти по маршруту и посетить несколько объектов, которые находятся в пешей доступности от школы. В помощь ребятам выдали таблицу, в которой даны названия объектов, расположенных вокруг школы, а также расстояния от школы до этих объектов

(рис. 2). Также ребятам выдали маршрутный лист, на котором по оси Ox отмечено время движения (в часах), по оси Oy – расстояние от лагеря (в км). Буквами на графике обозначены пункты на маршруте, которые ребята должны посетить (рис. 3). Время начала квеста – 9:00.

Объект	Расстояние от школы до объекта (км)
Центральный рынок	4
Магазин «К&Б»	3,5
Спортивная площадка	1
Магазин «Радуга»	5
Библиотека им. Пушкина	12

Рис. 2. Таблица объектов «вертушки» и расстояния до них от школы

Задание 1. Определите объекты, которые ребятам из 7 «а» необходимо посетить (рис. 4).

Ученики внимательно выслушивали условия задачи. Совместно с учителем обсуждались некоторые моменты решения первого задания.

Ученикам было необходимо выбрать точку из маршрутного листа, определить ее координаты по графику и сопоставить полученный результат с объектами из исходной таблицы. В процессе выполнения задания ученики пользовались двумя аспектами: имеющимися знаниями по теме «Координатная плоскость. Координаты точки», а также опытом из реальной жизни.

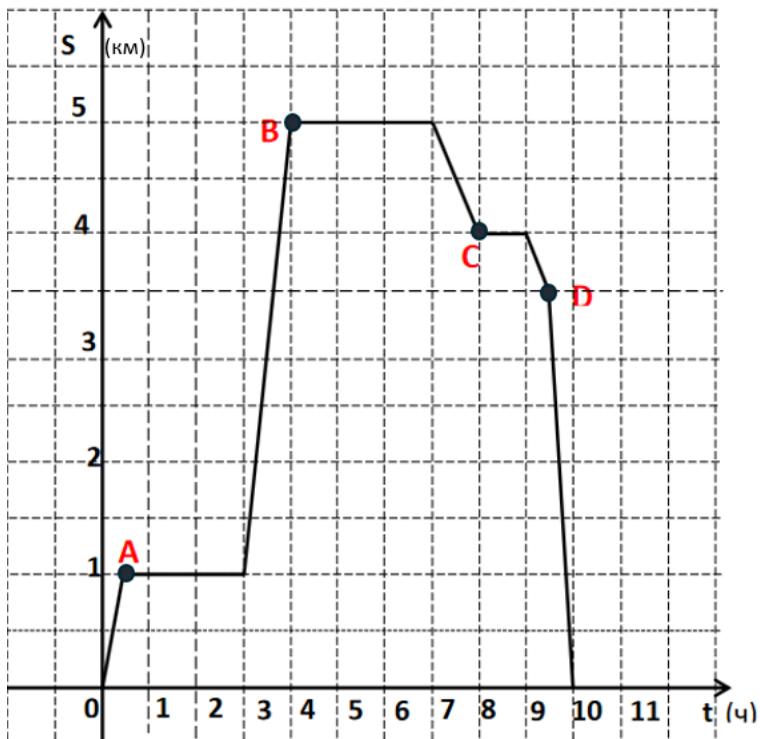


Рис. 3. Маршрутный лист для «вертушки»

Пункт на карте	Объект
A	
B	
C	
D	

Рис. 4. Таблица объектов для задания 1

Далее совместно с учителем выполнялась проверка итоговой таблицы (рис. 5). Ответы обсуждались всем классом. Для тех учеников, у которых были выявлены пробелы в знаниях, давалось объяснение как учителем, так и учениками, успешно справившимися с заданием. Дополнительно ребятам был задан вопрос: к какому объекту 7 «а» не побежит? Ответить на него ребята могли методом исключения задействованных пунктов из таблицы.

Пункт на карте	Объект
A	Спортивная площадка
B	Магазин «Радуга»
C	Центральный рынок
D	Магазин «К&Б»

Рис. 5. Итоговая таблица задания 1

Дальнейшие задания представляли собой усложненную версию анализа графика, требующую ответов на вопросы о пройденном командой расстоянии и затраченном на это времени. Кроме того, учениками была решена текстовая задача на скорость, время и расстояние, опирающаяся на представленный график.

Данная задача была взята из открытого банка заданий на функциональную грамотность и переформулирована таким образом, чтобы условия задачи максимально напоминали учащимся реальную практическую ситуацию. Имена и названия объектов соответствовали действительности, а сама

проблемная ситуация имела под собой жизненную основу – обучающиеся данного класса действительно были частыми отдыхающими школьного лагеря, одним из развлекательных и обучающих мероприятий которого являлась квест-вертушка.

Дети с интересом и даже азартом подошли к решению предложенной задачи. Все задания были построены таким образом, чтобы обучающиеся смогли поработать и самостоятельно, и в парах, и фронтально с учителем.

Данная работа показала, что задачи практического содержания имеют двойное преимущество. Во-первых, они повышают мотивацию детей на уроках и позволяют применить жизненный опыт, что положительно сказывается на процессе поиска решения задачи. Во-вторых, они способствуют формированию математической грамотности обучающихся.

1.4. Учебные проекты как средство формирования математической грамотности обучающихся¹

Рассмотрим пример учебного группового проекта «Раскрой упаковки», который может быть предложен обучающимся старшей школы для систематизации материала по теме «Решение систем уравнений».

¹ Материал этого раздела опубликован в статье: Севостьянова, С.А. Учебные проекты как средство формирования математической грамотности обучающихся / С.А. Севостьянова, Е.В. Мартынова // Математика и проблемы образования. Материалы 41-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. – Киров, 2022. – С. 263–264.

Задача. Для упаковки изделия на заводе требуется изготовить коробку в форме прямоугольного параллелепипеда. Какими должны быть ее измерения, если их сумма должна быть равна $3\sqrt{3}$, а диагональ коробки равна 3? Задание для обучающихся: построить модель задачи и предложить несколько способов ее решения.

Обучающиеся выполняли работу в группах по 4 человека. В качестве модели получена система двух уравнений с тремя переменными.

Анализ условия задачи позволяет участникам проекта реализовать стандартные методы решения системы модели задачи (метод подстановки, метод сложения, графический метод). Использование знаний из разных областей математики и установление связей позволяет переформулировать задание и расширить круг используемых методов (сведение к поиску корней кубического уравнения, метод геометрической интерпретации, применение свойств средних, векторный метод).

Проектная деятельность относится к наиболее эффективным способам формирования математической грамотности. В ходе выполнения проекта обучающиеся повторяют материал по теме, составляют мнемоническую карту (памятку) способов решения систем, знакомятся с нестандартными способами решения. Происходит сознательное понимание изучаемой проблемы, повышается интерес к предмету, создаются условия для саморазвития и многоуровневой рефлексии. Работая в группе, они учатся слышать друг друга, учитывать мнение каждого [28].

1.5. Преемственность в формировании математической грамотности обучающихся начальной и основной школ²

О.А. Рыдзе и К.А. Краснянская [27] исследуют вопросы преемственности в формировании математической грамотности учащихся начальной и основной школы. Они выделяют возможные причины трудностей обучающихся, вызванные проблемами преемственности, представляют рекомендации для учителей по предупреждению и устранению затруднений, которые могут возникнуть у обучающихся при изучении математики. Ими выделены общеучебные умения и действия, владение которыми помогает учащимся преодолевать трудности при освоении математической грамотности.

Анализ научно-методической литературы и опыта реализации формирования функциональной грамотности обучающихся в ходе методической подготовки будущих учителей математики позволил С.А. Севостьяновой и Е.В. Мартыновой сделать вывод о том, что эффективность формирования математической грамотности усиливается при условии соблюдения принципа преемственности в формировании УУД, который отражается в обновленных Федеральных государственных образовательных стандартах [29].

² Материал этого раздела опубликован в статье Севостьянова, С.А. Преемственность в формировании логической грамотности обучающихся начальной и основной школ / С.А. Севостьянова, Е.В. Мартынова // Современные наукоемкие технологии. – 2022. – № 12-2. – С. 377-382.

Стандарт начальной школы ориентирован на проведение обучающимися небольших исследований (измерение, сравнение и пр.) по предложенному плану, которые позволяют формулировать выводы и подкреплять их доказательствами, основывающимися на проведенном исследовании. ФГОС ООО предполагает выполнение обучающимися исследования по самостоятельно составленному плану, самостоятельное формулирование обобщений и выводов по результатам исследования.

Реализация принципа преемственности должна осуществляться за счет учета навыков, полученных обучающимися в начальной школе, и включения в систему заданий с разными уровнями проведения логических рассуждений (логические задачи на простое воспроизведение, задачи на обобщенное воспроизведение, задачи на логический поиск решения).

Умение рассуждать относится к базовым умениям математической грамотности. Приведем пример последовательности задач, направленной на формирование умения рассуждать. Логическая простота заданий, связанных с числами, позволяет уже в начальной школе формировать навыки логических рассуждений на числовом материале. Выполняя несложные вычисления в задачах «на магические квадраты» (квадратные таблицы, заполненные натуральными числами, суммы которых по всем строкам, столбцам и обеим диагоналям одинаковы) учащиеся начальной школы знакомятся с методами организации полного перебора. На этих задачах в неявном виде проходит отработка навыков арифметических действий, а в явном – элементов

логических операций (правила рассуждения, доказательство от противного и т.д.) и установления соответствий при заполнении таблиц. Первые задания «на магические квадраты», с которыми сталкиваются ученики начальной школы – заполнить недостающие клетки квадрата при известной сумме.

Задача 1 (для 3 класса). Даны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Часть из них расставлена по клеткам. Требуется расставить остальные числа, чтобы в сумме получалось 15 (рис. 6 а).

Решение задачи прямым перебором оказывается нерациональным. Знание суммы трех чисел и двух слагаемых из них (в каком-то столбце, строке или на диагонали) позволяет найти третий элемент.

Вопросы к учащимся: есть ли в квадрате строчки, в которых заполнены 2 клетки? Есть ли столбцы, в которых заполнены 2 клетки? Есть ли диагонали, в которых заполнены 2 клетки? С заполнения какой клетки начнем заполнение квадрата?

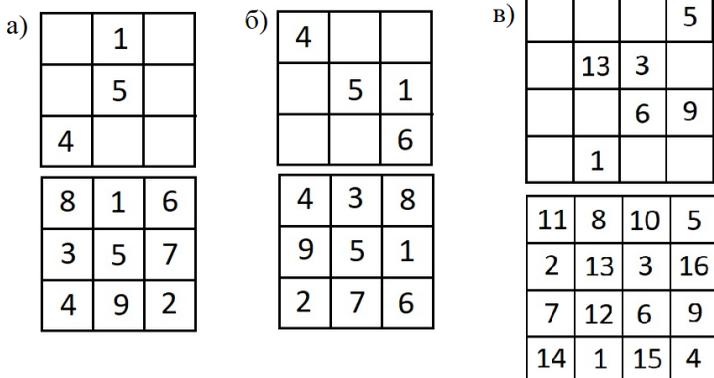


Рис. 6. Иллюстрации к задачам (условия и ответы) про магические квадраты

Система вопросов учителя позволяет сконструировать алгоритм рассуждений, позволяющий прийти к ответу. Задача получает развитие, когда в условии задачи сумма элементов не задается явно или увеличивается размер квадрата. Встречаются также задания на квадратные таблицы, где числа заменены буквами. В этом случае алгоритм сохраняется, но усложняется за счет дополнения новыми элементами. Использование в качестве дополнительной информации квадратов, полученных ранее, позволяют найти учащимся оригинальный способ решения.

Задача 2 (для 5 класса). Впишите в пустые клетки квадрата такие числа, чтобы квадрат стал магическим (рис. 6 б).

Вопросы к учащимся: каким свойством должен обладать квадрат? Как узнать сумму чисел в строке? Каким способом можно заполнить квадрат?

Тут сумму можно получить, используя три числа на полностью заполненной диагонали. А ответ можно получить, используя уже известный алгоритм, или поворотом квадрата из задачи 1.

Увеличение размеров таблицы и уменьшение в процентном отношении числа известных данных усложняет логический анализ задачи.

Задача 3 (для 5 класса). Впиши в пустые клетки недостающие числа от 1 до 16 так, чтобы в сумме по всем столбцам, строкам и обеим диагоналям получалось одно и то же число (рис. 6 в).

В таких задачах сумму приходится искать по описанию самого квадрата: каждое число используется один раз, а сумма в каждом столбце (строке) одинакова: $(1 + 2 + \dots + 16) : 4 = 34$.

Решение осложняется отсутствием столбца, строки или диагонали с тремя элементами. Приходится анализировать одновременно несколько фактов из условия. На роль «ключевой» («замковой») клетки претендует стоящая под цифрой «5». Исключая уже использованные в квадрате числа, во второй строке 18 можно получить как $18 = 10 + 8 = 11 + 7 = 14 + 4 = 16 + 2$. Сумма чисел в пустых ячейках четвертого столбца $20 = 12 + 8 = 16 + 4 = 18 + 2$. Сумма чисел в пустых ячейках главной диагонали $15 = 8 + 7 = 11 + 4$. Из 4, 8 и 16 перебором получаем 16.

При решении математических задач часто возникают трудности в определении важности свойств объекта, влияющих на поиск решения. Поэтому часть заданий была направлена на демонстрацию связей между средствами математики и языком, которые раскрывают возможности применения математических методов в лингвистике. В таких задачах обычно приводятся соответствующие друг другу конструкции на двух «языках» (один из которых незнаком для решающих задачу). Требуется путем логического анализа установить закономерности построения фраз и «перевести» (расшифровать) нужный текст.

Задача 4 (для 5 класса). Известны некоторые словосочетания на древнекитайском языке (в их латинской транскрипции), и их переводы на русский язык:

rau bok gu – враг старого раба,

rau gu bok – раб старого врага,

gu rau bok – старый раб врага.

Учитывая, что на древнекитайском языке расположение слов в словосочетаниях происходит по обязательным

правилам в определённом порядке, переведите на древнекитайский язык фразы: а) старый враг; б) раб врага.

С помощью анализа текста задачи (в том числе и на неизвестном языке) требуется найти закономерности, которые помогут установить соответствия между элементами текста для составления словаря, а также выявить закономерности в конструкции фраз для правильного перевода.

В среднем звене усложнение задач происходит чаще всего за счет логических связей между данными. Логические цепочки рассуждений удлиняются, появляются новые методы рассуждений и способы оформления решений. При решении задач с помощью таблиц, на основе анализа текста задачи, требуется составить таблицу, описывающую связи между элементами двух или более множеств и, заполнив ее, сделать нужный вывод. Освоение заданий описанных нами типов гарантирует преемственность формирования навыков логических рассуждений на новом этапе.

Задача 5 (для 5 класса). Среди офицеров Алексева, Борисова, Васильева и Григорьева – полковник, майор и два капитана. Известно, что звание Алексева ниже, чем у Васильева. Алексеев и один из капитанов – радисты. Борисов и майор – летчики. Определите звание и род войск каждого из офицеров.

В ходе решения этой задачи обучающиеся часто сталкиваются с проблемами из-за неоднозначности условия. Перед заполнением таблицы приходится обсуждать ряд вопросов (как расположить полковника, майора и капитана по старшинству; если Алексеев и один из капитанов – радисты, то может ли Алексеев быть капитаном; и др.) Результаты

логических рассуждений можно оформить в виде таблицы. Знаки «плюс» («минус») означают наличие (отсутствие) связи между элементами рассматриваемых множеств, а число в скобках – порядковый номер принятия решения. В качестве альтернативного способа решения можно рассмотреть использование графов (рис. 7).



Рис. 7. Иллюстрация решения задачи 5 с помощью таблицы и графа

Контрольные вопросы и задания

1. Что понимается под математической грамотностью в настоящее время?
2. Перечислите категории контекстов, используемых в заданиях PISA.
3. Перечислите области математики, охватываемые исследованием PISA.
4. Назовите факторы, формирующие показатель математической грамотности.
5. Используя материалы по математической грамотности: URL: http://www.centeroko.ru/pisa18/pisa2018_ml.html, <https://media.prosv.ru/static/books-viewer/index>.

html?path=/media/ebook/13135601/ и сетевой комплекс информационного взаимодействия субъектов Российской Федерации в проекте «Мониторинг формирования функциональной грамотности учащихся»: URL: <http://skiv.instrao.ru/support/demonstratsionnye-materialya/>, выберите задание для проверки математической грамотности. Разберите его решение и критерии оценивания.

6. Опишите методику работы с этим заданием на уроке, предусматривающую формирование математической грамотности и универсальных учебных действий. Методика работы с задачей включает четыре этапа:

- 1) разбор условия в виде вопросов и ответов;
- 2) поиск решения в виде беседы с учениками, постепенное подведение к решению;
- 3) запись решения;
- 4) взгляд назад: проверка, возможное обобщение, поиск более простого способа и т.д.

Возможно предварительное повторение необходимого теоретического материала. При оформлении задания придерживайтесь приведенного выше образца.

7. Предложите темы проектов, реализация которых способствовала бы формированию математической грамотности школьников.

2. ТЕХНОЛОГИЯ МОНИТОРИНГА ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ НА ОСНОВЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

2.1. Диагностика математической грамотности учащихся

Целью настоящего раздела было на основе анализа состава математической грамотности составить задания для ее диагностики, выявить проблемы в формировании математической грамотности учащихся, определить причины этих проблем и пути их разрешения.

Н.К. Güler & С. Arslan, [40] констатируют недостаточную осведомленность учителей математики о математических процессах и математических компетенциях, необходимых школьникам для решения задач математической грамотности, а это затрудняет как формирование, так и диагностику математической грамотности школьников.

Для успешного формирования математической грамотности в процессе обучения математике необходима диагностика, которая позволит выявить проблемы в формировании математической грамотности и спроектировать меры для их разрешения. Создание диагностических материалов требует детальной проработки состава математической грамотности.

Объектами диагностики в международных исследованиях PISA выступают следующие виды деятельности, задействованные при решении задач:

- формулирование ситуации на математическом языке;

– применение математических рассуждений, процедур, фактов, методов и инструментов;

– интерпретация полученных математических результатов в контексте задачи.

В большинстве исследований диагностика проводится именно по этим обобщенным позициям, например, в статье P.N. Malasari и др. [41] показана разработка задач математической грамотности с геометрическим содержанием на основе трех элементов PISA 2016 и проведен статистический анализ этих заданий на основе результатов пробного тестирования.

Для целей диагностики каждый из видов деятельности, определенных исследованием PISA, требует более подробного деления для выявления причин трудностей учащихся при выполнении каждого вида деятельности. M. Niss & E. Jablonka [42], рассматривая математическую грамотность как социально и культурно укоренившуюся практику, утверждают, что концепции математической грамотности различаются в зависимости от культуры и ценностей конкретных стран. Так, в работе M. Altun & I. Bozkurt [36] для выявления трудностей учащихся при решении задач математической грамотности авторы применили факторный анализ к результатам обследования 435 учащихся для выявления структуры математической грамотности. Авторами получены следующие факторы, имеющие достаточную дисперсию в объяснении математической грамотности. Эти факторы были названы выполнением алгоритмических операций, овладением математическим содержанием, математическим рассуждением, разработкой математических

предложений и их интерпретацией, пониманием эквивалентности реальных ситуаций и их представления на математическом языке.

В отличие от заданий PISA, в спецификации которых описаны внешние проявления деятельности учащихся для оценки уровня сформированности математической грамотности, мы предлагаем выявлять проблемы (причины неудач, затруднений) в подготовке каждого школьника, разрешение которых позволит улучшить его математическую грамотность. Поэтому анализ диагностируемого феномена мы основываем на исследовании компонентов деятельности школьника по решению задачи.

С учетом важности цифровых технологий в развитии математической грамотности часть разработанных нами диагностических материалов представлена в электронном виде в интерактивной форме.

Задания для диагностики математической грамотности в курсе математики основной школы (для учащихся 9 классов) разрабатывались по следующему плану: был проведен анализ существующего банка заданий и пособий по формированию математической грамотности на предмет соответствия их школьному курсу математики и выявлена обеспеченность школьного курса математики заданиями для диагностики математической грамотности. Оказалось, что не все разделы школьного курса математики могут быть обеспечены практикоориентированными задачами в силу их большой формализованности, однако имеются разделы, в которые могут быть включены задания, формирующие и диагностирующие математическую грамотность. Однако такие задачи в школьных учебниках встречаются редко.

Для составления диагностических заданий по математической грамотности был проведен анализ математической деятельности учащихся. Оказалось, что для решения практикоориентированных задач ученик, кроме собственно математических операций, должен выполнить обобщенные действия, связанные с общеучебными компетенциями. Таким образом, в состав математической грамотности входят как собственно знания и умения учащихся по математике, так и их личностные качества, относящиеся к когнитивной, рефлексивной, коммуникативной сферам. Перечисленные в таблице 1 компетенции представляют собой элементы математической грамотности и в полной мере конкретизируют виды деятельности, предусмотренные исследованием PISA.

Таблица 1

Соответствие компетенций
и элементов математической грамотности

Группы компетенций	Перечень элементов математической грамотности
1	2
Познавательные компетенции	Выявление противоречий и закономерностей в данных, выявление дефицита информации для решения задачи, индуктивные и дедуктивные умозаключения, выбор способа решения задачи путем сравнения разных вариантов решения, формулирование вопросов, фиксирующих разрыв между реальным и желательным состоянием ситуации, самостоятельное установление искомого и данного, аргументирование своей позиции, анализ и интерпретацию информации, представленной в различных

Окончание таблицы 1

1	2
	<p>формах, самостоятельное составление алгоритма решения задачи и его возможную коррекцию, умение учитывать контекст и предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении учебной задачи, адаптировать решение к меняющимся обстоятельствам, самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведенного наблюдения, опыта, исследования, владеть инструментами оценки достоверности полученных выводов и обобщений</p>
<p>Коммуникативные компетенции</p>	<p>Умение аргументировать и обосновывать свою позицию, задавать вопросы, необходимые для организации собственной деятельности и сотрудничества с партнером</p>
<p>Регулятивные компетенции</p>	<p>Способность принимать и сохранять учебную цель и задачу, планировать ее реализацию, контролировать и оценивать свои действия, вносить соответствующие коррективы в их выполнение, осуществлять контроль по результату и способу действия, владеть способами самоконтроля и рефлексии</p>

Создание спецификации контрольно-измерительных материалов для диагностики математической грамотности позволило разработать систему заданий, определяющих готовность учащихся основной школы вычленять математические аспекты из реальных ситуаций.

Ниже представлено одно из комплексных заданий. Чтобы отделить затруднения учащихся, связанные с математическими знаниями и умениями, от затруднений, связанных с владением собственно элементами математической

грамотности, задание было составлено из двух частей: математической и практической. Первая часть представленного задания диагностирует математические знания и умения: теорема Пифагора, свойство касательной к окружности, формула длины дуги окружности, нахождение косинуса или синуса острого угла прямоугольного треугольника, использование таблиц синусов и косинусов.

Вторая часть диагностирует следующие элементы математической грамотности: способность принимать задачу, умение учитывать контекст, установление искомого и данного, составление алгоритма решения задачи, умение формулировать обобщения и выводы по результатам проведенного наблюдения, выявление дефицита информации для решения задачи, аргументирование, выбор способа решения задачи путем сравнения разных вариантов решения.

ЗАДАНИЕ

Математическая часть

1. Дополните предложение: квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме _____.
2. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 17 см, один из катетов равен 8 см. Второй катет равен ____.
3. Дополните предложение: касательная к окружности _____ радиусу, проведенному в точке _____.
4. Запишите формулу для вычисления длины дуги окружности радиуса R с центральным углом α : _____.
5. Найдите косинус угла A прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C , если его гипотенуза равна 13 см, а катет BC равен 5 см: _____.

6. $\cos \alpha = 0,431$. Используя таблицу, найдите α . Результат укажите в градусах: _____.

Практическая часть

В России много всемирно известных озер. В каждом регионе можно найти уникальные озера. Например, в Московской области есть одно удивительное озеро особой формы. Это озеро Бездонное (рис. 8).



Рис. 8. Озеро Бездонное в Московской области

Его диаметр 160 м, площадь зеркала 2 га, а глубина достигает 4,5 м. В марте 2018 года при погружении дайверами было обнаружено так называемое «ложное дно». Есть легенда о том, что учёный Дмитрий Менделеев, чьё поместье находилось поблизости, пытался измерить глубину озера, но не смог – не хватило длины стометровой верёвки. Вода в озере имеет коричневый оттенок, что вызвано большим количеством торфянистых взвесей.

Важно сохранять такие уникальные водные объекты. В нашей стране в рамках национального проекта «Экология» в детском летнем лагере проводится экологическая смена, и ребята выполняют проект «Чистые берега – зеленый край!». На среду в соответствии с расписанием дня (рис. 9) запланирован выезд на озеро Бездонное для очистки его берегов от мусора.

РЕЖИМ ДНЯ	
7.30 – 8.30	Быть в форме модно! Спорт для желающих
9.00	Завтрак
9.30 – 13.00	Работа над практической частью проекта
13.00	Обед
14.00 – 16.00	Отдых, личное время
16.00	Полдник
16.30 – 19.00	Работа над теоретической частью проекта
19.00	Ужин
19.30 – 21.30	Вечерняя программа: конкурсы, кино, дискотека
21.45, 22.30	Сонник. Отбой

Рис. 9. Иллюстрация к комплексному заданию

Для сбора мусора на расстоянии 90 м от озера в точке А установили контейнер (см. рисунок или карту). На берегу водоема в точке Е ребята разделились на две команды «Белки» и «Бобры». Команды пошли в противоположные стороны по берегу озера с одинаковой скоростью 35 м/мин. После встречи в точке F на берегу весь класс несет собранный мусор в контейнер.

1. Какой геометрической фигурой можно считать озеро Бездонное?

2. Найдите расстояние от центра озера до точки А (места установки контейнеров).

3. Сколько времени в течение дня отведено на выполнение практической части проекта «Чистые берега – зеленый край!»? Сколько времени за день займет выполнение всего проекта?

4. Можно ли найти длину береговой линии озера Бездонного, используя сведения из текста? Объясните как.

5. Укажите, где расположена точка F. Объясните свой ответ.

6. В интерактивной модели (URL: <https://www.geogebra.org/m/mwgkgh9p>) с помощью мыши установите правильное положение точки F на окружности (рис. 10).

7. Какова длина пути, пройденного ребятами от точки А до точки F?

8. Могут ли ребята вернуться из точки F в точку А более коротким путем? Объясните свой ответ.

9. В интерактивной модели (URL: <https://www.geogebra.org/m/mwgkgh9p>) с помощью мыши измените положение точки С так, чтобы путь из точки F в точку А через точку С был самым коротким.

10. Успеют ли ребята вернуться в лагерь до обеда? Достаточно ли данных, чтобы однозначно ответить на этот вопрос?

11. Какова величина угла АСО?

12. Найдите косинус угла АОС и его величину в градусах, используя таблицу.

13. Какова длина дуги FC?

14. Какова длина кратчайшего пути из точки F в точку A через точку C?

15. Сколько всего часов ребята потратят на выполнение практической части проекта, если их скорость на обратном пути к контейнерам равна 75 м/мин , а дорога от лагеря до озера и обратно займет 3 часа?

16. Предложите, как на местности можно проложить маршрут кратчайшей длины.

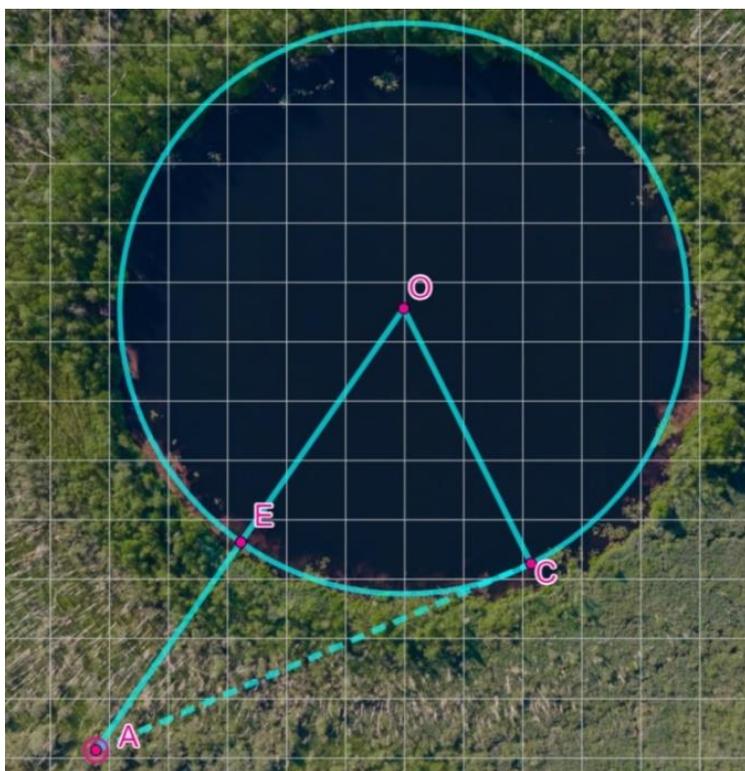


Рис. 10. Интерактивная модель для решения задачи

Для каждого элемента математической грамотности было определено 2 уровня: недостаточный и базовый. Учащийся считается справившимся с математическими заданиями (математической частью комплексного задания), если он достиг базового уровня по 4 из 5 элементов математической грамотности. Учащийся считается справившимся с заданиями практического характера (практической частью комплексного задания), если он достиг базового уровня по 6 из 9 элементов математической грамотности.

В таблице 2 показано соответствие элементов математической грамотности и вопросов практической части задания, указано количество вопросов, на которые ученику необходимо дать верный ответ, достаточное для достижения базового уровня по соответствующему элементу.

Таблица 2

Соответствие пунктов практической части контекстного (комплексного) задания элементам математической грамотности

№	Элементы математической грамотности	Номер вопроса практической части, проверяющего конкретный элемент	Количество верных ответов для достижения базового уровня
1	2	3	4
1	Способность принимать задачу	1, 3, 4, 16	2
2	Умение учитывать контекст	1, 2, 3, 4, 8, 10, 16	4
3	Установление искомого и данного	2, 3, 4, 5, 7, 14	3

Окончание таблицы 2

1	2	3	4
4	Анализ и интерпретация информации, представленной в различных формах	1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 16	4
5	Составление алгоритма решения задачи	2, 7, 11, 12, 13, 15	3
6	Умение формулировать обобщения и выводы по результатам проведенного наблюдения	1, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 14, 16	4
7	Выбор способа решения задачи путем сравнения разных вариантов решения	5, 6, 8, 9, 10, 11, 16	3
8	Выявление дефицита информации для решения задачи	10, 16	1
9	Аргументирование	4, 5, 8, 10, 14, 16	2

В течение мая 2021 г. это комплексное задание выполнялось 76 учениками 9 класса (15 лет) из двух школ города Челябинска.

Из 76 участников тестирования с заданиями математической части справились 52 человека, а с заданиями практической части – 28 человек (табл. 3).

Таблица 3

Количество учащихся, справившихся с математической и практической частью комплексного задания

Число учащихся	76
Число учащихся, справившихся с математическими заданиями	52 (68 %)
Число учащихся, справившихся с заданиями практического характера	28 (37 %)

Для анализа полученных данных применялся статистический φ^* -критерий (угловое преобразование) Фишера.

$$\varphi(68\%) = 1,939$$

$$\varphi(37\%) = 1,115$$

$$\varphi^*_{\text{эмп}} = (1,939 - 1,115) \sqrt{\frac{52 \cdot 28}{52 + 28}} = 3,515.$$

$$\varphi_{\text{кр}} = \begin{cases} 1,64 (p \leq 0,05) \\ 2,31 (p \leq 0,01) \end{cases}$$

$\varphi^*_{\text{эмп}} > \varphi_{\text{кр}}$ на уровне значимости 0,01. Различие в успешности выполнения одними и теми же учащимися заданий первой и второй частей комплексного задания статистически значимо.

Далее рассмотрим более подробно сформированность элементов математической грамотности. В таблице 4 представлено в процентах количество учащихся, освоивших соответствующие элементы.

Таблица 4

Доля учащихся, освоивших единицы
математической грамотности

	Элементы математической грамотности	% учащихся, освоивших элемент
1	Способность принимать задачу	32
2	Умение учитывать контекст	26
3	Установление искомого и данного	42
4	Анализ и интерпретация информации, представленной в различных формах	42
5	Составление алгоритма решения задачи	47
6	Умение формулировать обобщения и выводы по результатам проведенного наблюдения	37
7	Выбор способа решения задачи путем сравнения разных вариантов решения	37
8	Выявление дефицита информации для решения задачи	5
9	Аргументирование	16

Некоторые учащиеся (26 %) неверно ответили на первый вопрос практической части. Ошибка заключалась в том, что учащиеся путали понятия «окружность» и «круг». Трудности в выполнении пятого задания проявились в том, что учащиеся не смогли дать верную формулировку ответа (не используют слова «диаметрально противоположно точке E» или «на пересечении прямой AO и окружности», часто используют «противоположно точке E на другой стороне озера») или не смогли объяснить этот факт. При этом при ответе на 6 задание учащиеся верно отмечали на модели точку F. Аналогичная картина наблюдалась в заданиях 8 и 9: верно

отмечая искомое положение точки С на интерактивной модели, ученики затруднялись описать словами более короткий путь из точки F в точку А. Мы полагаем, что причина такого положения дел заключается в неразвитости у учащихся речевых средств для аргументации своих мыслей, что является следствием недостаточного внимания к развитию речи учащихся со стороны учителей, в том числе и учителей математики. Кроме того, можно предположить, что использование интерактивных моделей для формирования математической грамотности может способствовать преодолению трудностей учащихся. Крайне низкий результат выполнения задания 10 (6 %) свидетельствует о том, что учащиеся не могут выявить дефицита данных, а это связано не только с развитием речи, но и со способностью внимательно читать текст задания, извлекая из него необходимую информацию для ответа на вопрос.

Причина неверного выполнения учащимися задания 14 кроется в том, что ранее не было выполнено или выполнено неверно задание 13. Все участники не справились с заданием номер 16, возможно, ввиду сложности и неоднозначности понимания формулировки вопроса учениками 9 класса, поэтому результат его выполнения не учитывался при обработке полученных результатов.

Мы можем сравнить полученные нами результаты диагностики с результатами, представленными А.Н. Dewantara и др. [38], считая, что элементы с 1 по 4 и 8 относятся к формулированию задачи на математическом языке, элементы 5, 7 и 9 обеспечивают выполнение решения, а элемент 6 служит для его интерпретации. По данным А.Н. Dewantara и др. [38],

самый высокий процент успеваемости учащихся приходится на задания по интерпретации (52,55 %), в то время как успеваемость по выполнению решения и формулированию задачи на математическом языке составила 40,74 % и 39,63 % соответственно. Наши результаты оказались ниже, что, возможно, связано с более высокой трудностью заданий. Процент успешного выполнения задания на интерпретацию – 37 %, выполнения решения – 33,3 % и формулирования задачи на математическом языке – 29,4 %. Однако заметно, что распределение трудностей учащихся по этапам решения схоже.

Полученные нами результаты сопоставимы с результатами М. Altun & I. Bozkurt [36], которые установили, что учащиеся не справились с математическими рассуждениями, разработкой математических предложений и их интерпретацией, а также пониманием эквивалентности реальных ситуаций и их представления на математическом языке.

Таким образом, результаты диагностики математической грамотности школьников, с одной стороны, соответствуют ранее опубликованным исследованиям, а с другой стороны, позволяют выявить причины затруднений учащихся и указать способы их разрешения. Например, низкий уровень сформированности умения аргументировать требует включать в уроки математики задания на аргументацию и использовать специальные методики работы с этими заданиями. Так же обстоит дело и с умением выявлять дефицит информации в задаче.

Проведенный анализ показал, что математических знаний и умений недостаточно для решения практических

задач. Анализ работ учащихся показал, что ученики, имеющие пробелы в знаниях и умениях по математике, не справились с практической частью задания. Ни у одного из учащихся уровень выполнения практической части не превысил уровня выполнения математической части задания.

Вероятно, одна из причин неудач учащихся в выполнении заданий математической грамотности кроется в том, что учителя уделяют недостаточно внимания ее формированию в силу разных причин – от непонимания важности проблемы до неумения организовать в классе деятельность учащихся по овладению математической грамотностью и недостатка методических материалов.

Выводы Genc, M., & Erbas A. K. [39] соотносятся с нашими: недостатки в формировании математической грамотности учащихся обусловлены концептуальными проблемами учителей (что такое математическая грамотность?), их образовательными проблемами (как мы можем развить математическую грамотность?) и системными проблемами – недостатком пособий, программ и другого методического обеспечения.

В работе O.H. Bolstad [37] сделаны выводы, что использование в процессе обучения математике контекстов и математических рассуждений, по-видимому, в основном ориентировано на развитие математических знаний и умений, а не на развитие умений работать с контекстами и математическими рассуждениями. Учителя мало внимания уделяют созданию возможностей для учащихся научиться использовать математику в контексте. Отсутствие значимых контекстов на наблюдаемых уроках может быть объяснено отсутствием у учителей

опыта преподавания математических знаний в значимых контекстах, например, с помощью междисциплинарного подхода. Хотя задания из учебника могут предоставлять возможности для участия в осмысленных контекстах, для этого требуется, чтобы учитель воспользовался этими возможностями.

Необходимо информирование учителей математики о составе (элементах) математической грамотности и о способах их формирования, а также необходимо обеспечение их необходимыми учебными материалами для максимального числа разделов школьного курса математики.

2.2. Понятие мониторинга математической грамотности учащихся

Мониторинг, возникнув первоначально в других науках, стал осуществим в педагогике в своем нынешнем понимании именно с появлением информационных технологий, когда впервые появились возможности длительного наблюдения и фиксирования значительного числа педагогических фактов, быстрых обработки и доступа к диагностическим данным. Термин «педагогический мониторинг» введен в педагогику в середине 80-х годов прошлого века. Именно понятие «педагогический мониторинг» позволяет с наибольшей полнотой и во взаимосвязи раскрыть функции деятельности педагога по изучению обучающихся, а именно, информационную, оценочную, корректирующую.

Мониторинговые исследования, по мнению Н.Н. Абакумовой [1], в современных условиях выходят на первый план, поскольку объединяют функции накопления и систематизации больших объемов данных, а также прогнозирования и управления в образовании. Мониторинговое исследование используется как система сбора, обработки и хранения информации, элемент системы оценки качества образования и элемент системы управления в образовательном учреждении [1].

Мониторинг как метод научного исследования в современной науке направлен на выявление и изучение тех или иных характеристик анализируемого объекта для своевременного и грамотного реагирования на его изменения, содействия сохранению единого образовательного пространства [7].

Мониторинг обеспечивает обратную связь о соответствии фактических результатов деятельности педагогической системы ее конечным целям. Задача мониторинга – верно оценить степень, направление и причины отклонений, поскольку планируемые цели практически всегда не совпадают с достигнутыми.

В литературе можно найти различные определения мониторинга, например, в кратком словаре «Основы педагогических технологий» образовательный мониторинг определяется как «процесс непрерывного научно-обоснованного, диагностико-прогностического слежения за состоянием, развитием педагогического процесса в целях оптимального выбора образовательных целей, задач и средств их решения» [21, с.15].

«Мониторинг определяется как подготовленное наблюдение за контролируемым процессом с помощью отслеживания по составленной методике значений, выбранных для контроля параметров и соотнесения их с заранее обособленными (в виде нормы и/или шкалы), приемлемыми значениями» [12, с. 31]. Педагогический мониторинг Г.А. Лисьев и Л.И. Савва определяют как «специально определенную подсистему постоянного и неотрывного наблюдения, контроля, диагностики и коррекции, входящую в систему педагогического управления, выявляющую отклонения от установленных образовательных стандартов, основанную на современных информационных технологиях, а также на методах статистики, обеспечивающую развитие субъектов образования и их взаимодействие» [17].

Учитывая инвариантную часть этих определений, можно сделать вывод, что *образовательный мониторинг* – это система регулярного отслеживания состояния педагогического процесса, включающая сбор информации, ее хранение, обработку и распространение. Мониторинг является инструментом, позволяющим осуществлять педагогическую диагностику образовательного процесса и затем пользоваться ее результатами на различных уровнях управления образованием.

Несмотря на то, что информация, полученная в мониторинге, одноразовая, используемая для принятия текущих решений, она, накапливаясь, представляет собой полноценную историю обучения и развития каждого ученика. Систематизация, анализ и обобщение совокупностей таких историй может оказать существенное влияние на развитие

педагогической теории. Как пишет А.А. Кузнецов, результатом мониторинга является получение систематической информации о текущем состоянии учебно-воспитательного процесса, что собственно представляет собой его главную функцию, а также выявление на этой основе передового педагогического опыта, накопление и систематизация информации для научного анализа тенденций и перспектив развития содержания образования и процесса обучения в школе [16]. Таким образом, мониторинг способствует реализации одной из функций диагностики – обслуживания научных исследований. Мониторинг способен вызвать существенные изменения не только в работе учителя, но и в учебной деятельности учащихся. По отношению к ученику мониторинг выступает внешним средством регулирования его деятельности, однако при правильном применении в дальнейшем интериоризируется и приводит к образованию самомониторинга [22].

А.А. Коростелева [15], рассматривая современное понимание сущности и назначения мониторинга в системе образования, делает вывод о вкладе мониторинга в развитие образования, в частности, через получение оперативных и достоверных данных о его качестве и иных изучаемых структурных параметрах.

Целью мониторинга является обеспечение эффективного информационного отслеживания результатов деятельности, при этом диагностируемые качества должны отслеживаться и оцениваться количественными показателями. В ходе мониторинга осуществляется сбор, накопление, хранение, обработка диагностической информации.

С.В. Маминов и Л.И. Савва [19] пишут, что система информационных средств организации мониторинга – это взаимосвязанное множество разнообразных информационных средств и их отношений, представленных как единое целое и используемых для решения задач мониторинга, а также отвечающих за оперативность его проведения, понимая под информационными средствами электронные средства хранения, обработки и передачи учебной информации с помощью компьютеров, которые в образовании выполняют многие функции преподавания.

Внедрение информационных технологий в образовательный процесс дает возможность реализации педагогического мониторинга. В.Г. Горб считает, что мониторинг является системообразующим фактором информационных образовательных систем [8]. Компьютер позволяет объективно и скрупулезно учитывать все особенности процесса обучения каждого конкретного учащегося с автоматической диагностикой текущего состояния его учебных успехов. Суть эффекта осуществления диагностической деятельности с помощью компьютера А.А. Кузнецов [16] видит в фиксации результатов каждого ученика по различным количественным показателям, независимо от того, проводится массовая проверка обученности или индивидуальная диагностика и коррекция. Технологический подход к организации мониторинга требует применения методов компьютерного тестирования, причем с использованием всех мультимедийных возможностей компьютера.

В процессе мониторинга выясняются следующие вопросы: достигается ли цель, существует ли положительная

динамика, есть ли предпосылки для совершенствования работы преподавателя и соответствует ли уровень сложности возможностям учащихся. Четкая направленность мониторинга на особенности текущих процессов предполагает обнаружение и фиксацию непрогнозируемых результатов, т.е. реальной картины процесса обучения. Мониторинг способствует решению двух важных задач: определение тенденций в развитии образовательного процесса и выявление позиции каждого ученика, его школьного статуса.

В *составе* образовательного мониторинга выделяется такие его компоненты, как источники информации – учащиеся, класс, школа, регион и т.д., обработка информации на каждом уровне, хранение информации, необходимой для сравнительного анализа и прогнозирования, распространение информации на соответствующих уровнях системы управления образованием. В состав образовательного мониторинга входят такие элементы, как установление стандарта и операционализация (определение стандартов; операционализация стандартов в индикаторах; установление критерия, по которому возможно судить о достижении стандартов); сбор данных и оценка результатов; принятие соответствующих мер, оценивание результатов принятых мер в соответствии со стандартами [31]. Анализ структуры мониторинга позволяет указать в качестве его компонентов цели, критерии (показатели) и измерители (диагностические методики) – то, что В.И. Кальней и С.Е. Шишов называют операционализацией стандартов. Таким образом, в состав педагогического мониторинга входят:

– целеполагание (и одновременно определение критериев);

- подбор диагностических методик;
- сбор информации;
- обработка информации;
- выработка диагноза;
- выработка прогноза;
- выработка мер коррекции и регулирования дальнейшего процесса обучения.

Для создания системы мониторинга важно определить, каким образом в системе мониторинга должны быть реализованы такие компоненты педагогической диагностики, как целеполагание, подготовка диагностических материалов и интерпретация результатов диагностики, и какие средства информационных технологий наиболее эффективны для реализации в них мониторинга, является ли он составной частью каких-либо программных средств учебного назначения или должен существовать как самостоятельный инструмент диагностики.

В.В. Репкин и др. [22] отмечают, что теоретически и методологически близкими к идее мониторинга в плане процессов, характеризующих развитие ребенка, являются идеи Л.С. Выготского о диагностике развития и концепция К. Ингенкампа о педагогической диагностике, подчеркивая при этом инструментальный характер мониторинга. Встречаются точки зрения, отождествляющие диагностику и мониторинг: например, В.И. Андреев считает, что «педагогический мониторинг – это системная диагностика качественных и количественных характеристик эффективности функционирования и прогнозирования развития образовательной системы, включая ее цели, содержание, формы, методы,

дидактические и технические средства, условия и результаты обучения, воспитания и развития личности и коллектива» [4, с. 5].

В целях выполнения Указа Президента и достижения показателей федерального проекта «Современная школа» Национального проекта «Образование» реализуется инновационный проект Министерства просвещения Российской Федерации «Мониторинг формирования функциональной грамотности». Основная цель проекта – повышение качества и конкурентоспособности российского образования. Главной задачей является разработка на основе системно-деятельностного подхода системы заданий для обучающихся 5–9-х классов. Эта система заданий будет способствовать обновлению учебных и методических материалов с учетом переориентации системы образования на новые результаты, связанные с «навыками XXI века», функциональной грамотностью обучающихся и развитием позитивных личностных установок, мотивации обучения и стратегий поведения обучающихся в различных ситуациях [5].

Мониторинг формирования функциональной грамотности – это не контроль и не проверка результатов с выстраиванием рейтингов образовательных организаций или регионов. Это поддержка и обеспечение формирования функциональной грамотности на основе идей формирующего оценивания.

К основным задачам и этапам проведения мониторинга функциональной грамотности на период 2019–2024 годы относятся разработка учебно-методических материалов

для формирования и оценки функциональной грамотности обучающихся 5 – 9-х классов; апробация учебно-методических материалов в 5–9-х классах (2019–2020 годы); введение мониторинга с охватом до 25 % образовательных организаций (2020 год); анализ и обсуждение результатов мониторинга в 5–9-х классах (2020–2024 годы); постепенное введение мониторинга в 5–9-х классах с максимальным охватом образовательных организаций (2020–2024 годы); повышение квалификации педагогических кадров на всех этапах мониторинга (2019–2024 годы).

Для повышения эффективности проведения мониторинга формирования функциональной грамотности в проекте реализуются следующие механизмы: добровольность участия регионов и образовательных организаций («мягкий мониторинг»); доступность материалов для разных групп пользователей; широкое профессиональное обсуждение; научно-методическое сопровождение проведения мониторинга и использования его результатов; внедрение информационных технологий на всех этапах мониторинга и использования его результатов (компьютерный формат материалов и процедур мониторинга) [3].

Для разработки инструментария мониторинга функциональной грамотности необходимо определить и описать содержательную (знания, умения, отношения и ценности) и компетентностную (способности мобилизовать ...) области конструкта «функциональная грамотность», а также контекстную (ситуационную) область, в которой и реализуется функциональная грамотность, т.е. проявляются, применяются, переносятся полученные или приобретаемые в течение

всей жизни знания, умения, отношения, ценности и компетенции [5]. Понятие «инструментарий» многоаспектно: оно включает как измерительные материалы, так и сопроводительные инструктивно-методические материалы. Этапы разработки банка заданий для мониторинга функциональной грамотности включают разработку спецификации измерительных материалов; операционализацию конструкта (концептуальной рамки функциональной грамотности); подбор контекстов и ситуаций для разработки заданий; разработку авторских вариантов заданий и их экспертизу; экспериментальную проверку качества авторских заданий в ходе когнитивных лабораторий; формирование блоков заданий в соответствии со спецификацией измерительных материалов; формирование компьютерного варианта и проведение апробации измерительных материалов; проведение расширенной экспертизы измерительных материалов с участием региональных экспертов; комплексную доработку измерительных материалов; открытие демоверсий банка заданий и подготовку части заданий для публикаций.

В рамках определения предметной области заданий для формирования математической грамотности [26] выделен перечень требований к математической подготовке для 5 и 7 классов. В 5 классе учащиеся должны уметь:

- выполнять действия с натуральными числами, с обыкновенными дробями: упорядочение долей, сложение и вычитание несложных дробей;

- выполнять действия с числовыми выражениями; составлять числовое выражение;

- выполнять деление с остатком, иметь представление о делителях и кратных;

- выполнять приближенные вычисления, прикидку и оценку результата вычислений, округлять до указанной разрядной единицы, а также с учетом условий описанной ситуации по недостатку или по избытку;
- распознавать и делать выводы о зависимости между двумя величинами (прямая/обратная); решать задачи на увеличение/уменьшение на/в;
- переводить единицы измерения длины и времени из более крупных в более мелкие и обратно;
- решать задачи методом перебора вариантов;
- читать, заполнять и интерпретировать данные таблиц, столбчатой и круговой диаграмм;
- иметь представление о шкалах; ориентироваться на числовой прямой;
- устанавливать соответствие между реальным размером объекта и представленным на изображении;
- распознавать геометрические формы и описывать объекты окружающего мира с помощью языка геометрии;
- представлять объект по описанию, рисунку, заданным характеристикам; мысленно трансформировать трехмерную фигуру (реальный объект) в двумерную и обратно, распознавать развертки куба, параллелепипеда;
- складывать фигуры из квадратов, прямоугольников, треугольников, отрезков, разбивать на указанные формы;
- использовать для решения задач простейшие свойства квадрата и прямоугольника;
- иметь представление о площади и периметре, применять формулы нахождения периметра и площади квадрата и прямоугольника;

- проверять истинность утверждений, обосновывать вывод, утверждение, полученный результат.

Учащиеся 7-го класса должны уметь выполнять все виды деятельности, указанные для 5-го класса, а также:

- сравнивать рациональные числа, выполнять вычисления с рациональными числами, реальные расчеты;

- вычислять проценты (процентное снижение/повышение), пропорции и отношения, масштаб, использовать основное свойство пропорции, пропорциональное увеличение/уменьшение;

- понимать закономерности, составлять последовательности;

- читать графики зависимостей (линейная и нелинейная);

- составлять математическое описание предложенной зависимости в общем виде (в виде выражения/формулы);

- использовать простейшие свойства треугольника, окружности;

- распознавать комбинации различных плоских форм – отрезков, окружностей, полуокружностей, дуг;

- распознавать трехмерные фигуры: цилиндр, конус, пирамида (элементы фигур, развертки), комбинации пространственных фигур;

- иметь представление о статистических характеристиках – среднем арифметическом, медиане, моде, размахе, наибольшем и наименьшем значении набора данных;

- интерпретировать данные, представленные в таблицах и на диаграммах, на графиках;

- составлять высказывания, проверять истинность утверждений.

О.А. Абдулаева и др. [2] описывают первые результаты проекта «Мониторинг формирования функциональной грамотности» в Санкт-Петербурге в 2019 году, в ходе которого осуществлялись подготовка педагогов, формирование экспертного сообщества в области оценки функциональной грамотности учащихся и выявление уровня функциональной грамотности петербургских школьников.

Выявлено, что учащиеся 5 класса испытывают затруднения при решении задач, связанных с созданием математической модели, отражающей особенности описанной ситуации, или преобразованием проблемы на язык математики, поиском математических путей ее решения. Низкие результаты при отсутствии динамики развития указывают на затруднения учащихся переносить и использовать математические знания и умения в ситуации повседневной жизни. Семиклассники еще менее успешно справляются с «формулированием» проблемы на математическом языке (13,9 %), когда от них требуется распознать математическую часть проблемы, представленную в контексте реального мира, трансформировать проблему в математическую структуру, определить, из какого раздела курса они могут извлечь необходимые математические знания, чтобы спланировать и решить эту проблему. Учащиеся неуверенно демонстрируют умение решать задачи практического характера в ситуациях, близких к повседневной жизни. С другой стороны, специфика исследования заключается в предъявлении школьнику достаточно объемных заданий,

включающих сведения, представленные в разной форме, направленные на ориентацию в данных, представленных в разных частях задания, выбор информации для решения (отказ от использования «лишних» сведений). Наибольший дефицит обнаружен в понимании информационных текстов, – он прежде всего связан с основами читательской грамотности применительно к текстам, содержащим и математические аспекты. Обнаружены дефициты в умениях читать и заполнять таблицу, отказаться от применения лишних данных, применять вычислительные умения, устанавливать отношения между числами, величинами; умениях выполнять несложные арифметические вычисления и трансформировать условие до типовой задачи из курса математики (алгебры, геометрии).

Для преодоления выявленных проблем в математической грамотности учащихся учителям математики рекомендуется формировать готовность к взаимодействию с математической стороной окружающего мира посредством погружения в реальные ситуации (отдельные задания; цепочки заданий, объединенных ситуацией, проектные работы); предлагать на каждом этапе решения заданий осуществлять соответствующую математическую аргументацию, стимулировать развитие коммуникативных математических умений, которые включают выражение в письменной или устной форме своих мыслей, связанных с математическим содержанием; усилить практическую ориентацию уроков математики и вводить в процесс обучения дополнительно комплексные задания, охватывающие разные контексты ситуаций жизни подростков, их функционирования в системе

социальных отношений в условиях мегаполиса, а также практиковать применение нестандартных задач как по содержанию, так и по формату предъявления, и компетентностно-ориентированных задач, предполагающих несколько способов/методов решения, в том числе метод осознанного перебора, метод проб и ошибок, прикидку результата, а также наличие альтернативных вариантов ответов.

Необходимо отдельное внимание уделить отработке навыков преобразования содержательных моделей в математические (система вопросов: что дано? что требуется определить? какими математическими действиями будет сопровождаться решение?), составлению планов решения; формированию рефлексивного компонента математической деятельности («прикидка», оценивание результата, его соответствие естественным ограничениям, его правдоподобие).

В настоящее время в рамках проекта проводятся разовые мониторинговые мероприятия с последующим анализом и обобщением, результатом которых является оценка сформированности математической грамотности обучающихся. Такой внешний мониторинг служит для сбора информации об уровне математической грамотности в масштабах страны. Однако этот мониторинг не обладает свойством регулярности и поэтому не может оказать существенную помощь учителю в повседневной работе по формированию математической грамотности.

Нами выявлена как недостаточность средств реализации мониторинга математической грамотности, так и исследований, направленных на разработку таких средств.

В условиях разнообразия учебников и программ по математике необходимо создание системы мониторинга математической грамотности, применимой к различным учебным комплексам. Чтобы обеспечить курс математики основной школы средствами мониторинга формирования математической грамотности, необходима технология разработки и применения средств мониторинга формирования математической грамотности учащихся.

2.3. Концептуальные положения технологии мониторинга формирования математической грамотности учащихся на основе ФГОС ООО

Для успешного формирования математической грамотности учащихся в процессе обучения математике необходима организация мониторинга, то есть системы регулярного отслеживания уровня сформированности математической грамотности для своевременного принятия коррекционных мер.

Под технологией мониторинга математической грамотности учащихся мы понимаем систему технологических процедур проектирования и разработки средств и методов, реализация которых обеспечивает устойчивую, гарантированную эффективность деятельности учителя по формированию математической грамотности. Описание технологии предполагает раскрытие всех ее основных характеристик, что делает возможным ее воспроизведение.

Концептуальную часть технологии мониторинга формирования математической грамотности учащихся составляют следующие положения:

- целью мониторинга является предоставление учителю возможности отслеживать процесс формирования математической грамотности на регулярной основе;

- мониторинг формирования математической грамотности должен пронизывать курс математики настолько возможно;

- средства мониторинга должны стимулировать учителя к формированию математической грамотности школьников;

- учитель должен быть максимально обеспечен средствами мониторинга – диагностическими заданиями и средствами обработки информации;

- обучающий характер предполагает проведение коррекционной работы на основе результатов обработки диагностических данных;

- при разработке заданий для диагностики математической грамотности исходным пунктом являются в первую очередь возможности математического материала;

- в качестве целевых ориентиров формирования математической грамотности необходимо использовать Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (ФГОС ООО) [23];

- задания могут составляться за счет модификации традиционных задач, в том числе из учебников математики.

Технология мониторинга математической грамотности включают создание спецификации измерительных материалов, разработку заданий с их привязкой к конкретным темам школьного курса математики и средств для обработки данных мониторинга.

2.4. Создание спецификации диагностических материалов на основе ФГОС ООО

Для разработки спецификации средств мониторинга математической грамотности потребовалось описать содержательную и деятельностную характеристику результатов обучения математике, которые определяются ФГОС ООО [34]. Л.О. Рослова [24] связала с формированием математической грамотности проблемы, решение которых требует владения универсальными учебными действиями (УУД), отвечающими за умение распознавать, что дано, а что надо найти, понимание сути математического моделирования (как перейти от реального объекта к его математической модели), умения составлять план, алгоритм действий, придерживаться составленного плана.

Решая вопрос о целеполагании применительно к формированию математической грамотности, мы провели анализ математической деятельности учащихся. Оказалось, что для решения практикоориентированных задач ученик, кроме собственно математических операций, должен выполнить универсальные учебные действия (УУД). Рассмотрим пример анализа деятельности учащихся по решению практикоориентированной задачи (рис. 1), направленного на выявление выполняемых при этом универсальных учебных действий. Напомним, что в задаче необходимо было определить стоимость фруктового сока, экспортируемого из Зедландии в 2000 году. Универсальные учебные действия, соответствующие ответу на вопрос задачи, представлены в таблице 5.

Таблица 5

Универсальные учебные действия,
выполняемые при решении задачи

Деятельность ученика	Описание этапов	Проверяемые УУД
1	2	3
Прочитать текст. Проанализировать диаграммы	На первой диаграмме показан ежегодный экспорт, т.е. сколько миллионов зедов страна зарабатывала каждый год в период с 1996 по 2000 года. Вторая диаграмма отражает процент экспорта различных структур производства	Способность принимать задачу. Умение учитывать контекст. Анализ информации, представленной в различных формах. Выявление закономерностей в данных
Определить уровень экспорта в нужном году, процент необходимого товара, найти процент от числа. Провести начальную «групповую» проверку	В 2000 году уровень экспорта составил 42,6 млн зедов. Процент фруктового сока – 9 %. Найдем 9 % от 42,6 млн зедов. $42,6 \cdot 0,09 = 3,834$ млн. На данном этапе можно провести самоконтроль. 9% близки к 10 %, а 10 % найти очень легко, надо лишь разделить число на 10: $42,6 : 10 = 4,26$ млн. Если в ответе получили число, которое далеко от 4,26, значит, решение неверное	Формулирование вопросов, фиксирующих разрыв между реальным и желательным состоянием ситуации. Составление алгоритма решения задачи. Умение контролировать и оценивать свои действия, вносить соответствующие коррективы в их выполнение

Окончание таблицы 5

1	2	3
Провести точную проверку (решить задачу другим способом)	Чтобы найти 9 %, можно найти сначала 10 %, потом 1 % (что очень легко), далее из 10% вычесть 1 %. 10 % – 4,26 млн 1 % – 0,426 млн 10 % – 1 % = 4,26 – 0,426 = 3,834 млн – 9 %. Задача решена верно	Выбор способа решения задачи путем сравнения разных вариантов решения. Владение способами самоконтроля и рефлексии
Выбор правильного варианта ответа	Ясно, что наиболее близкое к полученному значению число под буквой E	Интерпретация информации, представленной в различных формах. Умение формулировать обобщения и выводы

Познавательные УУД направлены на использование знаково-символических средств (моделирование и логические операции) и предполагают выявление противоречий и закономерностей в данных, выявление дефицита информации для решения задачи, индуктивные и дедуктивные умозаключения, выбор способа решения задачи путем сравнения разных вариантов решения, формулирование вопросов, фиксирующих разрыв между реальным и желательным состоянием ситуации, самостоятельное установление искомого и данного, аргументирование своей позиции, анализ и интерпретацию информации, представленной в различных формах, самостоятельное составление алгоритма решения задачи и его возможную коррекцию.

Коммуникативные УУД предполагают умения аргументировать и обосновывать свою позицию, задавать вопросы, необходимые для организации собственной деятельности и сотрудничества с партнером, регулятивные УУД включают способность принимать и сохранять учебную цель и задачу, планировать ее реализацию, контролировать и оценивать свои действия, вносить соответствующие коррективы в их выполнение, осуществлять контроль по результату и способу действия, владеть способами самоконтроля и рефлексии [34].

Анализ ФГОС ООО [34] позволил выявить УУД, соответствующие содержанию математической грамотности (рис. 11). Таким образом, мониторинг формирования математической грамотности соотносится с мониторингом формирования универсальных учебных действий в процессе обучения математике [23; 30]. Мы полагаем именно выявленные УУД индикаторами сформированности математической грамотности.

Анализ содержания курса математики основной школы показал, что не все его темы позволяют формировать и диагностировать математическую грамотность школьников. Поэтому был составлен перечень тем, при изучении которых целесообразно проводить мониторинговые мероприятия, и по этим темам составлены задания для реализации мониторинга. Например, в курсе математики 6 класса математический материал практически всех тем, а именно «Делимость чисел», «Сложение и вычитание обыкновенных дробей», «Умножение и деление обыкновенных дробей», «Отношения и пропорции», «Положительные и отрицательные числа», «Координаты на плоскости», позволяют применять задания для диагностики математической грамотности. Исключение составляет только тема «Действия с положительными и отрицательными числами».

Математическая грамотность	
Познавательные универсальные учебные действия	<p>выявление противоречий и закономерностей в данных</p> <p>выявление дефицита информации для решения задачи</p> <p>умение учитывать контекст</p> <p>умение формулировать обобщения и выводы по результатам наблюдения</p> <p>индуктивные и дедуктивные умозаключения</p> <p>выбор способа решения задачи путем сравнения разных вариантов решения</p> <p>установление искомого и данного</p> <p>анализ и интерпретация информации, представленной в различных формах</p> <p>составление алгоритма решения задачи</p>
Коммуникативные универсальные учебные действия	<p>умение аргументировать и обосновывать свою позицию</p> <p>умение задавать вопросы, фиксирующие разрыв между реальным и желательным состоянием ситуации и необходимые для организации собственной деятельности и сотрудничества с партнером</p>
Регулятивные универсальные учебные действия	<p>способность принимать задачу</p> <p>контролировать и оценивать свои действия, вносить соответствующие коррективы в их выполнение</p> <p>владеть способами самоконтроля и рефлексии</p>

Рис. 11. Универсальные учебные действия, входящие в состав математической грамотности

2.5. Разработка заданий для проведения мониторинга математической грамотности

Л.О. Денищева и др. [10] описывают некоторые особенности конструирования заданий для оценки математической грамотности. Во-первых, учащимся предлагаются не учебные задачи, характерные для традиционных систем обучения и мониторинговых исследований математической подготовки, а практические, близкие к реальным проблемные ситуации, представленные в некотором контексте, разрешаемые средствами математики. Контекст, в рамках

которого предложена проблема, должен быть действительно жизненным, а не надуманным. Ситуации должны быть характерными для повседневной учебной и внеучебной жизни учащихся (например, связаны с личными, школьными или общественными проблемами, как это понимается в концепции PISA). Поставленная проблема должна быть нетривиальной, интересной и актуальной для учащихся того возраста, на который она рассчитана. Во-вторых, для выполнения задания требуется целостное применение математики: необходимо осуществить весь процесс работы над проблемой от понимания, включая формулирование проблемы на языке математики, через поиск и осуществление ее решения, до сообщения и оценки результата, а не только часть этого процесса (например, решить уравнение или упростить алгебраическое выражение).

В структуру задания входит описание ситуации (введение в проблему), к которой предлагаются связанные с ней вопросы. Введение в проблему – это небольшой вводный текст мотивирующего характера, который не содержит лишней информации, не связанной с заданием или не принципиальной для ответа на поставленные далее вопросы. Информация, сообщаемая в задании, дается в различных формах: числовой, текстовой, графической (график, диаграмма, схема, изображение и др.), она может быть структурирована и представлена в виде таблицы. Графические средства визуализации математического содержания проблемы окажут учащимся помощь на этапе ее моделирования, послужат опорой для проведения рассуждений.

В большинстве заданий не содержится прямых указаний на способ, правило или алгоритм выполнения (решения),

что позволяет проверить, насколько осознанно учащиеся применяют полученные знания. Для ответа на вопрос задания достаточно информации, представленной в описании ситуации; если для ответа на последующие вопросы требуется дополнительная информация, то она сообщается в формулировке вопроса или отдельно. Например, если для выполнения задания требуется использовать формулы, то они приводятся в качестве справочного материала.

Одна из самых трудных составляющих в разработке заданий – постановка вопроса задания (проблемы). В формулировке вопроса зачастую таится «ключ» (идея) решения проблемы, так, например, при обучении математике учитель предлагает: вычислить, решить уравнение, упростить. При разрешении реальной жизненной проблемы такие предметные вопросы неуместны, поэтому учителю в рамках вопроса следует каждый раз создавать новую проблемную ситуацию, разрешение которой потребовало бы от ученика самостоятельного выбора и выполнения нескольких предметных или метапредметных действий.

Рассмотрим пример составленного нами задания для проведения мониторинга формирования математической грамотности при изучении тем «Линейное уравнение» в 7 классе или «Неравенства» в 8 классе.

Андрей и Анна решили проехать на автомобиле расстояние 2500 км от Челябинска до Санкт-Петербурга, имея в запасе всего 24 часа. Андрей может ехать со средней скоростью 120 км/ч, а Анна – неопытный водитель – и не может заставить себя ехать со скоростью больше 80 км/ч.

Вопрос 1. Могут ли Анна и Андрей провести за рулем одинаковое количество времени?

Вопрос 2. Какое минимальное время Андрей должен быть за рулем, чтобы уложиться в 24 часа?

Вопрос 3. Учитывая, что расход топлива возрастает с увеличением скорости, сколько времени Анна должна вести машину, чтобы общее время в пути не превышало 24 часов, и расход топлива был минимальным?

Объясните свои ответы.

Задание проверяет умение решать линейные уравнения (неравенства), знание формулы равномерного прямолинейного движения, умение составлять уравнение по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность полученных результатов, а также такие универсальные учебные действия, как установление искомого и данного, выбор способа решения задачи, аргументирование своего мнения, владение способами самоконтроля. Приведем возможные решения и критерии их оценивания.

Вопрос 1. Ученик может сложить длину пути каждого участника за 12 часов (учитывая, что суммарное время не превышает 24 часов), и, получив 2400 км, сделать вывод, что за 24 часа они проехать 2500 км не успеют.

Или составить уравнение, приняв время в пути каждого из них за x :

$$120x + 80x = 2500.$$

Получив $x = 12,5$ (ч.), делаем вывод, что в 24 часа в этом случае они не уложатся.

Ответ: нет.

Оба варианта аргументированного ответа принимаются и оцениваются в 1 балл, в противном случае – 0 баллов.

Вопрос 2. Для ответа на второй вопрос необходимо составление уравнения. Приняв за x (ч.) время, проведенное за рулем Андреем, получим, что Андрей проехал $120x$ км, а Анна проехала $80(24 - x)$ км, что в сумме должно быть равно 2500 км.

$$120x + 80(24 - x) = 2500, x = 14,5 \text{ (ч.)}$$

Понятно, что Андрей мог ехать и дольше, и они приехали бы раньше запланированного времени, но, учитывая утомление водителя, это нецелесообразно.

Ответ: 14,5 часа.

Составление и решение уравнения без пояснения оценивается в 1 балл, полное решение с пояснением – в 2 балла.

Восьмиклассник может предложить другое решение. Взяв за x расстояние, которое должен проехать Андрей, выразим общее время, которое должно быть не более 24 часов. Получим неравенство:

$$\frac{x}{120} + \frac{2500 - x}{80} \leq 24.$$

Получаем $x \geq 1740$ км, тогда $\frac{x}{120} \geq 14,5$ (ч.), т.е. минимальное время, которое Андрей должен провести за рулем, равно 14,5 часа.

Вопрос 3. С целью минимизировать расход топлива Анна должна находиться максимально возможное время за рулем, соответственно, Андрей минимальное, поэтому, учитывая ответ на второй вопрос, $24 - 14,5 = 9,5$ (ч.).

Другой способ: обозначив время Анны за рулем x (ч.), получим уравнение

$$80x + 1200(24 - x) = 2500, \text{ откуда } x = 9,5 \text{ (ч.)}$$

Ответ: 9,5 часа.

Ответ без пояснения оценивается в 0 баллов, полный ответ – в 1 балл.

Заметим, что в статье Л.О. Денищевой и др. [10] описаны особенности задач для диагностики математической грамотности, а не способы их конструирования, в то время как основные трудности возникают именно при составлении подобных заданий.

Мы полагаем одним из способов создания заданий модификацию традиционных упражнений с выделением у каждого задания перечня УУД, которые выполняются при его решении. После составления системы заданий для каждого года обучения она сопоставлялась со списком УУД из ФГОС ООО. Если какое-то универсальное учебное действие не диагностировалось ни одной из проверочных работ, мы искали возможность составления практикоориентированного задания для оценки этого УУД, но в случае неудачи исключали соответствующее универсальные учебные действия из состава математической грамотности соответствующего года обучения.

Рассмотрим пример составленной нами диагностической работы. В учебнике Н.Я. Виленкина и др. [20] нами была обнаружена задача 383: «Новая машина может выкопать канаву за 8 ч, а старая – за 12 ч. Новая машина работала 3 ч, а старая 5 ч. Какую часть канавы осталось выкопать?» После ее переработки получилась следующая диагностическая работа (рис. 12).

Из-за роста числа заказов владелец предприятия закупил новую производственную линию. Оборудование может работать круглосуточно. На изготовление одной партии товара на старой производственной линии уходило 12 часов, а на новой – 8 часов.

1. Зачем владелец закупил новую производственную линию?
2. Сколько партий товара может изготовить старая производственная линия за сутки? Новая производственная линия за сутки?
3. Верно ли, что новая линия работает быстрее, чем старая? Что старая линия производит больше товара за час?
4. У какой производственной линии производительность больше – у старой или у новой? Объясни свой ответ.
5. Что такое производительность?
6. Верно ли, что скорость работы и производительность – одно и то же?
7. Как найти производительность старой линии? Новой линии? Чему равна производительность старой и новой линии?
8. В каких единицах измеряется производительность?
9. На сколько больше производительность новой производственной линии, чем старой?
10. На сколько процентов больше производительность новой линии по сравнению со старой?
11. На сколько больше партий товара можно изготовить на новом оборудовании, чем на старом, за 10 суток? Придумай два способа решения.
12. Если старое и новое оборудование будут какое-то время работать вместе (до демонтажа старого), то сколько времени займет у них изготовление одной партии товара?
13. Старое и новое оборудование работали вместе 4 часа, затем старое оборудование остановили из-за поломки. Сколько часов понадобится новому оборудованию, чтобы завершить изготовление одной партии товара? Сколько минут?
14. За счет чего окупаются затраты при замене нового оборудования старым?

Рис. 12. Диагностическая работа по теме
«Действия с обыкновенными дробями»

В таблице 6 представлены УУД, входящие в математическую грамотность и проверяемые диагностической работой.

Таблица 6

Соответствие заданий диагностической работы по теме «Действия с обыкновенными дробями» универсальным учебным действиям из ФГОС ООО

УУД	Номера заданий, диагностирующих УУД
Выявление противоречий и закономерностей в данных	3, 6, 7
Выявление дефицита информации для решения задачи	4, 5, 6, 14
Умение учитывать контекст	1, 4, 5, 6, 8
Индуктивные и дедуктивные умозаключения	1, 3, 4, 6, 7, 8
Выбор способа решения задачи путем сравнения разных вариантов решения	10, 11, 12, 13
Составление алгоритма решения задачи	7, 9, 10, 11, 12, 13
Умение аргументировать и обосновывать свою позицию	1, 4, 1
Способность принимать задачу	1, 3, 12, 1, 14
Контролировать и оценивать свои действия, вносить соответствующие коррективы в их выполнение	3, 8, 12, 13
Владеть способами самоконтроля и рефлексии	3, 9, 12, 13

2.6. Журнал учета формирования математической грамотности

Чтобы стимулировать учителя использовать средства мониторинга, мы считаем необходимым свести к минимуму затраты времени на обработку результатов.

Для анализа результатов контрольных мероприятий мониторинга мы разработали электронный журнал в Microsoft Office Excel. В журнале каждой диагностической

Например, такие универсальные учебные действия, как выявление дефицита информации для решения задачи, умение учитывать контекст, индуктивные и дедуктивные умозаключения, умение аргументировать и обосновывать свою позицию, способность принимать задачу, сформированы у всего класса недостаточно, а учащиеся Б, В, Д, Е, З, Л, М, Н, П и С не достигли минимального уровня сформированности математической грамотности (рис. 13).

Имеется вкладка, в которой собираются данные по всем диагностическим мероприятиям и вычисляются актуальные на данный момент показатели сформированности УУД как средний результат всех выполненных учеником заданий мониторинга в течение года.

Мониторинг сам по себе является средством сбора диагностических данных, позволяющим судить о собственной результативности. Для оценки влияния использования средств мониторинга на формирование математической грамотности мы сравнили результаты оценки сформированности математической грамотности после первой и после последней диагностических работ. После первой диагностической работы из 189 учащихся, участвовавших в эксперименте, 91 ученик (48 %) достиг минимального уровня сформированности математической грамотности, а после последней таких учащихся было 147 (78 %). Применение критерия Фишера (углового преобразования) показал, что экспериментальное значение ϕ^* на уровне значимости 0,05 превышает критическое. Таким образом, наблюдается статистически значимое повышение уровня сформированности математической грамотности школьников.

64 % учителей, использующих в своей работе журнал учета сформированности математической грамотности, отмечают, что мониторинг стимулирует как учителя, так и учащихся к освоению математической грамотности за счет того, что, во-первых, происходит постепенное освоение школьниками способов решения практикоориентированных заданий средствами математики, во-вторых, представление информации в мониторинге позволяет учителю наглядно увидеть пробелы и недочеты в подготовке учащихся и выработать стратегию преодоления несоответствий в освоении математической грамотности для каждого ученика и для класса в целом.

Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определение мониторинга.
2. Перечислите элементы системы мониторинга.
3. Укажите основы построения системы мониторинга.
4. Какова связь образовательных стандартов и мониторинга?
5. Как реализуются в мониторинге цели и содержание образования?
6. Какие проблемы были выявлены в ходе реализации проекта «Мониторинг формирования функциональной грамотности» Министерства просвещения РФ?
7. Решите приведенную в разделе 2.1 диагностическую работу, используя интерактивную модель (URL: <https://www.geogebra.org/m/mwgkgh9p>).

8. Проведите самоанализ собственной математической грамотности.

9. Подберите (составьте) задания для проведения коррекционной работы в соответствии с результатами диагностики.

10. Перечислите концептуальные положения технологии мониторинга формирования математической грамотности учащихся на основе Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования. Разъясните смысл этих положений. Приведите примеры.

11. Используя материалы по математической грамотности: URL: http://www.centeroko.ru/pisa18/pisa2018_ml.html, <https://media.prosv.ru/static/books-viewer/index.html?path=/media/ebook/13135601/> и сетевой комплекс информационного взаимодействия субъектов Российской Федерации в проекте «Мониторинг формирования функциональной грамотности учащихся»: URL: <http://skiv.instrao.ru/support/demonstratsionnye-materialya/>, выберите задание для проверки математической грамотности и определите, какие универсальные учебные действия из ФГОС ООО и примерной программы развития УУД диагностируют это задание. Для этого запишите полное решение ученика, начиная с краткой записи, подумайте над возможными ошибками. Укажите, в какой теме (уроке) в каком классе это может быть использовано задание для проверки сформированности математической грамотности.

При оформлении задания придерживайтесь приведенного выше образца.

12. По рис. 13 (журнал) укажите учащихся, которые плохо владеют умениями выявлять дефицит информации для решения задачи, учитывать контекст и аргументировать и обосновывать свою позицию. Какие задания можно предложить этим учащимся для коррекции формирования этих универсальных учебных действий?

13. Составьте диагностическую работу для мониторинга математической грамотности по одной из тем школьного учебника для основной школы, состоящую из 10–15 вопросов. Старайтесь использовать правдоподобный и интересный учащимся контекст. Для каждого вопроса укажите универсальное учебное действие (рис. 11), которое выполняет ученик, отвечая на этот вопрос. Создайте в Excel файл (страницу журнала) для обработки результатов выполнения учащимися диагностической работы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, нами рассмотрено понятие математической грамотности, методика ее формирования и диагностики. Представлена технология разработки и применения средств мониторинга формирования математической грамотности школьников. Среди концептуальных положений технологии центральными являются органичное включение мониторинга в естественный процесс обучения математике и обеспечение учителя средствами мониторинга формирования математической грамотности, а также обучающий характер мониторинга, предполагающий обязательный систематический разбор диагностических заданий с учетом результатов обработки данных мониторинга. Выявлена взаимосвязь математической грамотности учащихся с достижением ими метапредметных результатов обучения математике. Описаны технологические процедуры разработки спецификации диагностических работ на основе Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования, разработки их содержания путем модификации традиционных упражнений курса математики основной школы. На этой основе разрабатываются средства и методы мониторинга и способы обработки результатов диагностики. На освоение студентами умений диагностичной постановки целей, анализа содержания образования и разработки диагностических материалов для мониторинга математической грамотности были в первую очередь направлены практические задания пособия.

Взаимосвязь мониторинга и информационных технологий появляется в создании электронного журнала учета сформированности математической грамотности обучающихся и в применении в диагностических работах интерактивных заданий. Дальнейшее использование дидактического потенциала информационных технологий в мониторинге математической грамотности позволит адаптировать обучение математике к индивидуальным особенностям обучающихся.

Регулярное проведение мониторинговых мероприятий позволяет диагностировать сформированность математической грамотности и своевременно принимать коррекционные меры, систематически проводя разбор решений учащихся, а также в рамках мониторинга накапливать данные для анализа динамики формирования математической грамотности учащихся.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Абакумова, Н.Н. Педагогический мониторинг инновационных изменений в образовании: теоретико-методологическое и технологическое обоснование: автореф. дис. ... д-ра пед. наук / Н.Н. Абакумова. – Томск, 2015. – 34 с.
2. Абдулаева, О.А. Оценка функциональной грамотности обучающихся в Санкт-Петербурге: первые результаты / О.А. Абдулаева, И.Ю. Алексашина, Ю.П. Киселев, И.В. Муштавинская // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2020. – Т. 2. – № 2 (70). – С. 236–261.
3. Алексеева, Е.Е. Методические особенности формирования математической грамотности учащихся как составляющей функциональной грамотности / Е.Е. Алексеева // Мир науки, культуры, образования. – 2020. – № 4. – С. 214–218.
4. Андреев, В.И. Педагогический мониторинг как проблема системной диагностики в управлении качеством образования / В.И. Андреев // Педагогический мониторинг как системная диагностика в управлении качеством образования // В.И. Андреев. – Казань: Издательство Казанского гос. ун-та, 1997. – С. 5–6.
5. Басюк, В.С. Инновационный проект Министерства просвещения «Мониторинг формирования функциональной грамотности»: основные направления и первые результаты / В.С. Басюк, Г.С. Ковалева // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2019. – Т. 1. – № 4 (61). – С. 13–33.
6. Беловолова, Е.А. Мониторинг функциональной грамотности обучающихся: новые возможности для развития

- региональной оценки качества общего образования / Е.А. Беловолова, В.Ф. Солдатов // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2020. – Т. 2. – № 2 (70). – С. 262–274.
7. Вискова, Т.А. Организационно-педагогические условия мониторинга качества подготовки бакалавров в вузе / Т.А. Вискова // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2019. – № 4(91). – С. 151–162.
 8. Горб, В.Г. Педагогический мониторинг образовательного процесса как фактор повышения его уровня и результатов / В.Г. Горб // Стандарты и мониторинг. – 2000. – № 5. – С. 33–37.
 9. Денищева, Л.О. Особенности формирования и оценки математической грамотности школьников / Л.О. Денищева, Н.В. Савинцева, И.С. Сафуанов, А.В. Ушаков, В.А. Чугунов, Ю.А. Семеняченко // Science for Education Today. – 2021. – Т. 11. – № 4. – С. 113–135.
 10. Денищева, Л.О. Подходы к составлению заданий для формирования математической грамотности учащихся 5–6 класса / Л.О. Денищева, К.А. Краснянская, О.А. Рьдзе // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2020. – Т. 2 – № 2(70). – С. 181–201.
 11. Иванова, Т.А. Структура математической грамотности школьников в контексте формирования их функциональной грамотности / Т.А. Иванова, О.В. Симонова // Вестник Вятского государственного университета. – 2019. – № 13. – С. 125–129.
 12. Кальней, В.А. Технология мониторинга качества обучения в системе «учитель–ученик»: метод. пособие для учителя / В.А. Кальней, С. Е. Шишов. – Москва: Пед. о-во России, 1999. – 86 с.

13. Концепция развития математического образования в Российской Федерации. – URL: <http://минобрнауки.рф/документы/3824> (дата обращения: 31.05.2016).
14. Коростелева, А.А. Мониторинг как способ актуализации развития образования в России и за рубежом / А.А. Коростелева // Стандарты и мониторинг в образовании. – 2019. – № 3. – Т. 7. – С. 18–22.
15. Кузнецов, А.А. Мониторинг качества подготовки учащихся: организация // Стандарты и мониторинг. – 2000. – № 5. – С. 38–41.
16. Леонтьев, А.А. Педагогика здравого смысла. Избранные работы по философии образования и педагогической психологии / А.А. Леонтьев. – Москва: Смысл, 2016. – 528 с.
17. Лисьев, Г.А. Проблема подготовки будущих учителей к педагогическому мониторингу: монография / Г.А. Лисьев, Л.И. Савва. – Магнитогорск: Магнитогорский гос. ун-т, 2000. – 46 с.
18. Лукичева, Е.Ю. Математическая грамотность: обзор понятия и методики формирования / Е.Ю. Лукичева // Непрерывное образование в Санкт-Петербурге. – Вып. 2. – 2020. – С. 53–66.
19. Маминов, С.В. Понятийная матрица в исследовании мониторинга качества образовательного процесса в основной школе / С.В. Маминов, Л.И. Савва // Педагогическое образование в России. – 2016. – № 3. – С. 19–25.
20. Математика. 6 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. – Москва: Мнемозина, 2013. – 288 с.

21. Основы педагогических технологий. Краткий толковый словарь. – Екатеринбург: Изд-во УрГПУ, 1995. – 22 с.
22. Репкин, В.В. О системе психолого-педагогического мониторинга в построении учебной деятельности / В.В. Репкин, Г.В. Репкина, Е.В. Заика // Вопросы психологии. – 1995. – № 1. – С. 13–24.
23. Романюк, Д.А. Модель мониторинга формирования универсальных учебных действий в процессе обучения математике / Д.А. Романюк, Е.А. Суховиенко // Мир науки, культуры, образования. – 2018. – № 4 (71). – С. 160–164.
24. Рослова, Л.О. Функциональная математическая грамотность: что под этим понимать и как формировать / Л.О. Рослова // Педагогика. – 2018. – № 10. – С. 48–55.
25. Рослова, Л.О. Проблема формирования способности «применять математику» в контексте уровней математической грамотности / Л.О. Рослова, Е.С. Квитко, Л.О. Денищева, И.И. Карамова // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2020. – Т. 2. – № 2(70). – С. 74–99.
26. Рослова, Л.О. Концептуальные основы формирования и оценки математической грамотности / Л.О. Рослова, К.А. Краснянская, Е.С. Квитко // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2019. – Т. 1. – № 4. – С. 58–79.
27. Рызде, О.А. Преимущество в формировании математической функциональной грамотности учащихся начальной и основной школы / О.А. Рызде, К.А. Краснянская // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2019. – Т. 1. – № 4 (61). – С. 146–158.
28. Севостьянова, С.А. Учебные проекты как средство формирования математической грамотности обучающихся /

- С.А. Севостьянова, Е.В. Мартынова // Математика и проблемы образования: материалы 41-го Междунар. науч. семинара преподавателей математики и информатики ун-тов и пед. вузов. – Киров, 2022. – С. 263–264.
29. Севостьянова, С.А. Преимущество в формировании логической грамотности обучающихся начальной и основной школ / С.А. Севостьянова, Е.В. Мартынова // Современные наукоемкие технологии. – 2022. – № 12-2. – С. 377–382.
30. Суховиенко, Е.А. Формирование функциональной грамотности в курсе математики основной школы на основе системно-деятельностного подхода / Е.А. Суховиенко // Математика – основа компетенций цифровой эры: материалы XXXIX Междунар. науч. семинара преподавателей математики и информатики ун-тов и пед. вузов (01–02 октября 2020 года). – Москва: ГАОУ ВО МГПУ, 2020. – С. 380–383.
31. Суховиенко, Е.А. Мониторинг формирования проектных умений будущих педагогов в период педагогической практики / Е.А. Суховиенко, С.А. Севостьянова, Р.М. Нигматулин, Е.В. Мартынова // Современные проблемы науки и образования. – 2020. – № 6. – С. 75.
32. Суховиенко, Е.А. Математика в жизни современного человека / Е.А. Суховиенко // Наша новая школа – путь к культуре граждан и развитию общества: научно-популяр. издание в 6 т. / под ред. А.Ф. Аменда. – Челябинск: Изд-во ЧГПУ, 2011. – Т. 1. – Образование сегодня – путь к развитию личности учащегося и общества. – С. 349–372.
33. Суховиенко, Е.А. Мониторинг образовательных достижений обучающихся по математике: учебное пособие /

- Е.А. Суховиенко. – Челябинск: изд-во ЮУрГГПУ, 2021. – 211 с.
34. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. Утв. приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 31 мая 2021 г. № 287. – URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/401333920/#1000> (дата обращения: 21.05.2022).
 35. Чошанов, М.А. Образование и национальная безопасность: системные ошибки в математическом образовании России и США / М.А. Чошанов // Образование и наука. – 2013. – № 8 (107). – С. 14–31.
 36. Altun, M. A new classification proposal for mathematical literacy problems / M. Altun, I. Bozkurt // Education and Science. – 2017. – № 42(190). – P. 171–188. – URL: <http://dx.doi.org/10.15390/EB.2017.6916>.
 37. Bolstad, O.H. Secondary teachers' operationalisation of mathematical literacy / O.H. Bolstad // European Journal of Science and Mathematics Education. – 2020. – № 8(3). – P. 115–135. – URL: <https://doi.org/10.30935/scimath/9551>.
 38. Dewantara, A.H. Assessing seventh graders' mathematical literacy in solving PISA-like tasks / A.H. Dewantara, Zulkardi, Darmawijoyo // IndoMS-JME. – 2015. – № 6(2). – P. 117–128. – URL: <https://doi.org/10.22342/jme.6.2.2163.117-128>.
 39. Genc, M. Secondary mathematics teachers' conceptions of the barriers to the development of mathematical literacy / M. Genc, A.K. Erbas // International Journal For Mathematics Teaching And Learning. – 2020. – № 21.2 – P. 143–173. –

- URL: <https://www.cimt.org.uk/ijmtl/index.php/IJMTL/article/download/181/92>.
40. Güler, H.K. Mathematical competencies required by mathematical literacy problems / H.K. Güler, C. Arslan // Malaysian Online Journal Of Educational Sciences. – 2019. – № 7(2). – P. 57–70. – URL: <http://mojes.um.edu.my/index.php/MOJES/article/view/17327/9965>.
 41. Malasari, P.N. The construction of mathematical literacy problems for geometry / P.N. Malasari, T. Herman, A. Jupri // Journal of Physics: Conf. Series. –2017. – № 895. – P. 012071. – URL: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/895/1/012071>.
 42. Niss, M. Mathematical literacy / M. Niss, E. Jablonka // Encyclopedia of Mathematics Education. – Dordrecht: Springer, 2014. – Pp. 391–396. – URL: https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_100.
 43. PISA 2015. Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematics, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving, revised edition. – Paris: PISA, OECD Publishing, 2017. – P. 65–80. – URL: <https://www.oecd.org/publications/pisa-2015-assessment-and-analytical-framework-9789264281820-en.htm> (дата обращения: 06.08.2020).
 44. PISA 2018. Assessment and Analytical Framework. OECD. – URL: https://www.oecd-ilibrary.org/education/pisa-2018-assessment-and-analytical-framework_13c8a22c-en (дата обращения: 30.07.2020).
 45. PISA 2021. Mathematics Framework (Second Draft). – URL: https://pisa-2021maths.oecd.org/files/PISA_2021_Mathematics_Framework_Draft.pdf (дата обращения: 30.07.2020).

Учебное издание

Елена Анатольевна Суховиенко

**МОНИТОРИНГ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ
В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ**

Учебно-практическое пособие

ISBN 978-5-907611-94-8

Работа рекомендована РИС ЮУрГГПУ
Протокол № 27 от 2022 г.

Издательство ЮУрГГПУ
454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 69

Редактор Е.М. Сапегина
Технический редактор А.Г. Петрова

Подписано в печать 29.12.2022 г.

Объем 3,2 уч.-изд. л. (6,2 усл. печ. л.) Тираж 100 экз.

Формат 60×84/16

Заказ №

Отпечатано с готового оригинал-макета
в типографии ЮУрГГПУ
454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 69